

Hình học - Bài 1: Hệ thức về cạnh trong tam giác vuông (Bài tập)

Nguyễn Thành Phát

Lớp 9 (chuyên) - Trung tâm Thành Nhân

8/2022

Bài 2

Cho tam giác vuông ABC với đường cao AH . Biết rằng

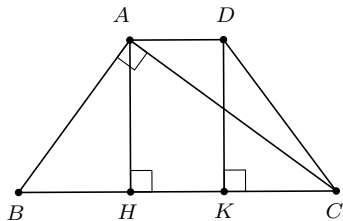
- a) $AB = 12$ và $BC = 20$. Hãy tính BH và CH .
- b) $AB = 5$ và $AC = 7$. Hãy tính AH và BC .
- c) $AH = 12$ và $CH = 16$. Hãy tính AB và BH .

Đáp án

- a) $BC = \frac{36}{5}$ và $CH = \frac{64}{5}$
- b) $AH = \frac{35}{\sqrt{74}}$ và $BC = \sqrt{74}$
- c) $AB = 15$ và $BH = 9$

Bài 3

Một hình thang cân có đường chéo vuông góc với cạnh bên. Tính chu vi và diện tích hình thang biết rằng đáy nhỏ dài 14cm và đáy lớn dài 50cm.



Lời giải

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A, D lên BC . Vì $AHKD$ là hình chữ nhật nên $HK = AD = 14\text{cm}$. Do đó

$$BH = \frac{BH + KC}{2} = \frac{BC - HK}{2} = 18\text{cm}.$$

Tính được

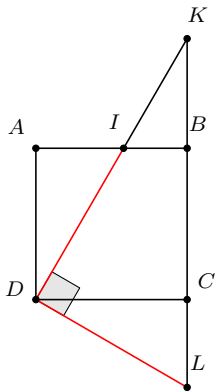
$$AB = \sqrt{BH \cdot BC} = 30\text{cm} \quad \text{và} \quad AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = 24\text{cm}.$$

Chu vi hình thang bằng $AB + BC + CD + DA = 124\text{cm}$.

Diện tích hình thang bằng $\frac{1}{2}AH(AD + BC) = 768\text{cm}^2$.

Bài 4a

Cho hình vuông $ABCD$ có I là một điểm nằm giữa A và B . Tia DI cắt tia CB tại K . Kẻ đường thẳng vuông góc với DI tại D , đường thẳng này cắt đường thẳng BC tại L . Chứng minh rằng tam giác DIL cân.



Lời giải.

Xét $\triangle AID$ và $\triangle CLD$ có

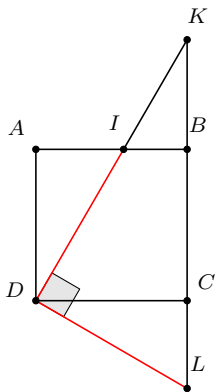
$$\begin{cases} \widehat{A} = \widehat{C} = 90^\circ \\ AD = CD \\ \widehat{ADI} = \widehat{CDL} \text{ (cùng phụ } \widehat{IDC}) \end{cases}$$

Do vậy $\triangle AID = \triangle CLD$ (cạnh góc vuông-góc nhọn).
Suy ra $DI = DL$.



Bài 4b

Cho hình vuông $ABCD$ có I là một điểm nằm giữa A và B . Tia DI cắt tia CB tại K . Kẻ đường thẳng vuông góc với DI tại D , đường thẳng này cắt đường thẳng BC tại L . Chứng minh rằng $\frac{1}{DI^2} + \frac{1}{DK^2}$ không đổi khi I thay đổi trên cạnh AB .



Lời giải.

Theo câu a thì $DI = DL$, do đó

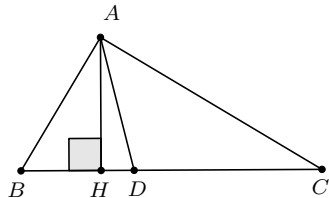
$$\frac{1}{DI^2} + \frac{1}{DK^2} = \frac{1}{DL^2} + \frac{1}{DK^2} = \frac{1}{DC^2}.$$

Vì DC không đổi khi I di chuyển nên $\frac{1}{DC^2}$ cũng không đổi.



Bài 5

Cho tam giác ABC vuông tại A có đường phân giác AD và đường cao AH . Biết $BD = 7,5\text{cm}$ và $CD = 10\text{cm}$. Tính độ dài AH , BH và HD .



Lời giải

Theo tính chất đường phân giác AD trong $\triangle ABC$ thì

$$\frac{AC}{AB} = \frac{DC}{DB} = \frac{4}{3} \implies AB = x, AC = \frac{4x}{3}.$$

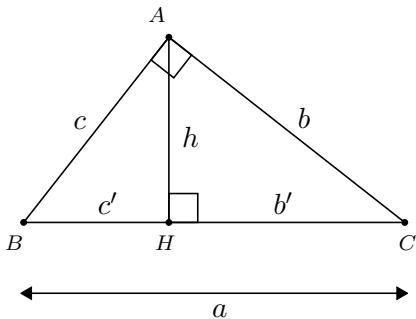
Theo định lí Pytago thì $AB^2 + AC^2 = BC^2 \implies x^2 + \left(\frac{4x}{3}\right)^2 = 17,5^2$. Do vậy

$$AB = x = 10,5\text{cm} \quad \text{và} \quad AC = \frac{4x}{3} = 14\text{cm}.$$

Từ đây tính được $AH = 8,4\text{cm}$; $BH = 6,3\text{cm}$ và $HD = 1,2\text{cm}$.

Bài 6

Trong một tam giác vuông, đường cao ứng với cạnh huyền chia tam giác thành hai phần có diện tích bằng 54cm^2 và 96cm^2 . Tính độ dài cạnh huyền.



Lời giải

Theo đề thì

$$S_{ABH} = \frac{1}{2}c'h = 54 \quad \text{và} \quad S_{ACH} = \frac{1}{2}b'h = 96$$

Nhân hai đẳng thức lại có được

$$\underbrace{b'c'h^2}_{=h^4} = 4 \times 54 \times 96 \implies h = 12.$$

Do đó $c' = 9$ và $b' = 16$. Vậy $a = 25\text{cm}$.