

# Đại số - Bài 2: Liên hệ giữa phép nhân, phép chia và phép khai phương (Bài tập)

Nguyễn Thành Phát

Lớp 9 (chuyên) - Trung tâm Thành Nhân

8/2022

## Bài 1

### Rút gọn

a)  $\sqrt{\frac{2a}{3}} \cdot \sqrt{\frac{3a}{8}}$  với  $a \geq 0$ ,

b)  $\frac{\sqrt{a^4(a-b)^2}}{a-b}$  với  $a > b$ ,

c)  $ab^2 \cdot \sqrt{\frac{3}{a^2b^4}}$  với  $a < 0$  và  $b \neq 0$ ,

d)  $\sqrt{\frac{9 + 12a + 4a^2}{b^2}}$  với  $a \geq -1, b < 0$ .

### Đáp án

a)  $\frac{a}{2}$

b)  $a^2$

c)  $-\sqrt{3}$

d)  $\frac{-(2a+3)}{b}$

## Bài 2

Rút gọn các biểu thức

- a)  $\sqrt{11 - 2\sqrt{10}},$
- b)  $\sqrt{9 - 2\sqrt{14}},$
- c)  $\sqrt{9 - 4\sqrt{5}} - \sqrt{9 + 4\sqrt{5}}.$

Dáp án

- a)  $\sqrt{10} - 1$
- b)  $\sqrt{7} - \sqrt{2}$
- c)  $(\sqrt{5} - 2) - (\sqrt{5} + 2) = -4$

## Bài 2d

Rút gọn biểu thức  $D = \sqrt{4 - \sqrt{7}} - \sqrt{4 + \sqrt{7}}$ .

### Cách 1

Biến đổi

$$D^2 = (4 - \sqrt{7}) - 2\sqrt{(4 - \sqrt{7})(4 + \sqrt{7})} + (4 + \sqrt{7}) = 8 - 2 \cdot 3 = 2.$$

Vì  $\sqrt{4 - \sqrt{7}} < \sqrt{4 + \sqrt{7}}$  nên  $D < 0$ , do vậy  $D = -\sqrt{2}$ .

### Cách 2

Biến đổi

$$D\sqrt{2} = \sqrt{8 - 2\sqrt{7}} - \sqrt{8 + 2\sqrt{7}} = (\sqrt{7} - 1) - (\sqrt{7} + 1) = -2.$$

Suy ra  $D = -\sqrt{2}$ .

### Bài 2e

Rút gọn biểu thức  $E = \sqrt{5\sqrt{3} + 5\sqrt{48 - 10\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}}}$ .

Lời giải.

Biến đổi

$$\begin{aligned} E &= \sqrt{5\sqrt{3} + 5\sqrt{48 - 10(\sqrt{3} + 2)}} \\ &= \sqrt{5\sqrt{3} + 5\sqrt{28 - 10\sqrt{3}}} \\ &= \sqrt{5\sqrt{3} + 5(5 - \sqrt{3})} \\ &= \sqrt{25} \\ &= 5. \end{aligned}$$



## Bài 2f

Rút gọn biểu thức  $F = (4 + \sqrt{15})(\sqrt{10} - \sqrt{6})\sqrt{4 - \sqrt{15}}$ .

Lời giải.

Biến đổi

$$\begin{aligned} F &= \sqrt{4 + \sqrt{15}}(\sqrt{10} - \sqrt{6})\sqrt{4 - \sqrt{15}}\sqrt{4 + \sqrt{15}} \\ &= \frac{\sqrt{8 + 2\sqrt{15}}}{\sqrt{2}} \cdot (\sqrt{10} - \sqrt{6}) \\ &= \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2}(\sqrt{5} - \sqrt{3}) \\ &= (\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3}) \\ &= 2. \end{aligned}$$



### Bài 4a

Chứng minh  $\sqrt{5} - \sqrt{2}$  là số vô tỉ.

Lời giải.

Giả sử  $\sqrt{5} - \sqrt{2} = a$  là số hữu tỉ. Khi đó

$$7 - 2\sqrt{10} = (\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 = a^2.$$

Suy ra

$$\sqrt{10} = \frac{7 - a^2}{2} \in \mathbb{Q}.$$

Mặt khác vì 10 không phải là số chính phương nên  $\sqrt{10}$  là số vô tỉ (mâu thuẫn).

Vậy  $\sqrt{5} - \sqrt{2}$  là số vô tỉ. □

### Bài 5a

Lập một phương trình bậc hai có dạng  $ax^2 + bx + c = 0$  với  $a, b, c \in \mathbb{Z}$  sao cho  $1 + \sqrt{3}$  là một nghiệm của phương trình.

Lời giải.

Đặt  $x = 1 + \sqrt{3}$ , khi đó  $x - 1 = \sqrt{3}$ . Suy ra

$$(x - 1)^2 = 3 \iff x^2 - 2x - 2 = 0.$$

Vậy  $1 + \sqrt{3}$  là nghiệm của phương trình  $x^2 - 2x - 2 = 0$ .

□

### Bài 5b

Lập một phương trình bậc hai có dạng  $ax^2 + bx + c = 0$  với  $a, b, c \in \mathbb{Z}$  sao cho  $3 - 3\sqrt{2}$  là một nghiệm của phương trình.

### Đáp án

$$x^2 - 6x - 9 = 0$$

## Bài 6

Biết rằng có một cách tính  $998^2$  như sau:

$$998^2 = (998^2 - 4) + 4 = (998 - 2)(998 + 2) + 4 = 996 \cdot 1000 + 4 = 996000 + 4 = 996004.$$

Tìm tổng các chữ số của  $x$ , trong đó  $\sqrt{x} = 99\dots996$  (có 50 chữ số 9).

Lời giải.

Biến đổi

$$\begin{aligned}x &= (x - 16) + 16 = (\sqrt{x} - 4)(\sqrt{x} + 4) + 16 \\&= \underbrace{99\dots992}_{50 \text{ số } 9} \times \underbrace{100\dots00}_{51 \text{ số } 0} + 16 = \underbrace{99\dots99200\dots00}_{50 \text{ số } 9 \text{ & } 51 \text{ số } 0} + 16 \\&= \underbrace{99\dots99200\dots0016}_{50 \text{ số } 9 \text{ & } 49 \text{ số } 0}\end{aligned}$$

Vậy tổng các chữ số của  $x$  bằng  $9 \times 50 + 2 + 1 + 6 = 459$ .

□