4.8. 陽解法のまとめ

4.5において，Lax-WendroffスキームはFTCSスキームの修正だと述べたが，それは他のスキームにおいても言える．

FTCS：
$$u_j^{n+1} = u_j^n - \frac{1}{2}\nu(u_{j+1}^n - u_{j-1}^n)$$

まず，Lax-Friedrichスキームは

$$\begin{aligned} u_j^{n+1} &= \frac{1}{2}(u_{j+1}^n + u_{j-1}^n) - \frac{1}{2}\nu(u_{j+1}^n - u_{j-1}^n) \\ &= u_j^n - \frac{1}{2}\nu(u_{j+1}^n - u_{j-1}^n) + \underline{\frac{1}{2}(u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n)} \end{aligned}$$

Lax-Wendroffスキームは

$$u_j^{n+1} = u_j^n - \frac{1}{2}\nu(u_{j+1}^n - u_{j-1}^n) + \underline{\frac{1}{2}\nu^2(u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n)}$$

4.8. 陽解法のまとめ

1次精度風上差分は

$$
\begin{aligned}
u_j^{n+1} &= u_j^n - \nu(u_j^n - u_{j-1}^n) \\
&= u_j^n - \frac{1}{2}\nu(u_{j+1}^n - u_{j-1}^n) + \underline{\frac{1}{2}\nu(u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n)}
\end{aligned}
$$

となり，全て拡散を表す2階微分の有限差分表示を付け加える形になっている．

特に，CFL条件を考えると$\nu \leqq 1$なので拡散項にνを含まないLax-Freidrichスキームはとても拡散的であると言える．これら2階微分の差分式につく係数νが各スキームの性質を示している．