Chuyên đề - HH 3: Áp dụng công thức diện tích

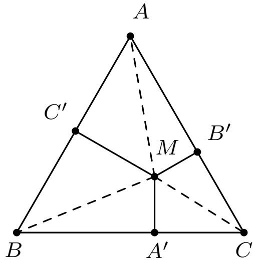
Nguyễn Thành Phát

Lớp 9 (chuyên) - Trung tâm Thành Nhân

10/2022

Ví dụ 1

Cho tam giác đều ABC và điểm M nằm trong tam giác. Chứng minh rằng tổng khoảng cách từ M đến ba cạnh của tam giác bằng chiều cao của tam giác.



Lời giải.

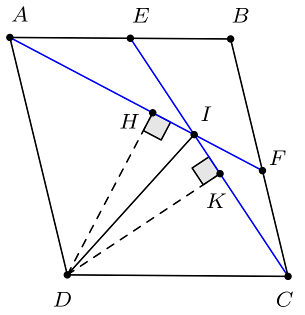
Đặt độ dài cạnh và chiều cao tam giác lần lượt là a và h. Gọi A', B', C' là hình chiếu của M lên BC, CA, AB. Ta có $S_{MBC} + S_{MCA} + S_{MAB} = S_{ABC}$ tương đương

$$\frac{1}{2}BC \cdot MA' + \frac{1}{2}CA \cdot MB' + \frac{1}{2}AB \cdot MC' = \frac{1}{2}BC \cdot h$$
$$\iff \frac{a}{2}(MA' + MB' + MC') = \frac{a}{2} \cdot h$$
$$\iff MA' + MB' + MC' = h.$$

□

Ví dụ 2

Các điểm E, F nằm trên các cạnh AB, AC của hình bình hành $ABCD$ sao cho $AF = CE$. Gọi I là giao điểm của AF với CE. Chứng minh rằng ID là tia phân giác của $\widehat{AIC}$.



Lời giải.

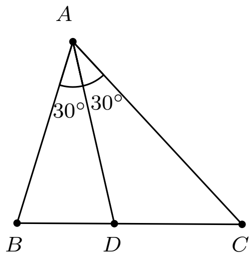
Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của D lên AF, CE. Vì

$$S_{ADF} = \frac{1}{2} S_{ABCD} = S_{DCE} \ (?) \implies DH = DK.$$

Dẫn tới $\triangle DHI = \triangle DKI$ (cạnh huyền-cạnh góc vuông), suy ra điều cần chứng minh. $\square$

Ví dụ 3

Cho $\triangle ABC$ có $\widehat{A} = 60^\circ$ và AD là đường phân giác. Chứng minh rằng $\dfrac{1}{AB} + \dfrac{1}{AC} = \dfrac{\sqrt{3}}{AD}$.



Lời giải.

Ta có $S_{ABD} + S_{ACD} = S_{ABC}$ tương đương

$$\frac{1}{2}AB \cdot AD \sin 30^\circ + \frac{1}{2}AC \cdot AD \sin 30^\circ = \frac{1}{2}AB \cdot AC \sin 60^\circ$$

$$\iff \frac{AD}{2}(AB + AC) = \frac{\sqrt{3}}{2}AB \cdot AC$$

Hệ thức này tương đương với yêu cầu đề bài. □