

Đại số - Bài 4: Giải toán bằng cách lập hệ phương trình (Bài tập)

Nguyễn Thành Phát

Lớp 9 (chuyên) - Trung tâm Thành Nhân

1/2023

Bài 1

Một ô tô đi từ A và dự định đến B lúc 12 giờ trưa. Nếu chạy 35km/h thì sẽ đến B chậm 2 giờ so với dự định. Nếu chạy 50km/h thì sẽ đến B sớm 1 giờ so với dự định. Tính độ dài quãng đường AB và thời điểm xuất phát của ô tô tại A.

Lời giải.

Đặt a (km) là độ dài quãng đường AB, t (giờ) là khoảng thời gian dự định để di chuyển từ A và đến B lúc 12 giờ. Theo giả thiết thì

$$\begin{cases} 35(t + 2) = a \\ 50(t - 1) = a \end{cases} \iff \begin{cases} a = 350 \\ t = 8 \end{cases}.$$

Vậy quãng đường AB dài 350km, thời điểm xuất phát là $12 - 8 = 4$ giờ sáng.



Bài 2

Một vật có khối lượng 124g và thể tích 15cm^3 là hợp kim của đồng và kẽm. Tính xem trong đó có bao nhiêu gam đồng, biết rằng cứ 89g đồng thì có thể tích là 10cm^3 và 7g kẽm có thể tích là 1cm^3 .

Lời giải.

Gọi D , K (g) lần lượt là khối lượng của đồng, kẽm trong hợp kim thì $D + K = 124$.

$$\begin{array}{ccc} 89 \text{ (g)} & \cdots \cdots \cdots & 10 \text{ (cm}^3\text{)} \\ \uparrow & \diagdown & \diagup \\ D \text{ (g)} & \cdots \cdots \cdots & ? \text{ (cm}^3\text{)} \end{array}$$

Vậy D (g) đồng có thể tích là $\frac{10D}{89}$ (cm^3) và K (g) kẽm có thể tích là $\frac{K}{7}$ (cm^3) nên

$$\frac{10D}{89} + \frac{K}{7} = 15.$$

Tìm được $D = 89$ (g).



Bài 3

Có 45 người gồm bác sĩ và luật sư, tuổi thọ trung bình của họ là 40. Tính số bác sĩ, biết rằng tuổi trung bình của các bác sĩ là 35, tuổi trung bình của các luật sư là 50.

Lời giải.

Gọi B, L lần lượt là số bác sĩ và số luật sư. Như vậy

$$\begin{cases} B + L = 45 \\ \frac{35B + 50L}{45} = 40 \end{cases} \iff \begin{cases} B = 30 \\ L = 15 \end{cases}.$$

Vậy có 30 bác sĩ.



Bài 4

Trong một hội trường có một số ghế băng, mỗi ghế băng quy định ngồi một số người như nhau. Nếu bớt 2 ghế băng và mỗi ghế băng thêm một người ngồi thì thêm được 8 chỗ. Nếu thêm 3 ghế băng và mỗi ghế băng ngồi rút đi 1 người thì giảm 8 chỗ. Tính số ghế băng trong hội trường.

Lời giải.

Gọi G là số ghế băng, N là số người quy định ngồi trên ghế băng. Theo đề thì

$$\begin{cases} (G - 2)(N + 1) = GN + 8 \\ (G + 3)(N - 1) = GN - 8 \end{cases} \iff \begin{cases} G = 20 \\ N = 5 \end{cases}.$$

Vậy có 20 ghế băng.



Bài 5

Ba tổ công nhân (I), (II), (III) có số tuổi trung bình lần lượt là 37, 23, 41. Tuổi trung bình của hai tổ (I) và (II) là 29, tuổi trung bình của hai tổ (II) và (III) là 33. Tính tuổi trung bình của cả ba tổ.

Lời giải.

Gọi số thành viên của ba tổ công nhân (I), (II), (III) lần lượt là a , b , c . Theo đề thì

$$\frac{37a + 23b}{a + b} = 29 \quad \text{và} \quad \frac{23b + 41c}{b + c} = 33. \quad (*)$$

Ta cần tính $T = \frac{37a + 23b + 41c}{a + b + c}$. Từ (*) suy ra $a = \frac{3}{4}b$ và $c = \frac{5}{4}b$, do đó

$$T = \frac{37 \cdot \frac{3}{4}b + 23b + 41 \cdot \frac{5}{4}b}{\frac{3}{4}b + b + \frac{5}{4}b} = 34.$$



Bài 6

Tìm một số có hai chữ số, biết rằng nếu lấy bình phương của số đó trừ đi bình phương của số gồm chính hai chữ số của số phải tìm viết theo thứ tự ngược lại thì được một số chính phương.

Lời giải

Gọi số cần tìm là \overline{xy} (với $0 \leq x, y \leq 9$) thì ta có

$$(\overline{xy})^2 - (\overline{yx})^2 = a^2. \quad (*)$$

Thấy rằng

$$VT(*) = (10x + y)^2 - (10y + x)^2 = 99(x^2 - y^2) = 3^2 \cdot 11(x + y)(x - y)$$

là số chính phương nên $(x + y)(x - y) \vdots 11$, như vậy $x + y \vdots 11$ hoặc $x - y \vdots 11$. Có

$$0 \leq y < x \leq 9 \implies \begin{cases} 1 \leq x - y \leq 9 \\ 1 \leq x + y \leq 17 \end{cases} \implies x + y = 11.$$

Lời giải.

Có

$$0 \leq y < x \leq 9 \implies \begin{cases} 1 \leq x - y \leq 9 \\ 1 \leq x + y \leq 17 \end{cases} \implies x + y = 11.$$

Dẫn đến $VT(*) = 33^2(x - y)$ nên $x - y$ là số chính phương, suy ra $x - y \in \{1, 4, 9\}$.
Xét các hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 11 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 11 \\ x - y = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 11 \\ x - y = 9 \end{cases}$$

Giải các hệ ta có

- Hệ đầu tiên tìm được $x = 6, y = 5$. Thử lại $65^2 - 56^2 = 33^2$.
- Hệ thứ hai tìm được $x = \frac{15}{2}$ (loại).
- Hệ cuối cùng tìm được $x = 10 > 9$ (loại).

Vậy số cần tìm là 65.

