

# Đại số - Bài 2: Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn

Nguyễn Thành Phát

Lớp 9 (chuyên) - Trung tâm Thành Nhân

1/2023

## Ví dụ 1

Giải hệ phương trình  $\begin{cases} 3x - y = 3 \\ x + y = 2 \end{cases}$ .

Cách 1 (phương pháp thế)

Hệ tương đương

$$\begin{aligned} \begin{cases} y = 3x - 3 \\ x + y = 2 \end{cases} &\iff \begin{cases} y = 3x - 3 \\ x + (3x - 3) = 2 \end{cases} \\ &\iff \begin{cases} y = 3x - 3 \\ x = 5/4 \end{cases} \\ &\iff \begin{cases} x = 5/4 \\ y = 3/4 \end{cases}. \end{aligned}$$

Vậy  $(x, y) = (\frac{5}{4}, \frac{3}{4})$ .

Cách 2 (phương pháp cộng đại số)

Cộng hai phương trình của hệ ta có

$$(3x - y) + (x + y) = 5 \iff 4x = 5 \iff x = \frac{5}{4}.$$

Do đó  $y = 2 - x = \frac{3}{4}$ . Vậy  $(x, y) = \left(\frac{5}{4}, \frac{3}{4}\right)$ .

## Nhắc lại (biện luận phương trình)

Xét phương trình  $ax = b$ .

- 1)  $a \neq 0$  thì phương trình có nghiệm duy nhất  $x = \frac{b}{a}$ .
- 2)  $a = 0$ .
  - 2.1)  $b \neq 0$  thì phương trình vô nghiệm.
  - 2.2)  $b = 0$  thì phương trình vô số nghiệm.

## Ví dụ 2

Cho hệ phương trình với tham số  $m$

$$\begin{cases} (m+1)x - y = m+1 \\ x + (m-1)y = 2 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} (m+1)x - y = m+1 \\ x + (m-1)y = 2 \end{cases} \quad (2)$$

- a) Giải và biện luận hệ phương trình.

Lời giải

Lấy  $(m-1)PT(1) + PT(2)$  ta có

$$(m^2 - 1)x + x = (m^2 - 1) + 2 \iff m^2x = m^2 + 1.$$

Lời giải.

Ta có

$$m^2x = m^2 + 1. \quad (3)$$

Chia ra hai trường hợp:

- Với  $m \neq 0$  thì  $x = \frac{m^2+1}{m^2}$ , suy ra  $y = \frac{m+1}{m^2}$ . Vậy trường hợp này hệ có nghiệm duy nhất

$$(x, y) = \left( \frac{m^2 + 1}{m^2}, \frac{m + 1}{m^2} \right).$$

- Với  $m = 0$  thì (3) vô nghiệm nên hệ vô nghiệm.



## Ví dụ 2

b) Tìm các số  $m$  nguyên để hệ có nghiệm nguyên.

Lời giải.

Theo câu a thì với  $m \neq 0$  hệ có nghiệm

$$(x, y) = \left( \frac{m^2 + 1}{m^2}, \frac{m + 1}{m^2} \right).$$

Vì

$$1 + \frac{1}{m^2} = \frac{m^2 + 1}{m^2} \in \mathbb{Z} \implies \frac{1}{m^2} \in \mathbb{Z} \implies 1 \mid m^2$$

do vậy  $m^2 = 1$  nên  $m \in \{-1, 1\}$  (thử lại thỏa đề). Vậy  $m \in \{-1, 1\}$ .

□