

Nhận dạng biểu thức toán học

Đại học Bách Khoa Thành phố Hồ Chí Minh

Khoa Khoa Học và Kỹ Thuật Máy Tính

{phantanphuc2512, buikhanhngoc142}@gmail.com

Luận văn tốt nghiệp đại học

Hội đồng : Khoa học máy tính

Giảng viên hướng dẫn : TS. LÊ Thành Sách

Giảng viên phản biện : TS. Nguyễn Đức Dũng

Nhóm sinh viên thực hiện : Phan Tân Phúc - 51303058

Bùi Khánh Ngọc - 51302567

Overview

① Giới thiệu

② Công trình liên quan

③ Mô hình đề xuất

④ Hiện thực và đánh giá

⑤ Tổng kết

Overview

① Giới thiệu

② Công trình liên quan

③ Mô hình đề xuất

④ Hiện thực và đánh giá

⑤ Tổng kết

Overview

- ① Giới thiệu
- ② Công trình liên quan
- ③ Mô hình đề xuất
- ④ Hiện thực và đánh giá
- ⑤ Tổng kết

Overview

- ① Giới thiệu
- ② Công trình liên quan
- ③ Mô hình đề xuất
- ④ Hiện thực và đánh giá
- ⑤ Tổng kết

Overview

- ① Giới thiệu
- ② Công trình liên quan
- ③ Mô hình đề xuất
- ④ Hiện thực và đánh giá
- ⑤ Tổng kết

Mục lục

① Giới thiệu

- Đặt vấn đề
- Mục tiêu đề tài
- Lý do chọn đề tài

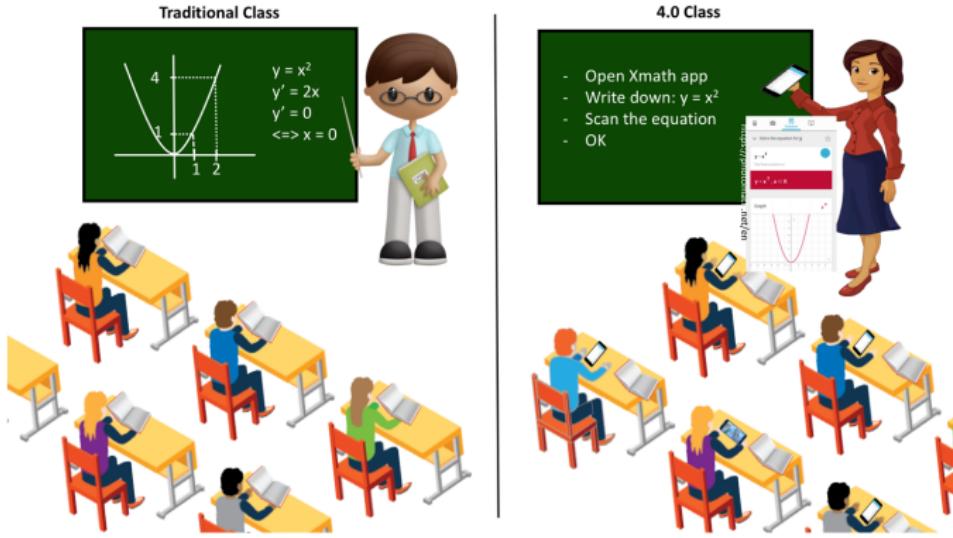
② Công trình liên quan

③ Mô hình đề xuất

④ Hiện thực và đánh giá

⑤ Tổng kết

Đặt vấn đề



Hình: *Ứng dụng của công nghệ trong giáo dục.*



Mục tiêu đề tài

- Nhận dạng biểu thức toán học dạng offline¹.
- Chuyển biểu thức từ dạng hình ảnh sang dạng Latex.

¹Nhận dạng từ hình ảnh.

Mục tiêu đề tài

- Nhận dạng biểu thức toán học dạng offline¹.
- Chuyển biểu thức từ dạng hình ảnh sang dạng Latex.

¹Nhận dạng từ hình ảnh.

Lý do chọn đề tài

- Thách thức khi thực hiện đề tài:
 - Làm sao để nhận diện được từng ký hiệu?
 - Làm cách nào nhận dạng cả một biểu thức?
 - Có thể khắc phục được những khuyết điểm trong công trình nhận dạng biểu thức toán học của nhóm sinh viên đi trước.
 - Có thể tạo ra được sản phẩm hoàn thiện như PhotoMath²
 - ...
- Động lực tiến hành khi áp dụng kiến thức đã học để tạo ra một sản phẩm hữu ích cho xã hội và tự mình có thể sử dụng.

²Một ứng dụng nhận dạng biểu thức toán học

Mục lục

① Giới thiệu

② Công trình liên quan

- Watch, Attend and Parse
- Context-aware Recognition
- Watch, Attend and Parser và Context-aware Recognition
- QAK

③ Mô hình đề xuất

④ Hiện thực và đánh giá

⑤ Tổng kết

Watch, Attend and Parser³

Phương pháp

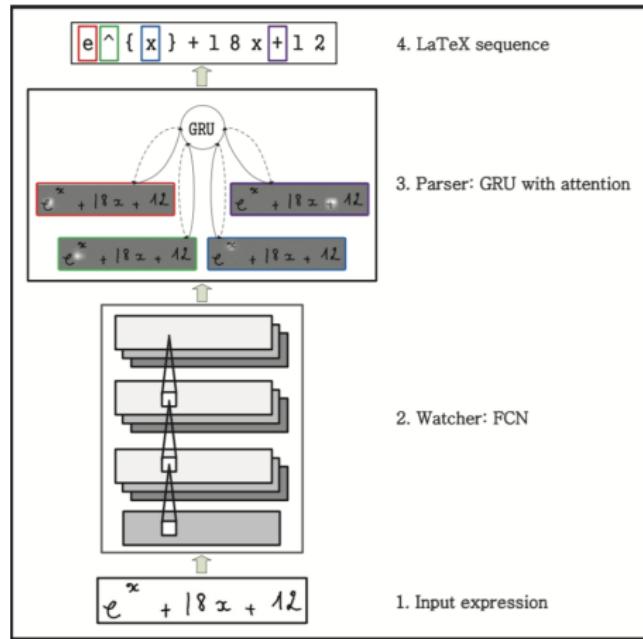
- **Watcher** là mạng nơron tích chập đầy đủ- FCN^a mã hoá ảnh đầu vào (bộ 9 ảnh bao gồm 1 ảnh gốc và ảnh 8 hướng) tạo ra đặc trưng ứng với từng pixel của ảnh gốc.
- **Parser** là kiến trúc mạng GRU^b nhận các vectơ đặc trưng được sinh ra từ **Watcher**, kết hợp cơ chế **Attention** do nhóm tác giả đề xuất để sinh ra chuỗi Latex.

^aFully convolutional network

^bKyunghyun Cho et al. "On the properties of neural machine translation: Encoder-decoder approaches". In: *arXiv preprint arXiv:1409.1259* (2014).

³Jianshu Zhang et al. "Watch, Attend and Parse: An End-to-end Neural Network Based Approach to Handwritten Mathematical Expression Recognition". In: *Pattern Recognition* (2017).

Watch, Attend and Parse



Hình: Hình minh họa các bước thực hiện của phương pháp Watch, Attend and Parser.



Context-aware Recognition⁴

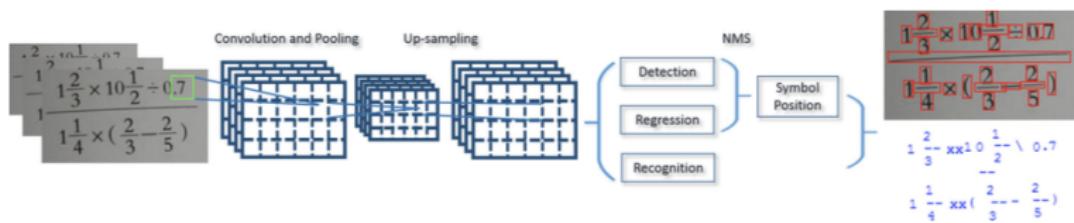
Phương pháp

Ảnh đầu vào sẽ qua một số lớp tích chập và pooling để tạo ra một feature map. Feature map này là input cho 3 nhiệm vụ bên dưới. Cụ thể, giả sử một điểm i được cho đặt tại toạ độ (w_i, h_i) của feature map đầu vào.

- **Nhiệm vụ phát hiện** (Detection task) sẽ cho ra một con số s thể hiện độ tin cậy một ký hiệu được đặt tại i .
- **Nhiệm vụ hồi quy** (Regression task) cho ra một vec-tor 4 chiều x_1, y_1, x_2, y_2 thể hiện thông tin về bounding box của ký hiệu được đặt tại i .
- **Nhiệm vụ nhận dạng** (Recognition task) gán nhãn cho ký hiệu đặt tại i cùng với xác suất của nhãn đó.

⁴Wenhao He et al. "Context-aware mathematical expression recognition: An end-to-end framework and a benchmark". In: *Pattern Recognition (ICPR), 2016 23rd International Conference on*. IEEE. 2016, pp. 3246–3251.

Context-aware Recognition



Hình: Mô hình học được đề xuất⁵.

⁵ Wenhao He et al. "Context-aware mathematical expression recognition: An end-to-end framework and a benchmark". In: *Pattern Recognition (ICPR), 2016 23rd International Conference on*. IEEE. 2016, pp. 3246–3251.

Watch, Attend and Parser và Context-aware Recognition

Đánh giá

Cả 2 phương pháp đều tận dụng được thông tin cấu trúc 2 chiều của biểu thức toán học qua quá trình nhận dạng bằng cách sử dụng một lớp mạng CNN để tạo ra đặc trưng từ ảnh biểu thức đầu vào, thay vì sử dụng cách phương pháp phổ biến trong phân tách ký tự như phân tích hình chiểu^a, phân tích thành phần liên thông^b. Do đó, hạn chế lỗi do quá trình nhận dạng ký tự gây ra ảnh hưởng đến kết quả sau cùng của bài toán.

^aThuật ngữ tiếng Anh: projection cutting

^bThuật ngữ tiếng Anh: connected component analysis

QAK⁶

Phương pháp

- **Tiền xử lý:** chuyển ảnh đầu vào về ảnh xám, khử nhiễu bằng bộ lọc Guass, thực hiện chuyển về ảnh nhị phân và phân tích thành phần liên thông để tăng cường chất lượng , hỗ trợ bước phân đoạn.
- **Phân đoạn ảnh:** dùng kỹ thuật phân tích hình chiếu và phân tích thành phần liên thông để tách ảnh đầu vào thành những mảnh ảnh chỉ chứa một ký tự.

⁶Anh Nguyen Quoc and Khoa Nguyen Anh. Nhận dạng biểu thức toán học. 2016.



QAK

Phương pháp

- **Nhận dạng:** sử dụng kiến trúc mạng được chỉnh sửa thì Lenet- 5^a để học nhận dạng ký tự.
- **Phân tích cú pháp:** tạo ra các dãy ký hiệu có khả năng là kết quả của ảnh đầu vào, áp dụng tập luật văn phạm phi ngữ cảnh do các tác giả đề xuất để chọn ra kết quả có độ tin tưởng cao nhất.

^aYann LeCun et al. "Gradient-based learning applied to document recognition". In: *Proceedings of the IEEE 86.11* (1998), pp. 2278–2324.

Dánh giá

Hệ thống của nhóm tác giả vẫn còn một số vấn đề sau:

- Phương pháp phân tích hình chiêu gấp vẫn đề với những ký tự dính nhau, overlap nhau.
- Chưa giải quyết được với những biểu thức mà ký tự có chỉ số trên hoặc chỉ số dưới.

Mục lục

① Giới thiệu

② Công trình liên quan

③ Mô hình đề xuất

- Lý thuyết mạng SSD
- Xây dựng các phiên bản
- Phân tích cấu trúc

④ Hiện thực và đánh giá

⑤ Tổng kết

Mô hình đề xuất

Mô hình đề xuất

- Mạng SSD - Single Shot Multibox Detector
- DRACULAE - Diagram Recognition Application for Computer Understanding of Large Algebraic Expressions

Lý thuyết mạng SSD

Lý thuyết mạng SSD

Lý thuyết mạng SSD

SSD⁷ sinh ra một số lượng hữu hạn các **default box** được xem là các "hệ quy chiếu" để hệ thống có thể xác định vị trí và kích thước các ký tự cần nhận diện. Thông qua quá trình huấn luyện, mạng cần phải học cách dự đoán các **bounding box** bọc quanh ký tự cần nhận diện thông qua "hệ quy chiếu" tương ứng bên trên.

SSD⁸ sử dụng các lớp tích chập (hay cụ thể hơn là mạng nơ-ron tích chập) để trích đặc trưng, tạo tiền đề cho việc phát hiện và phân loại ký tự.

⁷Wei Liu et al. "SSD: Single shot multibox detector". In: *European conference on computer vision*. Springer. 2016, pp. 21–37.

⁸Wei Liu et al. "SSD: Single shot multibox detector". In: *European conference on computer vision*. Springer. 2016, pp. 21–37.

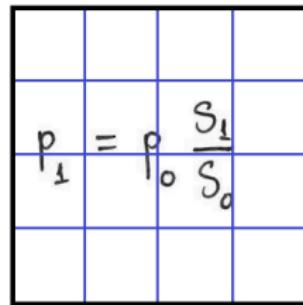
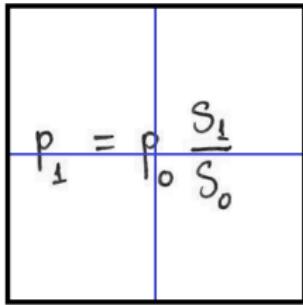


Bộ Mã Hóa (Encoder)

Bộ mã hóa có nhiệm vụ match các bounding box của ground truth vào các default box đã sinh được để tạo ra dữ liệu hệ thống có thể sử dụng cho quá trình huấn luyện.

- Dữ liệu đầu vào: Danh sách bounding box của ground truth.
- Dữ liệu đầu ra: Danh sách default box đã match với các bounding box tương ứng.

Bộ Mã Hóa (Encoder) - Sinh Default Box

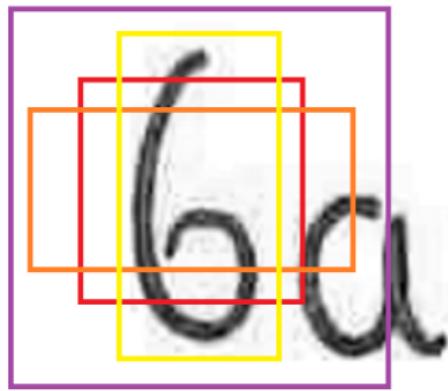


Hình: Các default box với mức kích thước khác nhau

Sinh Default Box

- Các default box được sinh cách đều nhau với nhiều mức kích thước khác nhau.
- Tham số: Số mức scale, kích thước của default box trong mỗi mức scale, số lượng default box trong mỗi mức kích thước và số lượng aspect ratio cho default box.

Bộ Mã Hóa (Encoder) - Sinh Default Box

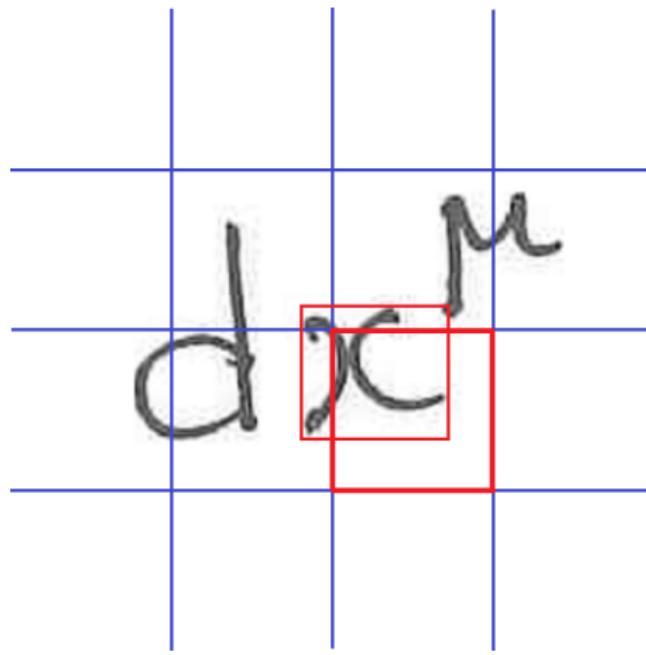


Hình: Tại mỗi vị trí, nhiều default box được sinh ra với tỉ lệ kích thước khác nhau

Aspect Ratio

- Tại mỗi vị trí, Encoder sinh ra nhiều default box với tỉ lệ kích thước khác nhau.

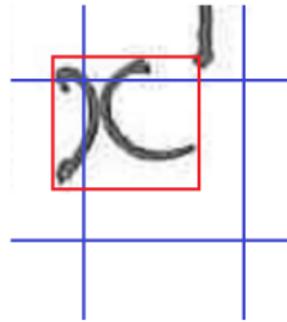
Bộ Mã Hóa (Encoder) - Matching



Hình: Quá trình matching

Bộ Mã Hóa (Encoder) - Matching

$$J(A, B) = \frac{A \cap B}{A \cup B}$$

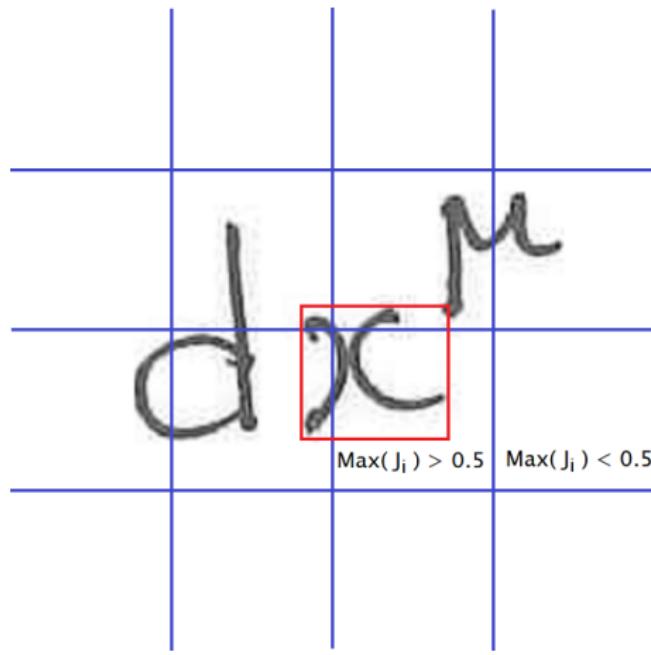


Hình: Chỉ số Jaccard⁹

⁹Paul Jaccard. "Distribution de la Flore Alpine dans le Bassin des Dranses et dans quelques régions voisines." In: 37 (Jan. 1901), pp. 241–72.

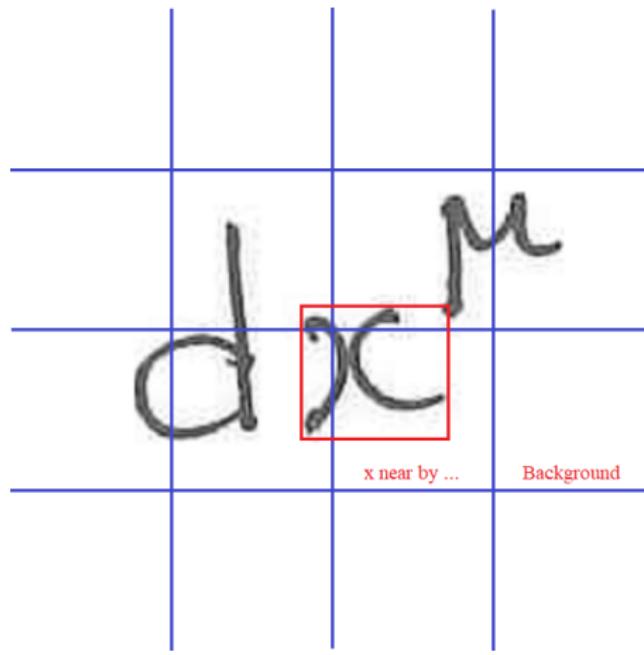


Bộ Mã Hóa (Encoder) - Matching



Hình: Quá trình matching

Bộ Mã Hóa (Encoder) - Matching



Hình: Quá trình matching

Bộ phát hiện, phân loại

Bộ phận này có nhiệm vụ trích đặc trưng ảnh thô đầu vào, tạo ra các feature map ứng với nhiều mức kích thước khác nhau để từ đó tiến hành phát hiện, phân loại các ký tự.

- Dữ liệu đầu vào: Ảnh cần nhận diện, danh sách default box đã match với các bounding box tương ứng (đối với quá trình huấn luyện).
- Dữ liệu đầu ra: Danh sách bounding box dự đoán tương ứng với mỗi default box.

Bộ phát hiện, phân loại - Mạng cơ sở

Mạng cơ sở của SSD¹⁰ là một mạng nơron tích chập bất kỳ, có thể là VGGSimonyan and Zisserman, “Very Deep Convolutional Networks for Large-Scale Image Recognition” hoặc lenetLeCun et al., “Gradient-based learning applied to document recognition”,...

Khi kết hợp với mạng SSD¹¹, các lớp liên kết đầy đủ của mạng nơ-ron tích chập sẽ được thay thế bằng các lớp tích chập khác và song hành là các bước trích feature map để dự đoán vị trí, kích thước của các ký tự.

¹⁰Wei Liu et al. “SSD: Single shot multibox detector”. In: *European conference on computer vision*. Springer. 2016, pp. 21–37.

¹¹Wei Liu et al. “SSD: Single shot multibox detector”. In: *European conference on computer vision*. Springer. 2016, pp. 21–37.

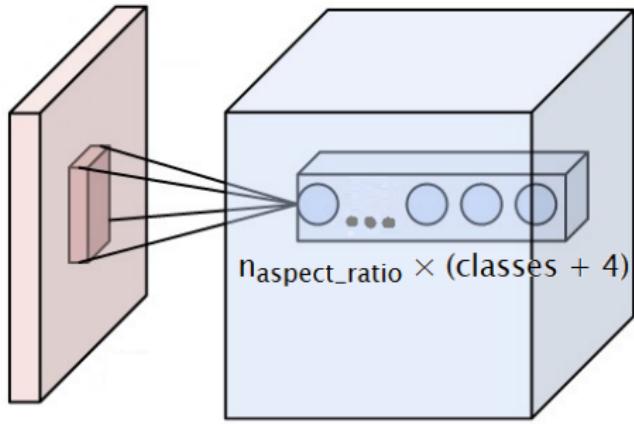


Bộ phát hiện, phân loại - Trích xuất feature map

Sinh Default Box

- Các default box được sinh cách đều nhau với nhiều mức kích thước khác nhau.
- Tham số: Số mức scale, kích thước của default box trong mỗi mức scale, số lượng default box trong mỗi mức kích thước và số lượng aspect ratio cho default box.

Bộ phát hiện, phân loại - Dự đoán



Hình: Phép tích chập để sinh bounding box

Sinh bounding box

Với mỗi feature map trích ra được, hệ thống sẽ có một lớp tích chập tương ứng để đưa ra dự đoán. Mỗi vùng ảnh được kernel trượt qua sẽ tương ứng với một số dự đoán (ứng với các tỉ lệ bounding box khác nhau).

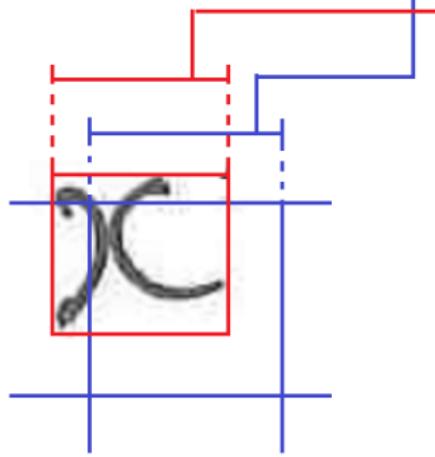
Mục tiêu huấn luyện

Bộ phận này có nhiệm vụ tính giá trị lỗi giữa ground truth và bounding box dự đoán được, từ đó thực hiện quá trình lan truyền ngược. Giá trị lỗi gồm 02 thành phần: Lỗi về vị trí và Lỗi về độ tin cậy.

Mục tiêu huấn luyện

Width:

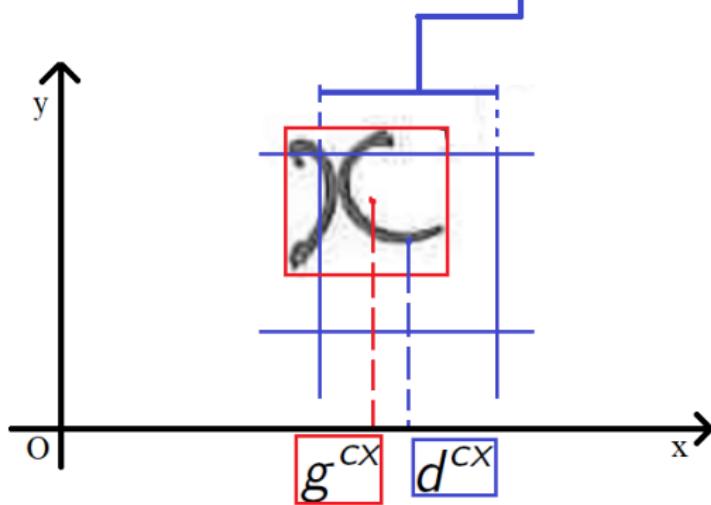
$$\hat{g}^w = \log \left(\frac{g^w}{d^w} \right)$$



Hình: Độ lệch về kích thước

Mục tiêu huấn luyện

$$\hat{g}^{cx} = (g^{cx} - d^{cx})/d^w$$



Hình: Độ lệch về vị trí trọng tâm



Mục tiêu huấn luyện

Mục tiêu huấn luyện

- Cực tiểu chênh lệch về vị trí.
- Cực đại độ tin cậy của nhãn.

Bộ giải mã (Decoder)

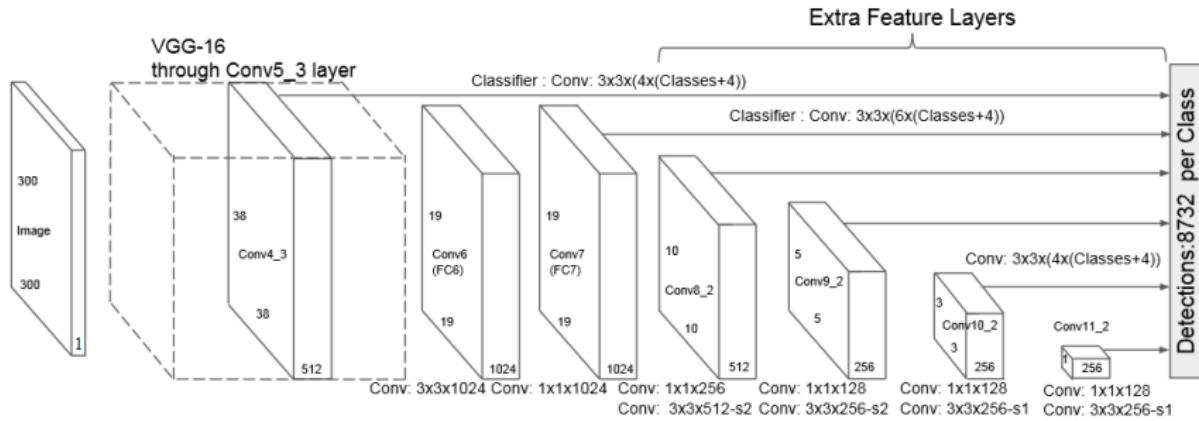
Bộ phận này có nhiệm vụ chuyển dữ liệu của các bounding box từ độ lệch so với default box sang dữ liệu có dạng (w, h, x, y).

- Dữ liệu đầu vào: Độ lệch giữa bounding box dự đoán với default box tương ứng.
- Dữ liệu đầu ra: Các bounding box đã dự đoán được.

Xây dựng các phiên bản

Xây dựng các phiên bản

Phiên bản I - Phiên bản nguyên thủy

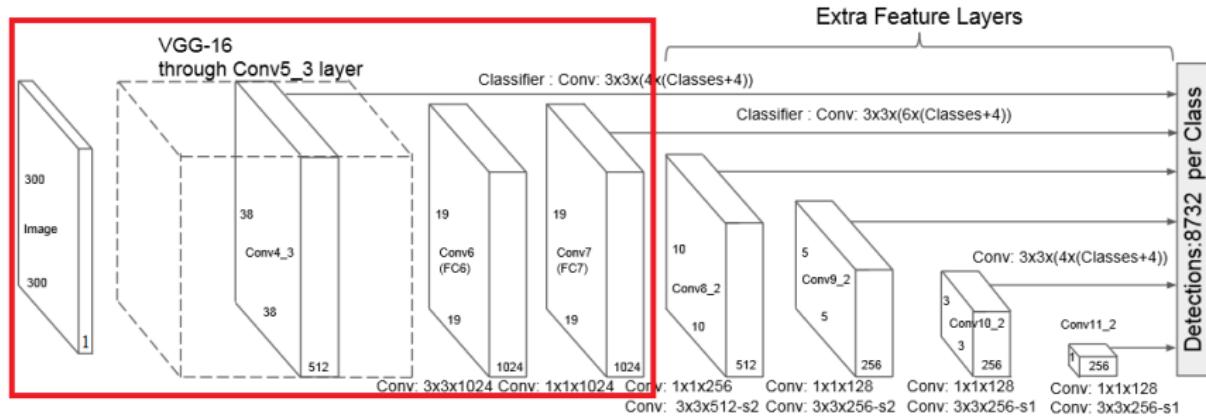


Hình: Mô hình mạng SSD nguyên thủy

Mô hình SSD300 Liu et al., "SSD: Single shot multibox detector"

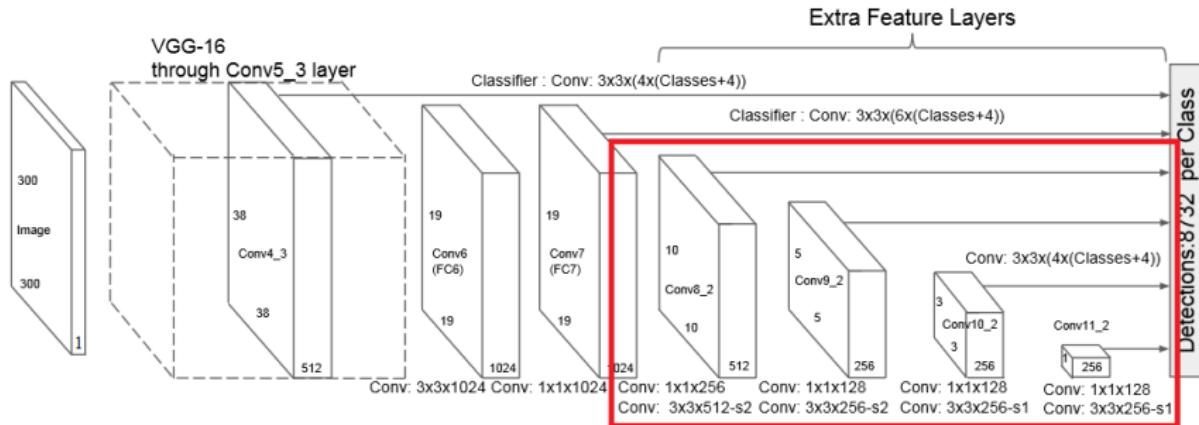
- Số lớp: 106

Phiên bản I - Phiên bản nguyên thủy



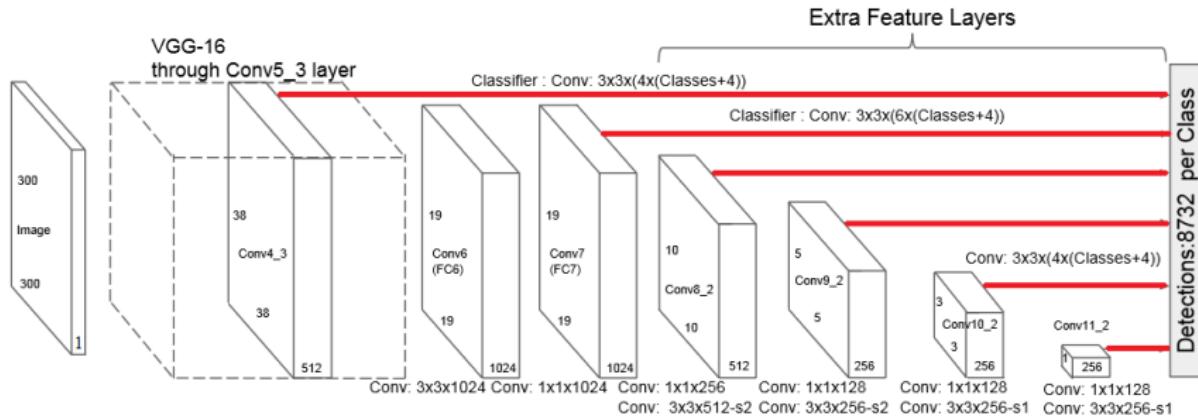
Hình: Mô hình mạng SSD nguyên thủy

Phiên bản I - Phiên bản nguyên thủy



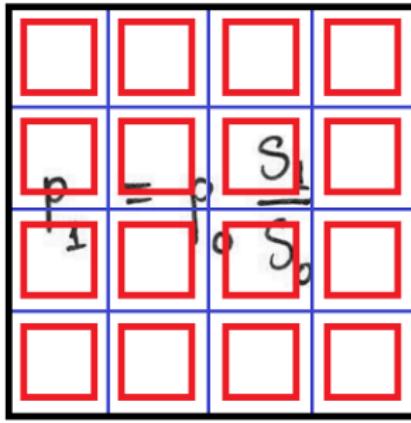
Hình: Mô hình mạng SSD nguyên thủy

Phiên bản I - Phiên bản nguyên thủy



Hình: Mô hình mạng SSD nguyên thủy

Phiên bản II

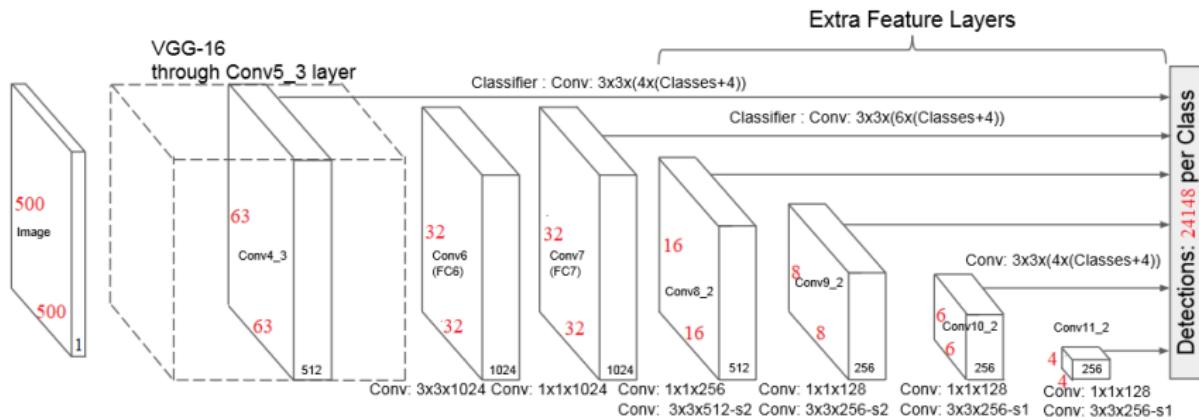


Hình: Thu nhỏ kích thước các default box

Các thay đổi

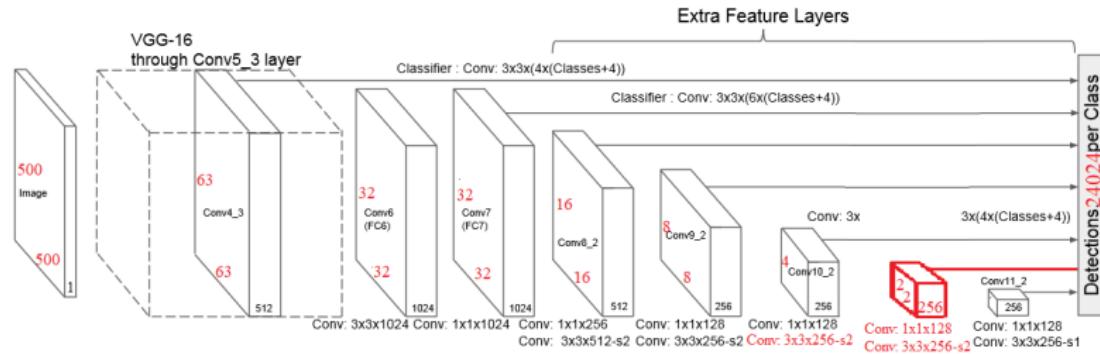
Giảm kích thước các default box trong mỗi mức kích thước:
 $(30, 60, 111, 162, 213, 264, 315) \rightarrow (9, 24, 54, 84, 114, 144, 174)$

Phiên bản III



Hình: Mô hình phiên bản III

Phiên bản IV



Hình: Mô hình phiên bản IV

Phân tích cấu trúc

Phân tích cấu trúc

Phân tích cấu trúc

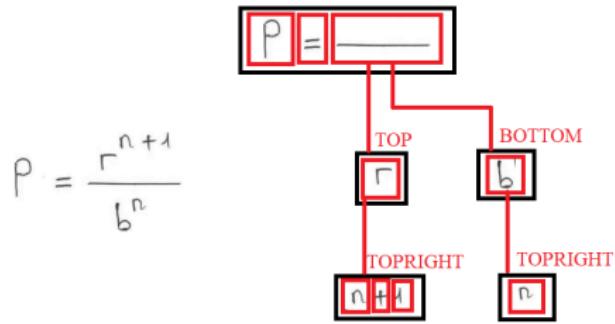
Bộ phận phân tích cấu trúc có nhiệm vụ nhận dữ liệu là các bounding box từ SSD¹² và xây dựng một cây Lex - BST¹³ tạo tiền đề để xây dựng biểu thức Latex.

¹²Wei Liu et al. "SSD: Single shot multibox detector". In: *European conference on computer vision*. Springer. 2016, pp. 21–37.

¹³Richard Zanibbi, Dorothea Blostein, and James Cordy. "Recognizing mathematical expressions using tree transformation". In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 24.11 (Nov. 2002), pp. 1455 –1467. DOI: [10.1109/TPAMI.2002.1046157](https://doi.org/10.1109/TPAMI.2002.1046157).



Sinh cây BST



Hình: Một cây BST

Cây BST

- Mỗi nút là một đường cơ sở.
- Các liên kết giữa các nút thể hiện vị trí tương đối giữa các đường cơ sở.

Phân tích cấu trúc - Tìm ký tự chủ đạo

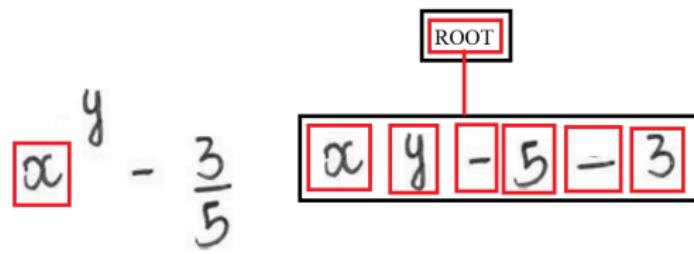
$$\boxed{x!^y} \times y!^x \quad \boxed{\frac{6\sqrt{3}}{4}} \quad \boxed{\sum_{k=P_0}^P} a_k x^k$$

Hình: Một số ký tự chủ đạo

Ký tự chủ đạo

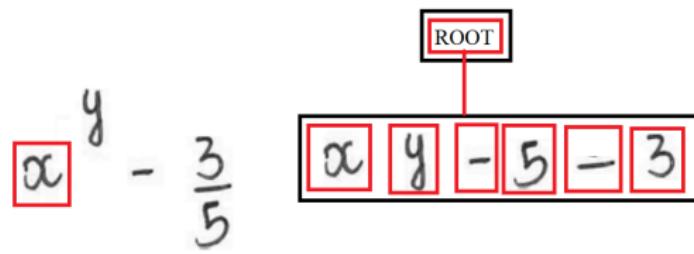
Ký tự chủ đạo là ký tự bắt đầu của một đường cơ sở, là ký tự nằm bên trái nhất mà không bị thống trị.

Xác định ký tự trên đường cơ sở



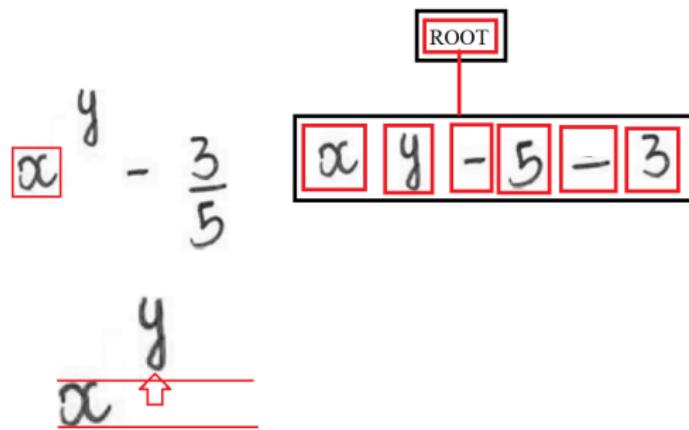
Hình: GT

Xác định ký tự trên đường cơ sở



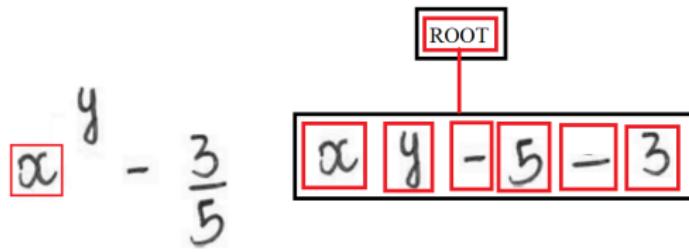
Hình: Xác định ký tự trên đường cơ sở

Xác định ký tự trên đường cơ sở



Hình: Xác định ký tự trên đường cơ sở

Xác định ký tự trên đường cơ sở

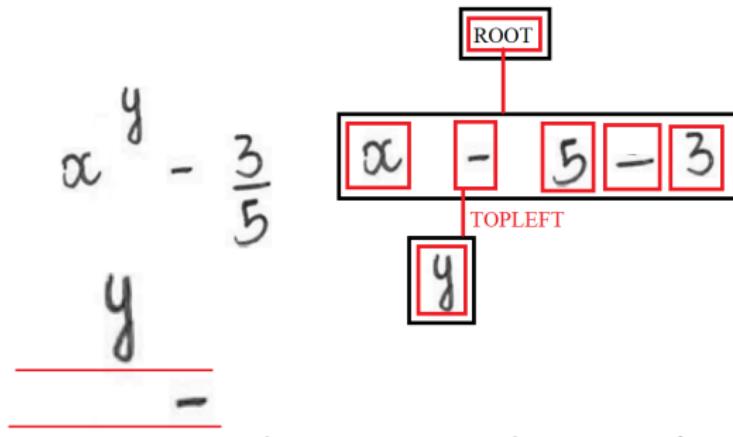


x -

Hình: Xác định ký tự trên đường cơ sở

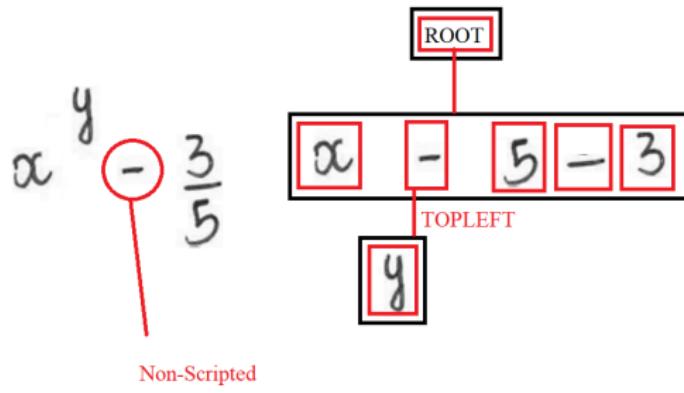


Xác định ký tự trên đường cơ sở



Hình: Xác định ký tự trên đường cơ sở

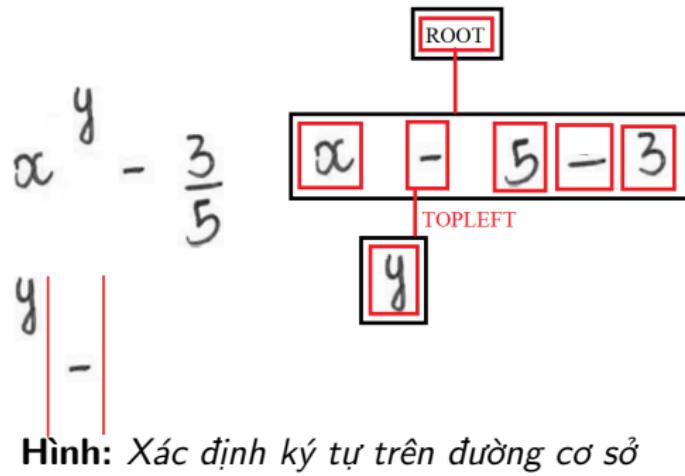
Xác định ký tự trên đường cơ sở



Hình: Xác định ký tự trên đường cơ sở

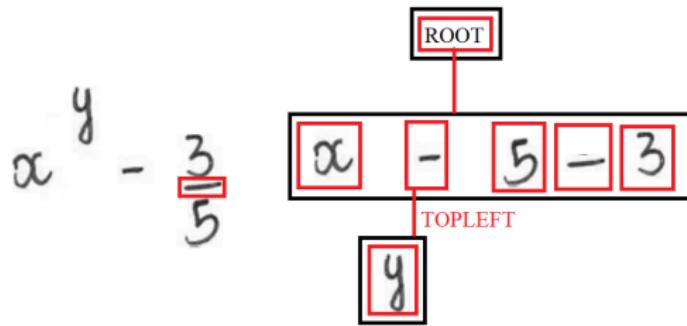


Xác định ký tự trên đường cơ sở



Hình: Xác định ký tự trên đường cơ sở

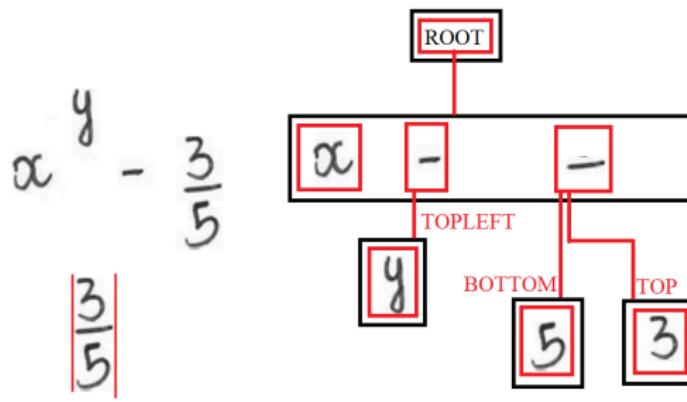
Xác định ký tự trên đường cơ sở



Hình: Xác định ký tự trên đường cơ sở



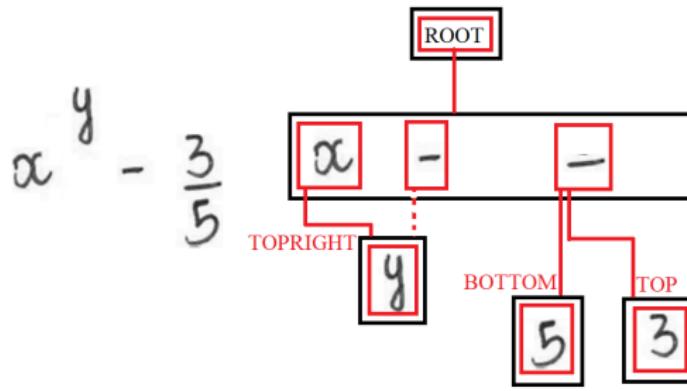
Xác định ký tự trên đường cơ sở



Hình: Xác định ký tự trên đường cơ sở



Tái phân vùng

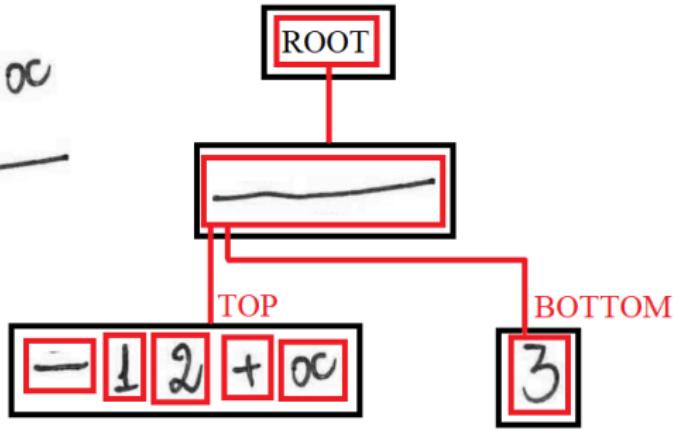


Hình: Tái phân vùng

Xử lý nút con

$$\frac{1}{2} + 0c$$

3

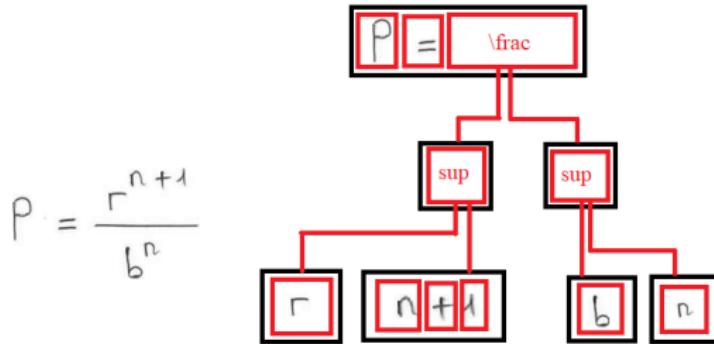


Hình: Xử lý nút con

Xử lý nút con

Sau lần chạy đầu tiên thì các nút con mới chỉ là danh sách các ký tự, vì vậy cần xử lý từng nút con để thu được cây BST hoàn chỉnh.

Sinh cây Lexed BST



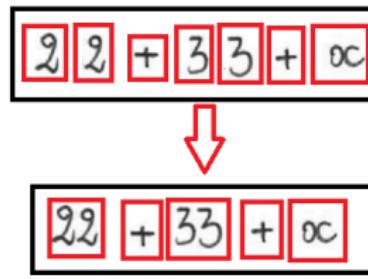
Hình: Một cây Lexed BST

Cây Lexed - BST

- Mỗi nút là một đường cơ sở
- Liên kết giữa các nút biểu thị quan hệ về ngữ nghĩa toán học giữa các đường cơ sở.

Sinh cây Lexed BST

22 + 33 + 0c



Hình: Nhóm các ký tự phù hợp

Nhóm ký tự

- Các ký tự sẽ được nhóm lại phù hợp

Sinh cây Lexed BST



Hình: Sử dụng các luật sinh để sinh cây Lexed BST

Luật sinh

- Các ký tự sẽ được nhóm lại phù hợp



Mục lục

- ① Giới thiệu
- ② Công trình liên quan
- ③ Mô hình đề xuất
- ④ Hiện thực và đánh giá
 - Chuẩn bị dữ liệu
 - Đánh giá kết quả
- ⑤ Tổng kết

Xây dựng tập ký tự

Phát triển từ tập ký tự đã có từ đề tài QAK¹⁴.

Thông tin mô tả	QAK	Hiện tại
Số người tham gia	20	36
Số lượng nhãn	88	106
Số lượng ký tự	46197	52353

Bảng: Thông tin mô tả tập dữ liệu ký tự.

Các nhãn ký hiệu trong tập dữ liệu hiện tại:

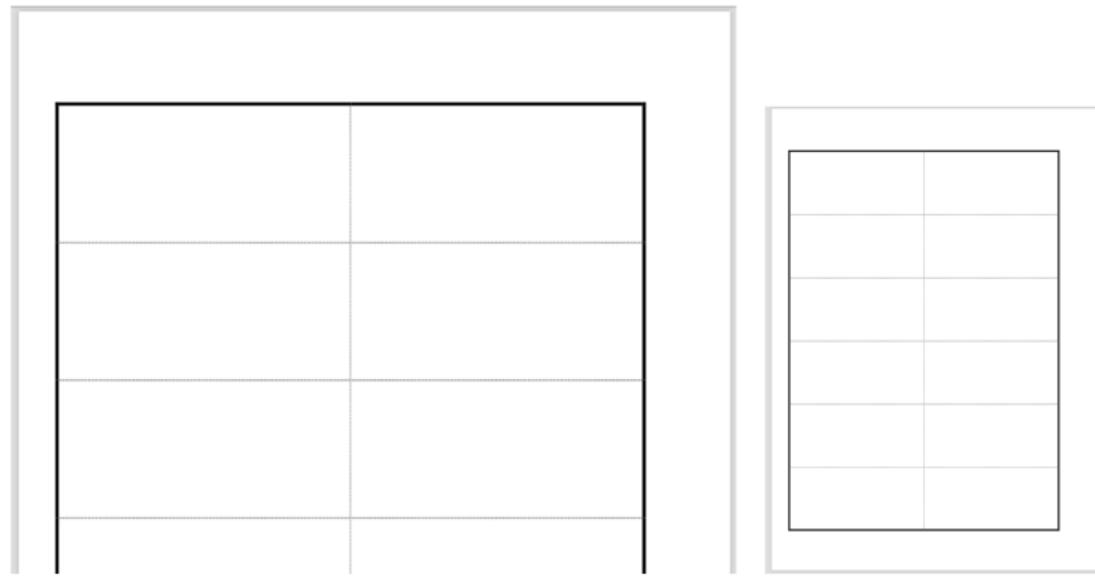
0-9, a-z, A-Z, (,), +, -, *, /, =, \int , α , β , γ , δ , ϵ , θ , λ , μ , π , ρ , σ , ϕ , ω , Δ , Π , Σ , Φ , Ω , \sin , \cos , \tan , \log , \lim , $\sqrt{}$, \rightarrow , \geq , \leq , \forall , \exists , \in , !, ., ..., \div , \neq , ∞ .

¹⁴Anh Nguyen Quoc and Khoa Nguyen Anh. Nhận dạng biểu thức toán học. 2016.



Xây dựng tập ảnh biểu thức

- ① Chuẩn bị mẫu thu dữ liệu.



Hình: Mẫu thu dữ liệu biểu thứ.

Xây dựng tập ảnh biểu thức

- ② Chuẩn bị biểu thức mẫu làm gợi ý cho người tham gia viết¹⁵.

1. $x = r \cos \theta$	1. $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$
2. $\cos \theta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$	2. $\frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^3 + \dots = \frac{1}{3}$
3. $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$	3. $H \in P$
4. $a = b \cos C + c \cos B$	4. $P^M P^N$
5. $P = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos A}$	5. $G \in X$
6. $\frac{1}{r^2} = \frac{1}{(R-m)^2} + \frac{1}{(R+m)^2}$	6. $M < N$
7. $\mathbf{x} = x \cos \theta + y \sin \theta$	7. $\forall x \in E \exists y \in E \text{ s.t. } xy$
8. $b = \cos B = \cos A$	8. $\exists M, R > 0$
9. $S = \left(\sum_{i=1}^n \theta_i - (n-2)\pi \right) r^2$	9. $\wp(x)$
10. $y^a + y + 1 = 0$	10. $x = \log_a b$
11. $a^x a^y = a^{x+y}$	11. $w_n = aq^{n-n_0}$
12. $151 + 143 : 97$	12. $151 + 143 : 97$

Hình: Ví dụ một biểu thức mẫu.

¹⁵ CROHME: Competition on Recognition of Online Handwritten Mathematical Expressions. http://www.isical.ac.in/~scrohme/CROHME_data.html



Xây dựng tập ảnh biểu thức

- ③ Tập hợp biểu mẫu đã cho viết, mang đi scan.

Đoàn Thị Ngọc Nhung	
$1+2+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$	$\forall x \in E \exists y \in E x R y$
$\frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^3 + \dots = \frac{1}{3}$	$R > 0$
$H \in P$	$y(x)$
$P^\mu P_\mu$	$x = \log_a b$
Đoàn Thị Ngọc Nhung	
$1+2+\dots+n \leq \frac{n(n+1)}{2}$	$y_k \in E \exists j \in E x R_j$
$\frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^3 + \dots \leq \frac{1}{3}$	$R > 0$
$\mu \in P$	$y(0)$
$P^\mu P_\mu$	$x \in I_{jk}$
$z \in X$	$\mu_0 = \alpha_0^{x-z}$
$H \in N$	$f(x+k) = y$

Hình: Mẫu đã được điền và scan.



Xây dựng tập ảnh biểu thức

- ❹ Sử dụng đoạn mã Matlab¹⁶ để tạo ảnh đầu vào quá trình huấn luyện.

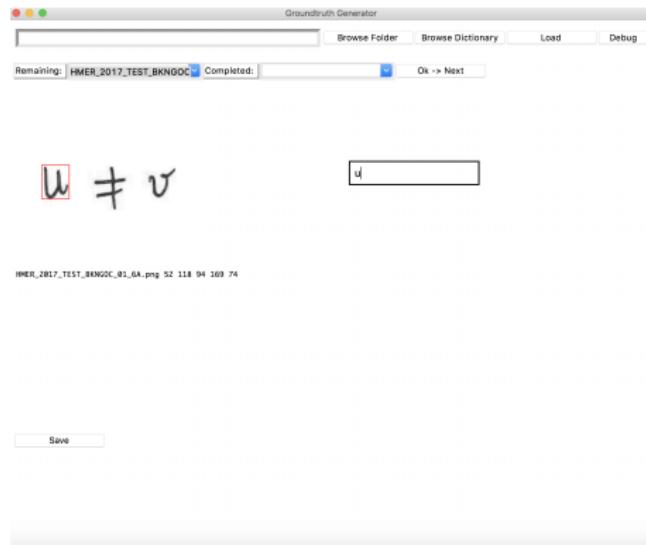
$$\frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^3 + \dots = \frac{1}{3}$$

Hình: Ví dụ một ảnh là input cho quá trình huấn luyện.

¹⁶ Anh Nguyen Quoc and Khoa Nguyen Anh. Nhận dạng biểu thức toán học. 2016.

Xây dựng tập ảnh biểu thức

- ⑤ Xây dựng bộ nhãn và vị trí bounding box của từng ký tự trong các ảnh đầu vào.



Hình: Giao diện công cụ hỗ trợ quá trình gán nhãn và xác định bounding box.



Thông tin mô tả

- Số người tham gia: khoảng 88
- Số lượng ảnh: 2256. Trong đó có 1746 ảnh dùng cho training, 138 ảnh dùng cho quá trình validation và 372 ảnh để test.
- Số loại biểu thức: khoảng 552
- Số người gán nhãn: 3

Thông tin thêm	Tập huấn luyện	Tập kiểm tra
Tổng số ký tự	13697	2237
Chiều dài trung bình của biểu thức	≈ 8	≈ 6
Kích thước trung bình của ký tự	24×29	31×41

Bảng: Thông tin mô tả hai tập dữ liệu dùng cho huấn luyện và kiểm tra.



Nhắc lại 4 phiên bản thử nghiệm

Phiên bản	I	II	III	IV
Kích thước ảnh đầu vào	300x300	300x300	500x500	500x500
Kích thước default boxes ¹⁷	(20,90,0.1)	(8,50,0.03)	(8,50,0.03)	(8,50,0.03)
Số lượng default boxes	8732	8732	24148	24024

Bảng: Sự khác nhau giữa 4 phiên bản thử nghiệm.

¹⁷(max_ratio, min_ratio, min_scale)

Đánh giá định tính

	$1 + \boxed{2} + \boxed{3} + 4$	$1 \boxed{\text{add}} \boxed{2} + 3 \boxed{\text{add}} \boxed{4}$
Phiên bản I	Phiên bản II	
Phiên bản III	Phiên bản IV	
		$1 \boxed{\text{add}} \boxed{2} \boxed{\text{add}} \boxed{3} \boxed{\text{add}} \boxed{4}$

Hình: Kết quả nhận diện của 4 phiên bản thử nghiệm.



Đánh giá định tính

$$E = \frac{1}{2} k \underline{\underline{oc}}^2 - F_{oc}$$

$$E = \frac{1}{2} k \underline{\underline{oc}}^2 - F_{oc}$$

	Phiên bản I	Phiên bản II
Phiên bản III		
Phiên bản IV		
E = $\frac{1}{2} k \underline{\underline{oc}}^2 - F_{oc}$	E = $\frac{1}{2} k \underline{\underline{oc}}^2 - F_{oc}$	

Hình: Kết quả nhận diện của 4 phiên bản thử nghiệm.



Đánh giá định tính

$$\int_{-2}^2 f(x) dx$$

Integral

$$\int_0^1 \frac{1}{x} dx$$

Integral

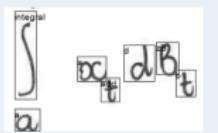
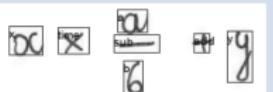
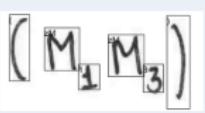
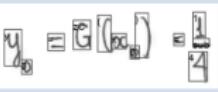
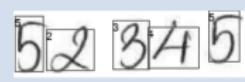
$$\Delta x$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

Hình: Kết quả nhận diện phiên bản IV trên ký tự nhỏ.



Đánh giá định tính

Hình: Một số ảnh kết quả sau quá trình nhận dạng.



Đánh giá định lượng

- Điều kiện đánh giá

- Cùng tập ảnh test gồm 372 ảnh.
- Chỉ số đánh giá: *mAP*.
- Máy chạy đánh giá: Ubuntu 14.04 LTS, Intel Core i5- 2500M 3.30GHz, 8GB RAM.

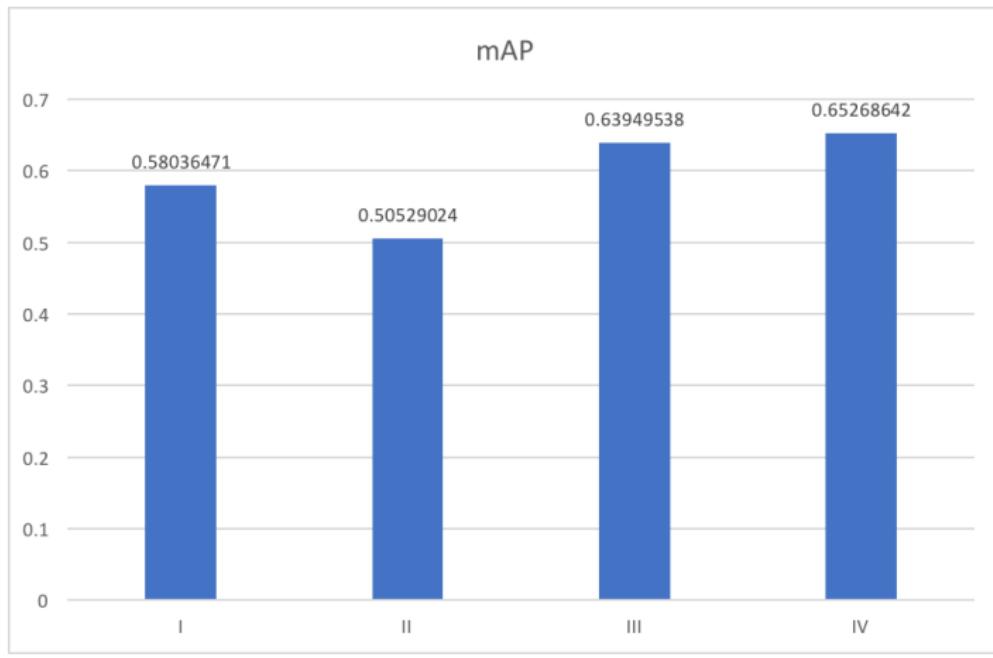
- Kết quả

phiên bản	I	II	III	IV
<i>mAP</i>	≈0.58	≈0.51	≈0.64	≈0.65
Số lượng ký tự nhận dạng được	1581	1054	1837	1920
Số file ảnh không xử lý được	4/372	8/372	0/372	0/372

Bảng: Kết quả *mAP* của 4 phiên bản thử nghiệm.



Kết quả



Hình: Trực quan kết quả mAP cho 4 phiên bản thử nghiệm.



Mục lục

- ① Giới thiệu
- ② Công trình liên quan
- ③ Mô hình đề xuất
- ④ Hiện thực và đánh giá
- ⑤ Tổng kết
 - Ưu điểm
 - Nhược điểm
 - Hướng phát triển

Ưu điểm

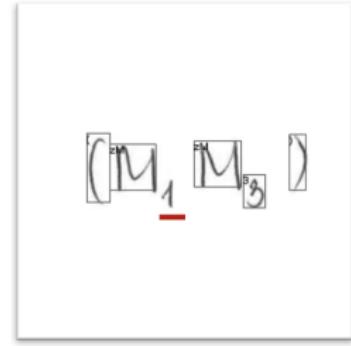
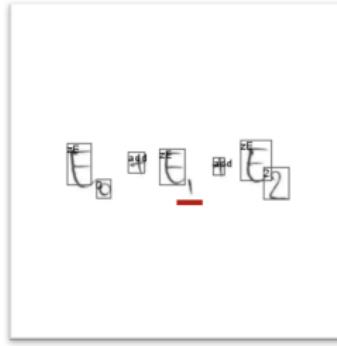
- Hệ thống có thể nhận diện được ký tự ở nhiều kích thước khác nhau.
- Nhận diện được nhiều biểu thức mà nếu chỉ dùng kỹ thuật phân vùng thì khó có thể làm được (ví dụ như biểu thức có ký tự dính nhau).
- Nhận diện được nhiều loại ký tự.

Nhược điểm

- Khi có nhiều ký tự trong ảnh thì hệ thống nhận diện gặp nhiều khó khăn.
- Tốc độ xử lý một ảnh còn chậm.
- Bộ phân tích cú pháp đơn giản.
- Các ký tự hoàn toàn trùng lênh nhau dễ bị bỏ sót (dấu cản).

Phát triển tập dữ liệu biểu thức

- Sử dụng phiên bản IV để kiểm tra.
- Hai ảnh cụ thể trong 372 ảnh test không nhận được chỉ số dưới, cụ thể số 1.



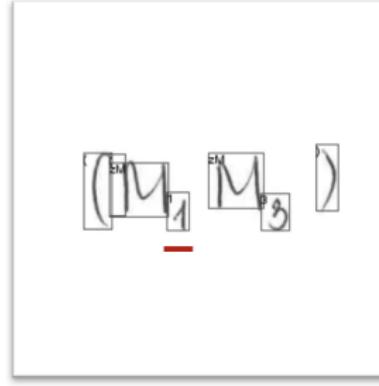
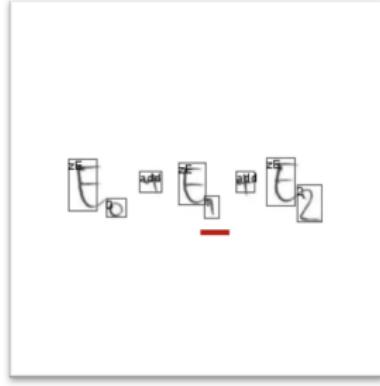
Hình: Trường hợp không nhận được chỉ số dưới.



Phát triển tập dữ liệu biểu thức

Giải pháp

Bổ sung mẫu biểu thức chứa cụ thể E_1 và M_1 vào tập huấn luyện. Cụ thể, tăng cường 96 ảnh vào tập huấn luyện và 24 ảnh để test.



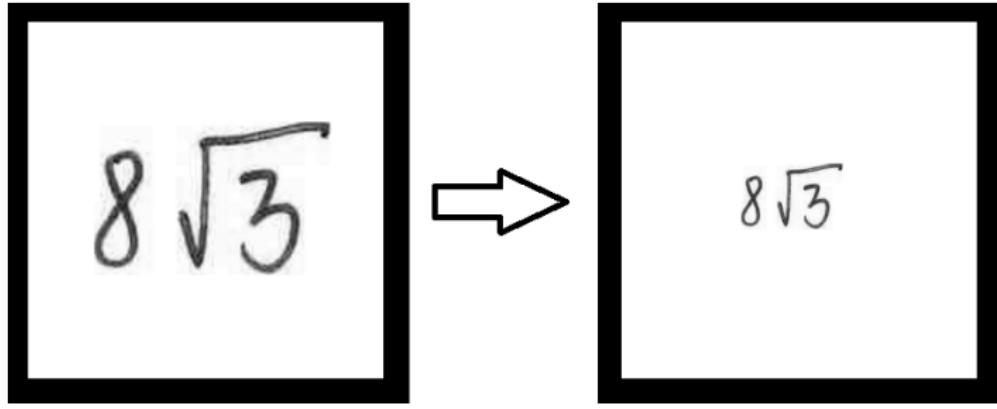
Hình: Kết quả nhận dạng sau khi được huấn luyện với dữ liệu bổ sung.



Khắc phục lỗi nhận dạng sai ở ký tự lớn

Giải pháp

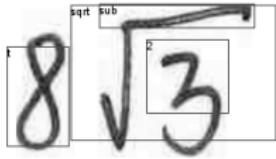
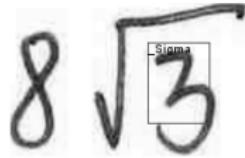
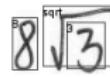
Thu nhỏ nội dung ảnh.



Hình: Ví dụ thu nhỏ ảnh.

Khắc phục lỗi nhận dạng sai ở ký tự lớn

Mô hình I

Mô hình IV
Dùng ảnh gốcMô hình IV
Dùng ảnh thu nhỏ

Hình: Kết quả thu được sau khi thu nhỏ nội dung ảnh.



Hướng phát triển khác

- **Những điều cần kiểm tra:**

- Ảnh chứa đựng các ký tự nghiêng.
- Ảnh có nhiễu.
- Ảnh với nền khác màu trắng.
- Ảnh chụp thay vì scan.

- **Những điều cần hoàn thiện:**

- Thêm phần hậu xử lý ở các giai đoạn nhận diện ký tự và sinh cây Lexed - BST.
- Cải thiện khả năng nhận diện các ký tự có aspect ratio đặc biệt.
- Tối ưu hoá bộ phân tích cú pháp.

Demo

Demo

Tham khảo

- Cho, Kyunghyun et al. "On the properties of neural machine translation: Encoder-decoder approaches". In: *arXiv preprint arXiv:1409.1259* (2014).
- He, Wenhao et al. "Context-aware mathematical expression recognition: An end-to-end framework and a benchmark". In: *Pattern Recognition (ICPR), 2016 23rd International Conference on*. IEEE. 2016, pp. 3246–3251.
- Jaccard, Paul. "Distribution de la Flore Alpine dans le Bassin des Dranses et dans quelques régions voisines." In: *37 (Jan. 1901)*, pp. 241–72.
- LeCun, Yann et al. "Gradient-based learning applied to document recognition". In: *Proceedings of the IEEE 86.11* (1998), pp. 2278–2324.
- Liu, Wei et al. "SSD: Single shot multibox detector". In: *European conference on computer vision*. Springer. 2016, pp. 21–37.

Online Handwritten

Mathematical Expressions, CROHME: Competition on Recognition of.
http://www.isical.ac.in/~scrohme/CROHME_data.html.



Cảm ơn quý thầy cô và các bạn!

Phụ lục

Phụ lục

Công thức tính chỉ số mAP

Tính precision cho từng nhãn theo công thức¹⁸:

$$\text{precision} = \frac{TP}{TP + FP}, \quad (1)$$

với *TP* được viết tắt từ *TruePositive*¹⁹ và *FP* từ *FalsePositive*²⁰.

Tính trọng số của từng nhãn trong tập dữ liệu kiểm tra theo công thức:

$$\text{class_weight}_i = \frac{N_i}{\sum_{u=0}^{106} N_u}, \quad (2)$$

với *N_i* là số lượng ký tự thuộc nhãn *i*.

mAP là trung bình có trọng số giữa *precision* và *class_weight*.

¹⁸WIKIPEDIA. https://en.wikipedia.org/wiki/Precision_and_recall.

¹⁹WIKIPEDIA. https://en.wikipedia.org/wiki/Precision_and_recall.

²⁰WIKIPEDIA. https://en.wikipedia.org/wiki/Precision_and_recall.



Cấu trúc mạng VGG16



Hình: Cấu trúc mạng VGG16

Những lỗi sai của hệ thống nhận dạng

Ảnh đầu vào

$$p = 2 \times l - q$$

$$p = 2 \times l - q$$

$$y = 2x$$

Ảnh sau bước nhận dạng

$$\boxed{p} = \boxed{2} \boxed{\times} \boxed{l} = \boxed{q}$$

$$\boxed{p} = \boxed{2} \boxed{\times} \boxed{l} = \boxed{q}$$

$$\boxed{y} = \boxed{2} \boxed{x}$$

Ảnh sau bước phân tích cấu trúc

$$p = 2 \times k - q$$

$$p = 2 \times 1 - q$$

$$y = 2x$$

Hình: Trường hợp sinh chuỗi Latex sai khi biểu thức chứa các ký tự có chân.



Những lỗi sai của hệ thống nhận dạng

Ảnh đầu vào	Ảnh sau bước nhận dạng	Ảnh sau bước phân tích cấu trúc
$4\pi^2 aR$	$4\pi^2 aR$	$4\pi^2 ak$
S^{4m+1}	S^{4m+1}	3^{4m+1}
$h \rightarrow \infty$	$h \Rightarrow \infty$	$h - \infty$

Hình: Trường hợp hệ thống gán nhãn cho những ký tự có nét tương tự nhau.

