

Lớp 9 (chuyên) - Trung tâm Thành Nhân

Nguyễn Thành Phát

Tháng 5 năm 2023

§ Chuyên đề - DS 11: Dựa về một ẩn trong bất đẳng thức

Bài 1. Cho a, b là các số không âm thỏa mãn $a + b = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức

$$A = (a^2 + 2b)(b^2 + 2a) + 3ab.$$

Bài 2. Cho a, b là các số dương thỏa mãn $a + b = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$B = \frac{a}{a^2 + 1} + \frac{b}{b^2 + 1}.$$

Bài 3. Cho x, y, z là các số dương. Chứng minh rằng

$$1 + \frac{3}{xy + yz + zx} \geq \frac{6}{x + y + z}.$$

Bài 4. Cho a, b là các số dương thỏa mãn $a + b \leq 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$D = \frac{1}{a^2 + b^2} + \frac{25}{ab} + ab.$$

Bài 5. Cho x, y, z là các số dương thỏa mãn $x + y + z = 1$. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{x^2 + y^2 + z^2} + \frac{1}{xyz} \geq 30.$$

Bài 6. Cho a, b là các số dương, hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = \frac{a^3}{b} + \frac{b^3}{a} - ab$. Biết rằng

- a) $a + b = 2$. b) $a - b = 2$.

Bài 7. Cho x, y, z là các số (có thể âm hoặc dương) thỏa mãn $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz + 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$G = \frac{(x+y+z)^2}{2} + 4(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx).$$