

Đề kiểm tra lần 2

Lớp 9 (chuyên) - Trung tâm Thành Nhân

Tháng 10 năm 2022

Bài 1 (3 điểm).

a) Tính giá trị biểu thức $A = \frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} + \frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{2 - \sqrt{3}}}$.

b) Cho các số dương a, b, c thỏa mãn $abc = 1$. Chứng minh rằng $a^4 + b^4 + c^4 \geq a + b + c$.

Bài 2 (3 điểm). Cho biểu thức $G = \frac{2\sqrt{x} - 9}{x - 5\sqrt{x} + 6} + \frac{2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3} + \frac{\sqrt{x} + 3}{2 - \sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 4$ và $x \neq 9$.

a) Rút gọn G .

b) Tìm tất cả số nguyên x để G cũng là số nguyên.

Bài 3 (3 điểm).

a) Cho $\triangle ABC$ có đường phân giác AD và đường trung tuyến AM , ngoài ra thì $AB = 6\text{cm}$ và $AC = 4\text{cm}$. Đường thẳng đối xứng với AM qua AD cắt BC tại N . Tính tỉ số BN/CN .

b) Biết rằng với góc nhọn α bất kì thì $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$, $\operatorname{cotg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ và $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$. Từ đó chứng minh rằng

$$\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha + 3 \sin^2 \alpha \times \cos^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha \times \cos^2 \alpha + \operatorname{cotg}^2 \alpha \times \sin^2 \alpha = 2.$$

Bài 4 (1 điểm). Cho hình vuông $ABCD$ có độ dài cạnh là 2. Điểm I là nằm giữa A và B , tia DI cắt tia CB tại K . Chứng minh rằng tổng $\frac{1}{DI^2} + \frac{1}{DK^2}$ không đổi khi I thay đổi trên cạnh AB .