

Lớp 9 (chuyên) - Trung tâm Thành Nhân

Nguyễn Thành Phát

Tháng 12 năm 2022

§ Chuyên đề - HH 4: Cực trị đối với đường tròn

Bài 1. Cho điểm A nằm ngoài đường tròn (O) . Xác định đường thẳng đi qua A cắt đường tròn tại hai điểm B, C sao cho $AB + AC$ lớn nhất.

Bài 2. Cho đường thẳng d và đường tròn (O) không giao nhau. Điểm M di chuyển trên d , kẻ các tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (O) . Gọi H là hình chiếu của O trên d , điểm I là giao điểm OH với AB .

a) Chứng minh rằng $OI \cdot OH = OM \cdot OK$ với K là trung điểm AB .

b) Tìm vị trí của M để AB nhỏ nhất.

Bài 3. Cho đường tròn (O, R) . Các điểm A, B, C di chuyển trên đường tròn sao cho chu vi $\triangle ABC$ không đổi. Biết rằng có công thức diện tích

$$S_{ABC} = \frac{abc}{4R}.$$

Chứng minh rằng $\triangle ABC$ có diện tích lớn nhất khi và chỉ khi là tam giác đều.

Bài 4. Cho đoạn thẳng AB , các tia Ax và By vuông góc với AB và nằm một phía của AB . Các đường tròn (I) và (K) tiếp xúc ngoài với nhau, tiếp xúc đoạn AB , đường tròn (I) tiếp xúc Ax , đường tròn (K) tiếp xúc By . Xác định vị trí của hai đường tròn $(I), (K)$ sao cho tứ giác $CIKD$ có diện tích lớn nhất (C, D theo thứ tự là tiếp điểm của các đường tròn $(I), (K)$ với AB).

Bài 5. Cho nửa đường tròn tâm O có đường kính $AB = 2R$. Điểm C di chuyển trên nửa đường tròn, H là hình chiếu của C trên AB . Gọi CE, CF lần lượt là các đường phân giác của $\widehat{HCA}, \widehat{HCB}$.

a) Chứng minh rằng $EF = AC + BC - AB$.

b) Tìm vị trí của C để $\triangle CEF$ có diện tích lớn nhất.