

# Luận văn tốt nghiệp đại học

Đại học Bách Khoa Thành phố Hồ Chí Minh

Khoa Khoa Học và Kỹ Thuật Máy Tính

{phantanphuc2512, buikhanhngoc142}@gmail.com

## Nhận dạng biểu thức toán học

Hội đồng : Khoa học máy tính

Giảng viên hướng dẫn : TS. Lê Thành Sách

Giảng viên phản biện : TS. Nguyễn Đức Dũng

Nhóm sinh viên thực hiện : Phan Trần Phúc - 51303058  
Bùi Khánh Ngọc - 51302567

Tp. Hồ Chí Minh, Tháng 01/2018

# Overview

① Giới thiệu

② Công trình liên quan

③ Mô hình đề xuất

④ Hiện thực và đánh giá

⑤ Tổng kết

# Overview

① Giới thiệu

② Công trình liên quan

③ Mô hình đề xuất

④ Hiện thực và đánh giá

⑤ Tổng kết

# Overview

- ① Giới thiệu
- ② Công trình liên quan
- ③ Mô hình đề xuất
- ④ Hiện thực và đánh giá
- ⑤ Tổng kết

# Overview

- ① Giới thiệu
- ② Công trình liên quan
- ③ Mô hình đề xuất
- ④ Hiện thực và đánh giá
- ⑤ Tổng kết

# Overview

- ① Giới thiệu
- ② Công trình liên quan
- ③ Mô hình đề xuất
- ④ Hiện thực và đánh giá
- ⑤ Tổng kết

# Mục lục

## ① Giới thiệu

- Đặt vấn đề
- Phạm vi đề tài
- Lý do chọn đề tài

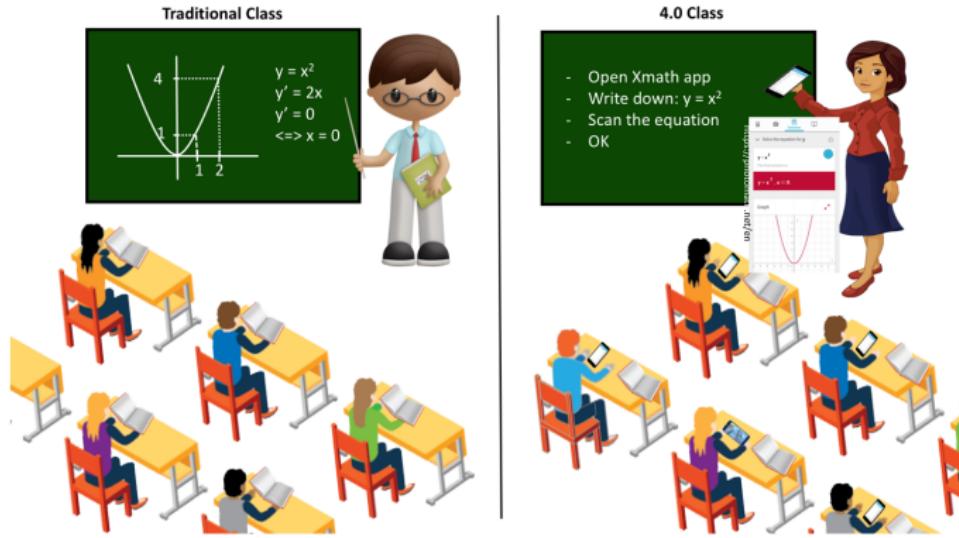
## ② Công trình liên quan

## ③ Mô hình đề xuất

## ④ Hiện thực và đánh giá

## ⑤ Tổng kết

## Đặt vấn đề



**Hình:** *Ứng dụng của công nghệ trong giáo dục.*

# Phạm vi đề tài

- Nhận dạng biểu thức toán học dạng offline<sup>1</sup>.
- Mỗi ảnh dùng để nhận dạng chỉ chứa đúng 1 biểu thức và biểu thức này có đường cơ sở<sup>2</sup> không bị lệch khỏi đường nằm ngang của ảnh.
- Chuyển biểu thức từ dạng hình ảnh sang dạng Latex.

---

<sup>1</sup>Nhận dạng từ hình ảnh.

<sup>2</sup>Thuật ngữ tiếng Anh: baseline

# Phạm vi đề tài

- Nhận dạng biểu thức toán học dạng offline<sup>1</sup>.
- Mỗi ảnh dùng để nhận dạng chỉ chứa đúng 1 biểu thức và biểu thức này có đường cơ sở<sup>2</sup> không bị lệch khỏi đường nằm ngang của ảnh.
- Chuyển biểu thức từ dạng hình ảnh sang dạng Latex.

---

<sup>1</sup>Nhận dạng từ hình ảnh.

<sup>2</sup>Thuật ngữ tiếng Anh: baseline

# Phạm vi đề tài

- Nhận dạng biểu thức toán học dạng offline<sup>1</sup>.
- Mỗi ảnh dùng để nhận dạng chỉ chứa đúng 1 biểu thức và biểu thức này có đường cơ sở<sup>2</sup> không bị lệch khỏi đường nằm ngang của ảnh.
- Chuyển biểu thức từ dạng hình ảnh sang dạng Latex.

---

<sup>1</sup>Nhận dạng từ hình ảnh.

<sup>2</sup>Thuật ngữ tiếng Anh: baseline

# Lý do chọn đề tài

- Thách thức khi thực hiện đề tài:
  - Làm sao để nhận diện được từng ký hiệu?
  - Làm cách nào nhận dạng cả một biểu thức?
  - Có thể khắc phục được những khuyết điểm trong công trình nhận dạng biểu thức toán học của nhóm sinh viên đi trước.
  - Có thể tạo ra được sản phẩm hoàn thiện như PhotoMath<sup>3</sup>
  - ...
- Động lực tiên hành khi áp dụng kiến thức đã học để tạo ra một sản phẩm hữu ích cho xã hội và tự mình có thể sử dụng.

<sup>3</sup>Một ứng dụng nhận dạng biểu thức toán học

# Mục lục

① Giới thiệu

② Công trình liên quan

- Watch, Attend and Parse
- Context-aware Recognition
- QAK

③ Mô hình đề xuất

④ Hiện thực và đánh giá

⑤ Tổng kết

# Watch, Attend and Parser<sup>4</sup>

## Phương pháp

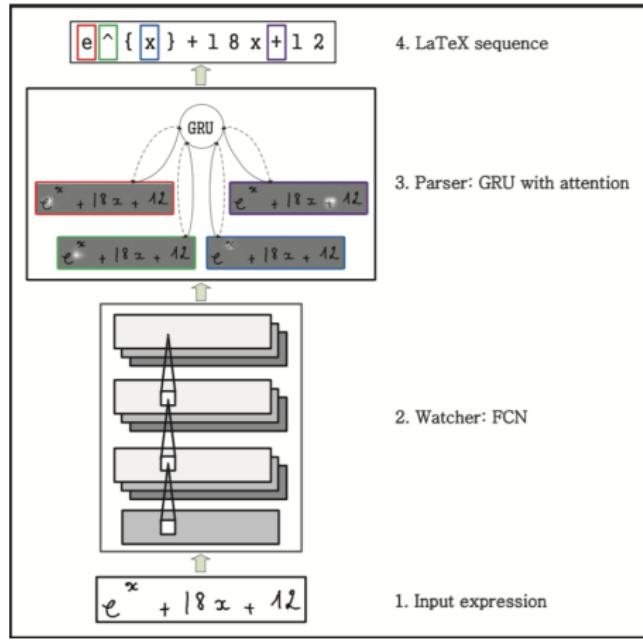
- **Watcher** là mạng nơron tích chập đầy đủ- FCN<sup>a</sup> mã hoá ảnh đầu vào (bộ 9 ảnh bao gồm 1 ảnh gốc và ảnh 8 hướng) tạo ra đặc trưng ứng với từng pixel của ảnh gốc.
- **Parser** là kiến trúc mạng GRU<sup>b</sup> nhận các vectơ đặc trưng được sinh ra từ **Watcher**, kết hợp cơ chế **Attention** do nhóm tác giả đề xuất để sinh ra chuỗi Latex.

<sup>a</sup>Fully convolutional network

<sup>b</sup>Kyunghyun Cho et al. "On the properties of neural machine translation: Encoder-decoder approaches". In: *arXiv preprint arXiv:1409.1259* (2014).

<sup>4</sup>Jianshu Zhang et al. "Watch, Attend and Parse: An End-to-end Neural Network Based Approach to Handwritten Mathematical Expression Recognition". In: *Pattern Recognition* (2017).

## Watch, Attend and Parse



**Hình:** Hình minh họa các bước thực hiện của phương pháp Watch, Attend and Parser.



# Context-aware Recognition<sup>5</sup>

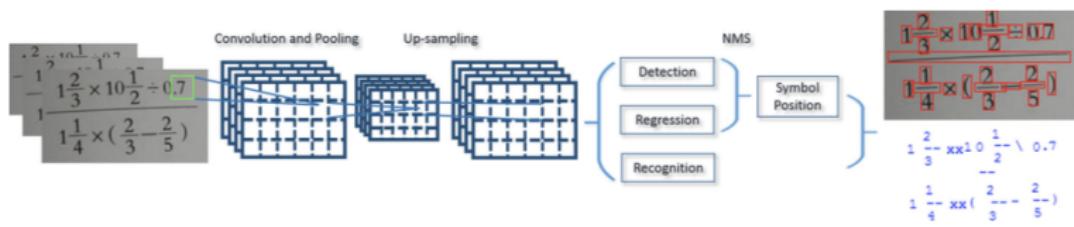
## Phương pháp

Ảnh đầu vào sẽ qua một số lớp tích chập và pooling để tạo ra một feature map. Feature map này là input cho 3 nhiệm vụ bên dưới. Cụ thể, giả sử một điểm  $i$  được cho đặt tại toạ độ  $(w_i, h_i)$  của feature map đầu vào.

- **Nhiệm vụ phát hiện** (Detection task) sẽ cho ra một con số  $s$  thể hiện độ tin cậy một ký hiệu được đặt tại  $i$ .
- **Nhiệm vụ hồi quy** (Regression task) cho ra một vec-tor 4 chiều  $x_1, y_1, x_2, y_2$  thể hiện thông tin về bounding box của ký hiệu được đặt tại  $i$ .
- **Nhiệm vụ nhận dạng** (Recognition task) gán nhãn cho ký hiệu đặt tại  $i$  cùng với xác suất của nhãn đó.

<sup>5</sup>Wenhao He et al. "Context-aware mathematical expression recognition: An end-to-end framework and a benchmark". In: *Pattern Recognition (ICPR), 2016 23rd International Conference on*. IEEE. 2016, pp. 3246–3251.

# Context-aware Recognition



**Hình:** Mô hình học được đề xuất<sup>6</sup>.

<sup>6</sup>Wenhai He et al. "Context-aware mathematical expression recognition: An end-to-end framework and a benchmark". In: *Pattern Recognition (ICPR), 2016 23rd International Conference on*. IEEE. 2016, pp. 3246–3251.

# Watch, Attend and Parser và Context-aware Recognition

## Đánh giá

Cả 2 phương pháp đều tận dụng được thông tin cấu trúc 2 chiều của biểu thức toán học qua quá trình nhận dạng bằng cách sử dụng một lớp mạng CNN để tạo ra đặc trưng từ ảnh biểu thức đầu vào, thay vì sử dụng cách phương pháp phổ biến trong phân tách ký tự như phân tích hình chiểu<sup>a</sup>, phân tích thành phần liên thông<sup>b</sup>. Do đó, hạn chế lỗi do quá trình nhận dạng ký tự gây ra ảnh hưởng đến kết quả sau cùng của bài toán.

<sup>a</sup>Thuật ngữ tiếng Anh: projection cutting

<sup>b</sup>Thuật ngữ tiếng Anh: connected component analysis

QAK<sup>7</sup>

## Phương pháp

- **Tiền xử lý:** chuyển ảnh đầu vào về ảnh xám, khử nhiễu bằng bộ lọc Guass, thực hiện chuyển về ảnh nhị phân và phân tích thành phần liên thông để tăng cường chất lượng , hỗ trợ bước phân đoạn.
  - **Phân đoạn ảnh:** dùng kỹ thuật phân tích hình chiêu và phân tích thành phần liên thông để tách ảnh đầu vào thành những mảnh ảnh chỉ chứa một ký tự.



<sup>7</sup>Anh Nguyen Quoc and Khoa Nguyen Anh. Nhận dạng biểu thức toán học. 2016.

# QAK

## Phương pháp

- **Nhận dạng:** sử dụng kiến trúc mạng được chỉnh sửa thì Lenet- 5<sup>a</sup> để học nhận dạng ký tự.
- **Phân tích cú pháp:** tạo ra các dãy ký hiệu có khả năng là kết quả của ảnh đầu vào, áp dụng tập luật văn phạm phi ngữ cảnh do các tác giả đề xuất để chọn ra kết quả có độ tin tưởng cao nhất.

---

<sup>a</sup>Yann LeCun et al. "Gradient-based learning applied to document recognition". In: *Proceedings of the IEEE 86.11* (1998), pp. 2278–2324.

## Dánh giá

Hệ thống của nhóm tác giả vẫn còn một số vấn đề sau:

- Phương pháp phân tích hình chiêu gấp vẫn đề với những ký tự dính nhau, overlap nhau.
- Hạn chế trong việc giải quyết những biểu thức mà ký tự có chỉ số trên hoặc chỉ số dưới.

# Mục lục

① Giới thiệu

② Công trình liên quan

③ Mô hình đề xuất

- Kiến trúc mạng SSD
- Xây dựng các phiên bản
- Phân tích cấu trúc

④ Hiện thực và đánh giá

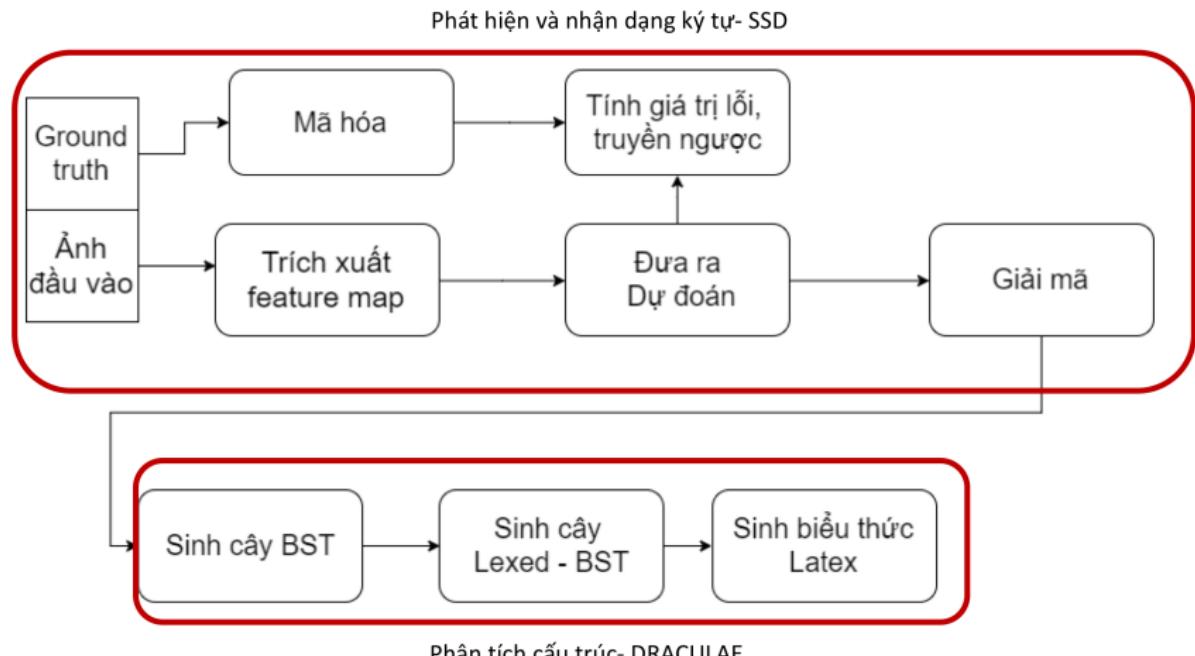
⑤ Tổng kết

# Mô hình đề xuất

# Mô hình đề xuất

- Mạng SSD - Single Shot Multibox Detector
- DRACULAE - Diagram Recognition Application for Computer Understanding of Large Algebraic Expressions

# Mô hình đề xuất



Phân tích cấu trúc- DRACULAE

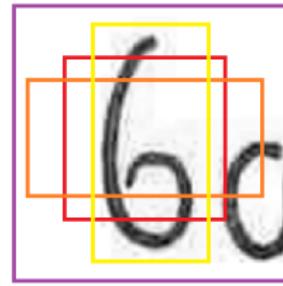
**Hình: Mô hình nhóm đề xuất**



# Bộ Mã Hóa (Encoder) - Sinh Default Box

$$p_1 = p_0 \frac{s_1}{S_0}$$

$$p_1 = p_0 \frac{s_1}{S_0}$$

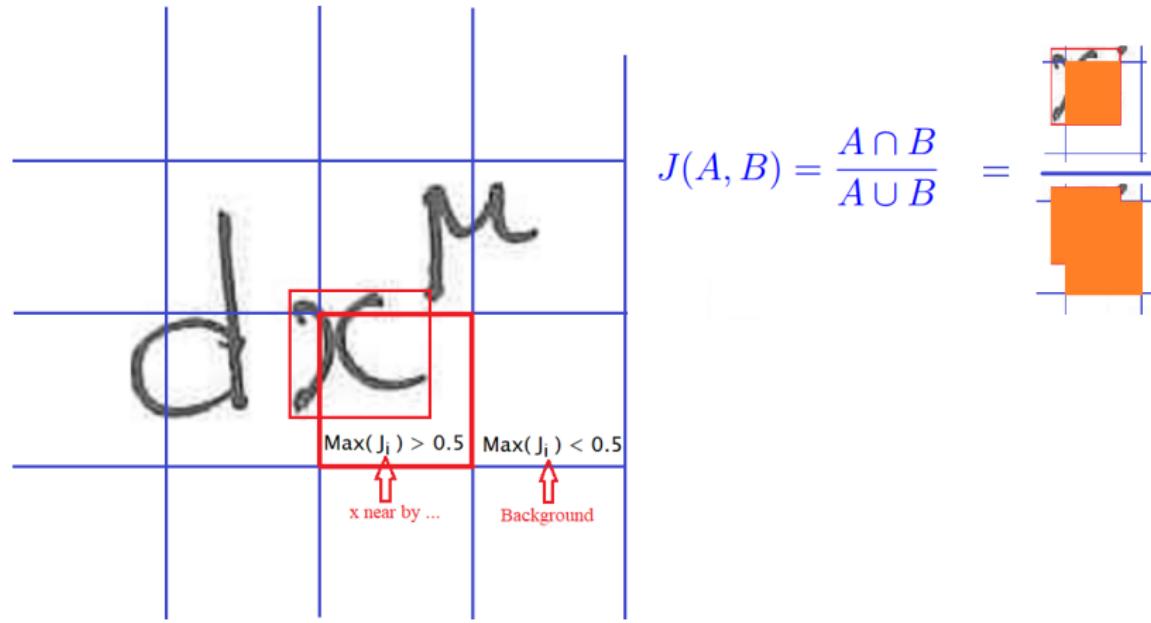


**Hình:** Các default box với mức kích thước khác nhau

## Sinh Default Box

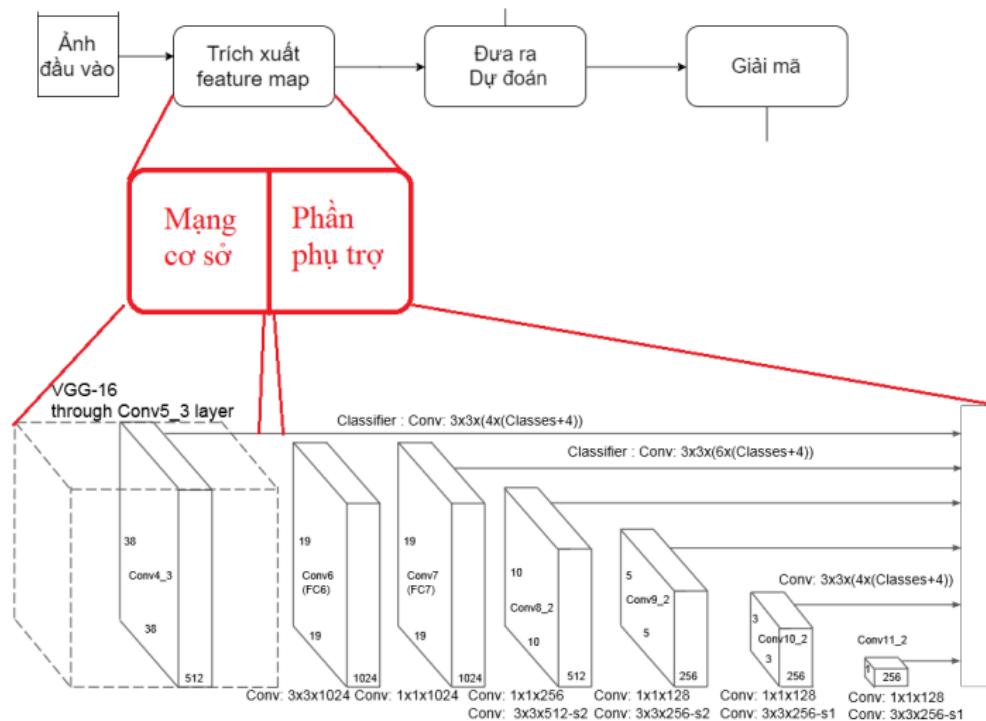
- Các default box được sinh với nhiều mức kích thước khác nhau dựa trên công thức  $s_k = s_{min} + \frac{s_{max} - s_{min}}{m-1} (k - 1)$ .
- Quá trình sinh default box phụ thuộc vào một số cấu hình: Số mức scale, kích thước của default box trong mỗi mức scale, số lượng default box trong mỗi mức kích thước và số lượng aspect ratio.

# Bộ Mã Hóa (Encoder) - Matching



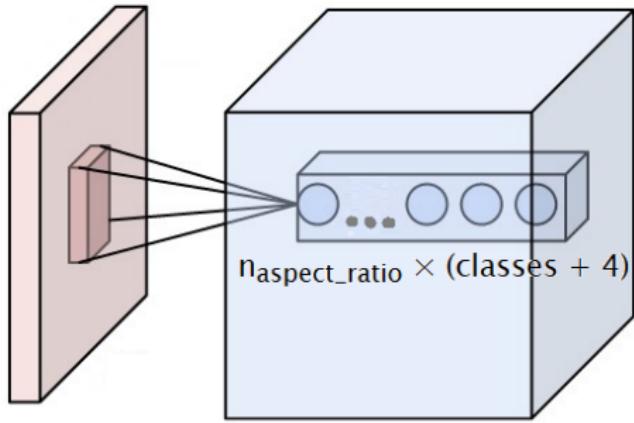
Hình: Quá trình matching

# Bộ phận trích xuất các feature map



**Hình: Sơ đồ bộ phận trích xuất feature map**

# Bộ phận đưa ra dự đoán



**Hình:** Phép tích chập để sinh bounding box

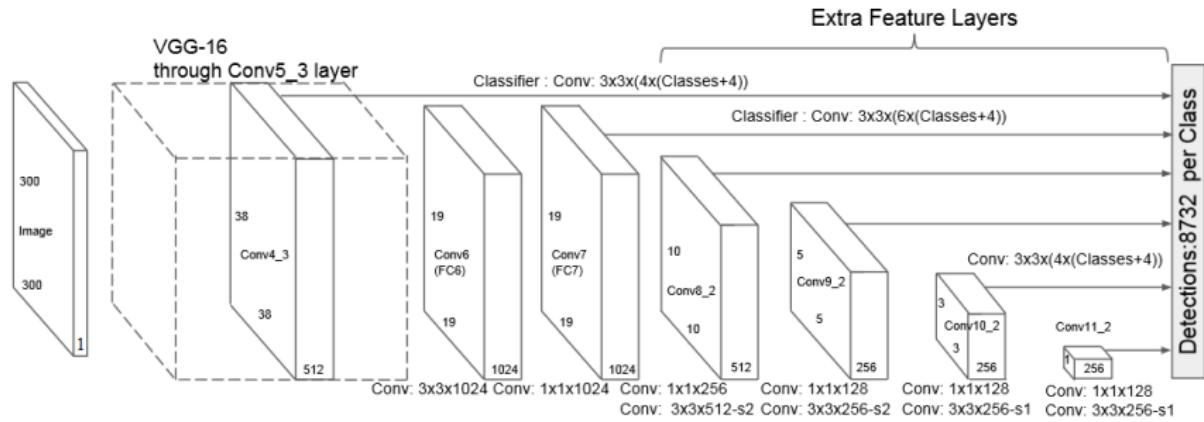
## Đưa ra dự đoán

Với mỗi feature map trích ra được, hệ thống sẽ có một lớp tích chập tương ứng để đưa ra dự đoán. Mỗi vùng ảnh được kernel trượt qua sẽ tương ứng với một số dự đoán (ứng với các tỉ lệ bounding box khác nhau).

# Xây dựng các phiên bản

# Xây dựng các phiên bản

# Phiên bản I - Phiên bản nguyên thủy

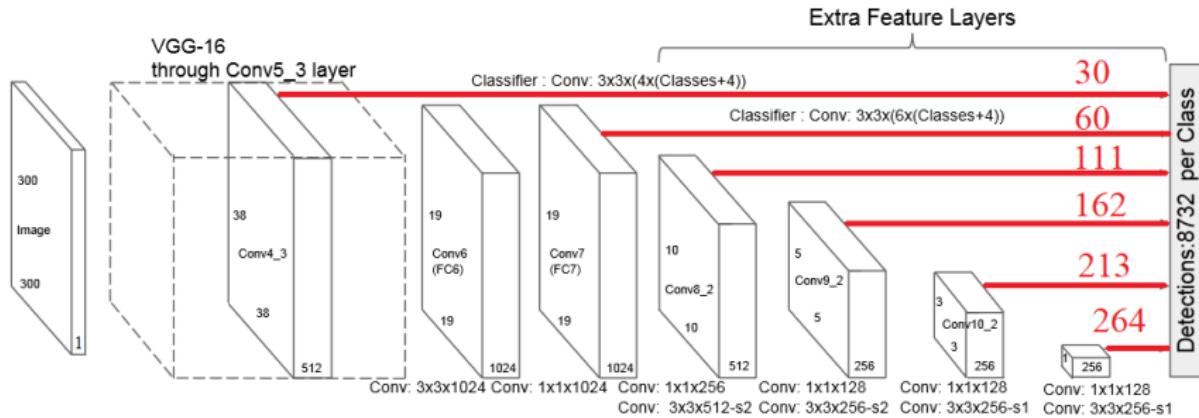


**Hình: Mô hình mạng SSD nguyên thủy**

## Mô hình SSD300

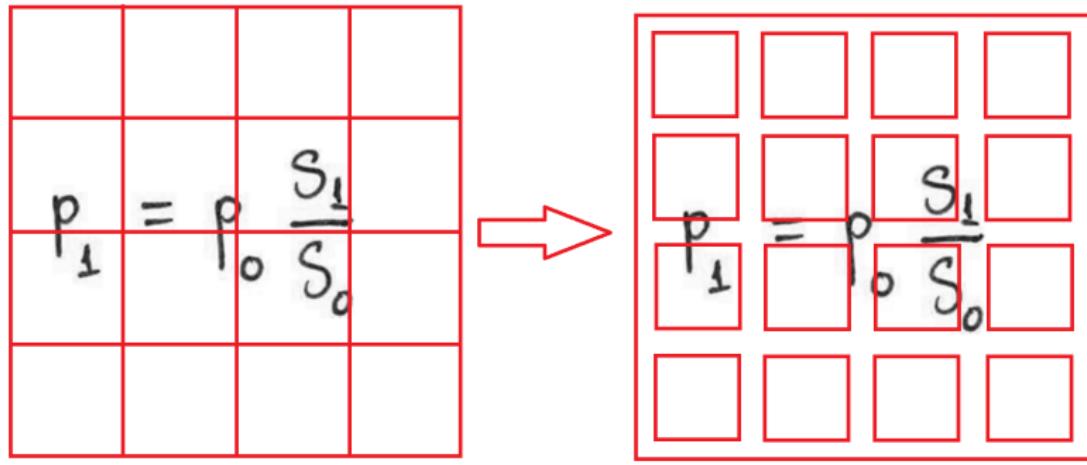
- Số lớp: 106

# Phiên bản I - Phiên bản nguyên thủy



**Hình:** Mô hình mạng SSD nguyên thủy

## Phiên bản II

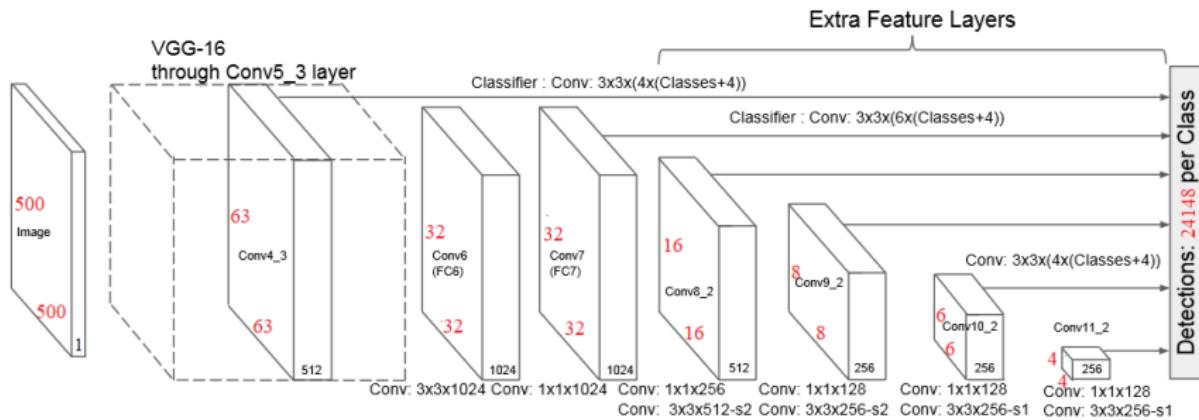


**Hình:** Thu nhỏ kích thước các default box

### Các thay đổi

Giảm kích thước các default box trong mỗi mức kích thước:  
 $(30, 60, 111, 162, 213, 264, 315) \rightarrow (9, 24, 54, 84, 114, 144, 174)$

# Phiên bản III



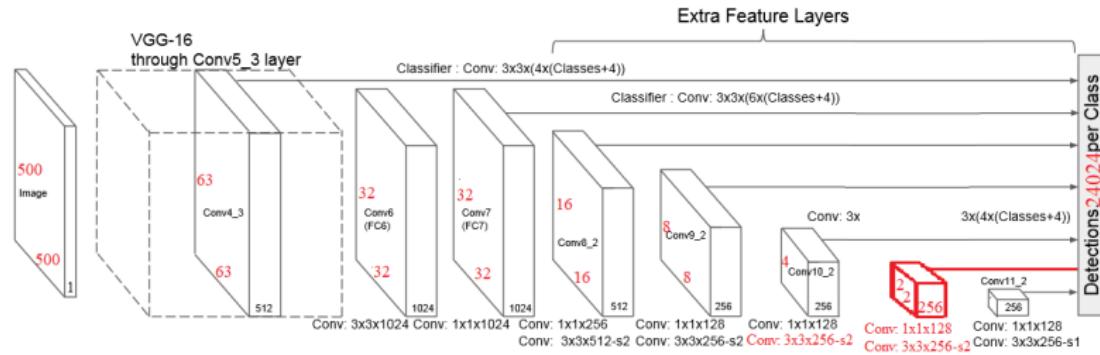
**Hình: Mô hình phiên bản III**

# Phiên bản III



**Hình:** Mô hình phiên bản III

## Phiên bản IV



## Hình: Mô hình phiên bản IV



# Phân tích cấu trúc

# Phân tích cấu trúc

- DRACULAE<sup>8</sup>

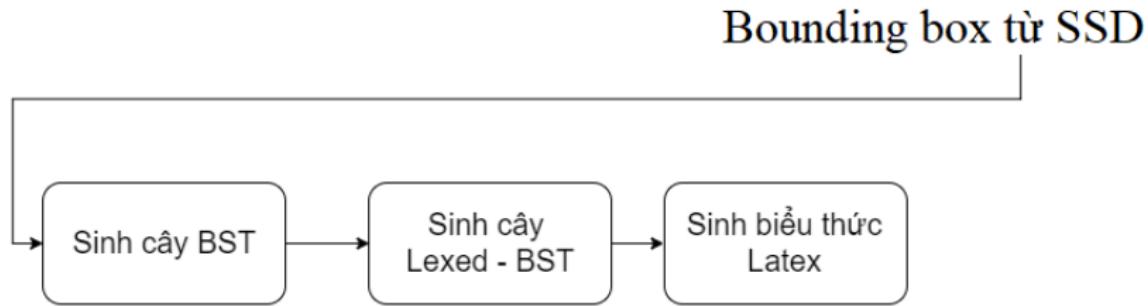
---

<sup>8</sup>Richard Zanibbi, Dorothea Blostein, and James Cordy. "Recognizing mathematical expressions using tree transformation". In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 24.11 (Nov. 2002), pp. 1455 –1467. DOI: [10.1109/TPAMI.2002.1046157](https://doi.org/10.1109/TPAMI.2002.1046157).



# Phân tích cấu trúc

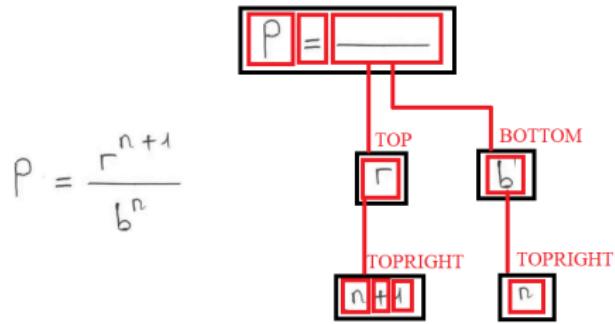
Bộ phận phân tích cấu trúc có nhiệm vụ nhận dữ liệu là các bounding box từ SSD<sup>9</sup> và xây dựng một cây Lexed - BST<sup>10</sup> tạo tiền đề để xây dựng biểu thức Latex.



<sup>9</sup>Wei Liu et al. “SSD: Single shot multibox detector”. In: *European conference on computer vision*. Springer. 2016, pp. 21–37.

<sup>10</sup>Richard Zanibbi, Dorothea Blostein, and James Cordy. “Recognizing mathematical expressions using tree transformation”. In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 24.11 (Nov. 2002), pp. 1455 –1467. DOI:

# Sinh cây BST



**Hình:** Một cây BST

## Cây BST

- Mỗi nút là một đường cơ sở.
- Các liên kết giữa các nút thể hiện vị trí tương đối giữa các đường cơ sở.

# Phân tích cấu trúc - Tìm ký tự chủ đạo

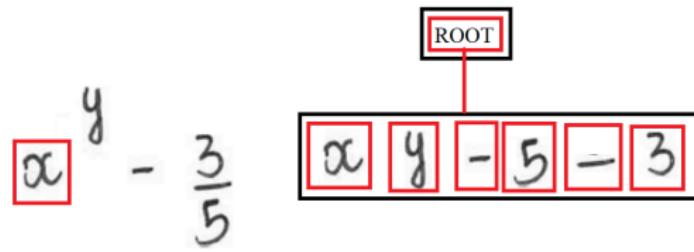
$$\boxed{x!^y} \times y!^x \quad \boxed{\frac{6\sqrt{3}}{4}} \quad \sum_{k=P_0}^P a_k x^k$$

**Hình:** Một số ký tự chủ đạo

## Ký tự chủ đạo

Ký tự chủ đạo là ký tự bắt đầu của một đường cơ sở, là ký tự nằm bên trái nhất mà không bị thống trị.

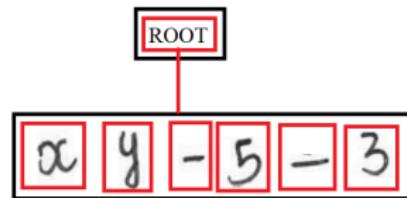
# Xác định ký tự trên đường cơ sở



**Hình:** Xác định ký tự trên đường cơ sở

Xác định ký tự trên đường cơ sở

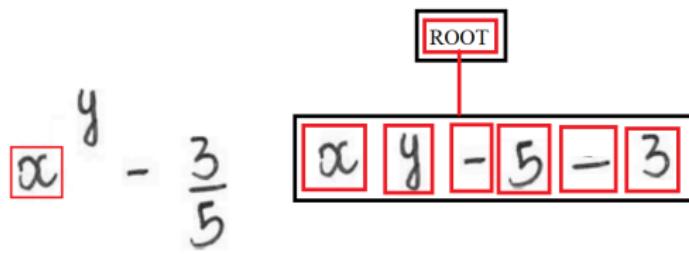
$$\boxed{x}^y - \frac{3}{5}$$



x y ↑

**Hình:** Xác định ký tự trên đường cơ sở

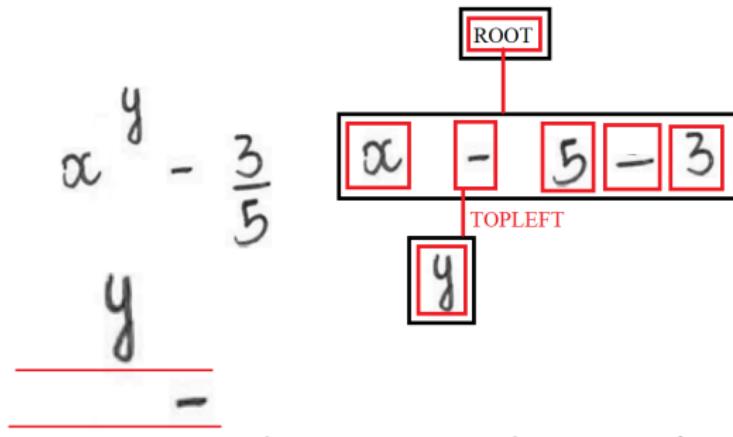
# Xác định ký tự trên đường cơ sở



$x$   $-$

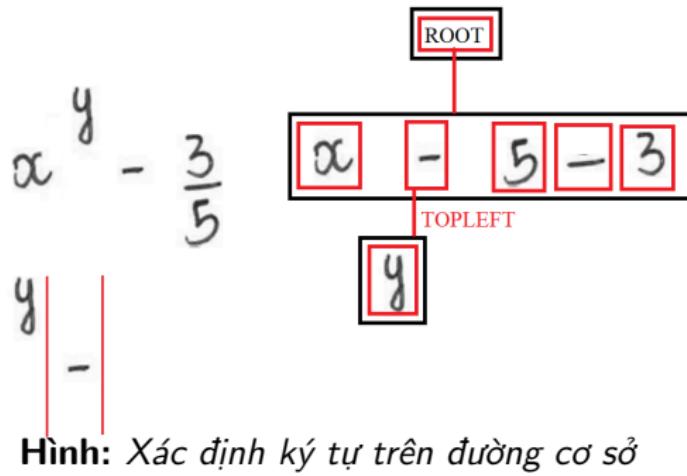
**Hình:** Xác định ký tự trên đường cơ sở

# Xác định ký tự trên đường cơ sở

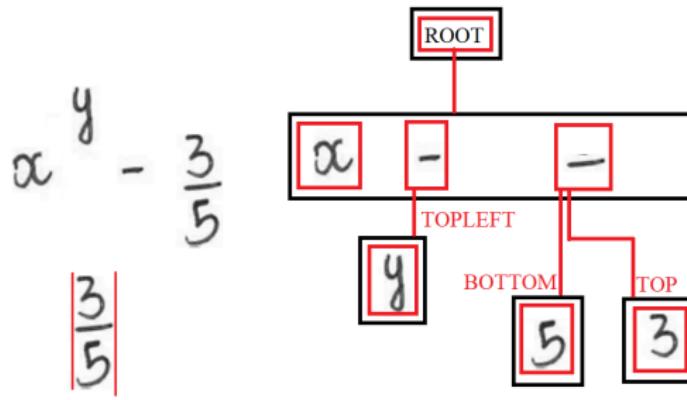


**Hình:** Xác định ký tự trên đường cơ sở

# Xác định ký tự trên đường cơ sở

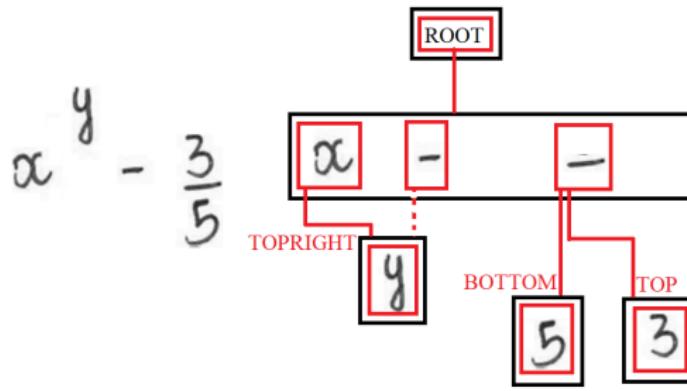


# Xác định ký tự trên đường cơ sở



**Hình:** Xác định ký tự trên đường cơ sở

# Tái phân vùng

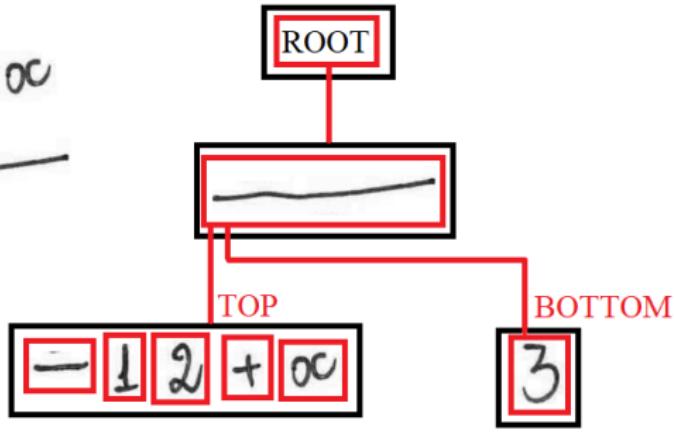


**Hình:** Tái phân vùng

# Xử lý nút con

$$\frac{1}{2} + 0c$$

3

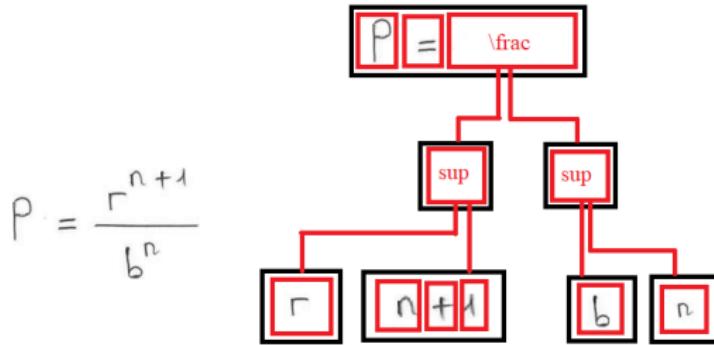


**Hình: Xử lý nút con**

## Xử lý nút con

Sau lần chạy đầu tiên thì các nút con mới chỉ là danh sách các ký tự, vì vậy cần xử lý từng nút con để thu được cây BST hoàn chỉnh.

# Sinh cây Lexed BST



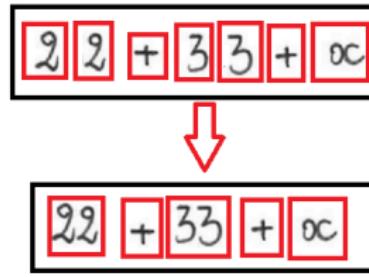
**Hình:** Một cây Lexed BST

## Cây Lexed - BST

- Mỗi nút là một đường cơ sở
- Liên kết giữa các nút biểu thị quan hệ về ngữ nghĩa toán học giữa các đường cơ sở.

# Sinh cây Lexed BST

22 + 33 + 0c



**Hình:** Nhóm các ký tự phù hợp

## Nhóm ký tự

- Các ký tự sẽ được nhóm lại phù hợp

# Sinh cây Lexed BST



**Hình:** Sử dụng các luật sinh để sinh cây Lexed BST

# Mục lục

- ① Giới thiệu
- ② Công trình liên quan
- ③ Mô hình đề xuất
- ④ Hiện thực và đánh giá
  - Chuẩn bị dữ liệu
  - Đánh giá kết quả
- ⑤ Tổng kết

## Xây dựng tập ký tự

Phát triển từ tập ký tự đã có từ đề tài QAK<sup>11</sup>.

Thông tin mô tả	QAK	Hiện tại
Số người tham gia	20	36
Số lượng nhãn	88	106
Số lượng ký tự	46197	52353

**Bảng:** Thông tin mô tả tập dữ liệu ký tự.

Các nhãn ký hiệu trong tập dữ liệu hiện tại:

0-9, a-z, A-Z, (, ), +, -, \*, /, =,  $\int$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$ ,  $\epsilon$ ,  $\theta$ ,  $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\pi$ ,  $\rho$ ,  $\sigma$ ,  $\phi$ ,  $\omega$ ,  $\Delta$ ,  $\Pi$ ,  $\Sigma$ ,  $\Phi$ ,  $\Omega$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\tan$ ,  $\log$ ,  $\lim$ ,  $\sqrt{\cdot}$ ,  $\rightarrow$ ,  $\geq$ ,  $\leq$ ,  $\forall$ ,  $\exists$ ,  $\in$ ,  $!$ ,  $\dots$ ,  $\div$ ,  $\neq$ ,  $\infty$ .

<sup>11</sup> Anh Nguyen Quoc and Khoa Nguyen Anh. Nhận dạng biểu thức toán học. 2016.

# Xây dựng tập ảnh biểu thức

- ① Chuẩn bị mẫu thu dữ liệu.



**Hình:** Mẫu thu dữ liệu biểu thứ.



# Xây dựng tập ảnh biểu thức

- ② Chuẩn bị biểu thức mẫu làm gợi ý cho người tham gia viết<sup>12</sup>.

1. $x = r \cos \theta$	1. $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$
2. $\cos \theta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$	2. $\frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^3 + \dots = \frac{1}{3}$
3. $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$	3. $H \in P$
4. $a = b \cos C + c \cos B$	4. $P^M P^N$
5. $P = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos A}$	5. $G \in X$
6. $\frac{1}{r^2} = \frac{1}{(R-m)^2} + \frac{1}{(R+m)^2}$	6. $M < N$
7. $\mathbf{x} = x \cos \theta + y \sin \theta$	7. $\forall x \in E \exists y \in E \text{ s.t. } xy$
8. $b = \cos B = \cos A$	8. $\exists M, R > 0$
9. $S = \left( \sum_{i=1}^n \theta_i - (n-2)\pi \right) r^2$	9. $\wp(x)$
10. $y^q + y + 1 = 0$	10. $x = \log_a b$
11. $a^x q^y = a^{x+y}$	11. $w_n = aq^{n-n_0}$
12. $\frac{151}{143} : 97$	12. $\frac{151}{143} : 97$

**Hình:** Ví dụ một biểu thức mẫu.

<sup>12</sup>CROHME: Competition on Recognition of Online Handwritten Mathematical Expressions. [http://www.isical.ac.in/~scrohme/CROHME\\_data.html](http://www.isical.ac.in/~scrohme/CROHME_data.html)



# Xây dựng tập ảnh biểu thức

- ③ Tập hợp biểu mẫu đã cho viết, mang đi scan.

Đoàn Thị Ngọc Nhung	
$1+2+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$	$\forall x \in E \exists y \in E x R y$
$\frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^3 + \dots = \frac{1}{3}$	$R > 0$
$H \in P$	$y(x)$
$P^\mu P_\mu$	$x = \log_a b$
Đoàn Thị Ngọc Nhung	
$1+2+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$	$\forall x \in E \exists y \in E x R y$
$\frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^3 + \dots = \frac{1}{3}$	$R > 0$
$\mu \in P$	$y(x)$
$P^\mu P_\mu$	$x = \log_a b$
$G \in X$	$\mu_0 = \alpha_0^{x_0}$
$H \in N$	$f(x) + g(x) = h(x)$

**Hình:** Mẫu đã được điền và scan.



# Xây dựng tập ảnh biểu thức

- ❸ Sử dụng đoạn mã Matlab<sup>13</sup> để tạo ảnh đầu vào quá trình huấn luyện.

$$\frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^3 + \dots = \frac{1}{3}$$

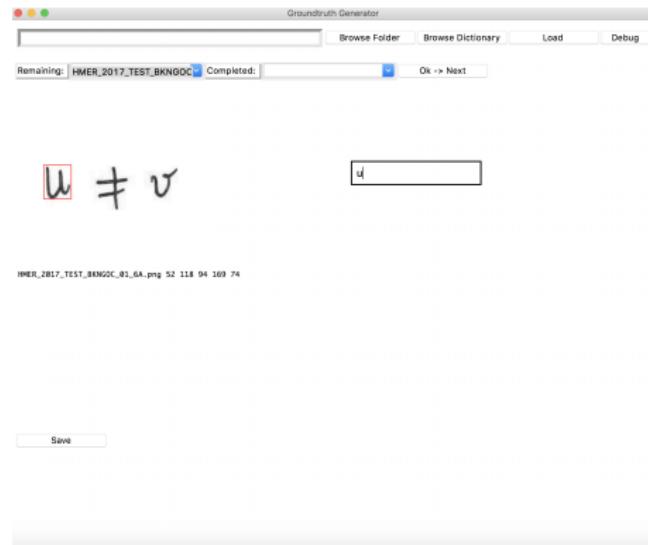
**Hình:** Ví dụ một ảnh là input cho quá trình huấn luyện.

<sup>13</sup> Anh Nguyen Quoc and Khoa Nguyen Anh. Nhận dạng biểu thức toán học. 2016.



# Xây dựng tập ảnh biểu thức

- ⑤ Xây dựng bộ nhãn và vị trí bounding box của từng ký tự trong các ảnh đầu vào.



**Hình:** Giao diện công cụ hỗ trợ quá trình gán nhãn và xác định bounding box.



## Thông tin mô tả

- Số người tham gia: khoảng 88
- Số lượng ảnh: 2256. Trong đó có 1746 ảnh dùng cho training, 138 ảnh dùng cho quá trình validation và 372 ảnh để test.
- Số loại biểu thức: khoảng 552
- Số người gán nhãn: 3

Thông tin thêm	Tập huấn luyện	Tập kiểm tra
Tổng số ký tự	13697	2237
Chiều dài trung bình của biểu thức	$\approx 8$	$\approx 6$
Kích thước trung bình của ký tự	$24 \times 29$	$31 \times 41$

**Bảng:** Thông tin mô tả hai tập dữ liệu dùng cho huấn luyện và kiểm tra.



# Nhắc lại 4 phiên bản thử nghiệm

Phiên bản	I	II	III	IV
Kích thước ảnh đầu vào	300x300	300x300	500x500	500x500
Kích thước default boxes <sup>14</sup>	(20,90)	(8,50)	(8,50)	(8,50)
Số lượng default boxes	8732	8732	24148	24024

**Bảng:** Sự khác nhau giữa 4 phiên bản thử nghiệm.

<sup>14</sup>Kích thước default box được quy định bởi bộ 2 thông số: (max\_ratio, min\_ratio) 

# Đánh giá định tính

	$1 + \boxed{2} + \boxed{3} + 4$	$1 \boxed{\text{add}} \quad \boxed{2} + 3 \boxed{\text{add}} \quad \boxed{4}$
Phiên bản I	Phiên bản II	
Phiên bản III	Phiên bản IV	
		$1 \boxed{\text{add}} \quad \boxed{2} \quad \boxed{3} \quad \boxed{4}$

**Hình:** Kết quả nhận diện của 4 phiên bản thử nghiệm.



# Đánh giá định tính

$$E = \frac{1}{2} k \overset{b}{\boxed{oc}}^2 - F_{oc}$$

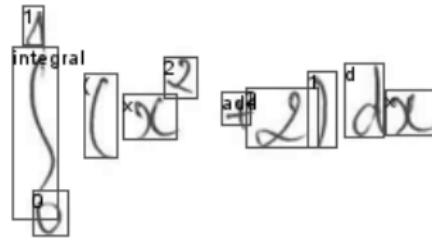
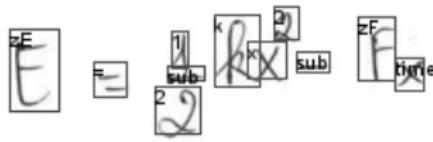
$$E = \frac{1}{2} k \overset{b}{\boxed{oc}}^2 - F_{oc}$$

	Phiên bản I	Phiên bản II
Phiên bản III		
Phiên bản IV		
E = $\frac{1}{2} k \overset{b}{\boxed{oc}}^2 - F_{oc}$	E = $\frac{1}{2} k \overset{b}{\boxed{oc}}^2 - F_{oc}$	

**Hình:** Kết quả nhận diện của 4 phiên bản thử nghiệm.

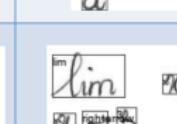


# Đánh giá định tính



**Hình:** Kết quả nhận diện phiên bản IV trên ký tự nhỏ.

### Danh giá định tính

	$\sin x = \frac{1}{2} \sin \theta$ $\cos x = \frac{1}{2} \cos \theta$	$\log_{\frac{1}{2}} x = -\log_2 x$	
	$\frac{1}{4} + \frac{2}{3}$	$\pi \approx \frac{\alpha}{6} + y$	
		$f(g(x)) = g(f(x))$	$(M_1 M_3)$
	$y_0 = G(x_0) = \frac{1}{4}$	$n \log_2 (3)$	$52 \cdot 345$

**Hình:** Một số ảnh kết quả sau quá trình nhận dạng của phiên bản IV.



# Đánh giá định lượng

- Điều kiện đánh giá

- Cùng tập ảnh test gồm 372 ảnh.
- Chỉ số đánh giá: *mAP*.
- Máy chạy đánh giá: Ubuntu 14.04 LTS, Intel Core i5- 2500M 3.30GHz, 8GB RAM.

- Kết quả

phiên bản	I	II	III	IV
<i>mAP</i>	≈0.58	≈0.51	≈0.64	≈0.65
Số lượng ký tự nhận dạng được	1581	1054	1837	1920
Số file ảnh không xử lý được	4/372	8/372	0/372	0/372

Bảng: Kết quả *mAP* của 4 phiên bản thử nghiệm.



# Công thức tính chỉ số mAP

Tính precision cho từng nhãn theo công thức<sup>15</sup>:

$$\text{precision} = \frac{TP}{TP + FP}, \quad (1)$$

với *TP* được viết tắt từ *TruePositive*<sup>16</sup> và *FP* từ *FalsePositive*<sup>17</sup>.

Tính trọng số của từng nhãn trong tập dữ liệu kiểm tra theo công thức:

$$\text{class\_weight}_i = \frac{N_i}{\sum_{u=0}^{106} N_u}, \quad (2)$$

với *N<sub>i</sub>* là số lượng ký tự thuộc nhãn *i*.

mAP là trung bình có trọng số giữa *precision* và *class\_weight*.

---

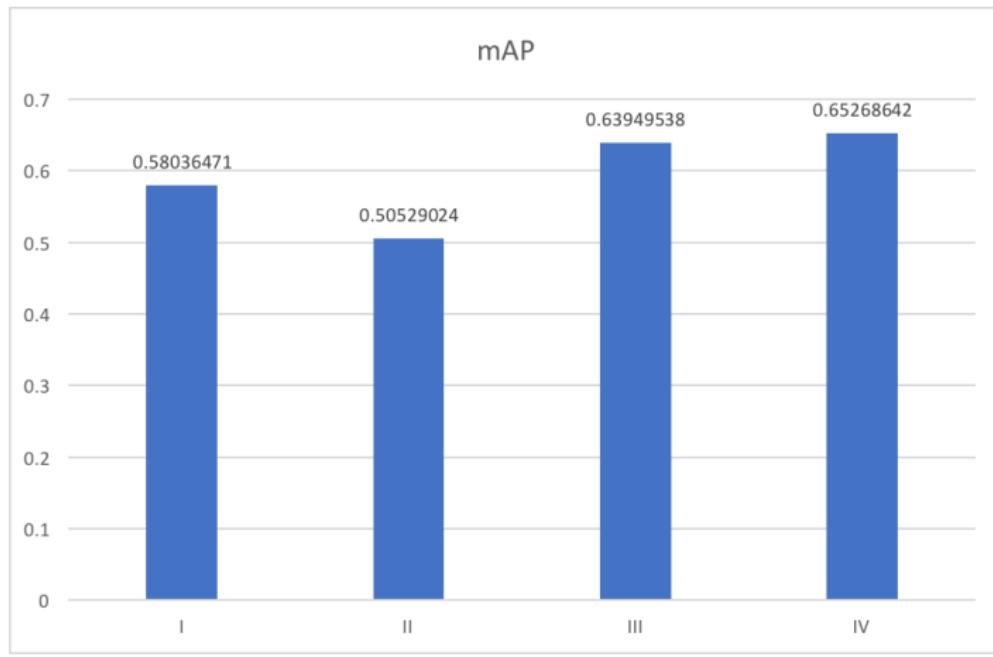
<sup>15</sup>WIKIPEDIA. [https://en.wikipedia.org/wiki/Precision\\_and\\_recall](https://en.wikipedia.org/wiki/Precision_and_recall).

<sup>16</sup>WIKIPEDIA. [https://en.wikipedia.org/wiki/Precision\\_and\\_recall](https://en.wikipedia.org/wiki/Precision_and_recall).

<sup>17</sup>WIKIPEDIA. [https://en.wikipedia.org/wiki/Precision\\_and\\_recall](https://en.wikipedia.org/wiki/Precision_and_recall).



# Kết quả



**Hình:** Trực quan kết quả mAP cho 4 phiên bản thử nghiệm.



# Mục lục

- ① Giới thiệu
- ② Công trình liên quan
- ③ Mô hình đề xuất
- ④ Hiện thực và đánh giá
- ⑤ Tổng kết
  - Ưu điểm
  - Nhược điểm
  - Những điều đã làm được
  - Hướng phát triển

# Ưu điểm

- Hệ thống có thể nhận diện được ký tự ở nhiều kích thước khác nhau.
- Nhận diện được nhiều biểu thức mà nếu chỉ dùng kỹ thuật phân vùng thì khó có thể làm được (ví dụ như biểu thức có ký tự dính nhau).
- Nhận diện được nhiều loại ký tự.

# Nhược điểm

- Vẫn còn sai sót trong việc gán nhãn ký tự.
- Tốc độ xử lý một ảnh còn chậm.
- Bộ phân tích cú pháp đơn giản.
- Các ký tự overlap nhau dễ bị bỏ sót (dấu căn).

# Những điều đã làm được

- Xây dựng tập dữ liệu ký tự và biểu thức.
- Cải tiến mạng SSD gốc để phát hiện và nhận dạng được những đối tượng có kích thước nhỏ, cụ thể là ký tự toán học viết tay.
- Hiện thực bộ parser dựa trên lý thuyết của Zanibbi<sup>18</sup>.

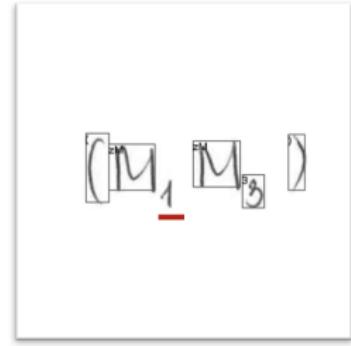
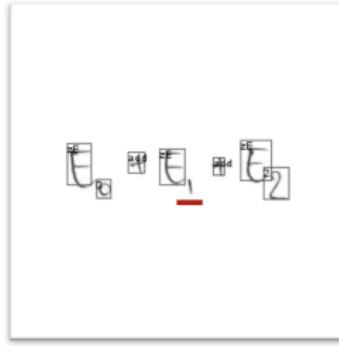
---

<sup>18</sup> Richard Zanibbi, Dorothea Blostein, and James Cordy. "Recognizing mathematical expressions using tree transformation". In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 24.11 (Nov. 2002), pp. 1455 –1467. DOI: [10.1109/TPAMI.2002.1046157](https://doi.org/10.1109/TPAMI.2002.1046157).



# Phát triển tập dữ liệu biểu thức

- Sử dụng phiên bản IV để kiểm tra.
- Hai ảnh cụ thể trong 372 ảnh test không nhận được chỉ số dưới, cụ thể số 1.

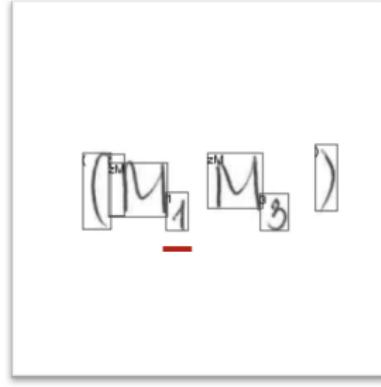
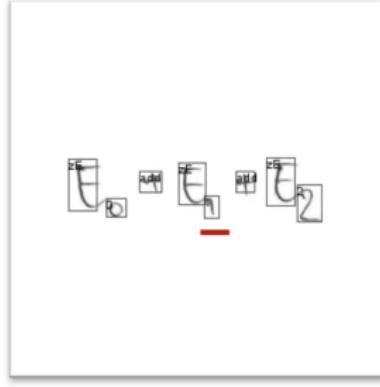


**Hình:** Trường hợp không nhận được chỉ số dưới.

# Phát triển tập dữ liệu biểu thức

## Giải pháp

Bổ sung mẫu biểu thức chứa cụ thể  $E_1$  và  $M_1$  vào tập huấn luyện. Cụ thể, tăng cường 96 ảnh vào tập huấn luyện và 24 ảnh để test.



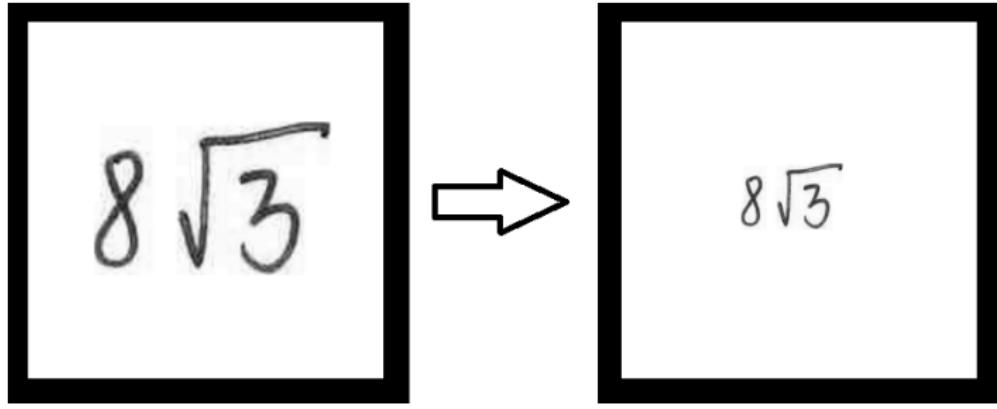
**Hình:** Kết quả nhận dạng sau khi được huấn luyện với dữ liệu bổ sung.



# Khắc phục lỗi nhận dạng sai ở ký tự lớn

## Giải pháp

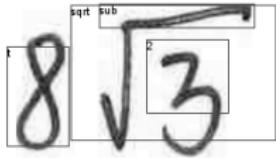
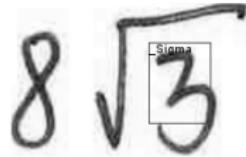
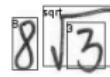
Thu nhỏ nội dung ảnh.



**Hình:** Ví dụ thu nhỏ ảnh.

# Khắc phục lỗi nhận dạng sai ở ký tự lớn

Mô hình I

Mô hình IV  
Dùng ảnh gốcMô hình IV  
Dùng ảnh thu nhỏ

**Hình:** Kết quả thu được sau khi thu nhỏ nội dung ảnh.

# Hướng phát triển khác

- Những điều cần kiểm tra:

- Ảnh chứa đựng các ký tự nghiêng.
- Ảnh có nhiễu.
- Ảnh với nền khác màu trắng.
- Ảnh chụp thay vì scan.

- Những điều cần hoàn thiện:

- Thêm phần hậu xử lý ở các giai đoạn nhận diện ký tự và sinh cây Lexed - BST.
- Cải thiện khả năng nhận diện các ký tự có aspect ratio đặc biệt.
- Tối ưu hoá bộ phân tích cú pháp.

# Demo

# Demo

# Tham khảo

- Cho, Kyunghyun et al. "On the properties of neural machine translation: Encoder-decoder approaches". In: *arXiv preprint arXiv:1409.1259* (2014).
- He, Wenhao et al. "Context-aware mathematical expression recognition: An end-to-end framework and a benchmark". In: *Pattern Recognition (ICPR), 2016 23rd International Conference on*. IEEE. 2016, pp. 3246–3251.
- LeCun, Yann et al. "Gradient-based learning applied to document recognition". In: *Proceedings of the IEEE 86.11* (1998), pp. 2278–2324.
- Liu, Wei et al. "SSD: Single shot multibox detector". In: *European conference on computer vision*. Springer. 2016, pp. 21–37.

## Online Handwritten

Mathematical Expressions, CROHME: Competition on Recognition of.  
[http://www.isical.ac.in/~scrohme/CROHME\\_data.html](http://www.isical.ac.in/~scrohme/CROHME_data.html).

Quoc, Anh Nguyen and Khoa Nguyen Anh. *Nhận dạng biểu thức toán học*. 2016.

Cảm ơn quý thầy cô và các bạn!

# Phụ lục

## Phụ lục

# Mẫu thu ký tự

Name: Pečený čísla, Ngữ Ngạn, Nhograms Mathematical Symbols Collection											
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
sin	sín										
cos	cos	cos	cos	cos	cos	cos	cos	cos	cos	cos	cos
tan	tan	tan	tan	tan	tan	tan	tan	tan	tan	tan	tan
log	log	log	log	log	log	log	log	log	log	log	log
lim	lim	lim	lim	lim	lim	lim	lim	lim	lim	lim	lim
$\sqrt{\phantom{x}}$	$\sqrt{\phantom{x}}$	$\sqrt{\phantom{x}}$	$\sqrt{\phantom{x}}$	$\sqrt{\phantom{x}}$	$\sqrt{\phantom{x}}$	$\sqrt{\phantom{x}}$	$\sqrt{\phantom{x}}$	$\sqrt{\phantom{x}}$	$\sqrt{\phantom{x}}$	$\sqrt{\phantom{x}}$	$\sqrt{\phantom{x}}$
$\rightarrow$	$\rightarrow$	$\rightarrow$	$\rightarrow$	$\rightarrow$	$\rightarrow$	$\rightarrow$	$\rightarrow$	$\rightarrow$	$\rightarrow$	$\rightarrow$	$\rightarrow$
$\geq$	$\geq$	$\geq$	$\geq$	$\geq$	$\geq$	$\geq$	$\geq$	$\geq$	$\geq$	$\geq$	$\geq$
$\leq$	$\leq$	$\leq$	$\leq$	$\leq$	$\leq$	$\leq$	$\leq$	$\leq$	$\leq$	$\leq$	$\leq$
$\forall$	$\forall$	$\forall$	$\forall$	$\forall$	$\forall$	$\forall$	$\forall$	$\forall$	$\forall$	$\forall$	$\forall$
$\exists$	$\exists$	$\exists$	$\exists$	$\exists$	$\exists$	$\exists$	$\exists$	$\exists$	$\exists$	$\exists$	$\exists$
$=$	$=$	$=$	$=$	$=$	$=$	$=$	$=$	$=$	$=$	$=$	$=$
$!$	$!$	$!$	$!$	$!$	$!$	$!$	$!$	$!$	$!$	$!$	$!$
$,$	$,$	$,$	$,$	$,$	$,$	$,$	$,$	$,$	$,$	$,$	$,$
$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
$\neq$	$\neq$	$\neq$	$\neq$	$\neq$	$\neq$	$\neq$	$\neq$	$\neq$	$\neq$	$\neq$	$\neq$
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$

Hình: Ví dụ một mẫu thu ký tự đã được viết.



# Cấu trúc mạng VGG16



**Hình: Cấu trúc mạng VGG16**

# Những lỗi sai của hệ thống nhận dạng

Ảnh đầu vào

$$p = 2 \times l - q$$

$$p = 2 \times l - q$$

$$y = 2x$$

Ảnh sau bước nhận dạng

$$\boxed{p} = \boxed{2} \boxed{\times} \boxed{l} = \boxed{q}$$

$$\boxed{p} = \boxed{2} \boxed{\times} \boxed{l} = \boxed{q}$$

$$\boxed{y} = \boxed{2} \boxed{x}$$

Ảnh sau bước phân tích cấu trúc

$$p = 2 \times k - q$$

$$p = 2 \times 1 - q$$

$$y = 2x$$

**Hình:** Trường hợp sinh chuỗi Latex sai khi biểu thức chứa các ký tự có chân.

# Những lỗi sai của hệ thống nhận dạng

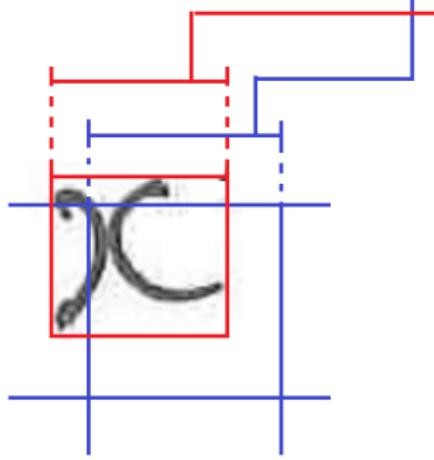
Ảnh đầu vào	Ảnh sau bước nhận dạng	Ảnh sau bước phân tích cấu trúc
$4\pi^2 aR$	$4\pi^2 aR$	$4\pi^2 ak$
$S^{4m+1}$	$S^{4m+1}$	$3^{4m+1}$
$h \rightarrow \infty$	$h \Rightarrow \infty$	$h - \infty$

**Hình:** Trường hợp hệ thống gán nhãn cho những ký tự có nét tương tự nhau.

# Mục tiêu huấn luyện - "Hệ quy chiếu" ?

Width:

$$\hat{g}^w = \log \left( \frac{g^w}{d^w} \right)$$

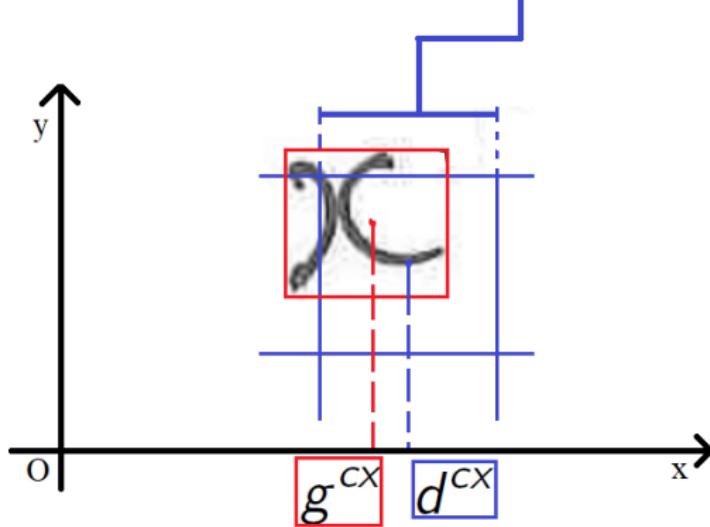


**Hình:** Độ lệch về kích thước



Mục tiêu huấn luyện - "Hệ quy chiếu" ?

$$\hat{g}^{cx} = (g^{cx} - d^{cx}) / d^w$$



**Hình:** Độ lệch về vị trí trọng tâm



# Mục tiêu huấn luyện

## Mục tiêu huấn luyện

- Cực tiểu chênh lệch về vị trí.
- Cực đại độ tin cậy của nhãn.