

4.5. Lax-Wendroffのスキーム

Lax-Wendroffのスキームには2段階版が存在し

$$\text{第1段階：} \quad \frac{u_{j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - (u_{j+1}^n + u_j^n)/2}{\Delta t/2} + c \frac{u_{j+1}^n - u_j^n}{\Delta x} = 0$$

$$\text{第2段階：} \quad \frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} + \frac{u_{j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - u_{j-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta t} = 0$$

この第1段階を第2段階に代入すれば元のLax-Wendroffのスキームと等価であることは簡単にわかる。(増幅率も元と同じ.)

第1段階で格子幅 $\frac{1}{2}$, 時間刻み $\frac{1}{2}$ のLax-Friedrichスキームであり,

第2段階は残りの時間刻み $\frac{1}{2}$ のLeap-Frogスキームである.

4.6. MacCormackのスキーム

Lax-Wendroffスキームと等価であるが、こちらは $\frac{1}{2}$ 点や段階を踏むのではなく、予測と修正を繰り返すような計算になっている。 $(\frac{1}{2}$ 時間の点に意味を持たせられる?)

航空分野で有名な計算法らしい。

$$\text{予測段階：} \quad \bar{u}_j = u_j^n - \nu(u_{j+1}^n - u_j^n)$$

$$\text{修正段階：} \quad u_j^{n+1} = \frac{1}{2}((u_j^n + \bar{u}_j) - \nu(\bar{u}_j - u_j^n))$$

こちらも当然、増幅率はLax-Wendroffスキームと同じである。