

Lớp 9 (chuyên) - Trung tâm Thành Nhân

Nguyễn Thành Phát

Tháng 10 năm 2022

§ Chuyên đề - HH 3: Áp dụng công thức diện tích

Bài 1. Gọi h_a, h_b, h_c là ba cạnh đường cao của một tam giác. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{h_a} < \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}.$$

Bài 2. Cho điểm O thuộc miền trong của tam giác ABC . Các tia AO, BO, CO cắt các cạnh của tam giác theo thứ tự ở A', B', C' . Chứng minh rằng

a) $\frac{OA'}{AA'} + \frac{OB'}{BB'} + \frac{OC'}{CC'} = 1,$

b) $\frac{OA}{AA'} + \frac{OB}{BB'} + \frac{OC}{CC'} = 2,$

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng $M = \frac{OA}{OA'} + \frac{OB}{OB'} + \frac{OC}{OC'}.$

Bài 3. Cho tam giác đều ABC có các đường cao AD, BE, CF . Gọi A', B', C' lần lượt là hình chiếu của điểm M (nằm bên trong $\triangle ABC$) trên AD, BE, CF . Chứng minh rằng khi M thay đổi vị trí trong tam giác thì tổng $A'D + B'E + C'F$ không đổi.

Bài 4. Cho tứ giác $ABCD$, gọi α là góc nhọn tạo bởi hai đường chéo.

a) Chứng minh rằng $S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC \cdot BD \sin \alpha.$

b) Biết rằng $AC + BD = 12\text{cm}$ và $\alpha = 45^\circ$. Hãy tìm giá trị lớn nhất của $S_{ABCD}.$

Bài 5. Cho tam giác có độ dài các cạnh đều nhỏ hơn 4cm. Chứng minh rằng diện tích tam giác này nhỏ hơn 7cm^2 .

Bài 6. Cho tam giác ABC vuông tại A . Các đường phân giác trong và ngoài tại đỉnh A của tam giác cắt đường thẳng BC tại M và N . Chứng minh rằng

$$\frac{1}{AM} + \frac{1}{AN} = \frac{\sqrt{2}}{AB}.$$