

ĐỀ LUYỆN TẬP KỲ THI ICPC 2024 – TUẦN 3

Ngày thi: Chủ nhật, ngày 04 tháng 08 năm 2024. Đề thi gồm có 10 bài

BÀI A. HÀNH TRÌNH THAM QUAN

Bảo tàng dân tộc học Việt Nam tại Hà Nội mới khánh thành thêm một cơ sở. Trong bảo tàng có tất cả $N+M$ địa điểm tham quan, tương ứng ngôi nhà của mỗi dân tộc cùng những đặc trưng văn hóa và phong tục tập quán, trong đó có N dân tộc của đất nước ta (khu A) và M dân tộc khác trên thế giới (khu B). Các địa điểm được đánh số từ 1 à N và từ 1 à M .

Là một vị khách du lịch mới đến Việt Nam, Mr. Tee muốn tham quan bảo tàng dân tộc học đầu tiên. Chuyến tham quan của anh bắt đầu từ địa điểm 1 và kết thúc tại địa điểm N của khu A, và có thể chuyển sang thăm các địa điểm của khu B một cách xen kẽ. Để dễ dàng trong việc đánh dấu các địa điểm đã được thăm, Mr. Tee đưa ra quy tắc thứ tự thăm bên khu A và B là phải tăng dần ($+1$), tức là các địa điểm thuộc cùng một khu, địa điểm nào có số thứ tự nhỏ hơn sẽ phải được thăm trước.

Ví dụ danh sách các địa điểm được tham quan có thể như sau: 1A, 2A, 1B, 3A, 2B... hay 1A, 1B, 2B, 3B, 2A, 4B, ...

Tuy nhiên, khi di chuyển từ địa điểm X tới địa điểm Y , năng lượng tiêu hao của Mr. Tee bằng khoảng cách XY^2 . Các bạn hãy tính xem Mr. Tee sẽ tiêu hao ít nhất bao nhiêu năng lượng để có thể tham quan hết các địa điểm tham quan của bảo tàng?

Input:

Dòng đầu tiên chứa 3 số nguyên N, M, K ($1 \leq N, M \leq 1000, 1 \leq K \leq 10$).

N dòng tiếp theo, dòng thứ i gồm 2 số nguyên mô tả địa điểm thứ i của khu A.

M dòng tiếp theo, dòng thứ j gồm 2 số nguyên mô tả địa điểm thứ j của khu B.

Các tọa độ nằm trong khoảng 0 tới 1000.

Output:

In ra một số nguyên là đáp án tìm được.

Test ví dụ:

Input:	Output
3 2 0 0 1 0 2 0 0 3 1 3	20
4 5 0 4 8 7 0 3 6 1 5 9 7 10 9 9 4 9 3 10	185

Giải thích test 1: $(0,0) \rightarrow (0,3) \rightarrow (1,3) \rightarrow (1,0) \rightarrow (2,0)$.

Giới hạn thời gian: 2s

Giới hạn bộ nhớ: 524288 Kb

BÀI B. THỪA SỐ NGUYÊN TỐ

Mọi số tự nhiên lớn hơn 1 có thể viết một cách duy nhất (không kể sự sai khác về thứ tự các thừa số) thành tích các thừa số nguyên tố. Trong bài toán này, chúng ta sẽ quan tâm đến các cách biểu diễn (có tính đến thứ tự) của một số thành tích các thừa số nguyên tố. Ví dụ:

$$10 = 2 \times 5 = 5 \times 2$$

$$20 = 2 \times 2 \times 5 = 2 \times 5 \times 2 = 5 \times 2 \times 2$$

Gọi $F(K)$ là số cách biểu diễn K thành tích các thừa số nguyên tố có tính đến thứ tự các thừa số. Như vậy, $F(10) = 2$ và $F(20) = 3$.

Cho số nguyên dương N , tìm số K nhỏ nhất mà $F(K) = N$.

Input

- Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 1000$)
- Mỗi test gồm một số nguyên N ($N \leq 2^{63}$)

Output

- Với mỗi bộ dữ liệu, ghi ra một dòng gồm 2 số N , K mà $F(K) = N$.

Example:

Input	Output
4	1 2
1	2 6
2	3 12
3	7 192
7	

Giới hạn thời gian: 2s

Giới hạn bộ nhớ: 524288 Kb

BÀI C. MUA BÁNH

Alice đến quầy mua bánh sandwich, nhưng trong tay anh chỉ có những tờ tiền có mệnh giá 4\$ và 7\$. Giá một chiếc bánh là N \$. Quầy bánh rất đông khách, vì vậy, họ chỉ muốn nhận đúng số tiền chứ không muốn mất thời gian để trả lại.

Biết rằng Alice có tới 100 tờ 4\$ và 100 tờ 7\$. Mặc dù vậy, anh ta lại rất tiết kiệm. Các bạn hãy xác định xem Alice có thể chọn được một số tờ tiền loại 4\$ và 7\$ sao cho tổng giá trị đúng bằng với giá tiền của chiếc bánh hay không?

Input:

Một số nguyên dương N duy nhất ($1 \leq N \leq 200$).

Output:

In ra “Yes” nếu tồn tại cách lựa chọn, in ra “No” trong trường hợp ngược lại.

Test ví dụ:

Input:	Output:
11	Yes
40	Yes

Giải thích test 1: $4+7 = 11$.

Giới hạn thời gian: 2s

Giới hạn bộ nhớ: 524288 Kb

BÀI D. CHIA HẾT

Cho dãy số $A[]$ có N phần tử.

Hãy đếm số cặp chỉ số (L, R) thỏa mãn tổng dãy con liên tiếp $(A[L] + A[L+1] + \dots + A[R])$ chia hết cho số nguyên M .

Input:

Dòng đầu tiên gồm 2 số nguyên dương N và M ($1 \leq N \leq 10^5$, $1 \leq M$, $A[i] \leq 10^9$).

Dòng tiếp theo gồm N số nguyên mô tả dãy số $A[]$.

Output:

In ra số cặp chỉ số thỏa mãn yêu cầu của đề bài.

Test ví dụ:

Input	Output
3 2 4 1 5	3
8 5 13 17 7 5 8 9 51 7	9

Giải thích test 1: có 3 dãy con liên tiếp thỏa mãn $\{4\}$, $\{1, 5\}$, $\{4, 1, 5\}$

Giới hạn thời gian: 2s

Giới hạn bộ nhớ: 524288 Kb

BÀI E. QUICK – SORT

Thuật toán Quick-Sort đã rất nổi tiếng và quen thuộc với tất cả lập trình viên. Một trong vấn đề quan trọng là chọn phần tử chốt (pivot) sao cho phù hợp. Giả sử giá trị chốt là p thì sau bước phân hoạch dãy số mới sẽ như sau:

X_L	p	X_R
-------	-----	-------

Với X_L và X_R là hai dãy con (có thể rỗng) của dãy số ban đầu. Giá trị trong $X_L \leq p$ còn $X_R > p$

Bài toán đặt ra cho bạn là hãy đếm và liệt kê các giá trị chốt thỏa mãn điều kiện nếu được chọn thì dãy số đã được phân hoạch từ trước.

Input

Chỉ có 1 dòng trong đó:

- Số đầu tiên là số phần tử của dãy $1 \leq N \leq 10^6$
- N số tiếp theo là các giá trị trong dãy, các số đều nguyên dương phân biệt và không quá 10^6 .

Output

Chỉ có 1 dòng trong đó:

- Số đầu tiên là số M , số lượng các phần tử thỏa mãn điều kiện đề bài (M có thể bằng 0).
- Tiếp theo là M số thỏa mãn lần lượt theo thứ tự trong dãy ban đầu.

- Chú ý: nếu M lớn hơn 100 thì chỉ in ra 100 số đầu tiên.

Ví dụ

Input	Output
10 1 11 8 13 53 20 63 99 79 94	3 1 13 63

Giải thích ví dụ: các phần tử chốt thỏa mãn:

- Giá trị 1: bên trái rỗng, bên phải lớn hơn 1
- Giá trị 13: bên trái nhỏ hơn 13, bên phải lớn hơn 13
- Giá trị 63: bên trái nhỏ hơn 63, bên phải lớn hơn 63

Giới hạn thời gian: 1s

Giới hạn bộ nhớ: 524288 Kb

BÀI F. ƯỚC SỐ CHUNG LỚN NHẤT CỦA HAI SỐ FIBONACCI

Cho dãy số $F(n)$ với $n \geq 0$ được định nghĩa theo công thức như sau:

- $F(0) = 0$
- $F(1) = 1$
- $F(n) = F(n-1) + F(n-2)$ với $n \geq 2$.

Cho 3 số nguyên dương a, b, M .

Hãy tính $GCD(F(a), F(b))$ theo modulo M .

Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 10$).

Mỗi test gồm 3 số nguyên a, b và M ($a, b, M \leq 10^{12}$).

Output:

Với mỗi test, in ra một số nguyên là UCLN tìm được.

Ví dụ:

Input:	Output
2	2
6 9 10	55
10 20 1000	

Giới hạn thời gian: 2s

Giới hạn bộ nhớ: 524288 Kb

BÀI G. CHẠY ĐUA

Thỏ và Rùa tham gia một cuộc thi chạy. Có N đoạn đường bằng nhau và có độ dài là 1 đơn vị, mỗi đoạn đường có nền đất khác nhau, do đó, vận tốc của Thỏ và Rùa trên từng đoạn đường lần lượt là $1/A[i]$ và $1/B[i]$.

Thỏ khinh thường địch nên chấp Rùa thích xuất phát ở đâu cũng được (chọn vị trí ngẫu nhiên trên tổng đoạn đường có độ dài N), còn Thỏ sẽ xuất phát ở vị trí 0 bên trái cùng. Đổi lại, Thỏ được phép sắp xếp thứ tự các đoạn đường.

Các bạn hãy tính thử xem trong trường hợp tối ưu, xác suất Thỏ thắng cuộc là bao nhiêu? Thỏ thắng khi và chỉ khi tại một vị trí nào đó trên đường đua, Thỏ đuổi kịp Rùa, ngược lại, Rùa sẽ là người dành chiến thắng.

Lưu ý: **chỉ cần Thỏ bắt kịp được Rùa**, không cần yêu cầu Thỏ phải về đích trước Rùa.

Input:

Dòng đầu tiên là số nguyên N ($1 \leq N \leq 10^5$).

N dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm hai số nguyên $A[i]$ và $B[i]$ ($1 \leq A[i], B[i] \leq 10^9$).

Output:

In ra xác suất mà Thỏ giành chiến thắng lớn nhất có thể dưới dạng phân số tối giản “P Q” biểu diễn cho P/Q (trường hợp Thỏ luôn thua, in ra 0 1).

Ví dụ:

Input	Output
2 3 2 1 2	1 4
3 6 3 7 2 8 1	0 1
4 1 5 4 7 10 5 2 1	1 2

Giải thích test 1: Sắp xếp đoạn đường theo thứ tự 2-1. Khi Rùa xuất phát ở vị trí nào đó trong đoạn $[0, 0.5]$, Thỏ sẽ bắt kịp Rùa trên đoạn đường này. Do đó, xác suất chiến thắng của Thỏ là $0.5/2 = 1/4$.

Giải thích test 2: Thỏ chạy chậm hơn Rùa nên luôn luôn bị thua.

Giới hạn thời gian: 5s

Giới hạn bộ nhớ: 524288 Kb

BÀI H. TÍNH TỔNG

Cho một hoán vị P của $[1, 2, 3, \dots, N]$.

Với mỗi cặp chỉ số L, R , kí hiệu $X_{L,R}$ là số lớn thứ hai trong đoạn $P[L], P[L+1], \dots, P[R]$.

Nhiệm vụ của bạn là hãy tính tổng tất cả các $X_{L,R}$ với mọi cặp (L, R) , hay:

$$S = \sum_{L=1}^{N-1} \sum_{R=L+1}^N X_{L,R}$$

Input:

Dòng đầu tiên là số nguyên N ($2 \leq N \leq 100\,000$).

Dòng tiếp theo gồm N số nguyên $P[1], P[2], \dots, P[N]$.

Output:

Với mỗi test hãy in ra kết quả tính được.

Ví dụ:

Input	Output
3 2 3 1	5
6 1 2 3 4 5 6	55

Giải thích test 1: $X_{1,2} = 2, X_{1,3} = 2, X_{2,3} = 1$, do đó $S = 2+2+1 = 5$.

Giới hạn thời gian: 1s

Giới hạn bộ nhớ: 524288 Kb

BÀI I. GIẢ THIẾT GOLDBACH

Giả thuyết Goldbach do nhà toán học người Đức Christian Goldbach (1690-1764) nêu ra vào năm 1742 trong một lá thư gửi tới Leonhard Euler, là một trong những bài toán lâu đời và nổi tiếng còn chưa giải được trong lý thuyết số nói riêng và toán học nói chung. Giả thuyết phỏng đoán rằng: Mọi số tự nhiên chẵn lớn hơn 2 có thể biểu diễn bằng tổng của hai số nguyên tố. Trong bài toán này bạn được cho một số tự nhiên chẵn n , bạn hãy đếm số lượng cặp số nguyên tố a, b ($a \leq b$) mà $a + b = n$.

Input

Chỉ có một số tự nhiên chẵn $n \leq 10^6$.

Output

Ghi ra số lượng cặp số nguyên tố a, b mà $a \leq b$ và $a + b = n$.

Ví dụ:

Input	Output
10	2

Giới hạn thời gian: 2s

Giới hạn bộ nhớ: 524288 Kb

BÀI J. KẾT NỐI BA ĐỈNH

Cho một cây gồm n đỉnh, các đỉnh được đánh số từ 1 đến n , đỉnh thứ i có trọng số w_i .

Gọi $f(x, y, z)$ là số cạnh ít nhất để kết nối liên thông ba đỉnh x, y, z ($1 \leq x, y, z \leq n$); gọi $g(x, y, z)$ là số lượng ước nguyên tố của $\gcd(w_x, w_y, w_z)$.

Yêu cầu: Tính tổng tất cả các giá trị $f(x, y, z) * g(x, y, z)$ với x, y, z ($1 \leq x, y, z \leq n$).

Input

- Dòng đầu chứa số nguyên dương $n; n \leq 200000$;
- Dòng thứ hai chứa n số w_1, w_2, \dots, w_n ($w_i \leq 2e5$);
- Tiếp theo là $n - 1$ dòng mô tả cây, mỗi dòng chứa hai số u, v cho biết cạnh nối giữa hai đỉnh u, v .

Output

- Gồm một dòng là giá trị tính được chia dư cho $(10^9 + 7)$.

Input	Output
4 1 2 2 2 1 2 1 3 1 4	3

Giới hạn thời gian: 5s

Giới hạn bộ nhớ: 524288 Kb

HẾT