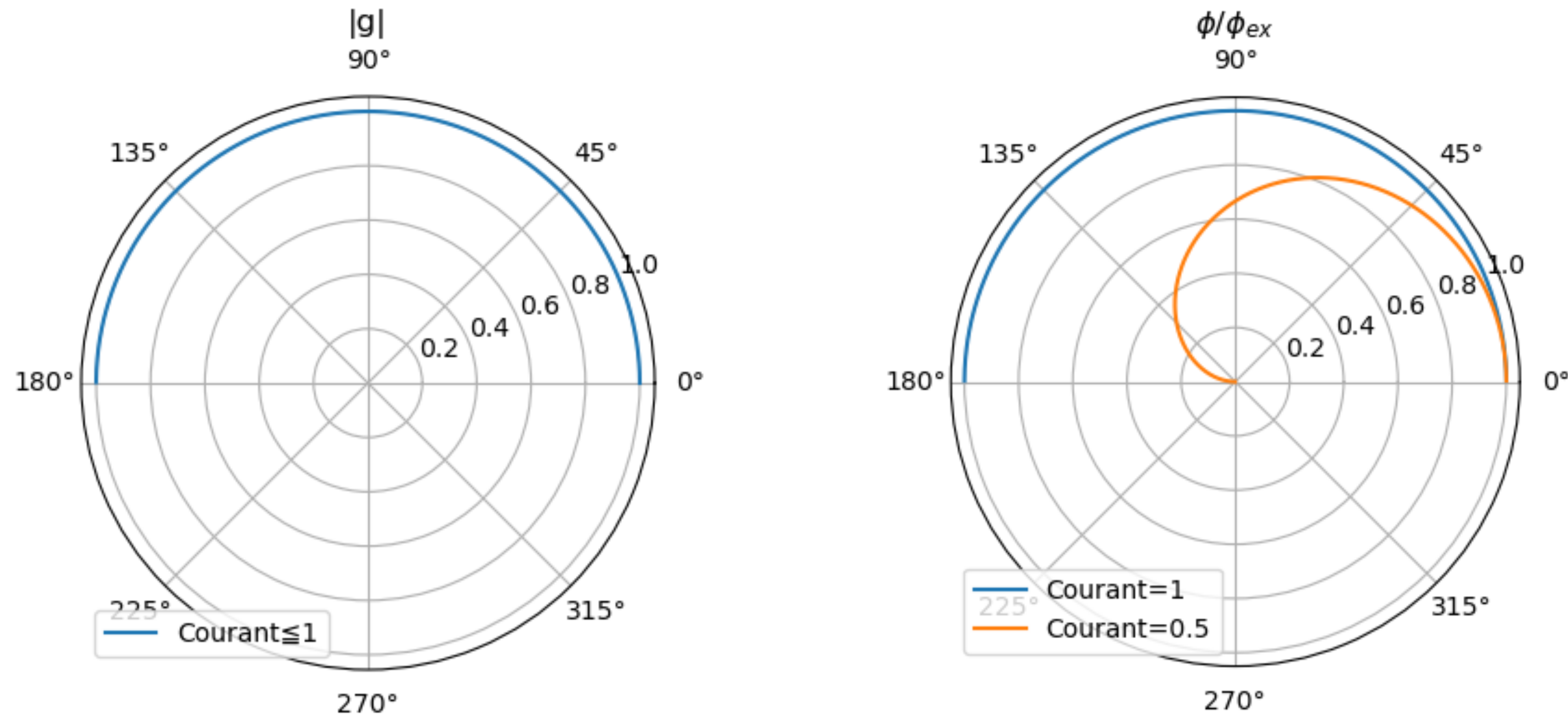


4.4. Leap-Frogスキーム

これを極座標にプロットすると以下のようなになる.



よって, クーラン数が小さければ高周波の波に遅延位相誤差が生まれてしまう.
また, CFL条件を満たさなければ(当然)スキームは不安定になる.

4.5. Lax-Wendroffのスキーム

いま, $u_t = -cu_x$ や $u_{tt} = c^2 u_{xx}$ より

$$u_j^{n+1} = u_j^n + (\Delta t)u_t|_j^n + \frac{1}{2}(\Delta t)^2 u_{tt}|_j^n + \dots$$

$$u_j^{n+1} = u_j^n - c(\Delta t)u_x|_j^n + \frac{1}{2}c^2(\Delta t)^2 u_{xx}|_j^n + \dots$$

とでき, u_x, u_{xx} を中心差分で離散化すると

$$u_j^{n+1} = u_j^n - \frac{1}{2}\nu(u_{j+1}^n - u_{j-1}^n) + \frac{1}{2}\nu^2(u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n)$$

これは右辺第3項を除けばFTCSと同じ形になっており, Lax-Friedrichスキームとは異なるFTCSの修正とも言える. (これは拡散を表し, スキームを安定に向かわせる.)

安定解析をして

$$g = 1 - i\nu \sin \theta + \nu^2(\cos \theta - 1)$$

$$\therefore |g|^2 = (1 - \nu^2(1 - \cos \theta))^2 + \nu^2 \sin^2 \theta, \phi = -\arctan\left(\frac{\nu \sin \theta}{1 - \nu^2(1 - \cos \theta)}\right)$$