4.5. Lax-Wendroffのスキーム

いま，$u_t = -cu_x$や$u_{tt} = c^2 u_{xx}$より

$$u_j^{n+1} = u_j^n + (\Delta t) u_t|_j^n + \frac{1}{2}(\Delta t)^2 u_{tt}|_j^n + \cdots$$

$$u_j^{n+1} = u_j^n - c(\Delta t) u_x|_j^n + \frac{1}{2}c^2(\Delta t)^2 u_{xx}|_j^n + \cdots$$

とでき，u_x, u_{xx}を中心差分で離散化すると

$$u_j^{n+1} = u_j^n - \frac{1}{2}\nu(u_{j+1}^n - u_{j-1}^n) + \frac{1}{2}\nu^2(u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n)$$

これは右辺第3項を除けばFTCSと同じ形になっており，Lax-Friedrichスキームとは異なるFTCSの修正とも言える．(これは拡散を表し，スキームを安定に向かわせる．)

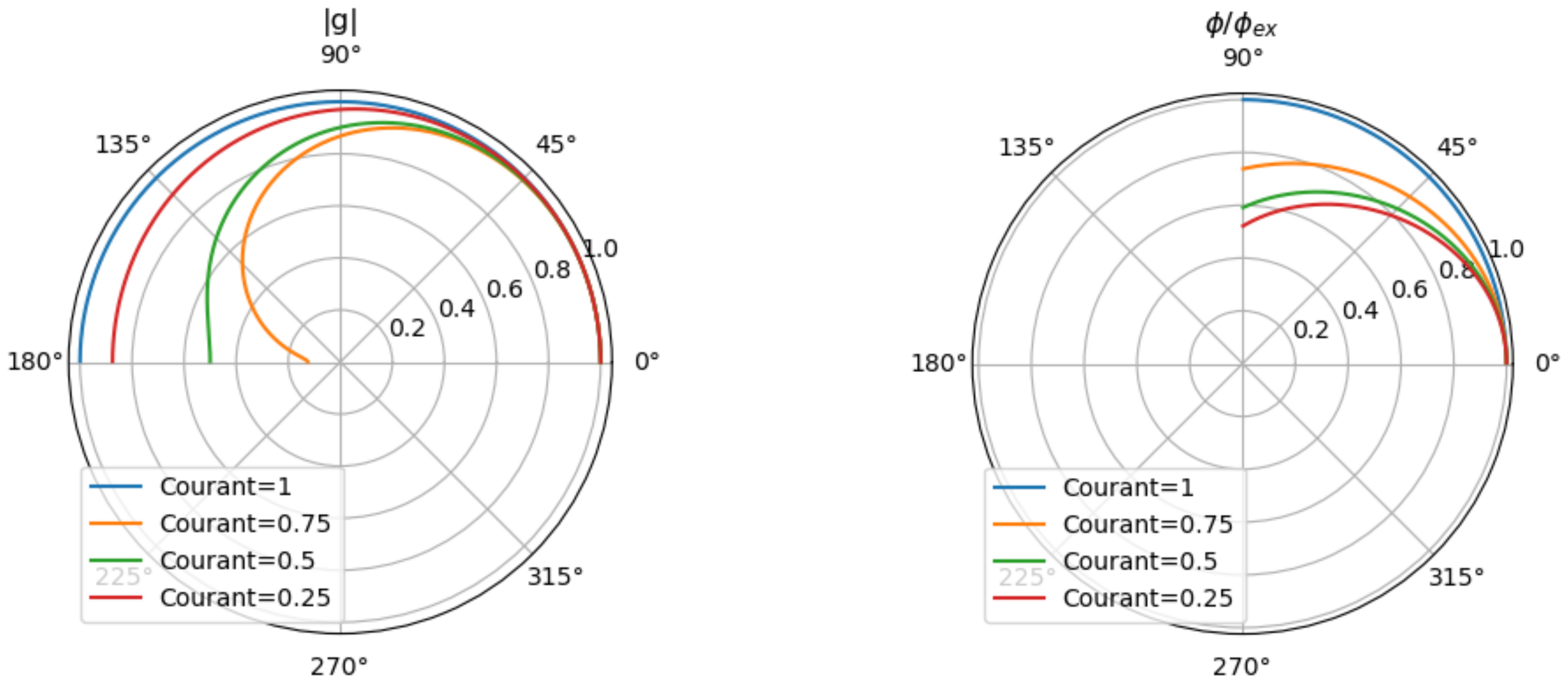
安定解析をして

$$g = 1 - i\nu\sin\theta + \nu^2(\cos\theta - 1)$$

$$\therefore |g|^2 = (1 - \nu^2(1 - \cos\theta))^2 + \nu^2\sin^2\theta, \phi = -\arctan\left(\frac{\nu\sin\theta}{1 - \nu^2(1 - \cos\theta)}\right)$$

4.5. Lax-Wendroffのスキーム

これを極座標にプロットすると以下のようになる.



よってクーラン数が高い場合は高周波成分で散逸誤差があり，逆にクーラン数が高い時の高周波成分以外では遅延位相誤差が見られる.