3.2. Laxの同等定理

定理：あるスキームが収束する必要十分条件は安定かつ適合していること.

収束性：格子の刻み幅を細かくしていったとき，近似解が元の微分方程式の解(厳密解)に近づくこと.

適合性：格子の刻み幅を細かくしていったとき，離散化した式が元の微分方程式に近づくこと.

安定性：時間発展する微分方程式において，計算のステップを進めるごとに，どのような誤差も増大しない.

Peter D. Lax (2005)

収束するスキームを用いれば，それによって得られた近似解は正しい.
逆にスキームが正しい数値解を与えるには，そのスキームが収束する必要がある.
安定かつ適合は収束の必要十分条件なので，安定かつ適合するスキームを使えば良いということになる.

3.3. von Neumannの安定性解析

調べたいスキームによって離散化した方程式の厳密解を

$$u_j^n = g^n \exp(i(j\theta))$$

であると仮定する(g^nのnは冪)．$0 \leqq \theta \leqq \pi$がパラメータで，$\theta = 0$は空間全体で一定の波，$\theta = \pi$ではjについて一つおきに符号が変わる波を表す．実際の解はこの形のフーリエ分解された解の重ね合わせだが，これを用いることで近似解の波の成分でどの周波数成分が減衰しやすいのか調べることができる．

Jhon von Neumann

gは複素振幅率と呼ばれ，時間ステップごとの振幅の増幅率を表す．

→$|g| \geqq 1$では時間ステップごとに振幅が増大し，不安定になってしまう．

→$|g| \leqq 1$かどうか，あるいはその条件を調べる．