

# Lớp 9 (chuyên) - Trung tâm Thành Nhân

Nguyễn Thành Phát

Tháng 4 năm 2023

## § Ôn tập 8: Một số bài toán hình hay gặp

**Bài 1.** Cho  $\triangle ABC$  không vuông tại  $A$ .

- Gọi  $\alpha$  là góc nhọn tạo bởi hai đường thẳng  $AB$  và  $AC$ . Chứng minh  $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC \sin \alpha$
- Biết rằng  $\widehat{A} = 60^\circ$  và  $AD$  là đường phân giác của tam giác. Chứng minh  $\frac{1}{AB} + \frac{1}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{AD}$ .

**Bài 2.** Cho nửa đường tròn  $(O, R)$  có đường kính  $AB$ . Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ  $AB$ , vẽ các tiếp tuyến  $Ax, By$ . Qua điểm  $M$  thuộc nửa đường tròn  $(O)$ ; kẻ tiếp tuyến cắt  $Ax, By$  theo thứ tự tại  $C, D$ .

- Chứng minh rằng  $AC \cdot BD = R^2$
- Tìm vị trí điểm  $M$  trên nửa đường tròn sao cho diện tích tứ giác  $ACDB$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Bài 3.** Cho đường thẳng  $d$  và đường tròn  $(O)$  không giao nhau. Điểm  $M$  nằm trên đường thẳng  $d$ , kẻ các tiếp tuyến  $MA, MB$  với đường tròn  $(O)$ .

- Chứng minh rằng đường thẳng  $AB$  luôn đi qua một điểm cố định khi  $M$  di chuyển trên đường thẳng  $d$ .
- Tìm vị trí điểm  $M$  trên  $d$  sao cho đoạn thẳng  $AB$  có độ dài nhỏ nhất.

**Bài 4.** Cho  $\triangle ABC$  nhọn nội tiếp đường tròn  $(O)$ ; các đường cao  $AD, BE, CF$  cắt đường tròn  $(O)$  theo thứ tự ở  $M, N, K$ . Chứng minh rằng

- $M$  đối xứng với trực tâm  $H$  của  $\triangle ABC$  qua đường thẳng  $BC$ .
- $\frac{AM}{AD} + \frac{BN}{BE} + \frac{CK}{CF} = 4$ .

**Bài 5.** Cho tam giác  $ABC$  nhọn nội tiếp đường tròn  $(O)$ . Gọi  $H$  là trực tâm tam giác.

- Chứng minh rằng  $AH = 2OM$  với  $M$  là trung điểm  $BC$ .
- Tính số đo  $\widehat{BAC}$  biết rằng  $AH$  bằng bán kính đường tròn  $(O)$ .