

Đại số - Bài 5: Phương trình quy về phương trình bậc hai - tiếp theo

Nguyễn Thành Phát

Lớp 9 (chuyên) - Trung tâm Thành Nhân

3/2023

Ví dụ 1

Giải phương trình $x(x^2 - 1)(x + 2) = 24$. (1)

Lời giải.

Ta có

$$x(x^2 - 1)(x + 2) = (x - 1)(x + 2)x(x + 1) = (x^2 + x - 2)(x^2 + x).$$

Đặt $t = x^2 + x$, khi đó

$$(1) \iff (t - 2)t = 24 \iff \begin{cases} t = -4 \\ t = 6 \end{cases}.$$

Từ đây tìm được $x \in \{-3; 2\}$.



Ví dụ 2

Giải phương trình $(x^2 - 2x)^2 - 2x^2 + 4x = 3$. (2)

Lời giải.

Đặt $t = x^2 - 2x$, khi đó

$$(2) \iff t^2 - 2t = 3 \iff \begin{cases} t = -1 \\ t = 3 \end{cases}.$$

Từ đây tìm được $x \in \{-1; 1; 3\}$.



Ví dụ 3

Giải phương trình $(x^2 - 6x)^2 - 2(x - 3)^2 = 81$. (3)

Lời giải.

Đặt $t = x^2 - 6x$, khi đó $(x - 3)^2 = t + 9$. Do vậy

$$(3) \iff t^2 - 2(t + 9) = 81 \iff \begin{cases} t = -9 \\ t = 11 \end{cases}.$$

Từ đây tìm được $x \in \{3; 3 - 2\sqrt{5}; 3 + 2\sqrt{5}\}$.



Ví dụ 4

Giải phương trình $x + \sqrt{4 - x^2} = 2 + 3x\sqrt{4 - x^2}$. (4)

Lời giải.

ĐKXD: $-2 \leq x \leq 2$.

Đặt $t = x + \sqrt{4 - x^2}$, khi đó $x\sqrt{4 - x^2} = \frac{t^2 - 4}{2}$. Do vậy

$$(4) \iff t = 2 + \frac{3(t^2 - 4)}{2} \iff \begin{cases} t = -4/3 \\ t = 2 \end{cases}.$$

Từ đây tìm được $x \in \left\{ 2; 0; \frac{-2}{3} - \frac{\sqrt{14}}{3} \right\}$.



Ví dụ 5

Giải phương trình $\sqrt{x-1} + \sqrt{3-x} + \sqrt{-x^2 + 4x - 3} = 3$. (5)

Lời giải.

ĐKXD: $1 \leq x \leq 3$.

Đặt $t = \sqrt{x-1} + \sqrt{3-x} \geq 0$, khi đó $\sqrt{-x^2 + 4x - 3} = \frac{t^2 - 2}{2}$. Do vậy

$$(5) \iff t + \frac{t^2 - 2}{2} = 3 \iff \begin{cases} t = -4 \text{ (loại)} \\ t = 2 \end{cases}.$$

Từ đây tìm được $x = 2$.



Ví dụ 6

Giải phương trình $\sqrt{x} + \sqrt{x+7} + 2\sqrt{x^2+7x} = 35 - 2x$. (6)

Lời giải.

ĐKXD: $x \geq 0$.

Đặt $t = \sqrt{x} + \sqrt{x+7} \geq 0$, khi đó $2\sqrt{x^2+7x} + 2x = t^2 - 7$. Do vậy

$$(6) \iff t + (t^2 - 7) = 35 \iff \begin{cases} t = -7 \text{ (loại)} \\ t = 6 \end{cases}.$$

Từ đây tìm được $x = \frac{841}{144}$.

