

PART-1 : PHYSICS

भाग-1 : भौतिक विज्ञान

SECTION-I : (Maximum Marks: 80)

This section contains 20 questions. Each question has 4 options for correct answer. Multiple-Choice Questions (MCQs) Only one option is correct. For each question, marks will be awarded as follows:

Full Marks : +4 If correct answer is selected.

Zero Marks : 0 If none of the option is selected.

Negative Marks : -1 If wrong option is selected.

खण्ड-I : (अधिकतम अंक: 80)

इस खंड में 20 प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न में सही उत्तर के लिए 4 विकल्प हैं। बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQs) केवल एक विकल्प सही है। प्रत्येक प्रश्न के लिए, अंक निम्नानुसार दिए जाएंगे:

पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर चुना गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत विकल्प चुना गया है।

- A parallel plate capacitor has plate area A and separation d. It is charged to a potential difference V_0 . The charging battery is disconnected and the plates are pulled apart to three times the initial separation. The work required to separate the plates is :-

एक समान्तर प्लेट संधारित्र का प्लेट क्षेत्रफल A और उनके बीच की दूरी d है। यह V_0 विभवान्तर तक आवेशित किया जाता है। आवेशन बैटरी हटा देते हैं और प्लेटों को खींचकर प्रारम्भिक दूरी का तीन गुना कर देते हैं। प्लेटों के बीच दूरी बढ़ाने में कार्य होगा:-

$$(A) \frac{3\epsilon_0 AV_0^2}{d} \quad (B) \frac{\epsilon_0 AV_0^2}{2d} \quad (C) \frac{\epsilon_0 AV_0^2}{3d} \quad (D) \frac{\epsilon_0 AV_0^2}{d}$$

Ans. D

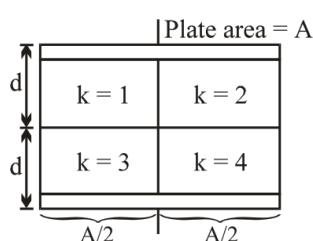
Sol.

$$W = U_f - U_i$$

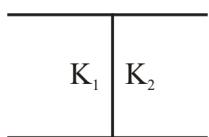
$$= \frac{(CV_0)^2}{2\left(\frac{C}{3}\right)} - \frac{(CV_0)^2}{2C} = CV_0^2 = \frac{\epsilon_0 AV_0^2}{d}$$

- Find the capacitance of the system shown in figure.

चित्र में प्रदर्शित निकाय की धारिता ज्ञात कीजिये।



$$(A) \frac{4\epsilon_0 A}{7d} \quad (B) \frac{25}{24} \frac{\epsilon_0 A}{d} \quad (C) \frac{24}{25} \frac{\epsilon_0 A}{d} \quad (D) \frac{25}{12} \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

Ans. B**Sol.**

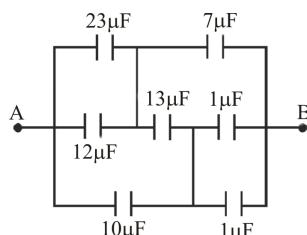
$$K_1 = \frac{2 \times 1 \times 3}{1+3} = \frac{3}{2}$$

$$K_2 = \frac{2 \times 2 \times 4}{2+4} = \frac{8}{3}$$

$$K_{eq} = \frac{K_1 + K_2}{2} = \frac{\frac{3}{2} + \frac{8}{3}}{2} = \frac{9+16}{12} = \frac{25}{12}$$

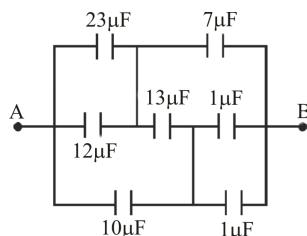
$$C = \frac{\epsilon_0 K_{eq} A}{2d} = \frac{\epsilon_0 A}{2d} \times \frac{25}{12} = \frac{25}{24} \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

3. Find the equivalent capacitance across A & B :



- (A) $\frac{28}{3} \mu F$ (B) $\frac{15}{2} \mu F$ (C) $15 \mu F$ (D) None

A तथा B के मध्य तुल्य धारिता ज्ञात करो।



- (A) $\frac{28}{3} \mu F$ (B) $\frac{15}{2} \mu F$ (C) $15 \mu F$ (D) कोई नहीं

Ans. B

4. An air capacitor, a capacitor with a dielectric and a capacitor with a conducting slab (thickness one half the separation between the plates of parallel plate air capacitor are introduced in both cases) has capacity C_1 , C_2 and C_3 respectively then :

एक वायु संधारित्र, एक परावैद्युत के साथ संधारित्र और एक चालक पट्टिका के साथ संधारित्र (दोनों स्थितियों में पट्टिका की मोटाई वायु संधारित्र की प्लेटों के मध्य की दूरी की आधी हैं।) क्रमशः C_1 , C_2 और C_3 धारिता रखते हैं। तब :

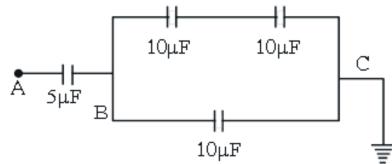
- (A) $C_1 > C_2 > C_3$ (B) $C_2 > C_3 > C_1$ (C) $C_3 > C_2 > C_1$ (D) $C_3 > C_1 > C_2$

Ans. C

Sol. $C_1 = \frac{\epsilon_0 A}{d}$, $C_2 = \frac{\epsilon_0 A}{\frac{d}{2} + \frac{d}{2K}}$, $C_3 = \frac{\epsilon_0 A}{\frac{d}{2}}$
 $C_3 > C_2 > C_1$

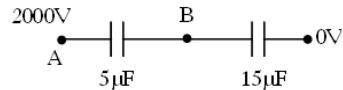
5. In the given circuit if point C is connected to the earth and a potential of +2000 V is given to point A, then potential at B is :

दिये गये चित्र में यदि बिन्दु C को पृथ्वी से संयोजित कर दे तथा बिन्दु A पर +2000 वोल्ट विभव दे तो बिन्दु B का विद्युत विभव होगा -



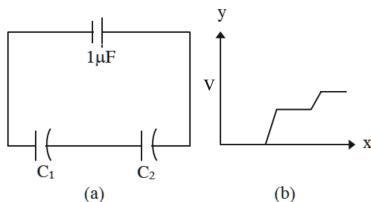
Ans. C

Sol.



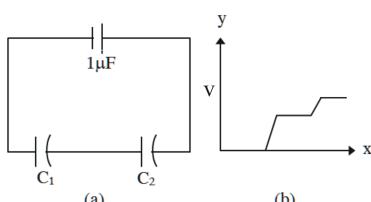
$$V_B - 0 = 500 \text{ V}$$

6. Figure (a) shows two capacitors connected in series and joined to a battery. The graph in figure (b) shows the variation in potential as one moves from left to right on the branch containing the capacitors, if :-



- (A) $C_1 > C_2$
 - (B) $C_1 = C_2$
 - (C) $C_1 < C_2$
 - (D) The information is not sufficient to decide the relation between C_1 and C_2

चित्र (a) में एक बैटरी के साथ दो श्रेणी क्रम में बैटरी से जोड़े गये संधारित्र दिखाये गये हैं। चित्र (b) में दर्शाया गया आरेख संधारित्रों को जोड़ी गयी शाखा (branch) में बाये से दाये विभव में परिवर्तन को दिखाता है, यदि :-



- (A) $C_1 > C_2$
 - (B) $C_1 = C_2$
 - (C) $C_1 < C_2$
 - (D) C_1 व C_2 के बीच सम्बन्ध निर्धारित करने के लिये सचना पर्याप्त नहीं है

Ans. C

Sol.

It is clear from the graph that potential difference across C_1 is more than that across C_2 .

$$\text{Now, } \theta = C_1 V_1 = C_2 V_2 \text{ or } \frac{C_1}{C_2} = \frac{V_2}{V_1}$$

$$\text{Since, } V_1 > V_2 \quad \therefore C_1 < C_2$$

7. Two parallel plate capacitors whose capacitances are C and $2C$ respectively, are joined in parallel. These are charged to V potential difference. If the battery is now removed and a dielectric of dielectric constant K is filled in between the plates of the capacitor C , then what will be the potential difference across each capacitor?

दो समान्तर प्लेट संधारित्र जिनकी धारिता C तथा $2C$ है, समान्तर क्रम में जुड़े हैं। इन्हें V विभवान्तर से आवेशित किया गया है। यदि अब बैटरी हटा ली जाये तथा संधारित्र C की प्लेटों के मध्य K परावैद्युतांक का परावैद्युत भरे तो प्रत्येक संधारित्र पर विभवान्तर होगा -

$$(A) \frac{V}{K+2} \quad (B) \frac{2V}{K+2} \quad (C) \frac{3V}{K+2} \quad (D) \frac{(2+K)V}{3}$$

Ans. C

$$\text{Sol. } V_{\text{com}} = \frac{q_1 + q_2}{C_1 + C_2} = \frac{CV + 2CV}{KC + 2C} = \frac{3V}{K+2}$$

8. Let C be the capacitance of a capacitor discharging through a resistor R . Suppose t_1 is the time taken for the energy stored in the capacitor to reduce to half its initial value and t_2 is the time taken for the charge to reduce to one-fourth its initial value. Then the ratio t_1/t_2 will be :

एक प्रतिरोधक R से धारिता C का एक संधारित्र विसर्जित हो रहा है। यह मान लें कि संधारित्र में संचित ऊर्जा को अपने प्रारम्भिक मान से घट कर आधा रह जाने में t_1 समय लगता है और आवेश को अपने प्रारम्भिक मान से घट कर एक चौथाई रह जाने में t_2 समय लगता है। तब अनुपात t_1/t_2 होगा:

$$(A) 2 \quad (B) 1 \quad (C) 1/2 \quad (D) 1/4$$

Ans. D

$$\text{Sol. } CV^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} CV_0^2 \right)$$

$$V = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{V_0}{\sqrt{2}} = V_0 e^{t_1/\tau}$$

$$t_1 = \frac{\tau}{2} \ln 2$$

$$q = q_0 e^{-t/\tau}$$

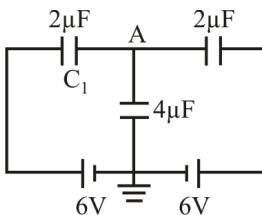
$$\frac{q_0}{4} = q_0 e^{-t_2/\tau}$$

$$t = 2\tau \ln 2$$

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{1}{4}$$

9. Three capacitors are connected as shown in fig. Then the charge on capacitor C_1 is :-

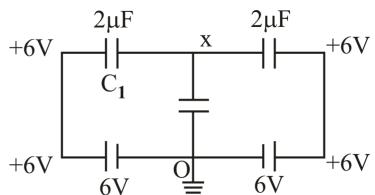
तीन संधारित्र चित्रानुसार जुड़े हुए हैं, तो C_1 पर आवेश होगा :-



- (A) $6\mu\text{C}$ (B) $12\mu\text{C}$ (C) $18\mu\text{C}$ (D) $24\mu\text{C}$

Ans. A

Sol.



$$2(6 - x) + 4(0 - x) + 2(6 - x) = 0$$

$$12 - 2x - 4x + 12 - 2x = 0$$

$$24 = 8x \quad \therefore x = 3V$$

$$\therefore q_{C1} = 2(6 - 3) = 6 \mu C$$

10. An air-filled parallel plate capacitor is to be constructed which can store $12\mu\text{C}$ of charge when operated at 1200V. What can be the minimum plate area of the capacitor ?

[Dielectric strength of air = 3×10^6 V/m]

वायु माध्यम में एक समान्तर प्लेट संधारित्र का निर्माण करना है, जो कि $12\mu\text{C}$ आवेश संगृहित कर सकता है, जब 1200V पर कार्य करे तो संधारित्र की प्लेटों का न्यनतम क्षेत्रफल क्या होगा ?

[हवा की परावैद्यत क्षमता = 3×10^6 V/m]

- (A) 0.38 cm^2 (B) 0.30 m^2 (C) 0.45 cm^2 (D) 0.45 m^2

Ans D

Sol

$$q = Cv$$

$$q = \frac{\epsilon_0 A V}{d}$$

$$A = \frac{qd}{\epsilon_0 V}, V = Ed$$

$$d = \frac{V}{E}$$

11. A cord is used to lower vertically a block of mass M by a distance d with constant downward acceleration $\frac{g}{4}$. Work done by the cord on the block is :

एक डोरी में लटकाया गया M क्रव्यमान का गुटका नीचे की दिशा में नियम त्वरण $\frac{g}{4}$ से d दूरी तय करता है। डोरी द्वारा गुटके पर सम्पन्न कार्य होगा-

- (A) $Mg\frac{d}{4}$ (B) $3Mg\frac{d}{4}$ (C) $-3Mg\frac{d}{4}$ (D) Mgd

Ans. C

Sol. When the block moves vertically downward with acceleration $\frac{g}{4}$ then tension in the cord

$$T = M \left(g - \frac{g}{4} \right) = \frac{3}{4} Mg$$

Work done by the cord $\vec{F} \cdot \vec{S} = FS \cos \theta$ Td ($\cos 180^\circ$)

$$= \left(-\frac{3}{4}Mg \right) \times d = -3Mg \frac{d}{4}$$

12. A spring with spring constant k when stretched through 1 cm, the potential energy is U . If it is stretched by 4 cm. The potential energy will be :

एक स्प्रिंग, जिसका स्प्रिंग नियतांक k है, को 1 cm तक खींचने पर इसकी स्थितिज ऊर्जा U है। यदि इसे 4 cm की दूरी तक खींचा जाये तो स्थितिज ऊर्जा होगी-

Ans. C

Sol. Potential energy $U = \frac{1}{2}kx^2$

$$\therefore U \propto x^2 \text{ [If } k = \text{constant}]$$

If elongation made 4 times then potential energy will become 16 times.

13. A particle is released from rest at origin. It moves under influence of potential field $U = x^2 - 3x$, kinetic energy at $x = 2$ is :-

एक कण को मूल बिन्दु से स्थिर अवस्था में छोड़ा जाता है। यदि कण एक स्थितिज ऊर्जा क्षेत्र $U = x^2 - 3x$ के अन्तर्गत गतिमान हो तो $x = 2$ पर उसकी गतिज ऊर्जा होगा:-

Ans. A

Sol. $x = 2$, $U_f = 2^2 - 3 \times 2 = -2$

$$x = 0, \quad U = 0$$

$$x = 0, \quad KE_i = 0$$

$$U_i + KE_i = U_f + KE_f$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi + KE$$

KE 21

Page 1

14. An ideal spring with spring-constant k is hung from the ceiling and a block of mass M is attached to its lower end. The mass is released with the spring initially unstretched. Then the maximum extension in the spring is :-

एक आदर्श स्प्रिंग जिसका नियतांक k है को छत से लटकाते हैं तथा इसके निचले सिरे पर M द्रव्यमान का ब्लॉक लटकाते हैं जब स्प्रिंग प्रारम्भिक अवस्था में है। तब द्रव्यमान M को छोड़ते हैं, तो स्प्रिंग में अधिकतम खिंचाव होगा:-

- (A) $4 Mg/k$ (B) $2 Mg/k$ (C) Mg/k (D) $Mg/2k$

Ans. B

Sol. Max. extension = $\frac{2mg}{K}$

15. The P.E. of a certain spring when stretched from natural length through a distance 0.3m is 10J . The amount of work in joule that must be done on this spring to stretch it through a additional distance 0.15m will be :-

किसी स्प्रिंग को जब उसके वास्तविक लम्बाई से 0.3m अधिक लम्बा कर दिया जाता है, तो स्प्रिंग की स्थितिज ऊर्जा 10J होती है। यदि स्प्रिंग की लम्बाई 0.15m और अधिक करना पड़े तो उसके लिये आवश्यक कार्य होगा :-

- (A) 10 J (B) 20 J (C) 7.5 J (D) 12.5 J

Ans. D

Sol. $10 = \frac{1}{2}K(0.3)^2 = \frac{1}{2}K(0.09)$

$$w = \frac{1}{2}K[(0.45)^2 - (0.3)^2] = \frac{1}{2}K(0.1125)$$

$$\frac{w}{10} = 1.25 \Rightarrow w = 12.5\text{ J}$$

16. A particle of mass 100 g is thrown vertically upwards with a speed of 5 m/s . The work done by the force of gravity during the time the particle goes up is

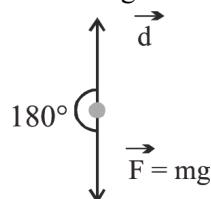
एक 100 g के कण को ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर 5 m/s के वेग से फेंका जाता है तो गुरुत्वीय बल के कारण अधिकतम ऊँचाई तक पहुँचने में किया गया कार्य होगा-

- (A) -1.25 J (B) 1.25 J (C) 0.5 J (D) -0.5 J

Ans. A

Sol. Maximum height reached by the particle

$$H_{\max} = \frac{u^2}{2g} = \frac{(5)^2}{2 \times 10} = 1.25\text{m}$$



$$\text{Work done} = \vec{F} \cdot \vec{d} = Fd \cos \theta = mg \times (H_{\max}) \times \cos (180^\circ)$$

$$= 0.1 \times 10 \times 1.25 \times (-1) = -1.25\text{ J}$$

17. A block of mass 5 kg slides down a rough inclined surface. The angle of inclination is 45° . The coefficient of sliding friction is 0.20. When the block slides 10 m; the work done on the block by force of friction is :-

एक 5 kg द्रव्यमान का ब्लॉक नत तल, जिसका झुकाव 45° है पर 10 m फिसलता है। यदि घर्षण गुणांक 0.20 है तो घर्षण बल द्वारा किया गया कार्य है :-

- (A) $50\sqrt{2}$ J (B) $-50\sqrt{2}$ J (C) 50 J (D) -50 J

Ans. B

Sol. $W_f = (-\mu mg \cos \theta)d = -50\sqrt{2}$ joule

18. The displacement of a body of mass 2 kg varies with time t as $s = t^2 + 2t$. where s is in metres and t is in seconds. The work done by all the forces acting on the body during the time interval $t = 2\text{s}$ to $t = 4\text{s}$ is :-

2 kg द्रव्यमान की वस्तु का विस्थापन समय के साथ $s = t^2 + 2t$ के अनुसार परिवर्तित होता है। जहाँ s मी. में एवं t सेकण्ड में है। $t = 2s$ तथा $t = 4s$ के मध्य वस्तु पर लगने वाले बलों द्वारा किया गया कार्य होगा :-

Ans. B

$$\text{Sol. } V = \frac{ds}{dt} = 2t + 2$$

$$t = 2\text{ s}, \quad v_i = 6 \text{ m/s}$$

$$t = 4\text{s}, \quad v_f = 10 \text{ m/s}$$

$$W_{All} = \Delta k E$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 2 [10^2 - 6^2] = 64 \text{ J}$$

19. A long spring, when stretched by x cm has a potential energy U . On increasing the length of spring by stretching to nx cm, the potential energy stored in the spring will be :-

एक स्प्रिंग को x cm खींचने पर स्थितिज ऊर्जा U है। स्प्रिंग की लम्बाई nx cm कर दी जाए तो स्प्रिंग की स्थितिज ऊर्जा है :-

- (A) U/n (B) nU (C) n^2U (D) U/n^2

Ans. C

$$\text{Sol. } U = \frac{1}{2}kx^2$$

$$U' = \frac{1}{2}k(nx)^2$$

$$II' \equiv n^2 II$$

20. A body of mass m accelerates uniformly to a speed v_0 in time t_0 . The work done on the body till anytime t is:-

एक वस्तु समान त्वरण के अन्तर्गत t_0 समय में स्थिर अवस्था से बदलकर वेग v_0 हो जाता है, तो उस वस्तु पर किसी क्षण t तक किया गया

कुल कार्य होगा :-

- (A) $\frac{1}{2}mv_0^2 \left(\frac{t^2}{t_0^2} \right)$ (B) $\frac{1}{2}mv_0^2 \left(\frac{t_0}{t} \right)$ (C) $mv_0^2 \left(\frac{t}{t_0} \right)$ (D) $mv_0^2 \left(\frac{t}{t_0} \right)^3$

Ans. A

Sol.

$$v = u + at$$

$$v_0 = 0 + at_0$$

$$a = \frac{v_0}{t_0}$$

$$v = u + at = 0 + \frac{v_0}{t_0}t$$

$$\Rightarrow v = \frac{v_0}{t_0}t$$

$$w = \Delta kE = \frac{1}{2}, m \frac{v_0^2}{t_0^2}, t^2$$

SECTION-II : (Maximum Marks: 20)

This section contains 10 questions Candidates have to attempt any 5 questions out of 10. If more than 5 questions are attempted, then only first 5 attempted questions will be evaluated.

The answer to each question is a Numerical Value.

For each question, enter the correct integer value (In case of non-integer value, the answer should be rounded off to the nearest Integer).

Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:

Full Marks : +4 If correct answer is entered.

Zero Marks : 0 If the question is unanswered.

Negative Marks : -1 If wrong answer is entered.

खण्ड-II : (अधिकतम अंक: 20)

इस खण्ड में 10 प्रश्न हैं। उम्मीदवारों को 10 में से किसी भी 5 प्रश्न का प्रयास करना है। यदि 5 से अधिक प्रश्नों का प्रयास किया जाता है, तो केवल पहले 5 प्रश्नों का मूल्यांकन किया जाएगा।

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर संख्यात्मक मान (Numerical Value) है।

प्रत्येक प्रश्न के लिए, सही पूर्णांक मान दर्ज करें (दशमलव संकेतन में), उत्तर को निकटतम पूर्णांक में लिखा जाना चाहिए।

प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंकन योजना के अनुसार किया जाएगा:

पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर दर्ज किया गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी उत्तर दर्ज नहीं किया गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत उत्तर दर्ज किया गया है।

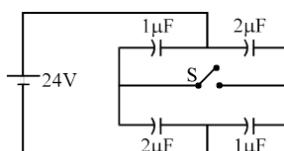
- To form a composite 16 μF , 1000V capacitor from a supply of identical capacitors marked 8 μF , 250 V, we require a minimum number of capacitors.

बहुत सारे दिए हुए समान संधारित्रों जिन पर 8 μF , 250 V अंकित है, द्वारा एक संयुक्त संधारित्र 16 μF , 1000V को बनाने के लिए कम से कम कितने संधारित्रों की आवश्यकता होगी :-

Ans. 32

- The connections shown in figure are established with the switch S open. How much charge will flow through the switch if it is closed ? (in μC)

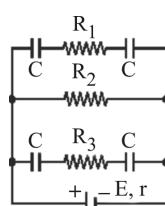
चित्र में स्विच S को खुला रखते हुए संयोजन बनाये गये हैं। यदि स्विच बन्द कर दिया जाये तो इससे कितना आवेश प्रवाहित होगा? (μC में)



Ans. 12

- In the circuit diagram of figure, $E = 5$ volt, $r = 1\Omega$, $R_2 = 4\Omega$, $R_1 = R_3 = 1\Omega$ and $C = 3 \mu\text{F}$. Then the magnitude of the charge (in μC) on each capacitor plate is :-

चित्र में दिखाये गये परिपथ में $E = 5$ वोल्ट, $r = 1\Omega$, $R_2 = 4\Omega$, $R_1 = R_3 = 1\Omega$ और $C = 3 \mu\text{F}$ है। तब प्रत्येक संधारित्र की प्लेट पर आवेश (μC में) का परिमाण है :-

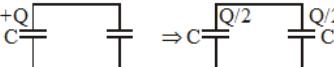


Ans. 6

4. A 60 pF capacitor is fully charged by a 20 V supply. It is then disconnected from the supply and is connected to another uncharged 60 pF capacitor in parallel. The electrostatic energy that is lost in this process by the time the charge is redistributed between them is (in nJ) _____.

60 pF धारिता के एक संधारित्र को 20 V के स्रोत से पूरा आवेशित किया जाता है। तत्पश्चात् इसे स्रोत से हटाकर 60 pF के एक दूसरे अनावेशित संधारित्र से पार्श्व संबंधन (parallel connection) में जोड़ा जाता है। जब आवेश पूरी तरह से दोनों संधारित्रों में वितरित हो जाये तो इस प्रक्रिया में स्थिर वैद्युत ऊर्जा की क्षति nJ में होती है _____।

Ans. 6

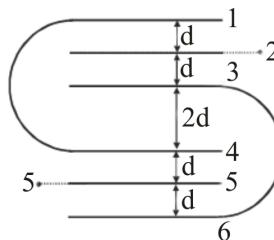
Sol.  $\Rightarrow C \frac{Q/2}{\square} \frac{Q/2}{\square} C$

$$Q = CV$$

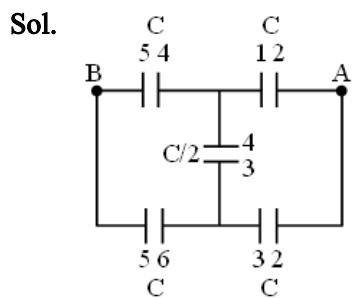
$$\begin{aligned}\Delta QL &= \frac{Q^2}{2C} - \left[\frac{(Q/2)^2}{2C} \times 2 \right] = \frac{Q^2}{4C} = \frac{1}{4} CV^2 \\ &= \frac{1}{4} \times 60 \times 10^{-12} \times 4 \times 10^2 = 6 \text{nJ}\end{aligned}$$

5. There are six parallel plates of equal area A are arranged as shown in figure ($d \ll A$). The equivalent capacitance between points 2 and 5, is $\alpha \frac{\epsilon_0 A}{d}$. Then find the value of α .

समान क्षेत्रफल A वाली छः समान्तर प्लेटों को चित्रानुसार व्यवस्थित किया गया है ($d \ll A$)। बिन्दु 2 तथा 5 के मध्य तुल्य धारिता $\alpha \frac{\epsilon_0 A}{d}$ है तो α का मान ज्ञात कीजिए।



Ans. 1



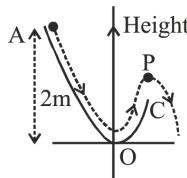
This is balance bridge

$$C_{AB} = C = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \alpha \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

$$\alpha = 1$$

6. A particle ($m = 1 \text{ kg}$) slides down a frictionless track (AOC) starting from rest at a point A (height 2 m). After reaching C, the particle continues to move freely in air as a projectile. When it reaches its highest point P (height 1 m), the kinetic energy of the particle (in J) is : (Figure drawn is schematic and not to scale; take $g = 10 \text{ ms}^{-2}$) _____.

चित्र में दिखाए गये घर्षणरहित पथ AOC पर 1kg द्रव्यमान का एक कण बिन्दु A (ऊँचाई 2 मीटर) से विरामावस्था से शुरू होकर नीचे की ओर फिसलता है। बिन्दु C पर पहुँचने के बाद यह पर प्रक्षेप्य (projectile) की तरह हवा में चलते रहता है। जब यह अपने उच्चतम बिन्दु P (ऊँचाई 1 मीटर) पर पहुँचेगा, तो इसकी गतिज ऊर्जा (J में) का मान होगा: (दिखाया गया चित्र सांकेतिक है; g का मान 10 ms^{-2} ले) _____.



Ans. 10

Sol. Mechanical energy conservation between A & P

$$U_1 + K_1 = K_2 + U_2$$

$$mg \times 2 = mg \times 1 + K_2$$

$$K_2 = mg \times 1 = 10 \text{ J}$$

7. A body of mass 2kg is driven by an engine delivering a constant power 1J/s. The body starts from rest and moves in a straight line. After 9 seconds, the body has moved a distance (in m) _____.

2kg की एक वस्तु एक इंजन द्वारा संचालित है जो कि 1J/s की नियत शक्ति प्रदान कर रहा है। यह वस्तु स्थिरावस्था से गतिमान होकर सीधी रेखा में चलती है। 9 सैकण्ड बाद वस्तु द्वारा चली गयी दूरी (m में) होगी _____।

Ans. 18

Sol. $u = 0$ $P = \text{constant}$



$$P = mav$$

$$m \frac{dv}{dt} v = P$$

$$\int_0^v v dv = \frac{P}{m} \int_0^t dt$$

$$\frac{v^2}{2} = \frac{Pt}{m} \Rightarrow v = \left(\frac{2Pt}{m} \right)^{1/2}$$

$$\frac{dx}{dt} = \sqrt{\frac{2P}{m}} t^{1/2}$$

$$\int_0^x dx = \sqrt{\frac{2P}{m}} \int_0^t t^{1/2} dt$$

$$x = \sqrt{\frac{2P}{m}} \frac{t^{3/2}}{3/2} = \sqrt{\frac{2P}{m}} \times \frac{2}{3} t^{3/2} = \sqrt{\frac{2 \times 1}{2}} \times \frac{2}{3} \times 9^{3/2} = \frac{2}{3} \times 27 = 18$$

8. The potential energy (U) of a diatomic molecule is a function dependent on r (interatomic distance) as :

$$U = \frac{\alpha}{r^{10}} - \frac{\beta}{r^5} - 3$$

where, α and β are positive constants. The equilibrium distance between two atoms will be $\left(\frac{2\alpha}{\beta}\right)^{\frac{1}{5}}$, where $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

किसी द्विपरमाणुक अणु की स्थितिज ऊर्जा (U)r (अन्तरापरमाणुक दूरी) पर निर्भर कोई फलन है जिसे इस प्रकार दर्शाया गया है :

$$U = \frac{\alpha}{r^{10}} - \frac{\beta}{r^5} - 3$$

यहाँ α और β धनात्मक स्थिरांक हैं। दोनों परमाणुओं के बीच साम्य दूरी $\left(\frac{2\alpha}{\beta}\right)^{\frac{1}{5}}$ होगी, जब $a = \underline{\hspace{2cm}}$ हो।

Ans. 1

Sol.

For equilibrium

$$\frac{dU}{dr} = 0$$

$$\frac{-10\alpha}{r^{11}} + \frac{5\beta}{r^6} = 0$$

$$\frac{5\beta}{r^6} = \frac{10\alpha}{r^{11}}$$

$$r^5 = \frac{2\alpha}{\beta}; r = \left(\frac{2\alpha}{\beta}\right)^{\frac{1}{5}}; a = 1$$

9. A ball of mass 4 kg, moving with a velocity of 10 ms^{-1} , collides with a spring of length 8 m and force constant 100 Nm^{-1} . The length of the compressed spring is x m. The value of x , to the nearest integer, is $\underline{\hspace{2cm}}$.

10 ms^{-1} वेग से गतिमान 4 kg द्रव्यमान की गेंद किसी 8m लम्बी स्प्रिंग से टकराती है। स्प्रिंग का बल नियतांक 100 Nm^{-1} है। संपीड़ित स्प्रिंग की लम्बाई x m है। x का मान निकटतम पूर्णांक में $\underline{\hspace{2cm}}$ होगा।

Ans. 6

Sol.

Let's say the compression in the spring by : y .

So, by work energy theorem we have

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}ky^2 \Rightarrow y = \sqrt{\frac{m}{k}} \cdot v$$

$$\Rightarrow y = \sqrt{\frac{4}{100}} \times 10 \Rightarrow y = 2\text{m}$$

$$\Rightarrow \text{final length of spring} = 8 - 2 = 6 \text{ m}$$

10. Two persons A and B perform same amount of work in moving a body through a certain distance d with application of forces acting at angle 45° and 60° with the direction of displacement respectively. The ratio of force applied by person A to the force applied by person B is $\frac{1}{\sqrt{x}}$. The value of x is

विस्थापन की दिशा में क्रमशः 45° तथा 60° कोण पर लगाये गये बलों से वस्तु को 'd' दूरी तक गति कराने में दो व्यक्ति A तथा B समान

कार्य निष्पादित करते हैं। व्यक्ति A द्वारा लगाये गये बल तथा व्यक्ति B द्वारा लगाये बल का अनुपात $\frac{1}{\sqrt{x}}$ है। x का मान _____ है।

Ans. 2

Sol.

$$\text{Given } W_A = W_B$$

$$F_A d \cos 45^\circ = F_B d \cos 60^\circ$$

$$F_A \times \frac{1}{\sqrt{2}} = F_B \times \frac{1}{2}$$

$$\frac{F_A}{F_B} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\boxed{x = 2}$$

PART-2 : CHEMISTRY**भाग-2 : रसायन विज्ञान****SECTION-I : (Maximum Marks: 80)**

This section contains **20 questions**. Each question has 4 options for correct answer. Multiple-Choice Questions (MCQs) **Only one option is correct**. For each question, marks will be awarded as follows:

Full Marks : +4 If correct answer is selected.

Zero Marks : 0 If none of the option is selected.

Negative Marks : -1 If wrong option is selected.

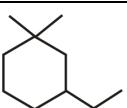
खण्ड-I : (अधिकतम अंक: 80)

इस खंड में **20 प्रश्न** हैं। प्रत्येक प्रश्न में सही उत्तर के लिए 4 विकल्प हैं। बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQs) केवल एक विकल्प सही है। प्रत्येक प्रश्न के लिए, अंक निम्नानुसार दिए जाएंगे:

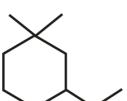
पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर चुना गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत विकल्प चुना गया है।

1.  has the IUPAC name :-

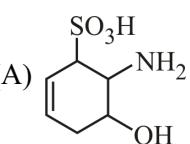
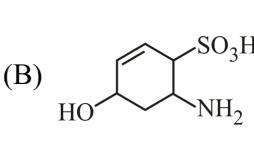
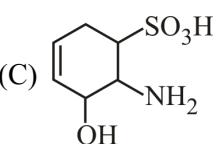
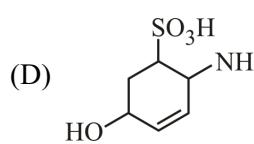
- (A) 1-Ethyl-3, 3-dimethyl cyclohexane
- (B) 3-Ethyl-1, 3-dimethyl cyclohexane
- (C) 3-Ethyl-1, 1-dimethyl cyclohexane
- (D) 3, 3-Dimethyl-1-ethyl cyclohexane

 का IUPAC नाम है :-

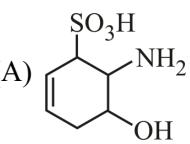
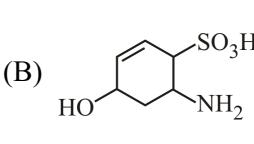
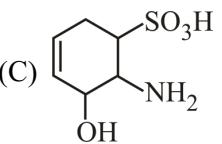
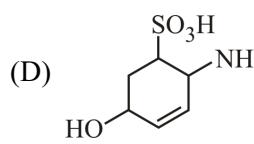
- (A) 1-एथिल-3, 3-डाईमेथिल साइक्लोहेक्सेन
- (B) 3-एथिल-1, 3-डाईमेथिल साइक्लोहेक्सेन
- (C) 3-एथिल-1, 1-डाईमेथिल साइक्लोहेक्सेन
- (D) 3, 3-डाईमेथिल-1-एथिल साइक्लोहेक्सेन

Ans. C

2. The correct structure of 6-amino-4-hydroxycyclohex-2-ene-1-sulphonic acid is :-

- (A) 
- (B) 
- (C) 
- (D) 

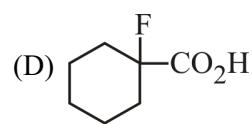
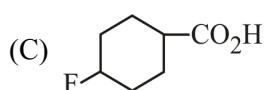
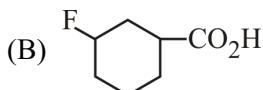
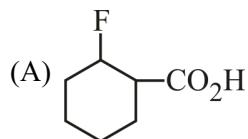
6-एमीनो-4-हाइड्रोक्सीसाइक्लोहेक्स-2-इन-1-सल्फोनिक अम्ल की सही संरचना है :-

- (A) 
- (B) 
- (C) 
- (D) 

Ans. B

3. Which of the following has highest K_a value ?

निम्न में से कौन K_a का अधिकतम मान रखता है।



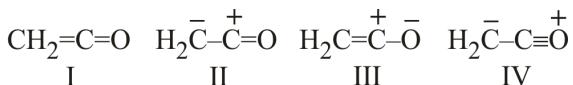
Ans. D

Sol. Acidic strength \propto -I power $\propto K_a$

Also -I power decreased as distance increase.

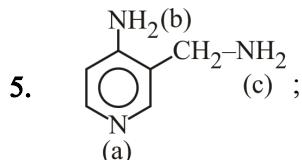
4. The correct stability order of the following resonating structures is :-

निम्नलिखित अनुनादी सरंचनाओं का सही स्थायित्व क्रम है :-



- (A) IV > I > III > II (B) II > IV > I > III (C) III > II > IV > I (D) I > IV > III > II

Ans. D



Basic strength order is :-

क्षारीय सामर्थ्य का क्रम है :-

- (A) c > a > b (B) b > a > c (C) a > b > c (D) c > b > a

Ans. A

Sol. (a) \rightarrow ℓp localised (EN \uparrow BS \downarrow)

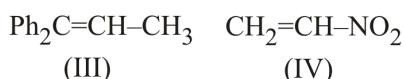
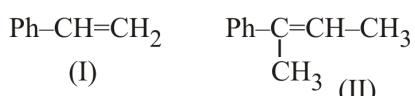
(b) \rightarrow ℓp de-localised

(c) \rightarrow ℓp localised

\therefore (c) > (a) > (b)

6. Arrange the following compounds in decreasing order of reactivity for EAR :-

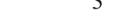
निम्न को EAR के प्रति क्रियाशीलता के घटते क्रम में व्यवस्थित करो :-



- (A) IV > I > II > III (B) III > II > I > IV (C) II > III > I > IV (D) II > III > IV > I

Ans. B

Sol. Reactivity of substrate μ stability of intermediate (carb-cation)

7. $2\text{-Butene} + \text{Br}_2 \rightarrow$  + Enantiomer ; 2-Butene is :-
 (by anti addition)

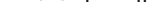
(A) सिस (B) टांस (C) दोनों (D) कोई नहीं

Ans. A

8.  $\text{OH}^- \xrightarrow{\Delta}$

The alkene formed as a major product in the above elimination reaction is-

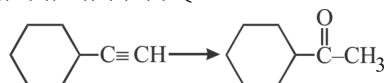
उपरोक्त विलोपन अभिक्रिया में जो ऐल्कीन मख्य उत्पाद के रूप में बनता है, वह है।

- (A)  (B) $\text{CH}_2 = \text{CH}_2$ (C)  (D) 

Ans. B

9. The reagent used to convert -

निम्न को रूपान्तरित करने के लिए प्रयोग में लिया गया अभिकर्मक है -

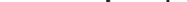
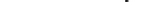


Ans. B

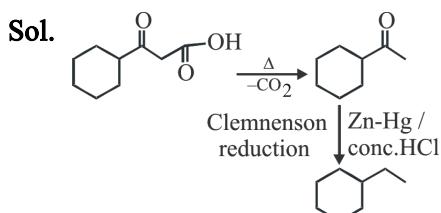
10.

In the above reaction, product (B) is :

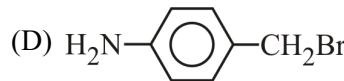
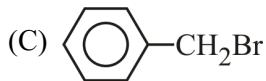
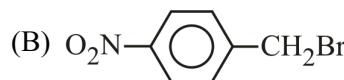
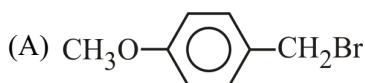
उपरोक्त अभिक्रिया में उत्पाद (B) है :

- (A)  (B)  (C)  (D) 

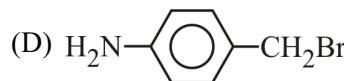
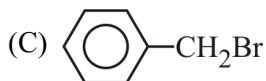
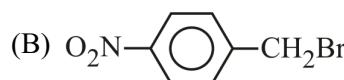
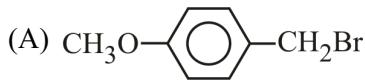
Ans. B



11. Which one of the following compounds undergoes predominantly S_N2 reaction with aqueous NaOH in a polar aprotic solvent :-



निम्न में से कौन सा यौगिक जलीय NaOH के साथ अप्रोटीक विलायक में S_N2 क्रिया प्रमुखता से देता है :-



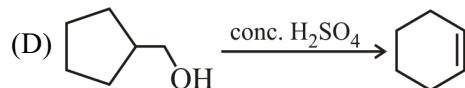
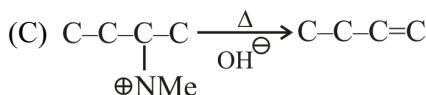
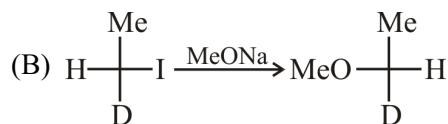
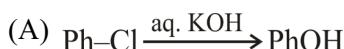
Ans. B

Sol. In primary halide

$$\text{Rate of } S_N2 \propto \text{EWG} \propto \frac{1}{\text{ERG}} -\text{O}-\text{CH}_3(\text{ERG}), -\text{NO}_2(\text{EWG}), -\text{NH}_2(\text{ERG})$$

12. In which of the following reaction correct product is/not given?

निम्न में किस अभिक्रिया का उत्पाद सही नहीं दिया गया है-



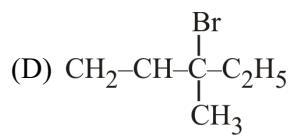
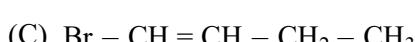
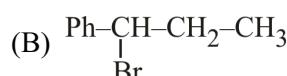
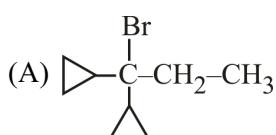
Ans. A

Sol. $\begin{array}{c} \text{C}_6\text{H}_5-\text{Cl} \\ | \\ \text{C}_6\text{H}_5-\text{Cl} \end{array} \xrightarrow{\text{Aqueous KOH}} \text{No Reaction}$

Due to Resonance chlorobenzene is very less reactive for N.S.R.

13. Which one the following will be the most reactive for E_1 reaction?

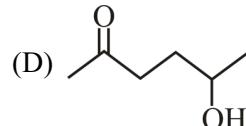
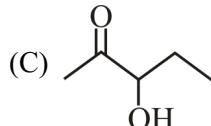
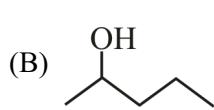
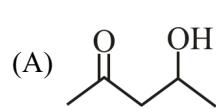
E_1 अभिक्रिया के लिए निम्न में से कौन अत्यधिक क्रियाशील है?



Ans. A

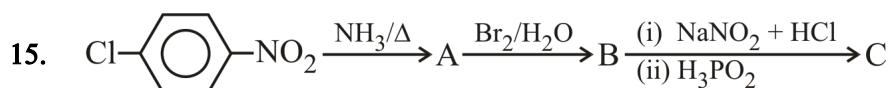
14. Which one of the following will most readily be dehydrated in acidic condition ?

निम्न में से कौनसा यौगिक अम्लीय परिस्थितियों में सर्वाधिक तीव्रता से निर्जलीकृत होगा ?



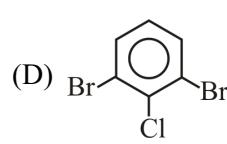
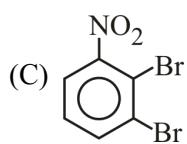
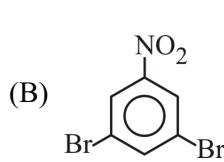
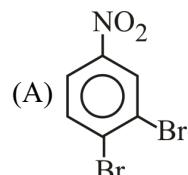
Ans. A

Sol. B-Hydroxy carbonyl compound is most reactive for acidic dehydration product is stable by Resonance.

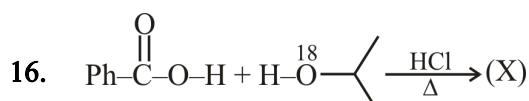
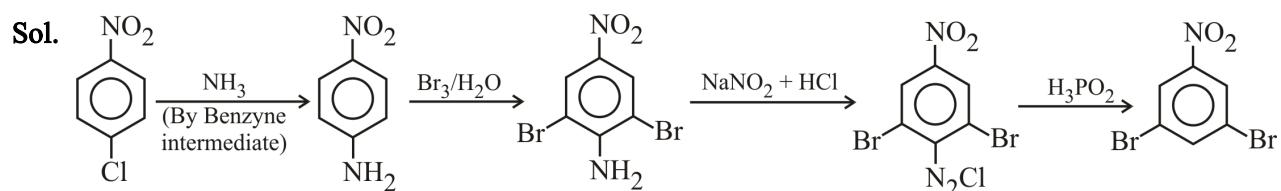


Product of C in above reaction

उपरोक्त क्रियाओं में उत्पाद C होगा -

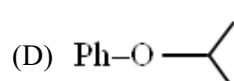
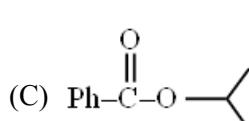
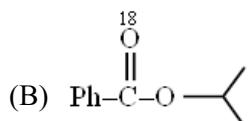
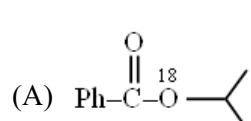


Ans. B

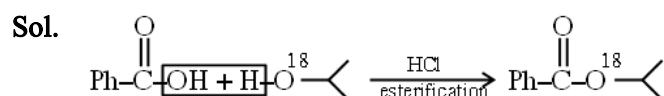


Major product (X) is :-

मुख्य उत्पाद (X) है :-

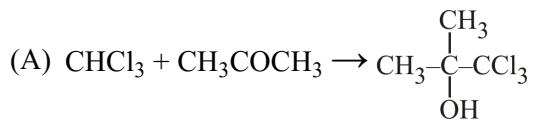


Ans. A

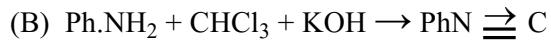


During esterification –OH group of water comes from acid.

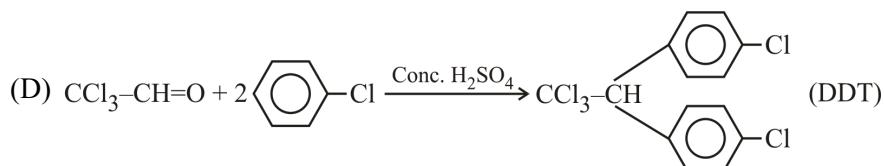
17. Which of the following reaction represent incorrect major product



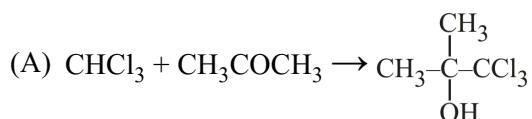
(Chloretone-hypnotic)



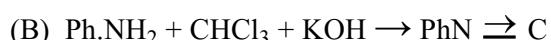
(Bad Smell)



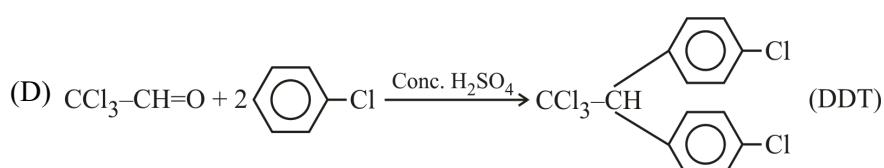
निम्न में से कौनसी अभिक्रिया में मुख्य उत्पाद गलत दर्शाता है ?



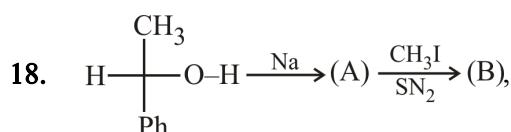
(क्लोरेटोन-स्वापक)



(दुर्गन्ध)

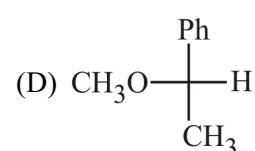
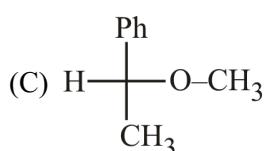
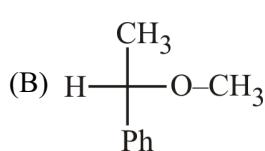
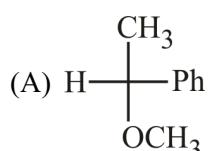


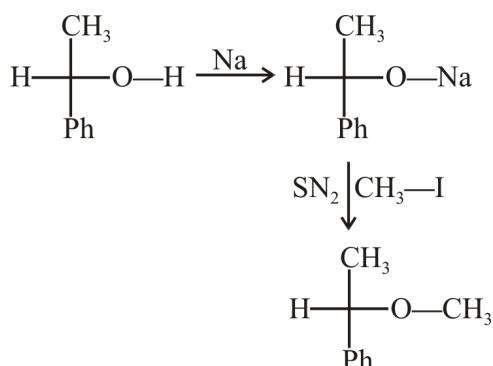
Ans. C



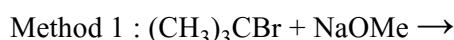
Product (B) is :-

उत्पाद (B) है :-



Ans. B**Sol.**

19. Consider the following two methods:



Which of the following is correct for the formation of ether

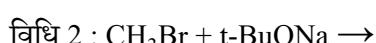
(A) method 1 should be used

(B) method 2 should be used

(C) any of the two methods can be used

(D) none of the method can be used

निम्न दो विधियों पर विचार कीजिए -



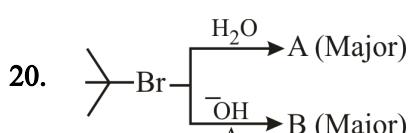
निम्न में से कौनसी अभिक्रिया ईथर के निर्माण के लिए सही है।

(A) विधि 1 उपयोग करना चाहिए

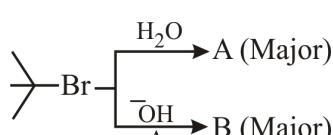
(B) विधि 2 उपयोग करना चाहिए

(C) कोई भी दो विधि उपयोग कर सकते हैं

(D) कोई भी विधि उपयोग नहीं कर सकते

Ans. B

A & B are respectively :-



A एवं B क्रमशः है :-

- (A) $\begin{array}{c} \nearrow \\ \text{OH} \end{array}, \begin{array}{c} \nearrow \\ \nearrow \end{array}$ (B) $\begin{array}{c} \nearrow \\ \nearrow \end{array}, \begin{array}{c} \nearrow \\ \text{OH} \end{array}$ (C) $\begin{array}{c} \nearrow \\ \text{OH} \end{array}, \begin{array}{c} \nearrow \\ \nearrow \end{array}$ (D) $\begin{array}{c} \nearrow \\ \nearrow \end{array}, \begin{array}{c} \nearrow \\ \text{OH} \end{array}$

Ans. A

SECTION-II : (Maximum Marks: 20)

This section contains 10 questions Candidates have to attempt any 5 questions out of 10. If more than 5 questions are attempted, then only first 5 attempted questions will be evaluated.

The answer to each question is a Numerical Value.

For each question, enter the correct integer value (In case of non-integer value, the answer should be rounded off to the nearest Integer).

Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:

Full Marks : +4 If correct answer is entered.

Zero Marks : 0 If the question is unanswered.

Negative Marks : -1 If wrong answer is entered.

खण्ड-II : (अधिकतम अंक: 20)

इस खण्ड में 10 प्रश्न हैं। उम्मीदवारों को 10 में से किसी भी 5 प्रश्न का प्रयास करना है। यदि 5 से अधिक प्रश्नों का प्रयास किया जाता है, तो केवल पहले 5 प्रश्नों का मूल्यांकन किया जाएगा।

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर संख्यात्मक मान (Numerical Value) है।

प्रत्येक प्रश्न के लिए, सही पूर्णांक मान दर्ज करें (दशमलव संकेतन में, उत्तर को निकटतम पूर्णांक में लिखा जाना चाहिए।)

प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंकन योजना के अनुसार किया जाएगा:

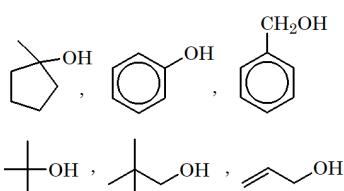
पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर दर्ज किया गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी उत्तर दर्ज नहीं किया गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत उत्तर दर्ज किया गया है।

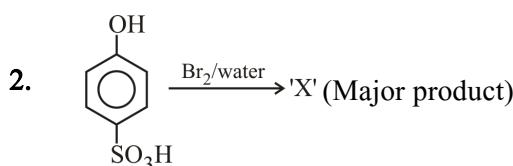
- How many of the following will give Lucas test instantly.

निम्न में से कितने यौगिक तुरन्त लुकास परीक्षण देंगे?

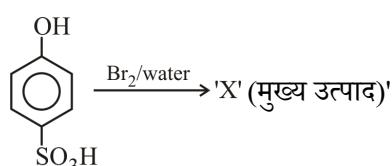


Ans. 4

Sol. Alcohol which form stable carbocation will give Lucas test instantly.

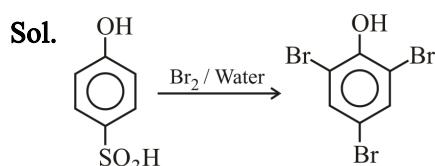


Find the total number of bromine present in 'X'.



X' में कुल उपस्थित ब्रोमीन की संख्या ज्ञात कीजिए।

Ans. 3



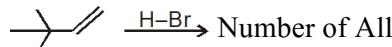
3. How many of the following ethers cannot be prepared by Williamson's synthesis?

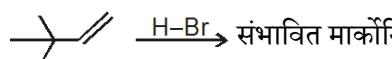
निम्न में से कितनी ईंधर विलियमसन सं'यषण से नहीं बनाई जा सकती?

- (i) $\text{CH}_3\text{OCH}_2\text{CH}_3$ (ii) $\text{C}_6\text{H}_5\text{OCH}_3$ (iii) $\text{C}_6\text{H}_5\text{OCH}_2\text{CH}_3$
 (iv) $(\text{C}_6\text{H}_5)_2\text{O}$ (v) $(\text{CH}_3)_3\text{COCH}_3$ (vi) $(\text{CH}_3)_3\text{COCH}_2\text{CH}_3$
 (vii) $(\text{CH}_3)_3\text{COC}(\text{CH}_3)_3$ (viii) $(\text{C}_2\text{H}_5)_2\text{O}$ (ix) $\text{C}_6\text{H}_5\text{CH}_2\text{OC}_6\text{H}_5$

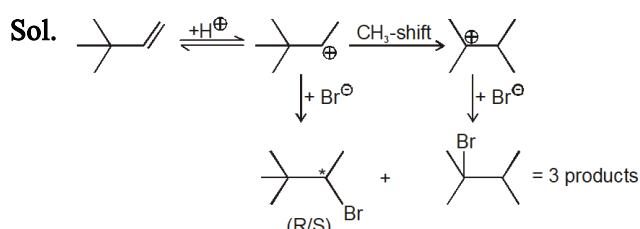
Ans. 2

Sol. $(\text{C}_6\text{H}_5)_2\text{O}$ & $(\text{CH}_3)_3\text{COC}(\text{CH}_3)_3$

4.  Number of All possible markonikov products (X). What is the value of X :

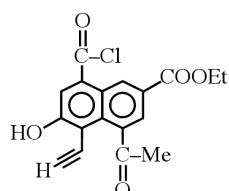
 संभावित मार्कोनिकॉफ उत्पाद (X) की संख्या X का मान है :

Ans. 3

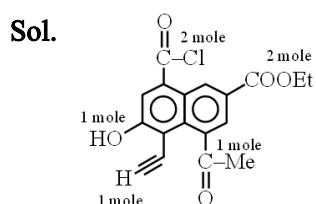


5. How many moles of Grignard reagent can react with one mole of following compound ?

निम्न यौगिक के एक मोल के साथ कितने ग्रीन्यार अभिकर्मक के एक मोल अभिक्रिया करेंगे



Ans. 7



6. The number of products obtained from the ozonolysis of o-xylene.

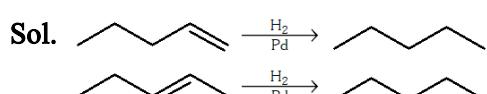
o-xylene के ओजोनीकरण करने पर बनने वाले उत्पादों की संख्या होगी।

Ans. 3

7. How many structural alkenes can give n-Pentane on catalytic hydrogenation ?

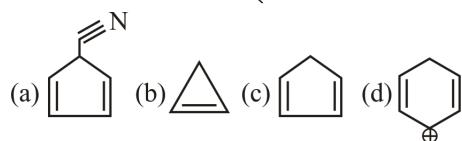
उत्प्रेरकीय हाइड्रोजनीकरण पर कितने संरचनात्मक एल्कीन n-पेन्टेन दे सकते हैं?

Ans. 2



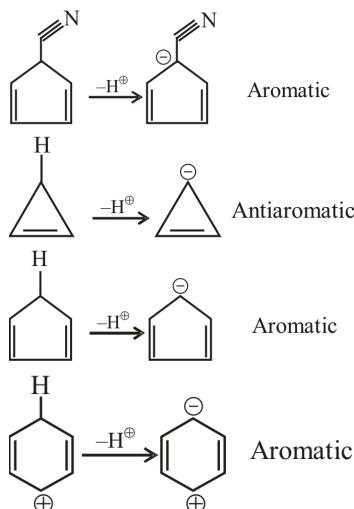
8. How many compound are stable after deprotonation?

विप्रोटॉनीकरण के पश्चात् स्थायी यौगिकों की संख्या होगी?



Ans. 3

Sol. Compound which gives on stable conjugate base after deprotonation will deprotonate easily a, c, f



9. How many of the following are more acidic than HCOOH

निम्न में से कितने HCOOH की तुलना में अधिक अम्लीय हैं।

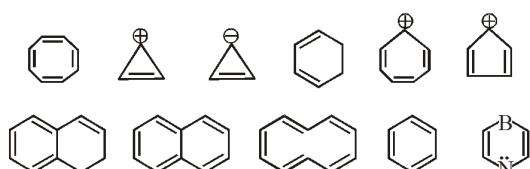
- (i) $\text{CH}_2\text{---COOH}$ (ii) $\text{CH}_3\text{---COOH}$ (iii) $\text{OOC---CH}_2\text{---COOH}$ (iv) $\text{NC---CH}_2\text{---COOH}$
 (v) $\text{CH}_2\text{---COOH}$ (vi) $\text{CH}_2\text{---COOH}$ (vii) $\text{CH}_2\text{---COOH}$ (viii) $\text{CH}_2\text{---COOH}$
 | | | |
 Cl F NO₂ NH⁻ NH₃⁺

Ans. 5

Sol. i, iv, v, vi, vii

10. Among the following, the number of aromatic compound is :

निम्न में से, ऐरोमैटिक यौगिकों की संख्या होगी :



Ans. 6

PART-3 : MATHEMATICS

भाग-3 : गणित

SECTION-I : (Maximum Marks: 80)

This section contains **20 questions**. Each question has 4 options for correct answer. Multiple-Choice Questions (MCQs) **Only one option is correct**. For each question, marks will be awarded as follows:

Full Marks : +4 If correct answer is selected.

Zero Marks : 0 If none of the option is selected.

Negative Marks : -1 If wrong option is selected.

खण्ड-I : (अधिकतम अंक: 80)

इस खण्ड में **20 प्रश्न हैं।** प्रत्येक प्रश्न में सही उत्तर के लिए 4 विकल्प हैं। बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQs) केवल एक विकल्प सही है। प्रत्येक प्रश्न के लिए, अंक निम्नानुसार दिए जाएँगे:

पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर चुना गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत विकल्प चुना गया है।

1. The equation of a straight line passing through (3,2) and cutting an intercept of 2 units between the lines $3x + 4y = 11$ and $3x + 4y = 1$ is

एक रेखा जो (3,2) से गुजरती है और रेखा $3x + 4y = 11$ व रेखा $3x + 4y = 1$ के मध्य 2 इकाई का अन्तः खण्ड काटती है, का समीकरण होगा :-

- (A) $2x + y - 8 = 0$ (B) $3y - 4x + 6 = 0$ (C) $3x + 4y - 17 = 0$ (D) $2x - y - 4 = 0$

Ans. B

Sol. Distance between the given parallel lines = $\frac{|11 - 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2$

∴ Required line is perpendicular to the given lines and passes through (3,2)

∴ The required equation is $3y - 4x + 6 = 0$

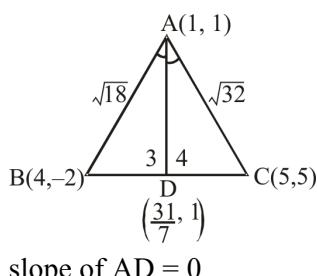
2. In triangle ABC, A $\equiv (1, 1)$, B $\equiv (4, -2)$, C $\equiv (5, 5)$. Equation of the internal angle bisector of $\angle A$ is :-

त्रिभुज ABC में, A $\equiv (1, 1)$, B $\equiv (4, -2)$, C $\equiv (5, 5)$ कोण A के अन्तःअर्द्धक का समीकरण है:-

- (A) $y = 1$ (B) $x - y = 1$ (C) $x = 1$ (D) $x + y = 1$

Ans. A

Sol.



slope of AD = 0

∴ line $y = 1$

3. Let $ax + by + c = 0$ be a variable straight line, where a, b and c are 1st, 3rd and 7th terms of an increasing A.P. respectively. Then the variable straight line always passes through a fixed point which lies on :-

माना $ax + by + c = 0$ एक सरल रेखा है जहाँ a, b व c एक वर्धमान समान्तर श्रेणी का पहला, तीसरा व सातवाँ पद है तो रेखा एक निश्चित बिन्दु से गुजरती है तथा वह बिन्दु निम्न में से किस ब्रक्ट पर होगा :-

(A) $y^2 = 4x$ (B) $x^2 + y^2 = 5$ (C) $3x + 4y = 9$ (D) $x^2 + y^2 = 13$

Ans. D

Sol. Let the common difference of A.P. is d then $b = a + 2d$ and $c = a + 6d$, so variable straight line will be
 $ax + (a + 2d)y + a + 6d = 0$

$$\Rightarrow a(x + y + 1) + d(2y + 6) = 0$$

which always passes through $(2, -3)$.

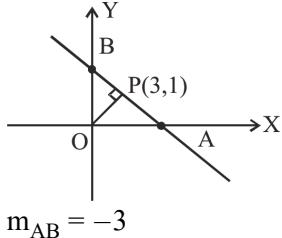
4. A straight line passing through $P(3, 1)$ meet the coordinates axes at A and B . It is given that distance of this straight line from the origin 'O' is maximum. Area of triangle OAB is equal to :-

एक सरल रेखा बिन्दु $P(3, 1)$ से गुजरती है यह निर्देशी अक्षों को A तथा B पर काटती है यदि इस रेखा की मूल बिन्दु 'O' से दूरी अधिकतम है, तो त्रिभुज OAB का क्षेत्रफल होगा :-

(A) $\frac{50}{3}$ sq. units (B) $\frac{25}{3}$ sq. units (C) $\frac{20}{3}$ sq. units (D) $\frac{100}{3}$ sq. units

Ans. A

Sol.



$$m_{AB} = -3$$

Equation of AB is

$$y - 1 = -3(x - 3)$$

$$\text{or } 3x + y - 10 = 0$$

$$\text{Area} = \frac{(10)^2}{2|3 \times 1|} = \frac{50}{3} \text{ sq. units}$$

5. Given the family of lines, $a(3x + 4y + 6) + b(x + y + 2) = 0$. The line of the family situated at the greatest distance from the point $P(2, 3)$ has equation -

(A) $4x + 3y + 8 = 0$ (B) $5x + 3y + 10 = 0$

(C) $15x + 8y + 30 = 0$ (D) None of these

$a(3x + 4y + 6) + b(x + y + 2) = 0$ दिया गया रेखा निकाय है, तो इस रेखा निकाय की बिन्दु $P(2, 3)$ से अधिकतम दूरी पर स्थित रेखा का समीकरण है -

(A) $4x + 3y + 8 = 0$ (B) $5x + 3y + 10 = 0$

(C) $15x + 8y + 30 = 0$ (D) इनमें से कोई नहीं

Ans. A**Sol.**

$$\text{Since family } a(3x + 4y + 6) + b(x + y + z) = 0$$

passes through a point $(-2, 0)$

\therefore required line is passes through point

$(-2, 0)$ and  to line segment joining points

$(-2, 0) \& (2, 3)$

\Rightarrow eqn of line -

$$y - 0 = -\frac{4}{3}(x + 2)$$

$$\Rightarrow 4x + 3y + 8 = 0$$

6. A variable line drawn through the point $(1, 3)$ meets the x -axis at A and y -axis at B . If the rectangle $OAPB$ is completed, where ' O ' is the origin, then locus of ' P ' is :-

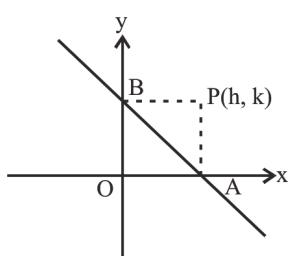
बिन्दु $(1, 3)$ से खांची गई एक चर रेखा x -अक्ष को A तथा y -अक्ष को B पर मिलती है यदि आयत $OAPB$ बनाया जाये जहाँ ' O ' मूल बिन्दु है तो ' P ' का बिन्दुपथ है :-

(A) $\frac{1}{y} + \frac{3}{x} = 1$

(B) $x + 3y = 1$

(C) $\frac{1}{x} + \frac{3}{y} = 1$

(D) $3x + y = 1$

Ans. C**Sol.**

$$\text{Eq of line is } \frac{x}{h} + \frac{y}{k} = 1$$

it passes through $(1, 3)$

$$\therefore \frac{1}{h} + \frac{3}{k} = 1 \text{ or } \boxed{\frac{1}{x} + \frac{3}{y} = 1}$$

7. Consider a family of lines $(4a + 3)x - (a + 1)y - (2a + 1) = 0$ (where $a \in \mathbb{R}$) The locus of the foot of the perpendicular from the origin on each member of this family, is :-

सरल रेखा निकाय $(4a + 3)x - (a + 1)y - (2a + 1) = 0$ (जहाँ $a \in R$ के लिए) मूल बिन्दु से इस रेखा निकाय की प्रत्येक रेखा पर डाले गये लम्ब के पाद का बिन्दुपथ है:-

- (A) $(2x - 1)^2 + 4(y + 1)^2 = 5$ (B) $(2x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 5$
(C) $(2x + 1)^2 + 4(y - 1)^2 = 5$ (D) $(2x - 1)^2 + 4(y - 1)^2 = 5$

Ans. D

Sol. Given family of lines is

$$(3x - y - 1) + a(4x - y - 2) = 0$$

There point of intersection is $P(1,2)$ Say foot of perpendicular is $F(h,k)$ and origin is $O(0,0)$.

In right angle ΔOFP , we know $(OP)^2 = (OF)^2 + (FP)^2$

$$\Rightarrow 12+2^2 = h^2+k^2+(h-1)^2+(k-2)^2$$

$$\Rightarrow 5 = 2(h^2 + k^2) + 5 - 2h - 4k$$

$$\Rightarrow h^2 + k^2 - h - 2k = 0$$

$$\Rightarrow \left(h - \frac{1}{2} \right)^2 + (k-1)^2 = \frac{1}{4} + 1$$

$$\Rightarrow (2h-1)^2 + 4(k-1)^2 = 5$$

8. If $\begin{vmatrix} \cos 2x & \sin^2 x & \cos 4x \\ \sin^2 x & \cos 2x & \cos^2 x \\ \cos 4x & \cos^2 x & \cos 2x \end{vmatrix} = a_0 + a_1 \sin x + a_2 \sin^2 x + \dots$ then a_0 is equal to :-

$$\text{यदि } \begin{vmatrix} \cos 2x & \sin^2 x & \cos 4x \\ \sin^2 x & \cos 2x & \cos^2 x \\ \cos 4x & \cos^2 x & \cos 2x \end{vmatrix} = a_0 + a_1 \sin x + a_2 \sin^2 x + \dots \text{ तो } a_0 \text{ बराबर होगा :-}$$

- (A) 1
 - (B) 0
 - (C) -1
 - (D) 2

Ans. C

Sol. Put $x = 0$ and solve the detr.

$$a_0 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -1$$

9. Let $x, y, z > 0$ are respectively 2nd, 3rd, 4th term of G.P. and

$$\Delta = \begin{vmatrix} x^K & x^{K+1} & x^{K+2} \\ y^K & y^{K+1} & y^{K+2} \\ z^K & z^{K+1} & z^{K+2} \end{vmatrix} = (r-1)^2 \left(1 - \frac{1}{r^2} \right),$$

(Where r is common ratio), then :-

- (A) $K = -1$ (B) $K = 1$ (C) $K = 0$ (D) None of these

यदि $x, y, z > 0$ क्रमशः किसी गुणेत्तर श्रेणी के दूसरे, तीसरे तथा चौथे पद हो तथा

$$\Delta = \begin{vmatrix} x^K & x^{K+1} & x^{K+2} \\ y^K & y^{K+1} & y^{K+2} \\ z^K & z^{K+1} & z^{K+2} \end{vmatrix} = (r-1)^2 \left(1 - \frac{1}{r^2} \right),$$

(जहाँ r सर्वानुपात है), तो :-

- (A) $K = -1$ (B) $K = 1$ (C) $K = 0$ (D) इनमें से कोई नहीं

Ans. A

$$\begin{aligned} \text{Sol. } \Delta &= x^K y^K z^K = a^{3K} \cdot r^{6K} \cdot a^3 r^3 \\ &= a^{3(K+1)} \cdot r^{6K+3} (1-r)(r-r^2)(r^2-1) \end{aligned}$$

Clearly, $K = -1$

$$\therefore \Delta = r^{-2}(1-r)^2(r^2-1) = (r-1)^2 \left(1 - \frac{1}{r^2}\right)$$

10. Let $\begin{vmatrix} x & 2 & x \\ x^2 & x & 6 \\ x & x & 6 \end{vmatrix} = Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx + E$. Then the value of $5A + 4B + 3C + 2D + E$ is equal to

$$\text{माना } \begin{vmatrix} x & 2 & x \\ x^2 & x & 6 \\ x & x & 6 \end{vmatrix} = Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx + E. \text{ है, तो } 5A + 4B + 3C + 2D + E \text{ का मान होगा -}$$

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) -16 (C) 16 (D) -11

Ans. D

Sol.

Let the given determinant be equal to $\Delta(x)$. Then, $5A + 4B + 3C + 2D + E = \Delta(1) + \Delta'(1)$

Now, $\Delta(1) = 0$ as R_2 and R_3 are identical.

$$\begin{aligned}\Delta'(x) &= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ x^2 & x & 6 \\ x & x & 6 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x & 2 & x \\ 2x & 1 & 0 \\ x & x & 6 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x & 2 & x \\ x^2 & x & 6 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} \\ \Delta'(1) &= \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 6 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 6 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -17 + (12 + 1 - 1 - 6) = -11\end{aligned}$$

11. If $\begin{vmatrix} -4 & x^2 - 1 & x^4 - 3x^2 + 2 \\ -4 & x^2 - 2 & x^4 - 5x^2 + 6 \\ -4 & x^2 - 3 & x^4 - 7x^2 + 12 \end{vmatrix}$, then value of $f(25)$ is :-

यदि $\begin{vmatrix} -4 & x^2 - 1 & x^4 - 3x^2 + 2 \\ -4 & x^2 - 2 & x^4 - 5x^2 + 6 \\ -4 & x^2 - 3 & x^4 - 7x^2 + 12 \end{vmatrix}$ हो तो $f(25)$ का मान होगा :-

(A) 2

(B) 0

(C) 8

(D) 25

Ans. C

$$f(x) = -4 \begin{vmatrix} 1 & x^2 - 1 & (x^2 - 1)(x^2 - 2) \\ 1 & x^2 - 2 & (x^2 - 2)(x^2 - 3) \\ 1 & x^2 - 3 & (x^2 - 3)(x^2 - 4) \end{vmatrix}$$

$$c_3 \rightarrow c_3 + c_2$$

$$= -4 \begin{vmatrix} 1 & x^2 - 1 & (x^2 - 1)^2 \\ 1 & x^2 - 2 & (x^2 - 2)^2 \\ 1 & x^2 - 3 & (x^2 - 3)^2 \end{vmatrix} = (-4)(1)(1)(-2) = 8$$

12. If $S_r = \alpha^r + \beta^r + \gamma^r$, then value of $\begin{vmatrix} S_0 & S_1 & S_2 \\ S_1 & S_2 & S_3 \\ S_2 & S_3 & S_4 \end{vmatrix}$ is :

यदि $S_r = \alpha^r + \beta^r + \gamma^r$, तो $\begin{vmatrix} S_0 & S_1 & S_2 \\ S_1 & S_2 & S_3 \\ S_2 & S_3 & S_4 \end{vmatrix}$ का मान होगा।

(A) 0

(B) $(\alpha - \beta)(\beta - \gamma)(\gamma - \alpha)$

(C) $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 - 3\alpha\beta\gamma$

(D) $(\alpha - \beta)^2(\beta - \gamma)^2(\gamma - \alpha)^2$

Ans. D

Sol.

$$= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha & \beta & \gamma \\ \alpha^2 & \beta^2 & \gamma^2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \beta & \beta^2 \\ 1 & \gamma & \gamma^2 \end{vmatrix} = (\alpha - \beta)^2(\beta - \gamma)^2(\gamma - \alpha)^2$$

13. If $A_\lambda = \begin{bmatrix} \lambda & \lambda - 1 \\ \lambda - 1 & \lambda \end{bmatrix}; \lambda \in \mathbb{N}$ then

$|A_1| + |A_2| + \dots + |A_{300}|$ is equal to :-

- (A) $(299)^2$ (B) $(300)^2$ (C) $(301)^2$ (D) None of these

$$\text{यदि } A_\lambda = \begin{bmatrix} \lambda & \lambda - 1 \\ \lambda - 1 & \lambda \end{bmatrix}; \lambda \in N \text{ तो}$$

$|A_1| + |A_2| + \dots + |A_{300}|$ का मान है :-

- (A) $(299)^2$ (B) $(300)^2$ (C) $(301)^2$ (D) इनमें से कोई नहीं

Ans. B

Sol.

$$\sum_{\lambda=1}^{\lambda=300} |A| = \sum_{\lambda=1}^{\lambda=300} [\lambda^2 - (\lambda - 1)^2] = (300)^2$$

- 14.** If $f'(x) = \frac{5x^3 - 6}{\sqrt{x^7 - 3x^4 + 4x^2}}$ and $f(2) = \sqrt{6}$ then the value of $\int_0^2 xf(x) dx$ is

यदि $f'(x) = \frac{5x^3 - 6}{\sqrt{x^7 - 3x^4 + 4x^2}}$ तथा $f(2) = \sqrt{6}$ हो, तो $\int_0^2 xf(x) dx$ का मान होगा

Ans. B

Sol. 2

$$\int_0^x xf(x) dx = f(x) \cdot \frac{2}{2} \Big|_0 - \int_0^x f(x) \cdot \frac{2}{2} dx = 2$$

15. If $f(x) = \int_0^x \frac{\cos t - \sin t}{4 + \sin 2t} dt$, $x \in \mathbb{R}$, then $f\left(-\frac{\pi}{4}\right) - f\left(\frac{\pi}{4}\right) = -a \tan^{-1}(\sqrt{2}a)$, where $\frac{1}{a^2}$ is equal to -

यदि $f(x) = \int_0^x \frac{\cos t - \sin t}{4 + \sin 2t} dt$, $x \in \mathbb{R}$ हो, तो $f\left(-\frac{\pi}{4}\right) - f\left(\frac{\pi}{4}\right) = -a \tan^{-1}(\sqrt{2}a)$ होगा, जहाँ $\frac{1}{a^2}$ का मान होगा -

- (A) 2
- (B) 3
- (C) 4
- (D) 6

Ans. B

Sol.

$$f\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \int_0^{-\pi/4} \frac{\cos t - \sin t}{(\sin t + \cos t)^2 + 3} dt = \int_1^0 \frac{dz}{z^2 + 3}$$

$$\text{where } z = \cos t + \sin t = \frac{1}{\sqrt{3}} \tan^{-1} \frac{z}{\sqrt{3}} \Big|_1^0 = -\frac{\pi}{6\sqrt{3}}$$

$$\text{Similarly, } f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \int_1^{\sqrt{2}} \frac{dz}{z^2 + 3} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\tan^{-1} \sqrt{\frac{2}{3}} - \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$$

$$\therefore f\left(\frac{\pi}{4}\right) - f\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{\sqrt{3}} \tan^{-1} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \Rightarrow a = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

16. $\int_{1/e}^{\tan x} \frac{t}{1+t^2} dt + \int_{1/e}^{\cot x} \frac{1}{t(1+t^2)} dt$ is equal to

$\int_{1/e}^{\tan x} \frac{t}{1+t^2} dt + \int_{1/e}^{\cot x} \frac{1}{t(1+t^2)} dt$ बराबर है :-

- (A) 1
- (B) $\frac{2}{e}$
- (C) 0
- (D) $2e$

Ans. A

Sol. Putting $t = 1/y$

17. $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \frac{x^9 - 3x^5 + 7x^3 - x + 1}{\cos^2 x} dx$, equals :-

$\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \frac{x^9 - 3x^5 + 7x^3 - x + 1}{\cos^2 x} dx$, बराबर है :-

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

Ans. C

Sol.

$$f(x) = \frac{x^9 - 3x^5 + 7x^3 - x}{\cos^2 x} + \sec^2 x = \sec^2 x (x^9 - 3x^5 + 7x^3 - x) + \sec^2 x$$

$$\text{or } \int_{-\pi/4}^{\pi/4} f(x) dx = \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \sec^2 x dx$$

($\because (x^9 - 3x^5 + 7x^3 - x) \sec^2 x$ is an odd fn)

$$\therefore \text{Reqd.} = 2 \int_0^{\pi/4} \sec^2 x dx = 2$$

18. $\int_1^{2013} (x-1)(x-2)(x-3)\dots(x-2013)dx$ equals:-

$\int_1^{2013} (x-1)(x-2)(x-3)\dots(x-2013)dx$ बराबर है:-

(A) $(2013)^2$

(B) (2012) (2013) (2014)

(C) 2013 !

(D) 0

Ans. D

Sol.

$$I = \int_1^{2013} (x-1)(x-2)(x-3)\dots(x-2013)dx$$

$$\text{Using } \int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(a+b-x) dx$$

$$\int_1^{2013} (2013-x)(2012-x)\dots(1-x) = -I \Rightarrow 2I = 0 \Rightarrow I = 0$$

19. $\int \frac{1}{x \ln x. \ln(\ln x). \ln(\ln(\ln x))} dx$ equals :

$$\int_{e^{ee}}^{e^{eee}} \frac{1}{x \ln x \cdot \ln(\ln x) \cdot \ln(\ln(\ln x))} dx \text{ बराबर है।}$$

Ans. A

Sol.

$$I = \int_{\frac{1}{e}}^e \frac{1}{t} dt = (\ell n t)_1^e = 1$$

20. $\int_0^4 \frac{(y^2 - 4y + 5) \sin(y - 2) dy}{[2y^2 - 8y + 11]}$ is equal to

$$\int_0^4 \frac{(y^2 - 4y + 5) \sin(y - 2) dy}{[2y^2 - 8y + 11]} \text{ बराबर है :-}$$

Ans. A

Sol.

$$I = \int_0^4 \frac{(y^2 - 4y + 5) \sin(y - 2)}{(2y^2 - 8y + 1)} dy \text{ but } y - 2 = z$$

$$\Rightarrow I = \int_{-2}^2 \frac{z^2 + 1}{2z^2 - 7} \sin(z) dz = 0$$

SECTION-II : (Maximum Marks: 20)

This section contains 10 questions Candidates have to attempt any 5 questions out of 10. If more than 5 questions are attempted, then only first 5 attempted questions will be evaluated.

The answer to each question is a Numerical Value.

For each question, enter the correct integer value (In case of non-integer value, the answer should be rounded off to the nearest Integer).

Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:

Full Marks : +4 If correct answer is entered.

Zero Marks : 0 If the question is unanswered.

Negative Marks : -1 If wrong answer is entered.

खण्ड-II : (अधिकतम अंक: 20)

इस खण्ड में 10 प्रश्न हैं। उम्मीदवारों को 10 में से किसी भी 5 प्रश्न का प्रयास करना है। यदि 5 से अधिक प्रश्नों का प्रयास किया जाता है, तो केवल पहले 5 प्रश्नों का मूल्यांकन किया जाएगा।

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर संख्यात्मक मान (Numerical Value) है।

प्रत्येक प्रश्न के लिए, सही पूर्णांक मान दर्ज करें (दशमलव संकेतन में), उत्तर को निकटतम पूर्णांक में लिखा जाना चाहिए।

प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंकन योजना के अनुसार किया जाएगा:

पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर दर्ज किया गया है।

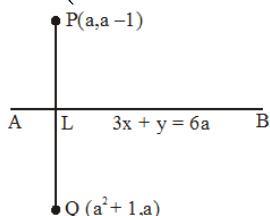
शून्य अंक : 0 यदि कोई भी उत्तर दर्ज नहीं किया गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत उत्तर दर्ज किया गया है।

1. The value of a for which the image of the point $(a, a - 1)$ w.r.t. the line mirror $3x + y = 6a$ is the point $(a^2 + 1, a)$ is
यदि बिन्दु $(a, a - 1)$ का रेखा $3x + y = 6a$ के सापेक्ष प्रतिबिम्ब $(a^2 + 1, a)$ है तो a का मान होगा :-

Ans. 2

Sol. $L \equiv \left(\frac{a^2 + a + 1}{2}, \frac{2a - 1}{2} \right)$



Since L lies on line AB

$$\begin{aligned} \therefore 3 \frac{a^2 + a + 1}{2} + \frac{2a - 1}{2} &= 6a \\ \Rightarrow 3a^2 - 7a + 2 &= 0 \Rightarrow a = 2, \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Also $PQ \perp AB$

$$\begin{aligned} \Rightarrow -3 \frac{1}{a^2 - a + 1} &= -1 \\ \Rightarrow a^2 - a - 2 &= 0 \Rightarrow a = 2, -1 \end{aligned}$$

\therefore Common value of $a = 2$

2. If the straight line, $2x - 3y + 17 = 0$ is perpendicular to the line passing through the points $(7, 17)$ and $(15, \beta)$, then β is equal to
यदि सरल रेखा $2x - 3y + 17 = 0$, बिन्दुओं $(7, 17)$ तथा $(15, \beta)$ से होकर जाने वाली रेखा के लंबवत् है, तो β बराबर है :-

Ans. 5

Sol. $\frac{17 - \beta}{-8} \times \frac{2}{3} = -1$
 $\beta = 5$

3. Consider a family of lines $(2k+1)x + (3k-2)y + (3-8k) = 0$ where $k \in \mathbb{R}$. The minimum area of the triangle formed by a line of given family with positive semi axes is equal to

$(2k+1)x + (3k-2)y + (3-8k) = 0$ जहाँ $k \in \mathbb{R}$ एक रेखा निकाय है। रेखा निकाय कि किसी रेखा तथा धनात्मक निर्देशी अक्षों से निर्मित त्रिभुज का न्यूनतम क्षेत्रफल होगा।

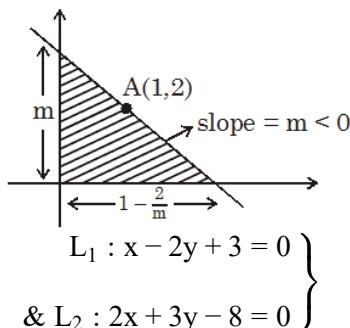
Ans. 4

Sol.

$$\because (2k+1)x + (3k-2)y + (3-8k) = 0$$

$$\Rightarrow (x - 2y + 3) + k(2x + 3y - 8) = 0$$

$$\Rightarrow L_1 + \lambda L_2 = 0$$



\therefore fixed point : (1, 2)

equation of line : $y - 2 = m(x - 1)$

$$\therefore \text{X-intercept} = 1 - \frac{2}{m} \text{ & Y-intercept} = 2 - m$$

$$\text{Area} = \frac{1}{2}(2-m) \left(1 - \frac{2}{m}\right) ; \quad m < 0$$

$$\text{Area} = \frac{1}{2} \left[4 + (-m) + \left(\frac{-4}{m}\right) \right]$$

$$\left. \begin{aligned} &\because (-m) \text{ is +ve} \\ &\text{Now, A.M.} \geq \text{G.M.} \\ &\Rightarrow \frac{(-m) + \left(\frac{-4}{m}\right)}{2} \geq \sqrt{(-m) \cdot \left(\frac{-4}{m}\right)} \\ &\Rightarrow (-m) + \left(\frac{-4}{m}\right) \geq 4 \end{aligned} \right\}$$

$$\therefore (\text{Area})_{\text{least}} = \frac{1}{2} [4 + 4] = 4$$

4. If $f(x) = \begin{vmatrix} \sin(x+\alpha) & \sin(x+\beta) & \sin(x+\gamma) \\ \cos(x+\alpha) & \cos(x+\beta) & \cos(x+\gamma) \\ \sin(\alpha+\beta) & \sin(\beta+\gamma) & \sin(\gamma+\alpha) \end{vmatrix}$ and $f(10) = 10$ then $f(\pi)$ is equal to :-

यदि $f(x) = \begin{vmatrix} \sin(x+\alpha) & \sin(x+\beta) & \sin(x+\gamma) \\ \cos(x+\alpha) & \cos(x+\beta) & \cos(x+\gamma) \\ \sin(\alpha+\beta) & \sin(\beta+\gamma) & \sin(\gamma+\alpha) \end{vmatrix}$ तथा $f(10) = 10$ तो $f(\pi)$ बराबर है :-

Ans. 10

Sol. Differentiate the given determinant

$$f(x) = 0 \Rightarrow f(x) = \text{constant}$$

$$\text{So, } f(10) = 10 \Rightarrow f(\pi) = 10$$

5. The sum of the real roots of the equation $\begin{vmatrix} x & -6 & -1 \\ 2 & -3x & x-3 \\ -3 & 2x & x+2 \end{vmatrix} = 0$, is equal to :-

समीकरण $\begin{vmatrix} x & -6 & -1 \\ 2 & -3x & x-3 \\ -3 & 2x & x+2 \end{vmatrix} = 0$, के वास्तविक मूलों का योगफल है :-

Ans. 0

Sol. By expansion, we get $-5x^3 + 30x - 30 + 5x = 0$

$$\Rightarrow -5x^3 + 35x - 30 = 0$$

$$\Rightarrow x^3 - 7x + 6 = 0, \text{ All roots are real}$$

So, sum of roots = 0

6. If $(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = a^2$; $(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2 = b^2$; $(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2 = c^2$ and

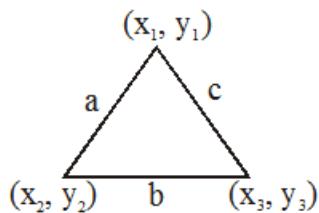
$$k \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}^2 = (a+b+c)(b+c-a)(c+a-b)(a+b-c). \text{ Then the value of } k \text{ is :-}$$

यदि $(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = a^2$; $(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2 = b^2$; $(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2 = c^2$ तथा

$$k \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}^2 = (a+b+c)(b+c-a)(c+a-b)(a+b-c) \text{ तो } k \text{ का मान होगा :-}$$

Ans. 4

Sol.



$$\text{area of } \Delta = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$\therefore s = \frac{a+b+c}{2}$$

$$\text{so } = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = \sqrt{\frac{(a+b+c)(b+c-a)(c+a-b)(a+b-c)}{16}}$$

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \sqrt{(a+b+c)(b+c-a)(c+a-b)(a+b-c)} ; k = 4$$

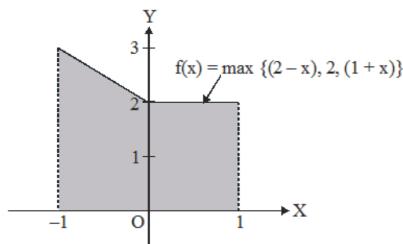
7. If the value of $\int_{-1}^1 \max \{2 - x, 2, 1 + x\} dx$ is $\frac{A}{2}$ then find A.

यदि $\int_{-1}^1 \max \{2 - x, 2, 1 + x\} dx$ का मान $\frac{A}{2}$ है तो A का मान होगा।

Ans. 9

Sol.

The graph of $(x) = \max \{2 - x, 2, 1 + x\}$ is shown as in the figure



$$\text{Therefore, } \int_{-1}^1 \max \{2 - x, 2, 1 + x\} dx$$

= Area of the shaded region

$$= \frac{1}{2} (2 + 3) \times 1 + 1 \times 2 = \frac{9}{2} = \frac{A}{2}$$

$$\therefore A = 9$$

8. $\int_{-1}^1 \frac{(2x^{332} + x^{998} + 4x^{1668} \sin^{691} x)}{1 + x^{666}} dx = \frac{4 + \pi}{k}$ then value of k.

$$\int_{-1}^1 \frac{(2x^{332} + x^{998} + 4x^{1668} \sin^{691} x)}{1 + x^{666}} dx = \frac{4 + \pi}{k} \text{ तब k का मान होगा।}$$

Ans. 666

Sol. $I = \int_{-1}^1 \frac{x^{332} (1 + 1 + x^{666})}{1 + x^{666}} dx = \int_{-1}^1 \frac{x^{332}}{1 + x^{666}} dx + \int_{-1}^1 x^{332} dx$

$$\text{Put } x^{333} = t$$

$$x^{332} = \frac{dt}{333} = \frac{1}{333} \tan^{-1} + x^{333} \Big|_{-1}^1 + \frac{x^{333}}{333} \Big|_{-1}^1 = \frac{\pi}{2 \times 333} + \frac{2}{333} = \frac{\pi + 4}{666}$$

9. Let $f(x) = \sqrt{1+x\sqrt{1+(x+1)\sqrt{1+(x+2)(x+4)}}}$ then $\int_0^{100} f(x)dx$ is :

माना $f(x) = \sqrt{1+x\sqrt{1+(x+1)\sqrt{1+(x+2)(x+4)}}}$ तो $\int_0^{100} f(x)dx$ है।

Ans. 5100

Sol.

$$\begin{aligned} f(x) &= \sqrt{1+x\sqrt{1+(x+1)\sqrt{x^2+6x+9}}} = \sqrt{1+x\sqrt{1+(x+1)(x+3)}} \\ &= \sqrt{1+x\sqrt{x^2+4x+4}} = \sqrt{1+x(x+2)} = \sqrt{x^2+2x+1} ; \quad f(x)=x+1 \\ \int_0^{100} f(x)dx &= \int_0^{100} (x+1)dx = \left[\frac{(x+1)^2}{2} \right]_0^{100} \\ &= \frac{(101)^2}{2} - \frac{1}{2} = \frac{(100)(102)}{2} = 5100 \end{aligned}$$

10. $\int_{-1}^1 (x - [2x]) dx$ equals :-

$\int_{-1}^1 (x - [2x]) dx$ बराबर है :-

Ans. 1

Sol.

$$\begin{aligned} I &= \int_{-1}^1 x dx - \int_{-1}^1 [2x] dx \\ &= \left(\frac{x^2}{2} \right)_{-1}^1 - \left\{ \int_{-1}^{-1/2} [2x] dx + \int_{-1/2}^0 [2x] dx + \int_0^{1/2} [2x] dx + \int_{1/2}^1 [2x] dx \right\} \\ &= 0 - \left\{ \int_{-1}^{-1/2} (-2) dx + \int_{-1/2}^0 (-1) dx + \int_0^{1/2} 0 dx + \int_{1/2}^1 1 dx \right\} = 1 \end{aligned}$$

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिए जगह

Note : In case of any correction in the test paper, please mail to dipcorrections@allen.in within 2 days along with **Paper Code** & **Your Form No.**

(नोट : यदि इस प्रश्न पत्र में कोई Correction हो तो कृपया **Paper Code** एवं आपके **Form No.** एवं पूर्ण Test Details के साथ 2 दिन के अन्दर dipcorrections@allen.in पर mail करें।)