

Lớp 9 (chuyên) - Trung tâm Thành Nhân

Nguyễn Thành Phát

Tháng 3 năm 2023

§ Đại số - Bài 1: Ứng dụng phương trình bậc hai để giải phương trình nghiệm nguyên

Bài 1. Giải các phương trình nghiệm nguyên sau

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \ x^2 + y + 2 = xy, & \text{c)} \ x^2 + 2y^2 - 2xy - 4x + 8y + 7 = 0, \\ \text{b)} \ x^2 - xy + y^2 = 2x - y, & \text{d)} \ x^2 - y^2 = xy + 8. \end{array}$$

Bài 2. Tìm tất cả các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn phương trình

$$x^3 - y^3 = (x + y - 2)^2.$$

(Gợi ý: đặt $x = y + d$)

Bài 3. Cho p là số nguyên tố thỏa mãn điều kiện: tồn tại các số nguyên dương x, y sao cho

$$x^3 + y^3 - p = 6xy - 8.$$

Chứng minh rằng

$$\text{a)} \ x + y = p - 2, \quad \text{b)} \ p \leq 7.$$

Bài 4.

a) Chứng minh rằng với $a \geq 10$ thì

$$(2a^2 - a - 6)^2 < 4(a^4 - a^3 - 5a^2 - 3a + 1) < (2a^2 - a - 5)^2.$$

b) Tìm tất cả các số tự nhiên x, y thỏa mãn phương trình

$$y^3 + y^2 + 3y + x^2 + 4x + 3 = 2y^2x.$$