

Đại số - Bài 2: Liên hệ giữa phép nhân, phép chia và phép khai phương

Nguyễn Thành Phát

Lớp 9 (chuyên) - Trung tâm Thành Nhân

8/2022

Tính chất

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad \text{và} \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}.$$

Ví dụ

Rút gọn

a) $\sqrt{0,09 \cdot 64}$,

c) $\frac{\sqrt{999}}{\sqrt{111}}$,

b) $\sqrt{3a^3} \cdot \sqrt{12a}$ với $a > 0$,

d) $2y^2 \cdot \sqrt{\frac{x^4}{4y^2}}$ với $y < 0$.

Lời giải.

a) $\sqrt{0,09 \cdot 64} = \sqrt{0,09} \cdot \sqrt{64} = 0,3 \cdot 8 = 2,4$

b) $\sqrt{3a^3} \cdot \sqrt{12a} = \sqrt{3a^3 \cdot 12a} = \sqrt{36a^4} = 6a^2$

c) $\frac{\sqrt{999}}{\sqrt{111}} = \sqrt{\frac{999}{111}} = \sqrt{9} = 3$

d) $2y^2 \cdot \sqrt{\frac{x^4}{4y^2}} = 2y^2 \cdot \frac{\sqrt{x^4}}{\sqrt{4y^2}} = 2y^2 \cdot \frac{x^2}{-2y} = -x^2y$

□

Ví dụ

Cho hai số không âm a, b thỏa mãn $a \geq \sqrt{b}$. Chứng minh rằng

$$\sqrt{a + \sqrt{b}} + \sqrt{a - \sqrt{b}} = \sqrt{2(a + \sqrt{a^2 - b})}.$$

Lời giải.

Biến đổi

$$\begin{aligned} VT^2 &= a + \sqrt{b} + 2\sqrt{(a + \sqrt{b})(a - \sqrt{b})} + a - \sqrt{b} \\ &= 2a + 2\sqrt{a^2 - b} \\ &= VP^2 \end{aligned}$$

□

Ví dụ

Chứng minh rằng $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ là số vô tỉ.

Lời giải.

Giả sử $\sqrt{2} + \sqrt{3} = a$ là số hữu tỉ. Khi đó

$$5 + 2\sqrt{6} = (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 = a^2.$$

Suy ra

$$\sqrt{6} = \frac{a^2 - 5}{2} \in \mathbb{Q}.$$

Điều này vô lí vì $\sqrt{6}$ là số vô tỉ. Vậy $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ là số vô tỉ. □

Chú ý

Với a không là số chính phương thì \sqrt{a} là số vô tỉ.