

Lớp 9 (chuyên) - Trung tâm Thành Nhân

Nguyễn Thành Phát

Tháng 12 năm 2022

§ Ôn tập 4: Phương trình & bất đẳng thức

Bài 1. Giải các phương trình sau

a) $\sqrt{x+4-4\sqrt{x}} + \sqrt{x+9-6\sqrt{x}} = 1,$

b) $\sqrt{2x-1} + \sqrt{x-2} = \sqrt{x+1},$

c) $1 + \sqrt[3]{x-16} = \sqrt[3]{x+3},$

d) $\sqrt{3x+1} + \sqrt{5x+4} = 2x+3,$

e) $\sqrt[3]{x+4} + 3\sqrt[4]{x-3} = 5.$

Bài 2. Cho các số dương a, b, c

a) Có tích bằng 1, chứng minh $(a+1)(b+1)(c+1) \geq 8.$

b) Chứng minh rằng $\frac{bc}{a} + \frac{ca}{b} + \frac{ab}{c} \geq a+b+c.$

c) Chứng minh rằng có ít nhất một bất đẳng thức sai trong các bất đẳng thức sau

$$a + \frac{1}{b} < 2, \quad b + \frac{1}{c} < 2, \quad c + \frac{1}{a} < 2.$$

Bài 3.

a) Cho $a > b > 0.$ Chứng minh rằng $\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} < \frac{(a-b)^2}{8b}.$

b) Cho các số dương a, b, c, d thỏa mãn

$$\frac{a}{1+a} + \frac{b}{1+b} + \frac{c}{1+c} + \frac{d}{1+d} = 1.$$

Chứng minh rằng $abcd \leq \frac{1}{81}.$