

Đại số - Bài 2: Hàm số $y = ax$ (Bài tập)

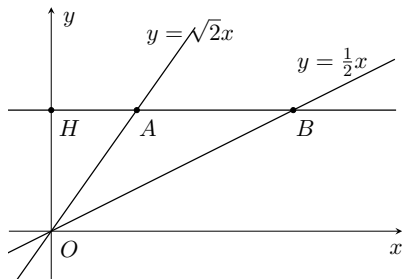
Nguyễn Thành Phát

Lớp 9 (chuyên) - Trung tâm Thành Nhân

11/2022

Bài 1

Ba đường thẳng $y = \sqrt{2}x$, $y = \frac{1}{2}x$ và $y = 2$ cắt nhau tạo thành một tam giác. Tính diện tích tam giác đó.



Lời giải.

Gọi A, B lần lượt là giao điểm của đường thẳng $y = 2$ với các đường thẳng $y = \sqrt{2}x$, $y = \frac{1}{2}x$. Khi đó

$$A(\sqrt{2}, 2) \quad \text{và} \quad B(4, 2) \implies AB = 4 - \sqrt{2}.$$

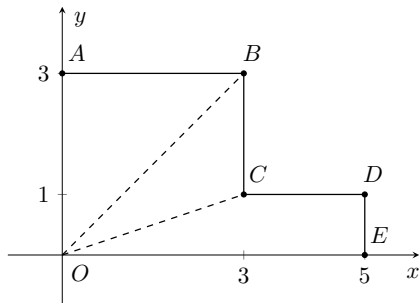
Gọi H là giao điểm đường thẳng $y = 2$ với trục tung thì $H(0, 2)$ và $OH \perp AB$. Do vậy

$$S_{OAB} = \frac{1}{2} OH \cdot AB = 4 - \sqrt{2} \text{ (đơn vị diện tích).}$$



Bài 2

Trong mặt phẳng tọa độ, cho các điểm $A(0, 3)$, $B(3, 3)$, $C(3, 1)$, $D(5, 1)$ và $E(5, 0)$. Tìm hệ số a để đường thẳng $y = ax$ chia đa giác $OABCDE$ (không lồi) thành hai phần có diện tích bằng nhau.

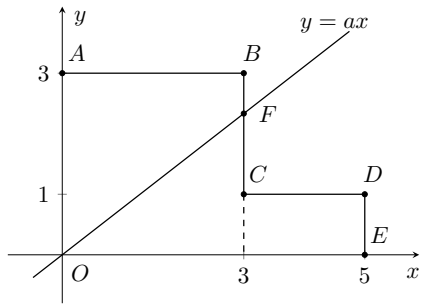


Lời giải

Diện tích của $OABCDE$ là $S = 9 + 2 = 11$. Thấy rằng

$$S_{OAB} = \frac{9}{2} < \frac{11}{2} = \frac{S}{2},$$
$$S_{OABC} = \frac{15}{2} > \frac{11}{2} = \frac{S}{2}.$$

Do vậy đường thẳng $y = ax$ phải cắt đoạn BC .



Lời giải.

Gọi giao điểm của đường thẳng $y = ax$ phải với đoạn BC là F , có tọa độ $(3, 3a)$. Khi đó

$$\begin{aligned} S_{OABF} &= \frac{AB(AO + BF)}{2} \\ &= \frac{3(3 + (3 - 3a))}{2} \\ &= \frac{9(2 - a)}{2}. \end{aligned}$$

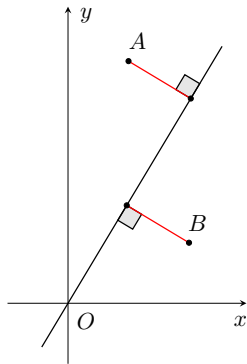
Do vậy có phương trình

$$\frac{9(2 - a)}{2} = \frac{11}{2} \iff a = \frac{7}{9}.$$



Bài 3a

Cho các điểm $A(2, 8)$ và $B(4, 2)$. Xác định đường thẳng $y = ax$ sao cho A và B cách đều đường thẳng đó, biết rằng A và B nằm về hai phía của đường thẳng.

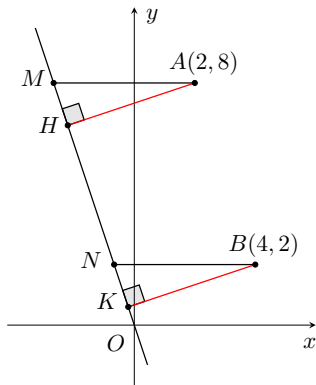


Đáp số

Đường thẳng $y = \frac{5}{3}x$.

Bài 3b

Cho các điểm $A(2, 8)$ và $B(4, 2)$. Xác định đường thẳng $y = ax$ sao cho A và B cách đều đường thẳng đó, biết rằng A và B nằm cùng phía của đường thẳng.



Lời giải.

Qua A, B kẻ các đường thẳng song song với Ox và lần lượt cắt đường thẳng $y = ax$ tại M, N .

$$\Rightarrow M\left(\frac{8}{a}, 8\right) \quad \text{và} \quad N\left(\frac{2}{a}, 2\right).$$

Vì $AH = BK$ nên $\triangle AHM = \triangle BKN$

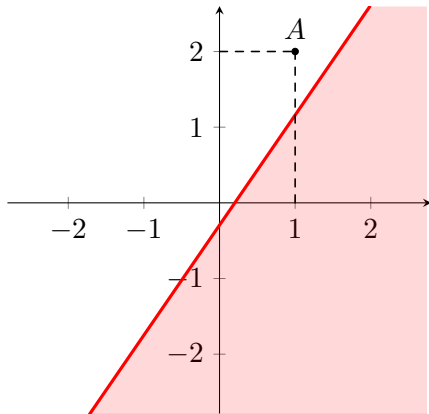
$$\Rightarrow AM = BN \Leftrightarrow 2 - \frac{8}{a} = 4 - \frac{2}{a}.$$

Từ đây tìm được $a = -3$.



Bài 4

Cho biết đường thẳng $y = 3x$ chia mặt phẳng tọa độ thành hai miền: một miền gồm các điểm có tọa độ (x, y) mà $y > 3x$, miền kia gồm các điểm có tọa độ (x, y) mà $y < 3x$. Hãy vẽ đường thẳng $y = 3x$ và chỉ rõ hai miền trên.



Lời giải.

Đường thẳng $y = 3x$ được tô màu đỏ

- Miền gồm các điểm có tọa độ (x, y) mà $y > 3x$ là miền không chứa điểm $A(1, 2)$ (miền màu đỏ).
- Miền gồm các điểm có tọa độ (x, y) mà $y < 3x$ là miền chứa điểm A (miền còn lại).

