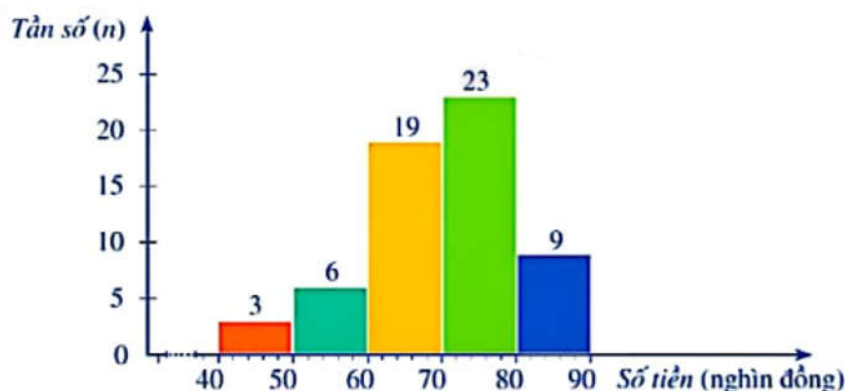


ĐỀ BÀI**Bài I. (1,5 điểm)**

1) Một cửa hàng trà sữa thống kê số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 60 khách hàng mua trà sữa ở cửa hàng đó trong một ngày. Số liệu được ghi lại trong biểu đồ tần số ghép nhóm dưới đây:



- Theo thống kê trên, số lượng khách hàng nhiều nhất dành tiền mua trà sữa trong khoảng nào?
- Tìm tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[40; 60)$.

2) Một hộp kín có 5 quả bóng giống hệt nhau nhưng khác màu, bao gồm 3 quả bóng màu đỏ và 2 quả bóng màu xanh. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 2 quả bóng trong hộp. Tính xác suất của biến cố A : “Hai quả bóng lấy ra có cùng màu”.

Bài II. (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{7}{\sqrt{x} + 8}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} + \frac{2\sqrt{x} - 24}{x - 9}$ với $x \geq 0, x \neq 9$.

- Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$.
- Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x} + 8}{\sqrt{x} + 3}$.
- Tìm x để biểu thức $P = A.B$ nhận giá trị nguyên lớn nhất.

Bài III. (2,5 điểm)

1) Trong một đợt khuyến mãi, siêu thị giảm giá cho sản phẩm A là 20% và sản phẩm B là 15% so với giá niêm yết. Một khách hàng mua 2 sản phẩm A và 1 sản phẩm B thì phải trả số tiền là 362 000 đồng. Nhưng nếu mua trong khung giờ vàng thì sản phẩm A được giảm giá 30% và sản phẩm B được giảm giá 25% so với giá niêm yết. Một khách hàng mua 3 sản phẩm A và 2 sản phẩm B trong khung giờ vàng nên phải trả số tiền là 552 000 đồng. Tính giá niêm yết của mỗi sản phẩm A và B.

2) Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi bằng 28 mét. Nếu tăng chiều rộng gấp 2 lần và tăng chiều dài thêm 5 mét thì diện tích mảnh vườn tăng thêm 108 m^2 . Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn ban đầu?

3) Cho phương trình $x^2 - 3x + 1 = 0$. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình đó. Không giải nghiệm cụ thể, hãy tính giá trị của biểu thức $P = \frac{\sqrt{x_1 x_2}}{3x_1 - x_1^2}$.

Bài IV. (4,0 điểm)

1) Một que kem ốc quế có dạng hình nón với đường kính đáy là 5 cm và chiều cao là 10 cm . (Lấy $\pi \approx 3,14$ và làm tròn kết quả đến chữ số hàng phần mười).



a) Tính thể tích của que kem ốc quế đó.

b) Cho biết lượng kem trong mỗi que kem ốc quế với kích thước như trên chiếm 90% thể tích của cả que kem. Hỏi với hộp kem có thể tích 1 lít khi đổ vào vỏ ốc quế thì làm được bao nhiêu que kem như trên?

2) Cho nửa đường tròn (O) , đường kính $AB = 2R$. Đường thẳng d cố định vuông góc với bán kính OB tại H . Trên nửa đường tròn (O) lấy điểm D thay đổi (D khác A ; B và D không nằm trên đường thẳng d). Tia AD cắt đường thẳng d tại C . Tia BD cắt đường thẳng d tại M . Tiếp tuyến tại D của nửa đường tròn cắt đường thẳng d ở K .

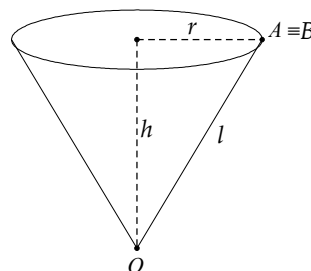
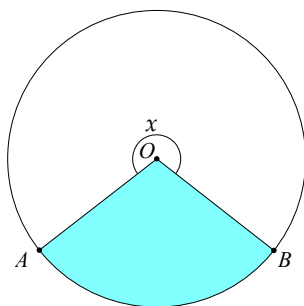
a) Chứng minh bốn điểm A, D, M, H cùng thuộc một đường tròn.

b) Đường thẳng AM cắt nửa đường tròn (O) tại E . Chứng minh B, E, C thẳng hàng và $KD = KE$.

c) Chứng minh DE luôn đi qua một điểm cố định khi D thay đổi trên nửa đường tròn (O) .

Bài V. (0,5 điểm)

Cắt bỏ hình quạt tròn AOB từ một mảnh tôn hình tròn có bán kính $R = 4\text{ cm}$ rồi dán hai bán kính OA, OB với nhau để được một cái phễu có dạng hình nón. Gọi x là số đo góc ở tâm hình quạt dùng làm phễu ($0 < x < 360^\circ$). Tìm x để thể tích của cái phễu là lớn nhất.



HẾT

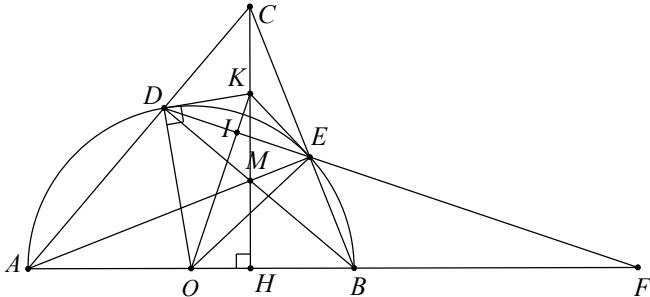
- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.

- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ tên học sinh: Số báo danh:

ĐÁP ÁN - HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài	Ý	Đáp án	Biểu điểm
Bài I	1)	Tần số ghép nhóm của nhóm $[40;50)$ là 3.	0,25
		Tần số ghép nhóm của nhóm $[40;60)$ là $3+6=9$.	0,25
		Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[40;60)$ là $\frac{9}{60} \cdot 100\% = 15\%$.	0,25
	2)	Kí hiệu $d1, d2, d3$ là 3 quả bóng màu đỏ, $x1, x2$ là hai quả bóng màu xanh. Không gian mẫu của phép thử là $\Omega = \{(d1, d2); (d1, d3); (d1, x1); (d1, x2); (d2, d3); (d2, x1); (d2, x2); (d3, x1); (d3, x2); (x1, x2)\}$	0,5
		Suy ra $n(\Omega) = 10$. Có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố A là $(d1, d2); (d1, d3); (d2, d3); (x1, x2)$. Xác suất của biến cố A là $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$.	0,25
Bài II	1)	Thay $x = 4$ (TMĐK) vào biểu thức A , ta có $A = \frac{7}{\sqrt{4}+8} = \frac{7}{10}$	0,25
	2)	Với $x > 0; x \neq 9$, ta có: $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{2\sqrt{x}-24}{x-9}$	0,25
		$B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} + \frac{2\sqrt{x}-24}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$	
		$B = \frac{x+5\sqrt{x}-24}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$	0,25
		$B = \frac{(\sqrt{x}+8)(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} = \frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}$	0,5
	3)	$P = A.B = \frac{7}{\sqrt{x}+8} \cdot \frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3} = \frac{7}{\sqrt{x}+3}$ Suy ra $0 < \frac{7}{\sqrt{x}+3} \leq \frac{7}{3}$	0,25
		Mà P là số nguyên lớn nhất nên $P=2$. Tìm được $x = \frac{1}{4}$ (TM) và kết luận.	0,25
Bài III	1)	Gọi giá niêm yết của mỗi sản phẩm A và B lần lượt là x, y ($x, y > 0$) (đồng) Vì khách hàng mua 2 sản phẩm A và 1 sản phẩm B thì phải trả số tiền là 362 000 đồng trong đợt khuyến mãi nên ta có phương trình $2.0,8x + 0,85y = 362\,000$	0,25
		Vì khách hàng mua 3 sản phẩm A và 2 sản phẩm B trong khung giờ vàng và phải trả số tiền là 552 000 đồng nên ta có phương trình $3.0,7x + 2.0,75y = 552\,000$	0,25
		Giải hệ ta có $x = 120\,000; y = 200\,000$ (thỏa mãn)	0,25
		Vậy giá niêm yết của mỗi sản phẩm A là 120 000 đồng; giá niêm yết của mỗi sản phẩm B là 200 000 đồng.	0,25
	2)	Nửa chu vi mảnh vườn là $28 : 2 = 14$ (m) Gọi chiều rộng mảnh vườn là x ($14 > x > 0$) (m) Chiều dài mảnh vườn là $14 - x$ (m)	0,25

		
2c)	<p>• Gọi I là giao điểm của DE và OK. Chứng minh KE là tiếp tuyến của (O). Từ đó suy ra OK là trung trực của DE nên $\widehat{OIF} = 90^\circ$ và $\triangle OIE \sim \triangle OEK$ (g.g) Suy ra $\frac{OI}{OE} = \frac{OE}{OK} \Rightarrow OI \cdot OK = OE^2 = R^2$</p> <p>• Gọi F là giao điểm của DE và AB. Chứng minh được $\triangle OIF \sim \triangle OHK$ (g.g) Suy ra $\frac{FO}{KO} = \frac{OI}{OH} \Rightarrow FO = \frac{KO \cdot OI}{OH} = \frac{R^2}{OH}$ (cố định) Suy ra DE luôn đi qua điểm F cố định</p>	0,25
Bài V	<p>Ta có chu vi đáy của cái phễu chính là độ dài cung tròn của mảnh tôn có độ lớn góc ở tâm là x. Suy ra $2\pi r = \frac{2\pi R}{360} \cdot x$ hay $r = \frac{x}{90}$ (cm).</p> <p>Suy ra chiều cao phễu $h = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{4^2 - \left(\frac{x}{90}\right)^2} = \frac{\sqrt{360^2 - x^2}}{90}$.</p> <p>Do đó, thể tích của cái phễu là:</p> $V = \frac{\pi r^2 h}{3} = \frac{\pi}{3} \cdot \left(\frac{x}{90}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{360^2 - x^2}}{90} = \frac{\pi}{3 \cdot 90^3} \cdot x^2 \cdot \sqrt{360^2 - x^2} \quad (0 < x < 360^\circ)$	0,25
	<p>Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 3 số ta có:</p> $V = \frac{\pi}{3 \cdot 90^3} \cdot x^2 \cdot \sqrt{360^2 - x^2} = \frac{\pi}{3 \cdot 90^3} \cdot 2\sqrt{\frac{x^2}{2} \cdot \frac{x^2}{2} \cdot (360^2 - x^2)} \leq \frac{128\pi\sqrt{3}}{27}$ <p>Dấu bằng xảy ra khi $\frac{x^2}{2} = 360^2 - x^2$ hay $x = 120\sqrt{6}$ (độ).</p>	0,25

Lưu ý: HS làm cách khác đúng vẫn chấm điểm tối đa theo thang điểm.