

Hình học - Bài: Hình trụ, hình nón, hình cầu (Bài tập)

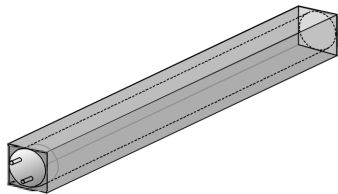
Nguyễn Thành Phát

Lớp 9 (chuyên) - Trung tâm Thành Nhân

5/2023

Bài 1

Một bóng đèn huỳnh quang dài 1,2m; đường kính của đường tròn đáy là 4cm, được đặt khít vào một ống giấy cứng dạng hình hộp. Tính diện tích phần giấy cứng dùng để làm một hộp. (Hộp hở hai đầu, không tính lề và mép dán)



Lời giải.

Diện tích cần tính chính là diện tích xung quanh của một hình hộp có chiều cao 1,2m và đáy là hình vuông có cạnh 4cm. Do đó

$$S_{xq} = 2p \cdot h = (4 \times 0,04) \times 1,2 = 0,192 \text{ (m}^2\text{)}.$$



Bài 2

Người ta nhấn chìm hoàn toàn một tượng đá hình con rùa vào một lọ thủy tinh có dạng hình trụ. Diện tích đáy lọ thủy tinh là $12,8\text{cm}^2$. Nước trong lọ dâng lên thêm $8,5\text{mm}$. Hỏi thể tích của tượng đá là bao nhiêu?



Lời giải.

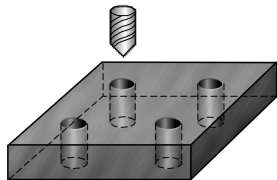
Thể tích tượng đá bằng thể tích hình trụ có diện tích đáy là $12,8\text{cm}^2$ và chiều cao $8,5\text{mm}$. Do đó

$$V = S \cdot h = 12,8 \times 0,85 = 10,88 \text{ (cm}^3\text{)}.$$



Bài 3

Một tấm kim loại được khoan thủng bốn lỗ như hình bên dưới (lỗ khoan dạng hình trụ), tấm kim loại dày 2cm, đáy của nó là hình vuông có cạnh là 5cm. Đường kính của mũi khoan là 8mm. Hỏi thể tích phần còn lại của tấm kim loại là bao nhiêu?



Lời giải

Bán kính đáy của hình trụ (lỗ khoan) là 4mm, tấm kim loại dày 2cm chính là chiều cao của hình trụ. Do vậy thể tích một lỗ khoan là

$$V_{\text{lỗ khoan}} = S_{\text{lỗ khoan}} \cdot h = (\pi \times 0,4^2) \times 2 = 0,32\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Thể tích của tấm kim loại là

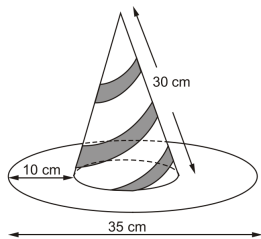
$$V_{\text{tấm}} = S_{\text{tấm}} \cdot h = 5^2 \times 2 = 50 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Thể tích cần tính bằng

$$V_{\text{tấm}} - 4V_{\text{lỗ khoan}} = 50 - 1,28\pi \approx 45,98 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Bài 4

Cái mũ của chú hề với các kích thước như hình vẽ bên dưới. Hãy tính tổng diện tích vải cần có để làm nên cái mũ (không kể riềm, mép, phần thừa).



Lời giải

Diện tích cần tính gồm có diện tích xung quanh của hình nón và diện tích hình vành khăn. Ta có

$$S_{xq} = p \cdot l = \pi \times \left(\frac{35}{2} - 10 \right) \times 30 = 225\pi \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Với hình vành khăn, hình tròn lớn có bán kính 17,5cm; hình tròn nhỏ có bán kính 7,5cm nên

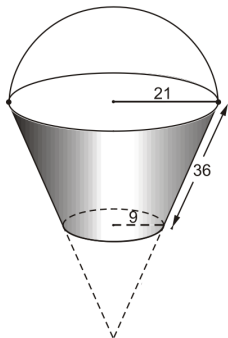
$$S_{\text{vành khăn}} = \pi(17,5^2 - 7,5^2) = 250\pi \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Diện tích cần tính bằng

$$S_{xq} + S_{\text{vành khăn}} = 475\pi \approx 1492,26 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Bài 5a

Một cái xô bằng inox có dạng hình nón cụt đứng hóa chất, có các kích thước cho ở hình bên dưới (đơn vị: cm). Hãy tính diện tích xung quanh của xô.



Lời giải.

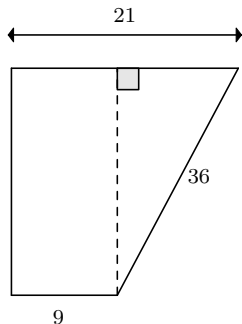
Diện tích xung quanh của xô là

$$\begin{aligned} S_{\text{xq}} &= \pi(r_1 + r_2)l \\ &= \pi \times (21 + 9) \times 36 = 1080\pi \approx 3392,92 \text{ (cm}^2\text{)}. \end{aligned}$$



Bài 5b

Khi xô chứa đầy hóa chất thì dung tích của nó là bao nhiêu?



Lời giải.

Tính được chiều cao của xô bằng

$$h = \sqrt{36^2 - (21 - 9)^2} = 24\sqrt{2} \text{ (cm)}.$$

Thể tích cần tính bằng

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3}\pi h(r_1^2 + r_2^2 + r_1r_2) \\ &= \frac{1}{3}\pi \times 24\sqrt{2} \times (21^2 + 9^2 + 21 \times 9) \\ &= 5688\pi\sqrt{2} \approx 25271 \text{ (cm}^3\text{)}. \end{aligned}$$



Bài 6

Một khối gỗ dạng hình trụ, bán kính đường tròn đáy là r , chiều cao $2r$. Người ta khoét rỗng hai nửa hình cầu như hình bên dưới. Hãy tính diện tích bề mặt của khối gỗ còn lại (diện tích cả ngoài lẫn trong).

Lời giải.

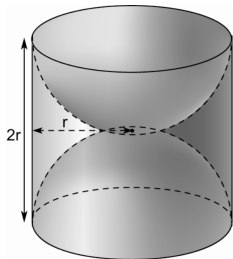
Diện tích cần tính gồm diện tích xung quanh của hình trụ và diện tích hai nửa mặt cầu.

Diện tích xung quanh hình trụ là

$$S_{\text{xq}} = 2p \cdot h = 2\pi r \cdot 2r = 4\pi r^2.$$

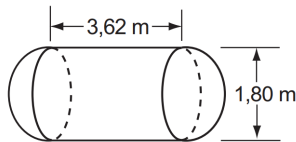
Tổng diện tích hai nửa mặt cầu bằng với diện tích xung quanh của hình cầu có bán kính r , chính là $4\pi r^2$. Vậy diện tích cần tính bằng

$$4\pi r^2 + 4\pi r^2 = 8\pi r^2.$$



Bài 7

Một cái bồn chứa xăng gồm hai nửa hình cầu và một hình trụ. Hãy tính thể tích của bồn chứa theo các kích thước như hình dưới đây.



Lời giải

Thể tích cần tính gồm thể tích hình trụ và thể tích hai nửa mặt cầu.

Thể tích hình trụ là

$$V_{\text{trụ}} = S_{\text{đ}} \cdot h = \pi \times 0,9^2 \times 3,62 = 2,9322\pi.$$

Tổng thể tích hai nửa mặt cầu bằng với thể tích hình cầu có bán kính 0,9m nên bằng

$$V_{\text{cầu}} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \times 0,9^3 = 0,972\pi.$$

Vậy thể tích cần tính bằng

$$V_{\text{trụ}} + V_{\text{cầu}} = 3,9042\pi \approx 12,27 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Bài 8

Một cốc nước dạng hình trụ có chiều cao 12cm, bán kính đáy 2cm, lượng nước trong cốc cao 8cm. Thả vào cốc nước 6 viên bi hình cầu có bán kính 1cm làm nước trong cốc dâng lên. Hỏi sau khi thả bi vào thì mực nước trong cốc cách miệng cốc bao nhiêu?

Lời giải

Thể tích của 6 viên bi là

$$6V_{\text{bi}} = 6 \times \frac{4}{3}\pi r^3 = 6 \times \frac{4}{3}\pi \times 1^3 = 8\pi.$$

Xem mực nước tăng thêm là hình trụ có chiều cao h thì

$$V_{\text{tăng}} = S_{\text{đ}} \cdot h = \pi \times 2^2 \times h = 4\pi \cdot h$$

Mực nước tăng thêm chính là thể tích của 6 viên bi nên $6V_{\text{bi}} = V_{\text{tăng}}$, suy ra $h = 2$.
Vậy khoảng cách cần tính bằng $4 - h = 2$ (cm).

