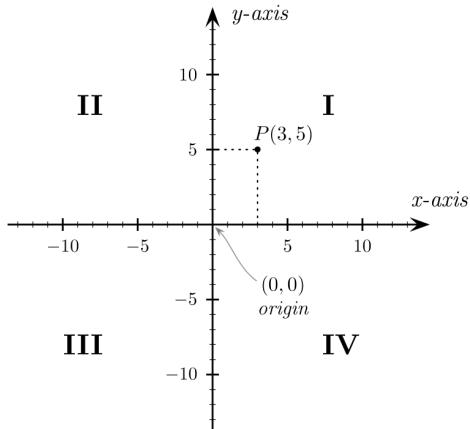


Đại số - Bài 4: Đường thẳng song song, cắt nhau. Hệ số góc (Bài tập)

Nguyễn Thành Phát

Lớp 9 (chuyên) - Trung tâm Thành Nhân

11/2022



Bài 1

Cho hai đường thẳng $y = ax$ và $y = a'x$ với $aa' \neq 0$. Chứng minh rằng hai đường thẳng vuông góc với nhau khi và chỉ khi $aa' = -1$.

Lời giải

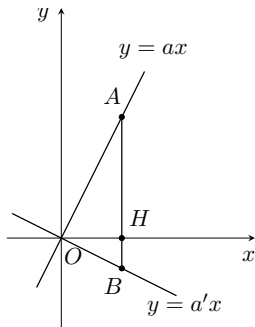
Thấy rằng vì hai đường thẳng vuông góc nên có một đường nằm trong góc vuông phần tư I và III (giả sử là $y = ax$), đường còn lại $y = a'x$ nằm trong góc vuông phần tư II và IV. Khi đó $a > 0$ và $a' < 0$.

Qua $H(1, 0)$ kẻ đường vuông góc với Ox và cắt hai đường thẳng tại A, B như hình thì

$$HA = |a| = a \quad \text{và} \quad HB = |a'| = -a'.$$

Vì H nằm giữa A, B nên điều kiện để $\triangle OAB$ vuông tại O là

$$HA \cdot HB = OH^2 \iff aa' = -1.$$



Chú ý

Hai đường thẳng $y = ax + b$ và $y = a'x + b'$ vuông góc với nhau

\Longleftrightarrow Hai đường thẳng $y = ax$ và $y = a'x$ vuông góc với nhau

$\Longleftrightarrow aa' = -1$

Bài 2

Tìm m để hai đường thẳng $y = 2x + 3$ và $y = (m - 1)x + 2$

- a) Song song, b) Cắt nhau, c) Vuông góc.

Lời giải.

- a) $2 = m - 1 \iff m = 3,$
b) $2 \neq m - 1 \iff m \neq 3,$
c) $2(m - 1) = -1 \iff m = \frac{1}{2}.$



Bài 3

Tìm m để hai đường thẳng $y = mx + 1$ và $y = (3m - 4)x - 2$

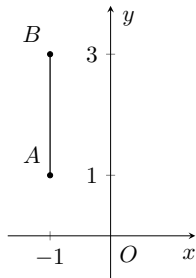
- a) Song song, b) Cắt nhau, c) Vuông góc.

Đáp án

- a) $m = 2$, b) $m \neq 2$, c) $m \in \{\frac{1}{3}, 1\}$.

Bài 4a

Xác định đường thẳng đi qua gốc tọa độ và song song với đường thẳng AB biết rằng $A(-1, 1)$ và $B(-1, 3)$.

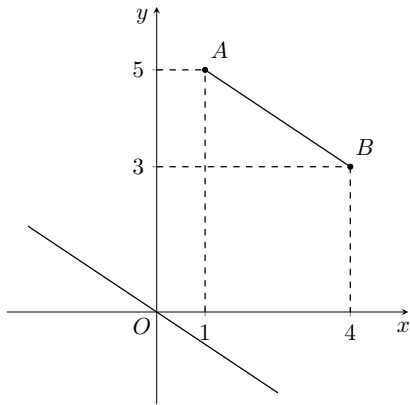


Lời giải.

Đường thẳng đi qua hai điểm A, B là $x = -1$ nên đường thẳng cần tìm là $x = 0$ (trục tung). □

Bài 4b

Xác định đường thẳng đi qua gốc tọa độ và song song với đường thẳng AB biết rằng $A(1, 5)$ và $B(4, 3)$.

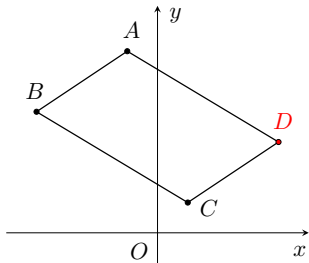


Lời giải.

Đường thẳng đi qua hai điểm A, B là $y = \frac{-2}{3}x + \frac{17}{3}$
nên đường thẳng cần tìm là $y = \frac{-2}{3}x$. □

Bài 5

Cho ba điểm $A(-1, 6)$, $B(-4, 4)$ và $C(1, 1)$. Tìm tọa độ đỉnh D của hình bình hành $ABCD$.



Cách 1

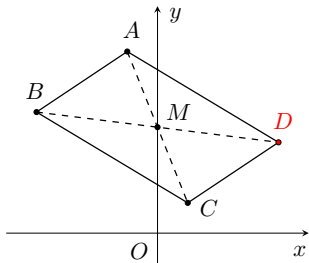
Đường thẳng AB là $y = \frac{2}{3}x + \frac{20}{3}$. Vì $CD \parallel AB$ nên đường thẳng CD có dạng

$$y = \frac{2}{3}x + a \xrightarrow{C \in CD} 1 = \frac{2}{3} + a \implies a = \frac{1}{3}.$$

Vậy đường thẳng CD là $y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$.

Hoàn toàn tương tự thì đường thẳng AD là $y = \frac{-3}{5}x + \frac{27}{5}$. Vậy tọa độ điểm D là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} \\ y = \frac{-3}{5}x + \frac{27}{5} \end{cases} \iff \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases} \implies D(4, 3).$$



Cách 2

Gọi trung điểm AC là M thì

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_C}{2} = 0 \\ y_M = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{7}{2} \end{cases}.$$

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên M cũng là trung điểm BD , do đó

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_B + x_D}{2} \\ y_M = \frac{y_B + y_D}{2} \end{cases} \iff \begin{cases} x_D = 2x_M - x_B = 4 \\ y_D = 2y_M - y_B = 3 \end{cases}.$$

Vậy $D(4, 3)$.

Bài 6

Các bộ ba đường thẳng sau có cắt nhau tạo thành tam giác vuông hay không?

- a) $y = 2x - 5$, $y = \frac{1}{2}x + 1$ và $y = 2x + 3$,
- b) $y = 2x - 5$, $y = \frac{-1}{2}x + \frac{5}{2}$ và $y = x - 2$,
- c) $y = -x + 1$, $y = x + 3$ và $y = -2x + 6$.

Lời giải.

- a) Không vì không tạo thành tam giác, hai đường thẳng $y = 2x - 5$ và $y = 2x + 3$ song song).
- b) Không vì không tạo thành tam giác, ba đường thẳng đồng quy tại điểm $(3, 1)$.
- c) Có. Hai đường thẳng $y = -x + 1$ và $y = x + 3$ vuông góc nhau tại điểm $A(-1, 2)$ và đường thẳng $y = -2x + 6$ không đi qua A nên cắt hai đường thẳng trên.



Bài 7

Tìm $m > 0$ sao cho hai điểm $A(m, 3)$ và $B(1, m)$ nằm trên đường thẳng có hệ số góc là m .

Lời giải.

Gọi đường thẳng đi qua hai điểm A, B là $y = mx + n$. Khi đó

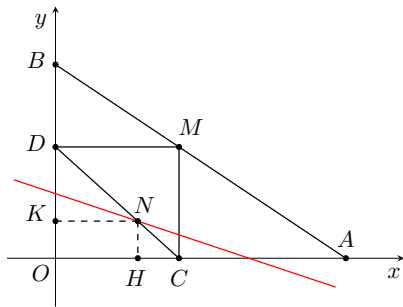
$$\begin{cases} m^2 + n = 3 \\ m + n = m \end{cases}.$$

Vì $n = 0$ nên $m^2 = 3$, do đó $m = \sqrt{3}$.



Bài 8

Cho các điểm $A(6,0)$ và $B(0,4)$. Điểm M di chuyển trên đoạn thẳng AB . Gọi C, D lần lượt là hình chiếu của M lên OA, OB . Biết rằng N là điểm thuộc đoạn thẳng CD sao cho $DN = 2NC$, chứng minh rằng N luôn nằm trên một đường thẳng cố định khi M di chuyển.



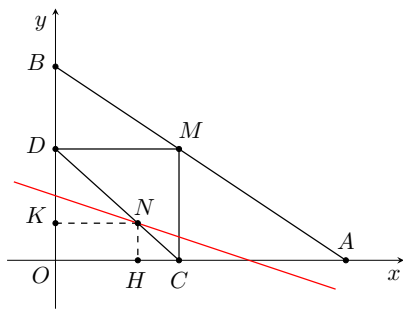
Lời giải

Đường thẳng đi qua A, B là $y = -\frac{2}{3}x + 4$. Gọi $M(x_M, y_M)$ thì

$$y_M = -\frac{2}{3}x_M + 4.$$

Kẻ $NH \perp Ox$ và $NK \perp Oy$ thì

$$NK = \frac{2}{3}OC = \frac{2}{3}x_M \quad \text{và} \quad NH = \frac{1}{3}OD = \frac{1}{3}y_M.$$



Lời giải

Gọi $M(x_M, y_M)$ thì

$$y_M = \frac{-2}{3}x_M + 4. \quad (1)$$

Kẻ $NH \perp Ox$ và $NK \perp Oy$ thì

$$NK = \frac{2}{3}x_M \quad \text{và} \quad NH = \frac{1}{3}y_M.$$

Gọi $N(x_N, y_N)$ thì $x_N = NK = \frac{2}{3}x_M$ và $y_N = NH = \frac{1}{3}y_M$. Do vậy

$$(1) \iff 3y_N = \frac{-2}{3} \cdot \frac{3x_N}{2} + 4 \iff y_N = \frac{-1}{3}x_N + \frac{4}{3}.$$

Vậy N nằm trên đường thẳng $y = \frac{-1}{3}x + \frac{4}{3}$.