
Несвязные простые однотоочечные ЧГ по определению

Связные простые однотоочечные ЧГ по определению

Через уравнение транспозиции

Аглебра крашенных перестановок

Введение

В этом разделе реализовано элементарное вычисление чисел Гурвица через крашенные перестановки. В следующем разделе будет приведено значительно более эффективный, но менее читаемый алгоритм.

Крашенная перестановка -- пара из перестановки и раскраски ее инвариантных подмножеств. Будем обозначать за ColoredCycles.

```
In[15]:= ColoredCycles[  
  Cycles[{{1, 2}, {3}}], (* Permutation *)  
  |циклы  
  {{1}, {2}, {3}} (* Coloring *)  
]  
Out[15]= ColoredCycles[Cycles[{{1, 2}}], {{1}, {2}, {3}}]
```

Функция CommonSubpartition ищет минимальное разбиение, которому подчинены аргументы.

Функция ColoredCyclesProduct считает произведение крашенных перестановок. Произведение крашенных перестановок состоит из пары (PermutationProduct, CommonSubpartition).

Функция MakeColoredPerm строит по представлению перестановки в виде списка крашеную перестановку, у которой все циклы окрашены в разные цвета.

```

In[309]:= CommonSubpartition[part1_, part2_] := (* slow but readable *) (
  n = Max[Union[part1]];
  ма... объединение
  part = Union[part1, part2];
  объединение
  CleanPart[part_, k_] := ( (* unite evetything that has i *)
    united = Union @@ Select[part, MemberQ[#, k] &];
    объеди... выбрать элемент списка?
    res = Append[Select[part, Not[MemberQ[#, k] &], united];
    добав... выбрать от... элемент списка?
    res
  );
  For[i = 1, i ≤ n, i++, part = CleanPart[part, i]];
  цикл для
  part
)
Clear[ColoredCyclesProduct]
очистить
ColoredCyclesProduct[cycles1_, cycles2_] := ColoredCyclesProduct[cycles1, cycles2] =
  ColoredCycles[
    PermutationProduct[cycles1[[1]], cycles2[[1]],
    произведение перестановок
    CommonSubpartition[cycles1[[2]], cycles2[[2]]]
  ]
ColoredCyclesProduct[list_] := Fold[ColoredCyclesProduct, list]
свернуть

MakeColoredPerm[permList_] :=
  ColoredCycles[PermutationCycles[permList], PermutationCycles[permList, Identity]]
  перестановка через циклы перестановка через циклы тождественный с

Разные проверки циклических типов

In[173]:= IsSameCycleType[perm1_, perm2_] :=
  Equal[Sort[Tally[Map[Length, perm1[[1]]]], Sort[Tally[Map[Length, perm2[[1]]]]]]
  равно сор... подс... л... длина сор... подс... л... длина
  HasCycleType[perm_, part_] :=
  Equal[Sort[Tally[Map[Length, perm[[1]]]], Sort[Tally[Select[part, # ≠ 1 &]]]]
  равно сор... подс... л... длина сор... подс... выбрать
  ColoredHasCycleType[colPerm_, part_] := HasCycleType[colPerm[[1]], part]

```

Функция ColoredPermBasisElement по разбиению список крашенных перестановок, у которых циклотип --- разбиение и все циклы окрашены в разные цвета. Для чисел Гурвица это и надо.

```

In[186]:= ColoredPermBasisElement[part_] := Select[
  выбрать
  MakeColoredPerm /@ Permutations[Range[Plus @@ part]], ColoredHasCycleType[#, part] &]
  список перест... диап... сложить

```

Фунция Colored Basis Product строит произведение ColoredBasisElement с заданными циклотипами.

```
In[291]:= ColoredBasisProduct[partList_] :=
  ColoredCyclesProduct /@ Tuples[ColoredPermBasisElement /@ partList]
  |наборы из n-чисел
```

Функция ColoredPermIsId осуществляет проверку того, что данная крашенная перестановка является тождественной со всеми циклами разного цвета.

Число таких перестановок в ColoredBasisProduct[β_1, \dots, β_c], деленное на $n!$ дает число Гурвица $h_{\beta_1, \dots, \beta_c, n}$.

```
ColoredPermIsId[colPerm_, n_] :=
  And[colPerm[[1]] == Cycles[{}], colPerm[[2]] == List[Range[n]]]
  |логическое И |циклы |спи... |диапазон
```

Число Гурвица $h_{3,2,2}$.

```
In[294]:= Length[Select[ColoredBasisProduct[{{2, 1}, {2, 1}, {3}}], ColoredPermIsId[#, 3] &]]
  |длина |выбрать
Out[294]= 6
```

Функция hGeneral вычисляет число Гурвица $h_{\beta_1, \dots, \beta_l, n}$.

```
In[299]:= hGeneral[partList_, n_] :=
  Length[Select[ColoredBasisProduct[partList], ColoredPermIsId[#, n] &]] / n!
  |длина |выбрать
```

Примеры вычисления Чисел Гурвица

Разбиение транспозиции в три транспозиции для $n = 3$:

```
In[305]:= hGeneral[{{2, 1}, {2, 1}, {2, 1}, {2, 1}}, 3]
Out[305]= 4
```

Разбиение цикла длины 4 в 3 транспозиции:

```
In[314]:= hGeneral[{{4}, {2, 1, 1}, {2, 1, 1}, {2, 1, 1}}, 4]
Out[314]= 4
```

Разбиение цикла длины 5 в 4 транспозиции:

```
In[317]:= hGeneral[{{5}, {2, 1, 1, 1}, {2, 1, 1, 1}, {2, 1, 1, 1}, {2, 1, 1, 1}}, 5]
Out[317]= 25
```

Разбиение цикла длины 5 в два цикла длины 3:

```
In[319]:= hGeneral[{{5}, {3, 1, 1}, {3, 1, 1}}, 5]
Out[319]= 1
```