



DISTANCE LEARNING PROGRAMME

(Academic Session : 2024 - 2025)

JEE(Main)
TEST # 03
19-01-2025

JEE(Main) : LEADER TEST SERIES / JOINT PACKAGE COURSE

Time : 3 Hours

12th Undergoing/Pass Students

Maximum Marks : 300

Test Type : Major Test

READ THE INSTRUCTIONS CAREFULLY / कृपया इन निर्देशों को ध्यान से पढ़ें

Important Instructions :

- Immediately fill in the form number on this page of the Test Booklet with Blue/Black Ball Point Pen. Use of pencil is strictly prohibited.
- The candidates should not write their Form Number anywhere else (except in the specified space) on the Test Booklet/Answer Sheet.
- The Test Booklet consists of **75** questions.
- There are **three** parts in the question paper 1,2,3 consisting of **Physics, Chemistry and Mathematics** having **25 questions** in each subject and each subject having **Two sections**.
(i) **Section-I** contains 20 **multiple choice** questions with **only one correct** option.
Marking scheme : +4 for correct answer, 0 if not attempted and -1 in all other cases.
(ii) **Section-II** contains 05 **Numerical Value Type** questions.
Marking scheme : +4 for correct answer, 0 if not attempted and -1 in all other cases.
- No candidate is allowed to carry any textual material, printed or written, bits of papers, mobile phone any electronic device etc, except the Identity Card inside the examination hall/room.
- Rough work is to be done on the space provided for this purpose in the Test Booklet only.
- On completion of the test, the candidate must hand over the Answer Sheet to the invigilator on duty in the Room/Hall. **However, the candidates are allowed to take away this Test Booklet with them.**
- Do not fold or make any stray marks on the Answer Sheet.**
- Take $g = 10 \text{ m/s}^2$ unless otherwise stated.**

महत्वपूर्ण निर्देश :

- परीक्षा पुस्तिका के इस पृष्ठ पर आवश्यक विवरण नीले/काले बॉल पाइंट पेन से तत्काल भरें। पेन्सिल का प्रयोग बिल्कुल वर्जित है।
- परीक्षार्थी अपना फार्म नं. (निर्धारित जगह के अतिरिक्त) परीक्षा पुस्तिका/उत्तर पत्र पर कहीं और न लिखें।
- इस परीक्षा पुस्तिका में **75** प्रश्न हैं।
- इस परीक्षा पुस्तिका में तीन भाग 1, 2, 3 हैं, जिसके प्रत्येक भाग में **भौतिक विज्ञान, रसायन विज्ञान एवं गणित के 25 प्रश्न** हैं और प्रत्येक विषय में 2 खण्ड हैं।
(i) **खण्ड-I** में 20 **बहुविकल्पीय** प्रश्न हैं। जिनके **केवल एक** विकल्प सही है।
अंक योजना : +4 सही उत्तर के लिए, 0 प्रयास नहीं करने पर तथा -1 अन्य सभी अवस्थाओं में।
(ii) **खण्ड-II** में 05 **संख्यात्मक मान** प्रकार के प्रश्न हैं।
अंक योजना : +4 सही उत्तर के लिए, 0 प्रयास नहीं करने पर तथा -1 अन्य सभी अवस्थाओं में।
- परीक्षार्थी द्वारा परीक्षा कक्ष/हॉल में परिचय पत्र के अलावा किसी भी प्रकार की पाठ्य सामग्री मुद्रित या हस्तलिखित कागज की पर्चियों, मोबाइल फोन या किसी भी प्रकार के इलेक्ट्रॉनिक उपकरणों या किसी अन्य प्रकार की सामग्री को ले जाने या उपयोग करने की अनुमति नहीं है।
- रफ कार्य परीक्षा पुस्तिका में केवल निर्धारित जगह पर ही कीजिये।
- परीक्षा समाप्त होने पर, परीक्षार्थी कक्ष/हॉल छोड़ने से पूर्व उत्तर पत्र कक्ष निरीक्षक को अवश्य सौंप दें। **परीक्षार्थी अपने साथ इस परीक्षा पुस्तिका को ले जा सकते हैं।**
- उत्तर पत्र को न मोड़ें एवं न ही उस पर अन्य निशान लगाएं।
- $g = 10 \text{ m/s}^2$ प्रयुक्त करें, जब तक कि अन्य कोई मान नहीं दिया गया हो।

Name of the Candidate (in Capitals) _____

परीक्षार्थी का नाम (बड़े अक्षरों में) :

Form Number : in figures _____

फॉर्म नम्बर : अंकों में _____

: in words _____

: शब्दों में _____

Centre of Examination (in Capitals) : _____

परीक्षा केन्द्र (बड़े अक्षरों में) :

Candidate's Signature : _____

परीक्षार्थी के हस्ताक्षर :

Invigilator's Signature : _____

निरीक्षक के हस्ताक्षर :

Your Target is to secure Good Rank in JEE(Main) 2025

ALLEN CAREER INSTITUTE Pvt. Ltd.

Registered & Corporate Office : 'SANKALP', CP-6, Indra Vihar, Kota (Rajasthan) INDIA-324005

Ph. : +91-744-3556677, +91-744-2757575 | E-mail : dlp@allen.in | Website : www.dlp.allen.ac.in, dsat.allen.ac.in

DO NOT BREAK THE SEALS WITHOUT BEING INSTRUCTED TO DO SO BY THE INVIGILATOR / निरीक्षक के अनुदेशों के बिना मुहरें न तोड़ें

For More Material Join: @JEEAdvanced_2025

PART-1 : PHYSICS

भाग-1 : भौतिक विज्ञान

SECTION-I : (Maximum Marks: 80)

This section contains **20 questions**. Each question has 4 options for correct answer. Multiple-Choice Questions (MCQs) **Only one option is correct**. For each question, marks will be awarded as follows:

Full Marks : +4 If correct answer is selected.

Zero Marks : 0 If none of the option is selected.

Negative Marks : -1 If wrong option is selected.

खण्ड-I : (अधिकतम अंक: 80)

इस खंड में **20 प्रश्न** हैं। प्रत्येक प्रश्न में सही उत्तर के लिए 4 विकल्प हैं। बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQs) **केवल एक विकल्प सही** है। प्रत्येक प्रश्न के लिए, अंक निम्नानुसार दिए जाएंगे:

पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर चुना गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत विकल्प चुना गया है।

1. A point source of light is used in a photoelectric effect. If the source is moved farther from the emitting metal, the stopping potential :
(A) will increase
(B) will decrease
(C) will remain constant
(D) will either increase or decrease

प्रकाश के एक बिन्दु स्रोत का उपयोग प्रकाश विद्युत प्रभाव में किया जाता है। यदि स्रोत को बाद में उत्सर्जित धातु से दूर ले जाया जाता है, निरोधी विभव-

- (A) बढ़ेगा
- (B) घटेगा
- (C) नियत रहेगा
- (D) या तो बढ़ेगा या घटेगा।

Ans. C

Sol. Only intensity will decrease

No change in frequency.

2. If particle of mass 'm' and charge 'q' is accelerated by a potential difference of 50 V, the de-broglie wavelength found is λ . Now if mass is doubled keeping the charge same and accelerated by a potential difference of 2500V, then the de-broglie wave length found is:

यदि 'm' द्रव्यमान एवं 'q' आवेश के कण को 50 V के विभवांतर से त्वरित किया जाता है तो दी-ब्रोग्ली तरंगदैर्घ्य λ पायी जाती है। अब यदि आवेश को समान रखते हुए द्रव्यमान को दोगुना किया जाता है एवं 2500 V के विभवांतर से त्वरित किया जाता है तो दी-ब्रोग्ली तरंग लम्बाई पायी जाती है।

- (A) 0.1λ (B) $(\sqrt{2})\lambda$ (C) 10λ (D) $10\sqrt{2} \lambda$

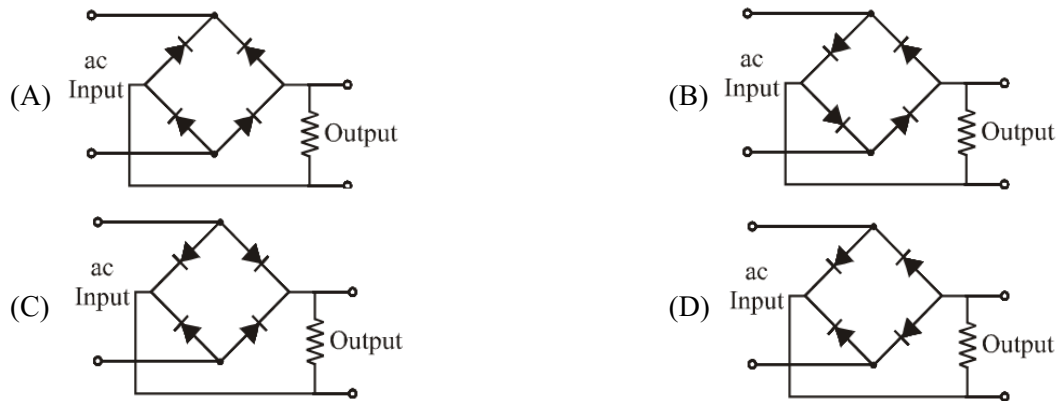
Ans. A

Sol. Kinetic energy acquired by charge $k = qv$

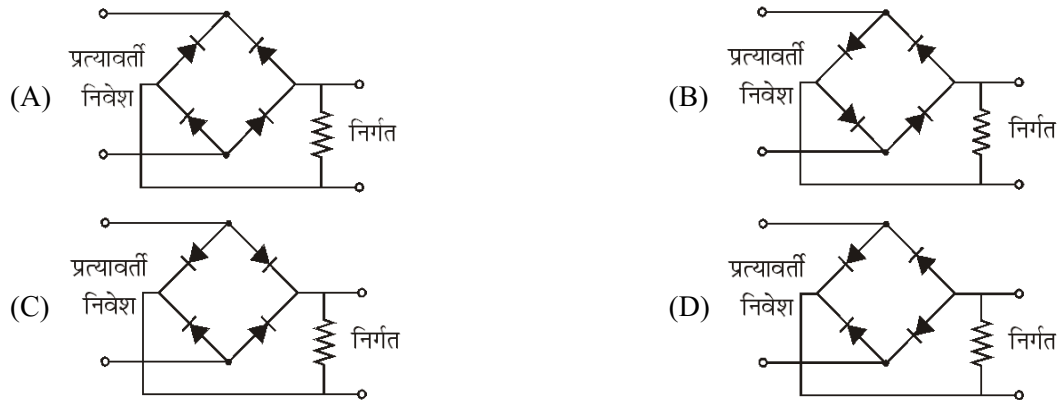
$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mk}} = \frac{h}{\sqrt{2mqv}}$$

$$\frac{\lambda_f}{\lambda_i} = \sqrt{\left(\frac{m_i}{m_f}\right) \left(\frac{q_i}{q_f}\right) \left(\frac{v_i}{v_f}\right)} = \sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{1}{10} ; \lambda_f = \frac{\lambda}{10}$$

3. Which of the following circuits provides full-wave rectification of an ac input?



निम्न में से कौनसा परिपथ प्रत्यावर्ती निवेश के लिए पूर्ण तरंग दिष्टता प्रदान करता है ?



Ans. D

4. The centre of mass of a non uniform rod of length L whose mass per unit length $\lambda = \left(\frac{Kx^2}{L} \right)$ where K is a constant and x is the distance from one end is :-

L लम्बाई के एक असमान छड़ जिसका द्रव्यमान प्रति एकांक लम्बाई $\lambda = \left(\frac{Kx^2}{L} \right)$ है जहाँ K एक अचर व x एक सिरे से दूरी है। इस छड़ का द्रव्यमान केन्द्र होगा :-

- (A) $\frac{3L}{4}$ (B) $\frac{L}{8}$ (C) $\frac{L}{K}$ (D) $\frac{3L}{K}$

Ans. A

Sol.
$$X_{cm} = \frac{\int x \cdot dm}{\int dm}$$

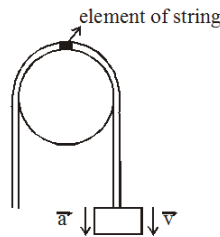
Mass per unit length $\frac{dm}{dx} = \lambda = \frac{Kx^2}{L}$

$$dm = \frac{Kx^2 dx}{L}$$

$$X_{cm} = \frac{\int_0^L x \left(\frac{Kx^2}{L} \right) dx}{\int_0^L \frac{Kx^2}{L} dx} \equiv \frac{3L}{4}$$

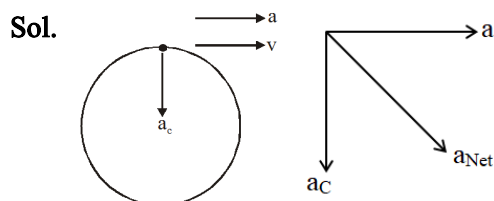
5. Figure shows a real string on a real pulley. The string runs on the pulley without slipping as shown in figure. The direction of resultant force on an element shown in figure on the string may be :-

चित्र में एक वास्तविक घिरनी पर एक वास्तविक रस्सी दर्शायी गयी है। रस्सी घिरनी पर बिना फिसल गति करती है। चित्रानुसार रस्सी पर दर्शाये गये ब्लॉक पर परिणामी बल की दिशा हो सकती है।



- (A) (B) (C) (D)

Ans. C



6. The ratio of the lengths of two wires A and B of same material is 1 : 2 and the ratio of their diameter is 2 : 1. They are stretched by the same force, then the ratio of increase in length will be :—

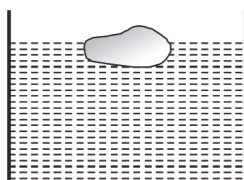
एक ही पदार्थ के दो तारों A एवं B की लम्बाई का अनुपात 1 : 2 है और उनके व्यास का अनुपात 2 : 1 है। इन्हें समान बल से खींचा जाए तो लम्बाई में वृद्धि का अनुपात होगा।

- (A) 2 : 1 (B) 1 : 4 (C) 1 : 8 (D) 8 : 1

Ans. C

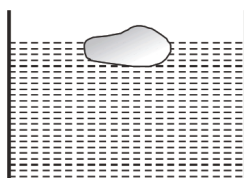
Sol. $\ell = \frac{FL}{AY} \Rightarrow \ell \propto \frac{L}{d^2}$
 $\Rightarrow \frac{\ell_1}{\ell_2} = \frac{L_1}{L_2} \times \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{8}$

7. A body floats in a liquid contained in a beaker. The whole system as shown falls freely under gravity. The upthrust on the body due to the liquid is :—



- (A) Zero
 (B) Equal to the weight of the liquid displaced
 (C) Equal to the weight to the body in air
 (D) Equal to the weight of the immersed portion of the body

किसी बीकर में रेख द्रव में कोई पिण्ड तैर रहा है। सम्पूर्ण निकाय (चित्रानुसार) गुरुत्व के अधीन मुक्त रूप से गिर रहा है। द्रव के कारण पिण्ड पर उत्प्लावक बल होगा :-



- (A) शून्य
 (B) प्रतिस्थापित द्रव के भार के तुल्य
 (C) वायु में पिण्ड के भार के तुल्य
 (D) पिण्ड के द्रव में डूबे भाग के भार के तुल्य

Ans. A

Sol. Upthrust = $V\rho_{\text{liquid}} (g - a)$

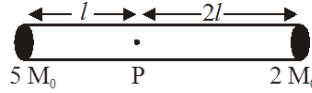
Where, a = downward acceleration,

V = volume of liquid displaced

But for free fall a = g \therefore Upthrust = 0

8. A rigid massless rod of length 3ℓ has two masses attached at each end as shown in the figure. The rod is pivoted at point P on the horizontal axis (see figure). When released from initial horizontal position, its instantaneous angular acceleration will be :-

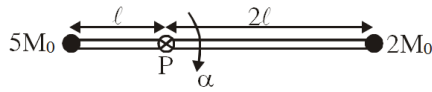
लम्बाई 3ℓ वाली एक दृढ़ द्रव्यमानहीन छड़ के सिरो पर दो द्रव्यमानों को चित्रानुसार जोड़ा गया है। छड़ को क्षैतिज अक्ष पर बिन्दु P पर कीलक्रीत किया गया है। जब इसे प्रारंभिक क्षैतिज स्थिति से छोड़ा जाता है तो इसका तात्क्षणिक कोणीय त्वरण होगा :-



- (A) $\frac{g}{2\ell}$ (B) $\frac{7g}{3\ell}$ (C) $\frac{g}{13\ell}$ (D) $\frac{g}{3\ell}$

Ans. C

Sol.



Applying torque equation about point P.

$$5M_0gL - (2M_0)^2L \times g = I\alpha$$

$$\Rightarrow 5M_0gL - 4M_0gL = I\alpha$$

$$M_0gL = [(5M_0)L^2 + (2M_0)(4L^2)] \times \alpha$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{g}{13L}$$

9. A car is fitted with a convex side-view mirror of focal length 20 cm. A second car 2.8 m behind the first car is overtaking the first car at a relative speed of 15 m/s. The speed of the image of the second car as seen in the mirror of the first one is :-

एक कार में 20 cm फोकस दूरी का पार्श्व-दर्शन उत्तल दर्पण लगा हुआ है। 2.8 m पीछे एक दूसरी कार पहली कार को 15 m/s की आपेक्षिक चाल से गति कर पकड़ती है। पहली कार के दर्पण में देखी गई दूसरी कार के प्रतिबिम्ब की चाल है :-

- (A) 10 m/s (B) 15 m/s (C) $\frac{1}{10}$ m/s (D) $\frac{1}{15}$ m/s

Ans. D

10. A train is moving with 34 m/s towards a stationary observer. Train sound their whistle and observer observes its frequency as f_1 . Now the speed of train is decreases to 17 m/s then observed frequency is f_2 . If speed of sound is 340 m/s then the ratio of f_1/f_2 is :-

एक ट्रेन 34 m/s की चाल से एक स्थिर प्रेक्षक की ओर गतिमान है। ट्रेन सीटी बजती है तथा प्रेक्षक द्वारा इसकी प्रेषित आवृत्ति f_1 है। यदि ट्रेन की चाल घटाकर 17 m/s कर दी जाये तो प्रेषित आवृत्ति f_2 है। यदि ध्वनि की चाल 340 m/s हो तो अनुपात f_1/f_2 होगा :-

- (A) 18/19 (B) 1/2 (C) 2 (D) 19/18

Ans. D

Sol.

By using $n' = n \left(\frac{v}{v - v_s} \right)$

$$\Rightarrow f_1 = n \left(\frac{v}{v - v_s} \right) = n \left(\frac{340}{340 - 34} \right) = \frac{340}{306} n$$

$$\text{and } f_2 = n \left(\frac{340}{340 - 17} \right) = n \left(\frac{340}{323} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{323}{306} = \frac{19}{18}$$

11. Two coherent sources of different intensities send waves which interfere. The ratio of the maximum intensity to the minimum intensity is 25. The intensities are in the ratio :-

भिन्न भिन्न तीव्रताओं के दो कला सम्बन्ध स्रोत तरंगे भेजते हैं जिनका व्यतिकरण होता है। उच्चतम तीव्रता व न्यूनतम तीव्रता का अनुपात 25 है। तीव्रताओं के अनुपात है :-

- (A) 25 : 1 (B) 5 : 1 (C) 9 : 4 (D) 625 : 1

Ans. C

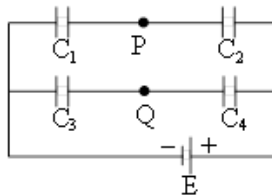
Sol.

$$\frac{a_1 + a_2}{a_1 - a_2} = 5 \Rightarrow a_1 + a_2 = 5(a_1 - a_2)$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{2} \quad \frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{a_1}{a_2} \right)^2 = \frac{9}{4}$$

12. The potential difference between the points P and Q in the adjoining circuit will be :-

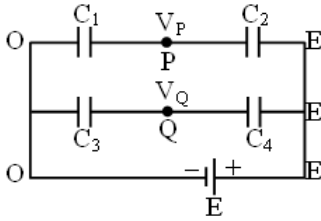
व्यवस्थित चित्र में बिन्दुओं P व Q के बीच विभवान्तर होगा:-



- (A) $\frac{(C_1 C_4 - C_2 C_3)E}{(C_1 + C_3)(C_2 + C_4)}$ (B) $\frac{C_2 C_3 E}{C_1 C_2 (C_3 + C_4)}$
- (C) $\frac{(C_2 C_3 - C_1 C_4)E}{(C_1 + C_2)(C_3 + C_4)}$ (D) $\frac{(C_2 C_3 - C_1 C_4)E}{(C_1 + C_2 + C_3 + C_4)}$

Ans. C

Sol.



C_1 and C_2 are in series, charge on each will remain same.

$$(V_p - 0) \cdot C_1 = (E - V_p) C_2$$

$$V_p = \frac{C_2 E}{C_1 + C_2}$$

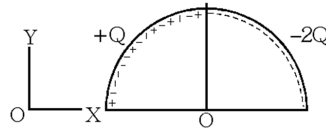
C_3 & C_4 are in series, charge on each will remain same,

$$(V_q - 0) \cdot C_3 = (E - V_q) C_4$$

$$V_q = \frac{C_4 E}{C_3 + C_4}$$

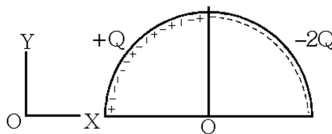
$$\text{Hence } V_p - V_q = \frac{(C_2 C_3 - C_1 C_4) E}{(C_1 + C_2)(C_3 + C_4)}$$

13. A wire, of length L is bent into a semi-circular arc. If the two equal halves of the arc, were one side to be uniformly charge $+Q$ and another side to be uniformly charge $-2Q$ where ϵ_0 is the permittivity (in SI units) of free space the net electric field at the centre O of the semi-circular arc would be :



- (A) $\frac{\sqrt{5}Q}{\epsilon_0 L^2}$ (B) $\frac{\sqrt{5}Q}{\sqrt{2} \epsilon_0 L^2}$ (C) $\frac{\sqrt{2}Q}{\pi \epsilon_0 L^2}$ (D) None of these

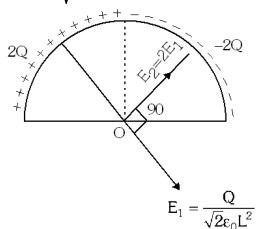
L लम्बाई के एक तार को अर्द्धवृत्ताकार चाप में मोड़ा गया है। यदि विद्युत चाप के दो बराबर भागों, एक तरफ समान रूप से आवेश $+Q$ तथा दूसरी तरफ समान रूप से आवेश $-2Q$ दिया जाता है जहाँ ϵ_0 मुक्त स्थान की परागम्यता (SI इकाई में) होती है। अर्द्धवृत्ताकार चाप के केन्द्र O पर कुल विद्युत क्षेत्र होगा-



- (A) $\frac{\sqrt{5}Q}{\epsilon_0 L^2}$ (B) $\frac{\sqrt{5}Q}{\sqrt{2} \epsilon_0 L^2}$ (C) $\frac{\sqrt{2}Q}{\pi \epsilon_0 L^2}$ (D) इनमें से कोई नहीं

Ans. B

Sol. $E_0 = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}$



$$= \frac{\sqrt{5}Q}{\sqrt{2} \epsilon_0 L^2} = \frac{\sqrt{5}Q}{\sqrt{2} \epsilon_0 L^2}$$

14. A plane electromagnetic wave of frequency 25 GHz is propagating in vacuum along the z-direction. At a particular point in space and time, the magnetic field is given by $\vec{B} = 5 \times 10^{-8} \hat{j}$ T. The corresponding electric field \vec{E} is (speed of light $c = 3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$)

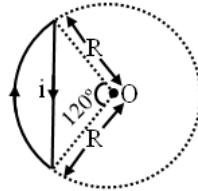
25 GHz आवृत्ति की एक समतल विद्युत-चुम्बकीय तरंग निर्वात में z-दिशा में चल रही है। यदि किसी एक समय पर एक स्थान पर तरंग का चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B} = 5 \times 10^{-8} \hat{j}$ T हो तो वहाँ पर उस समय विद्युत क्षेत्र \vec{E} होगा: (प्रकाश की गति $c = 3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$)

- (A) $1.66 \times 10^{-16} \hat{i} \text{ V/m}$ (B) $15 \hat{i} \text{ V/m}$
(C) $-1.66 \times 10^{-16} \hat{i} \text{ V/m}$ (D) $-15 \hat{i} \text{ V/m}$

Ans. B

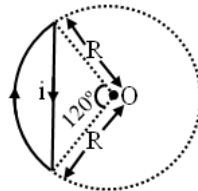
Sol. $E = \vec{B} \times \vec{V}$
 $= (5 \times 10^{-8} \hat{j}) \times (3 \times 10^8 \hat{k}) = 15 \hat{i} \text{ V/m}$

15. Net magnetic field at the centre O of circle due to current carrying loop as shown in figure is :-



- (A) $\frac{\mu_0 i}{6\pi R} (3\sqrt{3} - \pi)$ (B) $\frac{\mu_0 i}{6R} (3\sqrt{3} - \pi)$ (C) $\frac{\mu_0 i}{2\pi R} (\sqrt{3} - \pi)$ (D) None of these

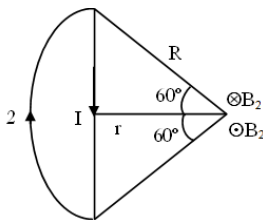
दिये गये चित्र में धारावाही लूप के कारण वृत्त के केन्द्र O पर कुल चुम्बकीय क्षेत्र है :-



- (A) $\frac{\mu_0 i}{6\pi R} (3\sqrt{3} - \pi)$ (B) $\frac{\mu_0 i}{6R} (3\sqrt{3} - \pi)$ (C) $\frac{\mu_0 i}{2\pi R} (\sqrt{3} - \pi)$ (D) इनमें से कोई नहीं

Ans. A

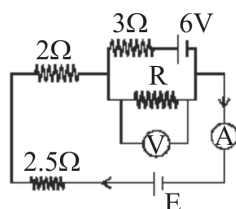
Sol. $r = R \cos 60^\circ$



$$B_{\text{net}} = B_1 - B_2 = \frac{\mu_0 i}{4\pi r} (\sin \alpha + \sin \beta) - \frac{\mu_0 i}{2r} \left(\frac{\theta}{2\pi} \right)$$

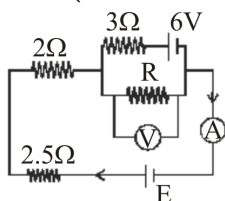
$$= \frac{\mu_0 i (\sin 60^\circ + \sin 60^\circ)}{4\pi R \cos 60^\circ} - \frac{\mu_0 i}{2R} \left(\frac{2\pi/3}{2\pi} \right) = \frac{\mu_0 i \sqrt{3}}{2\pi R} - \frac{\mu_0 i}{6R} = \frac{\mu_0 i}{6\pi R} (3\sqrt{3} - \pi)$$

16. In a circuit, voltmeter reads 3V and the ammeter reads 2A. Then **wrong** option is :-



- (A) the resistance R is 1 ohm
(B) the emf E is 12 V
(C) the current in 3Ω resistor is 1A
(D) the emf E is 9V

एक परिपथ में वोल्टमीटर का पाठ्यांक 3V तथा अमीटर का पाठ्यांक 2A है। तब सही विकल्प **नहीं** है :-



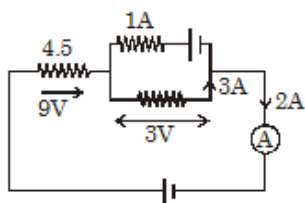
- (A) प्रतिरोध R का मान 1 ओम है।
(B) विद्युत वाहक बल E का मान 12 V है।
(C) प्रतिरोधक 3Ω में धारा का मान 1A है।
(D) विद्युत वाहक बल E का मान 9V है।

Ans. D

Sol. $3 = 6 - i \times 3$

$$i = 1A$$

$$3V = 3 \times R$$



$$R = 1\Omega$$

$$E = 12V$$

17. A liquid with coefficient of volume expansion γ is filled in a container of a material having the coefficient of linear expansion α . If the liquid overflows on heating, then :-

γ आयतन प्रसार गुणांक वाले द्रव को एक बर्तन में भरा गया है जिसका रेखीय प्रसार गुणांक α है। यदि गर्म करने पर द्रव बर्तन से बाहर निकलने लगता है, तो :-

- (A) $\gamma = 3\alpha$ (B) $\gamma > 3\alpha$ (C) $\gamma < 3\alpha$ (D) $\gamma = 3\alpha^3$

Ans. B

Sol. $\gamma_a = \gamma_r - \gamma_g$

$$\text{Here } \gamma_g = 3(\gamma/3) = \gamma$$

$$\therefore \gamma_a = \gamma - 3\alpha$$

If liquid overflows on heating when $\gamma_a > 0$ which is possible when $\gamma > 3\alpha$

18. A 2kg copper block is heated to 500°C and then it is placed on a large block of ice at 0°C . If the specific heat capacity of copper is $400 \text{ J/kg}^{\circ}\text{C}$ and latent heat of fusion of water is $3.5 \times 10^5 \text{ J/kg}$, the amount of ice, that can melt is :-

2kg के एक ताँबे के गुटके को 500°C तक गर्म करके इसे 0°C की बर्फ की बड़ी सिल्ली पर रख दिया जाता है। यदि ताँबे की विशिष्ट ऊष्मा धारिता $400 \text{ J/kg}^{\circ}\text{C}$ तथा बर्फ के गलन की गुप्त ऊष्मा $3.5 \times 10^5 \text{ J/kg}$ है तो पिघलने वाले बर्फ की मात्रा है :-

- (A) $(7/8) \text{ kg}$ (B) $(7/5) \text{ kg}$ (C) $(8/7) \text{ kg}$ (D) $(5/7) \text{ kg}$

Ans. C

Sol. Heat gained by ice = heat lost by copper

$$m \times 3.5 \times 10^5 = 2 \times 400 \times (500 - 0)$$

where, m is the mass of ice melts

$$\text{Thus, } m = \frac{2 \times 400 \times 500}{3.5 \times 10^5} = \frac{8}{7} \text{ kg}$$

19. Figure shows a copper rod joined to a steel rod. The rods have equal length and equal cross-sectional area. The free end of the copper rod is kept at 0°C and that of the steel rod is kept at 100°C . Find the temperature at the junction of the rods. (Conductivity of copper = $390 \text{ W/m}^{\circ}\text{C}$ and that of steel = $46 \text{ W/m}^{\circ}\text{C}$.)

दर्शाये गये चित्र में ताँबे की छड़ को स्टील की छड़ से जोड़ा गया है। छड़ों की लम्बाई समान है और अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल भी समान हैं। ताँबे के मुक्त सिरे का ताप 0°C है तथा स्टील के मुक्त सिरे का ताप 100°C है, तो छड़ों की संधि का ताप ज्ञात कीजिये।
(ताँबे की चालकता = $390 \text{ W/m}^{\circ}\text{C}$ तथा स्टील की चालकता = $46 \text{ W/m}^{\circ}\text{C}$)



- (A) 5.3°C (B) 10.6°C (C) 20.1°C (D) 15°C

Ans. B

Sol. $H_1 = H_2$

$$\frac{46A}{\ell}(100 - \theta) = \frac{390A}{\ell}(\theta - 0)$$

$$\theta = 10.6^{\circ}\text{C}$$

20. At what temperature, the mean kinetic energy of O_2 will be the same for H_2 molecules at -73°C :-

किस तापक्रम पर ऑक्सीजन गैस के अणुओं की औसत गतिज ऊर्जा -73°C पर H_2 के अणुओं की औसत गतिज ऊर्जा के बराबर होगी:-

- (A) 127°C (B) 257°C (C) -73°C (D) -173°C

Ans. C

Sol. Mean kinetic energy of molecule depends upon temperature only. For O_2 it is same as that of H_2 at the same temperature of -73°C .

SECTION-II : (Maximum Marks: 20)

This section contains 05 questions.

The answer to each question is a Numerical Value.

For each question, enter the correct integer value (In case of non-integer value, the answer should be rounded off to the nearest Integer).

Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:

Full Marks : +4 If correct answer is entered.

Zero Marks : 0 If the question is unanswered.

Negative Marks : -1 If wrong answer is entered.

खण्ड-II : (अधिकतम अंक: 20)

इस खंड में 05 प्रश्न हैं।

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर संख्यात्मक मान (Numerical Value) है।

प्रत्येक प्रश्न के लिए, सही पूर्णांक मान दर्ज करें (दशमलव संकेतन में, उत्तर को निकटतम पूर्णांक में लिखा जाना चाहिए।)

प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंकन योजना के अनुसार किया जाएगा:

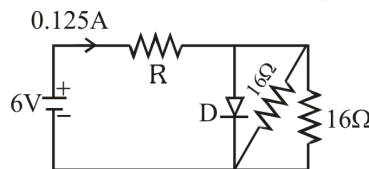
पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर दर्ज किया गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी उत्तर दर्ज नहीं किया गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत उत्तर दर्ज किया गया है।

1. In the given circuit, the diode has a forward resistance of $8\ \Omega$ and infinite backward resistance. The value of R (in ohm) is :-

दिये गये परिपथ में यदि डायोड का अग्र प्रतिरोध $8\ \Omega$ तथा पश्च प्रतिरोध अनन्त हो, तो R का मान (ओम में) होगा :-



Ans. 44

Sol.
$$\frac{6}{0.125} = R + \frac{1}{\left(\frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16}\right)}$$

2. Under a force an object of mass 2 kg moves such that $x = \frac{t^3}{3}$ where x is in metre and t is in second. Work done in first 2 sec is :-

एक बल के अन्तर्गत 2 किग्रा. की वस्तु इस प्रकार गति करती है कि $x = \frac{t^3}{3}$ जहाँ x मीटर में व t second में है। प्रथम दो सेकण्ड में किया कार्य है :-

Ans. 16

Sol. $x = \frac{t^3}{3}$

$\frac{dx}{dt} = t^2$	$dW = Fdx$
$\frac{dv}{dt} = 2t$	$= max$
	$= m2t (t^2 dt)$
	$dW = 4t^3 dt$
	$W = t^4$
	$W_{0-2} = 2^4 - 0 = 16\text{ J}$

3. A large glass slab $\left(\mu = \frac{5}{3}\right)$ of thickness 8 cm is placed over a point source of light on a plane surface. It is seen that light emerges out of the top surface of the slab from a circular area of radius R cm. What is the value of R?

एक समतल सतह पर काँच $\left(\mu = \frac{5}{3}\right)$ का 8 cm मोटाई का एक बड़ा गुटका प्रकाश के एक बिन्दु स्रोत पर रखा है। यह देखा जाता है कि इसके ऊपरी पृष्ठ से प्रकाश R cm त्रिज्या के वृत्ताकार क्षेत्र से बाहर निकलता है। R का मान ज्ञात कीजिए।

Ans. 6

Sol.

$$r = \frac{h}{\sqrt{\mu^2 - 1}}$$

$$= \frac{8}{\sqrt{\left(\frac{5}{3}\right)^2 - 1}} = 6 \text{ meter}$$

4. A coil has resistance 30 ohm and inductive reactance 20 ohm at 50 Hz frequency. If an AC source of 200 volt, 100 Hz is connected across the coil, the current in the coil will be.

50 हर्ट्ज की आवृत्ति पर एक कुण्डली का प्रतिरोध 30 ओम है तथा प्रेरकीय प्रतिघात 20 ओम है। यदि कुण्डली पर 200 वोल्ट 100 हर्ट्ज का प्रत्यावर्ती धारा स्रोत लगा दिया जाए, तो कुण्डली में धारा होगी।

Ans. 4

Sol. Resistance $R = 30\Omega$

Inductive reactance $X_L = 20\Omega$ at 50 Hz

$$X_L = \omega L$$

$$X_L = 2\pi fL$$

$$X_L \propto f$$

$$\frac{X_1}{X_2} = \frac{f_1}{f_2}$$

$$\frac{20}{X_2} = \frac{50}{100} \Rightarrow X_2 = 40\Omega$$

$$\text{Impedance } z = \sqrt{R^2 + (X_2)^2}$$

$$z = \sqrt{(30)^2 + (40)^2} = 50\Omega$$

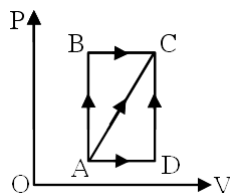
$$\text{Current in the coil } I = \frac{V}{Z} = \frac{200}{50} = 4A$$

5. A thermodynamic process is shown in the figure. The pressures and volumes corresponding to some points in the figure are:

$$P_A = 3 \times 10^4 \text{ Pa}, P_B = 8 \times 10^4 \text{ Pa} \text{ and } V_A = 2 \times 10^{-3} \text{ m}^3, V_D = 5 \times 10^{-3} \text{ m}^3.$$

In process AB, 600 J of heat is added to the system and in process BC, 200 J of heat is added to the system.

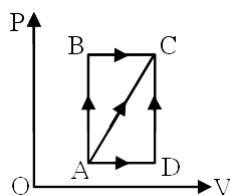
The change in internal energy of the system in process AC would be:- (in J)



ऊष्मागतिक प्रक्रम चित्र में प्रदर्शित है तथा बिन्दुओं के संगत दाब व आयतन दिए x, हैं :

$$P_A = 3 \times 10^4 \text{ पास्कल}, P_B = 8 \times 10^4 \text{ पास्कल} \text{ तथा } V_A = 2 \times 10^{-3} \text{ मी}^3, V_D = 5 \times 10^{-3} \text{ मी}^3.$$

AB प्रक्रम में निकाय को 600 जूल ऊष्मा दी जाती है तथा BC प्रक्रम में निकाय को 200 जूल ऊष्मा दी जाती है। AC प्रक्रम में निकाय की आंतरिक ऊर्जा में परिवर्तन होगा :- (J में)



Ans. 560

Sol. By adjoining graph $W_{AB} = 0$ and

$$W_{BC} = 8 \times 10^4 [5 - 2] \times 10^{-3} = 240 \text{ J}$$

$$\therefore W_{AC} = W_{AB} + W_{BC} = 0 + 240 = 240 \text{ J}$$

$$\text{Now, } \Delta Q_{AC} = \Delta Q_{AB} + \Delta Q_{BC} = 600 + 200 = 800 \text{ J}$$

$$\text{From FLOT } \Delta Q_{AC} = \Delta U_{AC} + \Delta W_{AC}$$

$$\Rightarrow 800 = \Delta U_{AC} + 240 \Rightarrow \Delta U_{AC} = 560 \text{ J}.$$

PART-2 : CHEMISTRY

भाग-2 : रसायन विज्ञान

SECTION-I : (Maximum Marks: 80)

This section contains **20 questions**. Each question has 4 options for correct answer. Multiple-Choice Questions (MCQs) **Only one option is correct**. For each question, marks will be awarded as follows:

Full Marks : +4 If correct answer is selected.

Zero Marks : 0 If none of the option is selected.

Negative Marks : -1 If wrong option is selected.

खण्ड-I : (अधिकतम अंक: 80)

इस खंड में **20 प्रश्न** हैं। प्रत्येक प्रश्न में सही उत्तर के लिए 4 विकल्प हैं। बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQs) केवल एक विकल्प सही है। प्रत्येक प्रश्न के लिए, अंक निम्नानुसार दिए जाएंगे:

पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर चुना गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत विकल्प चुना गया है।

1. The measurement of the electron position is associated with an uncertainty in momentum, which is equal to $1 \times 10^{-18} \text{ g cm s}^{-1}$ the uncertainty in electron velocity is : (mass of electron = $9 \times 10^{-28} \text{ g}$)

इलेक्ट्रॉन के स्थिति का मापन, संवेग में अनिश्चितता से संबंधित है जो कि $1 \times 10^{-18} \text{ g cm s}^{-1}$ के बराबर है। इलेक्ट्रॉन के वेग में अनिश्चितता है? (इलेक्ट्रॉन की संहति = $9 \times 10^{-28} \text{ g}$)

- (A) $1 \times 10^{11} \text{ cm s}^{-1}$ (B) $1 \times 10^9 \text{ cm s}^{-1}$ (C) $1 \times 10^6 \text{ cm s}^{-1}$ (D) $1 \times 10^5 \text{ cm s}^{-1}$

Ans. B

Sol. $\Delta P = 1 \times 10^{-18} \text{ g cm s}^{-1}$

$$m\Delta V = 1 \times 10^{-18}$$

$$\Delta V = \frac{1 \times 10^{-18}}{9 \times 10^{-28}}$$

$$\Delta V = 0.1 \times 10^{+10}$$

$$\Delta V = 10^9 \text{ cm s}^{-1}$$

2. Gadolinium – 153, which is used to detect osteoporosis (porous bones), has a half life of 242 days. Which value is closest to the percentage of Gd– 153 left in a patient's system after 2 years-

गैडोलीनीयम – 153, जिसका उपयोग ओस्टियोपोरोसिस (छिद्रित हड्डियों) दोष के लिए होता है, कि अर्ध आयु 242 दिन है। 2 वर्षों के पश्चात् रोगी के शरीर में शेष Gd– 153 का निकटतम प्रतिशत मान है -

- (A) 33 % (B) 26 % (C) 12.0 % (D) 6.25 %

Ans. C

Sol. In 2 years (730 days) around three Half life has been passed so after three half life remaining value of gadolinium will be 12.5%.

3. Two solution labelled as 3M HCl and 1M HCl are mixed in the ratio of $x : y$ by volume and the molarity of resulting solution is 1.5 M. What is the molarity of the resulting solution if they are mixed in the ratio $y : x$ by volume ?

दो विलयन जिन पर 3M HCl तथा 1M HCl अंकित है, को आयतन $x : y$ के अनुपात में मिलाने हैं तथा परिणामी विलयन की मोलरता 1.5 M प्राप्त होती है। परिणामी विलयन की मोलरता क्या होगी यदि विलयनों को $y : x$ आयतन के अनुपात में मिलाया जाये ?

- (A) 2.50 (B) 3.50 (C) 1.30 (D) 3.30

Ans. A

Sol. **Case-I** ($v_1 : v_2 = x : y$)

$$M_{\text{res}} = 1.5 = \frac{3 \times (x) + 1 \times (y)}{x + y}$$

$$1.5x + 1.5y = 3x + y$$

$$0.5y = 1.5x ; y = 3x$$

Case-II ($v_1 : v_2 = y : x$)

$$M_{\text{res}} = \frac{3 \times (y) + 1 \times (x)}{y + x} = \frac{3 \times (3x) + x}{3x + x} = 2.5$$

4. How many gm of solid KOH must be added to 100 mL of a buffer solution ? Which is 0.1 M each w.r.t. acid HA and salt KA to make the pH of solution 6.0. [Given : $pK_a(\text{HA}) = 5$] :-

pH = 6 का 100 मिली बफर विलयन बनाने के लिए एक 100 मिली विलयन में कितने ग्राम KOH मिलाया जाये जिसमें HA तथा KA की सान्द्रताएँ 0.1 M है ? [दिया है : $pK_a(\text{HA}) = 5$]

- (A) 0.458 (B) 0.327 (C) 5.19 (D) 0.925

Ans. A

Sol. Let x mili-moles of NaOH is added

$$6 = 5 + \log \left[\frac{s+x}{a-x} \right] ; \frac{s+x}{a-x} = 10$$

$$\text{or } \frac{10+x}{10-x} = 10 \Rightarrow x = 8.18$$

$$\therefore \text{wt} = 8.18 \times 10^{-3} \times 56 = 0.458 \text{ gm}$$

5. 1.0 molal aqueous solution of an electrolyte A_2B_3 is 60% ionised. The boiling point of the solution at 1 atm is ($K_{b(H_2O)} = 0.52 \text{ K kg mol}^{-1}$)

वैद्युत अपघट्य A_2B_3 का 1.0 मोलल जलीय विलयन, 60% आयनित है। 1 atm पर विलयन का क्वथनांक है।
($K_{b(H_2O)} = 0.52 \text{ K kg mol}^{-1}$)

- (A) 274.76 K (B) 377 K (C) 376.4 K (D) 374.76 K

Ans. D

Sol. $\Delta T_b = i \cdot k_b \cdot m$

$$= [1 + 0.6 (5 - 1)] \times 0.52 \times 1$$

$$= 1.768$$

$$T_b = 1.768 + 373 = 374.76 \text{ K}$$

6. 10 g of a piece of marble was put into excess of dilute HCl acid. When the reaction was complete, 1120 cm^3 of CO_2 was obtained at S.T.P. The percentage of CaCO_3 in the marble is –

मार्बल के 10 g टुकड़े को तनु HCl अम्ल के आधिक्य में डाला गया। जब अभिक्रिया पूर्ण हुई तो S.T.P. पर 1120 cm^3 CO_2 प्राप्त हुआ। मार्बल में CaCO_3 का प्रतिशत है-

- (A) 10% (B) 25% (C) 50% (D) 75%

Ans. C

Sol. $\text{CaCO}_3 + 2\text{HCl} \rightarrow \text{CaCl}_2 + \text{H}_2\text{O} + \text{CO}_2$

.1 mole .1 mole

$$.1 \times 22.4 \ell$$

$$\therefore 22.4 \ell \text{ CO}_2 \rightarrow \frac{.1 \times 100\text{g}}{.1}$$

$$2240 \text{ ml} \rightarrow 10 \text{ g}$$

$$1120 \text{ ml} \rightarrow 5 \text{ g}$$

$$\% = 5/10 \times 100 = 50 \%$$

7. 18 gm glucose is completely combusted in bomb calorimeter, of heat capacity 1400 kJ/K, temperature changes from 27°C to 27.2°C magnitude of standard enthalpy of combustion of glucose in kJ/mol.

[$R = 8.314 \text{ J/mol-K}$]

1400 kJ/K ऊष्माधारिता के बम कैलोरीमीटर में 18 gm ग्लूकोस को पूर्णरूप से जलाया गया है जिससे तापक्रम 27°C से 27.2°C तक परिवर्तित होता है। ग्लूकोस के दहन की मानक ऐन्थेल्पी का परिमाण kJ/mol में है

[$R = 8.314 \text{ J/mol-K}$]

- (A) 1200 (B) 2000 (C) 2800 (D) 1400

Ans. C

Sol. $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6(\text{s}) + 6\text{O}_2(\text{s}) \rightarrow 6\text{O}_2(\text{g}) + 6\text{H}_2\text{O}(\ell)$

$$\Delta_C U^\circ = -\frac{ms\Delta t}{n} = \frac{(1400) \times 0.2}{(0.1)} = -2800 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$$

$$\Delta_C H^\circ = \Delta_C U^\circ + \Delta n_g RT = \Delta_C U^\circ [\Delta n_g = 0]$$

$$= -2800 \text{ kJ/mole}$$

8. Magnetic moment of x^{n+} is $\sqrt{24}$ B.M. Hence No. of unpaired electron and value of 'n' respectively.
(Atomic number = 26)

x^{n+} का चुम्बकीय आघूर्ण $\sqrt{24}$ B.M. है। अतः अयुग्मित इलेक्ट्रॉनों की संख्या तथा 'n' का मान क्रमशः है
(परमाणु संख्या = 26)

- (A) 4, 3 (B) 3, 5 (C) 4, 2 (D) 4, 1

Ans. C

Sol. X^{n+}

$$\mu = \sqrt{24} = 4.92 \text{ BM}$$

$$n = 4 = \text{No. of unpaired } e^-$$



$$n = 2$$

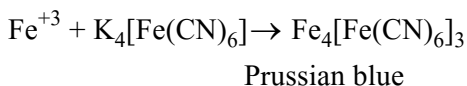
9. An unknown compound gives positive chromyl chloride test. That compound forms blue solution with potassium ferrocyanide. Predict that compound :-

एक अज्ञात यौगिक क्रोमिल क्लोराइड परीक्षण देता है। वह यौगिक पोटैशियम फेरोसायनाइड के साथ नीला विलयन बनाता है। यौगिक को पहचाने :-

- (A) NaCl (B) FeBr₃ (C) CuCl₂ (D) FeCl₃

Ans. D

Sol. Cl^- ion gives positive chromyl chloride test



10. Incorrect order of ionization energy is :-

आयनन ऊर्जा का गलत क्रम कौन-सा है :-

- (A) Pb (I.E.) > Sn (I.E.) (B) Na⁺ (I.E.) > Mg⁺ (I.E.)
(C) Li⁺ (I.E.) < O⁺ (I.E.) (D) Be⁺ (I.E.) < C⁺ (I.E.)

Ans. C

Sol. Due to lanthanoid contraction Pb has greater effective nuclear charge (zeff) than Sn hence,

$$\text{Pb (I.E.)} > \text{Sn (I.E.)}$$

Na⁺ has electronic configuration of noble gas hence,

$$\text{Na}^+ \text{ (I.E.)} > \text{Mg}^+ \text{ (I.E.)}$$

Li⁺ has electronic configuration of noble gas hence,

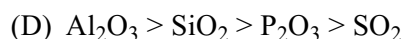
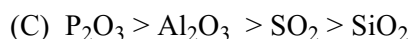
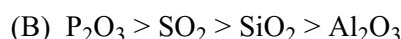
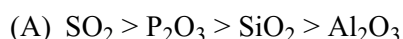
$$\text{Li}^+ \text{ (I.E.)} > \text{O}^+ \text{ (I.E.)}$$

C⁺ has greater effective nuclear charge (zeff) than Be⁺ hence,

$$\text{Be}^+ \text{ (I.E.)} < \text{C}^+ \text{ (I.E.)}$$

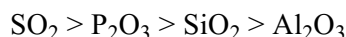
11. The correct order of acidic strength of the following is:-

अम्लीय सामर्थ्य का सही क्रम पहचानें :-



Ans. A

Sol. Acidic strength of oxides depends on electronegativity of central atom. As electronegativity of central atom increases acidic strength also increases. Correct order of acidic strength is :



12. For the complex ion, dichloridobis-(ethylenediamine) cobalt(III), select the correct statement.

(A) It has three isomers, two of them are optically active and one is optically inactive

(B) It has three isomers, all of them are optically active

(C) It has three isomers, all of them are optically inactive

(D) It has only one optically active isomer and two geometrical isomers

संकुल आयन, डाईक्लोराइडोबिस-(एथिलीनडाइऐमीन) कोबाल्ट(III) के लिए सत्य कथन पहचानें।

(A) यह तीन समावयवी रखता है जिसमें से दो प्रकाशिक सक्रिय हैं तथा एक प्रकाशिक अक्रिय

(B) यह तीन समावयवी रखता है तथा वे सभी प्रकाशिक सक्रिय हैं।

(C) यह तीन समावयवी रखता है तथा वे सभी प्रकाशिक अक्रिय हैं।

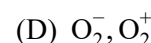
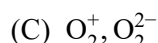
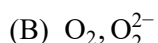
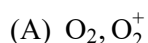
(D) यह एक प्रकाशिक सक्रिय तथा दो ज्यामिति समावयवी रखता है।

Ans. A

Sol. $[\text{Co}(\text{en})_2\text{Cl}_2]^+$ has 2 optically active and 1 optically inactive isomer.

13. Which of the following pairs of species would you expect to have largest difference in spin only magnetic moment ?

निम्न में से किस युग्म में प्रजातियों के चक्रीय चुम्बकीय आघूर्ण का अन्तर अधिकतम है :-



Ans. B

Sol. Species No. of unpaired



14. Match the Column: (For molecular geometry)

	Column-I		Column-II
(a)	SF ₄	(P)	Tetrahedral
(b)	BrF ₃	(Q)	Pyramidal
(c)	BrO ₃ ⁻	(R)	See-saw
(d)	NH ₄ ⁺	(S)	T-shape (Bent T)

मिलान कीजिये : (आण्विक ज्यामिति हेतु)

	सारणी-I		सारणी-II
(a)	SF ₄	(P)	चतुष्फलकीय
(b)	BrF ₃	(Q)	पिरामिडीय
(c)	BrO ₃ ⁻	(R)	ढेकुली (See-saw)
(d)	NH ₄ ⁺	(S)	T-आकृति (मुड़ा हुआ T)

(A) a-P, b-Q, c-R, d-S

(B) a-S, b-R, c-P, d-Q

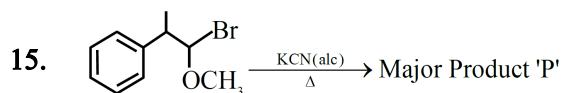
(C) a-R, b-S, c-Q, d-P

(D) a-Q, b-S, c-R, d-P

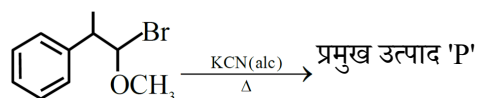
Ans. C

Sol.

		Shape
SF ₄	sp ³ d	See-Saw
BrF ₃	sp ³ d	Bent 'T' -Shape
BrO ₃ ⁻	sp ³	Pyramidal
NH ₄ ⁺	sp ³	Tetrahedral



In the above reaction product 'P' is

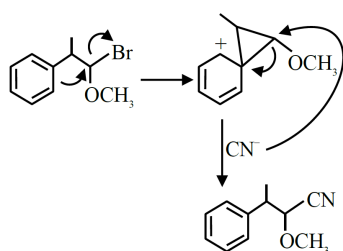


उपरोक्त अभिक्रिया में उत्पाद 'P' है :



Ans. A

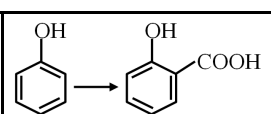
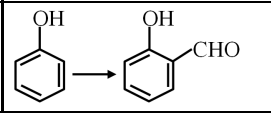
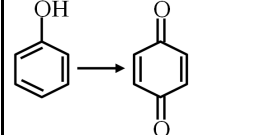
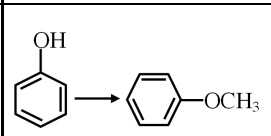
Sol.



Due to NGP effect of phenyl ring Nucleophilic substitution of Br will occurs.

16. Match List-I with List-II.

सूची-I को सूची-II के साथ मिलाइए :

List-I (Reaction)		List-II (Reagent(s))	
(A)		(I)	$\text{Na}_2\text{Cr}_2\text{O}_7, \text{H}_2\text{SO}_4$
(B)		(II)	(i) NaOH (ii) CH_3Cl
(C)		(III)	(i) NaOH, CHCl_3 (ii) NaOH (iii) HCl
(D)		(IV)	(i) NaOH (ii) CO_2 (iii) HCl

Choose the correct answer from the options given below :

नीचे दिये गये विकल्पों में से सही उत्तर का चुनाव कीजिए

(A) (A)-(IV), (B)-(I), (C)-(III), (D)-(II)

(B) (A)-(II), (B)-(III), (C)-(I), (D)-(IV)

(C) (A)-(II), (B)-(I), (C)-(III), (D)-(IV)

(D) (A)-(IV), (B)-(III), (C)-(I), (D)-(II)

Ans. D

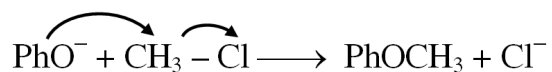
Sol.

(A) → Kolbe Schmidt Reaction

(B) → Reimer Tiemann Reaction

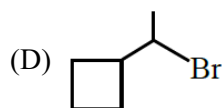
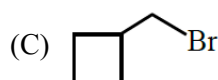
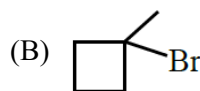
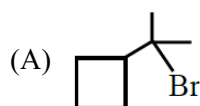
(C) → Oxidation of phenol to p-benzoquinone

(D) → $\text{PhOH} + \text{NaOH} \rightarrow \text{H}_2\text{O} + \text{PhO}^-$



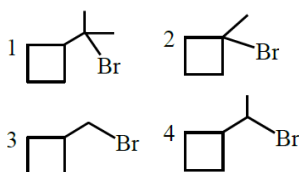
17. Which among the following compounds will undergo fastest $\text{S}_\text{N}2$ reaction.

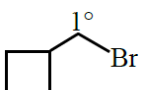
निम्न में से कौनसे यौगिक $\text{S}_\text{N}2$ अभिक्रिया तेजी से देंगे ?



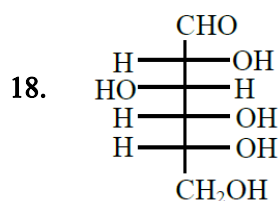
Ans. C

Sol.



fastest $\text{S}_\text{N}2$ reaction give 

Rate of $\text{S}_\text{N}2$ is $\text{Me} - \text{x} > 1^\circ - \text{x} > 2^\circ - \text{x} > 3^\circ - \text{x}$



The **incorrect** statement regarding the given structure is

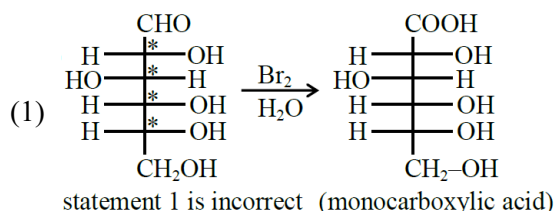
- (A) Can be oxidized to a dicarboxylic acid with Br_2 water
- (B) despite the presence of $-\text{CHO}$ does not give Schiff's test
- (C) has 4-asymmetric carbon atom
- (D) will coexist in equilibrium with 2 other cyclic structure

दी गयी संरचना के संदर्भ में गलत कथन है।

- (A) Br_2 जल के साथ डाईकार्बोक्सिलिक अम्ल में ऑक्सीकृत किया जा सकता है।
- (B) $-\text{CHO}$ की उपस्थिति होने पर भी शिफ परीक्षण नहीं देता है।
- (C) 4-असममित कार्बन परमाणु होते हैं।
- (D) 2 अन्य चक्रीय संरचना के साथ साम्य में सहअस्तित्व रखती है।

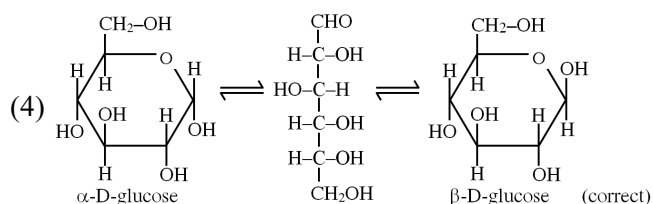
Ans. A

Sol.



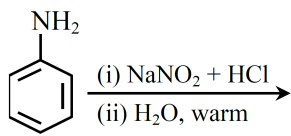
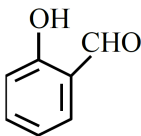
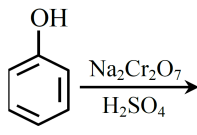
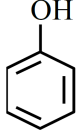
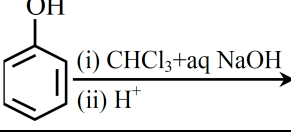
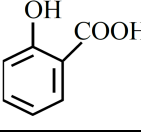
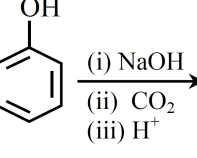
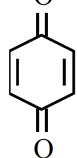
(2) correct

(3) c.c. is 4 (correct)



19. Match List-I with List-II.

सूची-I का मिलान सूची-II से करें

	List-I (Reactions)		List-II (Products)
(A)		(I)	
(B)		(II)	
(C)		(III)	
(D)		(IV)	

Choose the **correct** answer from the options given below :

नीचे दिए गए विकल्पों से सही उत्तर चुने :

(A) (A)-(III), (B)-(II), (C)-(I), (D)-(IV)

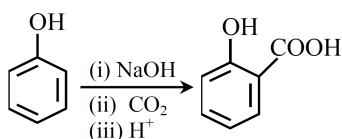
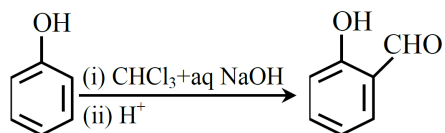
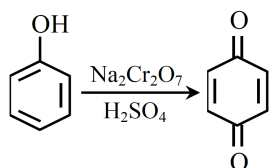
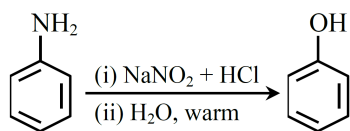
(B) (A)-(IV), (B)-(II), (C)-(III), (D)-(I)

(C) (A)-(I), (B)-(IV), (C)-(II), (D)-(III)

(D) (A)-(II), (B)-(IV), (C)-(I), (D)-(III)

Ans. D

Sol.



20. Match List-I with List-II.

	List-I (Test)		List-II (Identification)
(A)	Bayer's test	(I)	Phenol
(B)	Ceric ammonium nitrate test	(II)	Aldehyde
(C)	Phthalein dye test	(III)	Alcoholic-OH group
(D)	Schiff's test	(IV)	Unsaturation

Choose the **correct** answer from the options given below :

सूची-I का मिलान सूची-II से करें :

	सूची-I (परीक्षण)		सूची-II (पहचान)
(A)	बेयर परीक्षण	(I)	फीनॉल
(B)	सेरिक अमोनियम नाइट्रेट परीक्षण	(II)	एल्डिहाइड
(C)	थैलीन रंजक परीक्षण	(III)	ऐल्कोहली-OH समूह
(D)	शिफ परीक्षण	(IV)	असंतृप्तता

नीचे दिए गए विकल्पों से सही उत्तर चुने :

(A) (A)-(III), (B)-(I), (C)-(IV), (D)-(II)

(B) (A)-(II), (B)-(III), (C)-(IV), (D)-(I)

(C) (A)-(IV), (B)-(I), (C)-(II), (D)-(III)

(D) (A)-(IV), (B)-(III), (C)-(I), (D)-(II)

Ans. D

Sol. (A) Bayer's test → Unsaturation

(B) Ceric ammonium nitrate test → Alcoholic-OH group

(C) Phthalein dye test → Phenol

(D) Schiff's test → Aldehyde

SECTION-II : (Maximum Marks: 20)

This section contains 05 questions.

The answer to each question is a Numerical Value.

For each question, enter the correct integer value (In case of non-integer value, the answer should be rounded off to the nearest Integer).

Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:

Full Marks : +4 If correct answer is entered.

Zero Marks : 0 If the question is unanswered.

Negative Marks : -1 If wrong answer is entered.

खण्ड-II : (अधिकतम अंक: 20)

इस खंड में 05 प्रश्न हैं।

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर संख्यात्मक मान (Numerical Value) है।

प्रत्येक प्रश्न के लिए, सही पूर्णांक मान दर्ज करें (दशमलव संकेतन में, उत्तर को निकटतम पूर्णांक में लिखा जाना चाहिए।)

प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंकन योजना के अनुसार किया जाएगा:

पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर दर्ज किया गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी उत्तर दर्ज नहीं किया गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत उत्तर दर्ज किया गया है।

1. PCl_5 dissociates into PCl_3 & Cl_2 . At equilibrium pressure of 3 atm, all three gases were found to have equal number of moles in a vessel. In another vessel, equimolar mixture of PCl_5 , PCl_3 & Cl_2 are taken at the same temperature but at an initial pressure of 9 atm then find the partial pressure of Cl_2 (in atm) at equilibrium in second vessel.

PCl_5 , PCl_3 तथा Cl_2 में वियोजित होता है एक पात्र में 3 atm के साम्य दाब पर, सभी तीन गैसों के मोलों की संख्या समान पायी गयी है। एक अन्य पात्र में समान ताप पर परन्तु 9 atm के प्रारम्भिक दाब पर PCl_5 , PCl_3 तथा Cl_2 का सममोलर मिश्रण लिया गया है, तब द्वितीय पात्र में साम्य पर Cl_2 का आंशिक दाब (atm में) ज्ञात कीजिए।

Ans. 3

Sol. $\text{PCl}_5 \rightleftharpoons \text{PCl}_3 + \text{Cl}_2$

In 1st vessel at equilibrium 1 atm 1 atm 1 atm

hence $K_p = 1 \text{ atm}$

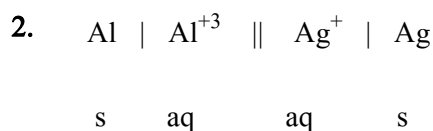
In 2nd vessel initially 3 atm 3 atm 3 atm

at equilibrium $3+x$ $3-x$ $3-x$

$$K_p = \frac{(3-x)^2}{(3+x)} = 1$$

hence $x = 1$

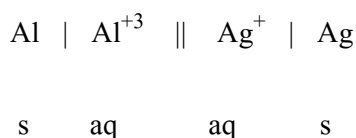
$P_{\text{Cl}_2} = 2 \text{ atm}$



Find the standard cell emf if equilibrium conc. of Ag^+ & Al^{+3} are 0.1 M each.

(Write answer after multiplied with 250)

$$\left[\frac{2.303RT}{F} = 0.06 \right]$$



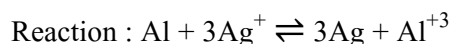
मानक सैल विभव ज्ञात कीजिए यदि साम्य पर Ag^+ एवं Al^{+3} प्रत्येक 0.1 M है।

(250 से गुणा करके उत्तर दें)

$$\left[\frac{2.303RT}{F} = 0.06 \right]$$

Ans. 10

Sol.



$$K_{\text{eq}} = \frac{[\text{Al}^{+3}]}{[\text{Ag}^+]^3} = \frac{0.1}{(0.1)^3} = 10^2$$

$$\therefore E_{\text{cell}}^{\circ} = \frac{0.06}{3} \log(10^2) = \frac{0.06}{3} \times 2 = 0.04$$

3. The radius of the orbit in hydrogen atom is 0.8464 nm. The velocity of electron in this orbit is 547×10^x m/sec. The value of 'x' will be :

हाइड्रोजन परमाणु में कक्षा की त्रिज्या 0.8464 nm है। इस कक्षा में इलेक्ट्रॉन का वेग 547×10^x m/sec है। 'x' का मान होगा:

Ans. 3

Sol.

Radius of orbit $r_n = 0.529 \times n^2 = 0.8464 \times 10$

$$\Rightarrow n = 4$$

$$\text{Velocity of } e^- = \frac{2.188 \times 10^6}{n} \text{ m/s} = 547 \times 10^3 \text{ m/sec} \Rightarrow x = 3$$

4. (x) is a very important laboratory reagent which is prepared by its naturally occurring ore which is called pyrolusite. Pyrolusite when fused with alkali in the presence of O_2 , green compound (Y) is produced. (Y) is converted into (X) by electrolysis or by using ozone.

Oxidation state of central metal present in

oxo-anion of compound (Y) = a

Number of equivalent bonds in oxo-anion of compound (x) = b

Determine, (a - b)

(x) प्रयोगशाला में प्रयुक्त होने वाला एक महत्वपूर्ण अभिकर्मक है जिसका निर्माण पाइरोल्यूसाइट नामक प्राकृतिक अयस्क से होता है। पाइरोल्यूसाइट को जब क्षार व O_2 की उपस्थिति में गर्म करते हैं तब हरे रंग का यौगिक (Y) प्राप्त होता है। वैद्युत अपघटन या ओजोन के प्रयोग से यौगिक (Y), (X) में परिवर्तित हो जाता है।

यौगिक (Y) के ऑक्सोक्रणायन में उपस्थित केन्द्रीय धातु की ऑक्सीकरण अवस्था = a

यौगिक (x) के ऑक्सोक्रणायन में समान बंधों की संख्या = b

(a - b) का मान ज्ञात करें।

Ans. 2

Sol. (x) is $KMnO_4$. In MnO_4^- , 4 equivalent bonds are present. $b = 4$

(y) is $K_2Mn^{+6}O_4$ $a = 6$

$$a - b = 6 - 4 = 2$$

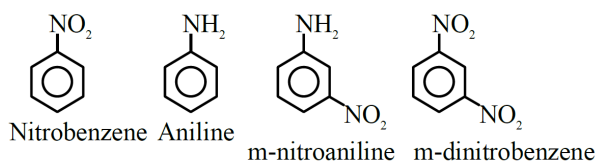
5. Number of compounds from the following which **cannot** undergo Friedel-Crafts reactions is : _____
toluene, nitrobenzene, xylene, cumene, aniline, chlorobenzene, m-nitroaniline, m-dinitrobenzene

निम्नलिखित में से उन यौगिकों की संख्या जो फ्रीडेल-क्राफ्ट अभिक्रिया प्रदर्शित नहीं करते _____ हैं।

टॉलूईन, नाइट्रोबेन्जीन, जाइलीन, क्यूमीन, ऐनिलीन, क्लोरोबेन्जीन, m-नाइट्रोऐनिलीन, m-डाइनाइट्रोबेन्जीन

Ans. 4

Sol. Compounds which can not undergo Friedel Crafts reaction are



PART-3 : MATHEMATICS

भाग-3 : गणित

SECTION-I : (Maximum Marks: 80)

This section contains **20 questions**. Each question has 4 options for correct answer. Multiple-Choice Questions (MCQs) **Only one option is correct**. For each question, marks will be awarded as follows:

Full Marks : +4 If correct answer is selected.

Zero Marks : 0 If none of the option is selected.

Negative Marks : -1 If wrong option is selected.

खण्ड-I : (अधिकतम अंक: 80)

इस खंड में **20 प्रश्न** हैं। प्रत्येक प्रश्न में सही उत्तर के लिए 4 विकल्प हैं। बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQs) केवल एक विकल्प सही है। प्रत्येक प्रश्न के लिए, अंक निम्नानुसार दिए जाएंगे:

पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर चुना गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत विकल्प चुना गया है।

1. If all interior angle of quadrilateral are in A.P. If common difference is 10° , then find smallest angle ?

यदि किसी चतुर्भुज के सभी आन्तरिक कोण समान्तर श्रेणी में हो जिसका सार्वअन्तर 10° हो तों सबसे छोटा कोण होगा ?

- (A) 60° (B) 70° (C) 120° (D) 75°

Ans. D

Sol. Let Angles are $\rightarrow a - 3d, a - d, a + d, a + 3d$

$$\text{common difference} \Rightarrow 2d = 10^\circ \Rightarrow \boxed{d = 5^\circ}$$

$$\text{sum} \Rightarrow 4a = 360^\circ$$

$$a = 90^\circ$$

so smallest angle

$$\Rightarrow a - 3d = 90^\circ - 3 \times 5^\circ = 75^\circ$$

2. If α, β are the roots of $ax^2 + bx + c = 0$, then the roots of equation $ax^2 - bx(x - 1) + c(x - 1)^2 = 0$ are :-

यदि α, β समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$, के मूल हो तो समीकरण $ax^2 - bx(x - 1) + c(x - 1)^2 = 0$ के मूल होंगे :-

- (A) $\frac{\alpha}{\alpha - 1}, \frac{\beta}{\beta - 1}$ (B) $\frac{\alpha}{\alpha + 1}, \frac{\beta}{\beta + 1}$ (C) $\frac{\alpha + 1}{\alpha}, \frac{\beta + 1}{\beta}$ (D) α, β

Ans. B

Sol. $\frac{x}{1 - x} = a$

$$x = \alpha - \alpha x$$

$$x = (1 + \alpha) = \alpha$$

$$x = \frac{\alpha}{1 + \alpha}, \frac{\beta}{1 + \beta}$$

3. Let $a, b, c \in \mathbb{R}$ such that $a + b + c \neq 0$, if system of equations

$$ax + by + cz = 0$$

$$bx + cy + az = 0$$

$$cx + ay + bz = 0 ;$$

has a non-trivial solutions then –

- (A) $a + c - b = 0$ (B) $a = b = c$ (C) $a + b - c = 0$ (D) None of these

यदि $a, b, c \in \mathbb{R}$ इस प्रकार है, कि $a + b + c \neq 0$, यदि समीकरण निकाय

$$ax + by + cz = 0$$

$$bx + cy + az = 0$$

$$cx + ay + bz = 0 ;$$

अनिरर्थक हल रखता है, तो –

- (A) $a + c - b = 0$ (B) $a = b = c$ (C) $a + b - c = 0$ (D) इनमें से कोई नहीं

Ans. B

Sol.

$$\Delta = \begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix} = 0$$

$$\Delta = 3abc - a^3 - b^3 - c^3$$

$$\Delta = -(a + b + c)(a^2 - b^2 - c^2 - ab - bc - ac) = 0$$

$$a + b + c \neq 0 \text{ so } a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac = 0$$

$$\text{i.e., } (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 = 0 \Rightarrow a = b = c$$

4. It $(2^{35} \cdot 3^{16})$ is divided by 11, then the remainder is :-

यदि $(2^{35} \cdot 3^{16})$ को 11, से विभाजित किया जाये तो शेषफल होगा :-

- (A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 8

Ans. D

$$\text{Sol. } 2^{35} \cdot 3^{16} \Rightarrow 23(4.3)^{16}$$

$$\Rightarrow 8(11 + 1)^{16}$$

$$\Rightarrow \text{rem is } 8$$

5. There are two bags, one of which contain 3 black and 4 white balls while the second contains 4 black and 3 white balls. A dice is cast, if the face 1 or 3 turns up, a ball is taken from the first bag, and if any other face turn up, a ball is taken from second bag, then find the probability of choosing a black ball :-

- (A) $\frac{10}{21}$ (B) $\frac{2}{21}$ (C) $\frac{11}{21}$ (D) None of these

यदि एक बैग में 3 काली तथा 4 सफेद, तथा दूसरे बैग में 4 काली तथा 3 सफेद गेंदे हैं, यदि एक पासा उछाला जाता है, पासे पर 1 या 3 आने पर पहले बैग से गेंद निकाली जाती है अन्यथा दूसरे बैग से गेंद निकाली जाती है तो काली गेंद चुने जाने की प्रायिकता होगी :-

- (A) $\frac{10}{21}$ (B) $\frac{2}{21}$ (C) $\frac{11}{21}$ (D) इनमें से कोई नहीं

Ans. C

$$\text{Sol. Required probability} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{7} + \frac{2}{3} \times \frac{4}{7} = \frac{11}{21}$$

6. If $\tan^2\left(\frac{\pi}{16}\right) + \tan^2\left(\frac{2\pi}{16}\right) + \tan^2\left(\frac{3\pi}{16}\right) + \dots + \tan^2\left(\frac{7\pi}{16}\right) = \lambda$ & if $x^y + y^x = \lambda$, then the value of $(x + y)^2$ must be

यदि $\tan^2\left(\frac{\pi}{16}\right) + \tan^2\left(\frac{2\pi}{16}\right) + \tan^2\left(\frac{3\pi}{16}\right) + \dots + \tan^2\left(\frac{7\pi}{16}\right) = \lambda$ तथा यदि $x^y + y^x = \lambda$, तो $(x + y)^2$

का मान है।

- (A) 35 (B) 1225 (C) 225 (D) 2

Ans. B

Sol. $\lambda = \left\{ \tan^2\left(\frac{\pi}{16}\right) + \cot^2\left(\frac{\pi}{2} - \frac{7\pi}{16}\right) \right\}$

$$+ \left\{ \tan^2\left(\frac{2\pi}{16}\right) + \cot^2\left(\frac{\pi}{2} - \frac{6\pi}{16}\right) \right\}$$

$$+ \left\{ \tan^2\left(\frac{3\pi}{16}\right) + \cot^2\left(\frac{\pi}{2} - \frac{5\pi}{16}\right) \right\} + 1$$

$$= \left\{ \tan\left(\frac{\pi}{16}\right) + \cot\left(\frac{\pi}{16}\right) \right\}^2$$

$$+ \left\{ \tan\left(\frac{2\pi}{16}\right) + \cot\left(\frac{2\pi}{16}\right) \right\}^2$$

$$+ \left\{ \tan\left(\frac{3\pi}{16}\right) + \cot\left(\frac{3\pi}{16}\right) \right\}^2 ; -2 - 2 - 2 + 1$$

$$= \frac{4}{\sin^2 \frac{\pi}{8}} + \frac{4}{\sin^2 \frac{\pi}{4}} + \frac{4}{\sin^2 \left(\frac{3\pi}{8}\right)} - 5 = 35$$

$$\therefore x^y + y^x = 35$$

$$\Rightarrow x = 3y, y = 1 \text{ or } x = 1, y = 3x$$

$$\therefore (x + y)^2 = 35^2 = 1225$$

7. If $\sum_{i=1}^5 (x_i - 10) = 5$ and $\sum_{i=1}^5 (x_i - 10)^2 = 25$, then standard deviation of observations $2x_1 + 7, 2x_2 + 7, 2x_3 + 7, 2x_4 + 7$ and $2x_5 + 7$ is equal to-

यदि $\sum_{i=1}^5 (x_i - 10) = 5$ तथा $\sum_{i=1}^5 (x_i - 10)^2 = 25$ हो, तो प्रेक्षणों $2x_1 + 7, 2x_2 + 7, 2x_3 + 7, 2x_4 + 7$ तथा $2x_5 + 7$ का

मानक विचलन होगा -

- (A) 8 (B) 16 (C) 4 (D) 2

Ans. C

Sol.
$$\text{S.D.} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum d^2 - \left(\frac{\sum d}{n} \right)^2}$$
$$\sqrt{\frac{1}{5}(25) - \left(\frac{5}{5} \right)^2} = 2$$

S.D. if affected with change in scale so S.D. of $2x_i + 7$ is 4

8. The mean and the standard deviation (s.d.) of 10 observations are 20 and 2 respectively. Each of these 10 observations is multiplied by p and then reduced by q, where $p \neq 0$ and $q \neq 0$. If the new mean and new s.d. become half of their original values, then q is equal to

10 प्रेक्षणों के माध्य तथा मानक विचलन क्रमशः 20 तथा 2 हैं। इन 10 प्रेक्षणों में से प्रत्येक को p से गुणा करने के पश्चात प्रत्येक में से q कम किया गया, जहाँ $p \neq 0$ तथा $q \neq 0$ हैं। यदि नए माध्य तथा मानक विचलन के मान अपने मूल मानों के आधे हैं, तो q का मान है :

- (A) -20 (B) 10 (C) -10 (D) -5

Ans. A

Sol. $20p - q = 10 \quad \dots(i)$

and $2|p| = 1 \Rightarrow p = \pm \frac{1}{2} \quad \dots(ii)$

so, $p = -\frac{1}{2}$ and $q = -20$

9. Let $f(x) = (\sin x)^n + {}^nC_1(\sin x)^{n-1} \cos x + {}^nC_2(\sin x)^{n-2} \cos^2 x + \dots + (\cos x)^n$, where n is an even number, then for $x \in [0, 2\pi]$, number of maxima and minima are p and q respectively, then-

माना $f(x) = (\sin x)^n + {}^nC_1(\sin x)^{n-1} \cos x + {}^nC_2(\sin x)^{n-2} \cos^2 x + \dots + (\cos x)^n$, जहाँ n सम संख्या है, तो $x \in [0, 2\pi]$ के लिए p तथा q के उच्चिष्ठ तथा निम्निष्ठ की संख्या क्रमशः होगी -

- (A) $p = 2, q = 2$ (B) $p = 1, q = 3$ (C) $p = 3, q = 1$ (D) $p = 3, q = 3$

Ans. A

Sol.

$$f(x) = (\sin x + \cos x)^n$$

$$\therefore f'(x) = n(\sin x + \cos x)^{n-1} (\cos x - \sin x)$$

$$f'(x) = 0, \text{ for } x = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}, \frac{9\pi}{4}$$

$$\begin{array}{ccccccccc} + & - & + & - & + & - & + & - \\ \frac{\pi}{4} & \frac{3\pi}{4} & \frac{5\pi}{4} & \frac{7\pi}{4} & \frac{9\pi}{4} & & & \end{array}$$

$$\therefore p = 2, q = 2$$

10. Given $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1 + \operatorname{sgn}\{x\} + \{x\}^2)}{1 - \cos\{x\}} & \text{if } x \neq 0 \\ k & \text{if } x = 0 \end{cases}$, then

(where $[\cdot]$, $\{\cdot\}$ and $\operatorname{sgn}x$ denotes greatest integer function, fractional part function and signum function respectively)

(A) $f(x)$ is continuous at $x = 0$ if $k = 2$

(B) for $k = 1$, $f(x)$ has removable discontinuity at $x = 0$

(C) for $k = 2$, $f(x)$ has non-removable discontinuity at $x = 0$.

(D) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ exists.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1 + \operatorname{sgn}\{x\} + \{x\}^2)}{1 - \cos\{x\}} & \text{यदि } x \neq 0 \\ k & \text{यदि } x = 0 \end{cases}$$

दिया गया है, तो (जहाँ $[\cdot]$, $\{\cdot\}$ तथा $\operatorname{sgn}x$ क्रमशः महत्तम पूर्णांक फलन, भिन्नात्मक भाग फलन तथा सिग्नेम फलन को दर्शाते हैं)

(A) $f(x)$, $x = 0$ पर संतत होगा यदि $k = 2$ है।

(B) $k = 1$ के लिये $f(x)$ की $x = 0$ पर हटाई जा सकने वाली असंततता होगी।

(C) $k = 2$ के लिये $f(x)$ की $x = 0$ पर न हटाई जा सकने वाली असंततता होगी।

(D) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ विद्यमान होगा।

Ans. C

Sol.

$$f(0^+) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + h^2)}{1 - \cosh} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + h^2)}{h^2 \cdot \left(\frac{1 - \cosh}{h^2}\right)} = 2$$

$$f(0^-) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - h)^2}{1 - \cos(1 - h)} = \frac{\ln 1}{1 - \cos 1} = 0$$

11. If $f(x) = x^3 + 3x + 4$ and g is the inverse function of f , then the value of $\frac{d}{dx} \left(\frac{g(x)}{g(g(x))} \right)$ at $x = 4$ equals :

यदि $f(x) = x^3 + 3x + 4$ एवं f का प्रतिलोम g है, तो $\frac{d}{dx} \left(\frac{g(x)}{g(g(x))} \right)$ का $x = 4$ पर मान होगा।

(A) $\frac{-1}{3}$

(B) $\frac{-1}{2}$

(C) 3

(D) 6

Ans. A

Sol.

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{g(x)}{g(g(x))} \right) = \frac{g(g(x)) \cdot g'(x) - g(x) \cdot g'(g(x))}{(g(g(x)))^2}$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{g(x)}{g(g(x))} \right)_{\text{at } x=4} = \frac{g(g(4)) \cdot g'(4) - g(4) \cdot g'(g(4))}{(g(g(4)))^2} \dots (1)$$

Now, f & g are inverse to each other

$$\therefore g(f(x)) = x ; g'(f(x)) = \frac{1}{f'(x)}$$

$$g'(4) = \frac{1}{f'(0)} = \frac{1}{3} \text{ and } g(4) = 0$$

$$\therefore \text{Deri} = \frac{g(0) \times \frac{1}{3} - 0}{(g(0))^2}$$

$$\text{And } g(0) = -1$$

$$\therefore \text{Deri} = \frac{-1 \times \frac{1}{3}}{1} = -\frac{1}{3}$$

12. If $f(x)$ is a polynomial such that $f(x) f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right)$; $x \neq 0$ and $f(2) = -63$ then value

$$\text{of } f\left(\sqrt[3]{5^{\log_7 5} + \frac{1}{\sqrt{-\log_{10}(0.1)}}}\right) :-$$

यदि $f(x)$ एक बहुपद इस प्रकार है कि $f(x) f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right)$; $x \neq 0$ तथा $f(2) = -63$

$$\text{तो } f\left(\sqrt[3]{5^{\log_7 5} + \frac{1}{\sqrt{-\log_{10}(0.1)}}}\right) \text{ का मान होगा।}$$

(A) -511

(B) -26

(C) -124

(D) -7

Ans. D

Sol. $f(x) = 1 - x^3$

$$\text{And } \sqrt[3]{5^{\log_7 5} + \frac{1}{\sqrt{\log_{10} 10}}} = \sqrt[3]{8} = 2$$

$$\therefore f(2) = 1 - 8 = -7$$

13. $\int \sqrt{1+x} \sqrt{1+(x+1)} \sqrt{1+(x+2)(x+4)} dx =$

$$\int \sqrt{1+x} \sqrt{1+(x+1)} \sqrt{1+(x+2)(x+4)} dx =$$

(A) $\frac{x^2}{2} + x + C$

(B) $\frac{x^2}{2} - x + C$

(C) $\frac{x^2}{2} + C$

(D) $x + C$

Ans. A

Sol. $\int \sqrt{1+x} \sqrt{1+(x+1)} \sqrt{x^2+6x+9} dx$

$$= \int \sqrt{1+x} \sqrt{x^2+4x+4} dx$$

$$= \int \sqrt{1+x^2+2x} dx$$

$$= \int (x+1) dx = \frac{x^2}{2} + x + C$$

14. $\int_0^\pi \frac{dx}{1 - 2a \cos x + a^2}$, $a < 1$ is equal to :-

- (A) $\frac{\pi a \log 2}{4}$ (B) $\frac{4\pi}{2 - a^2}$ (C) $\frac{\pi}{1 - a^2}$ (D) None of these

$\int_0^\pi \frac{dx}{1 - 2a \cos x + a^2}$, $a < 1$ का मान होगा :-

- (A) $\frac{\pi a \log 2}{4}$ (B) $\frac{4\pi}{2 - a^2}$ (C) $\frac{\pi}{1 - a^2}$ (D) इनमें से कोई नहीं

Ans. C

Sol.

$$\text{Let } I = \int_0^\pi \frac{dx}{1 - 2a \cos x + a^2} = \int_0^\pi \frac{\sec^2 \frac{x}{2}}{(1+a)^2 \tan^2 \frac{x}{2} + (1-a)^2} dx$$

$$\left[\because \cos x = \frac{1 - \tan^2 \frac{x}{2}}{1 + \tan^2 \frac{x}{2}} \right]$$

$$\text{Put } z = \tan \frac{x}{2}, \text{ then } dz = \frac{1}{2} \sec^2 \frac{x}{2}$$

When $x = 0$, $z = 0$,

$$\text{when } x = \pi, z = \lim_{x \rightarrow \pi^-} \tan \frac{x}{2} = \infty$$

$$\therefore I = 2 \int_0^\infty \frac{dz}{(1+a)^2 \cdot z^2 + (1-a)^2}$$

$$= \frac{2}{(1+a)^2} \int_0^\infty \frac{dz}{z^2 + \left(\frac{1-a}{1+a} \right)^2}$$

$$= \frac{2}{(1+a)^2} \frac{1+a}{1-a} \left[\tan^{-1} \frac{z(1+a)}{1-a} \right]_0^\infty$$

$$= \frac{2}{1-a^2} [\tan^{-1} \infty - \tan^{-1} 0]$$

$$= \frac{2}{1-a^2} \left[\frac{\pi}{2} - 0 \right] = \frac{\pi}{1-a^2}$$

15. The area (in sq. units) of the region $\{(x, y) : y^2 \geq 2x \text{ and } x^2 + y^2 \leq 4x, x \geq 0, y \geq 0\}$ is :-

क्षेत्र $\{(x, y) : y^2 \geq 2x \text{ तथा } x^2 + y^2 \leq 4x, x \geq 0, y \geq 0\}$ का क्षेत्रफल (वर्ग इकाइयों में) है :-

(A) $\frac{\pi}{2} - \frac{2\sqrt{2}}{3}$

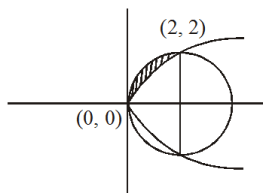
(B) $\pi - \frac{4}{3}$

(C) $\pi - \frac{8}{3}$

(D) $\pi - \frac{4\sqrt{2}}{3}$

Ans. C

Sol.



$$= \frac{\pi(2)^2}{4} - \sqrt{2} \int_0^2 \sqrt{x} \, dx = \pi - \sqrt{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 2\sqrt{2} = \pi - 8/3$$

16. The solution of the differential equation $ydx - xdy + xy^2 \, dx = 0$ is :

(A) $\frac{x}{y} + x^2 = \lambda$

(B) $\frac{x}{y} + \frac{x^2}{2} = \lambda$

(C) $\frac{x}{2y^2} + \frac{x^2}{4} = \lambda$

(D) None of these

अवकल समीकरण $ydx - xdy + xy^2 \, dx = 0$ का हल है-

(A) $\frac{x}{y} + x^2 = \lambda$

(B) $\frac{x}{y} + \frac{x^2}{2} = \lambda$

(C) $\frac{x}{2y^2} + \frac{x^2}{4} = \lambda$

(D) इनमें से कोई नहीं

Ans. B

Sol.

Given equation is , $ydx - xdy + xy^2 \, dx = 0$

Which could be converted into exact form

ie. $\frac{ydx - xdy}{y^2} + xdx = 0 \Rightarrow d\left(\frac{x}{y}\right) + d\left(\frac{x^2}{2}\right) = 0$

Integrating both the sides, we get

$$\frac{x}{y} + \frac{x^2}{2} = \text{constant}$$

$$\text{or } \frac{x}{y} + \frac{x^2}{2} = \lambda$$

17. A ray of light coming from the point P (1, 2) gets reflected from the point Q on the x-axis and then passes through the point R (4, 3). If the point S (h, k) is such that PQRS is a parallelogram, then hk^2 is equal to :

बिंदु P (1, 2) से आने वाली रोशनी की एक किरण x-अक्ष पर बिंदु Q से परावर्तित होने के पश्चात् बिंदु R (4, 3) से गुजरती है। यदि बिंदु S (h, k) इस प्रकार है कि PQRS एक समांतर चतुर्भुज है, तो hk^2 बराबर है :

- (A) 80 (B) 90 (C) 60 (D) 70

Ans. D

Sol.

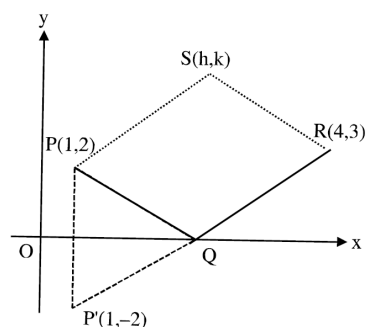


Image of P wrt x-axis will be $P'(1, -2)$ equation of line joining $P'R$ will be

$$y - 3 = \frac{5}{3}(x - 4)$$

Above line will meet x-axis at Q where

$$y = 0 \Rightarrow x = \frac{11}{5}$$

$$\therefore Q\left(\frac{11}{5}, 0\right)$$

\because PQRS is parallelogram so their diagonals will bisect each other

$$\Rightarrow \frac{4+1}{2} = \frac{\frac{11}{5}+h}{2} \text{ \& } \frac{2+3}{2} = \frac{k+0}{2}$$

$$\Rightarrow h = \frac{14}{5} \text{ \& } k = 5$$

$$\therefore hk^2 = \frac{14}{5} \times 5^2 = 70$$

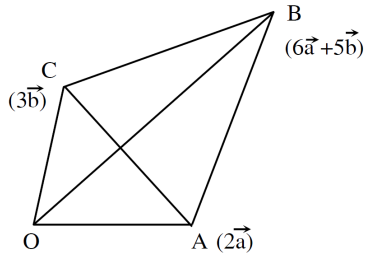
18. Let $\vec{OA} = 2\vec{a}$, $\vec{OB} = 6\vec{a} + 5\vec{b}$ and $\vec{OC} = 3\vec{b}$, where O is the origin. If the area of the parallelogram with adjacent sides \vec{OA} and \vec{OC} is 15 sq. units, then the area (in sq. units) of the quadrilateral OABC is equal to :

माना $\vec{OA} = 2\vec{a}$, $\vec{OB} = 6\vec{a} + 5\vec{b}$ तथा $\vec{OC} = 3\vec{b}$, हैं, जहाँ O मूल बिंदु है। यदि \vec{OA} तथा \vec{OC} संलग्न भुजाओं वाले समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल 15 वर्ग इकाई है, तो चतुर्भुज OABC का क्षेत्रफल (वर्ग इकाई में) बराबर है :

- (A) 38 (B) 40 (C) 32 (D) 35

Ans. D

Sol.



Area of parallelogram having sides

$$\vec{OA} \times \vec{OC} = |\vec{OA} \times \vec{OC}| = |2\vec{a} \times 3\vec{b}| = 15$$

$$6|\vec{a} \times \vec{b}| = 15 \Rightarrow |\vec{a} \times \vec{b}| = \frac{5}{2} \quad \dots\dots(1)$$

$$\text{Area of quadrilateral OABC} = \frac{1}{2}|\vec{d}_1 \times \vec{d}_2|$$

$$= \frac{1}{2}|\vec{AC} \times \vec{OB}| = \frac{1}{2}|(3\vec{b} - 2\vec{a}) \times (6\vec{a} + 5\vec{b})| = \frac{1}{2}|18\vec{b} \times \vec{a} - 10\vec{a} \times \vec{b}| = 14|\vec{a} \times \vec{b}| = 14 \times \frac{5}{2} = 35$$

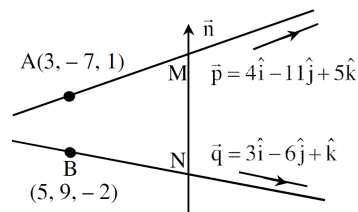
19. The shortest distance between the line $\frac{x-3}{4} = \frac{y+7}{-11} = \frac{z-1}{5}$ and $\frac{x-5}{3} = \frac{y-9}{-6} = \frac{z+2}{1}$ is :

रेखाओं $\frac{x-3}{4} = \frac{y+7}{-11} = \frac{z-1}{5}$ तथा $\frac{x-5}{3} = \frac{y-9}{-6} = \frac{z+2}{1}$ के बीच की न्यूनतम दूरी है :

- (A) $\frac{187}{\sqrt{563}}$ (B) $\frac{178}{\sqrt{563}}$ (C) $\frac{185}{\sqrt{563}}$ (D) $\frac{179}{\sqrt{563}}$

Ans. A

Sol.



$$\vec{n} = \vec{p} \times \vec{q}$$

$$\vec{n} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 4 & -11 & 5 \\ 3 & -6 & 1 \end{vmatrix} = 19\hat{i} + 11\hat{j} + 9\hat{k}$$

S.d. = projection of \vec{AB} on \vec{n}

$$= \frac{|\vec{AB} \cdot \vec{n}|}{|\vec{n}|} = \frac{(2\hat{i} + 16\hat{j} - 3\hat{k}) \cdot (19\hat{i} + 11\hat{j} + 9\hat{k})}{\sqrt{361 + 121 + 81}} = \frac{38 + 176 - 27}{\sqrt{563}}$$

$$\text{S. d.} = \frac{187}{\sqrt{563}}$$

20. Let the circles $C_1 : (x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = r_1^2$ and $C_2 : (x - 8)^2 + \left(y - \frac{15}{2}\right)^2 = r_2^2$ touch each other externally at the point $(6, 6)$. If the point $(6, 6)$ divides the line segment joining the centres of the circles C_1 and C_2 internally in the ratio $2 : 1$, then $(\alpha + \beta) + 4(r_1^2 + r_2^2)$ equals

माना वृत्त $C_1 : (x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = r_1^2$ तथा $C_2 : (x - 8)^2 + \left(y - \frac{15}{2}\right)^2 = r_2^2$ एक दूसरे को बाह्य रूप से बिन्दु $(6, 6)$ पर स्पर्श करते हैं। यदि बिन्दु $(6, 6)$ वृत्त C_1 तथा C_2 के केन्द्रों को जोड़ने वाले रेखाखण्ड को आंतरिक रूप से $2 : 1$ के अनुपात में विभाजित करता है, तो $(\alpha + \beta) + 4(r_1^2 + r_2^2)$ बराबर है।

(A) 110

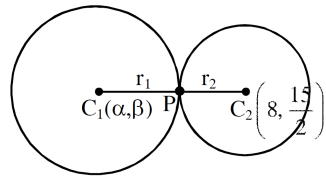
(B) 130

(C) 125

(D) 145

Ans. B

Sol.



$$(\alpha, \beta) \quad C_1 \quad \begin{array}{c} 2 : 1 \\ \text{P} \\ (6, 6) \end{array} \quad C_2 \left(8, \frac{15}{2}\right)$$

$$\therefore \frac{16 + \alpha}{3} = 6 \text{ and } \frac{15 + \beta}{3} = 6$$

$$\Rightarrow (\alpha, \beta) \equiv (2, 3)$$

$$\text{Also, } C_1C_2 = r_1 + r_2$$

$$\Rightarrow \sqrt{(2 - 8)^2 + \left(3 - \frac{15}{2}\right)^2} = 2r_1 + r_2$$

$$\Rightarrow r_2 = \frac{5}{2} \Rightarrow r_1 = 2r_2 = 5$$

$$\therefore (\alpha + \beta) + 4(r_1^2 + r_2^2) = 5 + 4\left(\frac{25}{4} + 25\right) = 130$$

SECTION-II : (Maximum Marks: 20)

This section contains 05 questions.

The answer to each question is a Numerical Value.

For each question, enter the correct integer value (In case of non-integer value, the answer should be rounded off to the nearest Integer).

Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:

Full Marks : +4 If correct answer is entered.

Zero Marks : 0 If the question is unanswered.

Negative Marks : -1 If wrong answer is entered.

खण्ड-II : (अधिकतम अंक: 20)

इस खंड में 05 प्रश्न हैं।

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर संख्यात्मक मान (Numerical Value) है।

प्रत्येक प्रश्न के लिए, सही पूर्णांक मान दर्ज करें (दशमलव संकेतन में, उत्तर को निकटतम पूर्णांक में लिखा जाना चाहिए।)

प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंकन योजना के अनुसार किया जाएगा:

पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर दर्ज किया गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी उत्तर दर्ज नहीं किया गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत उत्तर दर्ज किया गया है।

1. The number of 5-digit numbers of the form $xyzyx$ in which $x < y$ is :-

5-अंकों की $xyzyx$ के रूप में बनने वाली कुल संख्याएँ यदि $x < y$ हो तो होगी :-

Ans. 360

Sol. for $z \rightarrow 10$ choice

for First two x and $y \rightarrow {}^9C_2$ choice

Last two y and $x \rightarrow 1$ choice

$$10 \times {}^9C_2 \times 1 = 360$$

2. If $0 < A < \pi/2$ and $\sin A + \cos A + \tan A + \cot A + \sec A + \operatorname{cosec} A = 7$ and $\sin A$ and $\cos A$ are roots of equation $4x^2 - 3x + a = 0$. Then value of $25a$ is :-

यदि $0 < A < \pi/2$ तथा $\sin A + \cos A + \tan A + \cot A + \sec A + \operatorname{cosec} A = 7$ तथा $\sin A$ एवं $\cos A$ समीकरण $4x^2 - 3x + a = 0$ के मूल हैं। तब $25a$ का मान है :-

Ans. 28

Sol. $\sin A + \cos A = 3/4$ (1)

$\sin A \cos A = a/4$ (2)

$$\therefore \sin A + \cos A + \tan A + \cot A + \sec A + \operatorname{cosec} A = 7$$

$$(\sin A + \cos A) + \left(\frac{1}{\sin A \cos A} \right) + \left(\frac{\sin A + \cos A}{\sin A \cos A} \right) = 7$$

put the value from (1) and (2)

$$\frac{3}{4} + \frac{4}{a} + \frac{3}{a} = 7$$

$$2a + 28 = 28a$$

$$25a = 28$$

3. If $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax - (e^{4x} - 1)}{ax(e^{4x} - 1)}$ exists and is equal to b , then the value of $a - 2b$ is _____.

यदि $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax - (e^{4x} - 1)}{ax(e^{4x} - 1)}$ का अस्तित्व है तथा यह b के बराबर है, तो $a - 2b$ का मान है _____.

Ans. 5

Sol.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax - (e^{4x} - 1)}{ax(e^{4x} - 1)} \left(\frac{0}{0} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax - (e^{4x} - 1)}{ax \cdot 4x} \quad \left[\text{Use } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1}{4x} = 1 \right]$$

Apply L'Hospital Rule

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a - 4e^{4x}}{8ax} \left(\frac{a - 4}{0} \text{ form} \right)$$

limit exists only when $a - 4 = 0 \Rightarrow a = 4$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 - 4e^{4x}}{32x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{4x}}{8x} \left(\frac{0}{0} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-e^{4x} \cdot 4}{8} = -\frac{1}{2} \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$$

$$a - 2b = 4 - 2 \left(-\frac{1}{2} \right)$$

$$= 5$$

4. If $\int \sqrt{1 + \sin \left(\frac{x}{4} \right)} dx = k \left(\sin \frac{x}{a} - \cos \frac{x}{b} \right) + C$; then value of $(k + a + b) = ?$

यदि $\int \sqrt{1 + \sin \left(\frac{x}{4} \right)} dx = k \left(\sin \frac{x}{a} - \cos \frac{x}{b} \right) + C$ तो $(k + a + b)$ का मान होगा।

Ans. 24

Sol.

$$\int \sqrt{1 + \sin \left(\frac{x}{4} \right)} dx = \int \sqrt{1 + 2 \sin \frac{x}{8} \cos \frac{x}{8}} dx$$

$$\int \sqrt{\sin^2 \frac{x}{8} + \cos^2 \frac{x}{8} + 2 \sin \frac{x}{8} \cos \frac{x}{8}} dx$$

$$\int \sqrt{\left(\sin \frac{x}{8} + \cos \frac{x}{8} \right)^2} dx = \int \left(\sin \frac{x}{8} + \cos \frac{x}{8} \right) dx$$

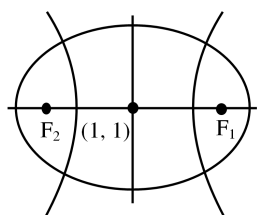
$$= -8 \cos \left(\frac{x}{8} \right) + 8 \sin \left(\frac{x}{8} \right) + C = 8 \left(\sin \frac{x}{8} - \cos \frac{x}{8} \right) + C$$

5. Let the foci of a hyperbola H coincide with the foci of the ellipse E : $\frac{(x-1)^2}{100} + \frac{(y-1)^2}{75} = 1$ and the eccentricity of the hyperbola H be the reciprocal of the eccentricity of the ellipse E. If the length of the transverse axis of H is α and the length of its conjugate axis is β , then $3\alpha^2 + 2\beta^2$ is equal to :

माना एक अतिपरवलय H की नाभियाँ, दीर्घवृत्त E : $\frac{(x-1)^2}{100} + \frac{(y-1)^2}{75} = 1$ की नाभियों पर हैं तथा अतिपरवलय H की उत्केन्द्रता, दीर्घवृत्त E की उत्केन्द्रता व्युत्क्रम (reciprocal) है। यदि अतिपरवलय H के अनुप्रस्थ अक्ष की लंबाई α है तथा इसके संयुग्मी अक्ष की लंबाई β है, तो $3\alpha^2 + 2\beta^2$ बराबर है।

Ans. 225

Sol.



$$e_1 = \sqrt{1 - \frac{75}{100}} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$e_2 = 2$$

$$F_1 (6, 1), F_2 (-4, 1)$$

$$2ae_2 = 10 \Rightarrow a = \frac{5}{2} \Rightarrow 2a = 5$$

$$\Rightarrow \alpha = 5$$

$$4 = 1 + \frac{b^2}{a^2} \Rightarrow b^2 = 3a^2$$

$$b = \sqrt{3} \times \frac{5}{2}$$

$$b = 5\sqrt{3}$$

$$3\alpha^2 + 2\beta^2 = 3 \times 25 + 2 \times 25 \times 3 = 225$$

SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिए जगह

Note : In case of any Correction in the test paper, please mail to dlpcorrections@allen.ac.in within 2 days along with **Paper code** and Your **Form No.**

नोट : यदि इस प्रश्न पत्र में कोई Correction हो तो कृपया **Paper code** एवं आपके **Form No.** के साथ 2 दिन के अन्दर dlpcorrections@allen.ac.in पर mail करें।