2.3. 有限差分法について

以上，代表的な差分化を導出した．もちろんこれ以外にも考えられるが，これよりはこの6つを用いて構成されるスキーム(微分方程式を離散化して解くアルゴリズム)を考える．

前進差分式(1次精度)→ $\left.\dfrac{\partial u}{\partial x}\right|_j = \dfrac{u_{j+1} - u_j}{\Delta x} + O(\Delta x)$ ・・・①'

後進差分式(1次精度)→ $\left.\dfrac{\partial u}{\partial x}\right|_j = \dfrac{u_j - u_{j-1}}{\Delta x} + O(\Delta x)$ ・・・②'

前進差分式(2次精度)→ $\left.\dfrac{\partial u}{\partial x}\right|_j = \dfrac{-3u_j + 4u_{j+1} - u_{j+2}}{2\Delta x} + O((\Delta x)^2)$ ・・・①

後進差分式(2次精度)→ $\left.\dfrac{\partial u}{\partial x}\right|_j = \dfrac{3u_j - 4u_{j-1} + u_{j-2}}{2\Delta x} + O((\Delta x)^2)$ ・・・②

中心差分式(2次精度)→ $\left.\dfrac{\partial u}{\partial x}\right|_j = \dfrac{u_{j+1} - u_{j-1}}{2\Delta x} + O((\Delta x)^2)$ ・・・③

2階微分差分式(1次精度)→ $\left.\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right|_j = \dfrac{u_{j+1} - 2u_j + u_{j-1}}{(\Delta x)^2} + O((\Delta x)^2)$ ・・・④

3.1. 誤差の種類について

計算スキームの具体例を見る前に，そのスキームがどれだけ有効なのか(或いは，どれだけ誤差が発生するのか)を確かめる方法が必要である．まずは，発生しうる誤差の原因を見る．ここで挙げた原因が合わさって，近似解に”散逸誤差”や”分散誤差”という形で現れる．

・打ち切り誤差

→元の微分方程式と差分化した式との差．(差分式の$O(\Delta x)$などがこれ)
最も大きな誤差の原因.

・丸め誤差

→計算機の性能や精度による誤差．CFDでは最終的に有効数字3桁以上を要求することが少ないので基本的には単精度(32bit)の計算でも無視されうるが，近年の高性能計算機を用いる手法では倍精度でも影響を無視できない(らしい).

・離散化誤差

→打ち切り誤差+境界条件を数値化した時の誤差.