


**JEE(Main) : LEADER TEST SERIES / JOINT PACKAGE COURSE**

Time : 3 Hours

12<sup>th</sup> Undergoing/Pass Students

Maximum Marks : 300

**Test Type : Major Test**
**READ THE INSTRUCTIONS CAREFULLY / कृपया इन निर्देशों को ध्यान से पढ़ें**
**Important Instructions :**

- Immediately fill in the form number on this page of the Test Booklet with Blue/Black Ball Point Pen. Use of pencil is strictly prohibited.
- The candidates should not write their Form Number anywhere else (except in the specified space) on the Test Booklet/Answer Sheet.
- The Test Booklet consists of **75** questions.
- There are **three** parts in the question paper 1,2,3 consisting of **Physics, Chemistry and Mathematics** having **25 questions** in each subject and each subject having **Two sections**.  
 (i) **Section-I** contains 20 multiple choice questions with **only one correct** option.  
**Marking scheme** : +4 for correct answer, 0 if not attempted and -1 in all other cases.  
 (ii) **Section-II** contains 05 Numerical Value Type questions.  
**Marking scheme** : +4 for correct answer, 0 if not attempted and -1 in all other cases.
- No candidate is allowed to carry any textual material, printed or written, bits of papers, mobile phone any electronic device etc, except the Identity Card inside the examination hall/room.
- Rough work is to be done on the space provided for this purpose in the Test Booklet only.
- On completion of the test, the candidate must hand over the Answer Sheet to the invigilator on duty in the Room/Hall. **However, the candidates are allowed to take away this Test Booklet with them.**
- Do not fold or make any stray marks on the Answer Sheet.**
- Take  $g = 10 \text{ m/s}^2$  unless otherwise stated.

**महत्वपूर्ण निर्देश :**

- परीक्षा पुस्तिका के इस पृष्ठ पर आवश्यक विवरण नीले/काले बॉल पाइंट पेन से तत्काल भरें। पेन्सिल का प्रयोग बिल्कुल वर्जित है।
- परीक्षार्थी अपना फॉर्म नं. (निर्धारित जगह के अतिरिक्त) परीक्षा पुस्तिका/उत्तर पत्र पर कहीं और न लिखें।
- इस परीक्षा पुस्तिका में **75** प्रश्न हैं।
- इस परीक्षा पुस्तिका में तीन भाग 1, 2, 3 हैं, जिसके प्रत्येक भाग में **भौतिक विज्ञान, रसायन विज्ञान एवं गणित** के **25 प्रश्न** हैं और प्रत्येक विषय में 2 खण्ड हैं।  
 (i) **खण्ड-I** में 20 बहुविकल्पीय प्रश्न हैं। जिनके केवल एक विकल्प सही है।  
**अंक योजना** : +4 सही उत्तर के लिए, 0 प्रयास नहीं करने पर तथा -1 अन्य सभी अवस्थाओं में।  
 (ii) **खण्ड-II** में 05 संख्यात्मक मान प्रकार के प्रश्न हैं।  
**अंक योजना** : +4 सही उत्तर के लिए, 0 प्रयास नहीं करने पर तथा -1 अन्य सभी अवस्थाओं में।
- परीक्षार्थी द्वारा परीक्षा कक्ष/हॉल में परिचय पत्र के अलावा किसी भी प्रकार की पाठ्य सामग्री मुद्रित या हस्तलिखित कागज की पर्चियों, मोबाइल फोन या किसी भी प्रकार के इलेक्ट्रॉनिक उपकरणों या किसी अन्य प्रकार की सामग्री को ले जाने या उपयोग करने की अनुमति नहीं है।
- रफ कार्य परीक्षा पुस्तिका में केवल निर्धारित जगह पर ही कीजिये।
- परीक्षा समाप्त होने पर, परीक्षार्थी कक्ष/हॉल छोड़ने से पूर्व उत्तर पत्र कक्ष निरीक्षक को अवश्य सौंप दें। परीक्षार्थी अपने साथ इस परीक्षा पुस्तिका को ले जा सकते हैं।
- उत्तर पत्र को न मोड़ें एवं न ही उस पर अन्य निशान लगाएँ।
- $g = 10 \text{ m/s}^2$  प्रयुक्त करें, जब तक कि अन्य कोई मान नहीं दिया गया हो।

Name of the Candidate (in Capitals) \_\_\_\_\_

परीक्षार्थी का नाम (बड़े अक्षरों में) : \_\_\_\_\_

Form Number : in figures \_\_\_\_\_

फॉर्म नम्बर : अंकों में \_\_\_\_\_

: in words \_\_\_\_\_

: शब्दों में \_\_\_\_\_

Centre of Examination (in Capitals) : \_\_\_\_\_

परीक्षा केन्द्र (बड़े अक्षरों में) : \_\_\_\_\_

Candidate's Signature : \_\_\_\_\_

परीक्षार्थी के हस्ताक्षर : \_\_\_\_\_

Invigilator's Signature : \_\_\_\_\_

निरीक्षक के हस्ताक्षर : \_\_\_\_\_

**Your Target is to secure Good Rank in JEE(Main) 2025**
**ALLEN CAREER INSTITUTE Pvt. Ltd.**
**Registered & Corporate Office : 'SANKALP', CP-6, Indra Vihar, Kota (Rajasthan) INDIA-324005**
**Ph. : +91-744-3556677, +91-744-2757575 | E-mail : dlp@allen.in | Website : www.dlp.allen.ac.in, dsat.allen.ac.in**

DO NOT BREAK THE SEALS WITHOUT BEING INSTRUCTED TO DO SO BY THE INVIGILATOR / निरीक्षक के अनुदेशों के बिना मुहरें न तोड़ें

**For More Material Join: @JEEAdvanced\_2025**

PART-1 : PHYSICS

भाग-1 : भौतिक विज्ञान

SECTION-I : (Maximum Marks: 80)

This section contains **20 questions**. Each question has 4 options for correct answer. Multiple-Choice Questions (MCQs) **Only one option is correct**. For each question, marks will be awarded as follows:

**Full Marks** : +4 If correct answer is selected.

**Zero Marks** : 0 If none of the option is selected.

**Negative Marks** : -1 If wrong option is selected.

खण्ड-I : (अधिकतम अंक: 80)

इस खंड में **20 प्रश्न** हैं। प्रत्येक प्रश्न में सही उत्तर के लिए 4 विकल्प हैं। बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQs) केवल एक विकल्प सही है। प्रत्येक प्रश्न के लिए, अंक निम्नानुसार दिए जाएंगे:

**पूर्ण अंक** : +4 यदि सही उत्तर चुना गया है।

**शून्य अंक** : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है।

**ऋणात्मक अंक** : -1 यदि गलत विकल्प चुना गया है।

1. A particle of mass  $m$  is projected at  $45^\circ$  at  $V_0$  speed from point P at  $t = 0$ . The angular momentum of particle about P at  $t = \frac{V_0}{g}$  is :

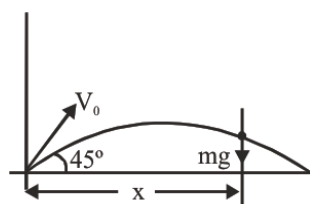
(A)  $\frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{mV_0^3}{g}$  (B)  $\frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{mV_0^2}{g}$  (C)  $\frac{1}{2} \frac{mV_0^3}{g}$  (D)  $\frac{1}{2} \frac{mV_0^2}{g}$

एक  $m$  द्रव्यमान के कण को P स्थान से  $t = 0$  पर  $45^\circ$  पर  $V_0$  चाल से प्रक्षेपित किया जाता है। P के परितः  $t = \frac{V_0}{g}$  पर कण का कोणीय संवेग होगा :-

(A)  $\frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{mV_0^3}{g}$  (B)  $\frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{mV_0^2}{g}$  (C)  $\frac{1}{2} \frac{mV_0^3}{g}$  (D)  $\frac{1}{2} \frac{mV_0^2}{g}$

Ans. A

Sol.



$$\tau = mgx ; \tau = mg(V_0 \cos 45^\circ t)$$

$$\frac{dJ}{dt} = \frac{mgV_0}{\sqrt{2}} t ; \int_0^J dJ = \int_0^t \frac{mgV_0}{\sqrt{2}} t dt$$

$$J = \frac{mgV_0}{\sqrt{2}} \frac{t^2}{2} ; J = \frac{mgV_0^3}{2\sqrt{2}g^2} ; J = \frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{mV_0^3}{g}$$

2. Two spheres of mass  $2M$  and  $M$  are initially at rest at a distance  $R$  apart. Due to mutual force of attraction they approach each other. When they are at separation  $R/2$ , the acceleration of the centre of mass of spheres would be :-

(A) Zero (B)  $g \text{ m/s}^2$  (C)  $3g \text{ m/s}^2$  (D) Data insufficient

दो गोले जिनका द्रव्यमान  $2M$  तथा  $M$  विरामावस्था में  $R$  दूरी पर रखे हैं। परस्पर आकर्षण बल के कारण यह एक दूसरे की ओर गति करते हैं। जब इन गोलों के मध्य की दूरी  $R/2$  हो तब गोलों के द्रव्यमान केन्द्र का त्वरण होगा :-

(A) शून्य (B)  $g \text{ m/s}^2$  (C)  $3g \text{ m/s}^2$  (D) आँकड़ें अपर्याप्त हैं

**Ans. A**

**Sol.** Net force on system is zero so acceleration of centre of mass will zero

3. A boat of length  $10 \text{ m}$  and mass  $450 \text{ kg}$  is floating without motion in still water. A man of mass  $50 \text{ kg}$  standing at one end of it, walks to the other end of it and stops. The magnitude of the displacement of the boat in meter relatively to ground is :-

(A) Zero (B)  $1 \text{ m}$  (C)  $2 \text{ m}$  (D)  $5 \text{ m}$

एक  $450 \text{ kg}$  द्रव्यमान की नाव जिसकी लम्बाई  $10 \text{ m}$  स्थिर जल में तैर रही है।  $50 \text{ kg}$  द्रव्यमान का एक आदमी नाव के एक सिरे पर खड़ा है तथा दूसरे सिरे की तरफ चलकर रुक जाता है। धरातल के सापेक्ष नाव के विस्थापन का परिमाण (मीटर में) होगा:-

(A) शून्य (B)  $1 \text{ m}$  (C)  $2 \text{ m}$  (D)  $5 \text{ m}$

**Ans. B**

**Sol.** Let mass of boat =  $M$  ; Mass of man =  $m$

$$\text{displacement of boat} = \frac{m}{M+m} L = \frac{50}{450+50} \times 10 = 1 \text{ m}$$

$L = 1 \text{ m}$  travelled distance

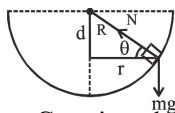
4. A particle moves in a horizontal circle on the smooth inner surface of a hemispherical bowl of radius  $R$ . The plane of motion is at a depth  $d$  below the centre of the hemisphere. The speed of the particle is :-

एक कण त्रिज्या  $R$  वाले एक अर्धगोलाकार प्याले की चिकनी आंतरिक सतह पर एक क्षैतिज वृत्त में गति करता है। गति का तल अर्ध गोले के केन्द्र से  $d$  गहराई नीचे है। कण की चाल है

(A)  $\sqrt{\frac{g(R^2 - d^2)}{R}}$  (B)  $\sqrt{\frac{g(R^2 - d^2)}{d}}$  (C)  $\sqrt{\frac{gR}{R^2 - d^2}}$  (D)  $\sqrt{\frac{gd^2}{R^2 - d^2}}$

**Ans. B**

**Sol.**



Centripetal

Force = mass  $\times$  centripetal acceleration

$$N \cos \theta = m \frac{V^2}{r} \quad \dots(i)$$

$$N \sin \theta = mg \quad \dots(ii)$$

$$(ii)/(i), \tan \theta = \frac{rg}{V^2} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{rg}{\tan \theta}}$$

$$V = \sqrt{\frac{g(R^2 - d^2)}{d}} \quad \left[ \begin{array}{l} r = \sqrt{R^2 - d^2} \\ \tan \theta = d/r \end{array} \right]$$

5. A particle in a certain conservative force field has a potential energy given by  $U = \frac{20yz}{x}$ . The force exerted on it is :-

एक कण किसी संरक्षी बल क्षेत्र में है जिसकी स्थितिज ऊर्जा  $U = \frac{20yz}{x}$  द्वारा दी जाती है। इस पर आरोपित बल होगा :-

- (A)  $\left(\frac{20yz}{x^2}\right)\hat{i} + \left(\frac{20z}{x}\right)\hat{j} + \left(\frac{20y}{x}\right)\hat{k}$  (B)  $\left(\frac{20yz}{x^2}\right)\hat{i} - \left(\frac{20z}{x}\right)\hat{j} - \left(\frac{20y}{x}\right)\hat{k}$   
(C)  $-\left(\frac{20yz}{x^2}\right)\hat{i} - \left(\frac{20z}{x}\right)\hat{j} - \left(\frac{20y}{x}\right)\hat{k}$  (D)  $-\left(\frac{20yz}{x^2}\right)\hat{i} + \left(\frac{20z}{x}\right)\hat{j} + \left(\frac{20y}{x}\right)\hat{k}$

Ans. B

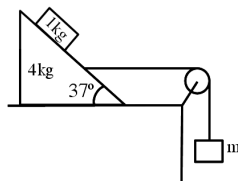
Sol.  $\vec{F}_C = - \left[ \frac{\partial U}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial U}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial U}{\partial z} \hat{k} \right]$

Put  $U = \frac{20yz}{x}$

$\vec{F}_C = \left(\frac{20yz}{x^2}\right)\hat{i} - \left(\frac{20z}{x}\right)\hat{j} - \left(\frac{20y}{x}\right)\hat{k}$

6. If all surfaces are frictionless then what will be the value of mass 'm' so that 1 kg block does not slip:

यदि सभी सतहें घर्षणरहित हैं, तो द्रव्यमान 'm' का मान क्या होगा यदि 1 किलोग्राम का ब्लॉक नहीं फिसले :-



- (A) 5 kg (B) 10 kg (C) 15 kg (D) None

Ans. C

Sol. For 1 kg not slipping

$a = g \tan \theta$  ( $\theta = 37^\circ$ )

$a = 10 \times \frac{3}{4}$

$a = 7.5 \text{ m/s}^2$

For wedge & 1kg block

$T = (1+4)a$

$T = 5 \times 7.5$

$T = 37.5 \text{ N}$

for m

$mg - T = ma$

$10m - 37.5 = m \times 7.5$

$2.5m = 37.5$

$m = 15 \text{ kg}$

7. When an ideal monoatomic gas is heated at constant pressure, that the fraction of heat energy supplied which increases the internal energy of the gas is :-

जब एक आदर्श एकपरमाणुक गैस को नियत दाब पर गर्म किया जाता है तो ऊष्मीय ऊर्जा का कौनसा भाग गैस की आंतरिक ऊर्जा को बढ़ाता है :-

- (A)  $\frac{2}{5}$  (B)  $\frac{3}{5}$  (C)  $\frac{3}{7}$  (D)  $\frac{3}{4}$

Ans. B

8. In an adiabatic change, then pressure and temperature of a diatomic gas are related as  $P \propto T^C$  where C equal to :-

रूदोष्म परिवर्तन में, द्विपरमाणुक गैस के दाब तथा ताप में संबंध  $P \propto T^C$  से व्यक्त किया गया है, तो C का मान क्या होगा :-

- (A)  $\frac{5}{3}$  (B)  $\frac{2}{5}$  (C)  $\frac{3}{5}$  (D)  $\frac{7}{2}$

Ans. D

Sol.  $P \propto T^C \Rightarrow P^{T-C} = K \quad P T^{r/1-r} = K \quad -C = \frac{7/5}{1 - (7/5)} = \frac{7/5}{-2/5} = \frac{-7}{2}$

9. Let C be the capacitance of a capacitor discharging through a resistor R. Suppose  $t_1$  is the time taken for the energy stored in the capacitor to reduce to half its initial value and  $t_2$  is the time taken for the charge to reduce to one-fourth its initial value. Then the ratio  $t_1/t_2$  will be :

एक प्रतिरोधक R से धारिता C का एक संधारित्र निरावेशित हो रहा है। यह मान लें कि संधारित्र में संचित ऊर्जा को अपने प्रारम्भिक मान से घट कर आधा रह जाने में  $t_1$  समय लगता है और आवेश को अपने प्रारम्भिक मान से घट कर एक चौथाई रह जाने में  $t_2$  समय लगता है। तब अनुपात  $t_1/t_2$  होगा :

- (A) 2 (B) 1 (C) 1/2 (D) 1/4

Ans. D

Sol.  $\frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} CV_0^2 \right)$

$$V = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{V_0}{\sqrt{2}} = V_0 e^{t_1/\tau}$$

$$t_1 = \frac{\tau}{2} \ln 2$$

$$q = q_0 e^{-t/\tau}$$

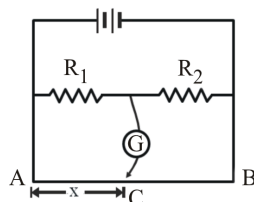
$$\frac{q_0}{4} = q_0 e^{-t_2/\tau}$$

$$t = 2\tau \ln 2$$

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{1}{4}$$

10. In the shown arrangement of the experiment of the metre bridge if AC corresponding to null deflection of galvanometer is  $x$ , what would be its value if the radius of the wire AB is doubled?

मीटर सेतु प्रयोग की प्रदर्शित व्यवस्था में यदि धारामापी के शून्य विक्षेप के संगत AC दूरी का मान  $x$  है, यदि तार AB की त्रिज्या दुगुनी कर दी जाये तो दूरी AC का मान होगा-

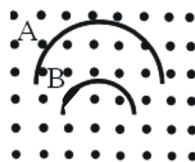


- (A)  $x$   
(B)  $x/4$   
(C)  $4x$   
(D)  $2x$

**Ans. A**

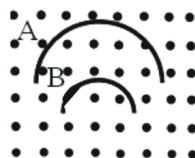
**Sol.** Balance length does not depend on diameter of meter bridge wire.

11. Two particles A and B of masses  $m_A$  and  $m_B$  respectively and having the same charge are moving in a plane. A uniform magnetic field exists perpendicular to this plane. The speeds of the particles are  $v_A$  and  $v_B$  respectively and the trajectories are as shown in the figure. Then



- (A)  $m_A v_A < m_B v_B$  (B)  $m_A v_A > m_B v_B$   
(C)  $m_A < m_B$  and  $v_A < v_B$  (D)  $m_A = m_B$  and  $v_A = v_B$

दो कणों A व B के आवेश समान तथा द्रव्यमान क्रमशः  $m_A$  तथा  $m_B$  है। दोनों कण एक ही तल में गति कर रहे हैं। इस तल के लम्बवत् एक एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र विद्यमान है। कणों की चालें क्रमशः  $v_A$  तथा  $v_B$  हैं तथा इनके पथ चित्रानुसार है, तो



- (A)  $m_A v_A < m_B v_B$  (B)  $m_A v_A > m_B v_B$   
(C)  $m_A < m_B$  तथा  $v_A < v_B$  (D)  $m_A = m_B$  तथा  $v_A = v_B$

**Ans. B**

**Sol.**  $r = \frac{mv}{qB}$

12. In an electrical circuit R, L, C and an a.c. voltage source are all connected in series. When L is removed from the circuit, the phase difference between the voltage and the current in the circuit is  $\pi/3$ . If instead, C is removed from the circuit the phase difference is again  $\pi/3$ . The power factor of the circuit is :

एक विद्युत परिपथ में R, L और C तथा एक ए. सी. (a.c.) वोल्टता स्रोत सभी श्रेणी क्रम में जुड़े हैं। परिपथ में से L को हटा देने से वोल्टता तथा विद्युत धारा के बीच कलान्तर  $\pi/3$  होता है। यदि इसके बजाय C को परिपथ से हटा दिया जाए तो, यह कलान्तर फिर भी  $\pi/3$  रहता है। तो परिपथ का शक्ति गुणांक है :

- (A) 1 (B)  $\sqrt{3}/2$  (C)  $\frac{1}{2}$  (D)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

**Ans. A**

**Sol.** L  $\rightarrow$  Removed,  $\tan \frac{\pi}{3} = \frac{X_C}{R}$

$$X_C = R\sqrt{3}$$

C  $\rightarrow$  Removed,  $\tan \frac{\pi}{3} = \frac{X_L}{R}$

$$X_L = R\sqrt{3}$$

$$\therefore X_L = X_C$$

$$\therefore Z = R$$

$$\therefore \cos \phi = \frac{R}{Z} = 1$$

13. A 110 V, 60 W lamp is run from a 220 V AC mains using a capacitor in series with the lamp, instead of a resistor then the voltage across the capacitor is about:-

एक 110 V, 60 W का लैम्प एक 220 V A.C. से श्रेणी क्रम में प्रतिरोध के बजाय एक संधारित्र लगाकर जलाया जाता है, तो संधारित्र के सिरो पर वोल्टता लगभग है :-

- (A) 110 V  
(B) 190 V  
(C) 220 V  
(D) 311 V

**Ans. B**

$$\text{Sol. } V^2 = V_R^2 + V_C^2$$

14. The magnetic field of a plane electromagnetic wave is  $\vec{B} = 3 \times 10^{-8} \sin[200\pi(y + ct)]\hat{i}$  T

Where  $c = 3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$  is the speed of light. The corresponding electric field is :

एक समतलीय विद्युत-चुम्बकीय तरंग का चुम्बकीय क्षेत्र  $\vec{B} = 3 \times 10^{-8} \sin[200\pi(y + ct)]\hat{i}$  T यहाँ  $c = 3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$  प्रकाश की गति का मान है। इस तरंग का विद्युत क्षेत्र होगा:

- (A)  $\vec{E} = -10^{-6} \sin[200\pi(y + ct)]\hat{k}$  V/m  
 (B)  $\vec{E} = -9 \sin[200\pi(y + ct)]\hat{k}$  V/m  
 (C)  $\vec{E} = 9 \sin[200\pi(y + ct)]\hat{k}$  V/m  
 (D)  $\vec{E} = 3 \times 10^{-8} \sin[200\pi(y + ct)]\hat{k}$  V/m

**Ans. B**

**Sol.**  $\vec{B} = 3 \times 10^{-8} \sin[200\pi(y + ct)]\hat{i}$  T

$$E_0 = CB_0 \Rightarrow E_0 = 3 \times 10^8 \times 3 \times 10^{-8} = 9 \text{ V/m}$$

and direction of wave propagation is given as

$$(\vec{E} \times \vec{B}) \parallel \vec{C}$$

$$\hat{B} = \hat{i} \quad \& \quad \hat{C} = -\hat{j}$$

$$\text{so } \hat{E} = -\hat{k}$$

$$\therefore \vec{E} = E_0 \sin[200\pi(y + ct)](-\hat{k}) \text{ V/m}$$

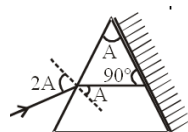
15. The angle of a prism is 'A'. One of its refracting surfaces is silvered. Light rays falling at an angle of incidence  $2A$  on the first surface returns back through the same path after suffering reflection at the silvered surface. The refractive index  $\mu$ , of the prism is :-

किसी प्रिज्म का कोण 'A' है। इस प्रिज्म के एक अपवर्तक (फलक) रजतित कर परावर्तक बना दिया गया है, इसके पृष्ठ पर,  $2A$  कोण पर आपतित, प्रकाश की किरणें, रजतित सतह से परावर्तन के पश्चात् अपने मार्ग पर वापस आ जाती है। प्रिज्म के पदार्थ का अपवर्तनांक  $\mu$  होगा :-

- (A)  $2\sin A$  (B)  $2\cos A$  (C)  $\frac{1}{2} \cos A$  (D)  $\tan A$

**Ans. B**

**Sol.**



$$\mu = \frac{\sin 2A}{\sin A} = \frac{2 \sin A \cos A}{\sin A} = 2 \cos A$$



16. White light is used to illuminate the two slits in a Young's double slit experiment. The separation between slits is  $b$  and the screen is at a distance  $d$  ( $\gg b$ ) from the slits. At a point on the screen directly in front of one of the slits, certain wavelengths are missing. Some of these missing wavelengths are :-

- (1)  $\lambda = b^2/d$                       (2)  $\lambda = 2b^2/d$   
 (3)  $\lambda = b^2/3d$                       (4)  $\lambda = 2b^2/3d$

Choose correct option :

यंग के द्वि-रेखाछिद्र प्रयोग में रेखाछिद्र प्रदीप्त करने के लिये श्वेत प्रकाश प्रयोग किया जाता है। दो रेखाछिद्रों के बीच की दूरी  $b$  है, तथा पर्दे की रेखाछिद्रों से दूरी  $d$  ( $\gg b$ ) है। एक रेखाछिद्र के ठीक सामने, पर्दे के एक बिन्दु पर, कुछ तरंग-दैर्घ्य अनुपस्थित हैं। अनुपस्थित तरंग-दैर्घ्यों से कुछ है :-

- (1)  $\lambda = b^2/d$                       (2)  $\lambda = 2b^2/d$   
 (3)  $\lambda = b^2/3d$                       (4)  $\lambda = 2b^2/3d$

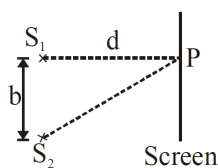
सही विकल्प चुनें।

- (A) 1,3                      (B) 1,2                      (C) 2,4                      (D) 3,4

**Ans. A**

**Sol.**

See figure



$$\text{Path difference} = (S_2P - S_1P)$$

$$\text{From figure } (S_2P)^2 - (S_1P)^2 = b^2$$

$$\text{or } (S_2P - S_1P)(S_2P + S_1P) = b^2$$

$$\therefore (S_2P - S_1P) = \frac{b^2}{2d}$$

For dark fringes

$$\frac{b^2}{2d} = (2n+1) \frac{\lambda}{2}$$

$$\text{For } n=0, \frac{b^2}{2d} = \frac{\lambda}{2} \text{ or } \lambda = \frac{b^2}{d}$$

$$\text{For } n=1, \frac{b^2}{2d} = \frac{3\lambda}{2} \text{ or } \lambda = \frac{b^2}{3d}$$

17. A photon of energy 8 eV is incident on a metal surface of threshold frequency  $1.6 \times 10^{15}$  Hz. The maximum kinetic energy of photoelectrons emitted is :- (Take  $h = 6.6 \times 10^{-34}$  J-s ;  $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19}$  J)

8 eV ऊर्जा का एक फोटॉन देहली आवृत्ति  $1.6 \times 10^{15}$  हर्टज के एक धात्विय पृष्ठ पर आपतित होता है। उत्सर्जित फोटो इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम गतिज ऊर्जा है। ( $h = 6.6 \times 10^{-34}$  जूल-सेकण्ड,  $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19}$  जूल लीजिये)

- (A) 1.4 eV (B) 0.8 eV  
(C) 4.2 eV (D) 2.8 eV

**Ans. A**

**Sol.** Given that ; energy of photon,  $(E) = hv = 8 \text{ eV}$  threshold frequency,  $(\nu_0) = 1.6 \times 10^{15} \text{ Hz}$

From Einstein's photoelectric equation  $KE_{\max} = hv - h\nu_0$

$$\text{or } KE_{\max} = 8 - \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 1.6 \times 10^{15}}{1.6 \times 10^{-19}} \quad \text{or } KE_{\max} = 8 - 6.6 \quad \text{or } KE_{\max} = 1.4 \text{ eV}$$

18. The de Broglie wavelength of an electron moving with a velocity  $1.5 \times 10^8 \text{ m/s}$  is equal to that of a photon. The ratio of the kinetic energy of the electron to the energy of the photon is :-

$1.5 \times 10^8 \text{ m/s}$  वेग से गति कर रहे एक इलेक्ट्रॉन की डि-ब्रोग्ली तरंगदैर्घ्य फोटॉन के समान है। इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा का फोटॉन की ऊर्जा के साथ अनुपात होगा?

- (A)  $\frac{1}{4}$  (B)  $\frac{1}{2}$  (C) 2 (D) 4

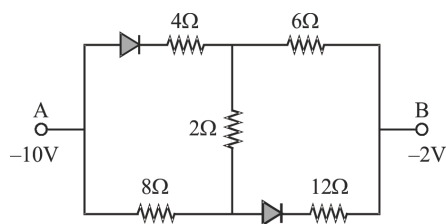
**Ans. A**

**Sol.**  $\lambda_e = \lambda_p = \lambda$

$$\begin{aligned} \frac{E_e}{E_{ph}} &= \frac{\frac{1}{2}m_e v_e^2}{\frac{hc}{\lambda_p}} \quad \left( \because \lambda_e = \frac{h}{m_e v_e} \right) \\ &= \frac{\frac{1}{2} \left( \frac{h}{\lambda_e v_e} \right) v_e^2}{\frac{hc}{\lambda_p}} = \frac{v_e}{2c} \quad \{ \because \lambda_e = \lambda_p = \lambda \} \\ &= \frac{1.5 \times 10^8}{2 \times 3 \times 10^8} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

19. In the following circuit the equivalent resistance between A and B is :-

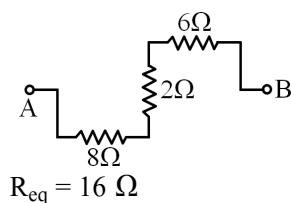
निम्न परिपथ में A एवं B के बीच तुल्य प्रतिरोध है:-



- (A)  $\frac{20}{3} \Omega$   
 (B)  $10 \Omega$   
 (C)  $16 \Omega$   
 (D)  $18 \Omega$

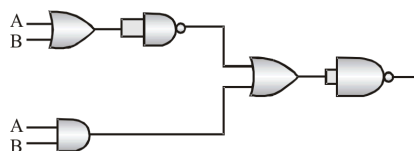
Ans. C

Sol. Both diode are in RB



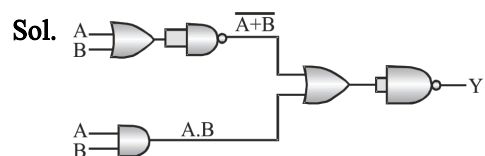
20. Output for the following Boolean circuit is :-

दिए गए बुलियन परिपथ का निर्गत होगा :-



- (A)  $\overline{AB}$   
 (B)  $\overline{A+B}$   
 (C)  $\overline{A+B} + AB$   
 (D)  $A + B + \overline{AB}$

Ans. B



$$Y = \overline{A+B + A \cdot B} = \overline{A+B} \cdot \overline{A \cdot B}$$

$$Y = (A+B) (\overline{A+B}) = A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B$$

SECTION-II : (Maximum Marks: 20)

This section contains 05 questions.

The answer to each question is a Numerical Value.

For each question, enter the correct integer value (In case of non-integer value, the answer should be rounded off to the nearest Integer).

Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:

Full Marks : +4 If correct answer is entered.

Zero Marks : 0 If the question is unanswered.

Negative Marks : -1 If wrong answer is entered.

खण्ड-II : (अधिकतम अंक: 20)

इस खंड में 05 प्रश्न हैं।

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर संख्यात्मक मान (Numerical Value) है।

प्रत्येक प्रश्न के लिए, सही पूर्णांक मान दर्ज करें (दशमलव संकेतन में, उत्तर को निकटतम पूर्णांक में लिखा जाना चाहिए।)

प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंकन योजना के अनुसार किया जाएगा:

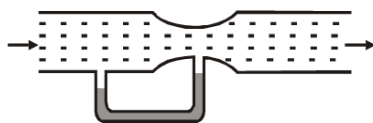
पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर दर्ज किया गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी उत्तर दर्ज नहीं किया गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत उत्तर दर्ज किया गया है।

1. Water flows through the tube shown. Area of cross-section of wide and narrow part are  $5 \text{ cm}^2$  &  $2 \text{ cm}^2$ . The rate of flow is  $500 \text{ cm}^3/\text{sec}$ . Find difference in mercury level of U-tube :-

चित्रानुसार नली में से पानी बह रहा है। चौड़े तथा संकरे भाग के अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल क्रमशः  $5 \text{ cm}^2$  तथा  $2 \text{ cm}^2$  है। प्रवाह की दर  $500 \text{ cm}^3/\text{sec}$  है। U-नलिका में पारे के स्तरों में अन्तर ज्ञात करें :-



Ans. 2

Sol.  $P_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho V_2^2$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho (V_2^2 - V_1^2)$$

$$h \times 13600 \times g = \frac{1}{2} \times 1000 (V_2^2 - V_1^2)$$

$$A_1 V_1 = A_2 V_2 = \frac{d(\text{volume})}{dt}$$

$$V_1 = \frac{500}{5} = 100 \text{ cm/s} = 1 \text{ m/s}$$

$$V_2 = \frac{500}{2} = 250 \text{ cm/s} = 2.5 \text{ m/s}$$

$$h = \frac{\frac{1}{2} \times 1000 (0.25^2 - 1)}{13600 \times 10} \text{ m}$$

$$h = \frac{1}{2} \times \frac{5.25 \times 100}{136} \text{ cm}$$

$$h = \frac{262.5}{136} \text{ cm} = 1.93 \text{ cm}$$

$$h \approx 2 \text{ cm}$$

2. If the volume of a block of metal changes by 0.12% when it is heated through  $20^\circ\text{C}$ , the coefficient of linear expansion (in  $^\circ\text{C}^{-1}$ ) of the metal is  $x \times 10^{-5}$ , find the value of  $x$  ?

धातु के एक गुटके के आयतन में, जब इसे  $20^\circ\text{C}$  तक गर्म किया जाता है, 0.12% का परिवर्तन होता है। धातु का रेखीय प्रसार गुणांक (प्रति  $^\circ\text{C}$  में)  $x \times 10^{-5}$  है तो  $x$  ज्ञात करो।

**Ans. 2**

**Sol.**

$$\gamma = \frac{\Delta V}{V \Delta T}$$

$$\text{Given } \frac{\Delta V}{V} = 0.12\% \text{ or } 0.0012$$

$$\gamma = \frac{0.0012}{20} = 6 \times 10^{-5}/^\circ\text{C}$$

$$\text{Since, } \alpha = \frac{\gamma}{3} = 2 \times 10^{-5}/^\circ\text{C}$$

3. A solid metallic sphere has a charge  $+3Q$ . Concentric with this sphere is a conducting spherical shell having charge  $-Q$ . The radius of the sphere is  $a$ , and that of the spherical shell is  $b$  ( $b > a$ ). If the electric field at a distance  $R$  ( $a < R < b$ ) from the centre is  $\frac{xQ}{8\pi\epsilon_0 R^2}$ , then  $x$  will be

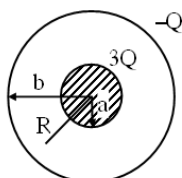
एक ठोस धात्विक गोले पर  $+3Q$  आवेश है। यह गोला  $-Q$  आवेश वाले गोलीय कोश के संकेन्द्रीय है। गोले की त्रिज्या

$a$  तथा गोलीय कोश की त्रिज्या  $b$  ( $b > a$ ) है। यदि केन्द्र से  $R$  दूरी ( $a < R < b$ ) पर विद्युत क्षेत्र  $\frac{xQ}{8\pi\epsilon_0 R^2}$  है तब  $x$

होगा ?

**Ans. 6**

**Sol.**



$$E = \frac{K3Q}{R^2}$$

4. A steel wire of length 1 m and mass 0.1 kg and having a uniform cross-sectional area of  $10^{-6} \text{ m}^2$  is rigidly fixed at both ends. The temperature of the wire is lowered by  $20^\circ\text{C}$ . If the wire is vibrating in fundamental mode, find the frequency (in Hz). ( $Y_{\text{steel}} = 2 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ ,  $\alpha_{\text{steel}} = 1.21 \times 10^{-5}/^\circ\text{C}$ )

लम्बाई 1 m तथा द्रव्यमान 0.1 kg वाले एक स्टील के तार का एकसमान अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल  $10^{-6} \text{ m}^2$  है। इसे इसके दोनों सिरों से दृढ़तापूर्वक कसा गया है। तार का तापमान  $20^\circ\text{C}$  तक कम कर देते हैं। यदि तार इसकी मूल विधा में कम्पन्न करता है तो आवृत्ति (हर्ट्ज में) ज्ञात कीजिए। ( $Y_{\text{steel}} = 2 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ ,  $\alpha_{\text{steel}} = 1.21 \times 10^{-5}/^\circ\text{C}$  लें)

**Ans. 11**

**Sol.**

Tension in wire is

$$T = YA \Delta \theta = 2 \times 10^{11} \times 10^{-6} \times 1.21 \times 10^{-5} \times 20 = 48.4 \text{ N}$$

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{48.4}{\left(\frac{0.1}{1}\right)}} = 22 \text{ m/s}$$

$\therefore$  for fundamental note

$$\ell = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 2\text{m} \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} = \frac{22}{2} = 11 \text{ Hz}$$

5. Consider the nuclear reaction  $X^{200} \rightarrow A^{110} + B^{90}$ . If the binding energy per nucleon for X, A and B is 7.4 MeV, 8.2 MeV and 8.2 MeV respectively, what is the energy released (IN MeV)?

नाभिकीय अभिक्रिया  $X^{200} \rightarrow A^{110} + B^{90}$  में यदि X, A तथा B के लिए प्रति न्यूक्लियोन बंधन ऊर्जा क्रमशः 7.4 MeV, 8.2 MeV तथा 8.2 MeV हो तो उत्सर्जित ऊर्जा क्या होगी (MeV में)?

**Ans. 160**

**Sol.**  $\Delta E = 8.2 \times 110 + 90 \times 8.2 - 200 \times 7.4$

PART-2 : CHEMISTRY

भाग-2 : रसायन विज्ञान

SECTION-I : (Maximum Marks: 80)

This section contains **20 questions**. Each question has 4 options for correct answer. Multiple-Choice Questions (MCQs) **Only one option is correct**. For each question, marks will be awarded as follows:

Full Marks : +4 If correct answer is selected.

Zero Marks : 0 If none of the option is selected.

Negative Marks : -1 If wrong option is selected.

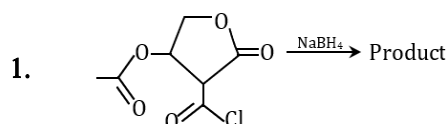
खण्ड-I : (अधिकतम अंक: 80)

इस खंड में **20 प्रश्न** हैं। प्रत्येक प्रश्न में सही उत्तर के लिए 4 विकल्प हैं। बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQs) केवल एक विकल्प सही है। प्रत्येक प्रश्न के लिए, अंक निम्नानुसार दिए जाएंगे:

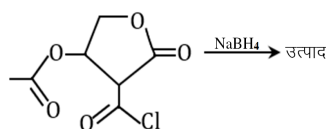
पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर चुना गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है।

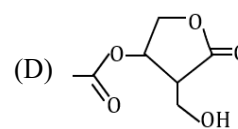
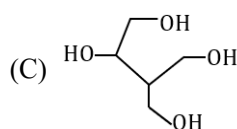
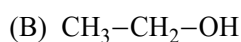
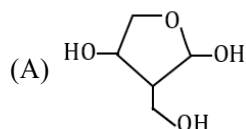
ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत विकल्प चुना गया है।



The product is :

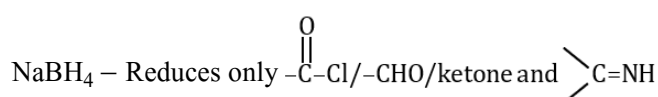


उत्पाद है :



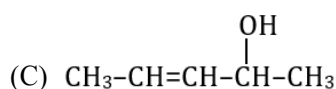
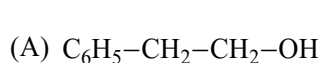
Ans. D

Sol.



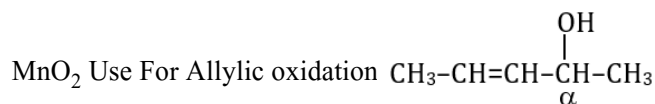
2. Which one of the following alcohols are oxidised by  $\text{MnO}_2$ ?

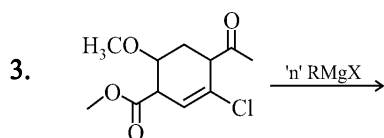
निम्न में कौनसा एल्कोहल  $\text{MnO}_2$  द्वारा ऑक्सीकृत होता है।



Ans. C

Sol.





Value of 'n' is :-

'n' का मान होगा :-

(A) 3

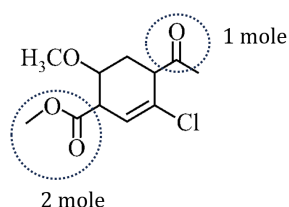
(B) 4

(C) 5

(D) 6

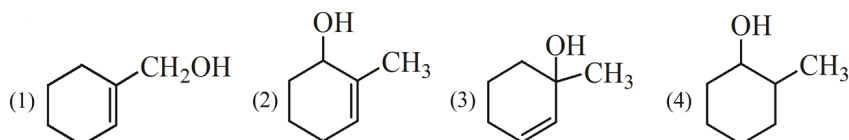
**Ans. A**

**Sol.**



4. Give rate of dehydration when given compounds are heated with concentrated  $H_2SO_4$ .

दिये गये यौगिकों को सान्द्र  $H_2SO_4$  के साथ गर्म करने पर निर्जलीकरण की दर होगी-



(A)  $3 > 2 > 1 > 4$

(B)  $2 > 3 > 1 > 4$

(C)  $1 > 2 > 3 > 4$

(D)  $4 > 3 > 2 > 1$

**Ans. A**

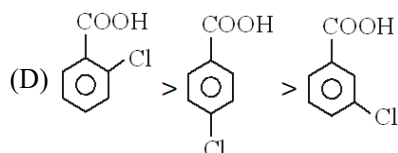
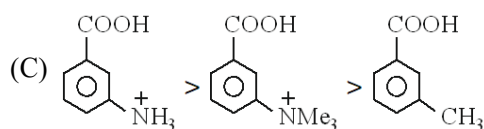
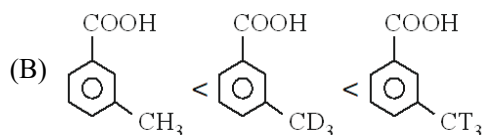
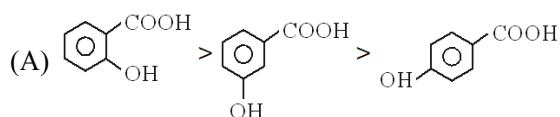
**Sol.** • Compound 3 has 5  $\alpha$ -H and resonance.

• Compound 2 has 2  $\alpha$ -H and resonance.

• Compound 1 has just resonance.

5. Select the correct order of acid strength.

अम्लीय सामर्थ्य का सही क्रम होगा-



**Ans. A**

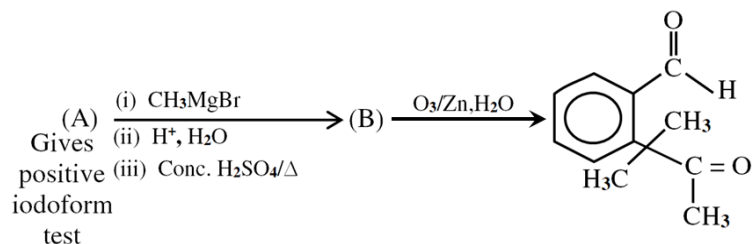
**Sol.** (i) Ortho effect

(ii) +I,  $CH_3 < CD_3 < CT_3$

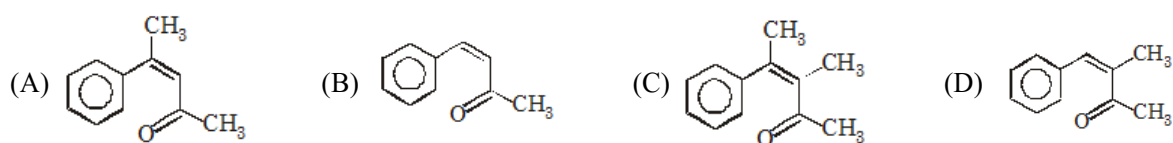
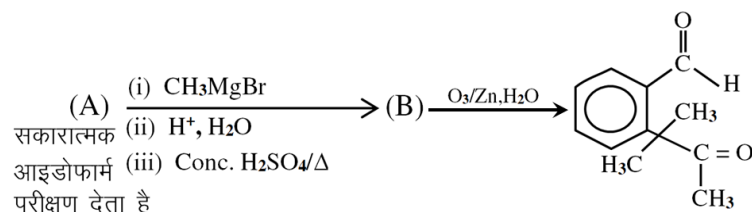
(iii) -I,  $-\overset{+}{N}Me_3 > -\overset{+}{N}H_3$



6. Identify (A) in the following reaction sequence :

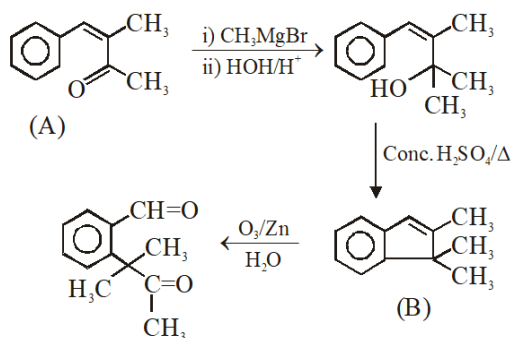


निम्न अभिक्रिया अनुक्रम में (A) की पहचान कीजिए :



Ans. D

Sol.



7. The equilibrium constant for the reaction  $\text{N}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{NO}(\text{g})$  is  $4 \times 10^{-4}$  at 200 K. In presence of a catalyst, equilibrium is attained ten times faster. Therefore, the equilibrium constant in presence of the catalyst at 200 K is :-

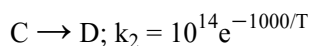
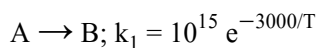
- (A)  $40 \times 10^{-4}$  (B)  $4 \times 10^{-4}$   
 (C)  $4 \times 10^{-3}$  (D) difficult to compute without more data

अभिक्रिया  $\text{N}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{NO}(\text{g})$  के लिए 200 K पर साम्य स्थिरांक  $4 \times 10^{-4}$  है। उत्प्रेरक की उपस्थिति में साम्य 10 गुना तेजी से स्थापित हो जाता है। अतः उत्प्रेरक की उपस्थिति में 200 K पर साम्य स्थिरांक का मान है :-

- (A)  $40 \times 10^{-4}$  (B)  $4 \times 10^{-4}$   
 (C)  $4 \times 10^{-3}$  (D) अन्य आँकड़ों की आवश्यकता है।

Ans. B

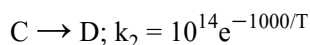
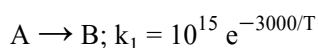
8. For a gaseous reaction, following data is given :



The temperature at which  $k_1 = k_2$  is :-

- (A) 434.2 K (B) 2000 K (C) 868.43 K (D) None of these

निम्नलिखित गैसीय अभिक्रियाओं :



के लिये किस ताप पर,  $k_1 = k_2$  है :-

- (A) 434.2 K (B) 2000 K (C) 868.43 K (D) इनमें से कोई नहीं

**Ans. C**

**Sol.**  $K_1 = K_2$

$$10^{15} e^{-3000/T} = 10^{14} e^{-1000/T}$$

$$\frac{10^{15}}{10^{14}} = \frac{e^{-1000/T}}{e^{-3000/T}}$$

$$10 = e^{-1000/T + 3000/T}$$

$$10 = e^{2000/T}$$

$$\ell \ln 10 = \frac{2000}{T}$$

$$T = \frac{2000}{\ell \ln 10} = 868.43$$

9. 20 mL of  $H_2O_2$  solution reacts completely with 80 mL of 0.05 M  $KMnO_4$  in acidic medium. Then what is the volume strength of  $H_2O_2$  -

- (A) 2.8 (B) 5.6 (C) 11.2 (D) None of these

$H_2O_2$  विलयन के 20 mL अम्लीय माध्यम में 0.05 M  $KMnO_4$  के 80 mL से क्रिया करते हैं तो  $H_2O_2$  की आयतन सामर्थ्य क्या होगी -

- (A) 2.8 (B) 5.6 (C) 11.2 (D) इनमें से कोई नहीं

**Ans. B**

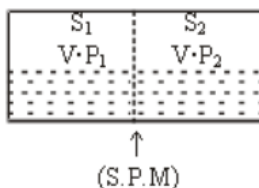
**Sol.**  $(N_1 V_1)_{H_2O_2} = (N_2 V_2)_{KMnO_4}$

$$M \times 2 \times 20 \text{ mL} = 0.05 \times 5 \times 80 \text{ mL}$$

$$M = 0.5$$

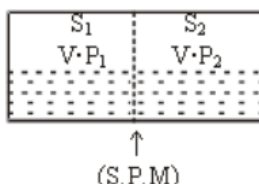
$$\text{Volume strength of } H_2O_2 = 11.2 \times M = 5.6$$

10. V.P. of aqueous solution  $S_1$  higher than V.P. of aqueous solution  $S_2$  then :-



- (A) More solvent will flow from  $S_1$  to  $S_2$  (B) More solvent will flow from  $S_2$  to  $S_1$   
(C) Solvent flow at equal rates (D) No flow of solvent

जलीय विलयन  $S_1$  का वाष्प दाब  $S_2$  से अधिक है तो :-



- (A)  $S_1$  से  $S_2$  की ओर अधिक विलायक गमन करेगा (B)  $S_2$  से  $S_1$  की ओर अधिक विलायक गमन करेगा  
(C) विलायक दोनों में समान रूप से गमन करेगा (D) विलायक गमन नहीं करेगा

**Ans. A**

**Sol.** Concentration ( $S_2 > S_1$ ) therefore solvent moves lower conc. to Higher conc.

11. Which one of the following pair of solution are not isotonic at same temperature ?

- (A) 0.2 M urea and 0.1 M-NaCl (B) 0.3 M urea and 0.1 M-MgCl<sub>2</sub>  
(C) 0.1 M Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> and 0.1 M NaCl (D) 0.1 M Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> and 0.1 M-Ca(NO<sub>3</sub>)<sub>2</sub>

समान ताप पर निम्न में से कौनसा युग्म सम परासरी नहीं है ?

- (A) 0.2 M urea तथा 0.1 M-NaCl (B) 0.3 M urea तथा 0.1 M-MgCl<sub>2</sub>  
(C) 0.1 M Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> तथा 0.1 M NaCl (D) 0.1 M Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> तथा 0.1 M-Ca(NO<sub>3</sub>)<sub>2</sub>

**Ans. C**

**Sol.**  $0.1 \times 3 \neq 0.3 \times 3$

$$C_1 i_1 \neq C_2 i_2$$

12. Determine the empirical formula of Kelvar, used in making bullet proof vests, is 70.6% C, 4.2% H, 11.8% N and 13.4% O :

केलवार (बुलेट प्रूफ जैकेट बनाने में प्रयुक्त पदार्थ) का मूलानुपाती सूत्र क्या होगा यदि इसका प्रतिशत संघटन C = 70.6%, H = 4.2%, N = 11.8% तथा O = 13.4% है ?

- (A) C<sub>7</sub>H<sub>5</sub>NO<sub>2</sub> (B) C<sub>7</sub>H<sub>5</sub>N<sub>2</sub>O  
(C) C<sub>7</sub>H<sub>9</sub>NO (D) C<sub>7</sub>H<sub>5</sub>NO

**Ans. D**

13. Which is correct statement regarding  $\text{CrO}_5$

a : Oxidation number of Cr is +6.

b : Four oxygen-atoms of molecule are involved in peroxide linkage.

c : Only one oxygen-atom has O.N. = -2

(A) All are correct

(B) b, c are correct

(C) a, c are correct

(D) Only b is correct

$\text{CrO}_5$  के संदर्भ में सही कथन कौनसा है-

a : Cr की ऑक्सीकरण अवस्था +6 है।

b : अणु के चार ऑक्सीजन-परमाणु परॉक्साइड बंध में सम्मिलित हैं।

c : केवल एक ऑक्सीजन-परमाणु की ऑक्सीकरण अवस्था = -2 है।

(A) सभी सही हैं।

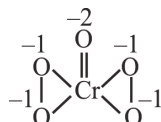
(B) b, c सही हैं।

(C) a, c सही हैं।

(D) केवल b सही है।

**Ans. A**

**Sol.** The structure of  $\text{CrO}_5$  is



14. Correct order of bond order is

बन्ध क्रम का सही क्रम है -

(A)  $\text{N}_2 > \text{N}_2^+ > \text{N}_2^- > \text{N}_2^{-2}$

(B)  $\text{N}_2 > \text{N}_2^+ = \text{N}_2^- > \text{N}_2^{-2}$

(C)  $\text{N}_2 > \text{N}_2^{-2} > \text{N}_2^{-1} > \text{N}_2^+$

(D)  $\text{N}_2 > \text{N}_2^{-2} = \text{N}_2^+ > \text{N}_2^-$

**Ans. B**

15. The donor sites of  $[\text{EDTA}]^{-4}$  are

(A) O atoms only

(B) N atoms only

(C) Two N atoms and four O atoms

(D) Three N atoms and Three O atoms

$[\text{EDTA}]^{-4}$  में दाता परमाणु है :-

(A) O परमाणु केवल

(B) N परमाणु केवल

(C) दो N परमाणु तथा चार O परमाणु

(D) तीन N परमाणु तथा तीन O परमाणु

**Ans. C**

16. A compound which can shows optical, Geometrical and linkage isomerism is :-

संभव यौगिक जो प्रकाशिक, ज्यामितीय तथा संधि समावयवता दर्शा सकता है-

(A)  $[\text{Co}(\text{OX})_3]^{-3}$

(B)  $[\text{Cr}(\text{OX})_2(\text{NO}_2)_2]^{-3}$

(C)  $[\text{Fe}(\text{H}_2\text{O})_5\text{NO}_2]^+$

(D)  $[\text{Ni}(\text{Gly})_2]$

**Ans. B**

17. In which of the following oxo-anion, all M–O bond length are not identical ?

इनमें से किस ऑक्सो-ऋणायन में सभी M–O बंध लंबाईयाँ समान नहीं हैं ?

- (A)  $\text{MnO}_4^-$  (B)  $\text{MnO}_4^{2-}$  (C)  $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$  (D)  $\text{CrO}_4^{2-}$

**Ans. C**

**Sol.** In  $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$ , six Cr–O bonds have partial double bond character while two Cr–O bonds have single bond character.

18. Which of the following ion has maximum complex forming tendency ?

इनमें से किस आयन में संकुल बनाने की क्षमता सर्वाधिक होगी ?

- (A)  $\text{La}^{+3}$  (B)  $\text{Ce}^{+3}$  (C)  $\text{Eu}^{+3}$  (D)  $\text{Lu}^{+3}$

**Ans. D**

**Sol.** Complex forming tendency  $\propto$  polarising power ( $\phi$ )

19. The correct order of acidic strength :-

- (A)  $\text{HOF} > \text{HOCl} > \text{HOBr} > \text{HOI}$  (B)  $\text{HClO}_4 > \text{HBrO}_4 > \text{HIO}_4$   
(C)  $\text{LiOH} < \text{Be}(\text{OH})_2 < \text{B}(\text{OH})_3 < \text{H}_2\text{CO}_3$  (D) All of them

अम्लीय सामर्थ्य का सही क्रम है :-

- (A)  $\text{HOF} > \text{HOCl} > \text{HOBr} > \text{HOI}$  (B)  $\text{HClO}_4 > \text{HBrO}_4 > \text{HIO}_4$   
(C)  $\text{LiOH} < \text{Be}(\text{OH})_2 < \text{B}(\text{OH})_3 < \text{H}_2\text{CO}_3$  (D) उपरोक्त सभी

**Ans. D**

20. Which of the following cations is not precipitated by  $\text{NH}_4\text{Cl} + \text{NH}_4\text{OH}$  ?

निम्नलिखित में से कौनसा धनायन  $\text{NH}_4\text{Cl} + \text{NH}_4\text{OH}$  विलयन से अवक्षेपित नहीं होते हैं?

- (A)  $\text{Al}^{3+}$  (B)  $\text{Cr}^{3+}$  (C)  $\text{Fe}^{2+}$  (D)  $\text{Fe}^{3+}$

**Ans. C**

SECTION-II : (Maximum Marks: 20)

This section contains 05 questions.

The answer to each question is a Numerical Value.

For each question, enter the correct integer value (In case of non-integer value, the answer should be rounded off to the nearest Integer).

Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:

Full Marks : +4 If correct answer is entered.

Zero Marks : 0 If the question is unanswered.

Negative Marks : -1 If wrong answer is entered.

खण्ड-II : (अधिकतम अंक: 20)

इस खंड में 05 प्रश्न हैं।

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर संख्यात्मक मान (Numerical Value) है।

प्रत्येक प्रश्न के लिए, सही पूर्णांक मान दर्ज करें (दशमलव संकेतन में, उत्तर को निकटतम पूर्णांक में लिखा जाना चाहिए।)

प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंकन योजना के अनुसार किया जाएगा:

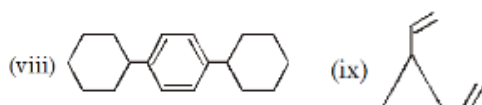
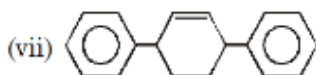
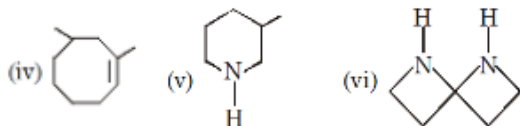
पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर दर्ज किया गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी उत्तर दर्ज नहीं किया गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत उत्तर दर्ज किया गया है।

1. Number of compound can show G.I. and O.I. both ?

ज्यामिती तथा प्रकाशिक समावयवता प्रदर्शित करने वाले यौगिकों की संख्या होगी ?



Ans. 7

Sol. ii, iii, iv, v, vi, vii, ix

2. On passing electric current through molten  $\text{AlCl}_3$ , 11.2 litre of  $\text{Cl}_2$  is liberated at N.T.P. at anode. The quantity of aluminium deposited at cathode (in gram) is : (At.wt. of Al = 27) :-

गलित ऐलुमिनियम क्लोराइड में विद्युत धारा प्रवाहित करने पर N. T. P. पर एनोड पर 11.2 लीटर  $\text{Cl}_2$  गैस मुक्त होती है। कैथोड पर जमा होने वाली ऐलुमिनियम की मात्रा ग्राम में क्या होगी ? (Al का परमाणुभार = 27) :-

Ans. 9

3. A system of 100 kg mass undergoes a process in which its specific entropy increases from  $0.3 \text{ kJkg}^{-1}\text{K}^{-1}$  to  $0.4 \text{ kJkg}^{-1}\text{K}^{-1}$ . At the same time, the entropy of the surrounding decreases from  $80 \text{ kJ}\text{K}^{-1}$  to  $75 \text{ kJ}\text{K}^{-1}$ . Find the  $(\Delta S)_{\text{universe}}$  in  $\text{kJ}\text{K}^{-1}$ .

एक तंत्र 100 kg पर एक प्रक्रम में एंट्रोपी  $0.3 \text{ kJkg}^{-1}\text{K}^{-1}$  से  $0.4 \text{ kJkg}^{-1}\text{K}^{-1}$  तक पर्वर्तन होता है। उसी समय परिवेश की एंट्रोपी में  $80 \text{ kJ}\text{K}^{-1}$  से  $75 \text{ kJ}\text{K}^{-1}$  तक की कमी होती है। ब्रह्माण्ड की एंट्रोपी में परिवर्तन कितना होगा ?

**Ans. 5**

**Sol.**  $(\Delta S)_{\text{system}} = 0.1 \times 100 = 10 \text{ kJ/K}$

$$(\Delta S)_{\text{surrounding}} = -5 \text{ kJ/K}$$

$$(\Delta S)_{\text{universe}} = 5 \text{ kJ/K}$$

4. The number of  $p\pi$ - $p\pi$  bonds in  $\text{XeO}_4$  molecule is/are

$\text{XeO}_4$  के अणु में  $p\pi$ - $p\pi$  बंधों की संख्या होती है-

**Ans. 0**

**Sol.** In  $\text{XeO}_4$ ,  $p\pi$ - $d\pi$  bonds = 4

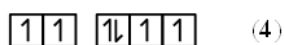
$$p\pi$$
- $p\pi$  bonds = 0

5. Find sum of number of unpaired electron in  $[\text{CoCl}_6]^{-3}$ ,  $[\text{Cr}(\text{NH}_3)_6]^{+3}$  and  $[\text{Zn}(\text{NH}_3)_4]^{+2}$  :-

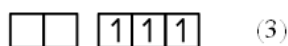
$[\text{CoCl}_6]^{-3}$ ,  $[\text{Cr}(\text{NH}_3)_6]^{+3}$  तथा  $[\text{Zn}(\text{NH}_3)_4]^{+2}$  में अयुग्मित इलेक्ट्रॉनों की संख्या का योग है:-

**Ans. 7**

**Sol.**  $[\text{CoCl}_6]^{-3}$ ,  $\text{Co}^{+3} \Rightarrow 4s^2 3d^7 = d^6$



$[\text{Cr}(\text{NH}_3)_6]^{+3}$ ,  $\text{Cr}^{+3} \Rightarrow 4s^2 3d^5 d^3$



$[\text{Zn}(\text{NH}_3)_4]^{+2}$ ,  $\text{Zn}^{+2} \Rightarrow 4s^2 3d^{10}$

$$\text{unpaired } e^- = 0$$

$$\text{Sum} = 7e^-$$

PART-3 : MATHEMATICS

भाग-3 : गणित

SECTION-I : (Maximum Marks: 80)

This section contains **20 questions**. Each question has 4 options for correct answer. Multiple-Choice Questions (MCQs) **Only one option is correct**. For each question, marks will be awarded as follows:

Full Marks : +4 If correct answer is selected.

Zero Marks : 0 If none of the option is selected.

Negative Marks : -1 If wrong option is selected.

खण्ड-I : (अधिकतम अंक: 80)

इस खंड में **20 प्रश्न** हैं। प्रत्येक प्रश्न में सही उत्तर के लिए 4 विकल्प हैं। बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQs) केवल एक विकल्प सही है। प्रत्येक प्रश्न के लिए, अंक निम्नानुसार दिए जाएंगे:

पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर चुना गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत विकल्प चुना गया है।

1. The number of solutions of the equation  $\cos(\pi\sqrt{x-4}) \cos(\pi\sqrt{x}) = 1$  is :-

(A) None

(B) One

(C) Two

(D) More than two

समीकरण  $\cos(\pi\sqrt{x-4}) \cos(\pi\sqrt{x}) = 1$  के हलों की संख्या है :-

(A) कोई नहीं

(B) एक

(C) दो

(D) दो से अधिक

Ans. B

Sol.  $\cos(\pi\sqrt{x-4}) \cos(\pi\sqrt{x}) = 1$

It is possible only, when

$$\cos(\pi\sqrt{x-4}) = 1 \text{ \& } \cos(\pi\sqrt{x}) = 1$$

$$\therefore x-4 \geq 0 \text{ \& } x \geq 0$$

$$\therefore x \geq 4$$

$$\pi\sqrt{x-4} = 0 \text{ \& } \pi\sqrt{x} = 0$$

$$x = 0, 4$$

But  $x \geq 4 \therefore$  only one solution,  $x = 4$



2. The mean and the standard deviation (s.d.) of 10 observations are 20 and 2 respectively. Each of these 10 observations is multiplied by  $p$  and then reduced by  $q$ , where  $p \neq 0$  and  $q \neq 0$ . If the new mean and new s.d. become half of their original values, then  $q$  is equal to

10 प्रेक्षणों के माध्य तथा मानक विचलन क्रमशः 20 तथा 2 हैं। इन 10 प्रेक्षणों में से प्रत्येक को  $p$  से गुणा करने के पश्चात प्रत्येक में से  $q$  कम किया गया, जहाँ  $p \neq 0$  तथा  $q \neq 0$  हैं। यदि नए माध्य तथा मानक विचलन के मान अपने मूल मानों के आधे हैं, तो  $q$  का मान है :

- (A) -20  
(B) 10  
(C) -10  
(D) -5

**Ans. A**

**Sol.**

$$20p - q = 10 \quad \dots(i)$$

$$\text{and } 2|p| = 1 \Rightarrow p = \pm \frac{1}{2} \quad \dots(ii)$$

$$\text{so, } p = -\frac{1}{2} \quad \text{and } q = -20$$

3. Let  $T_n$  is  $n^{\text{th}}$  term of an A.P. If  $\sum_{m=1}^{599} T_{2m} = 5^{100}$  and  $\sum_{m=1}^{599} T_{2m-1} = 5^{99}$ , then common difference of A.P. is :

माना एक समान्तर श्रेणी का  $n^{\text{वां}}$  पद  $T_n$  है। यदि  $\sum_{m=1}^{599} T_{2m} = 5^{100}$  तथा  $\sum_{m=1}^{599} T_{2m-1} = 5^{99}$  तब समान्तर श्रेणी का सार्वान्तर है।

- (A) 3 (B) 5 (C) 4 (D) 7

**Ans. C**

**Sol.**

$$\sum_{m=1}^{599} T_{2m} = \sum_{m=1}^{599} (T_{2m-1} + d)$$

(where  $d$  = common difference of A.P.)

$$\Rightarrow 5^{100} = \sum_{m=1}^{599} T_{2m-1} + \sum_{m=1}^{599} d$$

$$\Rightarrow 5^{100} = 5^{99} + (5^{99}) d$$

$$\Rightarrow d = \frac{5^{100} - 5^{99}}{5^{99}} = \frac{5^{99}(5 - 1)}{5^{99}} = 4$$

4. If the equation  $x^3 + 2x^2 - 4x + 5 = 0$  has roots  $\alpha, \beta, \gamma$ , then the value of  $\frac{(\alpha^3 + 5)(\beta^3 + 5)(\gamma^3 + 5)}{8\alpha\beta\gamma}$  is

यदि समीकरण  $x^3 + 2x^2 - 4x + 5 = 0$  के मूल  $\alpha, \beta, \gamma$  हों, तो  $\frac{(\alpha^3 + 5)(\beta^3 + 5)(\gamma^3 + 5)}{8\alpha\beta\gamma}$  का मान है

- (A) 104 (B) 8 (C) 13 (D) -104

**Ans. C**

**Sol.**  $\alpha^3 + 2\alpha^2 - 4\alpha + 5 = 0$

$$\alpha^3 + 5 = (4\alpha - 2\alpha^2) = 2\alpha(2 - \alpha)$$

$$\therefore \frac{(\alpha^3 + 5)(\beta^3 + 5)(\gamma^3 + 5)}{8\alpha\beta\gamma} = (2 - \alpha)(2 - \beta)(2 - \gamma)$$

$$f(x) = (x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma)$$

$$\therefore f(2) = 13 \text{ option C}$$

5. Let A be a non singular square matrix of order 3 such that  $\text{Tr.}(A^{-1}) = 3$  and  $\det(A - I) = \frac{1}{5}$ .

If  $(A^{-1}BA) = 2(\text{adj } A)$  then :

[Note :  $\text{Tr.}(P)$  and  $\text{adj } P$  denote trace of square matrix P and adjoint matrix of square matrix P respectively.]

माना A, कोटि 3 का एक व्युत्क्रमणीय वर्ग आव्यूह इस प्रकार है कि  $\text{Tr.}(A^{-1}) = 3$  तथा  $\det(A - I) = \frac{1}{5}$  है।

यदि  $(A^{-1}BA) = 2(\text{adj } A)$  हो, तो:

[नोट :  $\text{Tr.}(P)$  तथा  $\text{adj } P$  क्रमशः वर्ग आव्यूह P के अनुरेख तथा वर्ग आव्यूह P के सहखण्ड आव्यूह को दर्शाता है]

- (A)  $\det(B) = 5000$  (B)  $\det(B) = 200$  (C)  $\text{Tr.}(B) = 45$  (D)  $\text{Tr.}(B) = 15$

**Ans. B**

**Sol.**  $(A^{-1}BA)^{-1} = 2(\text{adj } A)$

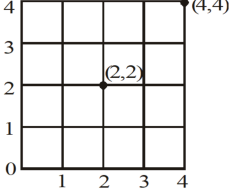
$$A^{-1}BA = 2 \text{ adj } A$$

$$BA = 2A(\text{adj } A) = 2|A| I_3$$

$$B = 2|A|A^{-1} = 10A^{-1}$$

$$\therefore \det(B) = 10^3 \times \frac{1}{5} = 200$$

6. Match the column

	Column-I		Column-II
(a)	${}^{24}C_2 + {}^{23}C_2 + {}^{22}C_2 + {}^{21}C_2 + {}^{20}C_2 + {}^{20}C_3$ is equal to	(p)	102
(b)	In the adjoining figure number of progressive ways to reach from (0, 0) to (4, 4) passing through point (2, 2) are (particle can move on horizontal or vertical line) 	(q)	2300
(c)	The number of 4 digit numbers that can be made with the digits 1, 2, 3, 4, 3, 2	(r)	82
(d)	If $\left\{ \frac{500!}{14^k} \right\} = 0$ , then the maximum natural value of k is equal to (where $\{.\}$ is fractional part function)	(s)	36

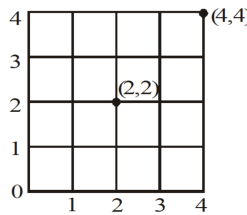
(A) (a)  $\rightarrow$  q ; (b)  $\rightarrow$  s ; (c)  $\rightarrow$  p ; (d)  $\rightarrow$  r

(B) (a)  $\rightarrow$  p ; (b)  $\rightarrow$  s ; (c)  $\rightarrow$  r ; (d)  $\rightarrow$  q

(C) (a)  $\rightarrow$  q ; (b)  $\rightarrow$  s ; (c)  $\rightarrow$  p ; (d)  $\rightarrow$  s

(D) (a)  $\rightarrow$  p ; (b)  $\rightarrow$  s ; (c)  $\rightarrow$  p ; (d)  $\rightarrow$  r

स्तम्भ का मिलान कीजिए।

	स्तम्भ-I		स्तम्भ-II
(a)	${}^{24}C_2 + {}^{23}C_2 + {}^{22}C_2 + {}^{21}C_2 + {}^{20}C_2 + {}^{20}C_3$ बराबर होगा	(p)	102
(b)	दिए गए चित्र में बढ़ते हुए क्रम में (0, 0) से (4, 4) तक (2, 2) से होकर पहुँचने के तरीकों की संख्या होगी  (कण क्षैतिज या ऊर्ध्वाधर रेखा पर गति कर सकता है)	(q)	2300
(c)	अंकों 1, 2, 3, 4, 3, 2 से 4 अंकों की बनने वाली संख्याओं की संख्या होगी	(r)	82
(d)	यदि $\left\{ \frac{500!}{14^k} \right\} = 0$ , तो k का अधिकतम प्राकृतिक मान होगा (जहाँ $\{.\}$ भिन्नात्मक भाग फलन है)	(s)	36

(A) (a)  $\rightarrow$  q ; (b)  $\rightarrow$  s ; (c)  $\rightarrow$  p ; (d)  $\rightarrow$  r

(B) (a)  $\rightarrow$  p ; (b)  $\rightarrow$  s ; (c)  $\rightarrow$  r ; (d)  $\rightarrow$  q

(C) (a)  $\rightarrow$  q ; (b)  $\rightarrow$  s ; (c)  $\rightarrow$  p ; (d)  $\rightarrow$  s

(D) (a)  $\rightarrow$  p ; (b)  $\rightarrow$  s ; (c)  $\rightarrow$  p ; (d)  $\rightarrow$  r

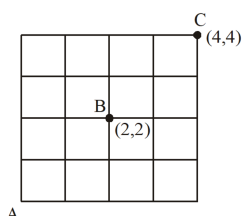
Ans. A

Sol. (A)  ${}^{24}C_2 + {}^{23}C_2 + {}^{22}C_2 + {}^{21}C_2 + {}^{20}C_2 + {}^{20}C_3$

Use  ${}^nC_r + {}^nC_{r-1} = {}^{n+1}C_r$

$${}^{25}C_3 = \frac{25!}{3! 22!} = \frac{25 \times 24 \times 23}{6} = 2300$$

option q is correct match.



(B) No. of way to move from A  $\rightarrow$  B  $\frac{4!}{2! 2!}$  & no. of ways from B  $\rightarrow$  C  $\frac{4!}{2! 2!}$  total no of ways  $\frac{4!}{2! 2!} \cdot \frac{4!}{2! 2!} = 36$

option s in correct match.

(C) 1 2 3 4

2 3

Case-1 When all four digit are different  $4! = 24$

Case-2 When 2 are alike & 2 are different  ${}^2C_1 \times {}^3C_2 \times \frac{4!}{2!} = 72$

Case-3 When 2 are alike of one kind & 2 are of other kind  ${}^2C_2 \times \frac{4!}{2! 2!} = 6$

Total words = 102

option p is correct match.

(D)  $\frac{500!}{14^k}$

$$\begin{array}{r|l} 7 & 500 \\ \hline 7 & 71 \\ \hline 7 & 10 \\ \hline & 1 \end{array}$$

exponent of 7 in 500! = 82

So power of 14 is also = 82

So option r is correct match.

7. Let  $C_1$  and  $C_2$  be two biased coins such that the probabilities of getting head in a single toss are  $\frac{2}{3}$  and  $\frac{1}{3}$ , respectively. Suppose  $\alpha$  is the number of heads that appear when  $C_1$  is tossed twice, independently, and suppose  $\beta$  is the number of heads that appear when  $C_2$  is tossed twice, independently, Then probability that the roots of the quadratic equation  $x^2 - \alpha x + \beta = 0$  are real and equal, is :

माना  $C_1$  तथा  $C_2$  दो त्रुटिपूर्ण सिक्के इस प्रकार हैं कि किसी एक उछाल में चित आने की प्रायिकताएँ क्रमशः  $\frac{2}{3}$  तथा  $\frac{1}{3}$  हैं। माना  $\alpha$  चितों की वह संख्या है जो  $C_1$  को दो बार स्वतंत्रता पूर्वक उछालने पर प्राप्त होती है। माना  $\beta$  चितों की वह संख्या है जो  $C_2$  को दो बार स्वतंत्रता पूर्वक उछालने पर प्राप्त होती है। तब द्विघात समीकरण  $x^2 - \alpha x + \beta = 0$  के मूल वास्तविक तथा समान होने की प्रायिकता है।

- (A)  $\frac{40}{81}$  (B)  $\frac{20}{81}$  (C)  $\frac{1}{2}$  (D)  $\frac{1}{4}$

**Ans. B**

**Sol.**  $P(H) = \frac{2}{3}$  for  $C_1$

$P(H) = \frac{1}{3}$  for  $C_2$

for  $C_1$

No. of Heads ( $\alpha$ )	0	1	2
Probability	$\frac{1}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$

for  $C_2$

No. of Heads ( $\beta$ )	0	1	2
Probability	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{9}$

for real and equal roots

$$\alpha^2 = 4\beta$$

$$(\alpha, \beta) = (0, 0), (2, 1)$$

$$\text{So, probability} = \frac{1}{9} \times \frac{4}{9} + \frac{4}{9} \times \frac{4}{9} = \frac{20}{81}$$

8. If  $z_1, z_2$  are complex numbers such that  $\operatorname{Re}(z_1) = |z_1 - 1|$ ,  $\operatorname{Re}(z_2) = |z_2 - 1|$  and  $\arg(z_1 - z_2) = \frac{\pi}{6}$ , then  $\operatorname{Im}(z_1 + z_2)$  is equal to :

यदि  $z_1, z_2$  सम्मिश्र संख्या हो तथा  $\operatorname{Re}(z_1) = |z_1 - 1|$ ,  $\operatorname{Re}(z_2) = |z_2 - 1|$  तथा  $\arg(z_1 - z_2) = \frac{\pi}{6}$  तो  $\operatorname{Im}(z_1 + z_2)$  का मान होगा।

- (A)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (B)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$  (C)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  (D)  $2\sqrt{3}$

Ans. D

Sol.

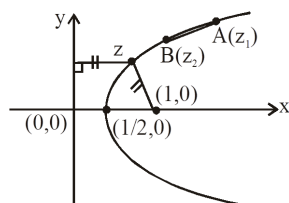
$$\operatorname{Re}(z) = |z - 1|$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{(x-1)^2 + (y-0)^2} \quad (x > 0)$$

$$\Rightarrow y^2 = 2x - 1 = 4 \cdot \frac{1}{2} \left( x - \frac{1}{2} \right)$$

$\Rightarrow$  a parabola with focus  $(1, 0)$  & directrix as imaginary axis.

$$\therefore \text{Vertex} = \left( \frac{1}{2}, 0 \right)$$



$A(z_1)$  &  $B(z_2)$  are two points on it such that slope of  $AB = \tan \frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$$(\arg(z_1 - z_2) = \frac{\pi}{6})$$

$$\text{for } y^2 = 4ax$$

$$\text{Let } A(at_1^2, 2at_1) \text{ \& } B(at_2^2, 2at_2)$$

$$m_{AB} = \frac{2}{t_1 + t_2} = \frac{4a}{y_1 + y_2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\left( \text{Here } a = \frac{1}{2} \right)$$

$$\Rightarrow y_1 + y_2 = 4a\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

9. If  $\sum_{r=0}^{20} (2r + 3^r) \binom{20}{r} - \sum_{r=0}^{40} C_r = 2^a \cdot 5$ , then 'a' is :

यदि  $\sum_{r=0}^{20} (2r + 3^r) \binom{20}{r} - \sum_{r=0}^{40} C_r = 2^a \cdot 5$  है, तो 'a' होगा।

- (A) 20 (B) 32 (C) 22 (D) None

**Ans. C**

**Sol.**  $2 \sum_{r=0}^{20} \binom{20}{r} + \sum_{r=0}^{20} 20 C_r \cdot 3^r - 2^{40}$

$$2(20 \cdot 2^{19}) = 5 \cdot 2^{22}$$

$$a = 22$$

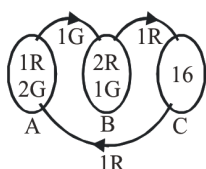
10. There are 3 bags A, B & C. Bag A contains 1 Red & 2 Green balls, bag B contains 2 Red & 1 Green balls and bag C contains only one green ball. One ball is drawn from bag A & put into bag B then one ball is drawn from B & put into bag C & finally one ball is drawn from bag C & put into bag A. When this operation is completed, probability that bag A contains 2 Red & 1 Green balls, is -

3 थैले A, B तथा C है। थैले A में 1 लाल एवं 2 हरी गेंदें, थैले B में 2 लाल एवं 1 हरी गेंद तथा थैले C में केवल 1 हरी गेंद है। थैले A से 1 गेंद निकाल कर उसको थैले B में रखते हैं, उसी समय थैले B से 1 गेंद निकाल कर थैले C में रखते हैं तथा अन्त में थैले C से 1 गेंद निकाल कर थैले A में रखते हैं। यह प्रक्रिया पूर्ण होने पर प्रायिकता ताकि थैले A में 2 लाल तथा 1 हरी गेंद हो, होगी -

- (A)  $\frac{1}{4}$  (B)  $\frac{1}{2}$  (C)  $\frac{1}{3}$  (D)  $\frac{1}{6}$

**Ans. D**

**Sol.**



$$\text{Probability} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

11. If  $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \sin^3 x}{3 \cos^2 x}, & x < \frac{\pi}{2} \\ a, & x = \frac{\pi}{2} \\ \frac{b(1 - \sin x)}{(\pi - 2x)^2}, & x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$  is continuous at  $x = \frac{\pi}{2}$ , then value of a and b are

यदि  $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \sin^3 x}{3 \cos^2 x}, & x < \frac{\pi}{2} \\ a, & x = \frac{\pi}{2} \\ \frac{b(1 - \sin x)}{(\pi - 2x)^2}, & x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$   $x = \frac{\pi}{2}$  पर संतत है, तो a, b के मान होंगे।

(A)  $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$

(B) 2, 4

(C)  $\frac{1}{2}, 4$

(D)  $\frac{1}{4}, 2$

Ans. C

Sol.  $f\left(\frac{\pi}{2} - 0\right) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1 - \sin^3\left(\frac{\pi}{2} - h\right)}{3 \cos^2\left(\frac{\pi}{2} - h\right)} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 h}{3 \sin^2 h}$

$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos h)(1 + \cos h + \cos^2 h)}{3(1 - \cos h)(1 + \cos h)} = \frac{1}{2}$

$f\left(\frac{\pi}{2} + 0\right) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{b \left[1 - \sin\left(\frac{\pi}{2} + h\right)\right]}{\left[\pi - 2\left(\frac{\pi}{2} + h\right)\right]^2}$

$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{b(1 - \cos h)}{4h^2} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2b \sin^2 \frac{h}{2}}{4h^2} = \frac{b}{8}$

Now  $f(x)$  is continuous at  $x =$

$\Rightarrow f\left(\frac{\pi}{2} - 0\right) = f\left(\frac{\pi}{2} + 0\right) = f\left(\frac{\pi}{2}\right)$

$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{b}{8} = a \therefore a = \frac{1}{2}, b = 4$

12.  $f(x)$  is a function such that  $f''(x) = -f(x)$  and  $f'(x) = g(x)$ . Also  $h(x)$  is a function such that  $h(x) = [f(x)]^2 + [g(x)]^2$  and  $h(5) = 5$ , then the value of  $h(10)$  will be

$f(x)$  का ऐसा फलन है कि  $f''(x) = -f(x)$  एवं  $f'(x) = g(x)$ . और  $h(x)$  एक ऐसा फलन है कि  $h(x) = [f(x)]^2 + [g(x)]^2$  तथा  $h(5) = 5$  तो  $h(10)$  का मान होगा।

(A) 0

(B) 5

(C) 10

(D) 15

Ans. B

Sol.  $h'(x) = 2[f(x)f'(x) + g(x)g'(x)] = 2[f(x)g(x) + g(x)f'(x)]$

$= 2[f(x)g(x) + g(x)\{-f(x)\}] = 0 \quad [\because g(x) = f'(x)]$

$\Rightarrow h(x) = \text{constant} \Rightarrow h(10) = h(5) = 5$



13. Let  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  be a function such that  $f\left(\frac{x+y}{3}\right) = \frac{f(x)+f(y)}{3}$ ,  $f(0) = 3$  and  $f'(0) = 3$ , then which of the following is correct ?

- (A)  $\frac{f(x)}{x}$  is differentiable in  $\mathbb{R}$  (B)  $f(x)$  is continuous but not differentiable in  $\mathbb{R}$   
 (C)  $f(x)$  is continuous in  $\mathbb{R}$  (D) None

माना  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  एक फलन इस प्रकार है कि  $f\left(\frac{x+y}{3}\right) = \frac{f(x)+f(y)}{3}$ ,  $f(0) = 3$  एवं  $f'(0) = 3$ , तो :-

- (A)  $\frac{f(x)}{x}$ ,  $\mathbb{R}$  में अवकलनीय (B)  $f(x)$ ,  $\mathbb{R}$  में संतत लेकिन अवकलनीय नहीं  
 (C)  $f(x)$ ,  $\mathbb{R}$  में संतत (D) कोई नहीं

**Ans. C**

**Sol.** Given  $f\left(\frac{x+y}{3}\right) = \frac{f(x)+f(y)}{3}$

Replacing  $x$  by  $3x$  and  $y$  by zero,

$$\text{then } f(x) = \frac{f(3x) + f(0)}{3}$$

$$\Rightarrow f(3x) - 3f(x) = -f(0)$$

$$\begin{aligned} \text{and } f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f\left(\frac{3x+3h}{3}\right) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{f(3x)+f(3h)}{3} - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3x) + f(3h) - 3f(x)}{3h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3h) - f(0)}{3h} \quad [\text{from Eq. (i)}] = f'(0) = 3 \end{aligned}$$

$$\therefore f(x) = 3x + c$$

$$\Rightarrow f(0) = 0 + c = 3$$

$$\therefore c = 3$$

$$\text{Then, } f(x) = 3x + 3$$

Hence,  $f(x)$  is continuous and differentiable everywhere.

14. If  $f(x) + f(y) = f\left(\frac{x+y}{1-xy}\right)$  for all  $x, y \in \mathbb{R}$  and  $xy \neq 1$  and  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 2$ , then the value of  $\frac{1500}{\pi} \frac{f(\sqrt{3})}{f'(-2)}$  must be :-

यदि  $f(x) + f(y) = f\left(\frac{x+y}{1-xy}\right)$  for all  $x, y \in \mathbb{R}$  तथा  $xy \neq 1$  एवं  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 2$ , तो  $\frac{1500}{\pi} \frac{f(\sqrt{3})}{f'(-2)}$  का मान होगा :-

- (A) 2000 (B) 2500 (C) 3000 (D) 3500

**Ans. B**

**Sol.** Given  $f(x) + f(y) = f\left(\frac{x+y}{1-xy}\right)$

Putting  $x = 0, y = 0$ , we get  $f(0) = 0$  .....(i)

and putting  $y = -x$ , we get

$$f(x) + f(-x) = f(0) = 0$$

$$\therefore f(x) = -f(-x) \quad \dots \dots (ii)$$

$$\begin{aligned} \text{Now, } f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) + f(-x)}{h} \quad [\text{from Eq. (ii)}] \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f\left(\frac{x+h-x}{1+(x+h)x}\right)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f\left(\frac{h}{1+x^2+xh}\right)}{\left(\frac{h}{1+x^2+xh}\right) \cdot (1+x^2+xh)} \end{aligned}$$

$$f'(x) = \frac{2}{1+x^2} \quad \left( \because \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 2 \right)$$

$$\therefore f'(-2) = \frac{2}{1+4} = \frac{2}{5}$$

$$\text{and } f(x) = 2 \tan^{-1} x + c$$

$$f(0) = 0 + c = 0 \quad \therefore c = 0$$

$$f(x) = 2 \tan^{-1} x$$

$$\Rightarrow f(\sqrt{3}) = 2 \tan^{-1} \sqrt{3} = \frac{2\pi}{3}$$

$$\therefore \frac{1500}{\pi} \cdot \frac{f(\sqrt{3})}{f'(-2)} = \frac{1500}{\pi} \cdot \frac{\frac{2\pi}{3}}{\frac{2}{5}} = \frac{1500}{\pi} \cdot \frac{5\pi}{3} = 2500$$

15. Area enclosed between the curves  $|y| = 1 - x^2$  and  $x^2 + y^2 = 1$  is

(A)  $\frac{3\pi - 8}{3}$  sq. units

(B)  $\frac{\pi - 8}{3}$  sq. units

(C)  $\frac{2\pi - 8}{3}$  sq. units

(D) None of these

वक्र  $|y| = 1 - x^2$  तथा  $x^2 + y^2 = 1$  द्वारा परिबद्ध क्षेत्रफल है-

(A)  $\frac{3\pi - 8}{3}$  वर्ग इकाई

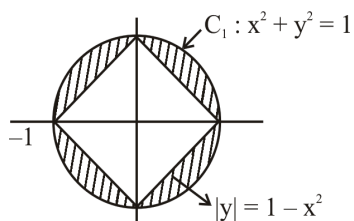
(B)  $\frac{\pi - 8}{3}$  वर्ग इकाई

(C)  $\frac{2\pi - 8}{3}$  वर्ग इकाई

(D) इनमें से कोई नहीं

**Ans. A**

**Sol.**



$$\text{Area} = 4 \int_0^1 \sqrt{1 - x^2} - (1 - x^2) dx$$

$$= \frac{3\pi - 8}{3} \text{ sq. units.}$$

16. The solution of  $\frac{dy}{dx} = \sin(x+y) + \cos(x+y)$  is

$$\frac{dy}{dx} = \sin(x+y) + \cos(x+y) \text{ का हल है-}$$

- (A)  $\log \left[ 1 + \tan \left( \frac{x+y}{2} \right) \right] + c = 0$  (B)  $\log \left[ 1 + \tan \left( \frac{x+y}{2} \right) \right] = x + c$   
 (C)  $\log \left[ 1 - \tan \left( \frac{x+y}{2} \right) \right] = x + c$  (D) None of these

**Ans. B**

**Sol.**

$$\text{Put } x + y = t$$

$$1 + \frac{dy}{dx} = \frac{dt}{dx} \Rightarrow \frac{dt}{dx} - 1 = \sin t + \cos t$$

$$\Rightarrow \int \frac{dt}{1 + \sin t + \cos t} = \int dx \Rightarrow \int \frac{dt}{1 + \frac{2 \tan \frac{t}{2}}{1 + \tan^2 \frac{t}{2}} + \frac{1 - \tan^2 \frac{t}{2}}{1 + \tan^2 \frac{t}{2}}} = \int dx$$

$$\Rightarrow \int \frac{\sec^2 \left( \frac{t}{2} \right) dt}{2 + 2 \tan \left( \frac{t}{2} \right)} = \int dx$$

$$\text{Put } \left( 1 + \tan \left( \frac{t}{2} \right) \right) = u \Rightarrow \frac{2}{2} \int \frac{du}{u} = \int dx$$

$$\Rightarrow \ln \left( 1 + \tan \frac{t}{2} \right) = x + C \Rightarrow \ln \left[ 1 + \tan \frac{(x+y)}{2} \right] = x + C$$

17. If  $f(x) = \int_0^x \sin^4 t \, dt$ , then  $f(x + \pi)$  is equal to:-

$$\text{यदि } f(x) = \int_0^x \sin^4 t \, dt, \text{ तो } f(x + \pi) \text{ बराबर है :-}$$

- (A)  $f(\pi)$  (B)  $f(x)$  (C)  $f(x) + f(\pi)$  (D)  $f(x) \cdot f(\pi)$

**Ans. C**

**Sol.**

$$f(x + \pi) = \int_0^{x+\pi} \sin^4 t \, dt = \int_0^x \sin^4 t \, dt + \int_x^{x+\pi} \sin^4 t \, dt$$

$$= \int_0^x \sin^4 t \, dt + \int_0^\pi \sin^4 t \, dt = f(x) + f(\pi)$$

$$(\because \int_x^{x+\pi} \sin^4 t + \int_0^\pi \sin^4 t \, dt \text{ as } \sin^4 t \text{ is periodic function with period } \pi.)$$

18. If the shortest distance between the line  $\vec{r} = (-\hat{i} + 3\hat{k}) + \lambda(\hat{i} - \hat{a}\hat{j})$  and  $\vec{r} = (-\hat{j} + 2\hat{k}) + \mu(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$  is  $\sqrt{\frac{2}{3}}$ , then the integral value of  $a$  is equal to

यदि रेखाओं  $\vec{r} = (-\hat{i} + 3\hat{k}) + \lambda(\hat{i} - \hat{a}\hat{j})$  तथा  $\vec{r} = (-\hat{j} + 2\hat{k}) + \mu(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$  के मध्य लघुतम दूरी  $\sqrt{\frac{2}{3}}$  है तो 'a' का पूर्णांक मान है।

- (A) 1 (B) -1 (C) 2 (D) 4

Ans. C

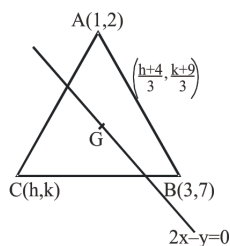
19. Given A(1,2) & B(3,7) are two vertices of the  $\Delta ABC$ . If the locus of centroid of  $\Delta ABC$  is  $2x - y = 0$  then the minimum distance between the locus of the vertex C from the line  $2x - y = 0$  is-

दिया है A(1,2) तथा B(3,7) त्रिभुज ABC के दो शीर्ष हैं। यदि त्रिभुज ABC के केन्द्रक का बिन्दुपथ  $2x - y = 0$  हो, तो शीर्ष C के बिन्दुपथ की, रेखा  $2x - y = 0$  से न्यूनतम दूरी होगी -

- (A) 0 (B) 1 (C)  $\frac{2}{\sqrt{5}}$  (D)  $\frac{1}{\sqrt{5}}$

Ans. D

Sol.



Let vertex C is (h, k)

$$\therefore \text{Centroid} = \left( \frac{h+4}{3}, \frac{k+9}{3} \right)$$

Centroid lies on the line  $2x - y = 0$

$$\therefore \frac{2h+8}{3} = \frac{k+9}{3} \Rightarrow \text{Locus of C is } 2x - y = 1$$

$$\therefore \text{Minimum distance} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

20. The co-ordinates of a point on the parabola  $y^2 = 8x$  whose focal distance is 4 is :

परवलय  $y^2 = 8x$  पर स्थित बिन्दु के निर्देशांक जिसकी नाभिय दूरी 4 हो, होंगे :-

- (A) (2,  $\pm 4$ ) (B) ( $\pm 2$ , 4) (C) (-2,  $\pm 4$ ) (D) ( $\pm 2$ , -4)

Ans. A

Sol.  $y^2 = 8x$ ,  $a = 2$

$$\text{Focal distance} = |x| + 9 = 4$$

$$|x| = 2$$

$$x = 2, y^2 = 16, y = \pm 4$$

SECTION-II : (Maximum Marks: 20)

This section contains 05 questions.

The answer to each question is a Numerical Value.

For each question, enter the correct integer value (In case of non-integer value, the answer should be rounded off to the nearest Integer).

Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:

Full Marks : +4 If correct answer is entered.

Zero Marks : 0 If the question is unanswered.

Negative Marks : -1 If wrong answer is entered.

खण्ड-II : (अधिकतम अंक: 20)

इस खंड में 05 प्रश्न हैं।

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर संख्यात्मक मान (Numerical Value) है।

प्रत्येक प्रश्न के लिए, सही पूर्णांक मान दर्ज करें (दशमलव संकेतन में, उत्तर को निकटतम पूर्णांक में लिखा जाना चाहिए।)

प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंकन योजना के अनुसार किया जाएगा:

पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर दर्ज किया गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी उत्तर दर्ज नहीं किया गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत उत्तर दर्ज किया गया है।

1. If  $0 < A < \pi/2$  and  $\sin A + \cos A + \tan A + \cot A + \sec A + \operatorname{cosec} A = 7$  and  $\sin A$  and  $\cos A$  are roots of equation  $4x^2 - 3x + a = 0$ . Then value of  $25a$  is :-

यदि  $0 < A < \pi/2$  तथा  $\sin A + \cos A + \tan A + \cot A + \sec A + \operatorname{cosec} A = 7$  तथा  $\sin A$  एवं  $\cos A$  समीकरण

$4x^2 - 3x + a = 0$  के मूल हैं। तब  $25a$  का मान है :-

Ans. 28

Sol.

$$\sin A + \cos A = 3/4 \quad \dots (1)$$

$$\sin A \cos A = a/4 \quad \dots (2)$$

$$\therefore \sin A + \cos A + \tan A + \cot A + \sec A + \operatorname{cosec} A = 7$$

$$(\sin A + \cos A) + \left( \frac{1}{\sin A \cos A} \right) + \left( \frac{\sin A + \cos A}{\sin A \cos A} \right) = 7$$

put the value from (1) and (2)

$$\frac{3}{4} + \frac{4}{a} + \frac{3}{a} = 7$$

$$2a + 28 = 28a$$

$$25a = 28$$

2. For real numbers  $\alpha$  and  $\beta$ , consider the following system of linear equations :

$x + y - z = 2$ ,  $x + 2y + \alpha z = 1$ ,  $2x - y + z = \beta$ . If the system has infinite solutions, then  $\alpha + \beta$  is equal to.

यदि  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  हो तथा समीकरण निकाय  $x + y - z = 2$ ,  $x + 2y + \alpha z = 1$ ,  $2x - y + z = \beta$  के अनन्त हल हो तो  $\alpha + \beta$  का मान होगा।

**Ans. 5**

**Sol.** For infinite solutions

$$\Delta = \Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 = 0$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & \alpha \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & \alpha \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Delta = 3(2 + \alpha) = 0 \Rightarrow \alpha = -2$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 2 & \beta & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$1(1 + 2\beta) - 2(1 + 4) - (\beta - 2) = 0$$

$$\beta - 7 = 0$$

$$\beta = 7$$

$$\therefore \alpha + \beta = 5 \text{ Ans}$$

3. Number of integral values of parameter  $\lambda$  for which  $f(x) = 2x^3 - 3(2 + \lambda)x^2 + 12\lambda x + \log(16 - \lambda^2)$  has exactly one local maxima & one local minima is :

प्राचल  $\lambda$  के पूर्णांक मानों की संख्या जिसके लिए  $f(x) = 2x^3 - 3(2 + \lambda)x^2 + 12\lambda x + \log(16 - \lambda^2)$  का ठीक एक स्थानीय उच्चिष्ठ तथा एक स्थानीय निम्निष्ठ होगा।

**Ans. 6**

**Sol.**  $f'(x) = 6x^2 - 6(2 + \lambda)x + 12\lambda$  &  $16 - \lambda^2 > 0$

$$f'(x) = 6(x^2 + (2 + \lambda)x + 2\lambda) \text{ & } \lambda \in (-4, 4) = 6(x - \lambda)(x - 2)$$

for different max & minima  $\lambda \neq 2$

$$\Rightarrow \lambda = \pm 3, -2, \pm 1, 0$$

has exactly one local max & one local minima

4. Let  $I_1 = \int_0^1 \cot^{-1}(1-x+x^2) dx$  and  $I_2 = \int_0^1 \tan^{-1}x dx$ . Then  $I_1/I_2$  :-

यदि  $I_1 = \int_0^1 \cot^{-1}(1-x+x^2) dx$  तथा  $I_2 = \int_0^1 \tan^{-1}x dx$  तो  $I_1/I_2$  :-

**Ans. 2**

**Sol.**

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_0^1 \cot^{-1}(1-x+x^2) dx = \int_0^1 \tan^{-1} \frac{x-(x-1)}{1+x(x-1)} dx \\ &= \int_0^1 \tan^{-1}x dx - \int_0^1 \tan^{-1}(x-1) dx \\ &= \int_0^1 \tan^{-1}x dx - \int_0^1 \tan^{-1}(1-x-1) dx \\ &= \int_0^1 \tan^{-1}x dx + \int_0^1 \tan^{-1}x dx = 2 \int_0^1 \tan^{-1}x dx \Rightarrow I_1 = 2I_2 \quad \therefore I_1/I_2 = 2 \end{aligned}$$

5. If the foci of the ellipse  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  and the hyperbola  $\frac{x^2}{144} - \frac{y^2}{81} = \frac{1}{25}$  coincide, then the value of  $b^2$  is :-

यदि दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  तथा अतिपरवलय  $\frac{x^2}{144} - \frac{y^2}{81} = \frac{1}{25}$  की नाभियाँ सम्पाती हो तो  $b^2$  का मान है :-

**Ans. 16**

**Sol.**

$$a_1 e_1 = a_2 e_2$$

$$a_1^2 \left( 1 - \frac{b_1^2}{a_1^2} \right) = a_2^2 \left( 1 + \frac{b_2^2}{a_2^2} \right)$$

$$a_1^2 - b_1^2 = a_2^2 + b_2^2$$

$$25 - b^2 = \frac{144}{25} + \frac{81}{25}$$

$$25 - b^2 = 9$$

$$b^2 = 16$$



