

# Ôn tập 9: Một số kết quả hay sử dụng trong hình học

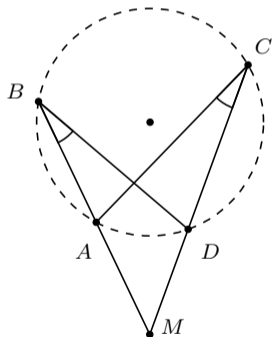
Nguyễn Thành Phát

Lớp 9 (chuyên) - Trung tâm Thành Nhân

5/2023

## Kết quả 1

Cho tứ giác  $ABCD$ , hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  cắt nhau tại  $M$ . Khi đó  
 $ABCD$  là tứ giác nội tiếp  $\iff MA \cdot MB = MC \cdot MD$



Lời giải.

$\Rightarrow$ ) Vì  $ABCD$  là tứ giác nội tiếp nên  $\widehat{B} = \widehat{C}$ . Do đó  $\triangle MBD \sim \triangle MCA$  (g.g), suy ra

$$\frac{MB}{MD} = \frac{MC}{MA} \implies MA \cdot MB = MC \cdot MD$$

$\Leftarrow$ ) Vì  $MA \cdot MB = MC \cdot MD \implies \frac{MB}{MD} = \frac{MC}{MA}$ . Do đó  $\triangle MBD \sim \triangle MCA$  (c.g.c), suy ra

$$\widehat{B} = \widehat{C}$$

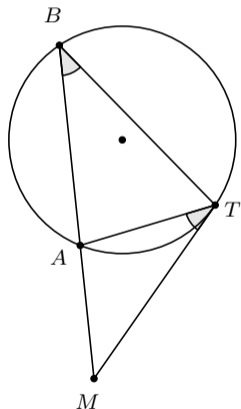
nên  $ABCD$  là tứ giác nội tiếp.



## Kết quả 2

Cho điểm  $M$  nằm ngoài đường tròn  $(O)$ , cát tuyến  $MAB$  sao cho  $A$  nằm giữa  $M$  và  $B$ . Điểm  $T$  thuộc đường tròn  $(O)$ , khi đó

$$MT \text{ là tiếp tuyến của } (O) \iff MT^2 = MA \cdot MB$$



Lời giải.

$\Rightarrow$ ) Vì  $MT$  là tiếp tuyến nên  $\widehat{MTA} = \frac{1}{2}\text{sđ} \widehat{AT} = \widehat{B}$ . Do đó  $\triangle MAT \sim \triangle MTB$  (g.g), suy ra

$$\frac{MT}{MA} = \frac{MB}{MT} \implies MT^2 = MA \cdot MB$$

$\Leftarrow$ ) Vì  $MT^2 = MA \cdot MB \implies \frac{MT}{MA} = \frac{MB}{MT}$ . Do đó  $\triangle MAT \sim \triangle MTB$  (c.g.c), suy ra

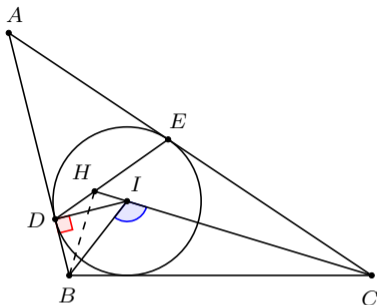
$$\widehat{MTA} = \widehat{B} = \frac{1}{2}\text{sđ} \widehat{AT}$$

nên  $MT$  là tiếp tuyến.



### Kết quả 3

Cho  $\triangle ABC$  có  $I$  là tâm đường tròn nội tiếp.  $(I)$  tiếp xúc với  $AB, AC$  lần lượt tại  $D, E$ . Gọi  $H$  là giao điểm  $CI$  với  $DE$ . Chứng minh rằng  $CI \perp BH$ .



Lời giải.

Xét  $\triangle BIC$  ta có  $\widehat{BIC} = 180^\circ - \frac{\widehat{ABC} + \widehat{ACB}}{2} = 90^\circ + \frac{\widehat{A}}{2}$ . Xét  $\triangle ADE$  cân tại  $A$  ta có  $\widehat{ADE} = 90^\circ - \frac{\widehat{A}}{2}$ . Do đó  $\widehat{BIC} = \widehat{BDH}$  nên  $BDHI$  là tứ giác nội tiếp, suy ra

$$\widehat{BHI} = \widehat{BDI} = 90^\circ.$$

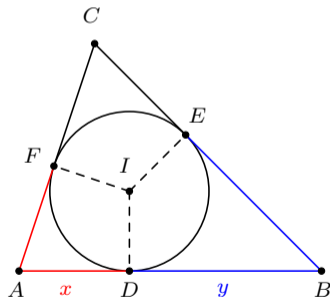
Do vậy có được điều cần chứng minh.



## Kết quả 4

Đường tròn  $(I)$  nội tiếp  $\triangle ABC$  và tiếp xúc với  $AB$  tại  $D$ . Chứng minh rằng

$$AD = \frac{AB + AC - CB}{2}.$$



Lời giải.

Gọi  $E, F$  là tiếp điểm của  $(I)$  trên  $BC, CA$ . Ta có

$$AF = AD = x, \quad BD = BE = y \quad \text{và} \quad CE = CF.$$

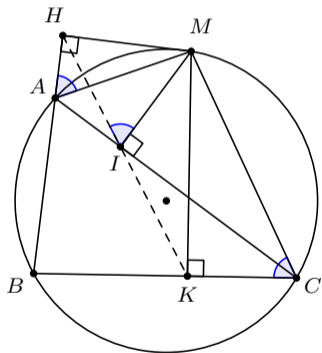
Do đó

$$\begin{aligned} AB + AC - CB &= (x + y) + (x + CF) - (y + CE) \\ &= 2x = 2AD. \end{aligned}$$

Suy ra điều cần chứng minh. □

## Kết quả 5 (Đường thẳng Xim-xon)

Cho  $\triangle ABC$  nội tiếp  $(O)$ . Điểm  $M$  di chuyển trên đường tròn  $(O)$ . Các điểm  $H, K, I$  lần lượt là hình chiếu của  $M$  trên  $AB, BC, CA$ . Chứng minh  $H, I, K$  thẳng hàng.



Lời giải.

Vì  $\widehat{AHM} + \widehat{AIM} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$  nên  $AHMI$  là tứ giác nội tiếp, suy ra

$$\widehat{MIH} = \widehat{MAH}. \quad (1)$$

Vì  $ABCM$  là tứ giác nội tiếp nên  $\widehat{MAH} = \widehat{MCB}$ . (2)

Vì  $\widehat{MIC} = 90^\circ = \widehat{MKC}$  nên  $MIKC$  là tứ giác nội tiếp, suy ra

$$\widehat{MIK} + \widehat{MCB} = 180^\circ. \quad (3)$$

Từ (1), (2), (3) thì  $\widehat{MIK} + \widehat{MIH} = 180^\circ$  nên  $H, I, K$  thẳng hàng. □