

Đề kiểm tra lần 5

Lớp 9 (chuyên) - Trung tâm Thành Nhân

Tháng 2 năm 2023

Bài 1 (3 điểm). Cho $x > 0$, $x \neq 1$ và biểu thức

$$P = \frac{x - 2\sqrt{x}}{x\sqrt{x} - 1} + \frac{\sqrt{x} + 1}{x\sqrt{x} + x + \sqrt{x}} + \frac{2x - 2\sqrt{x} + 1}{x^2 - \sqrt{x}}.$$

- a) Rút gọn P .
- b) Tìm tất cả giá trị thực của x để P là một số nguyên.

Bài 2 (3 điểm).

- a) Tìm x, y nguyên thỏa mãn $x^3 = y^3 + 2y^2 + 3y + 1$.
- b) Hai vòi nước cùng chảy vào một bể nước trong 1 giờ thì được $\frac{3}{10}$ bể. Nếu vòi (I) chảy trong 3 giờ rồi dừng, sau đó vòi (II) chảy trong 2 giờ, như vậy sau 5 giờ mới được $\frac{4}{5}$ bể. Hỏi mỗi vòi chảy một mình thì trong bao lâu sẽ đầy bể?

Bài 3 (3 điểm).

- a) Cho nửa đường tròn có đường kính $AB = 4\text{cm}$, dây $CD \parallel AB$ với C thuộc cung nhỏ AD . Tính độ dài các cạnh của hình thang $ABDC$ biết chu vi hình thang bằng 10cm .
- b) Cho $\triangle ABC$ nhọn nội tiếp đường tròn (O) , các đường cao AD, BE, CF cắt đường tròn (O) theo thứ tự ở M, N, K . Tính giá trị

$$T = \frac{AM}{AD} + \frac{BN}{BE} + \frac{CK}{CF}.$$

Bài 4 (1 điểm). Giải hệ phương trình sau

$$\begin{cases} 3x^3 = 3y^2 + 3y + 1 \\ 3y^3 = 3z^2 + 3z + 1 \\ 3z^3 = 3x^2 + 3x + 1 \end{cases}.$$