

Đề kiểm tra lần 8

Lớp 9 (chuyên) - Trung tâm Thành Nhân

Tháng 5 năm 2023

Bài 1 (3 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(P) : y = x^2$ và đường thẳng $(d) : y = 2(m+1)x + 3$ với m là tham số.

- Tìm tọa độ điểm A thuộc parabol (P) sao cho độ dài đoạn thẳng OA bằng $2\sqrt{5}$.
- Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1^2 - 2mx_1 + 2x_2 - x_1x_2 = 2$.

Bài 2 (3 điểm).

- Tìm hai số nguyên x, y trong đó $y > 0$ sao cho $2x^2 + y^2 + 2xy + 6x + 4y = 20$.
- Cho bốn điểm A, B, C, D bất kì và đường tròn (O) có bán kính bằng 1. Chứng minh rằng tồn tại một điểm M nằm trên đường tròn (O) sao cho

$$MA + MB + MC + MD \geq 4.$$

Bài 3 (3 điểm). Cho $\triangle ABC$ nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn tâm O . Hai đường cao BE, CF của tam giác cắt nhau tại H . Gọi K là giao điểm của EF với BC . Đường thẳng AK cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là I (I khác A). Chứng minh rằng

- $IAEF$ là tứ giác nội tiếp.
- Ba điểm I, H, D thẳng hàng với D là điểm đối xứng của điểm A qua điểm O .

Bài 4 (1 điểm). Cho hai số không âm x, y thỏa mãn $x + y = 2$.

- Chứng minh rằng $0 \leq xy \leq 1$.
- Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $H = (x^2 + 1)(y^2 + 1)$.