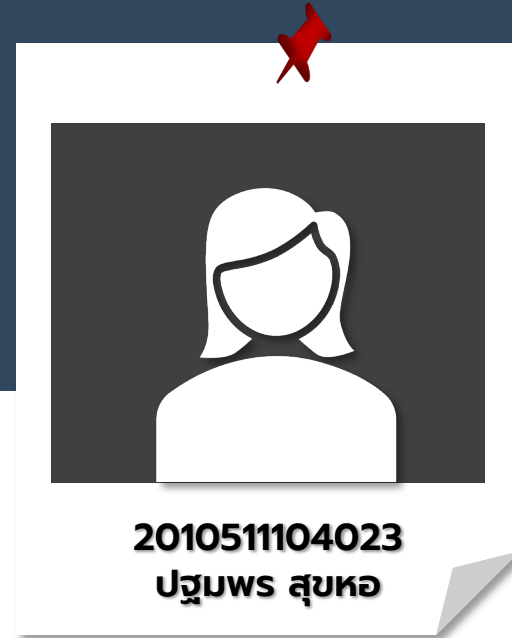
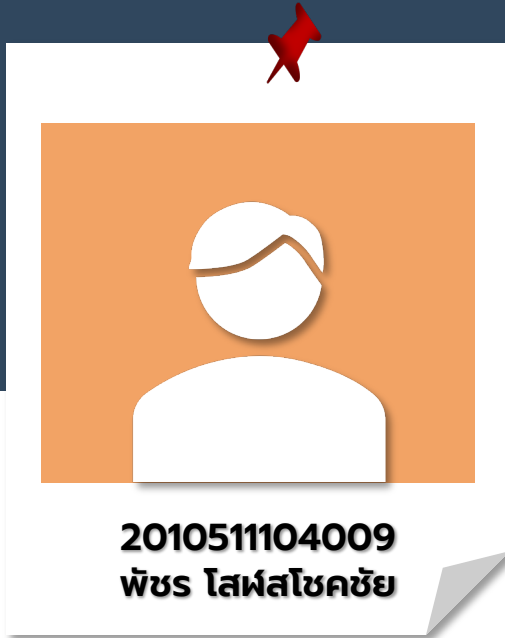


TEAM INTRODUCTION



CHAPTER 9 HEDGING

CHAPTER 9

HEDGING



CHAPTER 9

HEDGING

การป้องกันความเสี่ยง



1. General Principles



2. Delta Hedging



3. Delta Neutral Portfolio



4. Gamma Neutral Portfolio



HEDGING

การป้องกันความเสี่ยง

คือ การทำให้ Portfolio มีความอ่อนไหว (sensitive) ต่อการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรตลาดน้อยลง
เช่น ราคาหลักทรัพย์ อัตราดอกเบี้ย

BLACK-SCHOLES

PATIAL DIFFERENTIAL EQUATION

เนื่องจาก ขนาด $\Delta = F_s$ เป็นส่วนสำคัญของการป้องกันความเสี่ยงในพอร์ตโฟลิโอ โดย Δ ที่เหมือนกันนี้ถูกใช้เพื่อให้ได้ Black-Scholes Partial Differential Equation. เมื่อ Δ เป็นศูนย์ สมการ Black-Scholes จะสามารถบอกได้ว่า อัตราผลตอบแทนจากพอร์ตโฟลิโอที่ประกอบด้วยการเป็นเจ้าของหลักทรัพย์อ้างอิงและการขายอปชั่น (หรือ position ตรงกันข้าม) ควรมีค่าเท่ากับอัตราของผลตอบแทนจากอัตราดอกเบี้ยไร้ความเสี่ยง (Risk-free interest rate) ในจำนวนเงินสดสุทธิที่เท่ากัน



1

General Principle





**Selling
Call Option**



If Spot Price at t < Strike Price : Bank Win!

If Spot Price at t > Strike Price : Investor Win!

European call option

ธนาคารออก European call option
ให้นักลงทุนซื้อ 1,000,000 สิทธิ โดยมีรายละเอียดดังนี้
(Bank Short Position)

Spot price : ราคาหุ้นปัจจุบัน	\$50	$S_0 = \$50$
Strike price : ราคาใช้สิทธิ	\$52	$K = \$52$
Expiry date : วันหมดอายุ	4 months	$t = \frac{1}{3} \text{year}$
Risk-free rate : อัตราดอกเบี้ยไร้ความเสี่ยง	2.5%	$r_f = 2.5\% \text{ per year}$
Volatility : ความผันผวนของราคาหุ้น	22.5%	$\sigma = 22.5\% \text{ per year}$

- จากสูตรการหาราคา option ของ Black-Scholes
มูลค่าของ European call option = \$1.91965
ดังนั้น ธนาคารมีรายได้จากการขาย Call option (Premium)
 $\$1.91965 \times 1,000,000 \text{ สิทธิ} = \$1,919,650$
- หาก **Spot Price at t > Strike Price** นักลงทุนจะใช้สิทธิซื้อ
ดังนั้นธนาคารจะต้องซื้อหุ้นมาขายให้นักลงทุนซื้อตามสัญญา
โดยธนาคารมีทางเลือก 2 วิธี ได้แก่
 - ธนาคารซื้อหุ้น ณ วันที่ตกลงสัญญา call option
 - ธนาคารซื้อหุ้น ณ วันหมดอายุ (วันใช้สิทธิ)

European call option (Bank : Sell covered position)

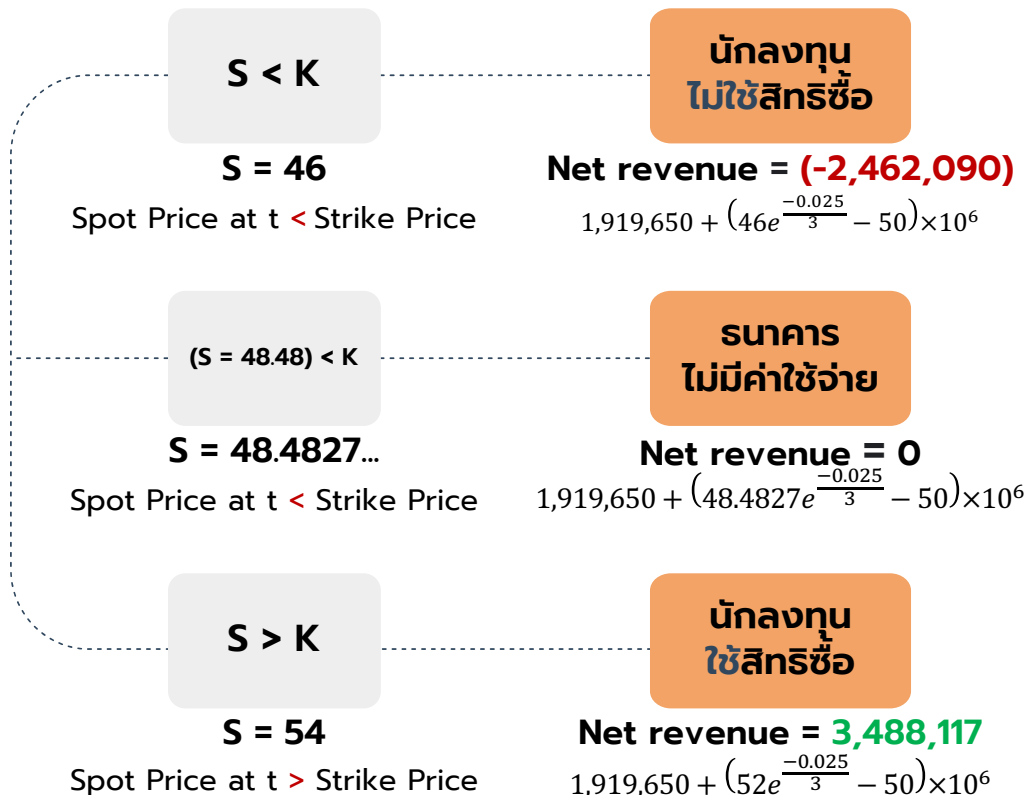
สมมติว่าธนาคารเลือกวิธีซื้อหุ้นสำหรับขายให้นักลงทุนโดย
ธนาคารซื้อหุ้น ณ เวลาที่ตกลงสัญญา call option
ธนาคารมีค่าใช้จ่ายในการซื้อหุ้นทั้งหมด
\$50 × 1,000,000 หุ้น = \$50,000,000

- ให้ S แทนราคาต่อหุ้นของหุ้น ณ เวลาใช้สิทธิ

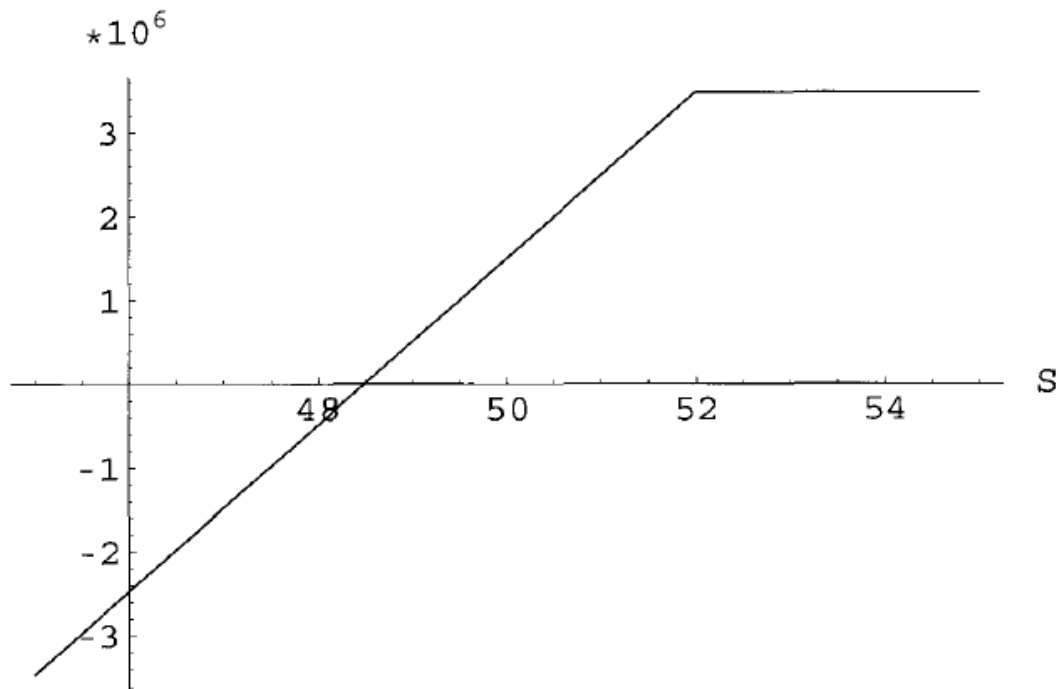
Pay-off call option (covered position)
 $Premium + (\min\{K, S\} e^{-r_f t} - S_0) \times \text{จณ. สิทธิ}$

$$1,919,650 + (\min\{52, S\} e^{\frac{-0.025}{3}} - 50) \times 10^6$$

จากสูตรแบ่งได้เป็น 3 กรณี



European call option (Bank : Sell covered position)



Pay off

หากธนาคารซื้อหุ้น ณ วันที่ขาย option เพื่อขายให้แก่นักลงทุน

European call option (Bank : Sell naked position / short position)

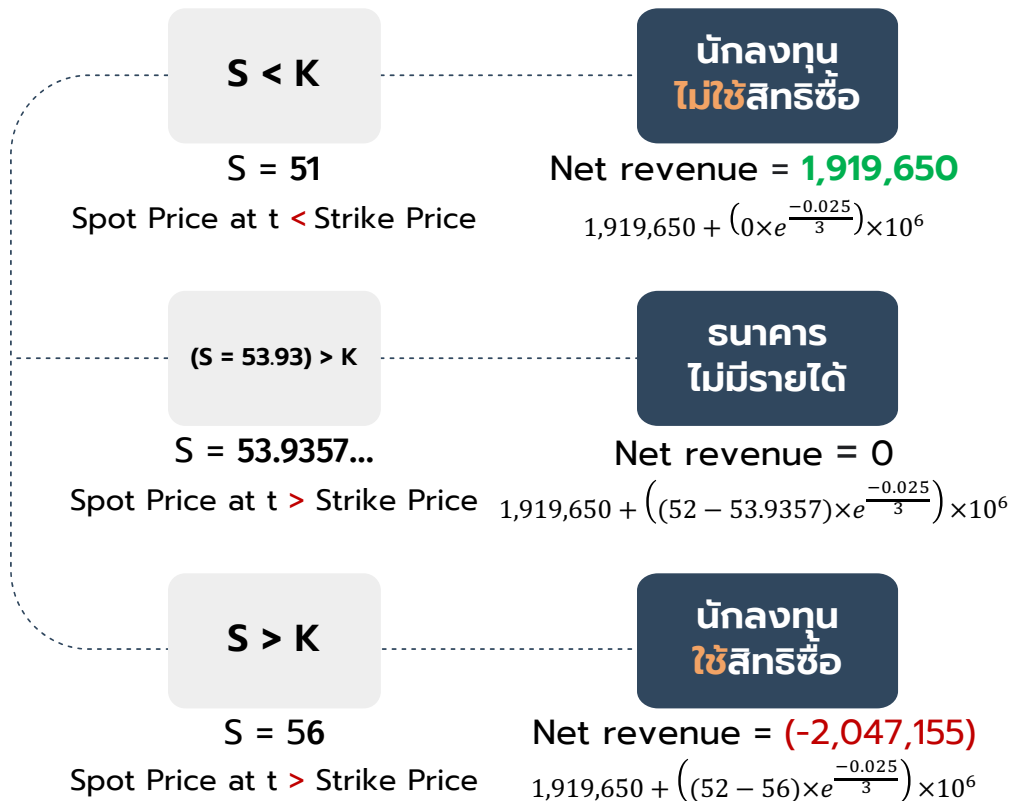
สมมติว่าธนาคารเลือกวิธีซื้อหุ้นสำหรับขายให้นักลงทุนโดย
ธนาคารซื้อหุ้น ณ วันหมดอายุ / ใช้สิทธิ call option
ธนาคารมีค่าใช้จ่ายในการซื้อหุ้นทั้งหมด
 $\$S \times 1,000,000$ สิทธิ์

- ให้ S แทนราคาต่อหุ้นของหุ้น ณ เวลาใช้สิทธิ

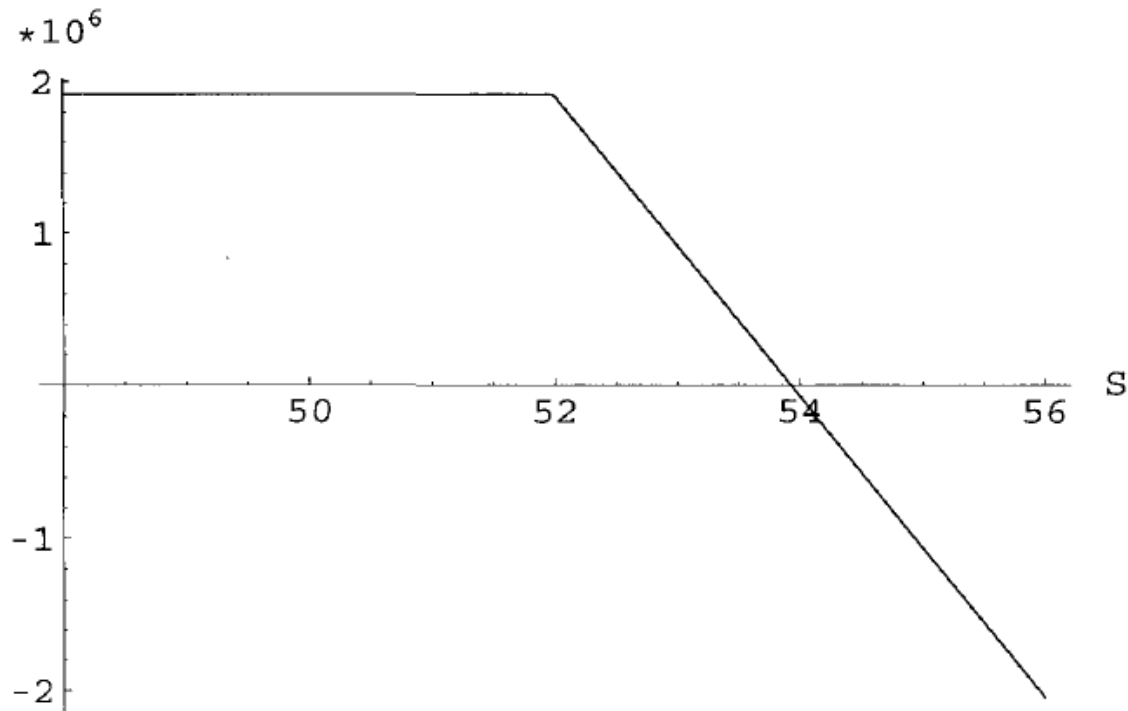
Pay-off call option (naked position)
 $Premium + (\min\{0, K - S\} e^{-r_f t}) \times \text{จน. สิทธิ์}$

$$1,919,650 + (\min\{0, 52 - S\} e^{\frac{-0.025}{3}}) \times 10^6$$

จากสูตรแบ่งได้เป็น 3 กรณี



European call option (Bank : Sell naked position / short position)



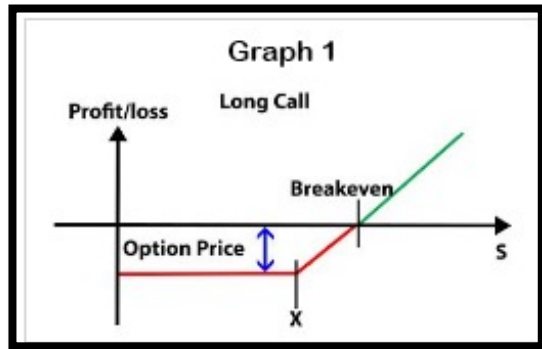
Pay off

หากธนาคารซื้อหุ้น ณ วันใช้สิทธิเพื่อขายให้แก่นักลงทุน

Conclusion

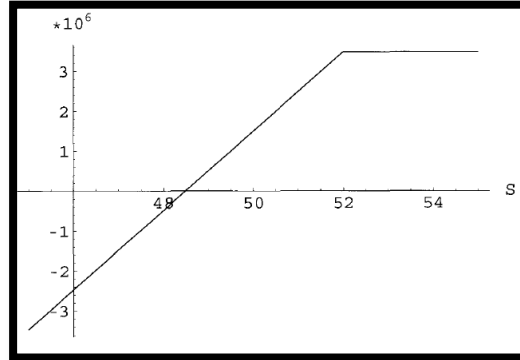
European Call Option Pay-off

เส้นกำไร/ขาดทุนของ (ฝั่งนักลงทุน)

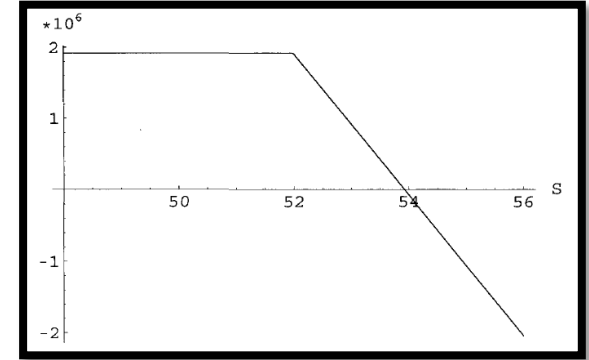


กรณีธนาคารซื้อหุ้น ณ วันใช้สิทธิ
Long call position

เส้นกำไร/ขาดทุนของ (ฝั่งธนาคาร)



กรณีธนาคารซื้อหุ้น ณ วันขาย option ($t = 0$)
Sell **Covered** Call position



กรณีธนาคารซื้อหุ้น ณ วันใช้สิทธิ
Sell **Naked** Call position / Short Call position

กลยุทธ์ที่กล่าวมาไม่สามารถนำไปปฏิบัติได้จริงสำหรับการป้องกันความเสี่ยงของ Portfolio เนื่องจากอาจมีต้นทุนที่สูง



2

Delta Hedging





PURPOSE OF HEDGING



จุดประสงค์ของการป้องกันความเสี่ยง คือ การกำจัดหรือลดการเปลี่ยนแปลงของมูลค่า Portfolio ของนักลงทุนหรือสถาบันให้น้อยที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ เช่น เจือปนในตลาดการเงินที่เปลี่ยนแปลงไป

ตัวแปรหนึ่งที่จะมีการเปลี่ยนแปลง คือ มูลค่าของหุ้น/หลักทรัพย์อ้างอิงที่อยู่ภายใต้สัญญา Option



Delta Hedging



โดยจากบทที่แล้ว
จะเห็นว่า delta
เป็นอนุพันธ์ย่อยของ
มูลค่าของ option
ที่เกี่ยวข้องกับมูลค่า
ของหลักทรัพย์อ้างอิง



จากในส่วนที่ 8.2 ที่
กล่าวว่า Delta (Δ)
กำเนิดจาก European
call และ put option
เราสามารถนึกถึง
Delta ได้ในลักษณะ
ดังต่อไปนี้



สำหรับทุกหน่วย
การเปลี่ยนแปลงของ
มูลค่าของหลักทรัพย์
อ้างอิง ส่งผลให้
มูลค่าของ option
เปลี่ยนแปลง
ไปตามค่า Δ



Portfolio ที่
ประกอบด้วย
Security และ Option
เรียกว่า Delta-neutral
หากมีการขาย option
หลักทรัพย์อ้างอิงจะถูก
ซื้อตามจำนวน
หน่วยของ Δ

Example 9.1

- พิจารณากรณีหลักทรัพย์ที่มีราคา \$100
- อัตราดอกเบี้ยไร้ความเสี่ยงคือ 4% ต่อปี
- ความผันผวนของราคาหุ้นต่อปีคือ 23%
- ราคาใช้สิทธิกำหนดไว้ที่ \$105
- วันหมดอายุคืออีก 3 เดือน
- ภายใต้เงื่อนไขเหล่านี้ $\omega = -0.279806$
- มูลค่าของ European call option คือ $C = 2.96155$
- Delta สำหรับ option คือ

$$\Delta = \frac{\partial C}{\partial S} = 0.389813$$

Spot price : ราคาหุ้นปัจจุบัน	\$100	$S_0 = \$100$
Strike price : ราคาใช้สิทธิ	\$105	$K = \$105$
Expiry date : วันหมดอายุ	3 months	$t = \frac{1}{4} \text{ year}$
Risk-free rate : อัตราดอกเบี้ยไร้ความเสี่ยง	4%	$r_f = 4\% \text{ per year}$
Volatility : ความผันผวนของราคาหุ้น	23%	$\sigma = 23\%$
Value of call option : มูลค่าของ call option	2.96155	$C = \$2.96155$

Example 9.1



จาก

$$\Delta = 0.389813$$

$$C = 2.96155$$

$$\omega = -0.279806$$

At $t = 0$

- หากบริษัทขาย European call option 10,000 สิทธิ จะได้เงิน \$29,615.50
- ซื้อหลักทรัพย์ด้วยเงินที่ออกมา
 $(10,000)(0.389813) = 3,898$ หุ้น
มูลค่าของหุ้นที่บริษัทซื้อ $= (N_{call})(\Delta_{call})(S_0)$
 $\$389,813 = (10,000)(0.389813)(100)$
- หมายความว่าบริษัท Short call 10,000 option และ Long security 3,898 shares

ปกติในตลาด 10,000 shares = 100 options

กรณีนี้เราจะให้สมมติฐานว่า 1 share = 1 option

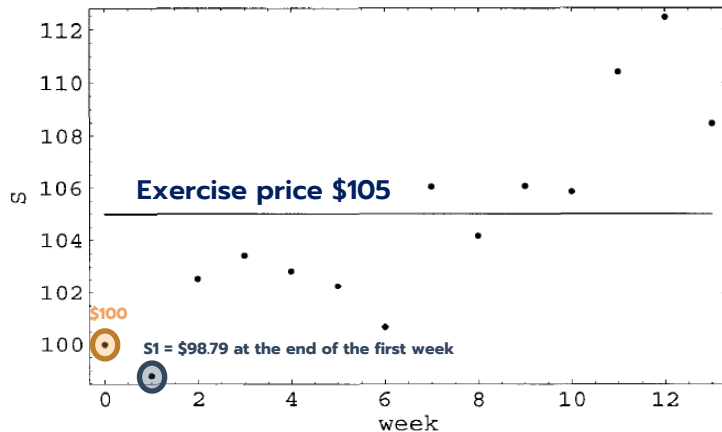
Example 9.1

- ❑ บริษัทอาจจะเลือกที่จะไม่ทำอะไรเพิ่มเติมจนกว่าจะถึงเวลาใช้สิทธิ option ในกรณีนี้จะเรียกว่า **"hedge and forget"**
- ❑ ในทางกลับกัน เนื่องจากราคาของหลักทรัพย์เป็นแบบ **dynamic** บริษัทอาจเลือกที่จะทำการปรับจำนวนหลักทรัพย์ที่ถืออยู่เป็นระยะๆ กลยุทธ์นี้เรียกว่า **การปรับสมดุล (rebalancing)** ทำให้เป็น Portfolio ใหม่
- ❑ ตัวอย่างที่กล่าวมาสามารถนำมา rebalancing ทุกวันสัปดาห์ได้



Example 9.1 case 1

- ❑ สมมติว่ามูลค่าของหลักทรัพย์เป็นไปตาม
“การเดินแบบสุ่ม (random walk)” ดังที่แสดงในรูป
- ❑ ในกรณีนี้ European call option จะถูกใช้สิทธิในวันหมดอายุ
เมื่อราคาหลักทรัพย์มากกว่าราคาใช้สิทธิที่ \$105
- ❑ เมื่อจบอาทิตย์แรกแล้วราคาหลักทรัพย์ลดลงเหลือ **\$98.79**



เมื่อสิ้นสุดอาทิตย์แรก

- เมื่อราคาหลักทรัพย์ลดลงเหลือ \$98.79 ทำให้ $\Delta = 0.339811$
- ดังนั้น Investment firm จะ Rebalancing Portfolio
ทำให้จำนวนการถือหลักทรัพย์เหลือ 3,398 หุ้น
แสดงว่าเราขายหุ้นออกไป $3,898 - 3,398 = 500$ หุ้น
- บริษัทยืมเงินเพื่อซื้อหลักทรัพย์ในตอนแรก ทำให้
มีค่าใช้จ่ายในรูปของดอกเบี้ยทั้งหมด \$299.97 ดังสมการ

Continuously compounded interest

$$Pe^{rt} = A$$

$$Pe^{rt} - P = \text{Interest}$$

$$P(e^{rt} - 1) = \text{Interest}$$

$$(\$389,813) \left(e^{\frac{0.04}{52}} - 1 \right) = \$299.97$$

Example 9.1 case 1

จาก Continuously compounded interest

$$P(e^{rt}-1) = \text{Interest}$$

$$(S_{t=0}N_{call}\Delta_{t=0})(e^{rt}-1) = \text{Interest}$$

$$(\$389,813)(e^{\frac{0.04}{52}} - 1) = \$299.97$$

จะได้มูลค่าของหลักทรัพย์รวมหลัง **rebalance** ดังสมการ

$$Cost_{t=1} = (S_{t=0}N_{call}\Delta_{t=0}) + [S_{t=1} \times (N_{call} \times (\Delta_{t=1} - \Delta_{t=0}))] + Interest_{t=0}$$

$$\$340,705 = \$389,800 + (\$98.79 \times (3,398 - 3,898)) + \$299.97$$

$$\$340,705 \approx \$389,800 + (\$98.79 \times (-500 \text{ shares})) + \$299.97$$

Week	S	Δ	Shares Held	Interest Cost	Cumulative Cost
0	100.00	0.389813	3898	300	389800
1	98.79	0.339811	3398	262	340705

$$(\$340,705)(e^{\frac{0.04}{52}} - 1) = \$262.18$$

Example 9.1 case 1

- ดอกเบี้ยสำหรับปัจจุบันจะถูกบวกเข้ากับรายการต้นทุนสะสมของสัปดาห์หน้า
- จากตารางที่ 9.1 สรุปการปรับสมดุลรายสัปดาห์จนถึงวันหมดอายุ
 - ณ วันหมดอายุ Investment firm จะมีหลักทรัพย์ทั้งหมด 10,000 หุ้นใน Portfolio
 - ซึ่งนักลงทุนจะจ่ายเป็นมูลค่ารวม \$1,050,000
- ดังนั้น Investment firm มีรายได้สุทธิจากการขาย call option และการป้องกันความเสี่ยงใน position รวมเท่ากับ

$$1,050,000 + 29,615.50 - 1,069,460 = \$10,155.50$$

- กล่าวอีกนัยหนึ่งคือ บริษัทมีกำไรจากการออกขาย call option และผู้อ่านควรรู้ว่าเราจะสมมติให้นักลงทุนไม่ต้องชำระค่า call option จนกว่าจะถึงวันใช้สิทธิ

Week	S	Δ	Shares Held	Interest Cost	Cumulative Cost
0	100.00	0.389813	3898	300	389800
1	98.79	0.339811	3398	262	340705
2	102.52	0.462922	4629	359	467169
3	103.41	0.490192	4902	382	495760
4	102.82	0.460541	4605	358	465604
5	102.25	0.428236	4282	333	432935
6	100.67	0.347145	3471	271	351625
7	106.05	0.589204	5892	468	608643
8	104.17	0.491348	4913	390	507129
9	106.08	0.595047	5950	475	617524
10	105.86	0.585915	5859	468	608366
11	110.40	0.878690	8787	717	932085
12	112.46	0.985811	9858	811	1053247
13	108.47	1.0	10000	0	1069460

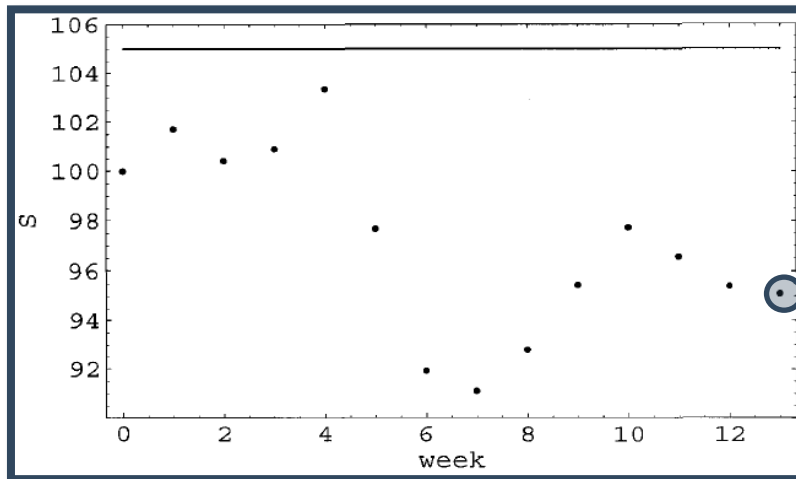
ตารางที่ 9.1 การป้องกันความเสี่ยงด้วย Delta
โดยใช้การปรับสมดุลพอร์ตโฟลิโอในช่วงเวลารายสัปดาห์

Example 9.1 case 2



อีกทางเลือกหนึ่ง มูลค่าของหลักทรัพย์อาจมีการเติบโตในลักษณะที่ไม่มีการใช้ call option สถานการณ์ดังกล่าวแสดงไว้ดังรูป

เนื่องจากมูลค่าของหลักทรัพย์ต่ำกว่าราคาที่ใช้สิทธิจึงทำให้
Call option หมดอายุโดยไม่ได้ใช้สิทธิ



Exercise price \$105

ราคาหลักทรัพย์ ณ
วันใช้สิทธิ / วันหมดอายุ

Example 9.1 case 2

- จากตารางสรุปการปรับสมดุลรายสัปดาห์ของ Investment firm ตามแนวทางการป้องกันความเสี่ยงด้วย Delta
- สังเกตได้ว่า ณ วันหมดอายุ investment firm จะไม่มีหลักทรัพย์เหลืออยู่เลย (เหตุผลที่ไม่จำเป็นต้องมีเนื่องจากจะไม่มีการใช้ call option)
- ดังนั้นรายได้สุทธิของ Investment firm จะมาจากการขาย call option และการป้องกันความเสี่ยงจาก position ดังกล่าวคือ

$$29,615.50 - 29,669 = -\$53.50$$

“ในกรณีนี้บริษัทจะสูญเสียเงินจำนวนเล็กน้อยจากการทำธุรกรรมทั้งหมดที่กล่าวมา”

Week	S	Δ	Shares Held	Interest Cost	Cumulative Cost
0	100.00	0.389813	3898	300	389800
1	101.71	0.440643	4406	340	441769
2	100.43	0.386757	3868	299	388077
3	100.91	0.394649	3946	305	396247
4	103.37	0.482725	4827	375	487621
5	97.69	0.246176	2462	198	256959
6	91.95	0.071229	712	74	96244
7	91.12	0.043022	430	54	70623
8	92.81	0.050427	504	60	77545
9	95.45	0.078574	786	80	104521
10	97.75	0.110154	1102	104	135491
11	96.58	0.036209	362	49	64126
12	95.40	0.001508	15	24	31072
13	95.10	0.0	0	0	29669

ตารางที่ 9.2 การป้องกันความเสี่ยงของ Delta โดยใช้การปรับสมดุลพอร์ตโฟลิโอ ในช่วงเวลาขายสัปดาห์สำหรับ option ที่จะหมดอายุแล้วและไม่ได้ใช้สิทธิ

Conclusion

การปรับสมดุลพอร์ตโฟลิโอ
อาจเกิดขึ้นไม่มากก็น้อยกว่า
รายสัปดาห์อย่างที่เคยทำใน
2 ตัวอย่างที่กล่าวถึงก่อนหน้านี้

GAMMA (Γ)

ในบทที่ 8 “Gamma (Γ)” เป็น
Second partial derivative
ของ Portfolio ที่เกี่ยวข้องกับ
มูลค่าของหลักทรัพย์อ้างอิง



00

กล่าวอีกนัยหนึ่ง Gamma คือ
อัตราการเปลี่ยนแปลงของ Delta เทียบกับ S

01

หาก $|\Gamma|$ มีขนาดใหญ่ หมายความว่า Δ จะเปลี่ยน
อย่างรวดเร็วโดยมีการเปลี่ยนแปลงเล็กน้อยใน S
ในกรณีนี้อาจจำเป็นต้องปรับสมดุล position
investment firm บ่อยครั้ง

02

ถ้า $|\Gamma|$ มีขนาดเล็ก หมายความว่า Δ
จะค่อนข้างไม่ไวต่อการเปลี่ยนแปลงใน S
เพราะฉะนั้นอาจจะไม่จำเป็นต้องปรับสมดุลบ่อยนัก
ดังนั้น investment firm จึงสามารถตรวจสอบ
Gamma เพื่อกำหนดความถี่ในการปรับสมดุล
position ของบริษัท



3

Delta Neutral Portfolios



สมมติว่าพอร์ตโฟลิโอประกอบด้วยการผสมผสานเชิงเส้นตรง
(สร้าง portfolio ตามวิธีที่เหมาะสมจาก Sec. Delta Hedging)

Portfolio

Short position in European call option
+
Long position in Security

Result : ได้มูลค่าสุทธิของ Portfolio (P) คือ

$$P = C - \Delta S = C - \left. \frac{\partial C}{\partial S} \right|_{S_0} S, \quad (9.1)$$

**SHORT
CALL**



**▲
LONG
SECURITY**

**PORT
FOLIO**



$$P = C - \Delta S = C - \left. \frac{\partial C}{\partial S} \right|_{S_0} S, \quad (9.1)$$

- S_0 คือราคาของหลักทรัพย์ ณ เวลาที่มีการป้องกันความเสี่ยงเกิดขึ้น
- โดยขนาดของ P จะเป็นไปตามสมการของ Black-Scholes โดยที่ C และ S มีการทำแยกกันและสมการนี้เป็นเส้นตรง ดังนั้นจึงสมเหตุสมผลที่จะพิจารณา Delta สำหรับพอร์ตโฟลิโอ
- อนุพันธ์ย่อยของ Portfolio ทั้งหมดเทียบ S แสดงถึงความไวของมูลค่าของ Portfolio ต่อการเปลี่ยนแปลงใน S
- การแยกความแตกต่างทั้งสองด้านของสมการที่ 9.1 เทียบกับ S ได้ผลลัพธ์ดังนี้

$$\frac{\partial P}{\partial S} = \frac{\partial C}{\partial S} - \left. \frac{\partial C}{\partial S} \right|_{S_0}$$

ผลลัพธ์ดังกล่าวจะเท่ากับศูนย์เมื่อ $S = S_0$ (เช่น ขณะที่มีการป้องกันความเสี่ยงเกิดขึ้น) และจะมีค่าเข้าใกล้ศูนย์มากขึ้นเมื่อค่า S เข้าใกล้ S_0 ด้วยเหตุนี้พอร์ตโฟลิโอที่มีการป้องกันความเสี่ยงโดยใช้การป้องกันความเสี่ยงแบบ Delta บางครั้งจึงเรียกว่า Delta neutral.



สมมติว่าอัตราดอกเบี้ยไร้ความเสี่ยงคงที่และความผันผวนของหลักทรัพย์
ไม่มีการเปลี่ยนแปลง ดังนั้นจะใช้ Taylor series expansion
เพื่อหามูลค่าของพอร์ตโฟลิโอในแง่ของ t และ S คือ

$$P = P_0 + \frac{\partial P}{\partial t}(t - t_0) + \frac{\partial P}{\partial S}(S - S_0) + \frac{\partial^2 P}{\partial S^2} \frac{(S - S_0)^2}{2} + \dots$$
$$\delta P = \theta \delta t + \Delta \delta S + \frac{1}{2} \Gamma (\delta S)^2 + \dots$$

- Terms ที่ถูกละเว้นทั้งหมดในอนุกรมเทย์เลอร์
เกี่ยวข้องกับยกกำลังของ δt ที่มากกว่า 1
- เทอมของ Gamma จะยังคงอยู่เนื่องจากตัวแปรสุ่ม โดย
การสุ่ม S เป็นไปตามกระบวนการสุ่มที่ขึ้นอยู่ด้วย $\sqrt{\delta t}$
ดูสมการที่ (5.38) หากพอร์ตโฟลิโอได้รับการป้องกันความ
เสี่ยงโดยใช้การป้องกันด้วย delta ดังนั้น Δ ของพอร์ตโฟ
ลิโอจะเท่ากับศูนย์



$$\delta P \approx \theta \delta t + \frac{1}{2} \Gamma (\delta S)^2, \quad (9.2)$$

การประมาณที่ละเว้น term ที่เกี่ยวข้องกับ
การยกกำลังของ δt มากกว่า 1 Term
ที่เกี่ยวข้องกับ θ ไม่ใช่ stochastic ดังนั้นจึงต้องคงไว้
แต่อย่างไรก็ตามการประมาณค่าสามารถปรับปรุงเพิ่มเติมได้
หากพอร์ตโฟลิโอสามารถทำให้เป็น Gamma neutral
เช่น หากสามารถปรับองค์ประกอบในพอร์ตโฟลิโอเพื่อให้ $\Gamma = 0$





4

Gamma Neutral Portfolios



DELTA NEUTRAL PORTFOLIOS

การสร้าง Delta Neutral Portfolio สามารถสร้างได้โดยการใช้เพียงแค่มีย
Linear combination ระหว่าง Option + Underlying Security ดังสมการ
เนื่องจากอนุพันธ์อันดับสองของ S เทียบกับตัวมันเองนั้นเท่ากับศูนย์

$$\frac{\partial P}{\partial S} = \frac{\partial C}{\partial S} - \frac{\partial C}{\partial S} \Big|_{S_0}$$



Short call option +
Long Underlying Security

GAMMA NEUTRAL PORTFOLIOS

เราไม่สามารถการสร้าง
Gamma Neutral Portfolio
แบบเดียวกันกับ
Delta Neutral Portfolio

องค์ประกอบนั้นก็คือ option
หมายความว่าใน Portfolio
จะต้องมี Option
ตั้งแต่ 2 ประเภทขึ้นไป เช่น

ดังนั้นจะสามารถสร้าง Portfolio
ลักษณะนี้ได้โดยจัดการให้มี
องค์ประกอบที่ขึ้นอยู่กับ
S แบบ Non-linear

Portfolio :

Sell European call option (t = 3/12 yr.) and
Buy European call option (t = 6/12 yr.)

In the same underlying security

Portfolio :

Sell European call option ($t = 3/12$ yr.) and
Buy European call option ($t = 6/12$ yr.)

In the same underlying security

Type of option	Number Option	Expiry Date
Sell European call option	w_e	$t = 3/12$ yr.
Buy European call option	w_l	$t = 6/12$ yr.

- สามารถกำหนดจำนวนของ option แต่ละประเภทได้เพื่อให้ $\Gamma_P = 0$
- เมื่อทำให้เป็น Gamma Neutral Portfolio แล้ว เราสามารถเพิ่มหลักทรัพย์อ้างอิงเข้ามาใน Portfolio ได้ เพื่อให้เป็น Delta Neutral Portfolio
- การเพิ่มหลักทรัพย์เข้ามาจะไม่ส่งผลต่อค่า Gamma เนื่องจากหลักทรัพย์มี $\Gamma = 0$
- เมื่อจัดการทั้ง Delta และ Gamma แล้ว สำหรับสมการของ Gamma Neutral Portfolio จะถูกลดรูปให้เหลือ

The gamma of Portfolio is

$$\Gamma_P = w_e \Gamma_e - w_l \Gamma_l$$



The gamma of Portfolio is

$$\delta P \approx \theta \delta t, \quad (9.3)$$

Example 9.2

Sell European call option
In same underlying stock

Spot price	\$100	$S_0 = \$100$
Strike price	\$102	$X = \$102$
Expiry date	3 months	$t = \frac{1}{4} \text{ yr.}$
Risk-free rate	2.5%	$r_f = 2.5\% \text{ per yr.}$
Volatility	22%	$\sigma = 22\%$

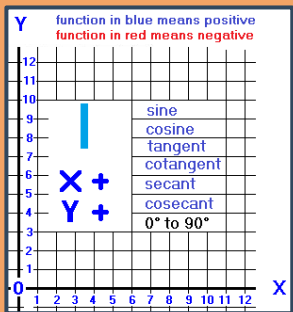


Buy European call option
In same underlying stock

Spot price	\$100	$S_0 = \$100$
Strike price	\$102	$X = \$102$
Expiry date	6 months	$t = \frac{1}{2} \text{ yr.}$
Risk-free rate	2.5%	$r_f = 2.5\% \text{ per yr.}$
Volatility	22%	$\sigma = 22\%$

From Eq. (8.10) $\Gamma = \frac{e^{\frac{-\omega^2}{2}}}{\sigma S \sqrt{2\pi(T-t)}}$ $\left\{ \begin{array}{l} \Gamma_3 = 0.03618 \\ \Gamma_6 = 0.02563 \end{array} \right.$

$0.03618w_3 - 0.02563w_6 = 0$



Example 9.2

จะเป็น Gamma Neutral Portfolio
ณ จุดใดก็ได้ในอวกาศแรกของ w_3w_6 - space

$$0.03618w_3 - 0.02563w_6 = 0$$

- หากเราขาย option อายุ 3 เดือนได้ $w_3 = 100,000$
ถ้าจะทำให้ Portfolio เป็น Gamma neutral
เราต้องซื้อ option อายุ 6 เดือนให้ $w_6 = 141,163$
- ดังนั้นก่อนที่จะรวบรวมหุ้นอ้างอิงไว้ในพอร์ตโฟลิโอ
จะได้ Delta ของ Portfolio คือ

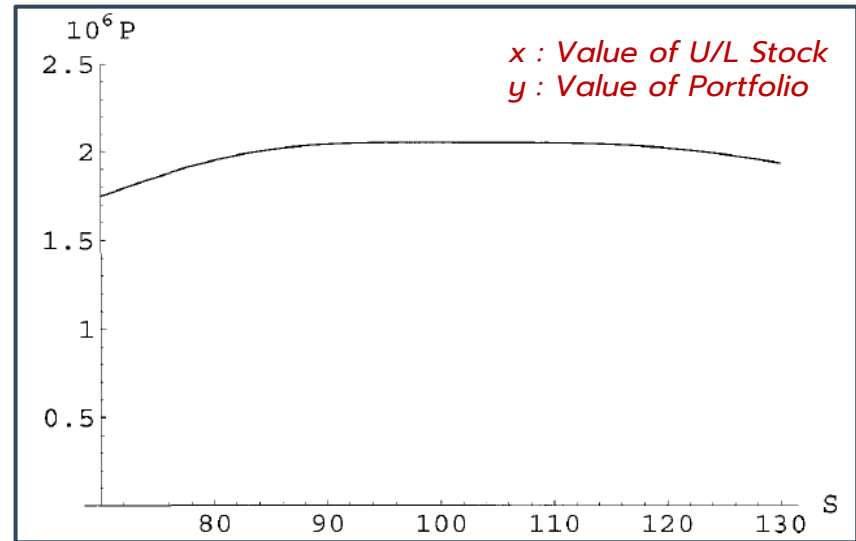
$$w_3\Delta_3 - w_6\Delta_6 = (100,000)(0.4728) - (141,163)(0.5123) = (-25,038)$$

Example 9.2

$$w_3\Delta_3 - w_6\Delta_6 = (100,000)(0.4728) - (141,163)(0.5123) = (-25,038)$$

- ❑ ดังนั้นพอร์ตโฟลิโอสามารถทำให้เป็น Delta neutral ได้หากมีการ**ขายหุ้นอ้างอิงจำนวน 25,038 หุ้น**
- ❑ จากรูปที่ 9.5 แสดงให้เห็นว่าช่วงของมูลค่าหุ้นอ้างอิงจะค่อนข้างกว้างและมูลค่าของ Portfolio ยังคงใกล้เคียงกับค่าเดิม

DELTA NEUTRAL PORTFOLIOS



รูปที่ 9.5 มูลค่ารวมของพอร์ตโฟลิโอที่เป็นแบบ Gamma neutral ที่ไม่อ่อนไหวต่อการเปลี่ยนแปลงมูลค่าของหลักทรัพย์อ้างอิงในช่วงต่าง ๆ

CONCLUSION

1

- ✓ การอธิบายเรื่องการป้องกันความเสี่ยงนี้ ยังห่างไกลจากความสมบูรณ์
- ✓ โดยจะมุ่งเน้นไปที่การสร้างมูลค่าของ Portfolio ให้ทนทานต่อการเปลี่ยนแปลงมูลค่าของหลักทรัพย์เป็นหลัก

2

- ✓ ในบทนี้มีการสันนิษฐานด้วยว่าสามารถซื้อ option และ หลักทรัพย์ที่จำเป็นได้เพื่อสร้างการป้องกันความเสี่ยง ตามที่ต้องการ
- ✓ ในทางปฏิบัติสิ่งนี้อาจ**ไม่สามารถทำได้เสมอไป**

3

- ✓ ในความเป็นจริงแล้ว Risk-free interest rate และ Volatility ของหุ้น ยังส่งผลต่อมูลค่าของพอร์ตการลงทุนด้วย
- ✓ จาก Rho และ Vega ที่กล่าวถึงในบทที่ 8 สามารถใช้ในการ ปรับ Portfolio เพื่อป้องกันความเสี่ยงจากการเปลี่ยนแปลง ของ Interest rate และ Volatility

เช่น Investment firm อาจจะไม่สามารถซื้อหุ้นในปริมาณที่ เพียงพอเพื่อสร้าง Portfolio แบบ Delta neutral หรือ Gamma neutral ได้

KCAR		12.10 -0.10(-0.82%)		Vol/Value(K) 18,100 219
Volume		Bid	Offer	Volume
Volume		21,200	12.10 12.20	4,800
สำหรับซื้อหุ้น		21,700	12.00 12.30	36,200
ไม่เพียงพอ		31,100	11.90 12.40	19,000
		20,600	11.80 12.50	24,500
		22,100	11.70 12.60	22,200

ทดแทนด้วยหลักทรัพย์อื่นที่เกี่ยวข้องหรือเครื่องมือทางการเงินอื่น ๆ เพื่อสร้างการป้องกันความเสี่ยง กลยุทธ์นี้จะกล่าวถึงในบทถัดไปหลังจากแนะนำแนวคิดทางสถิติเบื้องต้นแล้ว

Options Exotics
Futures
Swaps Forwards



Thanks!

