Chương 1.

1. Câu lệnh, chỉ thị, biến

- Biến: phân biệt 31 ký tự đầu tiên, phân biệt chữ hoa hay thường
- Tên hằng biến:
  + pi : h/s π
  + eps : số 0 của Matlab

2. Hàm chuẩn

+ abs(x)	$\lvert x \rvert$	imag(x)	phần ảo số phức
cos(x)	$\cos(x)$	log(x)	$\ln e$
sin(x)	$\sin x$	log10(x)	$\log x$
tan(x)	$\tan x$	real(x)	phần thực của x
acos(x)	$\arccos x$	sign(x)	Trả lại dấu của đối số
asin(x)	$\arcsin x$	pow(x,y)	x^y
exp(x)	e^x	sqrt(x)	$\sqrt{x}$

3. Khuôn dạng dữ liệu

- FORMAT SHORT : số phẩy động có 4 chữ số sau dấu phẩy
- FORMAT LONG : ____ 14 chữ số
- ____ SHORTE : ____ 4 chữ số với số mũ e
- ____ LONGE : ____ 15 chữ số với số mũ e
- ____ RAT : biểu diễn đúng or gần đúng dưới dạng phân số

4. Khởi tạo biến vecto và ma trận

- Vectơ: a = 1:0.5:10 ; a = [100 : -10 : 20]
- Ma trận: A = [1 2 3 ; 4 5 6 ; 7 8 9]
  B = [x ; y ; z]
- Địa chỉ của mảng được đánh từ $\boxed{1}$
  + Lấy một hàng : A(3, :)
  + Lấy một cột : A(:, 3)
  + Lấy một ma trận con : Asub = A(i:j, k:l)
  + Đổi vị trí các hàng hoặc cột : B = A(:, [3 1 2]) - Đổi cột
    B = A([3 1 2], :) - Đổi hàng
  + Ghép 2 ma trận : C = [A B] - theo cột   C = [A ; B] - theo hàng
  + Xoá cột : A(:, 2) = []

5. Các phép toán với vecto và MT

- Độ dài vecto : length (A)
- Kích thước ma trận : size (A) , [rows cols] = size (A)
- Cộng - trừ các ma trận cùng kích thước : $A_{m \times n} \pm B_{m \times n}$
- Nhân một số vs MT : $2 * A$
- Nhân 2 MT : $A_{m \times n} * B_{n \times K}$
- Tích theo từng thành phần (tương tự phép cộng)

  $A_{m \times n} .* B_{m \times n}$
- Phép chia và luỹ thừa từng phần

  A./B A.^B
- Cộng MT vs vô hướng : A + 5

6. Các hàm vecto hoá

Input : mảng
Output : mảng

VD : x = (0:.1: 2*pi)
y = sin (x)

- Các hàm tạo MT đặc biệt.

  zeros (m, n) : full 0
  ones (m, n) : full 1

  eye (n) : Đường chéo chính = 1
  diag (v)

7. Biến ~~thông~~ xâu

- Phép gán : S = 'Hello World' : mảng ký tự
- Ghép các xâu thành 1 xâu to :

  name = ['Phan' 'The' 'Anh']

  name(1) = P

  name (1) + name(2) = 184 : mã ASCII
- ~~$~~ X = 65 , X = 'A'
- S = char (X) : là ký tự có mã ASCII là 65

  X = double (S) : Chuyển ký tự thành số
- Khởi tạo biến mảng mà mỗi p.tử là 1 xâu

  S = {'A' 'Bạn' 'À'}

  ~~S{~~ S(2) = 'Bạn'

Được quét bằng CamScanner

8. Câu lệnh trong Matlab

- Xoá tất cả các biến : clear
- Xoá một số biến : clear var1 , var2
- Phép toán quan hệ (giống C) :
  + Không bằng : ~=
  + Not : ~
- Câu lệnh if

```
if expr1
    statements 1;
elseif expr2
    statements 2;
else
    statements 3;
end
```

- Câu lệnh for

```
for i = [1, 2, 3, 4]
    ......
end
for i = 1 : 4
    ~
end
```

- Câu lệnh while

```
while expr
    statements
end
```

- Câu lệnh switch

```
switch bieuthuc
    case giatri
        ~
    case {giatri1, giatri2, ...}
        ~
    otherwise
        ~
end
```

9. Hàm (function)

```
function [out1, ... ] = funcname (inp1, inp2, ...)
```

10. Các phép tính MT nâng cao

eig : tính trị riêng
lu : Phân tích LU
chol : p.tích Cholesky
qr : phân tích qr
svd : tính single value
norm : tính Chuẩn

11. Đồ hoạ nâng cao

- Vẽ nhiều đồ thị trên cùng một cửa sổ: subplot (toạ độ), plot

12. Đa thức trong Matlab

conv(p1,p2)	Nhân 2 đa thức
[k,d] = deconv(p1,p2)	Chia 2 đa thức k: kq, d = phần dư
k = polyder(p)	Đạo hàm
k = polyder(p,q)	Đạo hàm của p*q
~~[n,d] = polyder(num,~~	
roots(p)	Tìm n° của p

p = poly(x)	Lập pt từ $\vec{x}$ là n°
polyval(p,x)	p(x) Tính

12. Vào - ra dữ liệu

- Vào dữ liệu.
  + R = input (string)
  + lệnh menu: Cho phép tạo bảng lựa chọn
    CHOICE = menu (Header, item1, ...)
- Output:
  + lệnh disp: hiển thị nội dung của biến ra màn hình
    disp(X)
  + lệnh fprintf: Giống C

13. Vào ra vs văn bản

- Vào
  + lệnh fopen: Mở file
    fileID = fopen (Filename, Permission)
  + kiểm tra nếu ~~ra~~ file lỗi
    [FID, Message] = fopen(—)
  + ~~fsc~~ fscanf:
- ~~Đóng~~
  + ~~fileID =~~ ST = fclose(FID)
  + frewind (FID): Đặt con trỏ FID vào đầu file

Chương 3

1. Nội suy

- Bậc đa thức = số điểm : thay vào giải HPT
- Nội suy spline tuyến tính

$$S_{1,N}(x) = \begin{cases} \dfrac{f_1 - f_0}{x_1 - x_0}(x - x_1) + f_1 \text{, nếu } x \in [x_0, x_1] \\ \ldots \\ \dfrac{f_N - f_{N-1}}{x_N - x_{N-1}}(x - x_N) + f_N \text{, nếu } x \in [x_{N-1}, x_N] \end{cases}$$

2. Hồi quy

- PT bậc nhất khớp với N bộ dữ liệu

$y = mx + b$

Giải HPT:

$$\begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{N} x_i^2 & \sum_{i=1}^{N} x_i \\ \sum_{i=1}^{N} x_i & N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum x_i f_i \\ \sum f_i \end{pmatrix}$$

- Đường cong khớp bậc cao : $p_M(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_M x^M$

$$\begin{pmatrix} \sum 1 & \sum x_i & \ldots & \sum x_i^M \\ \sum x_i & \sum x_i^2 & \ldots & \sum x_i^{M+1} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \sum x_i^M & \sum x_i^{M+1} & & \sum x_i^{2M} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \ldots \\ a_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum f_i \\ \sum f_i x_i \\ \ldots \\ \sum f_i x_i^M \end{pmatrix}$$

Chương 4: Giải PT Phi tuyến

1. P² Chia đôi

$f(x)$

Khoảng phân li nghiệm $[a, c]$

Gán $b = \frac{a+c}{2}$

Nếu $f(b) = 0$ thì b là n°

Nếu $f(a) \cdot f(b) < 0$ thì khoảng phân ly n° mới $[a, b]$

$f(a) \cdot f(b) > 0$ thì ______ $[b, c]$

Lặp khi $[a, c] < \varepsilon$

VD: $f(x) = 2x^3 + x - 2$ trên $[0,5; 1]$, $\varepsilon = 0,15$

a	b	c	f(a)	f(b)	f(c)
0,5	0,75	1	-1,25	~~-1,25~~ -0,406	~~-0,406~~ 1
0,75	0,875	1	-0,406	0,2148	1
0,75	0,8125	0,875	-0,406	-0,1147	0,2148

$\hookrightarrow (0,8125; -0,1147)$ $(b, f(b))$

2. P² dây cung

Sử dụng phép chia: $b = a - \frac{c-a}{f(c)-f(a)} \cdot f(a) = \frac{af(c) - cf(a)}{f(c) - f(a)}$

Giống PP chia đôi

3. P² Newton

Thủ tục lặp

- B1: Khởi tạo n° đúng x_0
- B2: Tính với $k > 0$

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

- B3: ~~lặp~~ Lặp lại B2 khi $|f(x_k)| < \varepsilon$

VD: $x_0 = 3$, $f(x) = x^2 - 4\sin x$

$f'(x) = 2x - 4\cos x$

k	x_k	f_k
0	3	8,4
1	2,15	1,29
2	1,95	0,108

4. P² cát tuyến

- Cát tuyến của Newton

B1: x_0, x_1

B2: $\forall k \geq 2$

$$S_k = \frac{f(x_k) - f(x_{k-1})}{x_k - x_{k-1}}$$

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{S_k}$$

B3: Lặp B2 đến khi $|f(x_k)| < \varepsilon$

5. P² lặp

$$x_{k+1} = g(x_k) \quad \text{với } k = 1, 2, \ldots$$

⇒ Tìm điểm bất động với điểm xuất phát x_1

VD: $f(x) = x - e^{-x} \Rightarrow g(x) = e^{-x}$

$f(x) = x^2 - x - 2 \Rightarrow g(x) = x^2 - 2$ or $g(x) = \sqrt{x+2}$

6. P² Bairstow

Tìm n° đa thức: $y = a_0 + a_1 x + \ldots + a_N x^N$

$= (x^2 + px + q) \cdot G(x) + R(x)$

Chương 5: Tính gần đúng
~~với~~ Đạo hàm và TP

1. Đạo hàm

a) Sai phân thuận

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$ với sai số đòi hỏi $h \approx \sqrt{\varepsilon}$

→ Cho n° < n° đúng

b) Sai phân ngược

$$f'(x) = \frac{f(x) - f(x-h)}{h}$$

→ n° > n° đúng

c) Sai phân trung tâm

$$f'(x) = \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$$ với $h \approx \varepsilon^{1/3}$

d) Đạo hàm cấp 2

$$f''(x) = \frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2}$$ với $h \approx \varepsilon^{1/4}$

e) Đạo hàm riêng

$f(x,y) = \ldots$

$$f'_x = \frac{f(x+h, y) - f(x-h, y)}{2h}$$

$$f'_y = \frac{f(x, y+h) - f(x, y-h)}{2h}$$

2. Tích phân

a) ~~Tổng Rieman~~ ~~Công thức~~ Định lý

- $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$
- Nếu f liên tục trên $[a,b]$ thì $\exists c \in [a,b]$.

$$f(c) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x)\,dx$$

b) Công thức Newton - Cotes (tổng quát)

$$\int_a^b f(x)\,dx = \sum_{i=0}^{m} f(x_i) \int_a^b \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{m} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}\,dx$$

với m ≠ nhau thì có các CT bên dưới

c) CT hình thang (Trapezoidal rule)

$m = 1$: PT tuyến tính

$$I = \frac{f(a) + f(b)}{2}(b - a)$$

sai số: $h = b - a$

$O(h^2)$

d) CT hình thang mở rộng

$$I = \frac{h}{2}\left[f(a) + 2\sum_{i=1}^{n-1} f(a + ih) + f(b)\right]$$

sai số: $h = \frac{b-a}{n}$

↳ Chia $[a, b]$ thành n đoạn

e) CT Simpson 1/3

$m = 2$: Đa thức bậc 2, sai số $O(h^4)$

$h = \frac{b-a}{2}$

$$I = \int_a^b = \frac{h}{3}\left[f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2)\right]$$

$x_0 = a$, $x_1 = a + h$, $x_2 = a + 2h = b$

* CT Mở rộng : Chia $[a, b]$ thành n đoạn con

$$I = (b - a) \cdot \frac{f(x_0) + 4\sum_{i=1,3,5,\ldots}^{n-1} f(x_i) + 2\sum_{j=2,4,\ldots}^{n-2} f(x_j) + f(x_n)}{3n}$$

↳ $x_0 = a$, $x_i = a + ih$, $i = 1, \ldots, n$

↳ số khoảng chẵn, n chẵn

f). CT Simpson 3/8 : $m = 3$: đa thức bậc 3, $O(h^4)$

$$I = \int_a^b f(x)\,dx = \frac{3h}{8}\left[f(x_0) + 3f(x_1) + 3f(x_2) + f(x_3)\right]$$

$x_0 = a$, $x_1 = a + h$; $x_2 = a + 2h$; $x_3 = a + 3h = b$

Chương 6: PT vi phân

1. P² Euler thuận (K° ổn định)

a) $y_{n+1} = y_n + h.f(y_n, t_n)$ $\qquad n = \frac{t_0}{h}$

VD: xét $y' = -20y + 7.e^{-0,5t}$, $y(0) = 5$

Giải với $t \in [0, 0.04]$, $h = 10^{-2}$

t	h	y	Sai số
0,01	0,01	4,07	0,08
0,02	0,01	3,3	0,14
0,03	0,01	2,7	0,17
0,04	0,01	1,87	0,18

b) Hệ PTVP cấp 1

$$\begin{cases} y' = f(y, z, t), & y(0) = y_0 \\ z' = g(y, z, t), & z(0) = z_0 \end{cases}$$

$$\hookrightarrow \begin{cases} y_{n+1} = y_n + h.f(y_n, z_n, t_n) \\ z_{n+1} = z_n + h\, g(y_n, z_n, t_n) \end{cases}$$

2. P² Euler cải biên

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2}\left[f(y_{n+1}, t_{n+1}) + f(y_n, t_n)\right]$$

Xấp xỉ tốt nhất cho y_1 ở VP $= y_0$

3. Euler ngược

$$y_{n+1} = y_n + h.f(y_{n+1}, t_{n+1})$$

VD: Giải PTVP: $y' = y^3$, $y(0) = 1$., $h = 0,5$

Ta có: $y_1 = y_0 + h.f(y_1, t_1)$

$\Rightarrow y_1 = 1 + 0,5.\, y_1^3$

$\Rightarrow y_1 = -1,769$

$\hookrightarrow$ Các PP trên có độ chính xác giảm dần

$h \ll \to$ chính xác cao

4. P² Runge - Kutta

$$y_{n+1} = y_n + \int_{t_n}^{t_{n+1}} f(y,t)\,dt$$

*** Kutta bậc 2:**

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2}\left[f(y_n, t_n) + f(\overline{y_{n+1}}, t_{n+1}) \right]$$

or
$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{2}\left[K_1 + K_2 \right]$$

với
$$\begin{cases} K_1 = h f(y_n, t_n) \\ K_2 = h f(y_n + K_1, t_{n+1}) \end{cases}$$

Độ chính xác $\otimes h^2$

*** Runge - Kutta bậc 3**

$$K_1 \cancel{y_{n+1}} = h f(y_n, t_n)$$

$$K_2 = h f\left(y_n + \frac{K_1}{2}, t_n + \frac{h}{2}\right)$$

$$K_3 = h f(y_n - K_1 + 2K_2, t_n + h)$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(K_1 + 4K_2 + K_3)$$

*** Bậc 4**

$$K_1 = h f(y_n, t_n)$$

$$K_2 = h f\left(y_n + \frac{1}{2}K_1, t_n + \frac{h}{2}\right)$$

$$K_3 = h f\left(y_n + \frac{K_2}{2}, t_n + \frac{h}{2}\right)$$

$$K_4 = h \cdot f(y_n + K_3, t_n + h)$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4)$$

$$K_1 = h f(y_n, t_n)$$

$$K_2 = h \cdot f\left(y_n + \frac{K_1}{3}, t_n + \frac{h}{3}\right)$$

$$K_3 = h \cdot f\left(y_n + \frac{K_1}{3} + \frac{K_2}{3}, t_n + \frac{2h}{3}\right)$$

$$K_4 = h f(y_n + K_1 - K_2 + K_3, t_n + h)$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{8}(K_1 + 3K_2 + 3K_3 + K_4)$$

Chương 8 - Quy hoạch tuyến tính

1. Bài toán QHTT

* Dạng chính tắc

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \min,$$

Điều kiện $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i \quad , i = 1, \ldots, m$

$x_j \geq 0, \quad j = 1, \ldots n$

+ Dạng chuẩn

$$f(x_1 \ldots x_n) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \min,$$

Điều kiện $\sum a_{ij} c_j \geq b_i, \quad i = 1 \ldots m$

$x_j \geq 0 \quad , j = 1 \ldots n$

2. Giải bài toán QHTT trong mp

- Bài toán QHTT dạng chuẩn 2 biến số

$$f(x_1, x_2) = c_1 x_1 + c_2 x_2 \to \min$$

với ĐK $\quad a_{i1} x_1 + a_{i2} x_2 \geq b_i \quad , i = 1 \ldots m$

- Ký hiệu.

$D = \{(x_1, x_2) : a_{i1} x_1 + a_{i2} x_2 \geq b_i, \ i = 1 \ldots m\}$

là miền ràng buộc

↳ Mỗi ĐK là 1 mặt phẳng

D giao của m mặt phẳng trên

⇒ Phương án tối ưu sẽ là 1 điểm trên mp (giao của đg thẳng)

* Cách làm ; Vẽ hình