

Đại số - Bài 3: Biến đổi đơn giản biểu thức chứa căn bậc hai

Nguyễn Thành Phát

Lớp 9 (chuyên) - Trung tâm Thành Nhân

8/2022

Tính chất

Với $B \geq 0$ thì

$$\sqrt{A^2 B} = |A| \sqrt{B}.$$

Ví dụ

Rút gọn biểu thức

a) $A = \sqrt{2} + \sqrt{8} - \sqrt{50},$

b) $B = 4\sqrt{3} - \sqrt{27} - \sqrt{45} + \sqrt{5}.$

Lời giải.

a) $A = \sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = -2\sqrt{2},$

b) $B = 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - 3\sqrt{5} + \sqrt{5} = \sqrt{3} - 2\sqrt{5}.$



Tính chất

$$\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{AB}}{|B|} \quad \text{và} \quad \frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{B}.$$

Để trục căn thức ở mẫu, nhân cả tử và mẫu với biểu thức liên hợp của mẫu:

$$\frac{1}{\sqrt{A} + \sqrt{B}} = \frac{\sqrt{A} - \sqrt{B}}{A - B} \quad \text{và} \quad \frac{1}{\sqrt{A} - \sqrt{B}} = \frac{\sqrt{A} + \sqrt{B}}{A - B}.$$

Ví dụ

Rút gọn

a) $\sqrt{\frac{4}{5}},$

b) $\frac{6}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}.$

Lời giải.

a) $\sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5},$

b) $\frac{6}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} = \frac{6(\sqrt{5} + \sqrt{3})}{2} = 3(\sqrt{5} + \sqrt{3}).$



Ví dụ

Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{x + 2\sqrt{2x - 4}} + \sqrt{x - 2\sqrt{2x - 4}}$ biết $x > 6$.

Lời giải.

Biến đổi

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{(x - 2) + 2\sqrt{2(x - 2)} + 2} + \sqrt{(x - 2) - 2\sqrt{2(x - 2)} + 2} \\ &= \sqrt{x - 2} + 2 + |\sqrt{x - 2} - 2| \end{aligned}$$

Vì $x > 6$ nên $\sqrt{x - 2} > 2$, do đó

$$A = \sqrt{x - 2} + 2 + \sqrt{x - 2} - 2 = 2\sqrt{x - 2}.$$



Ví dụ

Tính giá trị biểu thức

$$B = \frac{1}{2\sqrt{1} + 1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{25\sqrt{24} + 24\sqrt{25}}.$$

Lời giải

Với n nguyên dương bất kì thì

$$\begin{aligned} \frac{1}{(n+1)\sqrt{n} + n\sqrt{n+1}} &= \frac{(n+1)\sqrt{n} - n\sqrt{n+1}}{(n+1)^2n - n^2(n+1)} \\ &= \frac{(n+1)\sqrt{n} - n\sqrt{n+1}}{n(n+1)} \\ &= \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}}. \end{aligned}$$

Lời giải.

Do đó

$$\begin{aligned} B &= \left(\frac{1}{\sqrt{1}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) + \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) + \cdots + \left(\frac{1}{\sqrt{24}} - \frac{1}{\sqrt{25}} \right) \\ &= 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}. \end{aligned}$$

