

**JEE(Main + Advanced) : LEADER TEST SERIES / JOINT PACKAGE COURSE****Time : 3 Hours****12th Undergoing/Pass Students****Maximum Marks : 300****READ THE INSTRUCTIONS CAREFULLY / कृपया इन निर्देशों को ध्यान से पढ़ें****Important Instructions :**

1. Immediately fill in the form number on this page of the Test Booklet with Blue/Black Ball Point Pen. Use of pencil is strictly prohibited.
2. The candidates should not write their Form Number anywhere else (except in the specified space) on the Test Booklet/Answer Sheet.
3. The Test Booklet consists of **75** questions.
4. There are **three** parts in the question paper 1,2,3 consisting of **Physics, Chemistry and Mathematics** having **25 questions** in each subject and each subject having **Two sections**.
 (i) Section-I contains 20 **multiple choice** questions with **only one correct** option.
Marking scheme : +4 for correct answer, 0 if not attempted and -1 in all other cases.
 (ii) Section-II contains 05 **Numerical Value Type** questions.
Marking scheme : +4 for correct answer, 0 if not attempted and -1 in all other cases.
5. No candidate is allowed to carry any textual material, printed or written, bits of papers, mobile phone any electronic device etc, except the Identity Card inside the examination hall/room.
6. Rough work is to be done on the space provided for this purpose in the Test Booklet only.
7. On completion of the test, the candidate must hand over the Answer Sheet to the invigilator on duty in the Room/Hall. **However, the candidates are allowed to take away this Test Booklet with them.**
8. **Do not fold or make any stray marks on the Answer Sheet.**
9. **Take $g = 10 \text{ m/s}^2$ unless otherwise stated.**

महत्वपूर्ण निर्देश :

1. परीक्षा पुस्तिका के इस पृष्ठ पर आवश्यक विवरण नीले/काले बॉल पाइंट पेन से तत्काल भरें। पेन्सिल का प्रयोग बिल्कुल वर्जित है।
2. परीक्षार्थी अपना फॉर्म नं. (निर्धारित जगह के अतिरिक्त) परीक्षा पुस्तिका/उत्तर पत्र पर कहीं और न लिखें।
3. इस परीक्षा पुस्तिका में **75** प्रश्न हैं।
4. इस परीक्षा पुस्तिका में तीन भाग 1, 2, 3 हैं, जिसके प्रत्येक भाग में **भौतिक विज्ञान, रसायन विज्ञान एवं गणित** के **25 प्रश्न** हैं और प्रत्येक विषय में 2 खण्ड हैं।
 (i) खण्ड-I में 20 **बहुविकल्पीय** प्रश्न हैं। जिनके केवल एक विकल्प सही है।
अंक योजना : +4 सही उत्तर के लिए, 0 प्रयास नहीं करने पर तथा -1 अन्य सभी अवस्थाओं में।
 (ii) खण्ड-II में 05 **संख्यात्मक मान** प्रकार के प्रश्न हैं।
अंक योजना : +4 सही उत्तर के लिए, 0 प्रयास नहीं करने पर तथा -1 अन्य सभी अवस्थाओं में।
5. परीक्षार्थी द्वारा परीक्षा कक्ष/हॉल में परिचय पत्र के अलावा किसी भी प्रकार की पाठ्य सामग्री मुद्रित या हस्तलिखित कागज की पर्चियों, मोबाइल फोन या किसी भी प्रकार के इलेक्ट्रॉनिक उपकरणों या किसी अन्य प्रकार की सामग्री को ले जाने या उपयोग करने की अनुमति नहीं है।
6. रफ कार्य परीक्षा पुस्तिका में केवल निर्धारित जगह पर ही कीजिये।
7. परीक्षा समाप्त होने पर, परीक्षार्थी कक्ष/हॉल छोड़ने से पूर्व उत्तर पत्र कक्ष निरीक्षक को अवश्य सौंप दें। **परीक्षार्थी अपने साथ इस परीक्षा पुस्तिका को ले जा सकते हैं।**
8. उत्तर पत्र को न मोड़ें एवं न ही उस पर अन्य निशान लगाएँ।
9. **$g = 10 \text{ m/s}^2$ प्रयुक्त करें, जब तक कि अन्य कोई मान नहीं दिया गया हो।**

Name of the Candidate (in Capitals) _____

परीक्षार्थी का नाम (बड़े अक्षरों में) :

Form Number : in figures _____

फॉर्म नम्बर : अंकों में

: in words _____

: शब्दों में

Centre of Examination (in Capitals) : _____

परीक्षा केन्द्र (बड़े अक्षरों में) :

Candidate's Signature : _____ Invigilator's Signature : _____

परीक्षार्थी के हस्ताक्षर :

निरीक्षक के हस्ताक्षर :

Your Target is to secure Good Rank in JEE(Main) 2025**ALLEN CAREER INSTITUTE Pvt. Ltd.****Registered & Corporate Office : 'SANKALP', CP-6, Indra Vihar, Kota (Rajasthan) INDIA-324005****Ph. : +91-744-3556677, +91-744-2757575 | E-mail : dlp@allen.in | Website : www.dlp.allen.ac.in, dsat.allen.ac.in**

DO NOT BREAK THE SEALS WITHOUT BEING INSTRUCTED TO DO SO BY THE INVIGILATOR / निरीक्षक के अनुदेशों के बिना मुहरें न तोड़ें

For More Material Join: @JEEAdvanced_2025

SECTION-I : (Maximum Marks: 80)

This section contains **20 questions**. Each question has 4 options for correct answer. Multiple-Choice Questions (MCQs) **Only one option is correct**. For each question, marks will be awarded as follows:

Full Marks : +4 If correct answer is selected.

Zero Marks : 0 If none of the option is selected.

Negative Marks : -1 If wrong option is selected.

खण्ड-I : (अधिकतम अंक: 80)

इस खंड में **20 प्रश्न** हैं। प्रत्येक प्रश्न में सही उत्तर के लिए 4 विकल्प हैं। बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQs) केवल एक विकल्प सही है। प्रत्येक प्रश्न के लिए, अंक निम्नानुसार दिए जाएंगे:

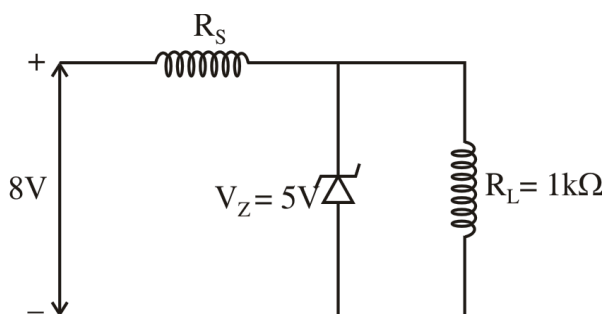
पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर चुना गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत विकल्प चुना गया है।

1. In the given circuit if the power rating of zener diode is 10 mW, the value of R_s is:

दिये गये परिपथ में जेनर डायोड की अंकित शक्ति 10 mW है। R_s का मान होगा:



(A) $\frac{3}{4} \text{ k}\Omega$

(B) $\frac{3}{7} \text{ k}\Omega$

(C) $\frac{4}{3} \text{ k}\Omega$

(D) $\frac{4}{7} \text{ k}\Omega$

Ans. B

Sol. $P = VI$

$$10 = 5 I_1 \Rightarrow I_1 = 2 \text{ mA}$$

Across load resistance

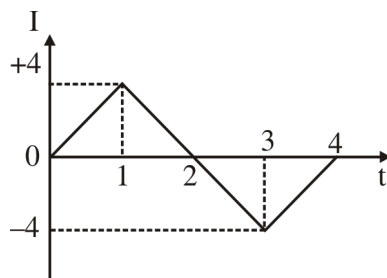
$$5 = I_2 \cdot 1 \Rightarrow I_2 = 5 \text{ mA}$$

$$I_s = 7 \text{ mA}$$

$$V_s = 3 \text{ V} \Rightarrow R_s = \frac{3}{7} \text{ k}\Omega$$

2. The RMS value of alternating current shown in the diagram below is :-

प्रदर्शित प्रत्यावर्ती धारा का वर्ग माध्य मूल मान है :-



- (A) 0 (B) $\frac{4}{\sqrt{3}}$ (C) $\frac{8}{\sqrt{3}}$ (D) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

Ans. B

Sol.

$$I = 4t = 0 \leq t \leq 1$$

$$I_{\text{rms}}^2 = \frac{\int_0^1 (4t)^2 dt}{\int_0^1 dt} = \frac{16}{3}$$

$$I_{\text{rms}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

3. **Statement-I** : The hysteresis curve for transformer cores must be narrow.

Statement-II : The material for transformer cores must have high retentivity.

- (A) Statement-I is True, Statement-II is False.
(B) Statement-I is False, Statement-II is True.
(C) Both Statement-I and Statement-II are False.
(D) Both Statement-I and Statement-II are True.

कथन-I : ट्रांसफॉर्मर कोर के लिये शैथिल्य वक्र संकरा ही होना चाहिये।

कथन-II : ट्रांसफॉर्मर कोर के लिये पदार्थ की निग्राहिता उच्च होती है।

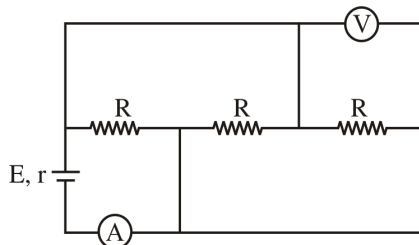
- (A) कथन-I सत्य है, कथन-II असत्य है।
(B) कथन-I असत्य है, कथन-II सत्य है।
(C) कथन-I तथा कथन-II दोनों असत्य है।
(D) कथन-I तथा कथन-II दोनों सत्य है।

Ans. A

Sol. Fact

4. In the circuit shown in figure, ammeter and voltmeter are ideal. If $E = 4V$, $R = 9\ \Omega$ and $r = 1\ \Omega$, then readings of ammeter and voltmeter are :-

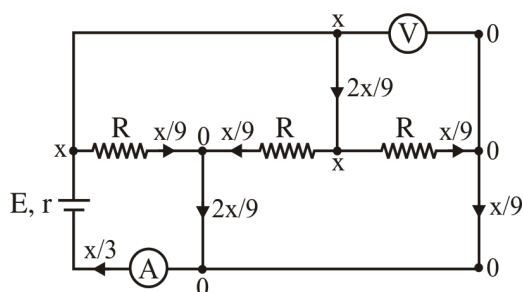
प्रदर्शित परिपथ में अमीटर व वोल्टमीटर आदर्श हैं। यदि $E = 4V$, $R = 9\ \Omega$ व $r = 1\ \Omega$ हो तो अमीटर व वोल्टमीटर के पाठ्यांक क्रमशः होंगे:



- (A) 1A, 3V (B) 2A, 3V (C) 1A, 4V (D) 2A, 4V

Ans. A

Sol.

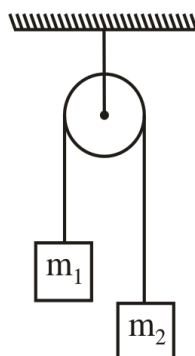


$$x = 4 - \frac{x}{3} \times 1$$

$$x = 3$$

5. A light string passing over a smooth light fixed pulley connects two blocks of mass m_1 & m_2 . If the acceleration of the system is $\frac{g}{4}$ then the ratio of masses is :-

एक हल्की रस्सी किसी चिकनी स्थिर हल्की घिरनी पर से होकर गुजरती है तथा इसके दोनों सिरों पर m_1 व m_2 द्रव्यमान के दो ब्लॉक जुड़े हुए हैं। यदि निकाय का त्वरण $\frac{g}{4}$ हो तो द्रव्यमानों का अनुपात है :-



- (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{5}{3}$ (C) $\frac{7}{3}$ (D) $\frac{8}{3}$

Ans. B

Sol. $a = \frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2} = \frac{g}{4}$

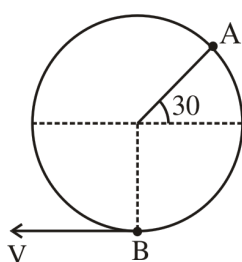
$$\Rightarrow 4m_1 - 4m_2 = m_1 + m_2$$

$$\Rightarrow 3m_1 = 5m_2$$

$$\Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{5}{3}$$

6. A particle of mass 4kg attached to a massless string is released from A. Find the speed of the particle when it reaches point B. Length of the string is 20 m.

द्रव्यमानहीन रस्सी से जुड़े 4kg द्रव्यमान के कण को बिन्दु A से विरामावस्था से छोड़ा जाता है। बिन्दु B पर पहुँचने पर कण की चाल ज्ञात कीजिये। रस्सी की लम्बाई 20 m है।



(A) $10\sqrt{3}$ m/s

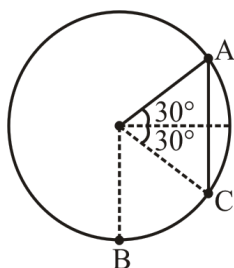
(B) $10\sqrt{5}$ m/s

(C) $3\sqrt{10}$ m/s

(D) $6\sqrt{10}$ m/s

Ans. B

Sol.



Velocity just before,

$$C = \sqrt{2g\ell} = 20\text{m/s}$$

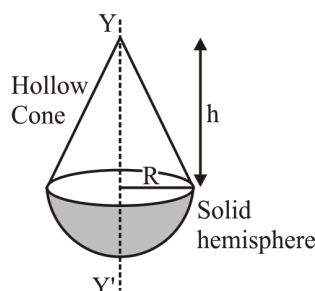
Velocity just after,

$$C = 20 \cos 30^\circ = 10\sqrt{3} \text{ m/s}$$

$$\text{Velocity at B} = \sqrt{(10\sqrt{3})^2 + 2g\frac{\ell}{2}} = 10\sqrt{5} \text{ m/s}$$

7. Find moment of inertia of the system shown in the diagram about YY' . Both the cone & the hemisphere have the same mass M .

प्रदर्शित निकाय का YY' अक्ष के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण ज्ञात कीजिये। शंकु व अर्धगोले दोनों का द्रव्यमान M समान है।



- (A) $0.7 MR^2$ (B) $0.9 MR^2$ (C) $7/6 MR^2$ (D) $5/6 MR^2$

Ans. B

Sol. $I = I_{\text{cone}} + I_{\text{hemisphere}}$

$$= \frac{1}{2} MR^2 + \frac{2}{5} MR^2 = 0.9 MR^2$$

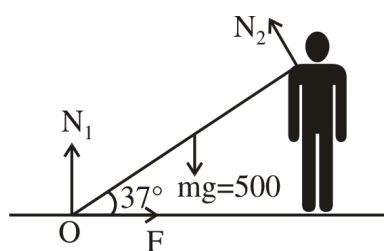
8. A metal rod of mass 50 kg is having its one end on the rough ground and the other end on the shoulder of a man. The rod makes an angle 37° with the horizontal. Assuming no friction at the surface of the shoulder, the force experienced by the man is :-

द्रव्यमान 50 kg वाली एक धात्विक छड़ का एक सिरा खुरदरे धरातल पर है तथा इसका दूसरा सिरा एक व्यक्ति के कंधों पर है। छड़ क्षैतिज से 37° कोण बनाती है। कंधे की सतह पर घर्षण को नगण्य मानने पर व्यक्ति पर लगने वाला बल है :-

- (A) 100 N (B) 200 N (C) 150 N (D) 50 N

Ans. B

Sol.



Torque about O = 0

$$500 \left(\frac{l}{2} \cos 37^\circ \right) - N_2 \times l = 0$$

$$\Rightarrow N_2 = 500 \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow N_2 = 200 \text{ N}$$

9. Two metallic wires P & Q have same volume and are made up of same material. If their area of cross sections are in the ratio 2 : 1 and to produce same extension in both wires, the applied forces are F_1 & F_2 respectively.

Then $\frac{F_1}{F_2}$ is :-

समान आयतन वाले दो धात्विक तार P व Q समान पदार्थ से बने हुये हैं। यदि इनका अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल 2 : 1 अनुपात में हो तथा दोनों तारों में समान विस्तार उत्पन्न करने के लिये क्रमशः F_1 व F_2 बल लगाये जाते हैं तो $\frac{F_1}{F_2}$ का मान होगा :-

- (A) 4 (B) 8 (C) 16 (D) 32

Ans. A

Sol. $F = Y A \frac{\Delta \ell}{\ell} = Y \cdot \Delta \ell \cdot \frac{A \cdot A}{A \cdot \ell} = Y \cdot \Delta \ell \cdot \frac{A^2}{V}$

$$F \propto A^2$$

$$\Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1^2}{A_2^2} = 4 : 1$$

10. If the rms speed of hydrogen molecule at a given temperature & pressure is 4 km/s the rms speed of oxygen molecule at the same condition is :-

यदि दिये गये ताप व दाब पर एक हाइड्रोजन अणु की वर्ग माध्य मूल चाल 4 km/s हो तो समान परिस्थितियों में ऑक्सीजन अणु की वर्ग माध्य मूल चाल होगी :-

- (A) 1 km/s (B) 1.5 km/s (C) 2 km/s (D) 2.5 km/s

Ans. A

Sol. $V_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$

$$\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{M_2}{M_1}}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{32}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{V_2} = 4$$

$$\Rightarrow V_2 = 1 \text{ km/sec}$$

11. One main scale division of a vernier caliper is equal to 2mm. If 9th division of main scale coincides with 10th division of vernier scale the least count of vernier caliper is :-

एक वर्नियर कैलीपर्स के मुख्य पैमाने का एक भाग 2mm के बराबर है। यदि मुख्य पैमाने का 9वाँ भाग वर्नियर पैमाने के 10वें भाग के संपाती हो तो वर्नियर कैलीपर्स का अल्पतमांक है :-

- (A) 0.1 mm (B) 0.05 mm (C) 0.3 mm (D) 0.2 mm

Ans. D

Sol. 9 MSD = 10 VSD

$$1 \text{ VSD} = \frac{9}{10} \text{ MSD}$$

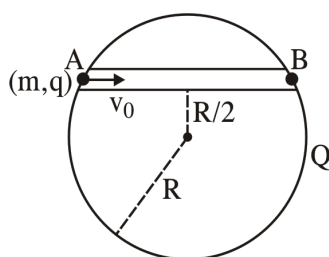
$$1 \text{ VSD} = 0.9 \times 2 \text{ mm} = 1.8 \text{ mm}$$

$$\text{LC} = 1 \text{ MSD} - 1 \text{ VSD}$$

$$= 2 \text{ mm} - 1.8 \text{ mm} = 0.2 \text{ mm}$$

12. A uniformly charged non-conducting solid sphere has a narrow tunnel inside it. A charge q of mass m is projected as shown with velocity v_0 . Find minimum value of v_0 so that particle reaches B. Take charge on sphere as Q .

एक समरूप आवेशित अचालक ठोस गोले के अन्दर एक संकरी सुरंग बनी हुई है। द्रव्यमान m वाला एक आवेश q चित्रानुसार v_0 वेग से प्रक्षेपित किया जाता है। v_0 का वह न्यूनतम मान ज्ञात कीजिये, ताकि कण B पर पहुँच सके। गोले पर आवेश Q लें।



(A) $v_0 = \sqrt{\frac{2KQq}{4mR}}$

(B) $v_0 = 0$

(C) $v_0 = \sqrt{\frac{6KQq}{4mR}}$

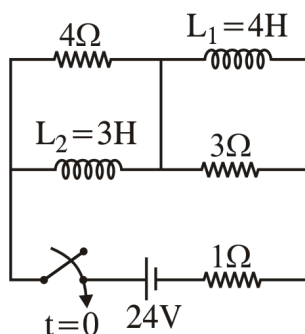
(D) $v_0 = \sqrt{\frac{3KQq}{4mR}}$

Ans. D

Sol. $\frac{1}{2}mv^2 + \frac{KQq}{R} = \frac{KQq}{2R} \left(3R^2 - \left(\frac{R}{2} \right)^2 \right)$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{3KQq}{4mR}}$$

13. Find the current through battery just after closing the switch and long time after closing switch. Switch is closed at $t = 0$.



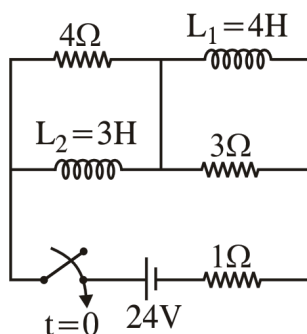
(A) 3A, 24A

(B) 24A, 3A

(C) 3A, 3A

(D) Incomplete information

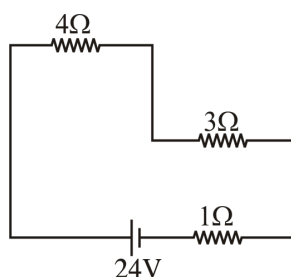
प्रदर्शित परिपथ में स्विच को बंद करने के तुरन्त बाद तथा एक लम्बे समय बाद बैट्री से प्रवाहित धारा का मान क्रमशः होगा :-
(स्विच $t = 0$ पर बंद किया जाता है।)



- (A) 3A, 24A
(B) 24A, 3A
(C) 3A, 3A
(D) जानकारी अपर्याप्त है।

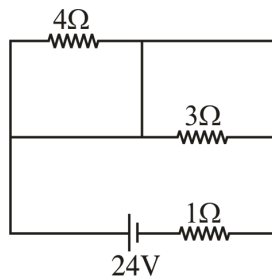
Ans. A

Sol. Just after



$$I = \frac{24}{8} = 3A$$

Long time after



$$I = \frac{24}{1} = 24A$$

14. For hydrogen spectrum (Take $1/R = 912\text{\AA}$)

	List-I		List-II
(P)	Smallest wavelength of Lyman series.	(1)	6566 \AA
(Q)	Wavelength of 1 st line of Lyman series.	(2)	912 \AA
(R)	Largest wavelength of Lyman series.	(3)	1216 \AA
(S)	Smallest wavelength of Balmer series.	(4)	3648 \AA

हाइड्रोजन स्पेक्ट्रम के लिये ($1/R = 912\text{\AA}$ लें)

	सूची-I		सूची-II
(P)	लाइमन श्रेणी की लघुतम तरंगदैर्घ्य।	(1)	6566 \AA
(Q)	लाइमन श्रेणी की प्रथम रेखा की तरंगदैर्घ्य।	(2)	912 \AA
(R)	लाइमन श्रेणी की बृहदतम तरंगदैर्घ्य।	(3)	1216 \AA
(S)	बामर श्रेणी की लघुतम तरंगदैर्घ्य।	(4)	3648 \AA

(A) $P \rightarrow 2, Q \rightarrow 3, R \rightarrow 3, S \rightarrow 4$

(B) $P \rightarrow 2, Q \rightarrow 3, R \rightarrow 1, S \rightarrow 4$

(C) $P \rightarrow 3, Q \rightarrow 2, R \rightarrow 4, S \rightarrow 1$

(D) $P \rightarrow 3, Q \rightarrow 3, R \rightarrow 2, S \rightarrow 1$

Ans. A

Sol. Lyman : $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right)$;

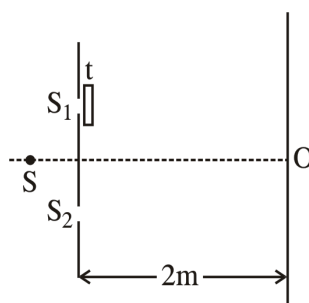
First Lyman line means $n = 2$, shortest Lyman line means $n \rightarrow \infty$

Balmer : $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$

First Balmer line means $n = 3$, shortest Balmer line means $n \rightarrow \infty$

15. In a YDSE setup light of wavelength 500 nm is used. Distance between slits is 1mm and screen is placed 2m away from slits. A thin slab of thickness $t = 3 \mu\text{m}$ and refractive index $\mu = 3/2$ is placed in front of one slit as shown. What is the intensity at centre of screen O? Given intensity due to single slit is I_0 .

YDSE व्यवस्था में तरंगदैर्घ्य 500 nm का प्रकाश प्रयुक्त किया जाता है। स्लिटों के मध्य दूरी 1mm है तथा पर्दा, स्लिटों से 2m दूर स्थित है। अब किसी एक स्लिट के सामने चित्रानुसार $t = 3 \mu\text{m}$ मोटाई व $\mu = 3/2$ अपवर्तनांक वाली एक पतली पट्टिका रख दी जाती है। पर्दे के केन्द्र O पर तीव्रता क्या है? एकल स्लिट के कारण तीव्रता I_0 है।



(A) $3I_0$

(B) $4I_0$

(C) $I_0/2$

(D) $2I_0$

Ans. B

Sol. $\Delta x_0 = (\mu - 1)t = \left(\frac{3}{2} - 1\right) 3\mu\text{m} = 1.5\mu\text{m} = 3\lambda$

\Rightarrow There is constructive interference at O.

$\Rightarrow 4I_0$

16. The electric field of an electromagnetic wave is given by :

$$\vec{E} = 4.8 \times 10^2 \cos(2 \times 10^7 z + 6 \times 10^{15} t)(-\hat{i} + 2\hat{j}) \text{ V/m}$$

The associated magnetic field will be :-

(A) $\vec{B} = 1.6 \times 10^{-6} \cos(2 \times 10^7 z + 6 \times 10^{15} t)(-2\hat{i} - \hat{j}) \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$

(B) $\vec{B} = 1.6 \times 10^{-6} \cos(2 \times 10^7 z + 6 \times 10^{15} t)(-\hat{i} + 2\hat{j}) \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$

(C) $\vec{B} = 1.6 \times 10^{-6} \cos(2 \times 10^7 z + 6 \times 10^{15} t)(2\hat{i} + \hat{j}) \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$

(D) $\vec{B} = 1.6 \times 10^{-6} \cos(2 \times 10^7 z + 6 \times 10^{15} t)(2\hat{i} - \hat{j}) \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$

एक विद्युत चुम्बकीय तरंग का विद्युत क्षेत्र निम्न प्रकार दिया जाता है :-

$$\vec{E} = 4.8 \times 10^2 \cos(2 \times 10^7 z + 6 \times 10^{15} t)(-\hat{i} + 2\hat{j}) \text{ V/m}$$

संगत चुम्बकीय क्षेत्र होगा :-

(A) $\vec{B} = 1.6 \times 10^{-6} \cos(2 \times 10^7 z + 6 \times 10^{15} t)(-2\hat{i} - \hat{j}) \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$

(B) $\vec{B} = 1.6 \times 10^{-6} \cos(2 \times 10^7 z + 6 \times 10^{15} t)(-\hat{i} + 2\hat{j}) \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$

(C) $\vec{B} = 1.6 \times 10^{-6} \cos(2 \times 10^7 z + 6 \times 10^{15} t)(2\hat{i} + \hat{j}) \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$

(D) $\vec{B} = 1.6 \times 10^{-6} \cos(2 \times 10^7 z + 6 \times 10^{15} t)(2\hat{i} - \hat{j}) \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$

Ans. C

Sol. $\hat{E} = \frac{-\hat{i} + 2\hat{j}}{\sqrt{5}}$

$$\hat{V} = -\hat{K}$$

$$\hat{B} = \hat{V} \times \hat{E} = \frac{\hat{j} + 2\hat{i}}{\sqrt{5}}$$

17. Find the height from the surface of the earth at which the acceleration due to gravity changes by 1% :-
(Take : radius of the earth = 6400 km)

पृथ्वी की सतह से वह ऊँचाई ज्ञात कीजिये, जहाँ गुरुत्वीय त्वरण 1% परिवर्तित हो जाता है। (पृथ्वी की त्रिज्या = 6400 km)

(A) 64 km

(B) 16 km

(C) 128 km

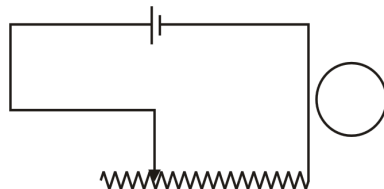
(D) 32 km

Ans. D

Sol. $g \left(1 - \frac{2h}{R} \right) = 0.99 g$
 $\Rightarrow h = 0.005 R = 32 \text{ km}$

18. **Assertion (A)** : A conducting ring is placed close to the circuit in the plane of the circuit as shown in the diagram. When resistance of rheostat is decreased, clockwise current is induced in the ring.

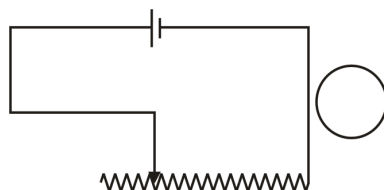
Reason (R) : Magnetic flux through the ring is into the page and increasing.



- (A) (A) is true, (R) is true, (R) is the correct explanation of (A).
 (B) (A) is true, (R) is true, (R) is NOT the correct explanation of (A).
 (C) (A) is true, (R) is false.
 (D) (A) is false, (R) is true.

कथन (A) : चित्रानुसार परिपथ के तल में एक चालक वलय, परिपथ के समीप स्थित है। धारा नियंत्रक का प्रतिरोध घटाने पर वलय में दक्षिणावर्त धारा प्रेरित हो जाती है।

कारण (R) : वलय से निर्गत चुम्बकीय फ्लक्स, कागज में अंदर की ओर निर्देशित है तथा बढ़ रहा है।



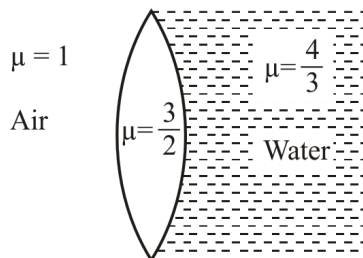
- (A) (A) सत्य है, (R) सत्य है, (R), (A) का सही स्पष्टीकरण है।
 (B) (A) सत्य है, (R) सत्य है, (R), (A) का सही स्पष्टीकरण नहीं है।
 (C) (A) सत्य है, (R) असत्य है।
 (D) (A) असत्य है, (R) सत्य है।

Ans. D

Sol. As magnetic flux is into the plane and increasing, induced current will be anti-clockwise, thereby creating out of the plane magnetic flux.

19. An equiconvex lens of radius of curvature 20 cm and refractive index $\mu = 3/2$ is placed as shown. Find focal length (in cm) of the lens if rays are entering the lens from air.

वक्रता त्रिज्या 20 cm व अपवर्तनांक $\mu = 3/2$ वाले एक समोत्तल लेंस को चित्रानुसार रखा गया है। यदि किरणें वायु से लेंस में प्रवेश कर रही है तो लेंस की फोकस दूरी (cm में) ज्ञात कीजिये।



- (A) 30 (B) 40 (C) 60 (D) 80

Ans. B

20. In photoelectric effect metal X is used in two different experimental setups. In first setup $\lambda_1 = 3100 \text{ \AA}$ is used while in second $\lambda_2 = 6200 \text{ \AA}$ is used and it is observed that the ratio of maximum speed of electrons in both cases is $\sqrt{5} : 1$. The work function of X is :-

एक प्रकाश विद्युत प्रभाव में दो अलग-अलग प्रायोगिक व्यवस्थाओं में धातु X को प्रयुक्त किया जाता है। प्रथम व्यवस्था में $\lambda_1 = 3100 \text{ \AA}$ तथा द्वितीय व्यवस्था में $\lambda_2 = 6200 \text{ \AA}$ का उपयोग किया जाता है तथा यह देखा जाता है कि दोनों प्रकरणों में इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम चालों का अनुपात $\sqrt{5} : 1$ है। X का कार्यफलन है :-

- (A) 1.5 eV (B) 6 eV (C) 3 eV (D) 9 eV

Ans. A

Sol.

$$\frac{KE_1}{KE_2} = \frac{5}{1} = \frac{\frac{hc}{\lambda_1} - \phi}{\frac{hc}{\lambda_2} - \phi}$$

$$5 \left(\frac{hc}{\lambda_2} - \phi \right) = \frac{hc}{\lambda_1} - \phi$$

$$\frac{5hc}{\lambda_2} - \frac{hc}{\lambda_1} = 4\phi$$

$$\phi = \frac{1}{4} \left[\frac{5hc}{\lambda_2} - \frac{hc}{\lambda_1} \right]$$

$$\phi = \frac{1}{4} \left[\frac{5 \times 12400}{6200} - \frac{12400}{3100} \right]$$

$$\phi = \frac{1}{4} \times [10 - 4] = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1.5$$

SECTION-II : (Maximum Marks: 20)

This section contains 05 questions.

The answer to each question is a Numerical Value.

For each question, enter the correct integer value (In case of non-integer value, the answer should be rounded off to the nearest Integer).

Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:

Full Marks : +4 If correct answer is entered.

Zero Marks : 0 If the question is unanswered.

Negative Marks : -1 If wrong answer is entered.

खण्ड-II : (अधिकतम अंक: 20)

इस खंड में 05 प्रश्न हैं।

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर संख्यात्मक मान (Numerical Value) है।

प्रत्येक प्रश्न के लिए, सही पूर्णांक मान दर्ज करें (दशमलव संकेतन में, उत्तर को निकटतम पूर्णांक में लिखा जाना चाहिए।)

प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंकन योजना के अनुसार किया जाएगा:

पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर दर्ज किया गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी उत्तर दर्ज नहीं किया गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत उत्तर दर्ज किया गया है।

1. A parallel plate capacitor is charged by a battery connected between its plates. The battery is now disconnected and a dielectric slab ($\epsilon_r = 2$) of same area as plates but having thickness half the distance between plates, is immersed. Find the % change in its potential energy after inserting the slab.

एक समान्तर पट्ट संधारित्र को इसकी प्लेटों के मध्य जुड़ी एक बैटरी द्वारा आवेशित किया जाता है। अब बैटरी को हटा दिया जाता है तथा प्लेटों के समान क्षेत्रफल वाली एक परावैद्युत पट्टिका ($\epsilon_r = 2$) को प्लेटों के मध्य रखा जाता है, जिसकी मोटाई, प्लेटों के मध्य दूरी की आधी है। पट्टिका को रखने के बाद इसकी स्थितिज ऊर्जा में परिवर्तन प्रतिशत में ज्ञात कीजिये।

Ans. 25

Sol.
$$\frac{\frac{Q^2}{2C_i} - \frac{Q^2}{2C_f}}{\frac{Q^2}{2C_i}} \times 100$$

$$\frac{\frac{d}{\epsilon_0 A} - \frac{3d}{4\epsilon_0 A}}{\frac{d}{\epsilon_0 A} - \frac{1}{4}} \times \frac{\frac{1}{C_i} - \frac{1}{C_f}}{\frac{1}{C_i}} \times 100 = \frac{\frac{1}{C_0} - \frac{3}{4C_0}}{\frac{1}{C_0}} \times 100$$

$$\frac{1}{4} \times 100 = 25\%$$

2. The pressure & volume of an ideal gas are related as $PV^{5/3} = (\text{Constant})$. The work done when the gas is taken from state A(P_1, V_1) to state B(P_2, V_2) is $\frac{x}{2}(P_1 V_1 - P_2 V_2)$ then the value of x is:

एक आदर्श गैस का दाब व आयतन $PV^{5/3} = \text{नियत के अनुसार संबंधित है। गैस को अवस्था } A(P_1, V_1) \text{ से } B(P_2, V_2) \text{ तक ले जाने पर किया गया कार्य } \frac{x}{2}(P_1 V_1 - P_2 V_2) \text{ है तब } x \text{ का मान ज्ञात कीजिये।}$

Ans. 3

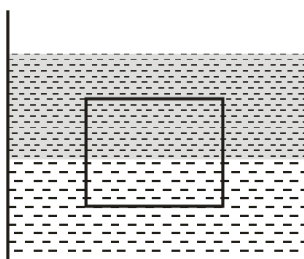
Sol. $PV^x = \text{constant}$

$$W = \frac{nR\Delta T}{1-x}$$

$$\begin{aligned} W &= \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{1 - \frac{5}{3}} \\ &= \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{-\frac{2}{3}} \\ &= \frac{3}{2}(P_1 V_1 - P_2 V_2) \end{aligned}$$

3. A cube of ice floats partly in water and partly in liquid x. The ratio of volume of ice immersed in water to that in liquid X is: (Specific gravity of liquid X = 0.4, Specific gravity of Ice = 0.9)

एक बर्फ का घन आंशिक रूप से जल तथा आंशिक रूप से एक द्रव x में तैरता है। जल तथा द्रव X में डूबे बर्फ के आयतन का अनुपात ज्ञात कीजिये। (द्रव X का विशिष्ट गुरुत्व = 0.4, बर्फ का विशिष्ट गुरुत्व = 0.9)



Ans. 5

Sol. $F_B = F_g$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow V_1 \rho_w g + V_2 \rho_x g = (V_1 + V_2) \rho_I g \\ &\Rightarrow V_1 + V_2 \frac{\rho_x}{\rho_w} = (V_1 + V_2) \frac{\rho_I}{\rho_w} \\ &\Rightarrow V_1 + V_2 \times 0.4 = (V_1 + V_2) 0.9 \\ &\Rightarrow 0.1 V_1 = 0.5 V_2 \\ &\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{1} \end{aligned}$$

4. In a cyclotron α -particles (which are doubly ionized helium atoms) are accelerated. The radius of the greatest circular path is 50 cm. The magnitude of magnetic flux density is 1 Tesla. To what greatest energy (in MeV) can these particles be accelerated in this cyclotron? If the answer is x fill the value of 10x. Take mass of helium = 6.4×10^{-27} kg.

एक साइक्लोट्रॉन में α -कण (जो द्वि-आयनित हीलियम परमाणु होते हैं) को त्वरित किया जाता है। सबसे बड़े वृत्ताकार पथ की त्रिज्या 50 cm है। चुम्बकीय फ्लक्स घनत्व का परिमाण 1 टेस्ला है। इस साइक्लोट्रॉन में किस अधिकतम ऊर्जा (MeV में) तक इन कणों को त्वरित किया जा सकता है? यदि आपका उत्तर x हो तो 10x का मान ज्ञात कीजिये। हीलियम का द्रव्यमान = 6.4×10^{-27} kg लीजिये।

Ans. 125

5. Neon 23 undergoes β decay ${}_{10}\text{Ne}^{23} \rightarrow {}_{11}\text{Na}^{23} + {}_{-1}^0\beta + \bar{\nu}$. Atomic mass of ${}^{23}\text{Ne}$ and ${}^{23}\text{Na}$ are 22.9945 u and 22.9898u respectively. Mass of electron is $0.51 \frac{\text{MeV}}{c^2}$. The maximum kinetic energy of β^- particle is to the nearest integer (in MeV). (Take $1\text{u} = 931.5 \text{ MeV}/c^2$)

${}^{23}\text{Ne}$ का β क्षय ${}_{10}\text{Ne}^{23} \rightarrow {}_{11}\text{Na}^{23} + {}_{-1}^0\beta + \bar{\nu}$ के अनुसार होता है। ${}^{23}\text{Ne}$ व ${}^{23}\text{Na}$ के परमाण्विक द्रव्यमान क्रमशः 22.9945 u व 22.9898u होते हैं। इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान $0.51 \frac{\text{MeV}}{c^2}$ होता है। β^- कणों की अधिकतम गतिज ऊर्जा, निकटतम पूर्णांक में (MeV में) ज्ञात कीजिये। ($1\text{u} = 931.5 \text{ MeV}/c^2$ लें।)

Ans. 4

Sol. $Q = (M_{\text{Ne}} - M_{\text{Na}})c^2$
 $= 0.0047 \times 931.5 \text{ MeV} = 4.378 \text{ MeV}$

SECTION-I : (Maximum Marks: 80)

This section contains **20 questions**. Each question has 4 options for correct answer. Multiple-Choice Questions (MCQs) **Only one option is correct**. For each question, marks will be awarded as follows:

Full Marks : +4 If correct answer is selected.

Zero Marks : 0 If none of the option is selected.

Negative Marks : -1 If wrong option is selected.

खण्ड-I : (अधिकतम अंक: 80)

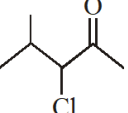
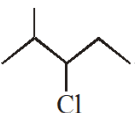
इस खंड में **20 प्रश्न** हैं। प्रत्येक प्रश्न में सही उत्तर के लिए 4 विकल्प हैं। बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQs) **केवल एक विकल्प सही** है। प्रत्येक प्रश्न के लिए, अंक निम्नानुसार दिए जाएंगे:


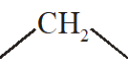
पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर चुना गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत विकल्प चुना गया है।

1. Given below are two statements, one is labelled as Assertion A and the other is labelled as Reason R.

Assertion (A) :  can be subjected to Wolff-Kishner reduction to give .

Reason (R) : Wolff-Kishner reduction is used to convert  into .

In the light of the above statements, choose the correct answer from the options given below :

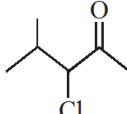
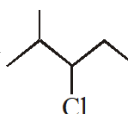
(A) Both A and R are true but R is NOT the correct explanation of A.


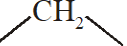
(B) A is true but R is false.

(C) A is false but R is true.

(D) Both A and R are true and R is the correct explanation of A.

नीचे दो कथन दिये गये हैं एक को कथन A तथा अन्य को कारण R के रूप में नामांकित किया गया है।

कथन (A) :  का वोल्फ-किश्रर अपचयन कराये जाने पर  प्राप्त होता है।

कारण (R) : वोल्फ-किश्रर अपचयन का प्रयोग  को  में रूपांतरित करने में किया जाता है।

उपरोक्त कथनों में नीचे दिये गये विकल्पों से सही उत्तर चुनिये :

(A) कथन और कारण दोनों सत्य हैं, तथा कारण, कथन का सही स्पष्टीकरण नहीं है।

(B) कथन सत्य है परन्तु कारण असत्य है।

(C) कथन असत्य है परन्तु कारण सत्य है।

(D) कथन और कारण दोनों सत्य हैं, तथा कारण, कथन का सही स्पष्टीकरण है।

Ans. C

Sol. Wolff-Kishner reduction is not suitable for base sensitive group.

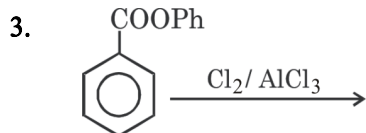
2. Which of the following is not reducing disaccharide ?

- (A) Cellobiose (B) Lactose (C) Maltose (D) Sucrose

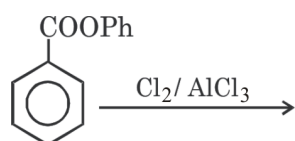
निम्न में से कौनसी अपचायी डाईसैकेराइड नहीं है -

- (A) सेलोबायोज (B) लेक्टोस (C) माल्टोस (D) सूक्रोज

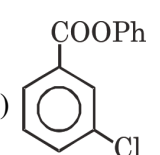
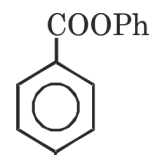
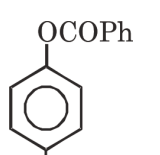
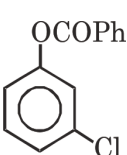
Ans. D



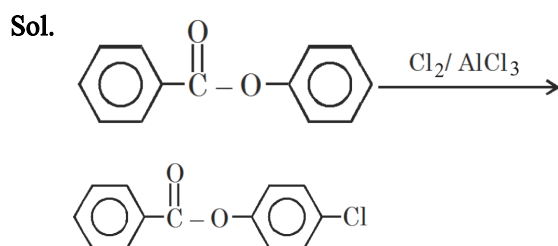
Major product of above reaction is :



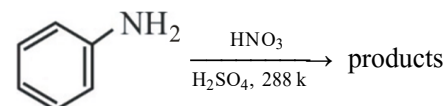
उपरोक्त अभिक्रिया का मुख्य उत्पाद है-

- (A)  (B)  (C)  (D) 

Ans. C



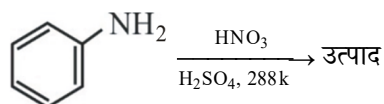
4. With respect to the following reaction, consider the given statements :



- (i) o-Nitroaniline and p-nitroaniline are the predominant products
(ii) p-Nitroaniline and m-nitroaniline are the predominant products
(iii) HNO₃ acts as an acid
(iv) H₂SO₄ acts as an acid

- (A) (i) and (iii) are correct statements. (B) (i) and (iv) are correct statements.
(C) (ii) and (iv) are correct statements. (D) (ii) and (iii) are correct statements.

निम्नलिखित अभिक्रिया के संदर्भ में दिए गए कथनों पर विचार कीजिए :



- (i) o-नाइट्रोएनिलीन एवं p-नाइट्रोएनिलीन प्रमुख उत्पाद है।
- (ii) p-नाइट्रोएनिलीन एवं m-नाइट्रोएनिलीन प्रमुख उत्पाद है।
- (iii) HNO_3 एक अम्ल की भांति कार्य करता है।
- (iv) H_2SO_4 एक अम्ल की भांति कार्य करता है।

(A) (i) एवं (iii) सही कथन है।

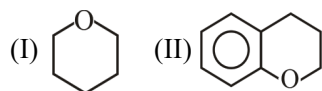
(B) (i) एवं (iv) सही कथन है।

(C) (ii) एवं (iv) सही कथन है।

(D) (ii) एवं (iii) सही कथन है।

Ans. C

5. Consider the reaction of HI with the following:



Which forms di-iodide on reaction with HI (excess)?

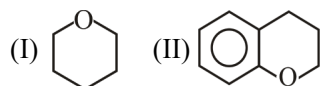
(A) I and II both

(B) II only

(C) I only

(D) none

निम्न के साथ HI की अभिक्रिया पर विचार कीजिये :



HI (आधिक्य) के साथ कौनसा यौगिक अभिक्रिया करके डाई-आयोडाइड बनाता है ?

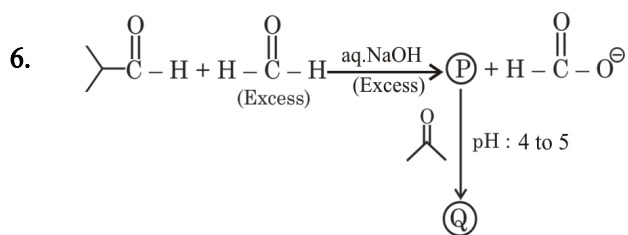
(A) I तथा II दोनों

(B) केवल II

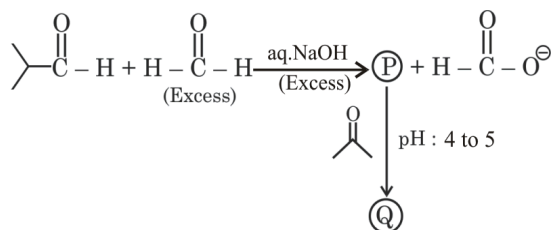
(C) केवल I

(D) कोई नहीं

Ans. C



Q is :

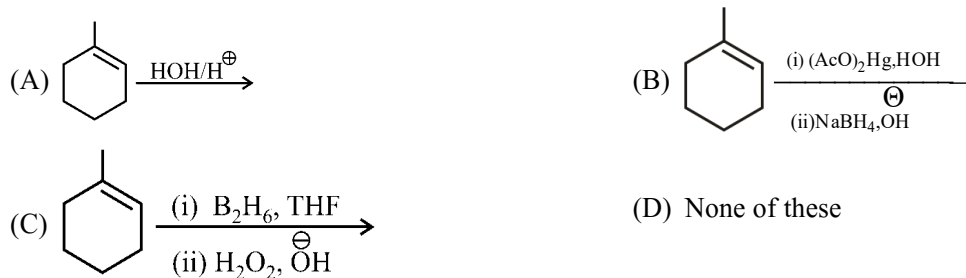


Q है :

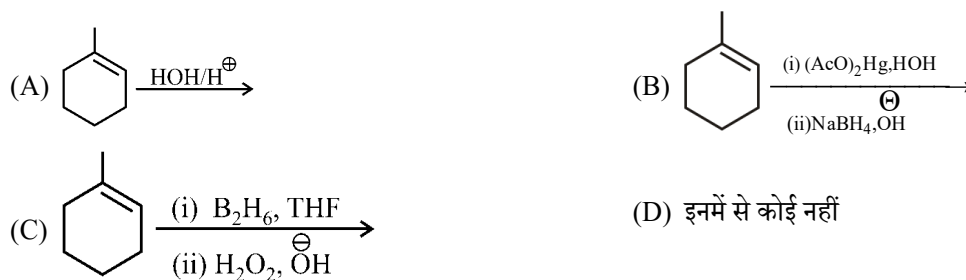


Ans. B

7. In which of the following reaction, 2° alcohol is obtained as major product.



निम्न में से कौनसी अभिक्रिया में, मुख्य उत्पाद के रूप में 2° ऐल्कोहॉल प्राप्त होता है



Ans. C

8. Which of the following is incorrect regarding GRIS-Il osvay test of Nitrite?
- (A) Diazotised acid couples with 1-Naphthylamine to form Red-Azo dye.
- (B) Acidification with acetic acid ensures the formation of HNO_2 which thereby undergoes Diazotisation with Sulphanilic acid.
- (C) The formation of Red-Azo dye will always take place irrespective of the concentration of test solution.
- (D) Red-Azo dye has total three nitrogen atom in one single molecule.

नाइट्राइट के ग्रिस-इलोसवे परीक्षण के सन्दर्भ में कौनसा कथन गलत है ?

- (A) डाईऐजोटिकृत अम्ल, 1-नेफ्थीलऐमीन के साथ युग्मन करके लाल ऐजोडाई बनाता है।
- (B) ऐसिटिक अम्ल के साथ अम्लीयकरण HNO_2 के निर्माण को सुनिश्चित करता है जो सल्फेनिलीक अम्ल के साथ डाईऐजोटिकरण से होता है।
- (C) लाल-ऐजो डाई का निर्माण हमेशा होगा जो परीक्षण विलयन की सांद्रता पर निर्भर नहीं करता है।
- (D) लाल ऐजो डाई के एक अणु में कुल तीन नाइट्रोजन परमाणु होते हैं।

Ans. C

9. The pair in which both the ions show PINK color of their aquated ions.

वह युग्म चुनिये जिनमें दोनों आयन, उनके जलीय आयनों में गुलाबी रंग प्रदर्शित करते हैं :

- (A) $(\text{Mn}^{2+}, \text{Fe}^{2+})$ (B) $(\text{Mn}^{2+}, \text{Co}^{2+})$ (C) $(\text{Ni}^{2+}, \text{Co}^{3+})$ (D) $(\text{Cr}^{3+}, \text{Mn}^{3+})$

Ans. B

10. The compound that is sure to have a bridging oxo linkage among the following.

निम्न में से कौनसे यौगिक में सेतु ऑक्सो लिंकेज उपस्थित होता है :

- (A) C_3O_2 (B) N_2O_4 (C) N_2O_5 (D) $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3$

Ans. C

11. The pair of complexes in which both complexes show same type of structural isomerism as well as same number of geometrical isomers.

संकुलों का वह युग्म जिनमें दोनों संकुल समान प्रकार की संरचनात्मक समावयवता के साथ-साथ ज्यामितिय समावयवी की समान संख्या रखते हैं :

- (A) $[\text{Co}(\text{NH}_3)_4\text{Cl}_2]\text{Br}$ & $[\text{Ni}(\text{en})_2(\text{NH}_3)_2]\text{Cl}_2$
- (B) $[\text{Pt}(\text{NH}_3)_4\text{Cl}_2]\text{Br}_2$ & $[\text{Fe}(\text{gly})_3]$
- (C) $[\text{Pt}(\text{NH}_3)_4\text{Br}_2]\text{Cl}_2$ & $\text{Na}_2[\text{CoBr}_2\text{Cl}_2]$
- (D) $[\text{Co}(\text{NO}_2)_2(\text{NH}_3)_4]\text{Cl}$ & $[\text{Fe}(\text{NH}_3)_4(\text{CN})_2]\text{Br}$

Ans. D

12. **Statement-I** : In the periodicity of the graph IE(ionization energy) v/s Z(atomic number) (only $Z = 1$ to $Z = 60$), the maxima of the curve corresponds to noble gases and minima of the curve corresponds to Alkali metals.

Statement-II : Generally, across a period, the increase in nuclear charge outweighs the shielding effect. Consequently the outer electrons are held more tightly.

- (A) Statement I is correct but Statement II is incorrect.
 (B) Both statements are correct
 (C) Statement I is incorrect but Statement II is correct
 (D) Both Statements are incorrect

कथन-I : आरेख IE(आयनन उर्जा) v/s Z(परमाणु क्रमांक) (केवल $Z = 1$ से $Z = 60$) की आवर्तिता में उत्कृष्ट गैसे वक्र के उच्चिष्ठ (maxima) से तथा क्षारीय धातुओं वक्र के निम्निष्ठ (minima) से सम्बन्धित होती हैं

कथन-II : सामान्यतः आवर्त में बाँये जो दाँये जाने पर नाभिकीय आवेश में वृद्धि, परिरक्षण प्रभाव से अधिक होती है जिसके फलस्वरूप बाह्य इलेक्ट्रॉनों पर अधिक आकर्षण लगता है।

- (A) कथन I सत्य है लेकिन कथन II असत्य है।
 (B) दोनों कथन सत्य हैं।
 (C) कथन I असत्य है लेकिन कथन II सत्य है।
 (D) दोनों कथन असत्य हैं।

Ans. B

13. Which of the following statement is correct?

- (A) Ionic solids are unstable because sum of ionization enthalpy & electron gain enthalpy is positive
 (B) The Van der Waal's radius represents the overall size of the atom which includes its valence shell in a bonded situation.
 (C) Enthalpy needed to break the two O-H bonds is identical in H_2O
 (D) According to VSEPR theory, two or three electron pairs of a multiple bond are treated as a single super pair.

निम्न में से कौनसे कथन सही हैं ?

- (A) आयनिक ठोस अस्थायी होते हैं क्योंकि आयनन एन्थैल्पी तथा इलेक्ट्रॉन ग्रहण एन्थैल्पी का योग धनात्मक है।
 (B) वांडरवाल त्रिज्या, परमाणु के सम्पूर्ण आकार को प्रदर्शित करती है जिसमें बंधीत अवस्था में इसके संयोजी कोश सम्मिलित होते हैं।
 (C) H_2O में दो O-H बंधों को तोड़ने के लिये आवश्यक एन्थैल्पी समान होती है।
 (D) संयोजकता सिद्धांत के अनुसार बहु-बंध के दो या तीन इलेक्ट्रॉन युग्मों को एकल सुपर युग्म के रूप में माना जाता है।

Ans. D

14. In preparation of a very important chemical "X" used as an oxidant for preparation of many compounds, fusion of chromite ore with K_2CO_3 in presence of air takes place to obtain a yellow solution "Y". Acidification of yellow solution "Y" gives orange solution of "X".

The oxidation state on metal atom in anion of "X" & "Y" respectively are.

बहुत से महत्वपूर्ण रसायनों के निर्माण में "X" का प्रयोग बहुत से यौगिकों के निर्माण के लिये ऑक्सीकारक के रूप में किया जाता है। पीला विलयन "Y" प्राप्त करने के लिये वायु की उपस्थिति में K_2CO_3 के साथ क्रोमाइट अयस्क का गलन किया जाता है। पीले विलयन "Y" के अम्लीयकरण से नारंगी विलयन "X" प्राप्त होता है।

"X" तथा "Y" के ऋणायन में धातु परमाणु पर ऑक्सीकरण अवस्था क्रमशः हैं ?

- (A) +6, +3 (B) +6, +6 (C) +3, +3 (D) +3, +6

Ans. B

15. Some atomic orbitals of hydrogen like atom is given in List-I and the number of radial nodes(a) and angular nodes (b) present in that orbital is given in List-II as (a, b).

List-I		List-II	
(P)	2p	(1)	(0, 2)
(Q)	3d	(2)	(2, 1)
(R)	4p	(3)	(0, 1)
(S)	4d	(4)	(1, 2)

हाइड्रोजन समान परमाणु के कुछ परमाण्वीय कक्षक सूची-I में दिये गये हैं तथा उस कक्षक में उपस्थित त्रिज्यीय नोड की संख्या (a) तथा कोणीय नोड की संख्या (b) सूची-II में (a, b) के रूप में दिये गये हैं।

सूची-I		सूची-II	
(P)	2p	(1)	(0, 2)
(Q)	3d	(2)	(2, 1)
(R)	4p	(3)	(0, 1)
(S)	4d	(4)	(1, 2)

- (A) P-1, Q-2, R-3, S-4 (B) P-3, Q-1, R-4, S-2
(C) P-3, Q-1, R-2, S-4 (D) P-1, Q-3, R-2, S-1

Ans. C

Sol. Number of radial nodes = $(n - \ell - 1)$

Number of angular nodes = ℓ

16. How many millimoles of acidified KMnO_4 solution will be required to just oxidise one litre saturated solution of CaC_2O_4 : (K_{sp} of $\text{CaC}_2\text{O}_4 = 2.5 \times 10^{-7}$)

CaC_2O_4 के एक लीटर संतृप्त विलयन को पूर्णतया ऑक्सीकृत करने के लिये अम्लीयकृत KMnO_4 विलयन के कितने मिलिमोलो की आवश्यकता होगी ? (CaC_2O_4 का $K_{sp} = 2.5 \times 10^{-7}$)

- (A) 0.1 (B) 0.2 (C) 1 (D) 2

Ans. B

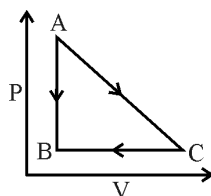
Sol. Solubility of $\text{CaC}_2\text{O}_4 = \sqrt{K_{sp}} = 5 \times 10^{-4} \text{ M}$

gm equivalent of $\text{CaC}_2\text{O}_4 \equiv \text{KMnO}_4$

$$5 \times 10^{-4} \times 2 = \frac{n}{1000} \times 5$$

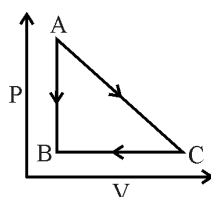
$$n = 0.2$$

17. Consider the modes of transformation of a gas from state A to state B as show in the following P-V diagram. Which one of the following is true ?



- (A) $\Delta H = q$ along path $A \rightarrow C$
 (B) ΔS is same along both paths, $A \rightarrow B$ and $A \rightarrow C \rightarrow B$
 (C) W is same along both paths, $A \rightarrow B \rightarrow C$ and $A \rightarrow C \rightarrow B$
 (D) $W > 0$ along both paths, $A \rightarrow B$ and $A \rightarrow C$

निम्न P-V चित्र में अवस्था A से अवस्था B तक गैस के रूपान्तरण की अवस्था पर विचार कीजिये। निम्न में से कौनसा विकल्प सत्य है -



- (A) पथ $A \rightarrow C$ के सापेक्ष $\Delta H = q$
 (B) पथ $A \rightarrow B$ तथा $A \rightarrow C \rightarrow B$ दोनों के सापेक्ष ΔS समान रहता है
 (C) पथ $A \rightarrow B \rightarrow C$ तथा $A \rightarrow C \rightarrow B$ दोनों के सापेक्ष W समान रहता है
 (D) पथ $A \rightarrow B$ तथा $A \rightarrow C$ दोनों के सापेक्ष $W > 0$ होता है

Ans. B

Sol. S is a state function so ΔS will be same is path

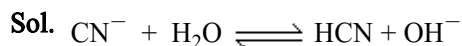
$A \rightarrow B$ and $A \rightarrow C \rightarrow B$

18. pOH of 0.1 molar aqueous NaCN solution found to be 2. Then value of dissociation constant of HCN in its aqueous solution will be

0.1 मोलर जलीय NaCN विलयन की pOH, 2 है तो इसके जलीय विलयन में HCN के वियोजन नियतांक के मान की गणना कीजिये :

- (A) 1.11×10^{-3} (B) 10^{-2} (C) 10^{-11} (D) 9×10^{-12}

Ans. D



$$\begin{array}{ccc} 0.1-x & x & x \\ \frac{10^{-14}}{K_a} = \frac{x^2}{0.1-x} & & x = 10^{-2} \\ K_a = 9 \times 10^{-12} & & \end{array}$$

19. $\text{A (aq)} \rightarrow \text{B (aq)} + \text{C (aq)}$ is a first order reaction :

Time	t	∞
Moles of reagent 'R'	n_1	n_2

Reaction progress is measure with the help of titration of reagent 'R'. If all A, B and C reacted with the reagent and have 'n' factors in the ratio of 1 : 2 : 3 with the reagent, the rate constant (k) in terms of t, n_1 and n_2 is ('n' factor of reagent is same for reaction with A, B as well as C)

$\text{A (aq)} \rightarrow \text{B (aq)} + \text{C (aq)}$ प्रथम कोटि अभिक्रिया हैं :

समय	t	∞
अभिकर्मक 'R' के मोल	n_1	n_2

अभिक्रिया प्रगति को अभिकर्मक 'R' के अनुमापन की सहायता के साथ मापी गयी है। यदि सभी A, B तथा C अभिकर्मक के साथ क्रिया करते हैं तथा इनके 'n' गुणांक, अभिकर्मक के साथ 1 : 2 : 3 के अनुपात में हैं, तो t, n_1 तथा n_2 के पदों में दर नियतांक (k) हैं :

(अभिकर्मक का 'n' गुणांक A, B के साथ-साथ C के साथ अभिक्रिया के लिये समान रहता है)

- (A) $K = \frac{1}{t} \ln \left(\frac{n_2}{n_2 - n_1} \right)$
 (B) $K = \frac{1}{t} \ln \left(\frac{2n_2}{n_2 - n_1} \right)$
 (C) $K = \frac{1}{t} \ln \left(\frac{4n_2}{n_2 - n_1} \right)$
 (D) $K = \frac{1}{t} \ln \left(\frac{4n_2}{5(n_2 - n_1)} \right)$

Ans. D

20. 3.0 molal NaOH solution has a density of 1.12 g/mL. The % w/v of the solution is-
[Atomic mass : Na = 23, H = 1, O = 16]

3.0 मोलल NaOH विलयन का घनत्व 1.12 g/mL है तो विलयन का % w/v है-
[परमाणु द्रव्यमान : Na = 23, H = 1, O = 16]

(A) 2.97

(B) 3

(C) 12

(D) 3.5

Ans. C

Sol. $m = 3 \Rightarrow$ If $w_{\text{solvent}} = 1000 \text{ gm}$

Then moles of NaOH = 3

$$\% (w/v) = \frac{3 \times 40}{\frac{(1000+120)}{1.12}} \times 100 = 12$$

SECTION-II : (Maximum Marks: 20)

This section contains 05 questions.

The answer to each question is a Numerical Value.

For each question, enter the correct integer value (In case of non-integer value, the answer should be rounded off to the nearest Integer).

Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:

Full Marks : +4 If correct answer is entered.

Zero Marks : 0 If the question is unanswered.

Negative Marks : -1 If wrong answer is entered.

खण्ड-II : (अधिकतम अंक: 20)

इस खंड में 05 प्रश्न हैं।

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर संख्यात्मक मान (Numerical Value) है।

प्रत्येक प्रश्न के लिए, सही पूर्णांक मान दर्ज करें (दशमलव संकेतन में, उत्तर को निकटतम पूर्णांक में लिखा जाना चाहिए।)

प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंकन योजना के अनुसार किया जाएगा:

पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर दर्ज किया गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी उत्तर दर्ज नहीं किया गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत उत्तर दर्ज किया गया है।

1. The difference in number of SINGLY OCCUPIED MOLECULAR ORBITALS (S.O.M.O.) in B_2 & O_2^{2-} is, _____

B_2 तथा O_2^{2-} में एकल भरे हुये आण्विक कक्षक (S.O.M.O.) (SINGLY OCCUPIED MOLECULAR ORBITALS) की संख्या में अंतर _____ है।

Ans. 2

2. The number of black colored precipitates (in aqueous solution) among NiS , Sb_2S_3 , As_2S_3 , $NaHCO_3(s)$, MnS , ZnS , $HgCO_3 \cdot 3HgO$, CuS , $Cr(OH)_3$, $Al(OH)_3$ is _____.

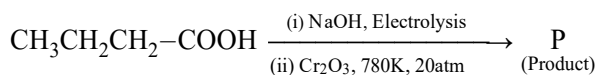
निम्न में से काले रंग के अवक्षेपो (जलीय विलयन में) की संख्या है ?

NiS , Sb_2S_3 , As_2S_3 , $NaHCO_3(s)$, MnS , ZnS , $HgCO_3 \cdot 3HgO$, CuS , $Cr(OH)_3$, $Al(OH)_3$

Ans. 2

3. $CH_3CH_2CH_2-COOH \xrightarrow[(ii) Cr_2O_3, 780K, 20atm]{(i) NaOH, Electrolysis} P$
(Product)

Number of sp^2 carbon atoms present in product "P" is :



उत्पाद "P" में उपस्थित sp^2 कार्बन परमाणुओं की संख्या है :

Ans. 6

Sol. Product P is benzene

4. The photoelectric current from Na (work function, $w_0 = 2.3 \text{ eV}$) is stopped by the output voltage of the cell
 $\text{Pt(s)}|\text{H}_2(\text{g}, 1\text{bar})|\text{HCl}(\text{aq.}, \text{pH} = 1)|\text{AgCl(s)}|\text{Ag(s)}$

Then the energy of incident photon on Na is _____ $\times 10^{-2} \text{ eV}$.

$$[\text{Given, } 2.303 \frac{RT}{F} = 0.06\text{V}; E_{\text{Cl}^-|\text{AgCl}|\text{Ag}}^0 = 0.22\text{V}]$$

Na (कार्य फलन $w_0 = 2.3 \text{ eV}$) से निकली प्रकाश विद्युत धारा सैल

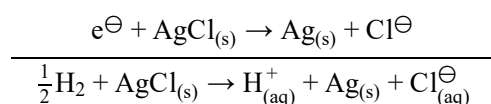
$\text{Pt(s)}|\text{H}_2(\text{g}, 1\text{bar})|\text{HCl}(\text{aq.}, \text{pH} = 1)|\text{AgCl(s)}|\text{Ag(s)}$ से उत्पन्न वोल्टेज द्वारा रोक दी जाती है।

Na पर आपतित फोटोन की उर्जा _____ $\times 10^{-2} \text{ eV}$ है।

$$[\text{दिया है, } 2.303 \frac{RT}{F} = 0.06\text{V}; E_{\text{Cl}^-|\text{AgCl}|\text{Ag}}^0 = 0.22\text{V}]$$

Ans. 264

$$\text{Sol. } \frac{1}{2}\text{H}_2 \rightarrow \text{H}^+ + \text{e}^-$$



$$E = E^0 - \frac{.06}{1} \log \frac{[\text{H}^+][\text{Cl}^-]}{P_{\text{H}_2}^{\frac{1}{2}}}$$

$$E = 0.22 - .06 \log \frac{(10^{-1})(10^{-1})}{1^{\frac{1}{2}}}$$

$$E = 0.22 + .12 = .34 \text{ volt}$$

\Rightarrow total energy of photon will be (for Na)

$$= 2.3 + 0.34 = 2.64 \text{ eV}$$

5. How many gm urea (NH_2CONH_2) should be dissolved in 88.2 gm water in order to decrease the vapour pressure by 2% ?

वाष्प दाब में 2% की कमी करने के लिये 88.2 gm जल में यूरिया (NH_2CONH_2) के कितने ग्राम विलेय किये जाने चाहिये ?

Ans. 6

$$\text{Sol. } \frac{p^0 - p_s}{p_s} = \frac{n}{N}$$

$$\text{or, } \frac{2}{98} = \frac{\frac{w}{60}}{\frac{88.2}{18}} \Rightarrow w = 6$$

SECTION-I : (Maximum Marks: 80)

This section contains **20 questions**. Each question has 4 options for correct answer. Multiple-Choice Questions (MCQs) **Only one option is correct**. For each question, marks will be awarded as follows:

Full Marks : +4 If correct answer is selected.

Zero Marks : 0 If none of the option is selected.

Negative Marks : -1 If wrong option is selected.

खण्ड-I : (अधिकतम अंक: 80)

इस खंड में **20 प्रश्न** हैं। प्रत्येक प्रश्न में सही उत्तर के लिए 4 विकल्प हैं। बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQs) केवल एक विकल्प सही है। प्रत्येक प्रश्न के लिए, अंक निम्नानुसार दिए जाएंगे:

पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर चुना गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत विकल्प चुना गया है।

1. If the function $f(x) = cxe^{-x} - \frac{x^2}{2} + x$ is decreasing for every $x \in (-\infty, 0]$, then the least value of c^2 is equal to

यदि फलन $f(x) = cxe^{-x} - \frac{x^2}{2} + x$ प्रत्येक $x \in (-\infty, 0]$ के लिए ह्रासमान है, तो c^2 का न्यूनतम मान है

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

Ans. A

Sol. $f'(x) = c[e^{-x} - xe^{-x}] - x + 1$

$$= ce^{-x}(1 - x) + (1 - x)$$

$$f'(x) = (1 - x)(ce^{-x} + 1) \leq 0$$

$$ce^{-x} + 1 \leq 0$$

$$c \leq -e^x \quad \forall x \leq 0$$

$$c \in (-\infty, -1]$$

$$\text{Least value of } c^2 = 1$$

2. The x-intercept of the tangent to a curve is equal to the ordinate of the point of contact. The equation of the curve through the point (1, 1) is

किसी वक्र की स्पर्श रेखा का x-अन्तःखण्ड, स्पर्श बिन्दु की कोटि के बराबर है। उस वक्र का समीकरण, जो बिन्दु (1, 1) से गुजरता है, होगा

- (A) $xe^{\frac{x}{y}} = e$ (B) $xe^{\frac{y}{x}} = e$ (C) $ye^{\frac{y}{x}} = e$ (D) $ye^{\frac{x}{y}} = e$

Ans. D

Sol. $Y - y = m(X - x)$ For x-intercept $y = 0$

$$X = x - \frac{y}{m} \quad \therefore x - \frac{y}{m} = y$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x - y}$$

$$x dy - y dy = y dx \Rightarrow \frac{-y dy}{y^2} = \frac{y dx - x dy}{y^2}$$

$$-\frac{dy}{y} = d\left(\frac{x}{y}\right)$$

$$-\ln y = \frac{x}{y} + C$$

$$x = 1, y = 1, C = -1$$

$$-\ln y = \frac{x}{y} - 1 \quad \text{or} \quad \ln y = \frac{-x}{y} + 1$$

$$y = e \cdot e^{-\frac{x}{y}}$$

3. **Assertion (A)** : If R is a relation defined on set of natural numbers N such that $R = \{(x, y) : x, y \in N \text{ and } x + y = 24\}$ then R is an equivalence relation.

Reason (R) : A relation is said to be an equivalence relation if it is reflexive, symmetric and transitive.

- (A) A is True, R is True; R is a correct explanation for A.
 (B) A is True, R is True; R is not a correct explanation for A.
 (C) A is True, R is False
 (D) A is False, R is True.

कथन (A) : यदि प्राकृत संख्याओं के समुच्चय N में संबंध R इस प्रकार परिभाषित है कि $R = \{(x, y) : x, y \in N \text{ तथा } x + y = 24\}$ है, तो R तुल्यता संबंध है।

कारण (R) : संबंध तुल्यता संबंध कहलाता है यदि यह स्वतुल्य, सममित तथा संक्रामक है।

- (A) A सत्य है, R सत्य है; R, A का सही स्पष्टीकरण है।
 (B) A सत्य है, R सत्य है; R, A का सही स्पष्टीकरण नहीं है।
 (C) A सत्य है, R असत्य है।
 (D) A असत्य है, R सत्य है।

Ans. D

Sol. Assertion is False but Reason is True.

4. Let $f(x) = 12 \left(\frac{e^{3x} - 3e^x}{e^{2x} - 1} \right)$ be defined for $x > 0$ and $g(x)$ be the inverse of $f(x)$. If $\int_8^{27} g(x) dx = a \ln 3 - b \ln 2 - c$ then the value of $(a - (b + c))$ is

माना $x > 0$ के लिए $f(x) = 12 \left(\frac{e^{3x} - 3e^x}{e^{2x} - 1} \right)$ परिभाषित है तथा $g(x)$, $f(x)$ का प्रतिलोम फलन है। यदि $\int_8^{27} g(x) dx = a \ln 3 - b \ln 2 - c$ हो, तो $(a - (b + c))$ का मान है

- (A) 7 (B) 6 (C) 5 (D) 71

Ans. A

Sol. $\int_{\ln 2}^{\ln 3} f(x) dx + \int_8^{27} g(y) dy = 27 \ln 3 - 8 \ln 2$

$$\int_{\ln 2}^{\ln 3} f(x) dx = 12 - 12 \ln 3 + 12 \ln 2 \text{ and}$$

$$\int_8^{27} g(y) dy = 39 \ln 3 - 20 \ln 2 - 12$$

$$a = 39 \quad b = 20 \quad c = 12$$

$$a - (b + c) = 7$$

5. Let $f(x)$ be a non constant twice differentiable function on \mathbb{R} such that $f(2 + x) = f(2 - x)$ and $f' \left(\frac{1}{2} \right) = f'(1) = 0$. Then minimum number of root(s) of equation $f''(x) = 0$ in $(0, 4)$ is/are

माना \mathbb{R} में $f(x)$ दो बार अवकलनीय चर फलन इस प्रकार है कि $f(2 + x) = f(2 - x)$ तथा $f' \left(\frac{1}{2} \right) = f'(1) = 0$ है। तब अन्तराल $(0, 4)$ में समीकरण $f''(x) = 0$ के मूलों की न्यूनतम संख्या है

- (A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 6

Ans. B

Sol. $f(2 + x) = f(2 - x)$

$$f'(2 + x) = -f'(2 - x)$$

$$\text{Put } x = 0 \quad f'(2) = 0$$

$$x = -1 \quad f'(1) = -f'(3) = 0$$

$$x = -\frac{3}{2} \quad f' \left(\frac{1}{2} \right) = -f' \left(\frac{7}{2} \right) = 0$$

$$\therefore f' \left(\frac{1}{2} \right) = 0 = f'(1) = f'(2) = f'(3) = f' \left(\frac{7}{2} \right)$$

$$\text{minimum roots of } f''(x) = 0$$

6. A circle of radius 2 units having centre in fourth quadrant passes through the vertex and focus of parabola $y^2 = 4x$ and touches the parabola $y = -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \alpha$, $\alpha > 0$ then the value of $(2\alpha - 4)^2$ is

2 इकाई त्रिज्या वाला एक वृत्त जिसका केन्द्र चतुर्थ चतुर्थांश में है जो परवलय $y^2 = 4x$ के शीर्ष तथा नाभि से गुजरता है तथा परवलय $y = -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \alpha$, $\alpha > 0$ को स्पर्श करता है, तो $(2\alpha - 4)^2$ का मान है

(A) 15

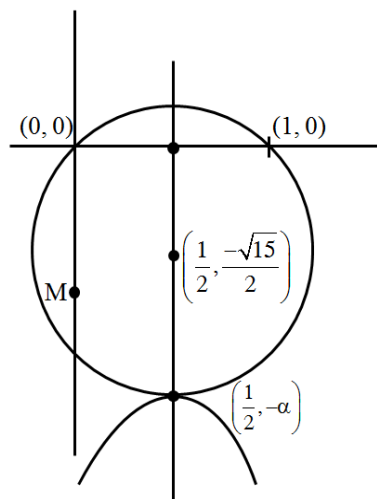
(B) 18

(C) 22

(D) 25

Ans. A

Sol.



$$x(x-1) + y^2 = 0$$

$$S_1 : x^2 + y^2 - x = 0$$

Required circle

$$x^2 + y^2 - x + \lambda y = 0$$

$$g = -\frac{1}{2} \quad f = \frac{\lambda}{2}, \text{ radius} = 2$$

$$g^2 + f^2 - c = 4$$

$$\frac{1}{4} + \frac{\lambda^2}{4} = 4$$

$$1 + \lambda^2 = 16 \quad \therefore \lambda^2 = 15 \quad \therefore \lambda = \sqrt{15}, -\sqrt{15}$$

$$\text{centre of circle} \left(\frac{1}{2}, \frac{-\lambda}{2} \right)$$

$$\text{parabola } y + \alpha = -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = -(y + \alpha)$$

$$-\frac{\sqrt{15}}{2} - 2 = -\alpha$$

$$\alpha = 2 + \frac{\sqrt{15}}{2}$$

$$2\alpha = 4 + \sqrt{15}$$

$$(2\alpha - 4)^2 = 15$$

7. Value of $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 8x}{\sin x} dx$ is

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 8x}{\sin x} dx$ का मान है

- (A) $\frac{152}{105}$ (B) $\frac{52}{105}$ (C) $\frac{52}{35}$ (D) $\frac{152}{35}$

Ans. A

Sol. $2\sin x \cos x = \sin 2x$

$$2\sin x \cos 3x = \sin 4x - \sin 2x$$

$$2\sin x \cos 5x = \sin 6x - \sin 4x$$

$$2\sin x \cos 7x = \sin 8x - \sin 6x$$

$$2\sin x [\cos x + \cos 3x + \cos 5x + \cos 7x] = \sin 8x$$

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 8x}{\sin x} dx &= 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x + \cos 3x + \cos 5x + \cos 7x \\ &= 2 \left[1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right] \\ &= 2 \left[\frac{105 - 35 + 21 - 15}{105} \right] = \frac{152}{105} \end{aligned}$$

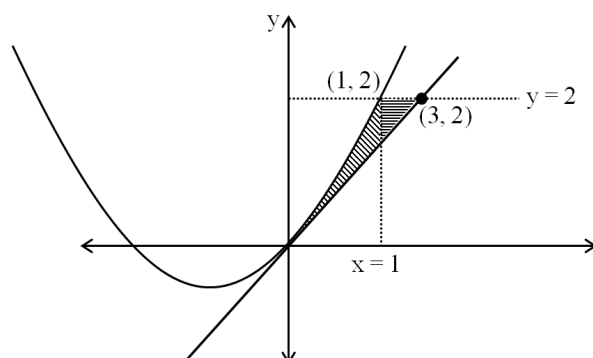
8. If the line $x - 1 = 0$ divides the area bounded by the curves $2x + 1 = \sqrt{4y + 1}$, $y = x$ and $y = 2$ in two regions of area A_1 and A_2 ($A_1 < A_2$) then $(A_1^{-2} - A_2^{-2})$ is equal to

यदि रेखा $x - 1 = 0$, वक्रों $2x + 1 = \sqrt{4y + 1}$, $y = x$ तथा $y = 2$ द्वारा परिबद्ध क्षेत्रफल को दो क्षेत्रों में विभाजित करती है जिनका क्षेत्रफल A_1 तथा A_2 ($A_1 < A_2$) है, तो $(A_1^{-2} - A_2^{-2})$ बराबर है

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 8

Ans. B

Sol.



$$\begin{aligned} A_1 &= \int_0^1 \left(\frac{(2x+1)^2 - 1}{4} - x \right) dx = \frac{1}{3} \\ A_2 &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

9.

List-I		List-II	
(A)	Let a_1, a_2, a_3, \dots be AP. If $\sum_{r=1}^{\infty} \frac{a_r}{2^r} = 4$ then $4a_2$ is equal to	(I)	16
(B)	$(20)^{19} + 2(21)(20)^{18} + 3(21)^2(20)^{17} + \dots + 20(21)^{19} = K(20)^{19}$, then $\frac{K}{100}$ is equal to	(II)	4
(C)	If number of integral solution to the equation $x + y + z = 21$ where $x \geq 1, y \geq 3, z \geq 4$ is K then $\frac{K+7}{7}$ is	(III)	15
(D)	Let $\frac{1}{16}, a$ and b be in GP and $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, 6$ be in AP where $a, b > 0$ then $72(a+b)$ is	(IV)	14

सूची-I		सूची-II	
(A)	माना a_1, a_2, a_3, \dots समान्तर श्रेणी में है। यदि $\sum_{r=1}^{\infty} \frac{a_r}{2^r} = 4$ हो, तो $4a_2$ बराबर है	(I)	16
(B)	$(20)^{19} + 2(21)(20)^{18} + 3(21)^2(20)^{17} + \dots + 20(21)^{19} = K(20)^{19}$ हो, तो $\frac{K}{100}$ बराबर है	(II)	4
(C)	यदि समीकरण $x + y + z = 21$, (जहाँ $x \geq 1, y \geq 3, z \geq 4$) के पूर्णांक हलों की संख्या K है, तो $\frac{K+7}{7}$ है	(III)	15
(D)	माना $\frac{1}{16}, a$ तथा b गुणोत्तर श्रेणी में है तथा $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, 6$ समान्तर श्रेणी में है (जहाँ $a, b > 0$) है, तो $72(a+b)$ है	(IV)	14

(A) (A) – II, (B) – IV, (C) – IV, (D) – I

(B) (A) – I, (B) – II, (C) – I, (D) – IV

(C) (A) – II, (B) – I, (C) – IV, (D) – I

(D) (A) – IV, (B) – II, (C) – I, (D) – II

Ans. B

Sol. (A) $x = \frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{2^2} + \frac{a_3}{2^3} + \dots \infty$

$$\frac{1}{2}x = \frac{a_1}{2^2} + \frac{a_2}{2^3} + \dots \infty$$

$$\frac{x}{2} = \frac{a_1}{2} + \left\{ \frac{d}{2^2} + \frac{d}{2^3} + \dots \infty \right\}$$

$$x = a_1 + d = 4$$

$$\therefore a_2 = 4$$

(C) $x + y + z = 21$

$$(x + 1) + (y + 3) + (z + 4) = 13$$

$$x + y + z = 13 \quad \therefore {}^{13+3-1}C_{3-1} = {}^{15}C_2 = 105$$

(D) $\frac{1}{16}, a, b$ in G. P. $\therefore a^2 = \frac{b}{16}$

$$\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, 6 \text{ in A. P.} \quad \therefore 2a = b + 6ab$$

$$16a^2 = \frac{2a}{1 + 6a}$$

$$(12a - 1)(4a + 1) = 0 \quad \therefore a = \frac{1}{12}, \frac{-1}{4}$$

$$b = 16 \cdot \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{9}$$

$$72 \left[\frac{1}{12} - \frac{1}{9} \right] = 6 + 8 = 14$$

10. A game board is shown in diagram.

START →	1	X	3	4	5	6	X	8	9
									10
									11
									12
									13
									14
									15
									16
									17
									18

Player take turns to roll an ordinary die, then move their counter forward from 'START' a number of squares equal to the number rolled with the die. If a player's counter ends its move on a cross marked square, then it is moved back to **START**. Let α denotes the probability that player's counter is on **START** after rolling the die twice and let β denotes the probability that after rolling the die thrice, a player's counter is on square numbered 17, then the value of $\frac{\alpha}{\beta}$ is

चित्र में एक गेम बोर्ड दिखाया गया है।

START →	1	X	3	4	5	6	X	8	9
									10
									11
									12
									13
									14
									15
									16
									17
									18

खिलाड़ी बारी-बारी से एक साधारण पासा घुमाते हैं, फिर अपने काउंटर को 'START' से आगे बढ़ाते हैं, जो पासे के साथ घुमाए गए नंबर के बराबर वर्गों की संख्या है। यदि किसी खिलाड़ी का काउंटर क्रॉस चिह्नित वर्ग पर अपनी चाल समाप्त करता है, तो उसे वापस **START** पर ले जाया जाता है। मान कि α इस प्रायिकता को दर्शाता है कि पासा दो बार घुमाने के बाद भी खिलाड़ी का काउंटर **START** पर है तथा β इस प्रायिकता को दर्शाता है कि पासा तीन बार घुमाने के बाद, खिलाड़ी का काउंटर 17 नंबर पर है, तो $\frac{\alpha}{\beta}$ का मान है

- (A) 24 (B) 21 (C) 20 (D) 18

Ans. A

Sol.

START →	1	X	3	4	5	6	X	8	9
									10
									11
									12
									13
									14
									15
									16
									17
									18

To be on start after two throws

(1, 1), (2, 2), (1, 6), (6, 1), (5, 2), (3, 4), (4, 3), (6, 6)

$$\alpha = 8 \cdot \left(\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \right) = \frac{2}{9}$$

To be on square marked 17. He needs to throw sum of 17 in three throws

$$= (6, 5, 6), (5, 6, 6) = 2 \left(\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \right) = \frac{1}{108}$$

$$\text{Value of } \frac{\alpha}{\beta} = \frac{2}{9} \times \frac{108}{1} = 24$$

11. If $(\sin^{-1}a)^2 + (\cos^{-1}b)^2 + (\sec^{-1}c)^2 + (\operatorname{cosec}^{-1}d)^2 = \frac{5\pi^2}{2}$ then the value of $(\sin^{-1}a)^2 - (\cos^{-1}b)^2 + (\sec^{-1}c)^2 - (\operatorname{cosec}^{-1}d)^2$ is

यदि $(\sin^{-1}a)^2 + (\cos^{-1}b)^2 + (\sec^{-1}c)^2 + (\operatorname{cosec}^{-1}d)^2 = \frac{5\pi^2}{2}$ हो, तो $(\sin^{-1}a)^2 - (\cos^{-1}b)^2 + (\sec^{-1}c)^2 - (\operatorname{cosec}^{-1}d)^2$ का मान है

- (A) $-\pi^2$ (B) $-\frac{\pi^2}{2}$ (C) 0 (D) $\frac{\pi^2}{2}$

Ans. C

Sol. $(\sin^{-1}a)^2 = \frac{\pi^2}{4}$, $(\cos^{-1}b)^2 = \pi^2$
 $(\sec^{-1}c)^2 = \pi^2$, $(\operatorname{cosec}^{-1}d)^2 = \frac{\pi^2}{4}$

12. Tangents are drawn from the point (α, β) to the hyperbola $3x^2 - 2y^2 = 6$ and are inclined at angles θ and ϕ to the x-axis. If $\tan\theta \tan\phi = 2$ then value of $2\alpha^2 - \beta^2$ is

बिन्दु (α, β) से अतिपरवलय $3x^2 - 2y^2 = 6$ पर स्पर्श रेखाएँ खींची गई है तथा x-अक्ष पर θ तथा ϕ कोण पर झुकी हुई है। यदि $\tan\theta \tan\phi = 2$ है, तो $2\alpha^2 - \beta^2$ का मान है

- (A) 7 (B) -7 (C) 1 (D) -1

Ans. A

Sol. $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{3} = 1$
 $y = mx \pm \sqrt{2m^2 - 3}$
 $(\beta - m\alpha)^2 = 2m^2 - 3$
 $(\alpha^2 - 2)m^2 - 2\alpha\beta m + \beta^2 + 3 = 0$

$$\tan\theta \tan\phi = 2$$

$$m_1 m_2 = 2$$

$$\frac{\beta^2 + 3}{\alpha^2 - 2} = 2 \quad \therefore \beta^2 = 2\alpha^2 - 7$$

13. Let $\frac{\cot 3^\circ}{\cot^2 3^\circ - 3} + \frac{3 \cot 9^\circ}{\cot^2 9^\circ - 3} + \frac{9 \cot 27^\circ}{\cot^2 27^\circ - 3} + \frac{27 \cot 81^\circ}{\cot^2 81^\circ - 3} = x \cot 27^\circ + y \cot 87^\circ$. Then value of $4(x + y)$ is

माना $\frac{\cot 3^\circ}{\cot^2 3^\circ - 3} + \frac{3 \cot 9^\circ}{\cot^2 9^\circ - 3} + \frac{9 \cot 27^\circ}{\cot^2 27^\circ - 3} + \frac{27 \cot 81^\circ}{\cot^2 81^\circ - 3} = x \cot 27^\circ + y \cot 87^\circ$ है। तब $4(x + y)$ का मान है

- (A) 40 (B) 42 (C) 38 (D) 84

Ans. A

Sol. $\frac{\tan 3^\circ}{1 - 3\tan^2 3^\circ} + \frac{\tan 3^\circ}{8} - \frac{\tan 3^\circ}{8}$
 $\Rightarrow \frac{3}{8}\tan 9^\circ - \frac{\tan 3^\circ}{8}$
 Again $\frac{3}{8}\tan 9^\circ + \frac{3\tan 9^\circ}{1 - 3\tan^2 9^\circ} = \frac{9}{8}\tan 27^\circ$

and so on

$$\frac{81\tan 243^\circ}{8} - \frac{\tan 3^\circ}{8}$$

$$\frac{81}{8}\cot 27^\circ - \frac{1}{8}\cot 87^\circ$$

$$x + y = \frac{80}{8}$$

$$4(x + y) = 40$$

14. Let $P(x)$ be polynomial $x^3 + ax^2 + bx + c$ where $a, b, c \in \mathbb{R}$. If $P(-3) = P(2) = 0$ and $P'(-3) < 0$. Which of the following is a possible value of c .

माना $P(x)$ बहुपद $x^3 + ax^2 + bx + c$ है, जहाँ $a, b, c \in \mathbb{R}$ हैं। यदि $P(-3) = P(2) = 0$ तथा $P'(-3) < 0$ है। निम्न में से कौनसा c का मान सम्भव है

- (A) -27 (B) -18 (C) -6 (D) -3

Ans. A

Sol. $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$

$$P(-3) = -27 + 9a - 3b + c = 0 \quad \dots(i)$$

$$P(2) = 8 + 4a + 2b + c = 0 \quad \dots(ii)$$

$$-35 + 5a - 5b = 0$$

$$a - b = 7 \quad \dots(iii)$$

$$P'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$

$$P'(-3) = 27 - 6a + b < 0$$

$$27 - 6(a - b) - 5b < 0$$

$$27 - 6(7) - 5b < 0$$

$$-15 - 5b < 0$$

$$b + 3 > 0 \quad \therefore b > -3$$

$$a = 7 + b$$

$$a > 4$$

$$8 + (\geq 16) + 2(\geq -3) + c = 0$$

$$18 + c_{\max} = 0 \quad c_{\max} = -18$$

$$c < -18$$

15. **Statement-I** : Let B be matrix of order 3×3 and $\text{adj } B = A$. If M and N are matrices of order 3×3 such that $\det(M) = 1 = \det(N)$ then $\text{adj}(N^{-1}BM^{-1}) = MAN$. (where $\det(X)$ denotes determinant of matrix X ; $\text{adj}(Y)$ denotes adjoint of matrix Y)

Statement-II : If P is Non-singular square matrix of order 3×3 then $\text{adj}(P^{-1}) = (\text{adj } P)^{-1}$

- (A) Statement-I is true, Statement-II is false.
 (B) Statement-I is false, Statement-II is true.
 (C) Statement-I is true, Statement-II is true.
 (D) Statement-I is false, Statement-II is false.

कथन-I : माना B, कोटि 3×3 का आव्यूह है तथा $\text{adj } B = A$ है। यदि M तथा N, कोटि 3×3 का आव्यूह इस प्रकार है कि $\det(M) = 1 = \det(N)$ हो, तो $\text{adj}(N^{-1}BM^{-1}) = MAN$ है।

(जहाँ $\det(X)$, आव्यूह X के सारणीक को दर्शाता है ; $\text{adj}(Y)$, आव्यूह Y के सहखण्डज को दर्शाता है)

कथन-II : यदि P, कोटि 3×3 का व्युत्क्रमणीय वर्ग आव्यूह है, तो $\text{adj}(P^{-1}) = (\text{adj } P)^{-1}$ है।

- (A) कथन-I सत्य, कथन-II असत्य है।
 (B) कथन-I असत्य, कथन-II सत्य है।
 (C) कथन-I सत्य, कथन-II सत्य है।
 (D) कथन-I असत्य, कथन-II असत्य है।

Ans. C

Sol. $\text{adj}(N^{-1}BM^{-1}) = (\text{adj } M^{-1})(\text{adj } B)(\text{adj } N^{-1})$

$$(\text{adj } M)^{-1} \cdot A(\text{adj } N)^{-1}$$

$$MAN \quad |M| = 1 = |N|$$

$$\text{Note: } P \rightarrow \text{adj } P^{-1} = |P^{-1}|I_n$$

$$\text{adj } P^{-1} = \frac{P}{|P|} \quad \dots(i)$$

$$P^{-1} = \frac{\text{adj } P}{|P|} \Rightarrow P = |P|(\text{adj } P)^{-1}$$

$$\text{Also } M^{-1} = \frac{\text{adj } M}{|M|} \Rightarrow M^{-1} = \text{adj } M$$

$$(\text{adj } M)^{-1} = M$$

$$\text{Note } M^{-1} \text{adj } M^{-1} = \frac{I_n}{|M|}$$

$$\text{adj } M^{-1} = M$$

16. Let $f(x) = (x^2 - 9)|x^3 - 6x^2 + 11x - 6| + \frac{x}{1 + |x|}$ and

$$g : (-2, 2) \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = [x] |x^2 - 1| + \sin\left(\frac{\pi}{[x] + 3}\right) - [x + 1]$$

If ' m ' denotes number of points where $f(x)$ is not differentiable and ' n ' denotes the number of points where $g(x)$ is discontinuous then $(m + n)$ is (where $[.]$ denotes the Greatest Integer Function)

माना $f(x) = (x^2 - 9)|x^3 - 6x^2 + 11x - 6| + \frac{x}{1 + |x|}$ तथा

$$g : (-2, 2) \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = [x] |x^2 - 1| + \sin\left(\frac{\pi}{[x] + 3}\right) - [x + 1]$$

यदि ' m ' उन बिन्दुओं की संख्या है जहाँ $f(x)$ अवकलनीय नहीं है तथा ' n ' उन बिन्दुओं की संख्या है जहाँ $g(x)$ अंशतः है, तो $(m + n)$ का मान है (जहाँ $[.]$ महत्तम पूर्णांक फलन को दर्शाता है)

(A) 3

(B) 2

(C) 4

(D) 6

Ans. C

Sol. $f(x) = (x - 3)(x + 3) |(x - 1)(x - 2)(x - 3)| + \frac{x}{1 + |x|}$

Not differentiable at $x = 1, 2 \therefore m = 2$

For $g(x)$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} [x] |x^2 - 1| + \sin\left(\frac{\pi}{[x] + 3}\right) - [x + 1]$$

$$(-2)(0) + \sin\pi + 1 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} (-1)(0) + \sin\frac{\pi}{2} + 0 = 1$$

$$\text{Similarly } \lim_{x \rightarrow 0} g(x) \text{ and } \lim_{x \rightarrow 1} g(x)$$

\therefore Discontinuous at $x = 1$ and $x = 0$

$\therefore n = 2$

17. Equation of plane which passes through the point of intersection of the lines $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}$ and $\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$ and has the largest distance from the origin is $ax + by + cz + 50 = 0$ then $|a + b + c|$ is

समतल का समीकरण, जो रेखाओं $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}$ तथा $\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$ के प्रतिच्छेद बिन्दु से गुजरता है तथा जिसकी मूल बिन्दु से अधिकतम दूरी है, $ax + by + cz + 50 = 0$ हो, तो $|a + b + c|$ का मान है

(A) 12

(B) 7

(C) 15

(D) 5

Ans. A

Sol. Point of intersection of lines is $(4, 3, 5)$. For plane to be at maximum distance from origin normal to plane will be $4\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}$

$$\text{Equation of plane} = 4(x - 4) + 3(y - 3) + 5(z - 5) = 0$$

$$4x + 3y + 5z = 50$$

$$-4x - 3y - 5z + 50 = 0$$

18. Let $f(x)$ be a real valued function such that $f(x) = \cos x + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\cos x + |u| f(u)) du$. If M and m are the maximum and minimum values of the function $f(x)$ respectively then $\frac{M}{m}$ is

माना $f(x)$ एक वास्तविक मान फलन इस प्रकार है कि $f(x) = \cos x + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\cos x + |u| f(u)) du$ है। यदि फलन $f(x)$ के अधिकतम

तथा न्यूनतम मान क्रमशः M तथा m है, तो $\frac{M}{m}$ का मान है।

- (A) $\frac{2 - \pi}{6 + \pi}$ (B) $-\frac{(\pi + 1)}{(\pi + 6)}$ (C) $-\frac{(\pi + 1)}{(\pi + 3)}$ (D) $\frac{(2\pi)}{(3 - \pi)}$

Ans. A

Sol.

$$f(x) = \cos x + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x du + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} |u| f(u) du$$

$$f(x) = \cos x + \pi \cos x + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} |u| f(u) du$$

$$f(x) = (1 + \pi) \cos x + A ; A = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} |u| f(u) du$$

$$A = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} ((1 + \pi) \cos u + A) \cdot |u| du$$

$$A = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \pi) |u| \cos u du + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} A |u| du$$

$$A = 2 \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \pi) u \cos u + 2A \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} u du$$

$$= 2 \cdot (1 + \pi) \left[\frac{\pi}{2} - 1 \right] + 2A \cdot \left[\frac{u^2}{2} \right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$A = 2(1 + \pi) \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right) + A \left[\frac{\pi^2}{4} - 0 \right]$$

$$A = \frac{-4(\pi + 1)}{\pi + 2}$$

$$f(x) = (1 + \pi) \cos x - \frac{4(\pi + 1)}{\pi + 2}$$

$$f_{\max} = \frac{(\pi + 1)}{\pi + 2} \cdot (\pi - 2) ; f_{\min} = - \left(\frac{\pi + 1}{\pi + 2} \right) [\pi + 6]$$

$$\frac{M}{m} = \frac{2 - \pi}{6 + \pi}$$

19. An online exam is attempted by 50 candidates out of which 20 are boys. The average marks obtained by boys is 12 with a variance 2. The variance of marks obtained by 30 girls is also 2. The average marks of all 50 candidates is 15. If μ is the average marks of girls and σ^2 is the variance of marks of all 50 candidates, then $\mu + \sigma^2$ is equal to _____.

एक ऑन लाइन परीक्षा में 50 उम्मीदवार शामिल होते हैं, जिनमें से 20 लड़के होते हैं। लड़कों द्वारा प्राप्त औसत अंक 12 है जिसका प्रसरण 2 है। 30 लड़कियों द्वारा प्राप्त अंकों का प्रसरण भी 2 है। सभी 50 उम्मीदवारों के औसत अंक 15 है। यदि μ लड़कियों के औसत अंक है तथा सभी 50 उम्मीदवारों के अंकों का प्रसरण σ^2 है, तो $\mu + \sigma^2$ का मान है

- (A) 25 (B) 20
(C) 15 (D) 30

Ans. A

Sol. $\sigma_b^2 = 2$ (variance of boys) $n_1 = \text{no. of boys}$

$$\bar{x}_b = 12 \quad n_2 = \text{no. of girls}$$

$$\sigma_g^2 = 2$$

$$\bar{x}_g = \frac{50 \times 15 - 12 \times n_1}{30} = \frac{750 - 12 \times 20}{30} = 17 = \mu$$

variance of combined series

$$\sigma^2 = \frac{n_1 \sigma_b^2 + n_2 \sigma_g^2}{n_1 + n_2} + \frac{n_1 \cdot n_2}{(n_1 + n_2)^2} (\bar{x}_b - \bar{x}_g)^2$$

$$\sigma^2 = \frac{20 \times 2 + 30 \times 2}{20 + 30} + \frac{20 \times 30}{(20 + 30)^2} (12 - 17)^2$$

$$\sigma^2 = 8$$

$$\Rightarrow \mu + \sigma^2 = 17 + 8 = 25$$

20. Let α be the root of $x^2 + x + 1 = 0$. For some values of 'n', if $(1 - \alpha + \alpha^2)(1 - \alpha^2 + \alpha^4)(1 - \alpha^3 + \alpha^6) \dots (1 - \alpha^n + \alpha^{2n}) = a^b$ where (a, b) is orthocentre of triangle with (2, 12), (5, $12 + \sqrt{3}$) and (3, $12 - \sqrt{3}$) as co-ordinates of its vertices. Then sum of possible values of n is

माना $x^2 + x + 1 = 0$ का मूल α है। 'n' के किन्हीं मानों के लिए, यदि $(1 - \alpha + \alpha^2)(1 - \alpha^2 + \alpha^4)(1 - \alpha^3 + \alpha^6)(1 - \alpha^4 + \alpha^8) \dots (1 - \alpha^n + \alpha^{2n}) = a^b$ है, जहाँ (a, b) त्रिभुज का लम्बकेन्द्र है जिसके शीर्ष के निर्देशांक (2, 12), (5, $12 + \sqrt{3}$) तथा (3, $12 - \sqrt{3}$) के रूप में हैं। तब n के संभव मानों का योगफल है

- (A) 33 (B) 15 (C) 35 (D) 23

Ans. C

Sol. $1 + \alpha + \alpha^2 = 0$; $\alpha^3 = 1$

$$1 + \alpha^2 = -\alpha \quad ; \quad 1 + \alpha = -\alpha^2$$

considering first three consecutive terms

$$\therefore (1 - \alpha + \alpha^2)(1 - \alpha^2 + \alpha^4)(1 - \alpha^3 + \alpha^6)$$

$$\Rightarrow (-2\alpha)(-2\alpha^2)(1) = 2^2$$

$$\begin{cases} (2)^{2K} & , \quad n = 3K \\ (2)^{2K+1}(-\alpha) & , \quad n = 3K + 1 \\ (2)^{2K+2} & , \quad n = 3K + 2 \end{cases}$$

since (2, 12) is orthocentre $\therefore a^b = 2^{12}$

$$2^{12} = 2^{2K} \quad \therefore K = 6 \rightarrow n = 18$$

$$2^{12} = 2^{2K+2} \quad \therefore K = 5 \rightarrow n = 17$$

sum of possible values of n is 35

SECTION-II : (Maximum Marks: 20)

This section contains 05 questions.

The answer to each question is a **Numerical Value**.

For each question, enter the correct integer value (In case of non-integer value, the answer should be rounded off to the nearest Integer).

Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:

Full Marks : +4 If correct answer is entered.

Zero Marks : 0 If the question is unanswered.

Negative Marks : -1 If wrong answer is entered.

खण्ड-II : (अधिकतम अंक: 20)

इस खंड में 05 प्रश्न हैं।

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर **संख्यात्मक मान (Numerical Value)** है।

प्रत्येक प्रश्न के लिए, सही पूर्णांक मान दर्ज करें (दशमलव संकेतन में, उत्तर को निकटतम पूर्णांक में लिखा जाना चाहिए।)

प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंकन योजना के अनुसार किया जाएगा:

पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर दर्ज किया गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी उत्तर दर्ज नहीं किया गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत उत्तर दर्ज किया गया है।

- Let **X** and **Y** be the set of words which can be formed using all the letters of the words SHREYANSH and SANIDHYA respectively. A set is randomly chosen and a word is selected at random from it. If the probability that it contains atleast one pair of alike letters together is $\frac{p}{q}$ (where p and q are coprime) then the value of $(q - 3p)$ is

माना शब्दों का समुच्चय **X** तथा **Y** है जो क्रमशः शब्दों SHREYANSH तथा SANIDHYA के सभी अक्षरों का उपयोग करके बनाए जा सकते हैं। एक समुच्चय यादृच्छिक रूप से चुना गया है तथा इसमें से एक शब्द चुना गया है। इसमें एक साथ ठीक दो समान (alike) अक्षर होने की प्रायिकता $\frac{p}{q}$ (जहाँ $p, q \in \mathbb{N}$) हो, तो $(q - 3p)$ का न्यूनतम मान है

Ans. 3

Sol. SHREYANSH

$$\text{Total words : } \frac{9!}{2!2!}$$

for two alike letters together

$$n(A) : \text{Two H together} = \frac{8!}{2!}$$

$$n(B) : \text{Two S together} = \frac{8!}{2!}$$

$$n(A \cap B) : \text{H together, S together} = 7!$$

$$n(A \cup B) = \frac{8!}{2!} + \frac{8!}{2!} - 7! \Rightarrow 8! - 7! = 7 \times 7!$$

$$\text{Required prob} = \frac{7 \times 7!}{9!} \times 2 \times 2 = \frac{7 \times 4}{9 \times 8} = \frac{7}{18}$$

For word SANIDHYA

$$\text{Total words} = \frac{8!}{2!}$$

$$n(X) : \text{two A together} = 7!$$

$$\text{Required probability} = \frac{7! \times 2}{8!} = \frac{1}{4}$$

$$\text{Final probability} = \frac{1}{2} \times \frac{7}{18} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{14+9}{72} = \frac{23}{72}$$

2. Let \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} be the vectors representing three coterminous edges of tetrahedron such that $\vec{a} \wedge \vec{b} = \vec{b} \wedge \vec{c} = \vec{c} \wedge \vec{a} = \frac{\pi}{3}$ and $4\vec{a} \cdot \vec{a} + 3\vec{b} \cdot \vec{b} + 2\vec{c} \cdot \vec{c} = 144$. If V is volume of the tetrahedron, then the maximum value of V is (where $\vec{a} \wedge \vec{b}$ represent angle between \vec{a} and \vec{b})

माना चतुष्फलक की तीन आसन्न कोरों को सदिश \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} से इस प्रकार प्रदर्शित किया जाता है कि $\vec{a} \wedge \vec{b} = \vec{b} \wedge \vec{c} = \vec{c} \wedge \vec{a} = \frac{\pi}{3}$ तथा $4\vec{a} \cdot \vec{a} + 3\vec{b} \cdot \vec{b} + 2\vec{c} \cdot \vec{c} = 144$ है। यदि चतुष्फलक का आयतन V है, तो V का अधिकतम मान है (जहाँ $\vec{a} \wedge \vec{b}$, \vec{a} तथा \vec{b} के मध्य कोण को दर्शाता है)

Ans. 8

Sol. Volume of tetrahedron = $\frac{1}{6} [\vec{a} \vec{b} \vec{c}]$

$$[\vec{a} \vec{b} \vec{c}]^2 = \begin{vmatrix} \vec{a} \cdot \vec{a} & \vec{a} \cdot \vec{b} & \vec{a} \cdot \vec{c} \\ \vec{b} \cdot \vec{a} & \vec{b} \cdot \vec{b} & \vec{b} \cdot \vec{c} \\ \vec{c} \cdot \vec{a} & \vec{c} \cdot \vec{b} & \vec{c} \cdot \vec{c} \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} |\vec{a}|^2 & \frac{|\vec{a}||\vec{b}|}{2} & \frac{|\vec{a}||\vec{c}|}{2} \\ \frac{|\vec{a}||\vec{b}|}{2} & |\vec{b}|^2 & \frac{|\vec{b}||\vec{c}|}{2} \\ \frac{|\vec{c}||\vec{a}|}{2} & \frac{|\vec{c}||\vec{b}|}{2} & |\vec{c}|^2 \end{vmatrix}$$

$$= |\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2 |\vec{c}|^2 \begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \end{vmatrix}$$

$$[\vec{a} \vec{b} \vec{c}]^2 = \frac{1}{2} |\vec{a}| |\vec{b}| |\vec{c}|^2$$

$$\text{Now } \frac{4|\vec{a}|^2 + 3|\vec{b}|^2 + 2|\vec{c}|^2}{3} \geq (24|\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2 |\vec{c}|^2)^{\frac{1}{3}}$$

$$\frac{144}{3} \geq (24(|\vec{a}| |\vec{b}| |\vec{c}|)^2)^{\frac{1}{3}}$$

$$\frac{48 \times 48 \times 48}{24} \geq (|\vec{a}| |\vec{b}| |\vec{c}|)^2$$

$$|\vec{a}| |\vec{b}| |\vec{c}| \leq 48\sqrt{2}$$

$$V_{\max} = \frac{1}{6} [\vec{a} \vec{b} \vec{c}] = \frac{1}{6} (\leq 48) \leq 8 \therefore V_{\max} = 8$$

3. If the complete set of values of 'a' for which the function $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ defined by $f(x) = 2\sin 2x - 3\cos^2 x - (a^2 + a - 7)x + 5$, $a \in \mathbb{R}$ is strictly increasing is $[p, q]$ (where p, q are integers) then $|p + q|$ is

यदि 'a' के मानों का पूर्ण समुच्चय, जिसके लिए फलन $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2\sin 2x - 3\cos^2 x - (a^2 + a - 7)x + 5$, $a \in \mathbb{R}$ द्वारा परिभाषित है जो निरन्तर वर्धमान है, $[p, q]$ है (जहाँ p, q पूर्णांक हैं), तो $|p + q|$ का मान है

Ans. 1

Sol. $f(x) = 2 \sin 2x - 3 \cos^2 x - (a^2 + a - 7)x + 5$

$$f'(x) = 4 \cos 2x + 3 \sin 2x - (a^2 + a - 7) \geq 0$$

$$a^2 + a - 7 \leq 4 \cos 2x + 3 \sin 2x$$

$$a^2 + a - 7 \leq -5$$

$$a^2 + a - 2 \leq 0$$

$$(a + 2)(a - 1) \leq 0 \quad a \in [-2, 1]$$

$$|p + q| = |-2 + 1| = 1$$

4. Let $\overbrace{755\dots5}^r 7$ denotes $(r+2)$ digit number where the first and last digit are 7 and the remaining r digits are 5.

Consider the sum $S = 77 + 757 + 7557 + \dots + \overbrace{75\dots5}^{99 \text{ times}} 7$. If $S = \frac{68 \cdot 10^\lambda + 11020}{81}$, then λ

माना $\overbrace{755\dots5}^r 7$, $(r+2)$ अंको की संख्या को दर्शाता है जहाँ पहला तथा अंतिम अंक 7 तथा शेष r अंक 5 है। माना योगफल

$S = 77 + 757 + 7557 + \dots + \overbrace{75\dots5}^{99 \text{ times}} 7$ है। यदि $S = \frac{68 \cdot 10^\lambda + 11020}{81}$ है। तब λ का मान ज्ञात कीजिए

Ans. 101

Sol. $T_r = 7 \times 10^r + \frac{50}{9}(10^{r-1} - 1) + 7$

$$\sum_{r=1}^{100} T_r = \frac{7(10(10^{100} - 1))}{9} + \frac{50}{9} \left(\frac{10^{100} - 1 - 100}{9} \right) + 700$$

$$S = \frac{68 \cdot 10^{101} + 11020}{81}$$

$$\therefore \lambda = 101$$

5. A point $P(x, y)$ moves in xy plane in such a way that $\sqrt{2} \leq |x+y| + |x-y| \leq 3\sqrt{2}$. Area of region representing all possible of point P is equal to

एक बिन्दु $P(x, y)$, xy समतल में इस प्रकार गति करता है कि $\sqrt{2} \leq |x+y| + |x-y| \leq 3\sqrt{2}$ है। बिन्दु P के सभी सम्भव क्षेत्रों को दर्शाने वाले क्षेत्र का क्षेत्रफल बराबर है

Ans. 16

Sol. $1 \leq \left| \frac{x+y}{\sqrt{2}} \right| + \left| \frac{x-y}{\sqrt{2}} \right| \leq 3$

$$1 \leq |x| + |y| \leq 3$$

$$\text{Area } 4 \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 3 - \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \right)$$

$$4 \left(\frac{9}{2} - \frac{1}{2} \right) = 16$$

