

Đại số - Bài 3: Hàm số bậc nhất (Bài tập)

Nguyễn Thành Phát

Lớp 9 (chuyên) - Trung tâm Thành Nhân

11/2022

Bài 1

Cho hàm số $y = (m - 2)x + 3$. Tìm tất cả giá trị của m để hàm số

a) Đồng biến,

b) Nghịch biến.

Đáp số

a) $m > 2$,

b) $m < 2$.

Bài 2

Với những giá trị nào của m thì mỗi hàm số sau là hàm số bậc nhất?

a) $y = \frac{\sqrt{5-m}}{2}(x-1),$

b) $y = \frac{m+1}{m-1}x + 4.$

Lời giải.

a) $\frac{\sqrt{5-m}}{2} \neq 0 \iff m < 5,$

b) $\frac{m+1}{m-1} \neq 0 \iff m \neq \pm 1.$



Bài 3

Tìm điểm cố định mà mỗi đường thẳng sau luôn đi qua với mọi giá trị của m

a) $y = mx + m + 2,$

b) $y = (m - 1)x + 2m - 1.$

Lời giải.

a) $m(x_0 + 1) - (y_0 - 2) = 0$ do vậy

$$\begin{cases} x_0 + 1 = 0 \\ y_0 - 2 = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x_0 = -1 \\ y_0 = 2 \end{cases}.$$

b) $m(x_0 + 2) - (x_0 + y_0 + 1) = 0$ do vậy

$$\begin{cases} x_0 + 2 = 0 \\ x_0 + y_0 + 1 = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x_0 = -2 \\ y_0 = 1 \end{cases}.$$



Bài 4a

Xác định đường thẳng đi qua hai điểm $A(1, 4)$ và $B(3, 0)$.

Lời giải.

Gọi đường thẳng là $y = ax + b$. Vì A, B thuộc đường thẳng nên

$$\begin{cases} a + b = 4 \\ 3a + b = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} a = -2 \\ b = 6 \end{cases}.$$

Vậy đường thẳng cần tìm là $y = -2x + 6$.



Bài 4b

Chứng minh rằng bốn điểm $A(0, -5)$, $B(1, -2)$, $C(2, 1)$ và $D(3, 4)$ thẳng hàng.

Lời giải.

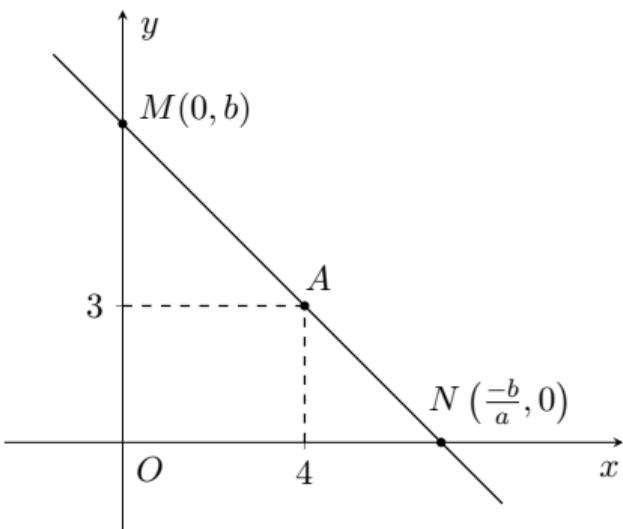
Đường thẳng đi qua hai điểm A, B là $y = 3x - 5$. Vì

$$1 = 3 \times 2 - 5 \quad \text{và} \quad 4 = 3 \times 3 - 5$$

nên hai điểm C, D cũng thuộc đường thẳng này. Vì bốn điểm A, B, C, D cùng thuộc một đường thẳng nên chúng thẳng hàng. □

Bài 5

Xác định các số nguyên a, b sao cho đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm $A(4, 3)$, ngoài ra còn cắt trục tung tại điểm có tung độ là số nguyên dương và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là số nguyên dương.



Lời giải

Giao điểm của đường thẳng với trục tung là $(0, b)$ và giao điểm với trục hoành là $(\frac{-b}{a}, 0)$. Theo đề thì b và $\frac{-b}{a}$ là các số nguyên dương.

Vì A thuộc đường thẳng nên

$$4a + b = 3 \implies \frac{-b}{a} = \frac{4a - 3}{a} = 4 - \frac{3}{a}.$$

Lời giải.

Có

$$4a + b = 3 \implies \frac{-b}{a} = \frac{4a - 3}{a} = 4 - \frac{3}{a}.$$

Do đó a là ước của 3. Vì b và $\frac{-b}{a}$ là các số nguyên dương nên a là số nguyên âm, do vậy $a \in \{-1, -3\}$.

- Với $a = -1$ thì $b = 7$, ta có đường thẳng $y = -x + 7$ cắt trục tung tại điểm $(0, 7)$ và cắt trục hoành tại điểm $(7, 0)$.
- Với $a = -3$ thì $b = 15$, ta có đường thẳng $y = -3x + 15$ cắt trục tung tại điểm $(0, 15)$ và cắt trục hoành tại điểm $(5, 0)$.



Bài 6

Cho hàm số $f(x) = ax + b$ có tính chất $f(3) \leq f(1) \leq f(2)$ và $f(2022) = 2$. Chứng minh rằng $a = 0$ và $f(0) = 2$.

Lời giải.

Vì $f(3) \leq f(1) \leq f(2)$ nên

$$3a + b \leq a + b \leq 2a + b \iff 3a \leq a \leq 2a.$$

Vì $3a \leq a$ nên $a \leq 0$. Ngoài ra vì $a \leq 2a$ nên $a \geq 0$. Do vậy

$$a = 0 \implies f(x) = b.$$

Nên $f(0) = f(2022) = 2$. □

Bài 7a

Cho đường thẳng $y = (m - 2)x + 2$. Chứng minh rằng đường thẳng luôn đi qua một điểm cố định với mọi giá trị của m .

Đáp án

Điểm cố định có tọa độ $(0, 2)$.

Bài 7b

Tìm giá trị của m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng bằng 1.

Lời giải.

Gọi A, B là giao điểm của đường thẳng với trục hoành và trục tung. Tính được $OA = \frac{2}{|2-m|}$, $OB = 2$.

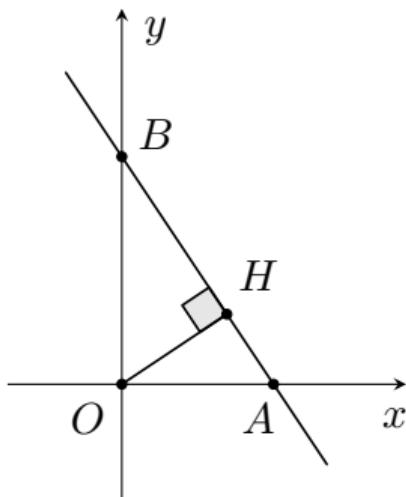
Kẻ $OH \perp AB$ thì

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{m^2 - 4m + 5}{4}.$$

Vì $OH = 1$ nên

$$m^2 - 4m + 5 = 4 \iff m = 2 \pm \sqrt{3}.$$

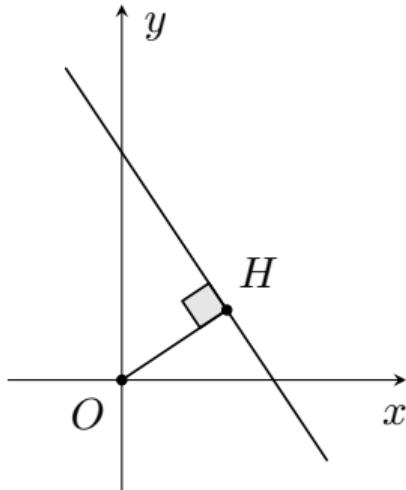
Vậy $m \in \{2 - \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3}\}$.



□

Bài 7c

Tìm giá trị của m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng có giá trị lớn nhất.



Lời giải

Theo ý b thì

$$OH^2 = \frac{4}{m^2 - 4m + 5}.$$

Do vậy OH lớn nhất $\iff m^2 - 4m + 5 = (m - 2)^2 + 1$ nhỏ nhất $\iff m = 2$.