

# Đại số - Bài 1: Căn bậc hai

Nguyễn Thành Phát

Lớp 9 (chuyên) - Trung tâm Thành Nhân

8/2022

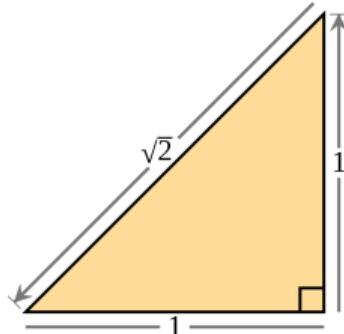
## Lịch sử hình thành

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, \dots\}$$

Không tồn tại số nguyên  $x$  thỏa mãn  $2x = 1$

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{p}{q}, \dots \right\}$$

Không tồn tại số hữu tỉ  $x$  thỏa mãn  $x^2 = 2$



Hình: Pythagoras



Hình: Hippasus

Căn bậc hai

Căn bậc hai của số  $a \geq 0$  là số  $x$  thỏa mãn  $x^2 = a$ .

Có hai căn bậc hai của  $a > 0$

- Số dương là  $\sqrt{a}$  (**căn bậc hai số học** của  $a$ ),
- Số âm là  $-\sqrt{a}$ .

## Ví dụ

Chứng minh rằng  $\sqrt{2}$  là số vô tỉ.

### Lời giải.

Giả sử  $\sqrt{2}$  là số hữu tỉ, do đó

$$\sqrt{2} = \frac{a}{b}$$

với  $a, b \in \mathbb{N}^*$  sao cho  $\text{UCLN}(a, b) = 1$ . Ta có  $a^2 = 2b^2$  dẫn đến

$$a^2 \vdots 2 \implies a \vdots 2.$$

Do vậy  $a = 2m$  với  $m \in \mathbb{N}^*$ , suy ra

$$(2m)^2 = 2b^2 \implies b^2 = 2m^2 \implies b \vdots 2.$$

Điều này mâu thuẫn vì  $\text{UCLN}(a, b) = 1$ . Vậy  $\sqrt{2}$  là số vô tỉ. □

## Tính chất

Với  $a, b \geq 0$  thì

$$a > b \iff \sqrt{a} > \sqrt{b}.$$

## Ví dụ

So sánh

a) 5 và  $\sqrt{29}$ ,

b) 1,5 và  $\sqrt{2}$ .

Lời giải.

a)  $5^2 = 25 < 29$  nên  $5 < \sqrt{29}$ .

b)  $1,5^2 = \frac{9}{4} > 2$  nên  $1,5 > \sqrt{2}$ .

□

Căn thức bậc hai

Cho  $A$  là biểu thức đại số,  $\sqrt{A}$  được gọi là **căn thức bậc hai** của  $A$ .

- Điều kiện xác định của  $\sqrt{A}$  là  $A \geq 0$ .
- $\sqrt{A^2} = |A|$ .

### Ví dụ

Rút gọn

a)  $\sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2}$ ,

b)  $\sqrt{(1 - x)^2}$  với  $x > 1$ .

Lời giải.

a)  $\sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} = |\sqrt{2} - 1| = \sqrt{2} - 1$ .

b)  $\sqrt{(1 - x)^2} = |1 - x| = x - 1$ . □

## Ví dụ

Tìm điều kiện xác định của các biểu thức sau

a)  $\sqrt{2x + 1}$ ,

b)  $\sqrt{x^2 + 1}$ .

Lời giải.

a) ĐKXĐ của biểu thức là

$$2x + 1 \geq 0 \iff x \geq \frac{-1}{2}.$$

b) ĐKXĐ của biểu thức là  $x^2 + 1 \geq 0$ . Vì

$$x^2 + 1 \geq 1 \text{ với mọi } x$$

nên ĐKXĐ là  $x \in \mathbb{R}$ .

□

Ví dụ

Tìm  $x$  biết

a)  $\sqrt{x} = 2,$

b)  $\sqrt{x+1} < 3.$

Lời giải.

a) ĐKXĐ:  $x \geq 0.$  Ta có

$$\sqrt{x} = 2 \iff x = 4 \text{ (thỏa mãn)}.$$

Vậy  $x = 4.$

b) ĐKXĐ:  $x \geq -1.$  Ta có

$$\sqrt{x+1} < 3 \iff x+1 < 9 \iff x < 8.$$

Vậy  $-1 \leq x < 8.$

□