

# Lớp 9 (chuyên) - Trung tâm Thành Nhân

Nguyễn Thành Phát

Tháng 12 năm 2022

## § Chuyên đề - HH 4: Cực trị đối với đường tròn

**Bài 1.** Cho điểm  $A$  nằm ngoài đường tròn  $(O)$ . Xác định đường thẳng đi qua  $A$  cắt đường tròn tại hai điểm  $B, C$  sao cho  $AB + AC$  lớn nhất.

**Bài 2.** Cho đường thẳng  $d$  và đường tròn  $(O)$  không giao nhau. Điểm  $M$  di chuyển trên  $d$ , kẻ các tiếp tuyến  $MA, MB$  với đường tròn  $(O)$ . Gọi  $H$  là hình chiếu của  $O$  trên  $d$ , điểm  $I$  là giao điểm  $OH$  với  $AB$ .

- Chứng minh rằng  $OI \cdot OH = OM \cdot OK$  với  $K$  là trung điểm  $AB$ .
- Tìm vị trí của  $M$  để  $AB$  nhỏ nhất.

**Bài 3.** Cho đường tròn  $(O, R)$ . Các điểm  $A, B, C$  di chuyển trên đường tròn sao cho chu vi  $\triangle ABC$  không đổi. Biết rằng có công thức diện tích

$$S_{ABC} = \frac{abc}{4R}.$$

Chứng minh rằng  $\triangle ABC$  có diện tích lớn nhất khi và chỉ khi là tam giác đều.

**Bài 4.** Cho đoạn thẳng  $AB$ , các tia  $Ax$  và  $By$  vuông góc với  $AB$  và nằm một phía của  $AB$ . Các đường tròn  $(I)$  và  $(K)$  tiếp xúc ngoài với nhau, tiếp xúc đoạn  $AB$ , đường tròn  $(I)$  tiếp xúc  $Ax$ , đường tròn  $(K)$  tiếp xúc  $By$ . Xác định vị trí của hai đường tròn  $(I), (K)$  sao cho tứ giác  $CIKD$  có diện tích lớn nhất ( $C, D$  theo thứ tự là tiếp điểm của các đường tròn  $(I), (K)$  với  $AB$ ).

**Bài 5.** Cho nửa đường tròn tâm  $O$  có đường kính  $AB = 2R$ . Điểm  $C$  di chuyển trên nửa đường tròn,  $H$  là hình chiếu của  $C$  trên  $AB$ . Gọi  $CE, CF$  lần lượt là các đường phân giác của  $\widehat{HCA}, \widehat{HCB}$ .

- Chứng minh rằng  $EF = AC + BC - AB$ .
- Tìm vị trí của  $C$  để  $\triangle CEF$  có diện tích lớn nhất.