

Lớp 9 (chuyên) - Trung tâm Thành Nhân

Nguyễn Thành Phát

Tháng 8 năm 2022

§ Chuyên đề - ĐS 1: Biến đổi biểu thức

Bài 1. Cho a, b, c là các số thực đôi một phân biệt.

a) Chứng minh rằng $a^2(b - c) + b^2(c - a) + c^2(a - b) = -(a - b)(b - c)(c - a)$.

b) Tính giá trị biểu thức $A = \frac{(a - b)^3 + (b - c)^3 + (c - a)^3}{a^2(b - c) + b^2(c - a) + c^2(a - b)}$.

Bài 2. Cho $a, b, c \neq 0$ thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2$ và $a + b + c = abc$. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 2.$$

Bài 3 (Tuyển sinh Hà Nội 2022). Cho a, b, c thỏa mãn $ab + bc + ca = 1$. Tính giá trị biểu thức

$$H = \frac{a}{1+a^2} + \frac{b}{1+b^2} + \frac{c}{1+c^2} - \frac{2}{a+b+c-abc}.$$

Bài 4. Cho a, b, c khác 0 thỏa mãn

$$a + b + c = 2022 \quad \text{và} \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2022}.$$

Chứng minh rằng trong ba số a, b, c có ít nhất một số bằng 2022.

Bài 5. Cho a, b, c khác 0 thỏa mãn

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a+b+c}.$$

Chứng minh rằng $(a^3 + b^3)(b^3 + c^3)(c^3 + a^3) = 0$.

Bài 6. Cho a, b, c thỏa mãn

$$27(a + b + c)^3 = 24 + (3a + b - c)^3 + (3b + c - a)^3 + (3c + a - b)^3.$$

Chứng minh rằng $(a + 2b)(b + 2c)(c + 2a) = 1$.