

SECTION-I : (Maximum Marks: 80)

This section contains **20 questions**. Each question has 4 options for correct answer. Multiple-Choice Questions (MCQs) **Only one option is correct**. For each question, marks will be awarded as follows:

Full Marks : +4 If correct answer is selected.

Zero Marks : 0 If none of the option is selected.

Negative Marks : -1 If wrong option is selected.

खण्ड-I : (अधिकतम अंक: 80)

इस खंड में 20 प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न में सही उत्तर के लिए 4 विकल्प हैं। बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQs) केवल एक विकल्प सही है। प्रत्येक प्रश्न के लिए, अंक निम्नानुसार दिए जाएंगे:

पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर चुना गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत विकल्प चुना गया है।

1. The value of $\sin(480^\circ)$ is :-

$\sin(480^\circ)$ का मान है :-

- | | |
|--------------------------|---------------------------|
| (A) $\frac{1}{2}$ | (B) 1 |
| (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | (D) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ |

Ans. C

$$\text{Sol. } \sin 480 = \sin(360 + 120)$$

$$= \sin 120 = \sin(90 + 30)$$

$$= \cos 30 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

2. For $10^{\left(\frac{ax}{t}+4\right)}$ find dimensional formula of a, where x is length and t is time.

$10^{\left(\frac{ax}{t}+4\right)}$ के लिए a का विमिय सूत्र ज्ञात कीजिये, यहाँ x लम्बाई तथा t समय है।

- | |
|----------------------------|
| (A) $[M^0 LT^{-1}]$ |
| (B) $[M^0 L^{-1} T^1]$ |
| (C) $[M^0 L^{1/2} T^{-1}]$ |
| (D) $[MLT^{-1}]$ |

Ans. B

$$\text{Sol. } \left[\frac{ax}{t} \right] = [M^0 L^0 T^0]$$

$$[a] \left[\frac{L}{T} \right] = [M^0 L^0 T^0]$$

$$[a] = [L^{-1} T]$$

3. If the angle between the unit vectors \hat{a} and \hat{b} is 60° , then $|\hat{a} - \hat{b}|$ is :-

यदि इकाई सदिश \hat{a} तथा \hat{b} के मध्य कोण 60° है तो $|\hat{a} - \hat{b}|$ का मान है :-

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4

Ans. B

4. A ball of 2kg is dropped from a building of height 20 metres. If wind applies a constant horizontal force of 8N on the ball, the horizontal range of the ball will be :

2kg की एक गेंद को 20 मीटर ऊँचे भवन से गिराया जाता है। यदि वायु द्वारा गेंद पर 8N का नियत क्षेत्रिक बल लगाया जाता है तो गेंद की क्षेत्रिक परास होगी :

- (A) 4m (B) 8m (C) 16m (D) 2m

Ans. B

Sol. $T = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 2 \text{ sec}$

$$a_x = \frac{f}{m} = \frac{8}{2} = 4 \text{ m/s}$$

$$x = \frac{1}{2} a \times T^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 2^2 = 8 \text{ m}$$

5. Displacement of a particle is given by $x = 6t^2 - 24t$, where t is in second then velocity will be zero at :-

- (A) $t = 0$ (B) $t = 1 \text{ sec}$
 (C) $t = 2 \text{ sec}$ (D) $t = 4 \text{ sec}$

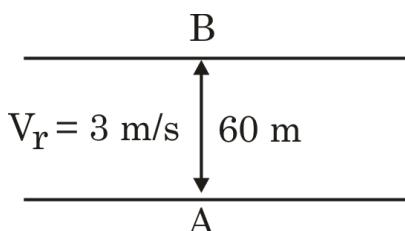
एक कण का विस्थापन $x = 6t^2 - 24t$ द्वारा दिया जाता है, जहाँ t सेकण्ड में है तो वेग शून्य होगा :-

- (A) $t = 0$ पर (B) $t = 1 \text{ sec}$ पर
 (C) $t = 2 \text{ sec}$ पर (D) $t = 4 \text{ sec}$ पर

Ans. C

6. A man is crossing a river flowing with velocity of 3 m/s. He reaches a point directly across the river at a distance of 60 m in 15 sec. His velocity in still water should be :-

एक व्यक्ति 3 m/s के वेग से बहती हुई नदी को पार कर रहा है। वह सीधा नदी के दूसरे किनारे पर 60 m दूर स्थित बिन्दु पर 15 s में पहुंचता है तो स्थिर जल में उसका वेग होगा :-



- (A) 12 m/s (B) 13 m/s
 (C) 5 m/s (D) 10 m/s

Ans. C

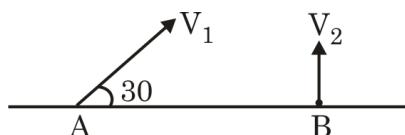
7. A train moving with a speed of 120 km/hr needs to be slowed down for repairing. First, it is slowed down uniformly to 30 km/hr, then it runs at that speed for some time and finally it is accelerated uniformly to its original speed of 120 km/hr. If the distances covered during retardation, uniform motion and acceleration are 3 km, 5 km and 2 km respectively then total time lost in the above journey is :-

चाल 120 km/hr से गतिशील एक ट्रेन की मरम्मत करने के लिये धीमी करने की आवश्यकता है। पहले इसकी 30 km/hr चाल तक एकसमान रूप से कम की जाती है। फिर यह कुछ समय के लिये उसी चाल से चलती है तथा अन्त में यह इसकी मूल चाल 120 km/hr से एकसमान रूप से त्वरित होती है। यदि मंदता, एकसमान गति तथा त्वरण के दौरान तय की गई दूरी क्रमशः 3 km, 5 km तथा 2 km है तो उपरोक्त यात्रा में व्ययित कुल समय है :-

Ans. D

8. If A and B are projected simultaneously such that they collide at the highest point of particle '1'. The value of $\frac{V_1}{V_2}$ will be :-

(A) 1
(B) 2
(C) $\frac{1}{2}$
(D) cannot be determined



यदि प्रदर्शित चित्र में A व B को एकसाथ इस प्रकार प्रक्षेपित किया जाये कि ये कण '1' के उच्चतम बिन्दु पर जाकर टकराते हो तो $\frac{V_1}{V_2}$ का मान होगा :-

- (A) 1
 - (B) 2
 - (C) $\frac{1}{2}$
 - (D) ज्ञात नहीं किया जा सकता है।

Ans. B

Sol. $(V_y)_1 = (V_y)_2$

$$V_1 \sin 30^\circ = V_2$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{\sin 30^\circ} = 2$$

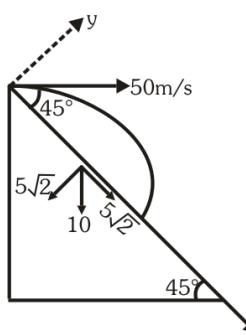
9. A projectile is fired horizontally from an inclined plane (of inclination 45° with horizontal) with speed = 50 m/s. If $g = 10 \text{ m/s}^2$, the range measured along the incline is :-
- 500 m
 - $500\sqrt{2}$ m
 - $200\sqrt{2}$ m
 - none of these

एक प्रक्षेप्य को 50 m/s की चाल से क्षैतिज से 45° आनत कोण वाले नत-तल से क्षैतिज रूप से प्रक्षेपित किया जाता है। यदि $g = 10 \text{ m/s}^2$ हो तो नत-तल के अनुदिश मापी गई परास होगी :-

- 500 m
- $500\sqrt{2}$ m
- $200\sqrt{2}$ m
- इनमें से कोई नहीं

Ans. B

Sol. $T = \frac{2u_\perp}{a_\perp} = \frac{2 \times 25\sqrt{2}}{5\sqrt{2}} = 10 \text{ s}$



$$R = (25\sqrt{2})(10) + \frac{1}{2}(5\sqrt{2})(10)^2 = 500\sqrt{2} \text{ m}$$

10. The velocity of a particle in a x-y plane is given by $v = 3t\hat{i} + 4t\hat{j}$. The distance travelled by the particle in 4 sec will be :-

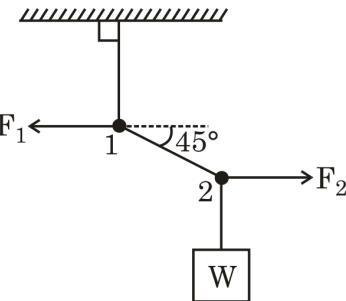
x-y तल में एक कण का वेग $v = 3t\hat{i} + 4t\hat{j}$ है। कण द्वारा 4 sec में तय दूरी है :-

- 20 m
- 40 m
- 46 m
- 50 m

Ans. B

11. In the figure the tension in the string between 1 and 2 is 60 N. Find the magnitude of horizontal force \vec{F}_1 and \vec{F}_2 that must be applied to hold the system in the position shown.

चित्रानुसार 1 तथा 2 के मध्य रस्सी में उत्पन्न तनाव 60 N है। क्षैतिज बल \vec{F}_1 तथा \vec{F}_2 का परिमाण ज्ञात कीजिये जो आरोपित करने पर निकाय को प्रदर्शित स्थिति में रखता है।

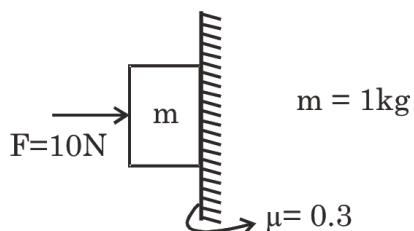


- (A) $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = 40\sqrt{2} \text{ N}$
- (B) $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = 30\sqrt{2} \text{ N}$
- (C) $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = 10\sqrt{2} \text{ N}$
- (D) $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = 20\sqrt{2} \text{ N}$

Ans. B

12. Find the friction force acting between block and the wall.

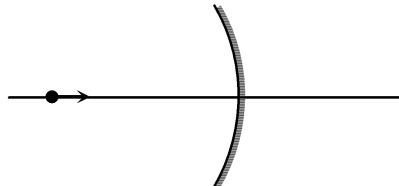
प्रदर्शित चित्र में ब्लॉक तथा दीवार के मध्य कार्यरत घर्षण बल ज्ञात कीजिये।



- (A) 4 N
- (B) 5 N
- (C) 7 N
- (D) 3 N

Ans. D

13. A point object is moving along the principle axis of a concave mirror at rest of focal length 30cm with speed 5m/s towards the mirror. Find the speed of image of object when object is at a distance 60cm from mirror.
- (A) 5m/s away from mirror
 (B) 5m/s towards the mirror
 (C) 10m/s away from mirror
 (D) 10m/s towards the mirror



एक बिन्दु बिम्ब विरामावस्था वाले अवलतल दर्पण जिसकी फोकस दूरी 30cm है, की मुख्य अक्ष के अनुदिश 5m/s की चाल से दर्पण की ओर गतिशील है। बिम्ब के प्रतिबिम्ब की चाल क्या होगी जब बिम्ब, दर्पण से 60cm दूरी पर है?

- (A) 5m/s, दर्पण से दूर
 (B) 5m/s, दर्पण की ओर
 (C) 10m/s, दर्पण से दूर
 (D) 10m/s, दर्पण की ओर

Ans. A

Sol. $\frac{1}{v} + \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$, $u = -60$, $f = -30$

$$\frac{1}{-60} + \frac{1}{v} = -\frac{1}{30}, \frac{1}{v} = -\frac{1}{30} + \frac{1}{60} = -\frac{1}{60}$$

$$v = -60 \text{ cm} \quad \text{and}, \frac{1}{v^2} \frac{dv}{dt} + \frac{1}{u^2} \frac{du}{dt} = 0$$

$$\frac{du}{dt} = -\frac{v^2}{u^2} \left(\frac{du}{dt} \right)$$

$$\frac{dv}{dt} = -5 \text{ m/s}$$

14. A rod of length 10 cm lies along the principal axis of a concave mirror of focal length 10 cm in such a way that its end closer to the pole is 20 cm away from the mirror. The length of the image is

लम्बाई 10 cm वाली एक छड़ 10 cm फोकस दूरी वाले अवतल दर्पण की मुख्य अक्ष के अनुदिश इस प्रकार स्थित है कि इसका ध्रुव के नजदीक वाला सिरा दर्पण से 20 cm दूर स्थित है तो प्रतिबिम्ब की लम्बाई है :-

Ans. B

Sol. The position of image of nearer end to mirror can be found out using

$$\text{mirror equation, } \frac{1}{v} + \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{v_1} = \frac{1}{-20} - \frac{1}{-10}$$

$$\Rightarrow v_1 = -20$$

Similarly position of image of farther end to mirror can be found out as

$$= \frac{1}{v_2} = \frac{1}{-(10+20)} - \frac{1}{-10}$$

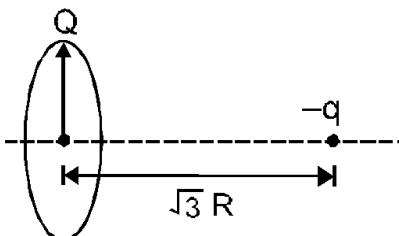
$$\Rightarrow v_2 = -15$$

Hence the length of the image

$$= 20\text{cm} - 15\text{cm} = 5\text{cm}$$

15. A point charge having charge ' $-q$ ' and mass ' m ' is released at rest on the axis of a uniformly charged fix ring of total charge ' Q ' and radius ' R ' from a distance $\sqrt{3} R$. Find out its velocity when it reaches to centre of ring.

आवेश ' $-q$ ' तथा द्रव्यमान ' m ' वाले एक बिन्दु आवेश को कुल आवेश ' Q ' तथा त्रिज्या ' R ' वाली एकसमान रूप से आवेशित स्थिर वलय की अक्ष पर $\sqrt{3} R$ दरी से विरामावस्था से छोड़ा जाता है। इसके वलय के केन्द्र पर पहुँचने पर इसका वेग ज्ञात कीजिये।



- (A) $v = \sqrt{\frac{Qq}{2\pi\epsilon_0 m R}}$

(B) $v = \sqrt{\frac{Qq}{4\sqrt{3}\pi\epsilon_0 m R}}$

(C) $v = \sqrt{\frac{Qq}{8\pi\epsilon_0 m R}}$

(D) $v = \sqrt{\frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 m R}}$

Ans. D

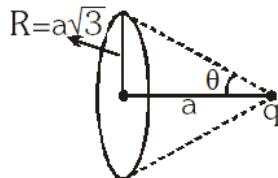
16. Consider a circle of radius R . A point charge lies at a distance ' a ' from its center and on its axis such that $R = a\sqrt{3}$. If electric flux passing through the circle is ϕ then the magnitude of the point charge is :-

R त्रिज्या के बृत्त पर विचार कीजिए। इसके केन्द्र से a दूरी पर इसके अक्ष पर एक बिन्दु आवेश को इस प्रकार रखा गया है कि $R = a\sqrt{3}$ है। यदि बृत्त से होकर गजरने वाला विद्युत फलक्स ϕ है तो बिन्दु आवेश का परिमाण होगा :-

- (A) $\sqrt{3}\varepsilon_0\phi$ (B) $2\varepsilon_0\phi$
 (C) $4\varepsilon_0\phi/\sqrt{3}$ (D) $4\varepsilon_0\phi$

Ans. D

Sol. We know that if a point charge q is placed on the apex of a cone of semi-vertex angle θ then

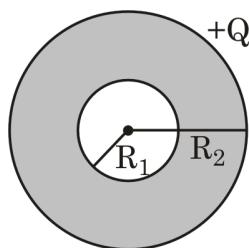


electric flux through the base of the cone will be $\frac{q(1 - \cos \theta)}{2\epsilon_0}$ here $\tan \theta = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \theta = 60^\circ$

$$\text{Therefore } \phi = \frac{q(1 - \cos 60^\circ)}{2\epsilon_0} = \frac{q}{4\epsilon_0} \Rightarrow q = 4\epsilon_0\phi$$

17. Figure shows a thick metallic sphere. If it is given a charge $+Q$, then electric field will be present in the region :-

- (A) $r < R_1$ only
 - (B) $r > R_1$ and $R_1 < r < R_2$
 - (C) $r \geq R_2$ only
 - (D) $r \leq R_2$



चित्रानुसार एक मोटा धात्विक गोला दर्शाया गया है। यदि इसे आवेश $+Q$ दिया जाता है तो विद्युत क्षेत्र किस प्रभाग में रहेगा?

- (A) केवल $r < R_1$
 (B) $r > R_1$ तथा $R_1 < r < R_2$
 (C) केवल $r \geq R_2$
 (D) $r \leq R_2$

Ans C

Sol. If there is a cavity inside the conductor having no charge then charge will always reside only on outer surface of conductor.

18. A mass 6×10^{24} kg (= mass of earth) is to be compressed in a sphere in such a way that the escape velocity from its surface is 3×10^8 m/s (equal to that of light). What should be the radius of the sphere?

एक द्रव्यमान 6×10^{24} kg (= पृथ्वी का द्रव्यमान) को एक गोले में इस प्रकार संपीड़ित किया जाता है कि इसकी सतह से पलायन वेग 3×10^8 m/s (प्रकाश के बराबर) है। गोले की त्रिज्या ज्ञात कीजिये।

- (A) 9 mm
- (B) 8 mm
- (C) 7 mm
- (D) 6 mm

Ans. A

Sol. As, $v_e = \sqrt{\left(\frac{2GM}{R}\right)}$, $R = \left(\frac{2GM}{v_e^2}\right)$,

$$\therefore R = \frac{2 \times 6.67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{(3 \times 10^8)^2} = 9 \times 10^{-3} \text{ m} = 9 \text{ mm}$$

19. The time period of a satellite in a circular orbit of radius R is T. The period of another satellite in a circular orbit of radius 9R is :

किसी उपग्रह का त्रिज्या R की वृत्तीय कक्षा में आवर्तकाल T है। किसी अन्य उपग्रह का त्रिज्या 9R की वृत्तीय कक्षा में आवर्तकाल होगा :

- (A) 9 T
- (B) 27 T
- (C) 12 T
- (D) 3 T

Ans. B

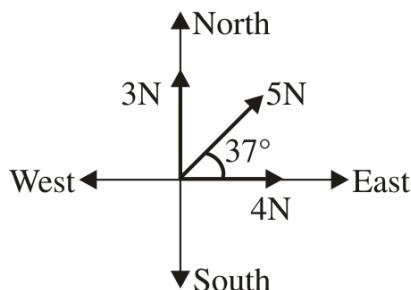
Sol. $T^2 \propto R^3$

$$\left(\frac{T'}{T}\right)^2 = \left(\frac{9R}{R}\right)^3$$

$$T'^2 = T^2 \times 9^3$$

$$T' = T \times 3^3$$

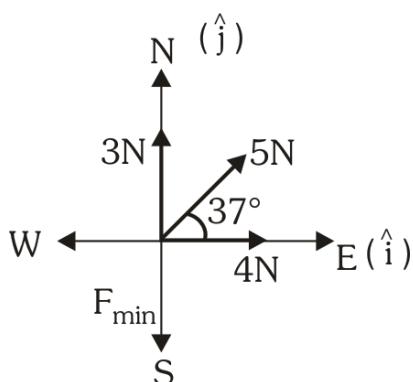
$$T' = 27 T$$



प्रदर्शित स्थिति में उस न्यूनतम बल का परिमाण न्यूटन में ज्ञात कीजिये ताकि जिसे किसी भी दिशा में लगाया जाए तो परिणामी बल पूर्व दिशा के अनुदिश प्राप्त हो।

Ans. B

Sol.



Let force be F so resultant is in east direction

$$4\hat{i} + 3\hat{j} + (5 \cos 37^\circ \hat{i} + 5 \sin 37^\circ \hat{j}) + \vec{F} = k\hat{i}$$

$$\Rightarrow 4\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{i} + 3\hat{j} + \vec{F} = k\hat{i}$$

$$\Rightarrow 8\hat{i} + 6\hat{j} + \vec{F} = k\hat{i}$$

$$\Rightarrow \vec{F} = (k - 8)\hat{i} - 6\hat{j}$$

$$\Rightarrow F = \sqrt{(k - 8)^2 + (6)^2} \Rightarrow F_{\min} = 6N$$

SECTION-II : (Maximum Marks: 20)

This section contains 10 questions Candidates have to attempt any 5 questions out of 10. If more than 5 questions are attempted, then only first 5 attempted questions will be evaluated.

The answer to each question is a Numerical Value.

For each question, enter the correct integer value (In case of non-integer value, the answer should be rounded off to the nearest Integer).

Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:

Full Marks : +4 If correct answer is entered.

Zero Marks : 0 If the question is unanswered.

Negative Marks : -1 If wrong answer is entered.

खण्ड-II : (अधिकतम अंक: 20)

इस खंड में 10 प्रश्न हैं। उम्मीदवारों को 10 में से किसी भी 5 प्रश्न का प्रयास करना है। यदि 5 से अधिक प्रश्नों का प्रयास किया जाता है, तो केवल पहले 5 प्रश्नों का मूल्यांकन किया जाएगा।

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर संख्यात्मक मान (Numerical Value) है।

प्रत्येक प्रश्न के लिए, सही पूर्णांक मान दर्ज करें (दशमलव संकेतन में, उत्तर को निकटतम पूर्णांक में लिखा जाना चाहिए।)

प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंकन योजना के अनुसार किया जाएगा:

पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर दर्ज किया गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी उत्तर दर्ज नहीं किया गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत उत्तर दर्ज किया गया है।

1. Two forces $\vec{F}_1 = 2\hat{i} + 3\hat{j}$ newton and $\vec{F}_2 = -3\hat{i} + 4\hat{j}$ newton act on a body moving from (2, 3)m to (1, 4)m then find magnitude of work done by net force in joule (work done = $\vec{F} \cdot \vec{S}$).

दो बल $\vec{F}_1 = 2\hat{i} + 3\hat{j}$ न्यूटन तथा $\vec{F}_2 = -3\hat{i} + 4\hat{j}$ न्यूटन एक पिण्ड पर कार्यरत है जो (2, 3)m से (1, 4)m तक गतिशील है। कुल बल द्वारा किये गये कार्य का परिमाण जूल में ज्ञात कीजिये। (किया गया कार्य = $\vec{F} \cdot \vec{S}$).

Ans. 8

Sol. \vec{S} = displacement

$$= (1-2)\hat{i} + (4-3)\hat{j} = -\hat{i} + \hat{j}$$

W_1 = work done by force

$$F_1 = \vec{F}_1 \cdot \vec{S} = (2\hat{i} + 3\hat{j}) \cdot (-\hat{i} + \hat{j})$$

$$= -2 + 3 = 1 \text{ joule.}$$

W_2 = work done by force

$$F_2 = \vec{F}_2 \cdot \vec{S} = (-3\hat{i} + 4\hat{j}) \cdot (-\hat{i} + \hat{j})$$

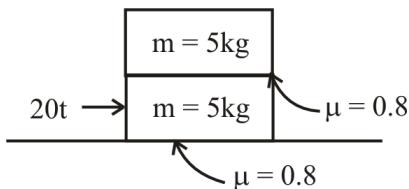
$$= 3 + 4 = 7 \text{ joule}$$

$$W_{\text{net}} = W_1 + W_0$$

$$= 7 + 1 = 8 \text{ joule.}$$

2. In the given figure a force of magnitude $20t$ is applied on the lower block, where t is time in sec. Coefficient of static friction between contact surfaces is 0.8. For what value of t , upper block begin to slip relative to lower block?

प्रदर्शित चित्र में निचले ब्लॉक पर 20t परिमाण वाला एक बल लगाया जाता है, जहाँ t सेकण्ड में समय है। सम्पर्क सतहों के मध्य स्थैतिक घर्षण गुणांक 0.8 है। t के किस मान के लिए ऊपरी ब्लॉक, निचले ब्लॉक के सापेक्ष फिसलना प्रारम्भ कर देगा?

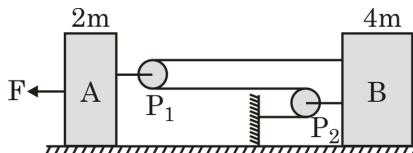


Ans. 8

$$\begin{aligned}\text{Sol. } a &= \frac{20t - 80}{10} = 2t - 8 \\ f_s &= 5(2t - 8) = f_L = 40 \\ 2t - 8 &= 8 \\ t &= 8\text{s}\end{aligned}$$

3. The acceleration of the block B in the figure, assuming the surfaces and the pulleys P_1 and P_2 are all smooth and pulleys and string are light is $\frac{3F}{xm}$ then value of $\frac{x}{17}$ is :-

चित्रानुसार माना सतहें तथा घरनियाँ P_1 तथा P_2 सभी चिकनी हैं तथा घरनियाँ व रस्सी हल्की हैं। ब्लॉक B का त्वरण $\frac{3F}{xm}$ है। $\frac{x}{17}$ का मान ज्ञात कीजिये।



Ans. 1

The free body diagram illustrates the forces and accelerations for the pulley system. The left side shows block A with mass $2m$ and acceleration a_A to the left, connected by a string with tension T to a central pulley. The pulley has a radius r , clockwise angular acceleration a' , and counter-clockwise tangential acceleration a_B . The right side shows block B with mass $4m$ and acceleration a_B to the left, connected by a string with tension T to the pulley. The pulley is also connected to a fixed wall by a string with tension T . The total horizontal force on the pulley is zero.

$$a_B + a' = 2a_A \quad [\text{constrained relation for pulley 1}]$$

$$O + a' = 2a_B \quad [\text{constrained relation for pulley 2}]$$

From above two equations

$$3a_B = 2a_A$$

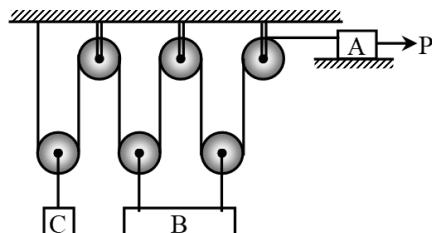
$$3T = 4m a_B \text{ [Newton's II law for block B]} \dots \text{III}$$

From equation I, II and III

$$a_B = \frac{3F}{17m}$$

4. Three blocks A, B and C of mass m each are arranged in pulley mass system as shown. Coefficient of friction between block A and horizontal surface is equal to 0.5 and a force P acts on 'A' in the direction shown. The value of P/mg so that block 'C' doesn't move is :-

प्रत्येक द्रव्यमान m वाले तीन ब्लॉकों A, B तथा C को प्रदर्शित घिरनी द्रव्यमान निकाय में व्यवस्थित किया गया है। ब्लॉक A तथा क्षेत्रिज सतह के मध्य घर्षण गुणांक 0.5 है तथा A पर बल P प्रदर्शित दिशा में कार्य करता है। P/mg का वह मान ज्ञात कीजिये ताकि ब्लॉक 'C' गति नहीं करता है।



Ans. 5

Sol. for C $\Rightarrow 2T = mg$

$$T = \frac{mg}{2}$$

If C doesn't move then $a_A = 4a_B \dots (i)$

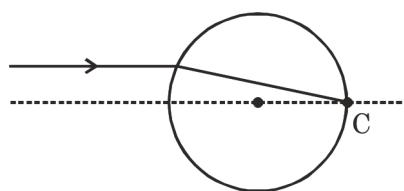
$$P - T - \mu mg = m 4a_B \dots (ii)$$

$$4T - mg = ma_B \dots (iii)$$

$$\therefore \frac{P}{mg} = 5$$

5. A spherical ball of transparent material has a refractive index μ . A narrow beam of light is aimed as shown. The value of refractive index so that light is focussed at point C on the opposite end of the diameter, is :-

पारदर्शी पदार्थ से बनी एक गोलाकार गेंद का अपवर्तनांक μ है। इस पर एक संकरा प्रकाश पुंज चित्रानुसार आपतित किया जाता है। अपवर्तनांक का मान क्या होना चाहिये ताकि प्रकाश व्यास के विपरीत सिरे पर बिन्दु C पर फोकसित हो सके?

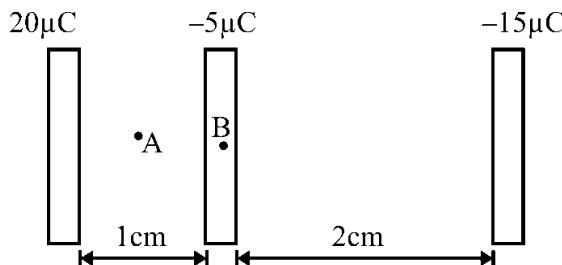


Ans. 2

$$\begin{aligned} \text{Sol. } & \frac{\mu_2}{v} - \frac{\mu_1}{u} = \frac{\mu_2 - \mu_1}{R} \\ & \frac{\mu}{2R} - \frac{1}{\infty} = \frac{\mu - 1}{R} \\ & \frac{\mu}{2R} = \frac{\mu - 1}{R} \\ & \mu = 2 \end{aligned}$$

6. Three large thick conducting sheets are placed parallel to each other as shown, charge on plates are $20 \mu\text{C}$, $-5 \mu\text{C}$ and $-15 \mu\text{C}$ and separation between them is 1 cm and 2 cm respectively. Find the ratio of electric field at B to that of electric field at A, $\left[\frac{E_B}{E_A} \right] :-$

तीन बड़ी मोटी चालक शीर्टें चित्रानुसार एक दूसरे के समान्तर रखी हुयी हैं। प्लेटों पर आवेश $20 \mu\text{C}$, $-5 \mu\text{C}$ तथा $-15 \mu\text{C}$ हैं तथा उनके मध्य दूरी क्रमशः 1 cm तथा 2 cm हैं। B तथा A पर विद्युत क्षेत्र का अनुपात $\left[\frac{E_B}{E_A} \right]$ ज्ञात कीजिये।



Ans. 0

Sol. $E_B = 0 \Rightarrow \frac{E_B}{E_A} = 0$

7. There are 8 drops of a conducting fluid. Each has radius r and they are charged to potential 1 volt. They are then combined to form a bigger drop. Find potential of big drop in volt.

एक चालक द्रव्य की 8 बूँदें हैं। प्रत्येक की त्रिज्या r है तथा इन्हें 1 वोल्ट विभव तक आवेशित किया गया है। अब इन्हें मिलाकर एक बड़ी बूँद बनाई जाती है। बड़ी बूँद का विभव वोल्ट में ज्ञात कीजिये।

Ans. 4

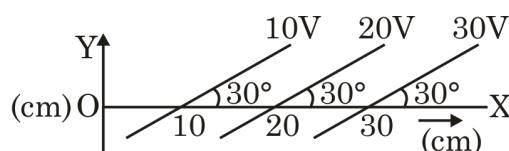
Sol. For small drops $V = \frac{kq}{r} = 1 \text{ volt}$

For bigger drop

$$V' = \frac{k(8q)}{2r} = 4 \left(\frac{kq}{r} \right) = 4 \text{ volt}$$

8. Equipotential surfaces are shown in the following figure. Then corresponding electric field strength is $n \times 10^2 \text{ V/m}$. Find n.

समविभव सतहें चित्रानुसार दर्शायी गयी हैं। तब संगत विद्युत क्षेत्र सामर्थ्य $n \times 10^2 \text{ V/m}$ है तो n का मान ज्ञात कीजिये।



Ans. 2

9. An artificial satellite moving in a circular orbit around the earth has a total energy (K.E. + P.E.) E_0 . The ratio of its P.E to the total energy is :-

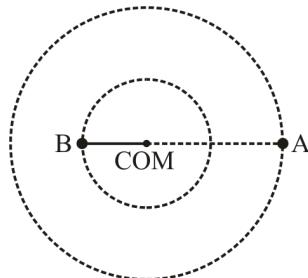
पृथ्वी के चारों ओर वृत्ताकार कक्षा में गतिशील एक कृत्रिम उपग्रह की कुल ऊर्जा (गतिज ऊर्जा + स्थितिज ऊर्जा) E_0 है तो इसकी स्थितिज ऊर्जा तथा कुल ऊर्जा का अनुपात ज्ञात कीजिये।

Ans. 2

Sol. P.E = 2 (T.E)

10. Figure shows a binary star system revolving about their COM. The masses of star A & B are 15×10^{30} kg and 45×10^{30} kg respectively. Find the ratio of area swept by star A to area swept by star B in a common time interval.

चित्र में एक द्वि-तारा निकाय को उनके द्रव्यमान केन्द्र के सापेक्ष चक्कर लगाते हुए दर्शाया गया है। तारे A व B के द्रव्यमान क्रमशः 15×10^{30} kg तथा 45×10^{30} kg है। एक ही समयान्तराल में तारे A तथा तारे B द्वारा तय किए गए क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।



Ans. 9

ALLEN®
PART-2 : CHEMISTRY
भाग-2 : रसायन विज्ञान

SECTION-I : (Maximum Marks: 80)

This section contains **20 questions**. Each question has 4 options for correct answer. Multiple-Choice Questions (MCQs) **Only one option is correct**. For each question, marks will be awarded as follows:

Full Marks : +4 If correct answer is selected.

Zero Marks : 0 If none of the option is selected.

Negative Marks : -1 If wrong option is selected.

खण्ड-I : (अधिकतम अंक: 80)

इस खण्ड में **20 प्रश्न हैं**। प्रत्येक प्रश्न में सही उत्तर के लिए 4 विकल्प हैं। बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQs) केवल एक विकल्प सही है। प्रत्येक प्रश्न के लिए, अंक निम्नानुसार दिए जाएंगे:

पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर चुना गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत विकल्प चुना गया है।

- A sample of carbon contains 95% by mole C¹² and 5% by mole C¹⁴ isotopes. The average number of neutrons per atom is :

कार्बन के एक नमूने में मोल द्वारा C¹² का 95 प्रतिशत तथा मोल द्वारा C¹⁴ समस्थानिक का 5 प्रतिशत उपस्थित है, तो प्रति परमाणु न्यूट्रॉनों की औसत संख्या है :

- | | |
|----------|----------|
| (A) 12.5 | (B) 12.1 |
| (C) 6.05 | (D) 6.1 |

Ans. D

Sol. $M_{avg} = \frac{95 \times 12 + 5 \times 14}{100} = 12.1$

No. of proton = 6

So no. of neutrons = 6.1

- Find [VD]_{mix} of a gaseous mixture of O₃ and O₂. Molar ratio of O₃ to O₂ is 1 : 2

O₃ तथा O₂ के एक गैसीय मिश्रण का [VD]_{mix} ज्ञात कीजिये। O₃ का O₂ से मोलर अनुपात 1 : 2 है।

- | |
|---------------------|
| (A) $\frac{56}{6}$ |
| (B) $\frac{112}{3}$ |
| (C) $\frac{224}{3}$ |
| (D) $\frac{56}{3}$ |

Ans. D

Sol. O₃ O₂

Mole ratio : 1 2

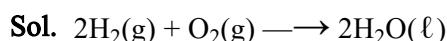
$$[VD]_{mix} = \frac{M_{avg}}{2} = \frac{48 + 64}{2 \times 3} = \frac{112}{2 \times 3} = \frac{56}{3}$$

3. A mixture of H₂ & O₂ having total volume 55 ml is sparked in an Eudiometry tube & contraction of 45 ml is observed after cooling. What can be composition of reacting mixture?
- (A) 30 ml H₂ & 25 ml O₂
 - (B) 10 ml H₂ & 45 ml O₂
 - (C) 35 ml H₂ & 20 ml O₂
 - (D) None

H₂ तथा O₂ के मिश्रण जिसका कुल आयतन 55 ml है, जो यूडियोमेट्री नलिका में स्फुलिंग किया गया एवं शीतलन के पश्चात 45 ml का संकुचन प्रेक्षित हुआ तो क्रियाकारी मिश्रण का संगठन क्या हो सकता हैं ?

- (A) 30 ml H₂ तथा 25 ml O₂
- (B) 10 ml H₂ तथा 45 ml O₂
- (C) 35 ml H₂ तथा 20 ml O₂
- (D) कोई नहीं

Ans. A



$$x \text{ ml} \quad (55-x) \text{ ml}$$

LR

Volume contraction

$$= V_{\text{used}} - V_{\text{produced}}$$

$$45 = \left(x + \frac{x}{2} \right) - 0$$

$$x = 30 \text{ ml}$$

4. The decreasing order of the size of the void is
- (A) cubic > octahedral > tetrahedral > trigonal
 - (B) trigonal > tetrahedral > octahedral > cubic
 - (C) trigonal > octahedral > tetrahedral > cubic
 - (D) cubic > tetrahedral > octahedral > trigonal

रिक्ति के आकार का घटता हुआ क्रम हैं ?

- (A) घनिय > अष्टफलकीय > चतुष्फलकीय > त्रिकोणिय
- (B) त्रिकोणिय > चतुष्फलकीय > अष्टफलकीय > घनिय
- (C) त्रिकोणिय > अष्टफलकीय > चतुष्फलकीय > घनिय
- (D) घनिय > चतुष्फलकीय > अष्टफलकीय > त्रिकोणिय

Ans. A

Sol. Fact

5. In hexagonal close packing of sphere in three dimensions.

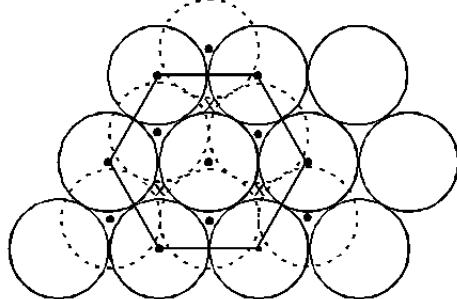
- (A) In one unit cell there are 12 octahedral voids and all are completely inside the hexagonal unit cell
- (B) In one unit cell there are six octahedral voids and all are completely inside the hexagonal unit cell.
- (C) In one unit cell there are six octahedral voids and of which three are completely inside the unit cell and other three are from contributions of octahedral voids which are partially inside the hexagonal unit cell
- (D) In one unit cell 6 tetrahedral voids are completely inside the hexagonal unit cell.

त्रिविमीय में एक गोले के षट्कोणीय बंद संकुलन में :

- (A) एक इकाई सैल में 12 अष्टफलकीय रिक्तियां हैं तथा सभी पूर्णतया षट्कोणीय इकाई सैल के अन्दर हैं।
- (B) एक इकाई सैल में 6 अष्टफलकीय रिक्तियां हैं तथा सभी पूर्णतया षट्कोणीय इकाई सैल के अन्दर हैं।
- (C) एक इकाई सैल में 6 अष्टफलकीय रिक्तियां हैं जिनमें से तीन पूर्णतया इकाई सैल के अन्दर तथा अन्य तीन जो कि अष्टफलकीय रिक्तियों में योगदान देते हैं आंशिक रूप से षट्कोणीय इकाई सैल के अन्दर हैं।
- (D) एक इकाई सैल में 6 चतुर्ष्कोणीय रिक्तियां हैं जो कि पूर्णतया षट्कोणीय इकाई सैल के अन्दर हैं।

Ans. B

Sol.



hcp = AB AB AB pattern repeat

For calculating voids between two layers A and B.

The dots are representing tetrahedral voids.

$$\text{no. of tetrahedral voids} = 3 + 1 + \frac{1}{3} \times 6 = 6$$

so in one complete unit cell total tetrahedral voids = 12, out of which 8 are completely inside but rest are shared by other unit cells.

Octahedral voids = 3 = represented by (x).

So total octahedral voids = 6 = All are completely inside.

$$[4R = \sqrt{3} a]$$

6. Vapour pressure of solution containing 6gm non volatile solute in 180 gm of water is 20 torr. If 1 mole of water is further added into the solution so that vapour pressure increases by 0.02 torr. Calculate vapour pressure of pure water.

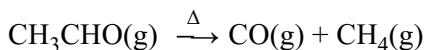
180 gm जल में 6gm अवाष्पशील विलेय युक्त विलयन का वाष्प दाब 20 torr है यदि 1 मोल जल को विलयन में और मिलाया जाता है, जिससे वाष्प दाब 0.02 torr से बढ़ जाता है, तो शुद्ध जल के वाष्प दाब की गणना कीजिये।

- (A) 20.22 torr
 - (B) 20.02 torr
 - (C) 19.78 torr
 - (D) 19.88 torr

Ans. A

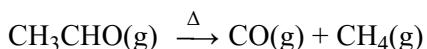
$$\begin{aligned}
 \textbf{Sol. } \frac{P^0 - P_s}{P_s} &= \frac{n_B \text{ solute}}{n_A \text{ solvent}} \\
 \frac{P^0 - 20}{20} &= \frac{6}{M} \times \frac{18}{180} \quad \dots\dots\dots(1) \\
 \frac{P^0 - 20.02}{20.02} &= \frac{6}{M} \times \frac{18}{198} \\
 P^0 &= 20.22 \text{ torr.}
 \end{aligned}$$

7. For a gaseous reaction



initial pressure is 80 mm of Hg and total pressure at the end of 20 minutes is 120 mm of Hg. The rate constant of the reaction assuming first order kinetic is :-

एक गैसीय अभिक्रिया के लिये



प्रारम्भिक दाब 80 mm Hg तथा 20 मिनट के अंत पर कुल दाब 120 mm Hg है प्रथम कोटि गतिकी मानते हुये अभिक्रिया का दर नियतांक है :-

- (A) $3.465 \times 10^{-2} \text{ min}^{-1}$
 - (B) 34.65 min^{-1}
 - (C) 3.465 min^{-1}
 - (D) 0.3465 min^{-1}

Ans. A

Sol. $\text{CH}_3\text{CHO(g)} \rightarrow \text{CH}_4\text{(g)} + \text{CO(g)}$

$t = 0$	80	0	0
$t = 20\text{min}$	$80 - x$	x	x

$$(80 - x) + x + x = 120 \Rightarrow x = 40$$

$$t_{1/2} = 20\text{min}$$

$$K = \frac{0.693}{20} = 3.465 \times 10^{-2} \text{ min}^{-1}$$

8. During an adiabatic process, the pressure of a gas is found to be proportional to the cube of its absolute temperature. The ratio of C_p/C_V for the gas is :-

एक रुद्धोष्म प्रक्रम के दौरान, गैस का दाब निरपेक्ष ताप के घन के अनुक्रमानुपाती है। गैस के लिए C_p/C_v का अनुपात होगा : ---

- (A) $3/2$ (B) $7/5$
(C) $5/3$ (D) $4/3$

Ans. A

Sol. For adiabatic process $P \propto T^3$

$$\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$(P) \frac{\gamma-1}{\gamma} \propto T$$

$$P \propto T^{\left(\frac{\gamma}{\gamma-1}\right)}$$

According to the question pressure is proportional to the cube of its absolute temperature hence

$$\frac{\gamma}{(\gamma - 1)} = 3$$

$$\Rightarrow \gamma = 3\gamma - 3$$

$$2\gamma = 3$$

$$\Rightarrow \gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{3}{2}$$

9. Change in entropy is negative for

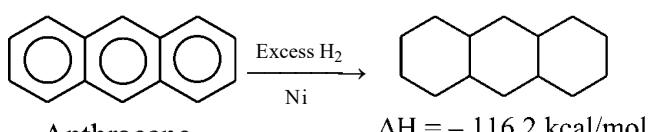
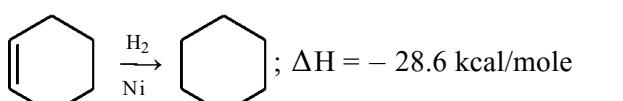
- (A) Bromine (l) \rightarrow Bromine (g)
 - (B) C(s) + H₂O(g) \rightarrow CO(g) + H₂(g)
 - (C) N₂(g, 10 atm) \rightarrow N₂(g, 1 atm)
 - (D) Fe (1 mol, 400 K) \rightarrow Fe (1 mol, 300 K)

ऐन्टोपी में परिवर्तन किसके लिये क्रणात्मक हैं ?

- (A) ब्रोमीन (l) \rightarrow ब्रोमीन (g)
(B) C(s) + H₂O(g) \rightarrow CO(g) + H₂(g)
(C) N₂(g, 10 atm) \rightarrow N₂(g, 1 atm)
(D) Fe (1 mol, 400 K) \rightarrow Fe (1 mol, 300 K)

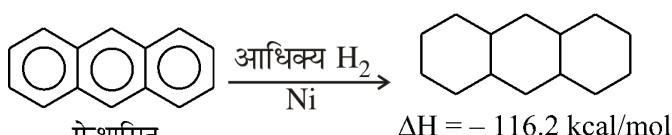
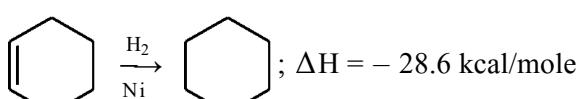
Ans D

10. Given



Calculate the resonance energy of Anthracene

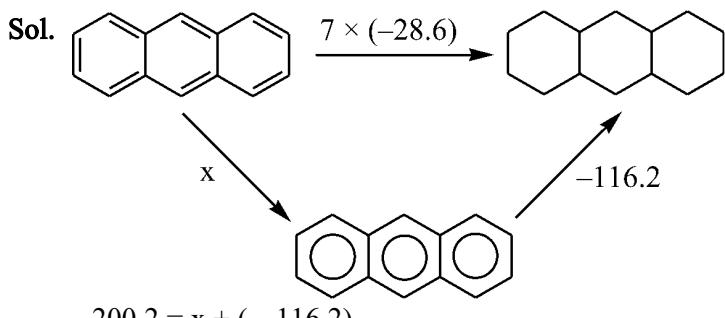
हिंदी गीत



ऐन्थ्रासिन की अननाद ऊर्जा की गणना कीजिये-

- (A) $-84 \frac{\text{kcal}}{\text{mol}}$ (B) $-100 \frac{\text{kcal}}{\text{mol}}$
 (C) $-110 \frac{\text{kcal}}{\text{mol}}$ (D) $-116 \frac{\text{kcal}}{\text{mol}}$

Ans. A



$$-200.2 = x + (-116.2)$$

$$x = -200.2 + 116.2$$

$$= -84 \frac{\text{kcal}}{\text{mol}}$$

11. Find the maximum number of electrons that can be filled in P shell

P कोश में भरे जा सकने वाले इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम संख्या बताईं।

Ans. C

Sol. Maximin electron in P-shell ($n = 6$)

$$\Rightarrow 2n^2$$

$$\Rightarrow 2 \times (6)^2 = 72$$

- 12.** ${}^x_A Y$ & ${}^p_B Q$ are isobars. While ${}^m_C N$ is isotope with ${}^x_A Y$

Select the correct option –

$x A^y$ तथा $p B^q$ समदाब है जबकि $m C^n$, $x A^y$ के साथ आइसोटोन है।

सही विकल्प चुनिये—

- (A) $y = (n - m)$
 - (B) $n = q - x + m$
 - (C) $x = p$
 - (D) $(y - x) = (q - p)$

Ans. B

Sol. $\frac{y}{x}A \& \frac{q}{p}B$ are isobar

$$\therefore y = q \dots \dots \dots \quad (1)$$

n_mC & y_xA is are isotone

$$\therefore (n - m) = (y - x) \dots\dots\dots (2)$$

From eq. (1) & (2)

$$n - m = q - x$$

$$n = m + q - x$$

13. In the formation of $X^{+2}_{(g)}$ from $X^+_{(g)}$, 4 eV energy is absorbed, which would be equal to :

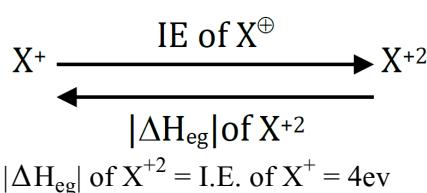
- (A) $|\Delta H_{e.g.}|$ of $X_{(g)}^+$
 - (B) IE of $X_{(g)}^{+2}$
 - (C) IE of $X_{(g)}$
 - (D) $|\Delta H_{e.g.}|$ of $X_{(g)}^{+2}$

$X_{(g)}^+$ से $X_{(g)}^{+2}$ के निर्माण में 4 eV ऊर्जा अवशोषित होती है, यह निम्न में से किसके समान होगी :

- (A) $X_{(g)}^+$ की $|\Delta H_{e.g}|$
 (B) $X_{(g)}^{+2}$ की IE
 (C) $X_{(g)}$ की IE
 (D) $X_{(g)}^{+2}$ की $|\Delta H_{e.g}|$

Ans. D

Sol.



14. Which of the following order is CORRECT for indicate property ?

(A) C > Si > Ge > Sn > Pb (Ionization energy)

(B) S > O > Se > Te (Electron gain enthalpy)

(C) $\text{SiO}_2 > \text{Al}_2\text{O}_3 > \text{MgO}$ (Basic character)

(D) $\text{Cl}_2\text{O}_7 > \text{N}_2\text{O}_5 > \text{P}_4\text{O}_{10}$ (acidic character)

निम्न में से कौनसा क्रम प्रदर्शित गुण के सन्दर्भ में सही है ?

(A) C > Si > Ge > Sn > Pb (आयनन ऊर्जा)

(B) S > O > Se > Te (इलैक्ट्रॉन ग्रहण ऐन्थैल्पी)

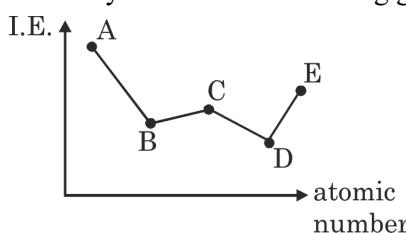
(C) $\text{SiO}_2 > \text{Al}_2\text{O}_3 > \text{MgO}$ (क्षारीय लक्षण)

(D) $\text{Cl}_2\text{O}_7 > \text{N}_2\text{O}_5 > \text{P}_4\text{O}_{10}$ (अम्लीय लक्षण)

Ans. D

Sol. BONUS

15. Carefully observe the following graph.



(A,B,C,D,E are elements of one group)

The above graph is correct for which group of periodic table.

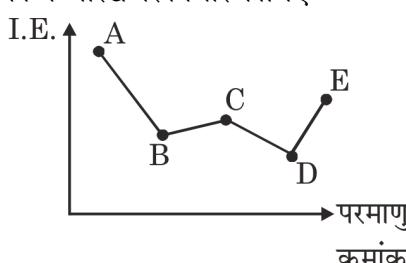
(A) Group : 1

(B) Group : 14

(C) Group : 13

(D) Group : 15

निम्न आरेख पर विचार कीजिए -



(A,B,C,D,E एक वर्ग के तत्व हैं।)

आवर्त सारणी के कौनसे वर्ग के लिये उपरोक्त आरेख सही है?

(A) वर्ग : 1

(B) वर्ग : 14

(C) वर्ग : 13

(D) वर्ग : 15

Ans. C

Sol. Due to poor screening the I.E. increases

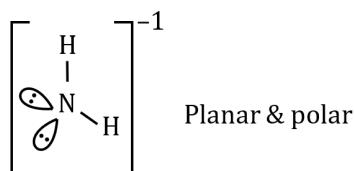
16. Which of the following species is planar and polar?

निम्न में से कौन सी स्पीशीज, समतलीय तथा ध्रुवीय है?

- (A) SO_3
- (B) POCl_3
- (C) NH_2^-
- (D) SO_3^{-2}

Ans. C

Sol. $\text{NH}_2^- \Rightarrow 2 \text{ b.p.} + 2 \text{ l.p.}$



17. For molecule $\text{CF}_2(\text{CH}_3)_2$ maximum atoms that can be present in the same plane

अणु $\text{CF}_2(\text{CH}_3)_2$ के लिये अधिकतम परमाणु जो समान तल में उपस्थित हो सकते हैं, हैं:

- | | |
|-------|-------|
| (A) 7 | (B) 5 |
| (C) 3 | (D) 9 |

Ans. B

18. Due to hydrogen bonding, which of the following molecule do not form ring either in their monomeric form or dimeric form?

- (A) CH_3COOH
- (B) Salicylic aldehyde
- (C) $\text{C}_6\text{H}_5\text{OH}$
- (D) $\text{CCl}_3\text{CHO} \cdot \text{H}_2\text{O}$

निम्न में से कौनसा अणु, हाइड्रोजन बंधन के कारण या तो उसके एकलकीय रूप में या द्विलकीय रूप में वलय का निर्माण नहीं करता है?

- (A) CH_3COOH
- (B) सेलिसिलिक ऐल्डहाइड
- (C) $\text{C}_6\text{H}_5\text{OH}$
- (D) $\text{CCl}_3\text{CHO} \cdot \text{H}_2\text{O}$

Ans. C

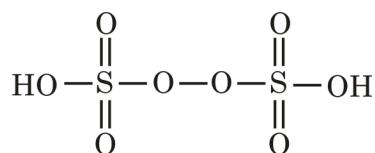
19. Amongst the following the acid having – O – O – bond is

निम्न में से वह अम्ल जिसमें – O – O – बंध उपस्थित हैं :

- (A) $\text{H}_2\text{S}_2\text{O}_3$
- (B) $\text{H}_2\text{S}_2\text{O}_5$
- (C) $\text{H}_2\text{S}_2\text{O}_6$
- (D) $\text{H}_2\text{S}_2\text{O}_8$

Ans. D

Sol.



20. Which of the following option is not correct against mentioned properties :

- (A) $\text{IO}_4^- > \text{IO}_3^- > \text{IO}_2^-$ (I–O bond order)
- (B) $\text{NH}_3 > \text{NF}_3$ (Boiling point)
- (C) $\overset{\bullet}{\text{NO}}_2 > \overset{\bullet}{\text{CH}}_3 > \overset{\bullet}{\text{ClO}}_2$ (Bond angle)
- (D) 2D silicate > 3D silicate > pyrosilicate (number of shared oxygen)

निम्न में से कौनसा विकल्प, प्रदर्शित किये गये गुण के सन्दर्भ में सही नहीं है :

- (A) $\text{IO}_4^- > \text{IO}_3^- > \text{IO}_2^-$ (I–O बंध क्रम)
- (B) $\text{NH}_3 > \text{NF}_3$ (क्वथनांक)
- (C) $\overset{\bullet}{\text{NO}}_2 > \overset{\bullet}{\text{CH}}_3 > \overset{\bullet}{\text{ClO}}_2$ (बंध कोण)
- (D) 2D सिलिकेट > 3D सिलिकेट > पायरोसिलिकेट (साझित ऑक्सीजन परमाणुओं की संख्या)

Ans. D

Sol. no. of oxygen corners shared per tetrahedral unit.

For 2D silicate $\Rightarrow 3$

For 3 D silicate $\Rightarrow 4$

For pyrosilicate = 1

SECTION-II : (Maximum Marks: 20)

This section contains 10 questions Candidates have to attempt any 5 questions out of 10. If more than 5 questions are attempted, then only first 5 attempted questions will be evaluated.

The answer to each question is a Numerical Value.

For each question, enter the correct integer value (In case of non-integer value, the answer should be rounded off to the nearest Integer).

Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:

Full Marks : +4 If correct answer is entered.

Zero Marks : 0 If the question is unanswered.

Negative Marks : -1 If wrong answer is entered.

खण्ड-II : (अधिकतम अंक: 20)

इस खण्ड में 10 प्रश्न हैं। उम्मीदवारों को 10 में से किसी भी 5 प्रश्न का प्रयास करना है। यदि 5 से अधिक प्रश्नों का प्रयास किया जाता है, तो केवल पहले 5 प्रश्नों का मूल्यांकन किया जाएगा।

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर संख्यात्मक मान (Numerical Value) है।

प्रत्येक प्रश्न के लिए, सही पूर्णांक मान दर्ज करें (दशमलव संकेतन में, उत्तर को निकटतम पूर्णांक में लिखा जाना चाहिए।)

प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंकन योजना के अनुसार किया जाएगा:

पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर दर्ज किया गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी उत्तर दर्ज नहीं किया गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत उत्तर दर्ज किया गया है।

- Find (O–O) bond enthalpy in H₂O₂ (kJ/mol)

Given : ΔH_f(H₂O₂, I) = -200 kJ/mol

ΔH_f(H₂O, I) = -285 kJ/mol

ΔH_{vap.}(H₂O₂, I) = 60 kJ/mol

ΔH_{vap.}(H₂O, I) = 40 kJ/mol

ΔH_{atomisation}(O₂, g) = 300 kJ/mol

Fill your answer as sum of digits (excluding decimal places) till you get the single digit answer.

H₂O₂ में (O - O) बन्ध ऐन्थेल्पी (kJ/mol) ज्ञात कीजिये।

दिया है : ΔH_f(H₂O₂, I) = -200 kJ/mol

ΔH_f(H₂O, I) = -285 kJ/mol

ΔH_{vap.}(H₂O₂, I) = 60 kJ/mol

ΔH_{vap.}(H₂O, I) = 40 kJ/mol

ΔH_{atomisation}(O₂, g) = 300 kJ/mol

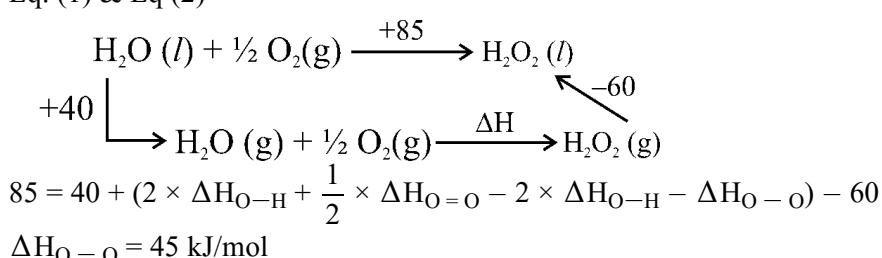
अपने उत्तर के अंकों को (दशमलव स्थान को छोड़कर) तब तक योग कीजिए जब तक आपको इकाई अंक प्राप्त न हो जाए।

Ans. 9

Sol. H₂(g) + O₂(g) → H₂O₂(I) ; ΔH = -200(1)

H₂(g) + $\frac{1}{2}$ O₂(g) → H₂O(I) ; ΔH = -285(2)

Eq. (1) & Eq (2)



2. Calculate $|\Delta G|$ (in bar-L) when a definite mass of a monoatomic ideal gas at 1 bar & 27°C is expanded adiabatically against vacuum from 10 L to 20 L ($\ln 2 = 0.7$)

1 bar तथा 27°C पर जब एकल परमाणिक आदर्श गैस के निश्चित द्रव्यमान को निर्वात के विरुद्ध 10 L से 20 L तक रुद्धोष्मीय रूप से प्रसारित किया है, तो $|\Delta G|$ (bar-L में) की गणना कीजिए ($\ln 2 = 0.7$)

Ans. 7

Sol. $q = 0$; $w = 0$; $\Delta U = 0 = T \rightarrow \text{constant}$

$$\begin{aligned}\Delta G &= nRT \ln \frac{P_2}{P_1} = P_1 V_1 \ln \frac{P_2}{P_1} \\ &= 1 \times 10 \ln \frac{20}{10} = 10 \ln 2 \\ &= 10 \times 0.7 = 7 \text{ bar.L}\end{aligned}$$

3. FeO crystallize according rock salt structure, where O^{2-} is equivalent to Cl^{\ominus} ion. Due to some crystal defect, lattice becomes $Fe_{0.75}O$. Find number of effective Fe^{2+} ions per unit cell.

FeO रॉक सॉल्ट संरचना के अनुसार क्रिस्टलीकृत होता है, जहाँ O^{2-} , Cl^{\ominus} आयन के तुल्य है। कुछ क्रिस्टल दोष के कारण जालक $Fe_{0.75}O$ हो जाता है, तो प्रति इकाई सैल प्रभावी Fe^{2+} आयनों की संख्या की गणना कीजिये :

Ans. 1

Sol. * FeO crystallizes in NaCl structure $Fe^{2+} \rightarrow$ octahedral voids

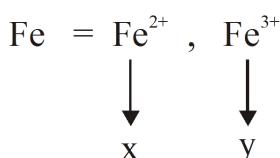
* $Fe_{0.75}O$ $O^{2-} \rightarrow$ FCC lattice

* Assume 100 molecule crystal of $Fe_{0.75}O$

No. of Fe atom = 75

No. of O^{2-} atom = 100

By balancing the charge = $100 \times 2 = 75$ Fe



$$x + y = 75 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$2x + 3y = 200 \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$y = 50$$

$$x = 25$$

* 100 molecule of $Fe_{0.75}O$ = 25 unit cells

* 4 O^{2-} occupy 1 unit cell

25 Fe^{2+} present in 25 unit cells = So 1 Fe^{2+} per unit cell

So Answer is (1)

4. 62 g ethylene glycol is dissolved in 500 gram water. The solution is placed in a refrigerator maintained at a temperature of 263 K. What amount of ice (in grams) will separate out at this temperature?
(K_f water = 1.86 K molality⁻¹)

62 g ऐथिलिन ग्लाइकोल को 500 ग्राम जल में घोला गया है। विलयन का 263 K ताप बनाये रखने वाले रेफ्रिजरेटर में रखा गया है। इस ताप पर पृथक हुये बर्फ की मात्रा (ग्राम में) क्या होगी ? (K_f water = 1.86 K molality⁻¹)

Ans. 314

Sol. $\Delta T_f = 273 - 263 = 10^\circ\text{C}$

$$\Delta T_f = i k_f m$$

$$10 = \frac{1 \times 1.86 \times 62 \times 1000}{62 \times w_{\text{solvent}}}$$

$$w_{\text{solvent}} = 186 \text{ g}$$

$$\text{Mass of ice freezed} = 500 - 186 = 314 \text{ g}$$

5. If ratio of molarity and molality for 40%, (w/w) aqueous solution of NaOH having density 2 gm/cc is x : 1, then find out value of 5x/3 :

40%, (w/w) NaOH के जलीय विलयन जिसका घनत्व 2 gm/cc हैं, के लिये मोलरता एवं मोललता का अनुपात x : 1 है, तो 5x/3 का मान ज्ञात कीजिये :

Ans. 2

Sol. 40 gm NaOH present in 100 gm of solution

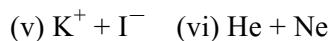
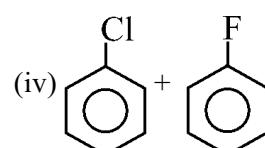
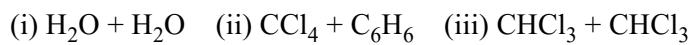
$$\text{Volume of solution} = \frac{100 \text{ gm}}{2 \text{ gm}} \times \text{ml} = 50 \text{ ml}$$

$$M = \frac{40/40}{50/1000} = 20M$$

$$m = \frac{1}{(100 - 40)} \times 1000 = \frac{50}{3} \text{ m}$$

6. Find number of the pair of compounds in which intermolecular interaction energy is dependent on the inverse cube of distance between the molecules is :

निम्न यौगिकों के युग्मों में से ऐसे युग्मों की संख्या बताईं जिनमें अन्तर आण्विक अन्योन्य ऊर्जा, अणुओं के मध्य में दूरी के घन के प्रतिलोम पर निर्भर करती है।



Ans. 3

Sol. $E \propto \frac{1}{r^3}$ for dipole – dipole interaction so pairs are (i), (iii) and (iv)

7. Find the total number of compound(s), which is/are repelled by magnetic field

निम्न में से ऐसे यौगिकों की कुल संख्या बताइये जो चुम्बकीय क्षेत्र द्वारा प्रतिकर्षित किये जाते हैं :



Ans. 4

Sol. K_2O_2 , $\text{NO}[\text{BF}_4]$, KCN , Na_2C_2

(All are diamagnetic)

8. For the mineral Hemimorphite, $\text{Zn}_x(\text{OH})_2\text{Si}_4\text{O}_{14}$. Find out the value of 'x'.

खनिज हेमिमोर्फाइट $\text{Zn}_x(\text{OH})_2\text{Si}_4\text{O}_{14}$ के लिये 'x' का मान बताइये।

Ans. 7

Sol. $\text{Zn}_x(\text{OH})_2\text{Si}_4\text{O}_{14}$

$$2x - 2 + 4 \times 4 + 14 \times (-2) = 0$$

$$x = 7$$

9. Which out of the following options are incorrect ?

According to the mentioned properties.

- (i) $\text{LiCl} < \text{NaCl} < \text{KCl} < \text{RbCl}$ (% covalent character)
- (ii) Maximum covalency of halogen including F which can be achieved is 7.
- (iii) IP_1 of ion $\text{M}^{+2} > \text{EA}_1$ of M^{+3} . (IP = ionisation potential, EA = electron affinity)
- (iv) $\text{S} > \text{Se} > \text{Te} > \text{O}$ (order of EA)
- (v) $\text{Li} < \text{Be} < \text{B} < \text{C}$ (order of electronegativity)
- (vi) $\text{Mg}^{+2} < \text{Na} < \text{F}^-$ (order of ionic size)
- (vii) $\text{Li}^+ > \text{Na}^+ > \text{K}^+$ (order of hydrated size)
- (viii) $\text{NaCl} > \text{MgCl}_2 > \text{AlCl}_3$ (order of lattice energy)

निम्न में से कितने विकल्प गलत हैं ?

प्रदर्शित गुणधर्मों के अनुसार :

- (i) $\text{LiCl} < \text{NaCl} < \text{KCl} < \text{RbCl}$ (% सहसंयोजी लक्षण)
- (ii) F को सम्मिलित करते हुये हैलोजन की अधिकतम सहसंयोजकता जो प्राप्त की जा सकती है, 7 है
- (iii) M^{+2} आयन का $\text{IP}_1 > \text{M}^{+3}$ का EA_1 (IP = आयनन विभव, EA = इलेक्ट्रॉन बंधुता)
- (iv) $\text{S} > \text{Se} > \text{Te} > \text{O}$ (EA का क्रम)
- (v) $\text{Li} < \text{Be} < \text{B} < \text{C}$ (विद्युतऋणता का क्रम)
- (vi) $\text{Mg}^{+2} < \text{Na} < \text{F}^-$ (आयनिक आकार का क्रम)
- (vii) $\text{Li}^+ > \text{Na}^+ > \text{K}^+$ (जलयोजित आकार का क्रम)
- (viii) $\text{NaCl} > \text{MgCl}_2 > \text{AlCl}_3$ (जालक ऊर्जा का क्रम)

Ans. 4**Sol.**

(i) $\text{LiCl} > \text{NaCl} > \text{KCl} > \text{RbCl}$

Anion same so $\boxed{\text{Size of cation} \propto \frac{1}{\text{PP}}}$

\therefore Polarsing power \propto covalent character

(ii) Covalency \rightarrow it is defined as number of covalent bonds formed by an atom
For 'F' covalency is 1

(iii) $\text{M}^{+2} \xleftarrow[\text{E.A.of M}^{+3}]{\text{IP}_1 \text{ of M}^{+2}} \text{M}^{+3}$

$\text{IP}_1 \text{ of M}^{+2} = \text{E.A. of M}^{+3}$

(iv) $\text{NaCl} < \text{MgCl}_2 < \text{AlCl}_3$
Anion is same

So, lattice energy $\propto \frac{\text{charge}}{\text{size}}$

Charge \uparrow LE \uparrow

Size \downarrow LE \uparrow

Charge is dominant over size

10. In aqueous solution, how many of the following oxides can change colour of red litmus paper ?

निम्न में से कितने ऑक्साइड जलीय विलयन में लाल लिटमस पेपर का रंग परिवर्तित कर सकते हैं ?

$\text{BaO}, \text{Cl}_2\text{O}_7, \text{SO}_2, \text{SrO}, \text{Rb}_2\text{O}, \text{P}_4\text{O}_{10}, \text{SiO}_2$

Ans. 3**Sol.** Theory Base

3. If the equation $x^2 - kx - 7 = 0$ and $x^2 - 6x - (k + 1) = 0$ have a common roots then find the sum of uncommon roots is equal to-

यदि समीकरण $x^2 - kx - 7 = 0$ तथा $x^2 - 6x - (k + 1) = 0$ में एक उभयनिष्ठ मूल हो, तो अउभयनिष्ठ मूलों का योगफल होगा -

Ans. B

$$\text{Sol. } x^2 - kx - 7 = 0$$

$$x^2 - 6x - (k + 1) = 0$$

let a common root is a

then $\alpha = 1$ or $k = -6$

$$\therefore x^2 + 6x - 7 =$$

$$\text{and } x^2 - 6x + 5 = 0 = (x - 5)(x - 1)$$

and $x^2 - 8x + 15 = 0 = (x - 3)(x - 5)$

So uncommon roots are - / & 5

4. Let invertible function $f(x)$ satisfies $e^{f(x)} + f(x) = \ln x$, then $\ln(f^{-1}(1))$ is-

माना व्युत्क्रमणीय फलन $f(x)$ है, जो $e^{f(x)} + f(x) = \ln x$, को सतुष्ट करता है, तो $\ln(f^{-1}(1))$ का मान हांगा

Ans. C

$$\text{Sol. } e^y + y = \ell nx \Rightarrow e^x + x = \ell n(f^{-1}(x))$$

$$\Rightarrow \ell n(f^{-1}(1)) = e + 1.$$

5. If $f(x) = \frac{(484)^{x-1}}{(484)^x + 22}$, then $f\left(\frac{1}{45}\right) + f\left(\frac{2}{45}\right) + f\left(\frac{3}{45}\right) + \dots + f\left(\frac{44}{45}\right)$ is equal to

यदि $f(x) = \frac{(484)^{x-1}}{(484)^x + 22}$, हो तो $f\left(\frac{1}{45}\right) + f\left(\frac{2}{45}\right) + f\left(\frac{3}{45}\right) + \dots + f\left(\frac{44}{45}\right)$ का मान होगा

Ans D

6. The sum $\sum_{n=1}^{\infty} \tan^{-1} \frac{3}{n^2 + n - 1}$ is equal to -

$$\sum_{n=1}^{\infty} \tan^{-1} \frac{3}{n^2 + n - 1} \text{ का योगफल होगा } -$$

Ans. C

$$\begin{aligned}
 \text{Sol. } & \sum_{n=1}^{\infty} \tan^{-1} \left(\frac{3}{1 + (n+2)(n-1)} \right) \\
 &= \sum_{n=1}^{\infty} \tan^{-1}(n+2) - \tan^{-1}(n-1) \\
 & \tan^{-1}(n) + \tan^{-1}(n+1) + \tan^{-1}(n+2) - \tan^{-1}(1) - \tan^{-1}(2) \\
 & \frac{\pi}{2} + \tan^{-1} 3
 \end{aligned}$$

7. If $\log_2 \sin x - \log_2 \cos x - \log_2(1 - \tan^2 x) = -1$, then number of solutions of the equation for $x \in [0, 2\pi)$ are -

यदि $\log_2 \sin x - \log_2 \cos x - \log_2 (1 - \tan^2 x) = -1$ हो, तो $x \in [0, 2\pi)$ के लिए समीकरण के हलों की संख्या होगी-

- (A) 1
 - (B) 2
 - (C) 3
 - (D) 4

Ans. A

$$\text{Sol. } \log_2 \sin x - \log_2 \cos x - \log_2 (1 - \tan^2 x) = -1$$

Domain :

$$\left. \begin{array}{l} \sin x > 0 \\ \cos x > 0 \\ 1 - \tan^2 x > 0 \end{array} \right\}$$

$$x \in \left(2n\pi, 2n\pi + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\log_2 \left(\frac{\tan x}{1 - \tan^2 x} \right) = -1 \Rightarrow \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = 1$$

$$\tan 2x = 1$$

$$2x = n\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{n\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$$

Intersection with Domain : $x = \frac{\pi}{8}$

as $x \in [0, 2\pi)$

8. If $\sum_{r=1}^n T_r = n(n^2 - 1)$, then $\sum_{r=2}^{\infty} \frac{1}{T_r}$ equal to -

यदि $\sum_{r=1}^n T_r = n(n^2 - 1)$ हो, तो $\sum_{r=2}^{\infty} \frac{1}{T_r}$ बराबर होगा -

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$
(C) $\frac{2}{3}$ (D) 1

Ans. A

$$\text{Sol. } S_n = n(n^2 - 1)$$

$$\therefore T_n = 3n(n - 1)$$

$$\therefore \frac{1}{T_r} = \frac{1}{3} \left[\frac{1}{r-1} - \frac{1}{r} \right]$$

$$\therefore \sum_{r=2}^{\infty} \frac{1}{T_r} = \frac{1}{3}$$

9. Match List-I with List-II and select the correct answer using the code given below the list.

List-I		List-II	
(A)	$\tan 16^\circ \tan 42^\circ \tan 44^\circ \tan 45^\circ \tan 76^\circ$ is equal to	(I)	0
(B)	$\left(1 - \cot \frac{\pi}{10}\right) \left(1 - \cot \frac{3\pi}{20}\right)$ is equal to	(II)	$\frac{3}{4}$
(C)	$\prod_{k=1}^{15} \sin\left(\frac{k\pi}{10}\right)$ is equal to	(III)	2
(D)	$\cos^2 65^\circ + \cos^2 55^\circ + \cos 65^\circ \cos 55^\circ$ is equal to	(IV)	1

सची-I को सची-II से समेलित कीजिए तथा सचियों के नीचे दिए नए कोड का प्रयोग करके सही उत्तर चनिये :

सूची-I		सूची-II	
(A) $\tan 16^\circ \tan 42^\circ \tan 44^\circ \tan 45^\circ \tan 76^\circ$ होगा	(I)	0	
(B) $\left(1 - \cot \frac{\pi}{10}\right) \left(1 - \cot \frac{3\pi}{20}\right)$ होगा	(II)	$\frac{3}{4}$	
(C) $\prod_{k=1}^{15} \sin\left(\frac{k\pi}{10}\right)$ होगा	(III)	2	
(D) $\cos^2 65^\circ + \cos^2 55^\circ + \cos 65^\circ \cos 55^\circ$ होगा	(IV)	1	

- (A) (A) – III, (B) – IV, (C) – II, (D) – I
(B) (A) – IV, (B) – III, (C) – I, (D) – II
(C) (A) – II, (B) – III, (C) – IV, (D) – I
(D) (A) – IV, (B) – I, (C) – II, (D) – III

Ans. B**Sol.**

(A) $\tan 42^\circ (\tan 16^\circ \tan 44^\circ \tan 76^\circ)$

$$= \tan 42^\circ \tan 48^\circ = 1$$

(B) $(1 - \cot 18^\circ)(1 - \cot 27^\circ)$ is equal to 2

(C) $\prod_{k=1}^{15} \sin\left(\frac{k\pi}{10}\right)$ is equal to 0

$$\sin \frac{\pi}{10} \cdot \sin \frac{2\pi}{10} \cdots \underbrace{\sin \frac{10\pi}{10}}_0 \cdots \sin \frac{11\pi}{10} \cdots \sin \frac{15\pi}{10}$$

(D) $\cos^2 65^\circ + \cos^2 55^\circ + \cos 65^\circ \cos 55^\circ$

$$1 - \sin^2 65^\circ + \cos^2 55^\circ + \frac{2 \cos 65^\circ \cos 55^\circ}{2}$$

$$1 + \cos 120^\circ \cdot \cos 10^\circ + \frac{1}{2}(\cos 120^\circ + \cos 10^\circ)$$

$$1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

- 10.** Number of terms common to the two sequences 17, 21, 25, ..., 417 and 16, 21, 26, ..., 466 is

दो अनुक्रम 17, 21, 25, ..., 417 तथा 16, 21, 26, ..., 466 के उभयनिष्ठ पदों की संख्या होगी

(A) 19

(B) 20

(C) 21

(D) 22

Ans. B

Sol. $a = 21$

$d = \text{LCM of } (4, 5)$

$d = 20$

common terms 21, 41, 61, ...

$21 + (n - 1) \times 20 \leq 417$

$n \leq 20.8$

$n = 20$

- 11.** If $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3 + 1}{x^2 + 1} - (ax + b) \right) = 2$ then

(A) $a = 1 \ b = 1$

(B) $a = 1 \ b = 2$

(C) $a = 1 \ b = -2$

(D) none of these

यदि $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3 + 1}{x^2 + 1} - (ax + b) \right) = 2$ हो, तो

(A) $a = 1 \ b = 1$

(B) $a = 1 \ b = 2$

(C) $a = 1 \ b = -2$

(D) इनमें से कोई नहीं

Ans. C

Sol. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3(1-a) - bx^2 - ax + 1 - b}{x^2 + 1} = 2$
 $1 - a = 0; -b = 2$

- $$12. \text{ Let } f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x - 2 \tan x}{\ell n(1+x^3)} & , \quad x \neq 0 \\ k & , \quad x = 0 \end{cases}$$

If $f(x)$ is continuous at $x = 0$ then the value of k , is

$$\text{माना } f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x - 2 \tan x}{\ln(1+x^3)} & , \quad x \neq 0 \\ k & , \quad x = 0 \end{cases} \quad \text{है।}$$

यदि $f(x)$, $x = 0$ पर संतत हो, तो k का मान होगा

Ans. D

Sol. If $f(x)$ is continuous at $x = 0$ then

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} f(x) &= f(0) \\ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - 2 \tan x}{\ell n(1+x^3)} &= k \\ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin x \left(\cos x - \frac{1}{\cos x} \right)}{\ell n(1+x^3)} &= k \\ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin x (-\sin^2 x)}{\cos x \ell n(1+x^3)} &= k \\ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2 \sin^3 x}{x^3 (\cos x)} \frac{x^3}{\ell n(1+x^3)} &= k \\ \Rightarrow -2(1)(1) &= k \\ \Rightarrow k &= -2 \end{aligned}$$

13. If $f(x) = \left| \left(x + \frac{1}{2} \right) [x] \right|$, $x \in [-2, 2]$, then-

(where $[.]$ denotes greatest integer function)

- (A) $f(x)$ is discontinuous at 4 points and not differentiable at 4 points
 - (B) $f(x)$ is discontinuous at 3 points and not differentiable at 4 points
 - (C) $f(x)$ is discontinuous at 4 points and not differentiable at 5 points
 - (D) $f(x)$ is discontinuous at 5 points and not differentiable at 5 points

यदि $f(x) = \left| \left(x + \frac{1}{2} \right) [x] \right|$, $x \in [-2, 2]$ है, तब -

(जहाँ [.] महत्तम पण्कि फलन को दर्शाता है)

- (A) $f(x)$, 4 बिन्दुओं पर असंतत् तथा 4 बिन्दुओं पर अवकलनीय नहीं है।

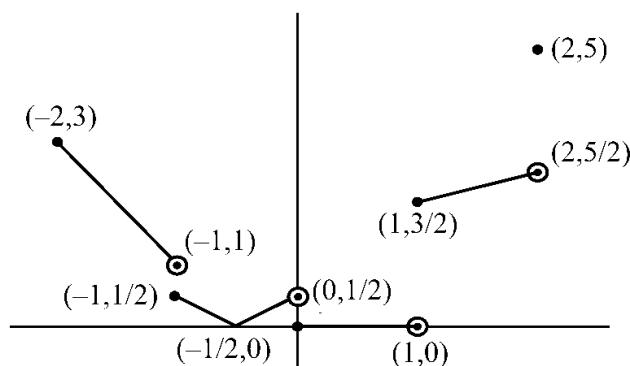
(B) $f(x)$, 3 बिन्दुओं पर असंतत् तथा 4 बिन्दुओं पर अवकलनीय नहीं है।

(C) $f(x)$, 4 बिन्दुओं पर असंतत् तथा 5 बिन्दुओं पर अवकलनीय नहीं है।

(D) $f(x)$, 5 बिन्दुओं पर असंतत् तथा 5 बिन्दुओं पर अवकलनीय नहीं है।

Ans. C**Sol.**

Graph of given function



14. If $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \sin x}{(\pi - 2x)^2} \cdot \frac{\log \sin x}{\log(1 + \pi^2 - 4\pi x + 4x^2)}, & x \neq \frac{\pi}{2} \\ k, & x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$

is continuous at $x = \pi/2$, then k is :

$$\text{यदि } f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \sin x}{(\pi - 2x)^2} \cdot \frac{\log \sin x}{\log(1 + \pi^2 - 4\pi x + 4x^2)}, & x \neq \frac{\pi}{2} \\ k, & x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

 $x = \pi/2$ पर संतत हो, तो k का मान होगा -

- (A) $-\frac{1}{16}$ (B) $-\frac{1}{32}$ (C) $-\frac{1}{64}$ (D) $-\frac{1}{128}$

Ans. C**Sol.**Hence $f(x)$ is continuous at $x = \frac{\pi}{2}$

$$\Rightarrow k = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{(\pi - 2x)^2} \cdot \frac{\log \sin x}{\log(1 + \pi^2 - 4\pi x + 4x^2)}$$

$$\text{Put } \alpha = \left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\begin{aligned} k &= \lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{1 - \cos \alpha}{(2\alpha)^2} \cdot \frac{\log \cos \alpha}{\log(1 + 4\alpha^2)} \\ &= \lim_{\alpha \rightarrow 0} (1 - \cos \alpha) \frac{\log(1 + \cos \alpha - 1)}{(\cos \alpha - 1)} \frac{4\alpha^2}{\log(1 + 4\alpha^2)} \frac{(\cos \alpha - 1)}{(2\alpha)^2 4\alpha^2} \\ &= \lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{1 - \cos \alpha}{\left(\frac{\alpha^2}{4}\right)} \frac{(\cos \alpha - 1)}{\frac{\alpha^2}{4}} \frac{\frac{\alpha^2}{4} \cdot \frac{\alpha^2}{4}}{4\alpha^2 \cdot 4\alpha^2} \\ k &= \frac{2 \cdot (-2)}{4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4} = -\frac{1}{64} \end{aligned}$$

Ans. A

Sol. Let $g^{-1}(x) = f(x)$

$$\therefore f(g(x)) = x$$

$$f'(g(x)) \cdot g'(x) = 1$$

$$\text{Put } x = 0, f'(g(0)) \cdot g'(0) = 1$$

$$\therefore f'(2) \cdot 6 = 1$$

$$\therefore \frac{1}{f'(2)} = 6$$

16. Let x and y be real numbers such that $\frac{\sin x}{\sin y} = 3$ and $\frac{\cos x}{\cos y} = \frac{1}{2}$. The value of $\frac{\sin 2x}{\sin 2y} + \frac{\cos 2x}{\cos 2y}$ can be expressed in the form $\frac{p}{q}$, where p and q are relatively prime positive integers. Find $p + q$.

माना x तथा y वास्तविक संख्यायें इस प्रकार है कि $\frac{\sin x}{\sin y} = 3$ तथा $\frac{\cos x}{\cos y} = \frac{1}{2}$ है। यदि $\frac{\sin 2x}{\sin 2y} + \frac{\cos 2x}{\cos 2y}$ के मान को $\frac{p}{q}$

(जहाँ p तथा q परस्पर अभाज्य धनात्मक पूर्णांक हैं) के रूप में व्यक्त कर सकते हैं, तब $p + q$ का मान ज्ञात कीजिए।

Ans. C

Sol. As mentioned above, the first term is clearly $\frac{3}{2}$. For the second term, we first wish to find $\frac{\cos 2x}{\cos 2y} = \frac{2\cos^2 x - 1}{2\cos^2 y - 1}$. Now we first square the first equation getting $\frac{\sin^2 x}{\sin^2 y} = \frac{1 - \cos^2 x}{1 - \cos^2 y} = 9$. Squaring the second equation yields $\frac{\cos^2 x}{\cos^2 y} = \frac{1}{4}$. Let $\cos^2 x = a$ and $\cos^2 y = b$. We have the system of equations

$$1 - a = 9 - 9b$$

$$4a = b$$

Multiplying the first equation by 4 yields $4 - 4a = 36$ and so $4 - b = 36 - 36b \Rightarrow b = \frac{32}{35}$. We then find

$a = \frac{8}{35}$. Therefore the second fraction ends up being $\frac{\frac{64}{35} - 1}{\frac{16}{35} - 1} = -\frac{19}{29}$ so that means our desired sum is

$\frac{49}{58}$ so the desired sum is 107.

17. Let $f(x)$ is differentiable function in $[2, 5]$ such that $f(2) = \frac{1}{5}$ and $f(5) = \frac{1}{2}$ then there exists a number x_0 , $2 < x_0 < 5$ for which $f'(x_0)$ equals

माना अन्तराल $[2, 5]$ में $f(x)$ अवकलनीय फलन इस प्रकार है कि $f(2) = \frac{1}{5}$ तथा $f(5) = \frac{1}{2}$ हो, तब विद्यमान संख्या x_0 , $2 < x_0 < 5$ जिसके लिए $f'(x_0)$ का मान होगा

- (A) $\frac{1}{15}$ (B) $\frac{1}{10}$
 (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{1}{2}$

Ans. B

Sol. Using LMVT, $f'(x_0) = \frac{f(5) - f(2)}{5 - 2} = f'(x_0) = \frac{1}{10}$

18. The normal to the curve $y(x-2)(x-3) = x + 6$ at the point where the curve intersects the y-axis passes through the point :

वक्र $y(x-2)(x-3) = x + 6$ का अभिलम्ब उस बिन्दु पर जहां वक्र y -अक्ष को प्रतिच्छेदित करता है, निम्न में से किस बिन्दु से गुजरता है।

- (A) $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}\right)$ (B) $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$
 (C) $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ (D) $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

Ans. D

Sol. $y = \frac{x + 6}{x^2 - 5x + 6}$

$$M_T = \frac{dy}{dx} = \frac{(x^2 - 5x + 6)1 - (x + 6)(2x - 5)}{(x^2 - 5x + 6)^2}$$

$$M_T]_{(0,1)} = \frac{36}{36} = 1$$

$$M_N = -1$$

equation $y-1 = -1(x-0)$

$$y = -x + 1$$

19. Let $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ be a twice differentiable function such that $f''(x) > 0$, for all $x \in (0, 2)$. If $\phi(x) = f(x) + f(2 - x)$, then ϕ is :
- (A) decreasing on $(0, 2)$
 - (B) decreasing on $(0, 1)$ and increasing on $(1, 2)$
 - (C) increasing on $(0, 2)$
 - (D) increasing on $(0, 1)$ and decreasing on $(1, 2)$

माना $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ एक द्विअवकलनीय फलन इस प्रकार है कि $f''(x) > 0$, सभी $x \in (0, 2)$ के लिए।

यदि $\phi(x) = f(x) + f(2 - x)$ तब ϕ है-

- (A) $(0, 2)$ में ह्रासमान
- (B) $(0, 1)$ में ह्रासमान तथा $(1, 2)$ में वर्धमान
- (C) $(0, 2)$ में वर्धमान
- (D) $(0, 1)$ में वर्धमान तथा $(1, 2)$ में ह्रासमान

Ans. B

Sol. $\phi'(x) = f'(x) - f'(2 - x)$
 $\because f''(x) = +$
for $x > 2 - x$ i.e. $x > 1$ $f'(x) > f'(2 - x)$
for $x < 2 - x$ i.e. $x < 1$ $f'(x) < f'(2 - x)$

20. If $f(x)$ is continuous and differentiable over $[-2, 5]$ and $-4 \leq f'(x) \leq 3$ for all x in $(-2, 5)$ then the greatest possible value of $f(5) - f(-2)$ is

यदि अन्तराल $[-2, 5]$ में $f(x)$ सतत तथा अवकलनीय तथा अन्तराल $(-2, 5)$ में सभी x के लिये $-4 \leq f'(x) \leq 3$ हो, तो $f(5) - f(-2)$ का अधिकतम संभव मान होगा

- (A) 7
- (B) 9
- (C) 15
- (D) 21

Ans. D

Sol. Using LMVT in $[-2, 5]$

$$\begin{aligned} -4 \leq \frac{f(5) - f(-2)}{7} \leq 3 \\ -28 \leq f(5) - f(-2) \leq 21 \end{aligned}$$

SECTION-II : (Maximum Marks: 20)

This section contains 10 questions Candidates have to attempt any 5 questions out of 10. If more than 5 questions are attempted, then only first 5 attempted questions will be evaluated.

The answer to each question is a Numerical Value.

For each question, enter the correct integer value (In case of non-integer value, the answer should be rounded off to the nearest Integer).

Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:

Full Marks : +4 If correct answer is entered.

Zero Marks : 0 If the question is unanswered.

Negative Marks : -1 If wrong answer is entered.

खण्ड-II : (अधिकतम अंक: 20)

इस खण्ड में 10 प्रश्न हैं। उम्मीदवारों को 10 में से किसी भी 5 प्रश्न का प्रयास करना है। यदि 5 से अधिक प्रश्नों का प्रयास किया जाता है, तो केवल पहले 5 प्रश्नों का मूल्यांकन किया जाएगा।

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर संख्यात्मक मान (Numerical Value) है।

प्रत्येक प्रश्न के लिए, सही पूर्णांक मान दर्ज करें (दशमलव संकेतन में), उत्तर को निकटतम पूर्णांक में लिखा जाना चाहिए।

प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंकन योजना के अनुसार किया जाएगा:

पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर दर्ज किया गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी उत्तर दर्ज नहीं किया गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत उत्तर दर्ज किया गया है।

- Let $f(x)$ be a polynomial of degree 3 such that $f(k) = -\frac{2}{k}$ for $k = 2, 3, 4, 5$. Then the value of $52 - 10 f(10)$ is equal to :

माना $f(x)$ तीन घात का एक बहुपदीय फलन इस प्रकार है कि $f(k) = -\frac{2}{k}$ जहाँ $k = 2, 3, 4, 5$ है, तब $52 - 10 f(10)$ का मान होगा:

Ans. 26

$$\text{Sol. } k f(k) + 2 = \lambda (x - 2)(x - 3)(x - 4)(x - 5) \dots (1)$$

put $x = 0$

$$\text{we get } \lambda = \frac{1}{60}$$

Now put λ in equation (1)

$$\Rightarrow kf(k) + 2 = \frac{1}{60} (x - 2)(x - 3)(x - 4)(x - 5)$$

Put $x = 10$

$$\Rightarrow 10f(10) + 2 = \frac{1}{60} (8)(7)(6)(5)$$

$$\Rightarrow 52 - 10f(10) = 52 - 26 = 26$$

- Let $f : R \rightarrow R$ be defined as $f(x) = x^3 + 2kx^2 + (k^2 + 12)x - 12$. If $f(x)$ is strictly increasing on R , then the largest value of k is equal to

माना $f : R \rightarrow R$, $f(x) = x^3 + 2kx^2 + (k^2 + 12)x - 12$ द्वारा परिभाषित है। यदि $f(x)$, R पर निरन्तर वर्धमान है, तो k का महत्तम (largest) मान है

Ans. 6

$$\text{Sol. } f'(x) \geq 0 \quad \forall x \in R$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 4kx + (k^2 + 12) \geq 0 \quad \forall x \in R$$

Put $D \leq 0$

$$\Rightarrow k \in [-6, 6]$$

3. If $\alpha = \sum_{k=1}^n k$, $\beta = \frac{\sqrt{10}}{3} \sum_{k=1}^n k^2$ and $\gamma = \sum_{k=1}^n k^3$ and α, β, γ are in G.P., then the sum of all values of 'n' is

यदि $\alpha = \sum_{k=1}^n k$, $\beta = \frac{\sqrt{10}}{3} \sum_{k=1}^n k^2$ तथा $\gamma = \sum_{k=1}^n k^3$ तथा α, β, γ गुणोत्तर श्रेढ़ी में हैं, तो 'n' के सभी मानों का योगफल होगा

Ans. 4

Sol. $\alpha = \frac{n(n+1)}{2}$

$$\beta = \frac{\sqrt{10}}{3} \cdot \frac{n(n+1)(2n+1)}{6},$$

$$\gamma = \left(\frac{n(n+1)}{2} \right)^2$$

$$\beta^2 = \alpha \gamma$$

$$\Rightarrow \frac{10}{9} \cdot \frac{(n(n+1)(2n+1))^2}{36} = \frac{n(n+1)}{2} \cdot \left(\frac{n(n+1)}{2} \right)^2$$

$$\frac{10}{9 \times 36} n^2(n+1)^2(2n+1)^2 = \frac{n(n+1)}{2} \cdot \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

$$20(2n+1)^2 = 81n(n+1)$$

$$20[4n^2 + 4n + 1] = 81n^2 + 81n$$

$$n^2 + n - 20 = 0$$

$$(n+5)(n-4) = 0$$

$$n \neq -5, n = 4, n \in \mathbb{N}$$

4. Let $S = 1 + 2.2 + 3.2^2 + 4.2^3 + \dots + 100.2^{99}$. If sum can be expressed as $a(b)^c + 1$ where $a, b, c \in \mathbb{N}$ & b is prime number then value of $\frac{2(c-a)}{b}$ is equal to

माना $S = 1 + 2.2 + 3.2^2 + 4.2^3 + \dots + 100.2^{99}$ है। यदि योगफल S को $a(b)^c + 1$ (जहाँ $a, b, c \in \mathbb{N}$ तथा b अभाज्य संख्या)

के रूप में व्यक्त कर सकते हैं, तो $\frac{2(c-a)}{b}$ का मान होगा।

Ans. 1

Sol. $S = 1 + 2.2 + 3.2^2 + \dots + 100.2^{99}$

$$2S = 1.2 + 2.2^2 + \dots + 100.2^{100}$$

$$-S = (1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{99}) - 100.2^{100}$$

$$S = 1 + 99.(2)^{100}$$

$$a = 99 ; b = 2 ; c = 100$$

$$\therefore \frac{c-a}{b} = \frac{1}{2} = 0.50$$

5. If α and β are roots of the equation $x^2 - 6x + 12 = 0$ and the value of $(\alpha - 2)^{24} - \frac{(\beta - 6)^8}{\alpha^8} + 1$ is a^b where a and b are natural numbers then the least value of $\frac{(a+b)}{2}$ is equal to

यदि समीकरण $x^2 - 6x + 12 = 0$ के मूल α तथा β हैं तथा $(\alpha - 2)^{24} - \frac{(\beta - 6)^8}{\alpha^8} + 1$ का मान a^b जहाँ a तथा b प्राकृतिक संख्याएँ हैं, तो $\frac{(a+b)}{2}$ का न्यूनतम मान होगा

Ans. 8

Sol. $\alpha + \beta = 6$ $\alpha\beta = 12$

$$(\alpha - 2)^3 = \alpha^3 - 8 - 3\alpha \cdot 2(\alpha - 2) = \alpha(\alpha^2 - 6\alpha + 12) - 8$$

$$\Rightarrow (\alpha - 2)^3 = -8 \Rightarrow (\alpha - 2)^{24} = 8^8$$

$$\beta^2 - 6\beta + 12 = 0 \Rightarrow \beta = \frac{-12}{\beta - 6}$$

$$(\beta - 6)^8 = \frac{12^8}{\beta^8} \Rightarrow \frac{(\beta - 6)^8}{\alpha^8} = \frac{12^8}{(\alpha\beta)^8} = 1$$

$$\Rightarrow 8^8 - 1 + 1 = 8^8 = a^b$$

$$\Rightarrow a = 8, b = 8$$

$$\Rightarrow \frac{a+b}{2} = 8$$

6. The greatest value of expression

$\log_{(26+8\sqrt{10})} (\cos^2\theta - 6 \sin\theta \cos\theta + 3\sin^2\theta + 2)$ is 'K', then '4K' is

यदि व्यंजक

$\log_{(26+8\sqrt{10})} (\cos^2\theta - 6 \sin\theta \cos\theta + 3\sin^2\theta + 2)$

का अधिकतम मान 'K' है, तो '4K' का मान होगा

Ans. 2

Sol. Let $E = \cos^2\theta - 3\sin^2\theta + 3\sin^2\theta + 2$

$$= 4 - \cos 2\theta - 3\sin 2\theta$$

$$E \in [4 - \sqrt{10}, 4 + \sqrt{10}]$$

The max. value of $\log_{(4+\sqrt{10})^2}(E) = \frac{1}{2}$

7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt[4]{x^4 + 3x} - \sqrt[3]{x^3 + 3} \right)$ is equal to

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt[4]{x^4 + 3x} - \sqrt[3]{x^3 + 3} \right)$ का मान होगा

Ans. 0

Sol. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\left(1 + \frac{3}{x^3} \right)^{1/4} - \left(1 + \frac{3}{x^3} \right)^{1/3} \right)$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\left(1 + \frac{3}{4x^3} \right) - \left(1 + \frac{1}{x^3} \right) \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(-\frac{1}{4x^3} \right) = 0$$

8. If $f(x) = x^{11} + x^9 - x^7 + x^3 + 1$, then $f(\sin^{-1}(\sin 3)) + f(\tan^{-1}(\tan 3))$ is equal to

यदि $f(x) = x^{11} + x^9 - x^7 + x^3 + 1$ हो, तो $f(\sin^{-1}(\sin 3)) + f(\tan^{-1}(\tan 3))$ का मान होगा

Ans. 2

Sol. $\sin^{-1}(\sin 3) = \pi - 3$
 $\tan^{-1}(\tan 3) = 3 - \pi$
so $f(\pi - 3) + f(3 - \pi)$
Let $(\pi - 3) = t$
 $f(t) + f(-t) = 2$

9. If function $f(x) = 27x^3 + 2px^2 + qx - 64$ has three real roots and $f(x)$ is bijective function then value of $\frac{p+q}{10}$ is :

यदि फलन $f(x) = 27x^3 + 2px^2 + qx - 64$ के तीन वास्तविक मूल हैं तथा $f(x)$ एकेकी आच्छादक फलन है, तब $\frac{p+q}{10}$ का मान होगा:

Ans. 9

Sol. $f(x)$ should be ax^3 type function
so $f(x) = (3x - 4)^3 = 27x^3 - 3 \cdot 9x^2 \cdot 4 + 3 \cdot 16 \cdot 3x - 64$
 $\Rightarrow p = -54$
 $q = 144$

10. If the equation $\cot^4 x - 2\operatorname{cosec}^2 x + a^2 - 4a + 6 = 0$ has at least one real solution then the sum of all possible integral values of a is

यदि समीकरण $\cot^4 x - 2\operatorname{cosec}^2 x + a^2 - 4a + 6 = 0$ का कम से कम एक वास्तविक हल हो, तो a के सभी सम्भव पूर्णांक मानों का योगफल होगा

Ans. 6

Sol. $\cot^4 x - 2(1 + \cot^2 x) + (a - 2)^2 + 2 = 0$
 $\cot^4 x - 2\cot^2 x + (a - 2)^2 = 0$
 $(\cot^2 x - 1)^2 = 1 - (a - 2)^2$
 $\geq 0 \quad \geq 0$
 $1 - (a - 2)^2 \geq 0$
 $(a - 1)(3 - a) \geq 0$
 $1 \leq a \leq 3$
sum = $1 + 2 + 3 = 6$