

JEE(Main + Advanced) : LEADER TEST SERIES / JOINT PACKAGE COURSE

Time : 3 Hours

12th Undergoing/Pass Students

Maximum Marks : 300

READ THE INSTRUCTIONS CAREFULLY / कृपया इन निर्देशों को ध्यान से पढ़ें**Important Instructions :**

1. Immediately fill in the form number on this page of the Test Booklet with Blue/Black Ball Point Pen. Use of pencil is strictly prohibited.
2. The candidates should not write their Form Number anywhere else (except in the specified space) on the Test Booklet/Answer Sheet.
3. The Test Booklet consists of **75** questions.
4. There are **three** parts in the question paper 1,2,3 consisting of **Physics, Chemistry and Mathematics** having **25 questions** in each subject and each subject having **Two sections**.
 (i) Section-I contains 20 **multiple choice** questions with **only one correct** option.
Marking scheme : +4 for correct answer, 0 if not attempted and -1 in all other cases.
 (ii) Section-II contains 05 **Numerical Value Type** questions.
Marking scheme : +4 for correct answer, 0 if not attempted and -1 in all other cases.
5. No candidate is allowed to carry any textual material, printed or written, bits of papers, mobile phone any electronic device etc, except the Identity Card inside the examination hall/room.
6. Rough work is to be done on the space provided for this purpose in the Test Booklet only.
7. On completion of the test, the candidate must hand over the Answer Sheet to the invigilator on duty in the Room/Hall. **However, the candidates are allowed to take away this Test Booklet with them.**
8. **Do not fold or make any stray marks on the Answer Sheet.**
9. Take $g = 10 \text{ m/s}^2$ unless otherwise stated.

महत्वपूर्ण निर्देश :

1. परीक्षा पुस्तिका के इस पृष्ठ पर आवश्यक विवरण नीले/काले बॉल पाइंट पेन से तत्काल भरें। पेन्सिल का प्रयोग बिल्कुल वर्जित है।
2. परीक्षार्थी अपना फॉर्म नं. (निर्धारित जगह के अतिरिक्त) परीक्षा पुस्तिका/उत्तर पत्र पर कहीं और न लिखें।
3. इस परीक्षा पुस्तिका में **75** प्रश्न हैं।
4. इस परीक्षा पुस्तिका में तीन भाग 1, 2, 3 हैं, जिसके प्रत्येक भाग में **भौतिक विज्ञान, रसायन विज्ञान एवं गणित** के **25 प्रश्न** हैं और प्रत्येक विषय में 2 खण्ड हैं।
 (i) खण्ड-I में 20 **बहुविकल्पीय** प्रश्न हैं। जिनके केवल एक विकल्प सही है।
अंक योजना : +4 सही उत्तर के लिए, 0 प्रयास नहीं करने पर तथा -1 अन्य सभी अवस्थाओं में।
 (ii) खण्ड-II में 05 **संख्यात्मक मान** प्रकार के प्रश्न हैं।
अंक योजना : +4 सही उत्तर के लिए, 0 प्रयास नहीं करने पर तथा -1 अन्य सभी अवस्थाओं में।
5. परीक्षार्थी द्वारा परीक्षा कक्ष/हॉल में परिचय पत्र के अलावा किसी भी प्रकार की पाठ्य सामग्री मुद्रित या हस्तलिखित कागज की पर्चियों, मोबाइल फोन या किसी भी प्रकार के इलेक्ट्रॉनिक उपकरणों या किसी अन्य प्रकार की सामग्री को ले जाने या उपयोग करने की अनुमति नहीं है।
6. रफ कार्य परीक्षा पुस्तिका में केवल निर्धारित जगह पर ही कीजिये।
7. परीक्षा समाप्त होने पर, परीक्षार्थी कक्ष/हॉल छोड़ने से पूर्व उत्तर पत्र कक्ष निरीक्षक को अवश्य सौंप दें। परीक्षार्थी अपने साथ इस परीक्षा पुस्तिका को ले जा सकते हैं।
8. उत्तर पत्र को न मोड़ें एवं न ही उस पर अन्य निशान लगाएं।
9. $g = 10 \text{ m/s}^2$ प्रयुक्त करें, जब तक कि अन्य कोई मान नहीं दिया गया हो।

Name of the Candidate (in Capitals) _____

परीक्षार्थी का नाम (बड़े अक्षरों में) :

Form Number : in figures _____

फॉर्म नम्बर : अंकों में

: in words _____

: शब्दों में

Centre of Examination (in Capitals) : _____

परीक्षा केन्द्र (बड़े अक्षरों में) :

Candidate's Signature : _____ Invigilator's Signature : _____

परीक्षार्थी के हस्ताक्षर :

निरीक्षक के हस्ताक्षर :

Your Target is to secure Good Rank in JEE(Main) 2025**ALLEN CAREER INSTITUTE Pvt. Ltd.**

Registered & Corporate Office : 'SANKALP', CP-6, Indra Vihar, Kota (Rajasthan) INDIA-324005

Ph. : +91-744-3556677, +91-744-2757575 | E-mail : dlp@allen.in | Website : www.dlp.allen.ac.in, dsat.allen.ac.in

DO NOT BREAK THESE SEALS WITHOUT BEING INSTRUCTED TO DO SO BY THE INVIGILATOR / निरीक्षक के अनुदेशों के बिना मुहरें न तोड़ें

For More Material Join: @JEEAdvanced_2025

ALLEN®
PART-1 : PHYSICS
भाग-1 : भौतिक विज्ञान

SECTION-I : (Maximum Marks: 80)

This section contains **20 questions**. Each question has 4 options for correct answer. Multiple-Choice Questions (MCQs) **Only one option is correct**. For each question, marks will be awarded as follows:

Full Marks : +4 If correct answer is selected.

Zero Marks : 0 If none of the option is selected.

Negative Marks : -1 If wrong option is selected.

खण्ड-I : (अधिकतम अंक: 80)

इस खंड में **20 प्रश्न** हैं। प्रत्येक प्रश्न में सही उत्तर के लिए 4 विकल्प हैं। बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQs) **केवल एक विकल्प सही** है। प्रत्येक प्रश्न के लिए, अंक निम्नानुसार दिए जाएंगे:

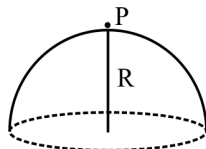
पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर चुना गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत विकल्प चुना गया है।

1. Find electric field due to uniformly charged hemispherical cap having charge density σ at point P :-

चित्रानुसार बिन्दु P पर आवेश घनत्व σ वाले एकसमान रूप से आवेशित अर्द्धगोलाकार केप के कारण उत्पन्न विद्युत क्षेत्र है :-

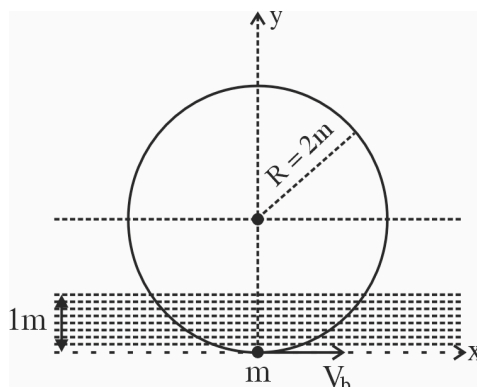


- (A) $\frac{\sigma}{2\sqrt{2}\epsilon_0}$ (B) $\frac{\sigma}{2\sqrt{2}\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ (C) $\frac{\sigma}{4\epsilon_0}$ (D) $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

Ans. B

2. A smooth and vertical circular wire frame of radius $2m$ is fixed inside water as shown. A small bead of specific gravity 0.5 is threaded on the wire and is kept at the origin. If the bead is imparted velocity V_0 towards positive x axis, it moves on the wire frame then neglecting effect of viscosity, minimum value of V_0 so that it completes vertical circle will be :-

त्रिज्या $2m$ वाले एक चिकने तथा ऊर्ध्वाधर वृत्ताकार तार फ्रेम को जल के अन्दर चित्रानुसार स्थिर किया गया है। विशिष्ट गुरुत्व 0.5 वाले एक छोटे मोती को तार पर पिरोया जाता है तथा मूल बिन्दु पर रखा जाता है। यदि मोती को धनात्मक x -अक्ष की ओर V_0 वेग दिया जाता है तो यह तार फ्रेम पर गति करता है तब श्यानता के प्रभाव को नग्न्य मानते हुये V_0 का वह न्यूनतम मान ज्ञात कीजिये ताकि यह ऊर्ध्वाधर वृत्त पूर्ण कर सके।



- (A) $5\sqrt{2}$ m/s (B) $2\sqrt{20}$ m/s (C) $2\sqrt{10}$ m/s (D) $\sqrt{70}$ m/s

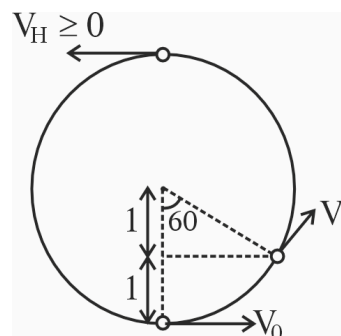
Ans. C

Sol. Let mass of bead = m

to complete vertical circle

$$V_H \geq 0$$

Apply WE theorem



$$-mg(3) = \frac{1}{2}m(V^2 - V_0^2)$$

$$V^2 = V_0^2 + 6g$$

$$V^2 \geq 6g$$

$$V_{\min} = \sqrt{60}$$

Inside water forces acting are gravity, Buoyant force & Normal reaction.

$$W_a + W_B + W_N = \Delta KE$$

$$-mg(1) + 2mg(1) + 0 = \frac{1}{2}m(V^2 - V_0^2)$$

$$V_0^2 = V^2 - 2g \geq 40$$

$$V_{0 \min} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10} \text{ m/s}$$

3. **Statement-1** : Experiments revealed that the distance of closest approach to a gold nucleus of an α particle of kinetic energy 5.5 MeV is about 4×10^{-14} m.

Statement-2 : Rutherford's calculations take into account both coulombic repulsion force as well as short ranged nuclear force.

- (A) Statement-1 is true, statement-2 is true and statement-2 is correct explanation for statement-1.
 (B) Statement-1 is true, statement-2 is true and statement-2 is NOT the correct explanation for statement-1.
 (C) Statement-1 is true, statement-2 is false.
 (D) Statement-1 is false, statement-2 is true.

वक्तव्य-1 : प्रयोग दर्शाते हैं कि गतिज ऊर्जा 5.5 MeV वाले α -कण के स्वर्ण नाभिक के निकटतम पहुँचने की दूरी लगभग 4×10^{-14} m होती है।

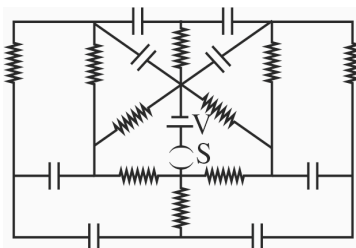
वक्तव्य-2 : रदरफोर्ड की गणनाओं में कूलॉम्बिक प्रतिकर्षण बल तथा लघु परास नाभिकीय बल दोनों पर विचार किया जाता है।

- (A) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है; तथा वक्तव्य-2 वक्तव्य-1 का सही स्पष्टीकरण है।
 (B) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है; तथा वक्तव्य-2 वक्तव्य-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।
 (C) वक्तव्य-1 सत्य है, वक्तव्य-2 असत्य है।
 (D) वक्तव्य-1 असत्य है, वक्तव्य-2 सत्य है।

Ans. C

4. A system of capacitors and resistors are connected to an ideal battery of emf V as shown in figure. Initially all the capacitors are uncharged and switch is open. Now switch S is closed at $t = 0$. (Capacitance of each capacitor is ' C ' and resistance of each resistor is R and all of the symbols have their usual meaning). Current through battery just after switch is closed, is

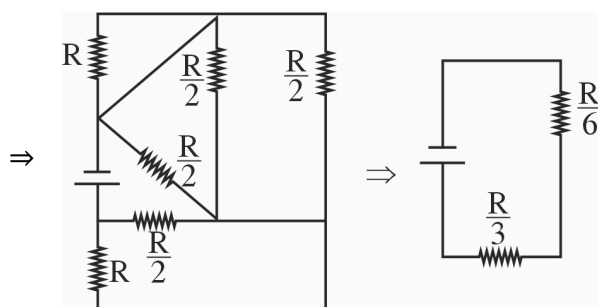
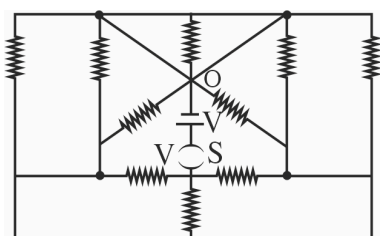
संधारित्रों तथा प्रतिरोधकों के एक निकाय को विद्युत वाहक बल V वाली एक आदर्श बैटरी से चित्रानुसार जोड़ा जाता है। प्रारम्भ में सभी संधारित्र अनावेशित हैं तथा स्विच खुला है। अब स्विच S को $t = 0$ पर बंद कर दिया जाता है। (प्रत्येक संधारित्र की धारिता ' C ' तथा प्रत्येक प्रतिरोधक का प्रतिरोध R है तथा सभी संकेतों के सामान्य अर्थ हैं।) स्विच के बंद करने के ठीक पश्चात बैटरी से निर्गत धारा है :



- (A) $\frac{7}{13} \frac{V}{R}$
 (B) $\frac{17}{13} \frac{V}{R}$
 (C) $\frac{2V}{R}$
 (D) None of these / इनमें से कोई नहीं

Ans. C

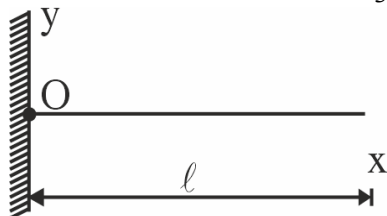
Sol. At $t = 0$ all the capacitors are short circuited. So current at $t = 0$ can be calculated as below.



$$i = \frac{2V}{R}$$

5. Transverse waves are set in a thin rod of length ℓ clamped at one end O and free at other end. The wave velocity is v . The rod vibrates in the 4th overtone mode with amplitude y_0 . The equation of motion of the point at $x = \frac{2\ell}{3}$ is

एक सिरे O पर क्लैम्प की गयी लम्बाई ℓ वाली एक पतली छड़ में अनुप्रस्थ तरंग उत्पन्न की जाती है, जिसका दूसरा सिरा स्वतंत्र है। तरंग का वेग v है। छड़ y_0 आयाम के साथ चौथे अधिस्वरक विधा में कम्पन करती है। $x = \frac{2\ell}{3}$ पर बिन्दु की गति की समीकरण है :-



- (A) $y = y_0 \sin \frac{5\pi}{3} \cos \frac{5\pi vt}{2\ell}$
 (B) $y = y_0 \sin \frac{7\pi}{3} \cos \frac{7\pi vt}{2\ell}$
 (C) $y = y_0 \sin 10 \frac{\pi}{3} \cos \frac{9\pi vt}{2\ell}$
 (D) $y = 0$

Ans. D

Sol. $f = \frac{nv}{4\ell}$

$n = 1, 3, 5, 7, 9$

Fourth overtone $f_0 = \frac{9v}{4\ell}$;

$\lambda = \frac{4\ell}{9}$

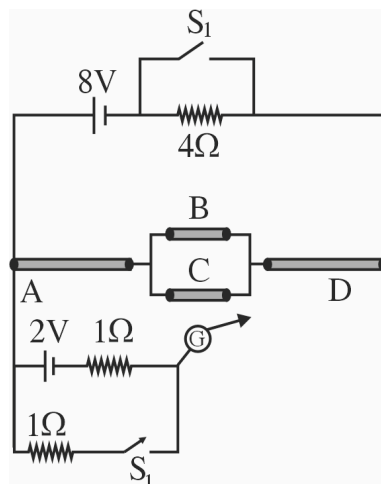
\therefore Equation of the standing wave

$y = y_0 \sin \frac{9\pi x}{2\ell} \cos \frac{9\pi vt}{2\ell}$

For $x = \frac{2\ell}{3}$

$y = y_0 \sin(3\pi) \cos \frac{9\pi vt}{2\ell} = 0$

6. Four wire A, B, C and D each of length $\ell = 10\text{cm}$ and each of area of cross section is 0.1 m^2 are connected in the given circuit. Then, the position of null point is :-
 (Given that resistivity : $\rho_A = 1\Omega - \text{m}$, $\rho_B = 3\Omega - \text{m}$, $\rho_C = 6\Omega - \text{m}$, $\rho_D = 1\Omega - \text{m}$)
- (A) mid point of wire B or wire C when both the switches S_1 and S_2 open.
 (B) mid point of wire B when both the switches S_1 and S_2 are closed.
 (C) mid point of wire D when both the switches S_1 and S_2 are open.
 (D) None of these



दिये गये परिपथ में प्रत्येक लम्बाई $\ell = 10\text{ cm}$ तथा प्रत्येक अनुप्रस्थ काट 0.1 m^2 वाले चार तार A, B, C तथा D को जोड़ा गया है तब शून्य बिन्दु की स्थिति है :- (दी गयी प्रतिरोधकता : $\rho_A = 1\Omega - \text{m}$, $\rho_B = 3\Omega - \text{m}$, $\rho_C = 6\Omega - \text{m}$, $\rho_D = 1\Omega - \text{m}$)

- (A) दोनों स्विच S_1 तथा S_2 खुले होने पर तार B या तार C का मध्य बिन्दु
 (B) दोनों स्विच S_1 तथा S_2 बंद होने पर तार B का मध्य बिन्दु
 (C) दोनों स्विच S_1 तथा S_2 खुले होने पर तार D का मध्य बिन्दु
 (D) इनमें से कोई नहीं

Ans. A

Sol. Both open.

$$R_A = 1\Omega, R_B = 3\Omega, R_C = 6\Omega, R_D = 1\Omega$$

Current in upper circuit when S_1 is open is $I_1 = 1\text{A}$

Null point is mid point of B or C when S_2 and S_1 both open

When both closed, current in upper circuit

$$I_1 = 2\text{A}$$

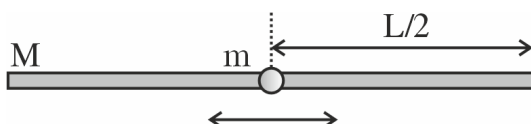
Current in lower circuit $I_2 = 1\text{A}$

$$\Delta V = 2 - I_2(1) = 1\text{V}$$

null point is mid point of A.

7. Uniform, smooth, thin, fairly long rod of mass M and length L is in weightlessness in the distant space as shown. A small bead is placed on the rod, the mass m of which is much less than the mass M of the rod ($m \ll M$). Find the period T of small oscillations of the bead near the center rod. Gravitational constant is G .

द्रव्यमान M तथा लम्बाई L वाली एक समरूप चिकनी, पतली तथा काफी लम्बी छड़ की दूर समष्टि में भारहीनता दर्शायी गयी है। छड़ पर द्रव्यमान m का एक छोटा मोती रखा गया है। m छड़ के द्रव्यमान M से काफी कम है, ($m \ll M$)। छड़ के केन्द्र के निकट मोती के अल्प दोलन का आवर्तकाल T ज्ञात कीजिये। गुरुत्वाकर्षण नियतांक G है।



- (A) $\pi\sqrt{\frac{L^3}{8GM}}$
 (B) $\pi\sqrt{\frac{L^3}{GM}}$
 (C) $2\pi\sqrt{\frac{L^3}{2GM}}$
 (D) $2\pi\sqrt{\frac{L^3}{8GM}}$

Ans. D

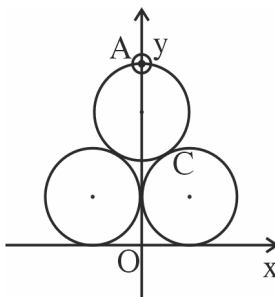
Sol. Since, according to the condition, the mass of the rod M is much greater than the mass of the bead m ($m \ll M$), then we can assume that the rod is practically motionless, and a bead moves along it.

$$F(x) = -G \frac{mM^*}{\left(\frac{L}{2} + x\right)^2} \approx -G \frac{mM^*}{(L/2)^2}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{L^3}{8GM}}$$

8. Consider three identical uniform disc each of mass M and radius ' R '. System is kept in x - y plane. Match the moment of inertia about axis in List I to answer in List II :-

	List-I		List-II
(I)	About x axis	(P)	$\left(\frac{18 + 4\sqrt{3}}{4}\right) MR^2$
(II)	About y axis	(Q)	$\frac{11MR^2}{4}$
(III)	About an axis passing through centre of mass of system and perpendicular to its plane	(R)	$\frac{11MR^2}{2}$
(IV)	About axis passing through point A and perpendicular to plane	(S)	$\left(\frac{27 + 8\sqrt{3}}{4}\right) MR^2$
		(T)	None of these



प्रत्येक द्रव्यमान M तथा त्रिज्या ' R ' वाली तीन एक जैसी समरूप चकतियों पर विचार कीजिये। निकाय को x - y तल में रखा जाता है। सूची-I में दिये गये अक्ष के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण का सूची-II में उत्तर से मिलान कीजिये।

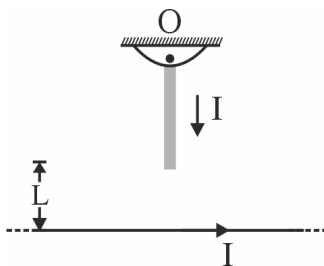
	सूची-I		सूची-II
(I)	x -अक्ष के सापेक्ष	(P)	$\left(\frac{18 + 4\sqrt{3}}{4}\right) MR^2$
(II)	y -अक्ष के सापेक्ष	(Q)	$\frac{11MR^2}{4}$
(III)	निकाय के द्रव्यमान केन्द्र से गुजरने वाली तथा इसके तल में लम्बवत् अक्ष के सापेक्ष	(R)	$\frac{11MR^2}{2}$
(IV)	बिन्दु A से गुजरने वाली तथा तल के लम्बवत् अक्ष के सापेक्ष	(S)	$\left(\frac{27 + 8\sqrt{3}}{4}\right) MR^2$
		(T)	इनमें से कोई नहीं

- (A) (I) - (S) ; (II) - (Q) ; (III) - (R) ; (IV) - (T)
 (B) (I) - (T) ; (II) - (Q) ; (III) - (R) ; (IV) - (S)
 (C) (I) - (S) ; (II) - (R) ; (III) - (Q) ; (IV) - (T)
 (D) (I) - (P) ; (II) - (Q) ; (III) - (S) ; (IV) - (R)

Ans. A

9. A wire of length L , mass m and carrying a current I is suspended from point O as shown. An another infinitely long wire carrying the same current I is at a distance L below the lower end of the wire. The angular acceleration of the wire just after it is released from the position is :- (given $I = 2 \text{ A}$, $L = 1 \text{ m}$ and $m = 0.1 \text{ kg}$, $\log_e 2 = 0.7$)

लम्बाई L , द्रव्यमान m वाले एक तार में धारा I प्रवाहित हो रही है तथा इसे बिन्दु O से चित्रानुसार लटकाया गया है। एक अन्य अनन्त रूप से लम्बे तार में समान धारा I प्रवाहित हो रही है, जो कि तार के निचले सिरे के नीचे L दूरी पर है। इसे इस स्थिति से विरामावस्था से छोड़ने के ठीक पश्चात् तार का कोणीय त्वरण है :- (दिया है : $I = 2 \text{ A}$, $L = 1 \text{ m}$ तथा $m = 0.1 \text{ kg}$, $\log_e 2 = 0.7$)



- (A) $48 \times 10^{-7} \text{ rad/s}^2$ (B) $96 \times 10^{-7} \text{ rad/s}^2$
(C) $24 \times 10^{-6} \text{ rad/s}^2$ (D) $48 \times 10^6 \text{ rad/s}^2$

Ans. B

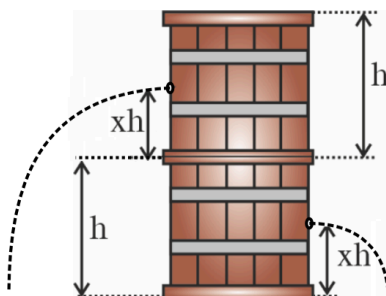
Sol. Consider an element of length dx (of the suspended by wire) at a distance x from the horizontal wire. If

$d\tau$ is the torque on this element due to the magnetic force F_m , then

$$\tau_0 = \int_{x=L}^{x=2L} F_m (2L - x) = \int_{x=L}^{x=2L} \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi x} \right) (I) dx (2L - x)$$

10. 2 identical cylinder-shaped barrels, having the same height h are placed on the horizontal ground, one on the top of the other. Both were nearly fully filled with wine. Two holes are drilled as shown. Find x , in order that the impact points of the wine rays fall as far apart as possible.

समान ऊँचाई h वाले दो एक जैसे बेलनाकार आकृति के बेरल को क्षैतिज धरातल पर एक के ऊपर एक रखा जाता है। दोनों को लगभग पूर्ण रूप से वाइन से भरा जाता है। चित्रानुसार दो छिद्र किये जाते हैं। x का वह मान ज्ञात कीजिये ताकि वाइन की धाराओं के सघात बिन्दु यथा संभव दूर स्थित हो।



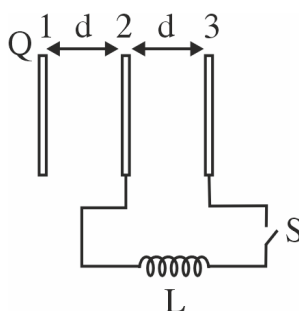
- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{2}{3}$

Ans. B

11. Three identical large parallel plates are fixed at separation d from each other as shown. The area of each plate is A . Plate 1 is given charge $+Q$, while plates 2 and 3 are neutral and are connected to each other through coil of inductance L and switch S . If resistance of all connecting wires is neglected then the maximum current that will flow through coil after closing switch is (take $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$ and neglect fringe effect)

तीन एक जैसी बड़ी समान्तर प्लेटों को चित्रानुसार एक दूसरे से d दूरी पर स्थिर किया गया है। प्रत्येक प्लेट का क्षेत्रफल A है। प्लेट 1 को $+Q$ आवेश दिया जाता है, जबकि प्लेट 2 तथा 3 उदासीन है तथा ये प्रेरकत्व L वाली कुण्डली तथा स्विच S से एक दूसरे से जुड़ी हुयी है। यदि जुड़े हुये सभी तारों का प्रतिरोध नगण्य है तो स्विच को बंद करने के पश्चात कुण्डली से प्रवाहित अधिकतम धारा है :-

($C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$ लें तथा फ्रिंज प्रभाव को नगण्य मानें।)



(A) $\frac{Q}{\sqrt{LC}}$

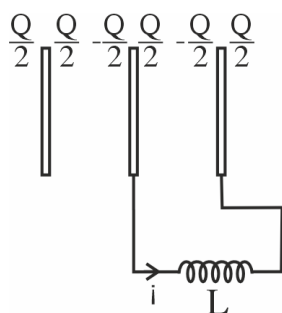
(B) $\frac{Q}{\sqrt{2LC}}$

(C) $\frac{3Q}{2\sqrt{LC}}$

(D) $\frac{Q}{2\sqrt{LC}}$

Ans. D

Sol. $\frac{\left(\frac{Q}{2}\right)^2}{2C} = \frac{1}{2} L i_0^2$



$\Rightarrow i_0 = \frac{Q}{2\sqrt{LC}}$

12. Which of the following statements are correct regarding L.E.D.?
- (I) Low operational voltage and less power.
 (II) Fast action and no warm-up time required.
 (III) The bandwidth of emitted light is 100 \AA to 500 \AA or in other words it is nearly (but not exactly) monochromatic.
 (IV) Short life and ruggedness.
 (V) Fast on-off switching capacity.
- (A) I, II, III, IV are correct. (B) I, III, IV, V are correct
 (C) I, II, III, V are correct (D) All are correct.

L.E.D. के संदर्भ में सही कथन चुनिये।

- (I) निम्न परिचालन वोल्टता तथा कम शक्ति
 (II) यह तीव्र क्रिया करता है तथा इसे गर्म होने में समय नहीं लगता है।
 (III) उत्सर्जित प्रकाश की बैंड चौड़ाई 100 \AA से 500 \AA होती है या दूसरे शब्दों में यह लगभग (परन्तु सटीक नहीं) एकवर्णीय प्रकाश होता है।
 (IV) अल्प आयु तथा कठोर
 (V) तीव्रता से चालू या बंद किया जा सकता है।
- (A) I, II, III, IV सही हैं (B) I, III, IV, V सही हैं
 (C) I, II, III, V सही हैं (D) सभी सही हैं।

Ans. C

13. A stone is thrown vertically upward. On its way up it passes point A with speed of v , and point B, 3m higher than A, with speed $v/2$. The maximum height reached by stone above point B is :
- एक पत्थर को ऊर्ध्वाधर रूप से ऊपर की ओर फेंका जाता है। इसके ऊपर के रास्ते में यह बिन्दु A से चाल v से गुजरता है तथा A से ऊँचाई 3m पर स्थित बिन्दु B से चाल $v/2$ से गुजरता है। बिन्दु B के ऊपर पत्थर द्वारा प्राप्त अधिकतम ऊँचाई है:
- (A) 1m (B) 2m
 (C) 3m (D) 5m

Ans. A

14. A particle of mass m is driven by a machine that delivers a constant power k watts. If the particle starts from rest the force on the particle at time t is :
- द्रव्यमान m के एक कण को एक मशीन द्वारा प्रचालित किया जाता है जो कि k वॉट की नियत शक्ति प्रदान करती है। यदि कण विरामावस्था से प्रारम्भ होता है तो समय t पर कण पर लगने वाला बल है :
- (A) $\sqrt{2mk} t^{-1/2}$ (B) $\frac{1}{2} \sqrt{mk} t^{-1/2}$
 (C) $\sqrt{\frac{mk}{2}} t^{-1/2}$ (D) $\sqrt{mk} t^{-1/2}$

Ans. C

15. A solid sphere of mass m and radius R is gently placed on a conveyer belt moving with constant velocity v_0 . If coefficient of friction between belt and sphere is $2/7$, the distance travelled by the centre of the sphere before it starts pure rolling is :

द्रव्यमान m तथा त्रिज्या R वाले एक ठोस गोले को नियत वेग v_0 से गतिशील एक कन्वेयर बेल्ट पर धीरे से रखा जाता है। बेल्ट तथा गोले के मध्य घर्षण गुणांक $2/7$ है तो शुद्ध लौटनी गति प्रारम्भ करने से पूर्व गोले के केन्द्र द्वारा तय की गयी दूरी है:



- (A) $\frac{v_0^2}{7g}$ (B) $\frac{2v_0^2}{49g}$ (C) $\frac{2v_0^2}{5g}$ (D) $\frac{2v_0^2}{7g}$

Ans. A

16. An object of mass 0.2 kg executes simple harmonic oscillations along X-axis with a frequency of $(25/\pi) \text{ Hz}$. At the position $x = 0.04 \text{ m}$, the object has kinetic energy of 0.5 J and potential energy of 0.4 J . Find the amplitude of oscillations (in cm). [assume zero potential energy at equilibrium position]

द्रव्यमान 0.2 kg का एक पिण्ड X-अक्ष के अनुदिश $(25/\pi) \text{ Hz}$ आवृत्ति के साथ सरल आवर्ती दोलन करता है। स्थिति $x = 0.04 \text{ m}$ पर पिण्ड की गतिज ऊर्जा 0.5 J तथा स्थितिज ऊर्जा 0.4 J है। दोलन का आयाम (cm में) ज्ञात कीजिये।
[माना साम्यावस्था स्थिति पर स्थितिज ऊर्जा शून्य है।]

- (A) 2 cm (B) 4 cm
(C) 5 cm (D) 6 cm

Ans. D

17. The de-Broglie wavelength associated with the electron in $n = 4$ level is :

- (A) two times the de-Broglie wavelength of the electron in the ground state
(B) four times the de-Broglie wavelength of the electron in the ground state
(C) half of the de-Broglie wavelength of the electron in the ground state
(D) $1/4^{\text{th}}$ of the de-Broglie wavelength of the electron in the ground state.

$n = 4$ स्तर में इलेक्ट्रॉन से संबंधित डी-ब्रोग्ली तरंगदैर्घ्य होती है:

- (A) मूल अवस्था में इलेक्ट्रॉन की डी-ब्रोग्ली तरंगदैर्घ्य की दुगुनी
(B) मूल अवस्था में इलेक्ट्रॉन की डी-ब्रोग्ली तरंगदैर्घ्य की चार गुनी
(C) मूल अवस्था में इलेक्ट्रॉन की डी-ब्रोग्ली तरंगदैर्घ्य की आधी
(D) मूल अवस्था में इलेक्ट्रॉन की डी-ब्रोग्ली तरंगदैर्घ्य की $1/4$ गुनी

Ans. B

18. A mixture of light, consisting of wavelength 590 nm and an unknown wavelength, illuminates Young's double slit and gives rise to two overlapping interference patterns on the screen. The central maximum of both lights coincide. Further, it is observed that the third bright fringe of known light coincides with the 4th bright fringe of the unknown light. From this data, the wavelength of the unknown light is :

तरंगदैर्घ्य 590 nm तथा एक अज्ञात तरंगदैर्घ्य वाले प्रकाश का एक मिश्रण यंग द्विस्लिट को प्रकाशित करता है तथा पर्दे पर दो अतिव्यापी व्यतिकरण प्रतिरूप उत्पन्न करता है। दोनों प्रकाशों का केन्द्रीय उच्चिष्ठ सम्पाती है। यह प्रेक्षित किया जाता है कि ज्ञात प्रकाश की तृतीय दीप्त फ्रिंज, अज्ञात प्रकाश की चतुर्थ दीप्त फ्रिंज के साथ सम्पाती होती है। इस आँकड़े से अज्ञात प्रकाश की तरंगदैर्घ्य ज्ञात कीजिये।

- (A) 393.4 nm (B) 885.0 nm
(C) 442.5 nm (D) 776.8 nm

Ans. C

19. An organ pipe of cross sectional area 100 cm^2 resonates with a tuning fork of frequency 1000Hz in fundamental tone. The minimum volume of water to be drained out so that the pipe again resonates with the same tuning fork is (take velocity of wave = 320 m/s)

अनुप्रस्थ काट 100 cm^2 वाला एक ऑर्गन पाइप मूलभूत स्वर में 1000 Hz आवृत्ति वाले स्वरित्र से अनुनाद करता है। निकाले जाने वाले जल का न्यूनतम आयतन ज्ञात कीजिये ताकि पाइप पुनः उसी स्वरित्र से अनुनाद दर्शाये। (तरंग का वेग = 320 m/s लें।)

- (A) 800 cm^3 (B) 1200 cm^3
(C) 1600 cm^3 (D) 2000 cm^3

Ans. C

20. The electric field potential in a certain region of space depends only on the x-coordinate as $V = -2x^3 + 3$. Find the distribution of the space charge $\rho(x)$.

समष्टि के किसी प्रभाग में विद्युत क्षेत्र विभव केवल x-निर्देशांक पर $V = -2x^3 + 3$ के अनुसार निर्भर करता है। समष्टि आवेश $\rho(x)$ का वितरण ज्ञात कीजिये।

- (A) $6 \epsilon_0 x$ (B) $12 \epsilon_0 x$
(C) $6 \epsilon_0$ (D) $-12 \epsilon_0$

Ans. B

This section contains 05 questions.

The answer to each question is a Numerical Value.

For each question, enter the correct integer value (In case of non-integer value, the answer should be rounded off to the nearest Integer).

Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:

Full Marks : +4 If correct answer is entered.

Zero Marks : 0 If the question is unanswered.

Negative Marks : -1 If wrong answer is entered.

खण्ड-II : (अधिकतम अंक: 20)

इस खंड में 05 प्रश्न हैं।

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर संख्यात्मक मान (Numerical Value) है।

प्रत्येक प्रश्न के लिए, सही पूर्णांक मान दर्ज करें (दशमलव संकेतन में, उत्तर को निकटतम पूर्णांक में लिखा जाना चाहिए।)

प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंकन योजना के अनुसार किया जाएगा:

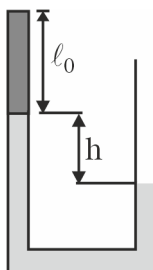
पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर दर्ज किया गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी उत्तर दर्ज नहीं किया गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत उत्तर दर्ज किया गया है।

1. As shown, the left end of an upright U-shaped glass tube of uniform cross section is sealed and the right end is open. If the atmospheric pressure is $P_0 = 76$ cm Hg and at $T_0 = 15^\circ\text{C}$, the length of the gas column sealed by the mercury is $\ell_0 = 8$ cm and the height difference between the left and the right mercury surfaces is $h = 4$ cm. When the temperature is raised to T_1 , the length of the gas column becomes $\ell_1 = 9$ cm, then T_1 is $n \times 12^\circ\text{C}$. Then find value of n .

चित्रानुसार एकसमान अनुप्रस्थ काट वाली U-आकृति की काँच की नली के बाँये ऊपरी सिरे को बंद कर दिया जाता है तथा दाँया सिरा खुला है। यदि वायुमण्डलीय दाब $P_0 = 76$ cm Hg तथा $T_0 = 15^\circ\text{C}$ है तो पारे द्वारा बंद गैस स्तम्भ की लम्बाई $\ell_0 = 8$ cm है तथा पारे की बाँयी तथा दाँयी सतह के मध्य ऊँचाई में अन्तर $h = 4$ cm है। जब तापमान को T_1 तक बढ़ाया जाता है तो गैस के स्तम्भ की लम्बाई $\ell_1 = 9$ cm हो जाती है तो T_1 का मान $n \times 12^\circ\text{C}$ है। n का मान ज्ञात कीजिये।



Ans. 5

Sol. P_i in gas column $= p_0 - \rho gh$

$$= 76 - 4 \Rightarrow 72 \text{ cm of Hg}$$

$$P_f \text{ in gas column} = 76 - 2 = 74 \text{ cm of Hg}$$

$$v_i = A \times 8, v_f = A \times 9$$

$$\frac{PV}{T} = \text{constant.}$$

$$\frac{72 \times 8 \times A}{288} = \frac{74 \times A \times 9}{T_1}$$

$$\frac{64}{288} = \frac{74}{T_1}$$

$$T_1 = \frac{288 \times 74}{64} = 333\text{K} = 60^\circ\text{C}$$

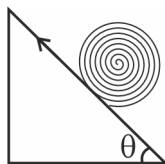
2. An infinitely long wire, located on the Z-axis, carries a current I along the +Z-direction and produces the magnetic field \vec{B} . The magnitude of the line integral $\int \vec{B} \cdot d\vec{r}$ along a straight line from the point $(-\sqrt{3}a, a, 0)$ to $(a, a, 0)$ is given by $\frac{x\mu_0 I}{24}$ then find x. [μ_0 is the magnetic permeability of free space]

Z-अक्ष पर स्थित एक अनन्त रूप से लम्बे तार में +Z दिशा के अनुदिश धारा 'I' प्रवाहित होती है तथा चुम्बकीय क्षेत्र \vec{B} उत्पन्न होता है। बिन्दु $(-\sqrt{3}a, a, 0)$ से $(a, a, 0)$ तक सरल रेखा के अनुदिश रेखीय समकलन $\int \vec{B} \cdot d\vec{r}$ का परिमाण $\frac{x\mu_0 I}{24}$ है तो x का मान ज्ञात कीजिये। (मुक्त आकाश की चुम्बकीय पारगम्यता μ_0 है।)

Ans. 7

3. A length $L = 15\text{m}$ of flexible tape is tightly wound. It is then allowed to unwind as it rolls down a fixed incline that makes an angle $\theta = 30^\circ$ with the horizontal, the upper end of the tape being fixed. Find the time taken (in second) by the tape to unwind completely. Neglect radius at any time w.r.t. the length of the rope.

एक लम्बाई $L = 15\text{m}$ वाली लचीली टेप को कस कर लपेटा गया है। फिर इसे क्षैतिज से $\theta = 30^\circ$ कोण वाले एक स्थिर नततल पर नीचे की ओर लुढ़काने के लिये खोला जाता है। टेप का ऊपरी सिरा स्थिर है। टेप को पूर्णरूप से खुलने में कितना समय (sec में) लगेगा? किसी भी समय पर त्रिज्या को टेप की लम्बाई के सापेक्ष नगण्य मानें।



Ans. 3

Sol.
$$\sqrt{\frac{3L}{g \sin \theta}} = \sqrt{\frac{3 \times 15}{10 \times \sin 30^\circ}} = 3\text{s}$$

4. The number of photons of yellow light ($\lambda = 575\text{ nm}$) that must be absorbed by 1.0 cm^2 of human skin to raise the skin temperature by 1.0°C is 1.2×10^n . Find n. (Assume that the photon energy is absorbed by 1.0 cm^3 of tissue. As rough estimates of the tissue's density and specific heat, use the values for water)

मानव शरीर की 1.0 cm^2 त्वचा द्वारा त्वचा के तापमान को 1.0°C से बढ़ाने के लिये पीले प्रकाश ($\lambda = 575\text{ nm}$) के कितने फोटोनों को अवशोषित करने की आवश्यकता होगी? (माना त्वचा के ऊतक के 1.0 cm^3 भाग द्वारा फोटोन ऊर्जा अवशोषित की जाती है। ऊतक के घनत्व तथा विशिष्ट ऊष्मा के मान जल के समान ही मानें। यदि आपका उत्तर 1.2×10^n हो तो n का मान ज्ञात कीजिये।)

Ans. 19

5. A projectile is fired at a speed of 100 m/s at an angle of 37° above the horizontal. At the highest point, the projectile breaks into two parts of mass ratio $1 : 3$. The smaller part comes to the rest. Find the distance (in m) from the launching point to the point where the heavier part lands [$g = 10\text{ m/s}^2$]

एक प्रक्षेप्य को क्षैतिज से ऊपर 37° कोण पर 100 m/s चाल से दागा जाता है। उच्चतम बिन्दु पर प्रक्षेप्य द्रव्यमान अनुपात $1 : 3$ वाले दो भागों में टूटता है। छोटा टुकड़ा विराम में आ जाता है। प्रक्षेपण बिन्दु से उस बिन्दु की दूरी (m में) ज्ञात कीजिये जहाँ भारी टुकड़ा गिरता है। [$g = 10\text{ m/s}^2$]

Ans. 1120

ALLEN®
PART-2 : CHEMISTRY
भाग-2 : रसायन विज्ञान

SECTION-I : (Maximum Marks: 80)

This section contains **20 questions**. Each question has 4 options for correct answer. Multiple-Choice Questions (MCQs) **Only one option is correct**. For each question, marks will be awarded as follows:

Full Marks : +4 If correct answer is selected.

Zero Marks : 0 If none of the option is selected.

Negative Marks : -1 If wrong option is selected.

खण्ड-I : (अधिकतम अंक: 80)

इस खंड में **20 प्रश्न** हैं। प्रत्येक प्रश्न में सही उत्तर के लिए 4 विकल्प हैं। बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQs) केवल एक विकल्प सही है। प्रत्येक प्रश्न के लिए, अंक निम्नानुसार दिए जाएंगे:

पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर चुना गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत विकल्प चुना गया है।

1. During the qualitative analysis of bromide ion by chlorine water, orange brown coloration is obtained in organic layer due to dissolution of bromine.

Which organic compound is used in above test to prepare organic layer.

(P) CCl_4

(Q) CS_2

(R) CH_2Cl_2

(S) $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$

(A) (P), (Q) and (S)

(B) (P), (Q) only

(C) (P), (Q), (R), (S)

(D) (P), (Q) and (R)

क्लोरीन जल द्वारा ब्रोमाइड आयन के गुणात्मक विश्लेषण के दौरान ब्रोमीन के घुलने के कारण कार्बनिक परत में नारंगी भूरा रंग प्राप्त होता है। कार्बनिक परत के निर्माण करने के उपरोक्त परीक्षण में कौनसे कार्बनिक यौगिक का प्रयोग किया गया है ?

(P) CCl_4

(Q) CS_2

(R) CH_2Cl_2

(S) $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$

(A) (P), (Q) तथा (S)

(B) केवल (P), (Q)

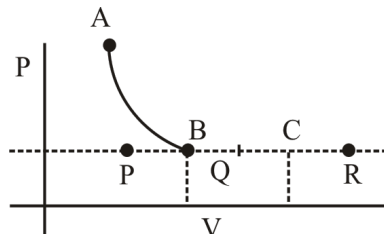
(C) (P), (Q), (R), (S)

(D) (P), (Q) तथा (R)

Ans. D

2. For an ideal gas, three adiabatic processes are carried out upto same final pressure from same initial state. If adiabatic reversible process ends up at point 'B' and adiabatic single step irreversible process ends up at point 'C', then adiabatic free expansion upto same final pressure will end up at -

तीन रुद्धोष्मीय प्रक्रमों को समान प्रारम्भिक अवस्था से समान अन्तिम दाब तक लिया गया। यदि रुद्धोष्मीय उत्क्रमणीय प्रक्रम बिन्दु 'B' पर समाप्त होता है तथा रुद्धोष्मीय एकल पद अनुत्क्रमणीय प्रक्रम बिन्दु 'C' पर समाप्त होता है, तो किस बिन्दु पर समान अन्तिम दाब तक रुद्धोष्मीय मुक्त प्रसार समाप्त होगा -



- (A) A (B) P (C) Q (D) R

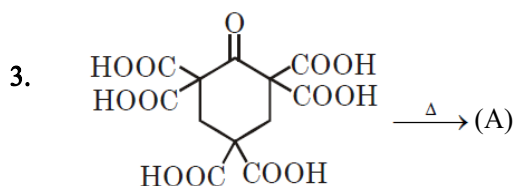
Ans. D

Sol. In adiabatic expansion $T_f < T_i$

But in adiabatic free expansion $T_f = T_i$

$T_{f(\text{free expansion})} > T_{f(\text{adiabatic irr.})}$

So for same final pressure $V_{f(\text{free})} > V_{f(\text{adia. irr.})}$



Calculate total moles of CO_2 evolved per mol substrate

दिये गये प्रति मोल क्रियाकारक को गर्म करने के दौरान उत्सर्जित CO_2 के कुल मोल है ?

- (A) 5 (B) 4 (C) 6 (D) 7

Ans. A

4. When hydrated ferric chloride is dissolved in aqueous solution of oxalic acid containing potassium hydroxide

- (A) Brown ppt of $\text{Fe}(\text{OH})_3$ is obtained
(B) Green crystals of $\text{K}_3[\text{Fe}(\text{C}_2\text{O}_4)_3]$ are obtained
(C) Yellow crystals of $\text{K}[\text{FeCl}_4]$ are obtained
(D) Yellow solution of $[\text{Fe}(\text{H}_2\text{O})_6]\text{Cl}_3$ & $\text{K}_2\text{C}_2\text{O}_4$ are obtained

जब जलयोजित फेरिक क्लोराइड को पोटेशियम हाइड्रोक्साइड युक्त ऑक्सैलिक अम्ल के जलीय विलयन में विलेय किया जाता है, तो :

- (A) $\text{Fe}(\text{OH})_3$ का भूरा अवक्षेप प्राप्त होता है।
(B) $\text{K}_3[\text{Fe}(\text{C}_2\text{O}_4)_3]$ के हरे क्रिस्टल प्राप्त होता है।
(C) $\text{K}[\text{FeCl}_4]$ के पीले क्रिस्टल प्राप्त होता है।
(D) $[\text{Fe}(\text{H}_2\text{O})_6]\text{Cl}_3$ तथा $\text{K}_2\text{C}_2\text{O}_4$ का पीला विलयन प्राप्त होता है।

Ans. B

5. For a given ideal gas, the mean free path (at a particular pressure) is -

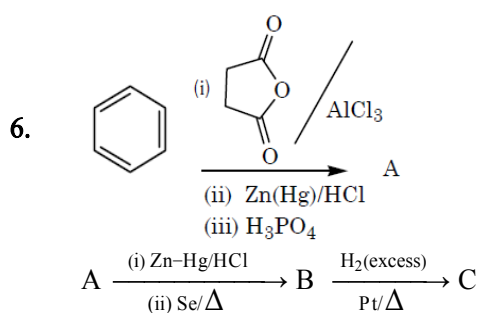
- (A) Independent of temperature (B) Decreases with rise in temperature
(C) Increases with rise in temperature (D) Directly proportional to T^2

एक निश्चित दाब पर एक दि गई आदर्श गैस के लिए माध्य मुक्त पथ होता है -

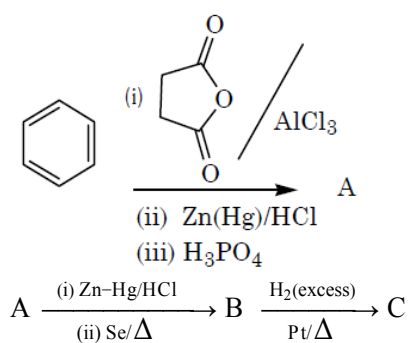
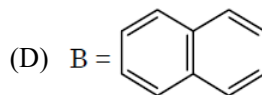
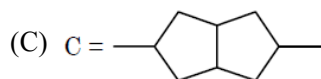
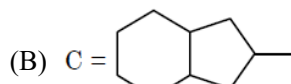
- (A) ताप से स्वतंत्र (B) ताप से वृद्धि के साथ घटता है
(C) ताप में वृद्धि के साथ बढ़ता है (D) T^2 के सीधे समानुपाती होता है

Ans. C

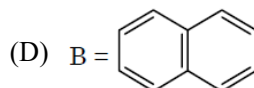
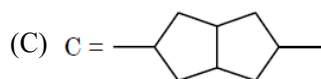
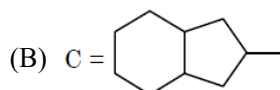
Sol. $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 N^*}$
where $N^* = \frac{P}{KT}$



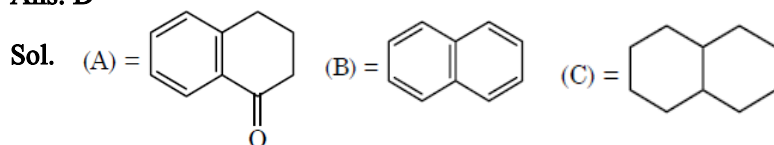
(A) C cannot exhibit GI



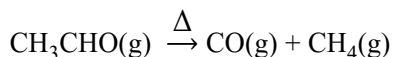
(A) C, GI प्रदर्शित नहीं कर सकता है



Ans. D

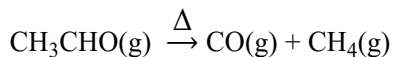


7. For a gaseous reaction :



initial pressure is 80 mm of Hg and total pressure at the end of 20 minutes is 120 mm of Hg. The rate constant of the reaction assuming first order kinetics is - ($\ln 2 = 0.693$)

एक गैसीय अभिक्रिया के लिये



प्रारम्भिक दाब 80 mm Hg तथा 20 मिनट के अंत पर कुल दाब 120 mm Hg है प्रथम कोटि गतिकी मानते हुये अभिक्रिया का दर नियतांक है :- ($\ln 2 = 0.693$)

- (A) $3.465 \times 10^{-2} \text{ min}^{-1}$ (B) 34.65 min^{-1}
(C) 3.465 min^{-1} (D) 0.3465 min^{-1}

Ans. A



t = 0	80	0	0
t = 20min	80 - x	x	x

$$(80 - x) + x + x = 120 \Rightarrow x = 40$$

$$t_{1/2} = 20\text{min}$$

$$K = \frac{0.693}{20} = 3.465 \times 10^{-2} \text{ min}^{-1}$$

8. **Assertion (A)** : Actinoid contraction is greater from element to element than lanthanide contraction.

Reason (R) : The 5f electrons themselves provide poor shielding from element to element in series.

- (A) A is false but R is true.
(B) A is true but R is false.
(C) Both A and R are true and R is the correct explanation of A.
(D) Both A and R are true and R is NOT the correct explanation of A.

कथन (A) : तत्व से तत्व तक ऐक्टिनोइड संकुचन, लैन्थेनाइड संकुचन की तुलना में अधिक होता है।

कारण (R) : 5f इलेक्ट्रॉन स्वयं, श्रेणी में तत्व से तत्व तक दुर्बल परीक्षण उपलब्ध कराते हैं।

- (A) A गलत है लेकिन R सत्य है।
(B) A सत्य हैं लेकिन R गलत है।
(C) A तथा R दोनों सत्य हैं एवं R, A का सही स्पष्टीकरण है।
(D) A तथा R दोनों सत्य है लेकिन R, A का सही स्पष्टीकरण नहीं है।

Ans. C

9. pH of the aq. solution of 0.05 M $\text{Ca}(\text{CN})_2$ at 25°C is :

$$\{pK_b(\text{CN}^-) = 8.26\}$$

25°C पर, 0.05 M $\text{Ca}(\text{CN})_2$ के जलीय विलयन की pH है:

$$\{pK_b(\text{CN}^-) = 8.26\}$$

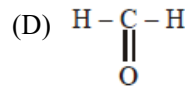
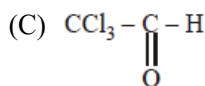
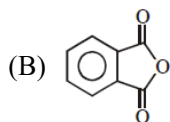
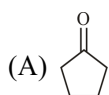
- (A) 10.63 (B) 9.37 (C) 8.63 (D) 8.37

Ans. B

Sol. $\text{pH} = 7 + \frac{1}{2}\{pK_a + \log C\}$ ($pK_a(\text{HCN}) = 5.74$)
 $= 7 + \frac{1}{2}\{5.74 + \log(0.1)\} = 7 + \frac{1}{2}\{4.74\} = 9.37$

10. Which of the following compounds has least equilibrium constant for acid catalyzed hydration :

अम्ल उत्प्रेरित जलयोजन के लिये निम्न में से कौनसे यौगिक का साम्य स्थिरांक न्यूनतम होता है :



Ans. A

11. In the laboratory a aqueous manganese (II) ion salts is oxidised by _____ to _____.

Select best option to fill the blank space respectively.

- (A) Sulphate ; Manganate (B) Peroxydisulphate ; Manganate
 (C) Thiosulphate ; Permanganate (D) Peroxydisulphate ; Permanganate

प्रयोगशाला में जलीय मैंगनीज (II) आयन लवण _____ द्वारा _____ में ऑक्सीकृत होता है।

रिक्त स्थान को भरने के लिये सर्वोत्तम विकल्प चुनिये :

- (A) सल्फेट ; मैंगेनैट (B) परॉक्सीडाइसल्फेट ; मैंगेनैट
 (C) थायोसल्फेट ; परमैंगेनैट (D) परॉक्सीडाइसल्फेट ; परमैंगेनैट

Ans. D

12. Compound $\text{PdCl}_4 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$ is a hydrated complex. If 1 molal aqueous solution of this complex has freezing point of 269.28 K (assuming 100% ionization of this complex), then formula of the complex is :

$$(K_f \text{ for water} = 1.86 \text{ K kg mol}^{-1})$$

यौगिक $\text{PdCl}_4 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$ एक जलयोजित संकुल है। इसके 1 मोलल जलीय विलयन का हिमांक 269.28 K है।

(संकुल का 100% आयनन मानें) तो संकुल का सूत्र है :

$$(\text{जल के लिए } K_f = 1.86 \text{ K kg mol}^{-1})$$

- (A) $[\text{Pd}(\text{H}_2\text{O})_6]\text{Cl}_4$ (B) $[\text{Pd}(\text{H}_2\text{O})_4\text{Cl}_2]\text{Cl}_2 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$
 (C) $[\text{Pd}(\text{H}_2\text{O})_3\text{Cl}_3]\text{Cl} \cdot 3\text{H}_2\text{O}$ (D) $[\text{Pd}(\text{H}_2\text{O})_2\text{Cl}_4] \cdot 4\text{H}_2\text{O}$

Ans. C

Sol. $\Delta T_f = i \times K_f \times m$

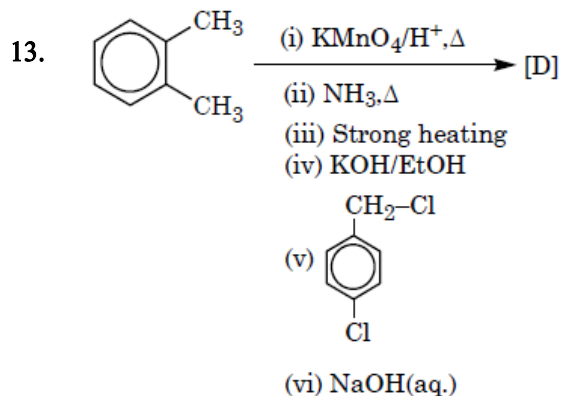
$$(273 - 269.28) = i \times 1.86 \times 1$$

$$3.72 = i \times 1.86$$

$$i = 2$$

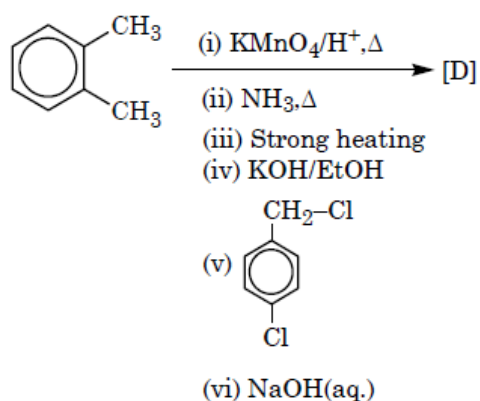
$$\alpha = \frac{i - 1}{n - 1}$$

$$1 = \frac{2 - 1}{n - 1} \text{ or } n = 2$$



Select the correct statement about final nitrogen containing compound [D].

- (A) It is less basic than aniline.
- (B) Formal charge of N is +1.
- (C) It gives bad smelling compound on treatment with CHCl_3/KOH .
- (D) On treatment with $\text{NaNO}_2 + \text{HCl}$ followed by β -naphthol in alkaline medium, it forms red dye.

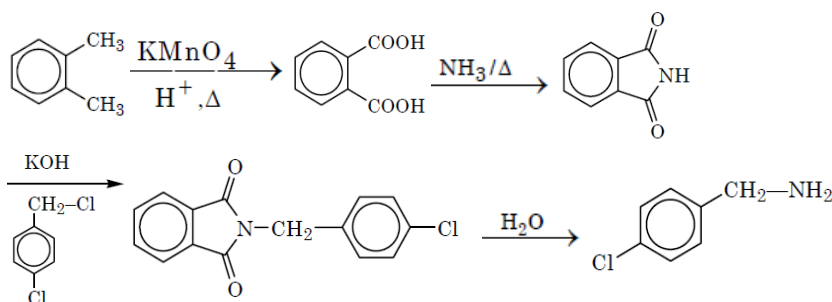


अंतिम नाइट्रोजन युक्त यौगिक [D] के संदर्भ में सही कथन पहचानिये

- (A) ऐनिलीन की तुलना में यह कम क्षारीय है
- (B) N पर औपचारिक आवेश +1 है
- (C) यह CHCl_3/KOH के साथ उपचारित किये जाने पर एक दुर्गन्ध युक्त यौगिक देगा
- (D) यह $\text{NaNO}_2 + \text{HCl}$ के साथ उपचारित किये जाने के बाद क्षारीय माध्यम में β -नेफ्थॉल के साथ क्रिया पर लाल रंजक निर्मित करेगा

Ans. C

Sol.



14. Consider Be, B, C, N, O, F, Cl, S atoms and identify atom which has maximum E.A. and atom which has lowest ionization energy.

What is the shape of binary molecule formed by them.

- (A) Linear (B) Tetrahedral (C) T-pyramidal (D) Triangular planar

Be, B, C, N, O, F, Cl, S परमाणुओं पर विचार करे तथा वह परमाणु बताईये जिसकी E.A. सर्वाधिक एवं वह परमाणु जिसकी आयनन उर्जा न्यूनतम है।

इनके द्वारा निर्मित द्विअंगी अणु की आकृति क्या है ?

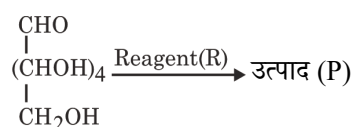
- (A) रेखीय (B) चतुष्फलकीय (C) T-पिरामिडीय (D) त्रिकोणीय समतलीय

Ans. D

15.
$$\begin{array}{c} \text{CHO} \\ | \\ (\text{CHOH})_4 \\ | \\ \text{CH}_2\text{OH} \end{array} \xrightarrow{\text{Reagent(R)}} \text{Product (P)}$$

Choose the correct statement regarding 'R' and 'P'.

- (A) When R = dil.HNO₃, number of Stereoisomers of P = 10
(B) When R = Br₂ / H₂O, number of enantiomeric pair of P = 6
(C) When R = Red P + HI, number of structural isomers of P = 6
(D) When R = HIO₄ (5 moles), number of moles of acid product obtained per mole substrate is 6.



'R' तथा 'P' के सन्दर्भ में सही कथन चुनियें :

- (A) जब R = dil.HNO₃, P के त्रिविम समावयवियों की संख्या = 10
(B) जब R = Br₂ / H₂O, P के प्रतिबिम्ब रूप समावयवी युग्म की संख्या = 6
(C) जब R = लाल P + HI, P के संरचनात्मक समावयवियों की संख्या = 6
(D) जब R = HIO₄ (5 मोल), तो प्रति मोल क्रियाकारक से प्राप्त होने वाले अम्ल उत्पाद के मोलों की संख्या 6 है।

Ans. A

Sol. A : Saccharic acid → No. of stereoisomers = 10

B : Gluconic acid → No. of enantiomeric pair = 8

C : n-hexane → No. of structural isomers = 5

D : 5 moles of acid is obtained

16. Select the p-block non metallic atoms present in chalcopyrite, cryolite and pyrolusite respectively.

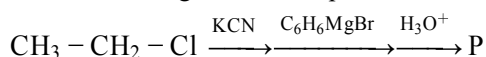
- (A) Sulphur, Fluorine, Oxygen
(B) Iron, Aluminium, Manganese
(C) Sulphur, Fluorine, Sulphur
(D) Sulphur, Chlorine, Fluorine

चेलकोपायराइट, क्रायोलाइट एवं पायरोल्युसाइट में उपस्थित p-ब्लॉक अधात्विक परमाणु क्रमशः हैं।

- (A) सल्फर, फ्लोरिन, ऑक्सीजन
(B) आयरन, ऐल्युमिनियम, मैंगनीज
(C) सल्फर, फ्लोरीन, सल्फर
(D) सल्फर, क्लोरीन, फ्लोरीन

Ans. A

17. In the following reaction sequence



The IUPAC name of 'P' is.

- (A) 1-Phenylpropanone
(B) 1-Phenylpropanoic acid
(C) 1-Phenylethanal
(D) 1-Phenylethanoic acid

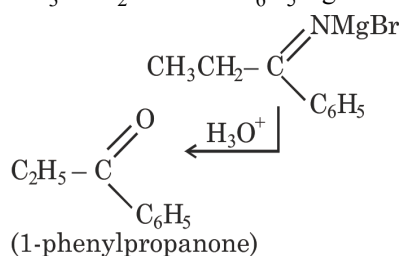
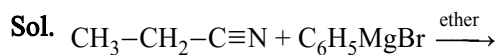
निम्न अभिक्रिया क्रम में



'P' का IUPAC नाम है ?

- (A) 1-फेनिलप्रोपेनोन
(B) 1-फेनिलप्रोपेनोईक अम्ल
(C) 1-फेनिल एथेनल
(D) 1-फेनिलएथेनोईक अम्ल

Ans. A



18. Select the set in which atleast two complexes are heteroleptic and contain chelate rings.

(A) Set-1

Pentaammineaquacobalt(III) chloride
Tris(ethylenediamine)cobalt(III) nitrate
Sodium trioxalatoaluminate(III)

(B) Set-2

Diamminebis(ethylenediamine)cobalt(III) chloride
Bis(ethylenediamine)difluoridocobalt(III) nitrate
Sodium trioxalatoaluminate(III)

(C) Set-3

Pentaammineaquacobalt(III) chloride
Bis(ethylenediamine)difluoridocobalt(III) nitrate
Sodium trioxalatoaluminate(III)

(D) Set-4

Diamminebis(ethylenediamine)cobalt(III) chloride
Pentaammineaquacobalt(III) chloride
Tris(ethylenediamine)cobalt(III) nitrate

वह समुच्चय चुनिये जिनमे कम से कम दो संकुल हेटेरोलेप्टिक है एवं किलेट वलय उपस्थित हैं ?

(A) समुच्चय-1

पेन्टाऐम्मीनऐक्वाकोबाल्ट(III) क्लोराइड
ट्रिस(ऐथिलिनडाईऐमीन)कोबाल्ट(III) नाइट्रेट
सोडियम ट्राईओक्सेलेटोऐल्युमिनेट(III)

(B) समुच्चय-2

डाईऐम्मीनबिस(ऐथिलिनडाईऐमीन)कोबाल्ट(III) क्लोराइड
बिस(ऐथिलिनडाईऐमीन)डाईफ्लोराइडोकोबाल्ट(III) नाइट्रेट
सोडियम ट्राईआक्सेलेटोऐल्युमिनेट(III)

(C) समुच्चय-3

पेन्टाऐम्मीनऐक्वाकोबाल्ट(III) क्लोराइड
बिस(ऐथिलिन डाईऐमीन)डाईफ्लोराइडोकोबाल्ट(III) नाइट्रेट
सोडियम ट्राईआक्सेलेटोऐल्युमिनेट(III)

(D) समुच्चय-4

डाईऐम्मीनबिस(ऐथिलिनडाईऐमीन)कोबाल्ट(III) क्लोराइड
पेन्टाऐम्मीनऐक्वाकोबाल्ट(III) क्लोराइड
ट्रिस(ऐथिलिनडाईऐमीन)कोबाल्ट(III) नाइट्रेट

Ans. B

19. **Statement -1** : The SRP of three metallic ions A^+ , B^{2+} , C^{3+} are -0.3 , -0.5 , 0.8 volt respectively, so oxidising power of ions is $C^{3+} > A^+ > B^{2+}$.

Statement -2 : Higher the SRP, higher the oxidising power.

- (A) Statement-1 is true, statement-2 is true and statement-2 is correct explanation for statement-1.
 (B) Statement-1 is true, statement-2 is true and statement-2 is NOT the correct explanation for statement-1.
 (C) Statement-1 is true, statement-2 is false.
 (D) Statement-1 is false, statement-2 is true.

कथन : 1 तीन धात्विक आयनों A^+ , B^{2+} , C^{3+} के मानक अपचयन विभव (SRP) क्रमशः -0.3 , -0.5 , 0.8 वोल्ट है, इसलिये आयनों की ऑक्सीकारक क्षमता $C^{3+} > A^+ > B^{2+}$ है।

कथन : 2 मानक अपचयन विभव (SRP) अधिक, ऑक्सीकारक क्षमता भी अधिक।

- (A) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण है।
 (B) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है; कथन-2, कथन-1 का सही स्पष्टीकरण नहीं है।
 (C) कथन-1 सत्य है परन्तु कथन-2 असत्य है।
 (D) कथन -1 असत्य है परन्तु कथन-2 सत्य है।

Ans. A

Sol. (Fact)

20. $\text{Ph} - \text{N}_2^+\text{Cl}^-$ is made to react with various reagents as follows

List-I (Reagent)		List-II (Product)	
(P)		(1)	
(Q)	HBF_4, Δ	(2)	
(R)	Cu, HCl	(3)	
(S)	CuCN/KCN	(4)	

Match List I with List II and choose the correct answer from the options given below:

$\text{Ph} - \text{N}_2^+\text{Cl}^-$ को विभिन्न अभिकर्मको के साथ क्रिया करके निम्न प्रकार बनाया गया है :

सूची-I (अभिकर्मक)		सूची-II (उत्पाद)	
(P)		(1)	
(Q)	HBF_4, Δ	(2)	
(R)	Cu, HCl	(3)	
(S)	CuCN/KCN	(4)	

सूची I को सूची II के साथ सुमेलित करे एवं नीचे दिये गये विकल्पों से सही उत्तर चुनिये :

(A) $\text{P} \rightarrow 4, \text{Q} \rightarrow 3, \text{R} \rightarrow 2, \text{S} \rightarrow 1$

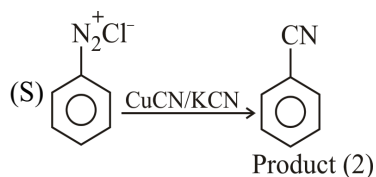
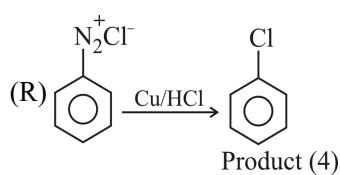
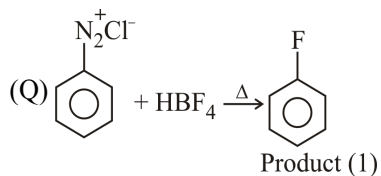
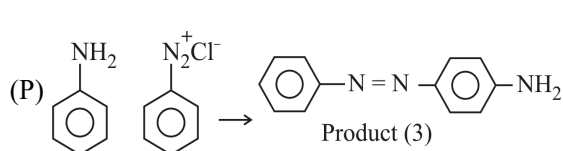
(B) $\text{P} \rightarrow 1, \text{Q} \rightarrow 3, \text{R} \rightarrow 4, \text{S} \rightarrow 2$

(C) $\text{P} \rightarrow 3, \text{Q} \rightarrow 1, \text{R} \rightarrow 2, \text{S} \rightarrow 4$

(D) $\text{P} \rightarrow 3, \text{Q} \rightarrow 1, \text{R} \rightarrow 4, \text{S} \rightarrow 2$

Ans. D

Sol.



SECTION-II : (Maximum Marks: 20)

This section contains 05 questions.

The answer to each question is a Numerical Value.

For each question, enter the correct integer value (In case of non-integer value, the answer should be rounded off to the nearest Integer).

Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:

Full Marks : +4 If correct answer is entered.

Zero Marks : 0 If the question is unanswered.

Negative Marks : -1 If wrong answer is entered.

खण्ड-II : (अधिकतम अंक: 20)

इस खंड में 05 प्रश्न हैं।

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर संख्यात्मक मान (Numerical Value) है।

प्रत्येक प्रश्न के लिए, सही पूर्णांक मान दर्ज करें (दशमलव संकेतन में, उत्तर को निकटतम पूर्णांक में लिखा जाना चाहिए।)

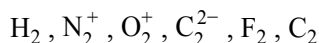
प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंकन योजना के अनुसार किया जाएगा:

पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर दर्ज किया गया है।

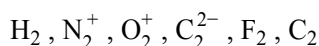
शून्य अंक : 0 यदि कोई भी उत्तर दर्ज नहीं किया गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत उत्तर दर्ज किया गया है।

1. Find sum of the bond order of species which must have atleast one π bond among :-



निम्न में से ऐसी स्पीशीज के बंध क्रम का योग बताइये जिनमें कम से कम एक π बंध उपस्थित होना चाहिये :-



Ans. 10

2. Wavelength of electron waves in two Bohr orbits of a H-like species is in ratio 3 : 5. The ratio of kinetic energy of electron in these two Bohr orbits is 25 : x, hence x is :

H-समान स्पीशीज में दो बोहर कक्षाओं में इलेक्ट्रॉन तरंगों की तरंगदैर्घ्य का अनुपात 3 : 5 है तथा इन दो बोहर कक्षाओं में इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा का अनुपात 25 : x है, तो x क्या है ?

Ans. 9

Sol. $\lambda \propto n$

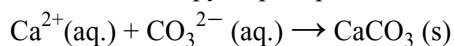
$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{n_2^2}{n_1^2}$$

$$\frac{25}{x} = \left(\frac{5}{3}\right)^2$$

$$\boxed{x = 9}$$

3. Calculate enthalpy of precipitation of $\text{CaCO}_3(\text{s})$ (in kcal mol^{-1}).

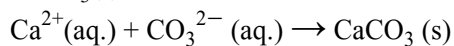


Given : $\Delta_f H^0(\text{Ca}^{2+}, \text{aq.}) = -130 \text{ kcal mol}^{-1}$

$$\Delta_f H^0(\text{CO}_3^{2-}, \text{aq.}) = -160 \text{ kcal mol}^{-1}$$

$$\Delta_f H^0(\text{CaCO}_3, \text{s}) = -285 \text{ kcal mol}^{-1}$$

$\text{CaCO}_3(\text{s})$ के अवक्षेपण की ऐन्थेल्पी की गणना (kcal mol^{-1} में) कीजिये.

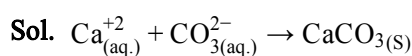


दिया है : $\Delta_f H^0(\text{Ca}^{2+}, \text{aq.}) = -130 \text{ kcal mol}^{-1}$

$$\Delta_f H^0(\text{CO}_3^{2-}, \text{aq.}) = -160 \text{ kcal mol}^{-1}$$

$$\Delta_f H^0(\text{CaCO}_3, \text{s}) = -285 \text{ kcal mol}^{-1}$$

Ans. 5



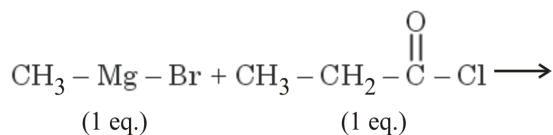
$$\Delta_r H = \sum \Delta_f H_{(\text{Prod})} - \sum \Delta_f H_{(\text{React})}$$

$$= -285 - \{-130 - 160\}$$

$$= 5 \text{ Kcal/mol.}$$

4. Total number of enols for the product formed in the given reaction will be (Including stereoisomers)

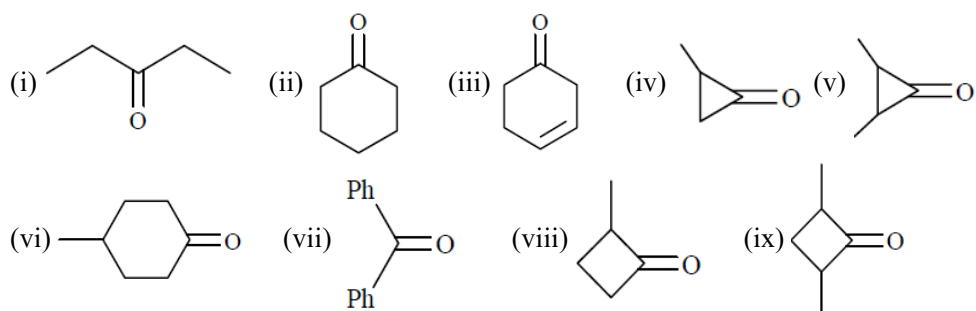
दी गयी अभिक्रिया के दौरान निर्मित उत्पाद के लिये ईनोल की कुल संख्या होगी ? (त्रिविम समावयवियों को सम्मिलित करते हुए)



Ans. 3

5. How many compounds show geometrical isomerism after reaction with NH_2OH ?

निम्न में से कितने यौगिक NH_2OH के साथ क्रिया करने के बाद ज्यामितीय समावयवता प्रदर्शित करते हैं?



Ans. 5

Sol. iii, iv, v, viii, ix

ALLEN®
PART-3 : MATHEMATICS
भाग-3 : गणित

SECTION-I : (Maximum Marks: 80)

This section contains **20 questions**. Each question has 4 options for correct answer. Multiple-Choice Questions (MCQs) **Only one option is correct**. For each question, marks will be awarded as follows:

Full Marks : +4 If correct answer is selected.

Zero Marks : 0 If none of the option is selected.

Negative Marks : -1 If wrong option is selected.

खण्ड-I : (अधिकतम अंक: 80)

इस खंड में **20 प्रश्न** हैं। प्रत्येक प्रश्न में सही उत्तर के लिए 4 विकल्प हैं। बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQs) केवल एक विकल्प सही है। प्रत्येक प्रश्न के लिए, अंक निम्नानुसार दिए जाएंगे:

पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर चुना गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत विकल्प चुना गया है।

1. Let A be the set of all real solutions of equation $x(x^2 + 3|x| + 5|x - 1| + 6|x - 2|) = 0$ and B be the set of all real solutions of equation $x^2 - |x| - 12 = 0$ then number of subsets of the set $A \times B$ is

माना समीकरण $x(x^2 + 3|x| + 5|x - 1| + 6|x - 2|) = 0$ के सभी वास्तविक हलों का समुच्चय A तथा $x^2 - |x| - 12 = 0$ के सभी वास्तविक हलों का समुच्चय B हो, तो समुच्चय $A \times B$ के उपसमुच्चयों की संख्या है

- (A) 2
(B) 4
(C) 8
(D) 16

Ans. B

Sol. $x(x^2 + 3|x| + 5|x - 1| + 6|x - 2|) = 0$

$x = 0$ is only real solution $n(A) = 1$

For $x^2 - |x| - 12 = 0$

$$|x|^2 - |x| - 12 = 0$$

$$(|x| - 4)(|x| + 3) = 0$$

$$x = \pm 4 \quad n(B) = 2$$

$$n(A \times B) = 1 \times 2 = 2$$

$$\text{Number of subsets} = 2^2 = 4$$

2. Let α, β, γ be three roots of equation $x^3 + bx + c = 0$ such that $\beta\gamma = 1 = -\alpha$. If $\alpha^n + \beta^n + \gamma^n = -3$ then value of n can be

माना समीकरण $x^3 + bx + c = 0$ के तीन मूल α, β, γ इस प्रकार हैं कि $\beta\gamma = 1 = -\alpha$ है। यदि $\alpha^n + \beta^n + \gamma^n = -3$ हो, तो n का मान हो सकता है

- (A) 9 (B) 8
(C) 5 (D) 6

Ans. A

Sol. $\alpha + \beta + \gamma = 0, \alpha\beta\gamma = -C$

$$-1 = -C \therefore C = 1$$

$$\beta + \gamma = 1$$

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = b$$

$$\alpha(\beta + \gamma) + \beta\gamma = b$$

$$(-1)(1) + 1 = b \therefore b = 0$$

$$\text{Equation reduces to } x^3 + 1 = 0$$

$$\alpha = -1, \beta = -\omega, \gamma = -\omega^2$$

3. **Assertion A :** The number of ways in which 3 married couples with their 4 children can sit in a row such that no husband and wife are together, are $10! - 3 \cdot 9! + 3 \cdot 8! - 7!$.

Reason R : Number of ways of occurrence of at least one event out of three events

$$A, B \text{ \& } C = n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C).$$

- (A) Both **A** and **R** are correct but **R** is **NOT** the correct explanation of **A**
(B) Both **A** and **R** are correct and **R** is the correct explanation of **A**
(C) **A** is correct but **R** is not correct
(D) **A** is not correct but **R** is correct

कथन A : उन तरीकों की संख्या, जिसमें 3 विवाहित युग्म अपने चार बच्चों के साथ एक पंक्ति में इस प्रकार बैठ सकते हैं कि कोई भी पति-पत्नी एक साथ न हो, $10! - 3 \cdot 9! + 3 \cdot 8! - 7!$ है।

कारण R : तीन घटनाओं A, B तथा C में से कम से कम एक घटना के घटित होने के तरीकों की संख्या

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) \text{ है।}$$

- (A) **A** तथा **R** दोनों सही हैं परन्तु **R**, **A** का सही स्पष्टीकरण नहीं है।
(B) **A** तथा **R** दोनों सही हैं परन्तु **R**, **A** का सही स्पष्टीकरण है।
(C) **A** सही है परन्तु **R** सही नहीं है।
(D) **A** सही नहीं है परन्तु **R** सही है।

Ans. D

Sol. Total ways = $10! - 3 \cdot 9! \cdot 2! + 3 \cdot 8! \times 2! \cdot 2! - 7! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!$

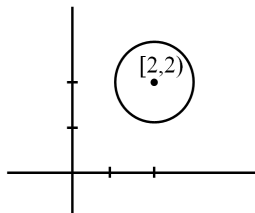
4. If for the complex number z satisfying $|z - 2 - 2i| \leq 1$, the maximum and minimum value of $|3iz + 6|$ is M and m then value of $(M + m)$ is

यदि सम्मिश्र संख्या z के लिए $|z - 2 - 2i| \leq 1$ संतुष्ट होता है, $|3iz + 6|$ का अधिकतम तथा न्यूनतम मान क्रमशः M तथा m हो, तो $(M + m)$ का मान है

- (A) 9 (B) 3 (C) 12 (D) 15

Ans. A

Sol.



$$|3iz + 6| = |3i| |z - 2i| = 3|z - 2i|$$

maximum of $|z - 2i| = 3$ and minimum = 0

5. If $2 \tan^2 \theta - 5 \sec \theta = 1$ has exactly 7 solutions in the interval $\left[0, \frac{n\pi}{2}\right]$, then for the least value of $n \in \mathbb{N}$ value of $\sum_{k=1}^n \frac{k}{2^k}$ is equal to

यदि $2 \tan^2 \theta - 5 \sec \theta = 1$ के अन्तराल $\left[0, \frac{n\pi}{2}\right]$ में ठीक 7 हल है, तो $n \in \mathbb{N}$ के न्यूनतम मान के लिए $\sum_{k=1}^n \frac{k}{2^k}$ का मान है

- (A) $\frac{1}{2^{13}}(2^{14} - 15)$ (B) $1 - \frac{15}{2^{13}}$
(C) $\frac{1}{2^{15}}(2^{14} - 14)$ (D) $\frac{1}{2^{14}}(2^{15} - 15)$

Ans. A

Sol. For 7 solution $n = 13$

$$\sum_{k=1}^{13} \frac{k}{2^k} \Rightarrow \frac{1}{2^{13}}(2^{14} - 15)$$

6. Let the first term of the series be $a_1 = 6$ and its r^{th} term be $a_r = 3.a_{r-1} + 6^r$, $r = 2, 3, \dots, n$. For some $n \in \mathbb{N}$, if the sum of first n terms of the series is $\frac{1}{5}(n^2 - 18n + 84)(4.6^n - 5.3^n + 1)$ then n is equal to

मान श्रेढ़ी का प्रथम पद $a_1 = 6$ तथा इसका $r^{\text{वाँ}}$ पद $a_r = 3.a_{r-1} + 6^r$, $r = 2, 3, \dots, n$ है। किसी $n \in \mathbb{N}$ के लिए यदि श्रेढ़ी के प्रथम n पदों का योगफल $\frac{1}{5}(n^2 - 18n + 84)(4.6^n - 5.3^n + 1)$ हो, तो n बराबर है

- (A) 9 (B) 6
(C) 7 (D) 8

Ans. A

Sol. $a_r = 3a_{r-1} + 6^r$
 $a_2 = 3a_1 + 6^2$
 $a_3 = 3a_2 + 6^3 = 3(3a_1 + 6^2) + 6^3$
 $a_3 = 3^2 \cdot 6 + 3 \cdot 6^2 + 6^3$
 $a_r = 3^{r-1} \cdot 6 \left[1 + \frac{6}{3} + \left(\frac{6}{3}\right)^2 \dots + \left(\frac{6}{3}\right)^{r-1} \right]$
 $a_r = 6 \cdot 3^{r-1} [1 + 2 + 2^2 \dots + 2^{r-1}]$
 $a_r = 6 \cdot 3^{r-1} \left[\frac{2^r - 1}{2 - 1} \right] = 2 \cdot [6^r - 3^r]$
 $S_n = \sum a_r = 2 \cdot \left(\sum 6^r - \sum 3^r \right)$
 $S_n = \frac{3}{5} (4 \cdot 6^n - 5 \cdot 3^n + 1)$
 $n^2 - 18n + 84 = 3 \quad (n - 9)^2 = 0$
 $n = 9$

7. Consider the system of linear equations

$$2x + (p^2 - 2)y + 6z = 8$$

$$x + 2y + (q - 1)z = 5$$

$$x + y + 3z = 4 \text{ where } p, q \in \mathbb{R}$$

which of the following statements is NOT TRUE

(A) System will have unique solution if $p \in \mathbb{R} - \{-2, 2\}$, $q \in \mathbb{R} - \{4\}$

(B) system is inconsistent if $p = 2$, $q = 4$

(C) system will have infinite solution if $p = -2$, $q \in \mathbb{R}$

(D) system is consistent if $p \in \mathbb{R}$, $q \in \mathbb{R} - \{4\}$

माना रेखिक समीकरणों का निकाय

$$2x + (p^2 - 2)y + 6z = 8$$

$$x + 2y + (q - 1)z = 5$$

$$x + y + 3z = 4 \text{ है, जहाँ } p, q \in \mathbb{R}$$

है, तो निम्न में से कौनसा कथन सत्य नहीं है

(A) निकाय का अद्वितीय हल होगा यदि $p \in \mathbb{R} - \{-2, 2\}$, $q \in \mathbb{R} - \{4\}$

(B) निकाय असंगत है यदि $p = 2$, $q = 4$

(C) निकाय का अनन्त हल होगा यदि $p = -2$, $q \in \mathbb{R}$

(D) निकाय संगत है यदि $p \in \mathbb{R}$, $q \in \mathbb{R} - \{4\}$

Ans. B

Sol. $D = (p^2 - 4)(q^2 - 4)$

$$D_x = (p^2 - 4)(4q - 19)$$

$$D_y = 0$$

$$D_z = p^2 - 4$$

8. The value of $\int_{-\alpha}^{-1} \left(\sec^{-1} y - \tan^{-1} \sqrt{y^2 - 1} \right) dy + \int_1^{\alpha} \left(\sec^{-1} y - \tan^{-1} \sqrt{y^2 - 1} \right) dy$ is :

(where $(\alpha > 1)$ and $\int_1^{\alpha} \sec^{-1}(y) dy = \beta$)

$\int_{-\alpha}^{-1} \left(\sec^{-1} y - \tan^{-1} \sqrt{y^2 - 1} \right) dy + \int_1^{\alpha} \left(\sec^{-1} y - \tan^{-1} \sqrt{y^2 - 1} \right) dy$ का मान है:

(जहाँ $(\alpha > 1)$ तथा $\int_1^{\alpha} \sec^{-1}(y) dy = \beta$)

(A) $\pi (\alpha - 1) - \beta$

(B) $\pi \alpha - 2 \beta$

(C) $\pi \alpha - 2 (\beta - 1)$

(D) $\pi(\alpha - 1) - 2\beta$

Ans. D

Sol.

$$I = \int_{-\alpha}^{\alpha} \sec^{-1}(y) dy - \int_{-\alpha}^{\alpha} \tan^{-1} \sqrt{y^2 - 1} dy$$

$$I_1 = \int_{-\alpha}^{\alpha} \sec^{-1}(y) dy,$$

$$I_2 = \int_{-\alpha}^{\alpha} \tan^{-1} \sqrt{y^2 - 1} dy$$

$$I_2 = 2 \int_1^{\alpha} \tan^{-1} \sqrt{y^2 - 1} dy$$

$$= 2 \int_1^{\alpha} \sec^{-1}(y) dy$$

$$= 2\beta$$

$$I_1 = \int_{-\alpha}^{-1} \sec^{-1}(y) dy + \int_1^{\alpha} \sec^{-1}(y) dy$$

$$I_1 = \int_1^{\alpha} \sec^{-1}(-t) dt + \int_1^{\alpha} \sec^{-1}(y) dy$$

$$I_1 = \int_1^{\alpha} (\pi - \sec^{-1}(t)) dt + \int_1^{\alpha} \sec^{-1}(y) dy$$

$$I_1 = \pi (\alpha - 1)$$

$$I = I_1 - I_2$$

$$I = \pi (\alpha - 1) - 2\beta$$

9. Match List-I with List-II and select the correct answer using the code given below the list.

List-I		List-II	
(A)	Let $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} = -5\vec{a} + 4\vec{b}$ and $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$ and $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \lambda\vec{b} + \mu\vec{c}$ (λ, μ are scalars), then $ \lambda + \mu $ is (Where $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ are pairwise non-collinear)	(I)	2
(B)	If the line $y - \sqrt{3}x + 3 = 0$ cuts the parabola $y^2 = x + 2$ at A and B, given that $ (PA)(PB) = \frac{\lambda_1(2 + \sqrt{3})}{\lambda_2}$, then $\frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}{5}$ is (where P is $(\sqrt{3}, 0)$ and λ_1, λ_2 are relatively prime)	(II)	7
(C)	The sum (in radians) of all values of x with $0 \leq x \leq 2\pi$ which satisfy $\sqrt{2}(\cos 2x - \sin x - 1) = 1 + 2 \sin x$, is $k\pi$, then k is	(III)	6
(D)	Value of $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \frac{x^9 - 3x^7 + x^5 + 1}{\cos^2 x} dx$ is equal to	(IV)	5

सूची-I का सूची-II के साथ मिलान कीजिए तथा नीचे दिये गये कोड का उपयोग करके सही उत्तर का चयन कीजिए

सूची-I		सूची-II	
(A)	माना $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} = -5\vec{a} + 4\vec{b}$ तथा $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$ एवं $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \lambda\vec{b} + \mu\vec{c}$ (λ, μ अदिश हैं) हो, तो $ \lambda + \mu $ है (जहाँ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ युग्मवार असमरेखीय है)	(I)	2
(B)	यदि रेखा $y - \sqrt{3}x + 3 = 0$, परवलय $y^2 = x + 2$ को A तथा B पर काटती है, दिया गया है कि $ (PA)(PB) = \frac{\lambda_1(2 + \sqrt{3})}{\lambda_2}$ हो, तो $\frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}{5}$ है (जहाँ P $(\sqrt{3}, 0)$ तथा λ_1, λ_2 परस्पर अभाज्य है)	(II)	7
(C)	x (जहाँ $0 \leq x \leq 2\pi$) के सभी मानों का योगफल (रेडियन में), जो $\sqrt{2}(\cos 2x - \sin x - 1) = 1 + 2 \sin x$ को संतुष्ट करता है, $k\pi$ हो, तो k है	(III)	6
(D)	$\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \frac{x^9 - 3x^7 + x^5 + 1}{\cos^2 x} dx$ का मान बराबर है	(IV)	5

(A) (A) – I, (B) – II, (C) – III, (D) – IV

(B) (A) – II, (B) – IV, (C) – III, (D) – I

(C) (A) – IV, (B) – I, (C) – III, (D) – II

(D) (A) – III, (B) – IV, (C) – II, (D) – I

Ans. B

Sol. (A) $(\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{b} \cdot \vec{c})\vec{a} = -5\vec{a} + 4\vec{b}$

$$\vec{b} \cdot \vec{c} = 5, \vec{a} \cdot \vec{c} = 4 \text{ \& \& } \vec{a} \cdot \vec{b} = 3$$

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c} = 4\vec{b} - 3\vec{c}$$

(B) Parametric equation of line is

$$\frac{x - \sqrt{3}}{\cos \theta} = \frac{y}{\sin \theta} = r \Rightarrow \frac{x - \sqrt{3}}{\cos 60^\circ} = \frac{y}{\sin 60^\circ} = r$$

$$x = \frac{r}{2} + \sqrt{3} \text{ \& \& } y = \frac{\sqrt{3}r}{2}$$

$$\frac{3r^2}{4} = \frac{r}{2} + 2 + \sqrt{3} \Rightarrow \frac{3r^2}{4} - \frac{r}{2} - (2 + \sqrt{3}) = 0$$

$$r_1 r_2 = \frac{(2 + \sqrt{3})}{3/4} = \frac{4(2 + \sqrt{3})}{3}$$

(C) $\sqrt{2}(\cos 2x - \sin x - 1) = 1 + 2 \sin x$

$$\sqrt{2}(1 - 2 \sin^2 x - \sin x - 1) = 1 + 2 \sin x$$

$$-2\sqrt{2}\sin^2 x - \sqrt{2}\sin x = 1 + 2 \sin x$$

$$2\sqrt{2}\sin^2 x + (2 + \sqrt{2}) \sin x + 1 = 0$$

$$\sqrt{2}\sin x [2 \sin x + 1] + 2 \sin x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (\sqrt{2}\sin x + 1)(1 + 2 \sin x) = 0$$

$$\sin x = -1/2 \text{ or } \sin x = -1/\sqrt{2}$$

$$\frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}; \text{ sum} = 6\pi$$

(D) $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \frac{1}{\cos^2 x} dx = \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \sec^2 x dx = 2[\tan x]_0^{\pi/4} = 2$

10. Let $y = y(x)$ be the solution of the differential equation $(\operatorname{cosec} x)dy + (2(1 - x) \cot x + x(x - 2))dx = 0$ such that $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$. The value of $y(2)$ is equal to

माना $y = y(x)$ अवकल समीकरण $(\operatorname{cosec} x)dy + (2(1 - x) \cot x + x(x - 2))dx = 0$ का हल इस प्रकार है कि $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$ है। $y(2)$ का मान है

- (A) 2 (B) $2(1 - \cos 2)$ (C) $2(1 + \cos 2)$ (D) 3

Ans. D

Sol. $dy = d((x^2 - 2x) \cos x)$
 $y(x) = (x^2 - 2x) \cos x + 3$
 $y(2) = 3$

11. Consider the given data frequency distribution :

Class interval	0-6	6-12	12-18	18-24	24-30
Frequency	4	5	3	6	2

The mean deviation from median of given data is

माना दिया गया आकड़ा आवृत्ति बंटन :

कक्षा अन्तराल	0-6	6-12	12-18	18-24	24-30
आवृत्ति	4	5	3	6	2

दिए गये आकड़े का माध्यिका से माध्य विचलन है

- (A) 7 (B) 7.5 (C) 6 (D) 6.5

Ans. A

Sol.

	Class Interval	f_i	x_i	$d_i = x_i - \text{median} $	$f_i d_i$	
	0 – 6	4	3	4	11	44
	6 – 12	5	9	9	5	25
	12 – 18	3	15	12	1	3
	18 – 24	6	21	18	7	42
	24 – 30	2	27	20	13	26
						$\Sigma f_i d_i = 140$

$$\text{Median} = \ell + \left(\frac{\frac{N}{2} - c.f.}{f} \right) \times h$$

$$= 12 + \left(\frac{10 - 9}{3} \right) \times 6 = 14$$

$$\text{Mean deviation} = \frac{140}{20} = 7$$

12. Given a real valued function $f(x)$ defined as

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\tan^2 \{x\}}{(\{x\})^2} & ; \quad x > 0 \\ 1 & ; \quad x = 0 \\ \sqrt{\{x\} \cot \{x\}} & ; \quad x < 0 \end{cases}$$

where $\{x\}$ represent fractional part of x . Then which of the following is INCORRECT

(A) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$

(B) $\cot^{-1} \left(\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \right)^2 = 1$

(C) $\tan^{-1} \left(\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \right) = \frac{\pi}{4}$

(D) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ exists.

दिया गया है कि वास्तविक मान फलन $f(x)$ है जो

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\tan^2 \{x\}}{(\{x\})^2} & ; \quad x > 0 \\ 1 & ; \quad x = 0 \\ \sqrt{\{x\} \cot \{x\}} & ; \quad x < 0 \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित है, जहाँ $\{x\}$, x के भिन्नात्मक भाग फलन को दर्शाता है। तब निम्न में से कौनसा गलत होगा

(A) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$

(B) $\cot^{-1} \left(\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \right)^2 = 1$

(C) $\tan^{-1} \left(\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \right) = \frac{\pi}{4}$

(D) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ विद्यमान है।

Ans. D

Sol.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\tan^2 x}{x^2} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{\{x\} \cot \{x\}} = \sqrt{\cot 1}$$

$$\cot^{-1} \left(\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \right)^2 = \cot^{-1} (\cot 1) = 1$$

$$\tan^{-1} \left(\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \right) = \tan^{-1} (1) = \frac{\pi}{4}$$

13. A square is inscribed in the circle $x^2 + y^2 - 10x - 6y + 30 = 0$. One side of this square is parallel to $y = x + 3$.

If (x_i, y_i) (where $i = 1, 2, 3, 4$) are the vertices of square then $\sum_{i=1}^4 (x_i^2 + y_i^2)$ is equals to

एक वर्ग, वृत्त $x^2 + y^2 - 10x - 6y + 30 = 0$ के अन्तर्गत है। इस वर्ग की एक भुजा $y = x + 3$ के समान्तर है। यदि (x_i, y_i) (जहाँ $i = 1, 2, 3, 4$)

वर्ग के शीर्ष है, तो $\sum_{i=1}^4 (x_i^2 + y_i^2)$ बराबर है

- (A) 148 (B) 156 (C) 160 (D) 152

Ans. D

Sol. one side of the square is $y = x + k$

Distance of $(5, 3)$ to line $y = x + k$

$$\left| \frac{3 - 5 - k}{\sqrt{2}} \right| = \sqrt{2}$$

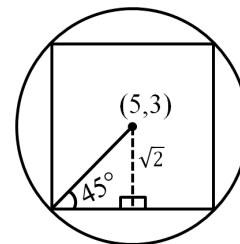
$$k = 0, k = -4$$

so lines are $y = x$ and $y = x - 4$

solving these lines with circle

$$(3, 3); (5, 5); (5, 1); (7, 3)$$

$$\sum (x_i^2 + y_i^2) = 152$$



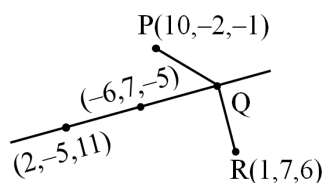
14. Let P be the point $(10, -2, -1)$ and Q be the foot of the perpendicular drawn from the point R $(1, 7, 6)$ on the line passing through the points $(2, -5, 11)$ and $(-6, 7, -5)$. Then the length of the line segment PQ is equal to

माना बिन्दु $P(10, -2, -1)$ है तथा बिन्दु $R(1, 7, 6)$ से बिन्दुओं तथा $(2, -5, 11)$ तथा $(-6, 7, -5)$ से गुजरने वाली रेखा पर खींचें गए लम्ब का पाद Q है। तब रेखाखण्ड PQ की लम्बाई है

- (A) 14 (B) 13 (C) 12 (D) 17

Ans. B

Sol.



$$\text{Given line } \frac{x+6}{-8} = \frac{y-7}{12} = \frac{z+5}{-16} = \lambda$$

$$Q(2\lambda - 6, 7 - 3\lambda, 4\lambda - 5)$$

$$\overrightarrow{QR} = (2\lambda - 7, -3\lambda, 4\lambda - 11)$$

QR is perpendicular to line

$$4\lambda - 14 + 9\lambda + 16\lambda - 44 = 0$$

$$\lambda = 2$$

$$Q(-2, 1, 3) \therefore PQ = \sqrt{169} = 13$$

15. **Statement-1** : If $a + b + c + d = 9$ and $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 27$, where a, b, c, d are non-negative real numbers, then $d \in \left[0, \frac{9}{2}\right]$.

Statement-2 : $\left(\frac{a+b+c}{3}\right)^2 \leq \frac{a^2+b^2+c^2}{3}$.

- (A) Statement-1 is True, Statement-2 is True
 (B) Statement-1 is False, Statement-2 is False
 (C) Statement-1 is True, Statement-2 is False
 (D) Statement-1 is False, Statement-2 is True

कथन-1 : यदि $a + b + c + d = 9$ तथा $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 27$ है जहाँ a, b, c, d अक्रणात्मक वास्तविक संख्यायें हैं, तो $d \in \left[0, \frac{9}{2}\right]$ है।

कथन-2 : $\left(\frac{a+b+c}{3}\right)^2 \leq \frac{a^2+b^2+c^2}{3}$ है।

- (A) कथन-1 सत्य, कथन-2 सत्य है।
 (B) कथन-1 असत्य, कथन-2 असत्य है।
 (C) कथन-1 सत्य, कथन-2 असत्य है।
 (D) कथन-1 असत्य, कथन-2 सत्य है।

Ans. A

Sol. Statement-2 is obviously true

From statement 2, $\left(\frac{a+b+c}{3}\right)^2 \leq \frac{a^2+b^2+c^2}{3}$

or $\frac{4d^2}{9} - 2d \leq 0$ or $d(2d - 9) \leq 0$

$\Rightarrow 0 \leq d \leq \frac{9}{2} \Rightarrow$ Statement 1 is also true.

16. Let unit vector \vec{c} is inclined at an angle θ to a unit vector \vec{a} and \vec{b} which are perpendicular to each other.

If $\vec{c} = \lambda (\vec{a} + \vec{b}) + \mu (\vec{a} \times \vec{b})$ where λ, μ be real, then θ belongs to

माना इकाई सदिश \vec{c} , इकाई सदिश \vec{a} तथा \vec{b} पर θ कोण पर झुका हुआ है जो परस्पर लम्बवत है। यदि $\vec{c} = \lambda (\vec{a} + \vec{b}) + \mu (\vec{a} \times \vec{b})$ है जहाँ λ, μ वास्तविक है, तो θ किस अन्तराल से संबंधित है

- (A) $\left(-\frac{\pi}{4}, 0\right)$ (B) $\left[0, \frac{\pi}{4}\right)$
(C) $\left[\frac{3\pi}{4}, \pi\right)$ (D) $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right]$

Ans. D

Sol. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

$$\vec{c} \cdot \vec{a} = \vec{c} \cdot \vec{b} = \cos \theta$$

$$\vec{c} \cdot \vec{a} = \lambda (\vec{a} \cdot \vec{a} + \vec{a} \cdot \vec{b}) + \mu \vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$$

$$\cos \theta = \lambda$$

$$\vec{c} \cdot \vec{c} = \lambda^2 (\vec{a} + \vec{b})^2 + \mu^2 (1.1.1 \sin 90^\circ) + 2\lambda\mu (\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$$

$$1 = \lambda^2(1 + 1 + 0) + \mu^2$$

$$1 = 2\lambda^2 + \mu^2$$

$$1 = 2\cos^2 \theta + \mu^2$$

$$\mu^2 = 1 - 2\cos^2 \theta \geq 0$$

$$\cos \theta \in \left[-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right]$$

$$\theta \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right]$$

17. Length of focal chord of parabola $y^2 = 8x$ parallel to normal drawn to it at point with abscissa 2 is -

परवलय $y^2 = 8x$ के बिन्दु जिसका भुज 2 है, पर खींचे गये अभिलम्ब के समान्तर नाभीय जीवा की लम्बाई होगी -

- (A) 4 (B) 8
(C) 12 (D) 16

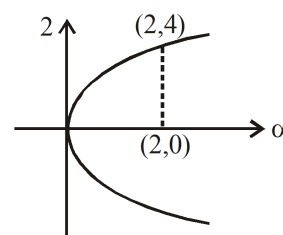
Ans. D

Sol. $m_T = \frac{8}{2(4)} = 1$

$$\Rightarrow m_n = -1 = \tan \alpha$$

$$\Rightarrow \alpha = 135^\circ$$

$$L_{FC} = 4 \times 2 \times \operatorname{cosec}^2(135^\circ) = 16$$



18. Let P be a relation defined on the set of interval $\left(0, \frac{\pi}{2}\right]$ such that $P = \{(a, b) : \operatorname{cosec}^2 a - \cot^2 b = 1\}$. Then P is

- (A) Reflexive and symmetric but not transitive (B) Reflexive and transitive but not symmetric
(C) Symmetric and transitive but not reflexive (D) Equivalence relation

माना एक संबंध P, अन्तराल $\left(0, \frac{\pi}{2}\right]$ के समुच्चय में इस प्रकार परिभाषित है कि $P = \{(a, b) : \operatorname{cosec}^2 a - \cot^2 b = 1\}$ है। तब P है

- (A) स्वतुल्य तथा सममित परन्तु संक्रामक नहीं है (B) स्वतुल्य तथा संक्रामक परन्तु सममित नहीं है
(C) सममित तथा संक्रामक परन्तु स्वतुल्य नहीं है (D) तुल्यता संबंध है

Ans. D

Sol. Check for (a, a)

$$\operatorname{cosec}^2 a - \cot^2 a = 1 \Rightarrow \text{Reflexive}$$

check for (a, b) $\in R$

$$\operatorname{cosec}^2 a - \cot^2 b = 1$$

$$(1 + \cot^2 a) - (\operatorname{cosec}^2 b - 1) = 1$$

$$2 + \cot^2 a - \operatorname{cosec}^2 b = 1$$

$$\operatorname{cosec}^2 b - \cot^2 a = 1$$

$\therefore (b, a) \in R \quad \therefore$ it is symmetric

Now (a, b) $\in R$, (b, c) $\in R$

$$\operatorname{cosec}^2 a - \cot^2 b = 1$$

$$\operatorname{cosec}^2 b - \cot^2 c = 1$$

Adding Both

$$\operatorname{cosec}^2 a - \cot^2 c = 1$$

$$\Rightarrow (a, c) \in R$$

Hence given relation is equivalence

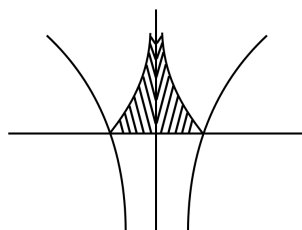
19. The area enclosed by $y = \ln x$, $y = \ln|x|$, $y = |\ln x|$ and $y = |\ln|x||$ is

$y = \ln x$, $y = \ln|x|$, $y = |\ln x|$ and $y = |\ln|x||$ द्वारा परिबद्ध क्षेत्रफल है

- (A) 5 (B) 2 (C) 4 (D) 1

Ans. C

Sol.



$$4 \int_0^1 |\ln x| dx = 4$$

20. Let $J = \int_{-5}^{-4} (3 - x^2) \tan(3 - x^2) dx$

$K = \int_{-2}^{-1} (6 - 6x + x^2) \tan(6x - x^2 - 6) dx.$

Then $(J + K)$

माना $J = \int_{-5}^{-4} (3 - x^2) \tan(3 - x^2) dx$

$K = \int_{-2}^{-1} (6 - 6x + x^2) \tan(6x - x^2 - 6) dx$

है। तब $(J + K)$ है

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

Ans. A

Sol.

$J = \int_{-5}^{-4} (3 - x^2) \tan(3 - x^2) dx$

Put $x + 5 = t$

$J = \int_0^1 (3 - (t - 5)^2) \tan(3 - (t - 5)^2) dt$

$= \int_0^1 (-22 + 10t - t^2) \tan(-22 + 10t - t^2) dt$

Put $x + 2 = z$ in K

$K = \int_0^1 (22 - 10z + z^2) \tan(22 - 10z + z^2) dz$

$J + K = 0$

SECTION-II : (Maximum Marks: 20)

This section contains 05 questions.

The answer to each question is a Numerical Value.

For each question, enter the correct integer value (In case of non-integer value, the answer should be rounded off to the nearest Integer).

Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:

Full Marks : +4 If correct answer is entered.

Zero Marks : 0 If the question is unanswered.

Negative Marks : -1 If wrong answer is entered.

खण्ड-II : (अधिकतम अंक: 20)

इस खंड में 05 प्रश्न हैं।

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर संख्यात्मक मान (Numerical Value) है।

प्रत्येक प्रश्न के लिए, सही पूर्णांक मान दर्ज करें (दशमलव संकेतन में, उत्तर को निकटतम पूर्णांक में लिखा जाना चाहिए।)

प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंकन योजना के अनुसार किया जाएगा:

पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर दर्ज किया गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी उत्तर दर्ज नहीं किया गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत उत्तर दर्ज किया गया है।

1. The solution of the equation $\frac{8}{\{x\}} = \frac{9}{x} + \frac{10}{[x]}$ is of the form $\frac{k+1}{k}$, $k \in \mathbb{N}$ then k is equal to

(where $[x]$ denotes greatest integer less than x & $\{x\}$ denotes fractional part of x)

समीकरण $\frac{8}{\{x\}} = \frac{9}{x} + \frac{10}{[x]}$ का हल $\frac{k+1}{k}$, $k \in \mathbb{N}$ के रूप में है, तो k बराबर है

(जहाँ $[x]$, x से कम महत्तम पूर्णांक फलन को दर्शाता है तथा $\{x\}$, x के भिन्नात्मक भाग फलन को दर्शाता है)

Ans. 2

Sol. $[x] = t$ $\{x\} = y$ $x = t + y$

$$\frac{8}{y} = \frac{9}{t+y} + \frac{10}{t}$$

$$8t^2 - 11ty - 10y^2 = 0$$

$$8t^2 - 11t - 10 < 0$$

$$-\frac{5}{8} < t < 2$$

$$t = 1, y = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{3}{2}$$

2. If $\sum_{n=0}^{\infty} 2\cot^{-1} \left(\frac{n^2 + n + 4}{2} \right) = k\pi$, then value of k is

यदि $\sum_{n=0}^{\infty} 2\cot^{-1} \left(\frac{n^2 + n + 4}{2} \right) = k\pi$ हो, तो k का मान है

Ans. 1

Sol.

$$\sum 2\tan^{-1} \left(\frac{2}{n^2 + n + 4} \right)$$

$$2 \sum \tan^{-1} \left(\frac{\frac{1}{2}}{1 + \frac{n}{2} \left(\frac{n}{2} + \frac{1}{2} \right)} \right)$$

$$2 \sum \tan^{-1} \left(\frac{\left(\frac{n}{2} + \frac{1}{2} \right) - \frac{n}{2}}{1 + \left(\frac{n}{2} + \frac{1}{2} \right) \cdot \frac{n}{2}} \right)$$

$$2 \left[\sum_{n=0}^{\infty} \left[\tan^{-1} \left(\frac{n}{2} + \frac{1}{2} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{n}{2} \right) \right] \right]$$

$$2 \left[\frac{\pi}{2} \right] = \pi$$

3. If a and b are chosen randomly from the set $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ with replacement. If probability that

$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a^x + b^x}{2} \right)^{\frac{2}{x}} = 6$ is $\frac{p}{q}$ [H.C.F(p,q) = 1] then (q - p) is

यदि a तथा b को प्रतिस्थापन के साथ समुच्चय $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ से यादृच्छिक रूप से चुना जाता है। यदि

$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a^x + b^x}{2} \right)^{\frac{2}{x}} = 6$ की प्रायिकता $\frac{p}{q}$ [म.स.प. (p,q) = 1] हो, तो (q - p) है

Ans. 8

Sol.

$$y = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a^x + b^x}{2} \right)^{\frac{2}{x}}$$

$$\ln y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{x} \left(\frac{a^x + b^x - 2}{2} \right)$$

$$\ln y = \ln(ab) \quad \therefore y = ab = 6$$

So possible cases (a, b) = (6, 1), (1, 6) (2, 3) (3, 2)

$$\text{Required probability} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

$$q - p = 8$$

4. If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ and $A^{2014} = \lambda A^{2013} + \mu A^{2012}$ then $(\lambda + \mu)$ is

यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ तथा $A^{2014} = \lambda A^{2013} + \mu A^{2012}$ हो, तो $(\lambda + \mu)$ है

Ans. 7

Sol. Characteristic equation $x^2 - 5x - 2 = 0$

$$\therefore A^2 - 5A - 2I = 0$$

$$A^2 = 5A + 2I$$

$$A^{2014} = 5A^{2013} + 2A^{2012}$$

$$\therefore \lambda + \mu = 7$$

5. The coefficient of $x^{\frac{n^2+n-14}{2}}$ in $(x-1)(x^2-2)(x^3-3)\dots(x^n-n), n \geq 30$ is

$(x-1)(x^2-2)(x^3-3)\dots(x^n-n), n \geq 30$ में $x^{\frac{n^2+n-14}{2}}$ का गुणांक है

Ans. 13

Sol. Coefficient of $x^{\frac{n(n+1)}{2}-7} = x^{\alpha-7}$

Now for coefficient of $x^{\alpha-7}$ we can

have $(x^7-7), (x-1)(x^6-6), (x^2-2)(x^5-5),$

$(x^3-3)(x^4-4), (x-1)(x^2-2)(x^4-4)$

$$\therefore -7 + 6 + 10 + 12 - 8 = 13$$

\therefore coefficient of $x^{\alpha-7}$ is 13