

3.1. 誤差の種類について

計算スキームの具体例を見る前に、そのスキームがどれだけ有効なのか(或いは、どれだけ誤差が発生するのか)を確かめる方法が必要である。まずは、発生しうる誤差の原因を見る。ここで挙げた原因が合わさって、近似解に”**散逸誤差**”や”**分散誤差**”という形で現れる。

- ・ 打ち切り誤差

- 元の微分方程式と差分化した式との差。 (差分式の $O(\Delta x)$ などがこれ)

- 最も大きな誤差の原因。

- ・ 丸め誤差

- 計算機の性能や精度による誤差。 CFDでは最終的に有効数字3桁以上を要求することが少ないので基本的には単精度(32bit)の計算でも無視されうるが、近年の高性能計算機を用いる手法では倍精度でも影響を無視できない(らしい)。

- ・ 離散化誤差

- 打ち切り誤差+境界条件を数値化した時の誤差。

3.2. Laxの同等定理

定理：あるスキームが収束する必要十分条件は安定かつ適合していること.

収束性：格子の刻み幅を細かくしていったとき，近似解が元の微分方程式の解(厳密解)に近づくこと.

適合性：格子の刻み幅を細かくしていったとき，離散化した式が元の微分方程式に近づくこと.

安定性：時間発展する微分方程式において，計算のステップを進めるごとに，どのような誤差も増大しない.



Peter D. Lax (2005)

収束するスキームを用いれば，それによって得られた近似解は正しい.

逆にスキームが正しい数値解を与えるには，そのスキームが収束する必要がある.

安定かつ適合は収束の必要十分条件なので，安定かつ適合するスキームを使えば良いということになる.