4.4. Leap-Frogスキーム

今度は，時空間ともに中心差分でおいてみる.

$$u_t = \frac{u_j^{n+1} - u_j^{n-1}}{2\Delta t} \qquad u_x = \frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2\Delta x}$$

$$\therefore u_j^{n+1} = u_j^n - \nu(u_{j+1}^n - u_{j-1}^n)$$

Von Neumannの安定性解析をすると

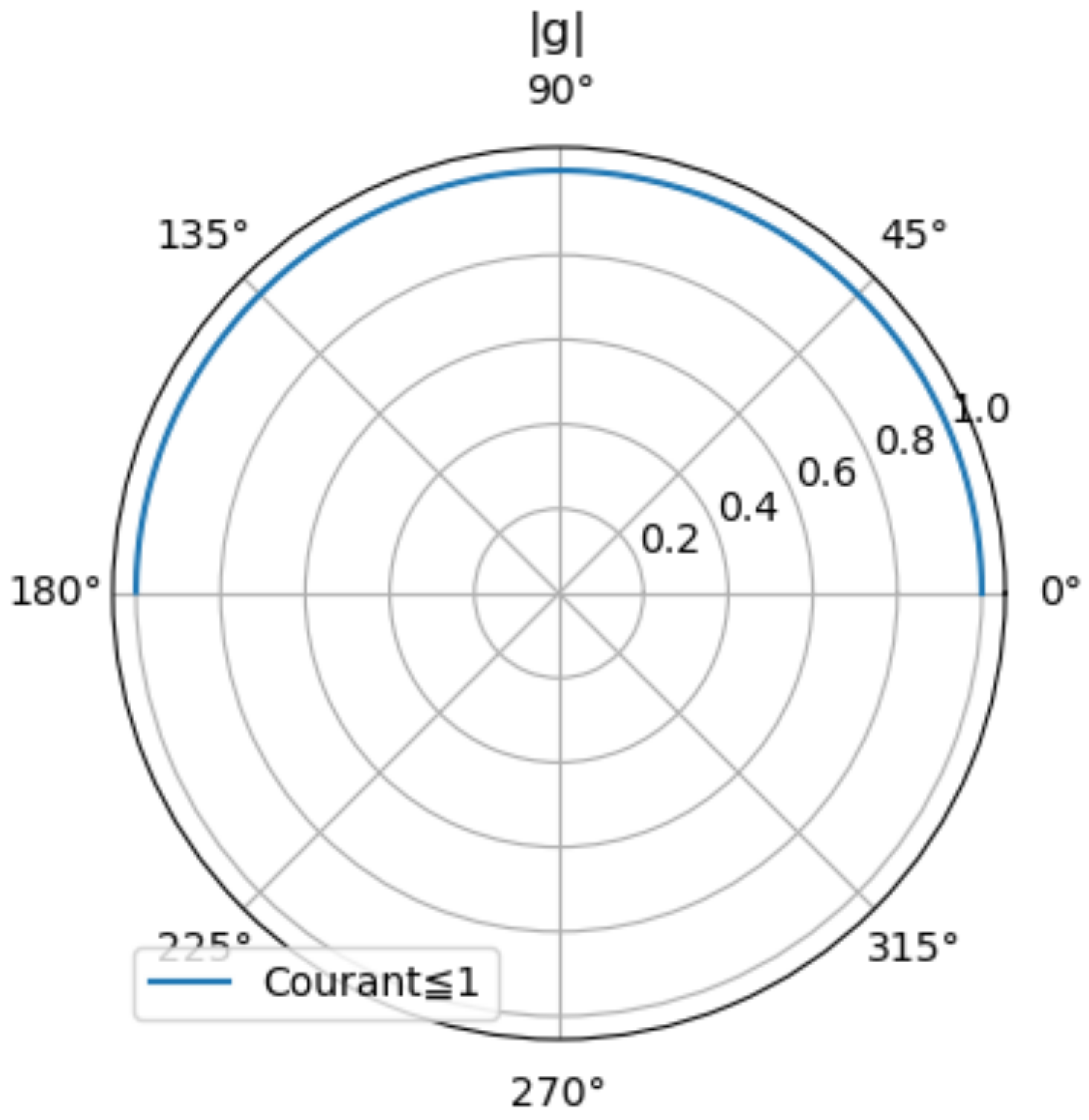
$$g = -i\nu\sin\theta \pm \sqrt{1-\nu^2\sin^2\theta}$$

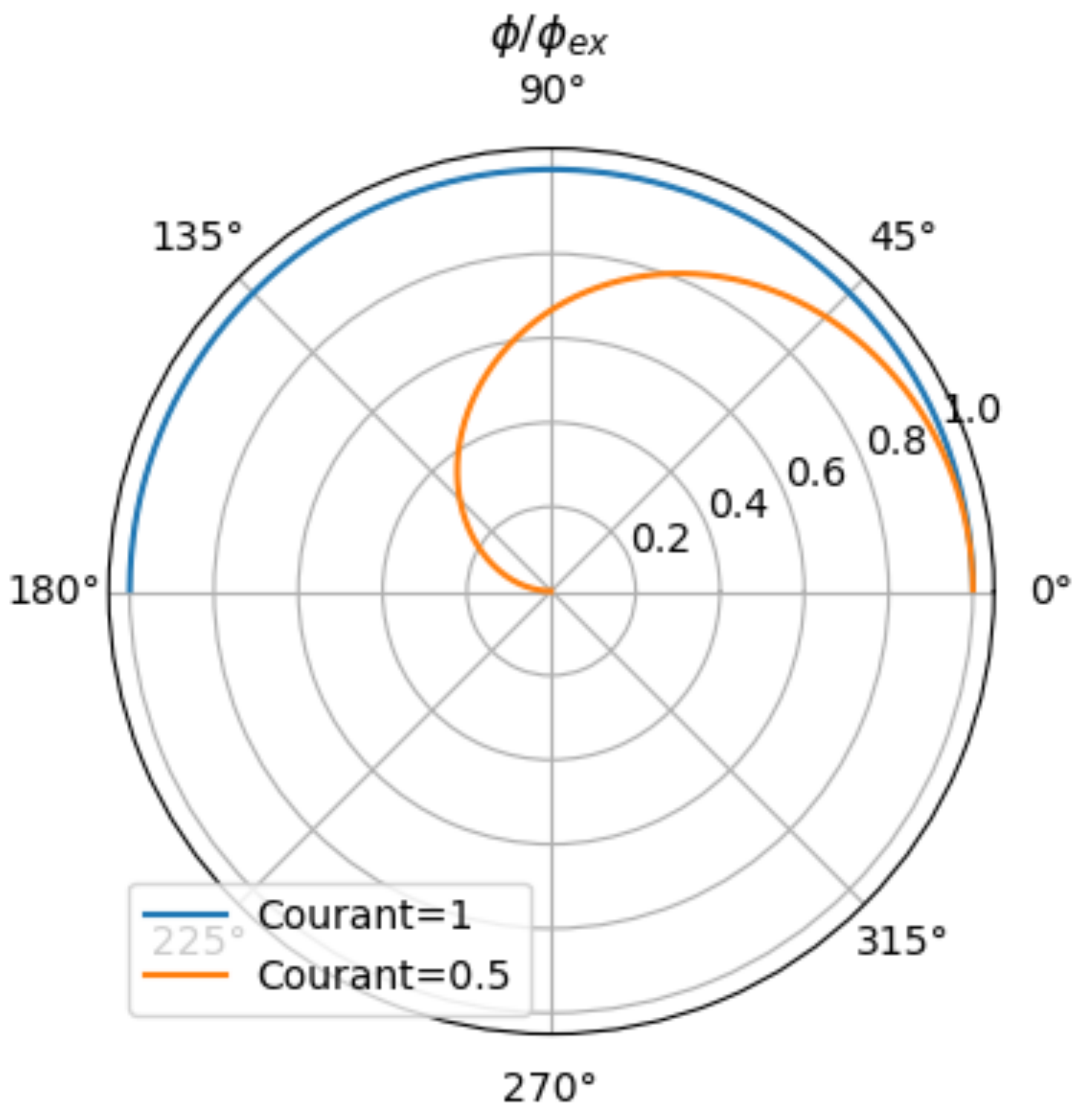
$$\therefore |g|^2 = 1, \phi = -\arctan\left(\frac{\nu\sin\theta}{\sqrt{1-\nu^2\sin^2\theta}}\right)$$

今度は，周波数によって散逸誤差が発生しないことがわかる.

4.4. Leap-Frogスキーム

これを極座標にプロットすると以下のようになる.





よって，クーラン数が小さければ高周波の波に遅延位相誤差が生まれてしまう.
また，CFL条件を満たさなければ(当然)スキームは不安定になる.