

Đại số - Bài 2: Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn

Nguyễn Thành Phát

Lớp 9 (chuyên) - Trung tâm Thành Nhân

1/2023

Ví dụ 1

Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x - y = 3 \\ x + y = 2 \end{cases}$.

Cách 1 (phương pháp thế)

Hệ tương đương

$$\begin{aligned} \begin{cases} y = 3x - 3 \\ x + y = 2 \end{cases} &\iff \begin{cases} y = 3x - 3 \\ x + (3x - 3) = 2 \end{cases} \\ &\iff \begin{cases} y = 3x - 3 \\ x = 5/4 \end{cases} \\ &\iff \begin{cases} x = 5/4 \\ y = 3/4 \end{cases}. \end{aligned}$$

Vậy $(x, y) = (5/4, 3/4)$.

Cách 2 (phương pháp cộng đại số)

Cộng hai phương trình của hệ ta có

$$(3x - y) + (x + y) = 5 \iff 4x = 5 \iff x = \frac{5}{4}.$$

Do đó $y = 2 - x = \frac{3}{4}$. Vậy $(x, y) = (\frac{5}{4}, \frac{3}{4})$.

Nhắc lại (biện luận phương trình)

Xét phương trình $ax = b$.

1) $a \neq 0$ thì phương trình có nghiệm duy nhất $x = \frac{b}{a}$.

2) $a = 0$.

2.1) $b \neq 0$ thì phương trình vô nghiệm.

2.2) $b = 0$ thì phương trình vô số nghiệm.

Ví dụ 2

Cho hệ phương trình với tham số m

$$\begin{cases} (m+1)x - y = m+1 & (1) \\ x + (m-1)y = 2 & (2) \end{cases}$$

a) Giải và biện luận hệ phương trình.

Lời giải

Lấy $(m-1)PT(1) + PT(2)$ ta có

$$(m^2 - 1)x + x = (m^2 - 1) + 2 \iff m^2x = m^2 + 1.$$

Lời giải.

Ta có

$$m^2x = m^2 + 1. \quad (3)$$

Chia ra hai trường hợp:

- Với $m \neq 0$ thì $x = \frac{m^2+1}{m^2}$, suy ra $y = \frac{m+1}{m^2}$. Vậy trường hợp này hệ có nghiệm duy nhất

$$(x, y) = \left(\frac{m^2 + 1}{m^2}, \frac{m + 1}{m^2} \right).$$

- Với $m = 0$ thì (3) vô nghiệm nên hệ vô nghiệm.



Ví dụ 2

b) Tìm các số m nguyên để hệ có nghiệm nguyên.

Lời giải.

Theo câu a thì với $m \neq 0$ hệ có nghiệm

$$(x, y) = \left(\frac{m^2 + 1}{m^2}, \frac{m + 1}{m^2} \right).$$

Vì

$$1 + \frac{1}{m^2} = \frac{m^2 + 1}{m^2} \in \mathbb{Z} \implies \frac{1}{m^2} \in \mathbb{Z} \implies 1 \vdots m^2$$

do vậy $m^2 = 1$ nên $m \in \{-1, 1\}$ (thử lại thỏa đề). Vậy $m \in \{-1, 1\}$. □