

# Lớp 9 (chuyên) - Trung tâm Thành Nhân

Nguyễn Thành Phát

Tháng 10 năm 2022

## § Chuyên đề - HH 3: Áp dụng công thức diện tích

**Bài 1.** Gọi  $h_a, h_b, h_c$  là ba cạnh đường cao của một tam giác. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{h_a} < \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}.$$

**Bài 2.** Cho điểm  $O$  thuộc miền trong của tam giác  $ABC$ . Các tia  $AO, BO, CO$  cắt các cạnh của tam giác theo thứ tự ở  $A', B', C'$ . Chứng minh rằng

a)  $\frac{OA'}{AA'} + \frac{OB'}{BB'} + \frac{OC'}{CC'} = 1,$

b)  $\frac{OA}{AA'} + \frac{OB}{BB'} + \frac{OC}{CC'} = 2,$

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng  $M = \frac{OA}{OA'} + \frac{OB}{OB'} + \frac{OC}{OC'}$ .

**Bài 3.** Cho tam giác đều  $ABC$  có các đường cao  $AD, BE, CF$ . Gọi  $A', B', C'$  lần lượt là hình chiếu của điểm  $M$  (nằm bên trong  $\triangle ABC$ ) trên  $AD, BE, CF$ . Chứng minh rằng khi  $M$  thay đổi vị trí trong tam giác thì tổng  $A'D + B'E + C'F$  không đổi.

**Bài 4.** Cho tứ giác  $ABCD$ , gọi  $\alpha$  là góc nhọn tạo bởi hai đường chéo.

a) Chứng minh rằng  $S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC \cdot BD \sin \alpha$ .

b) Biết rằng  $AC + BD = 12\text{cm}$  và  $\alpha = 45^\circ$ . Hãy tìm giá trị lớn nhất của  $S_{ABCD}$ .

**Bài 5.** Cho tam giác có độ dài các cạnh đều nhỏ hơn  $4\text{cm}$ . Chứng minh rằng diện tích tam giác này nhỏ hơn  $7\text{cm}^2$ .

**Bài 6.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ . Các đường phân giác trong và ngoài tại đỉnh  $A$  của tam giác cắt đường thẳng  $BC$  tại  $M$  và  $N$ . Chứng minh rằng

$$\frac{1}{AM} + \frac{1}{AN} = \frac{\sqrt{2}}{AB}.$$