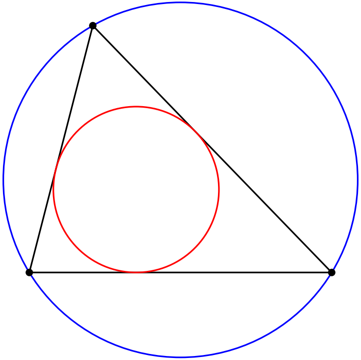
Hình học - Bài 7: Đường tròn nội (ngoại) tiếp

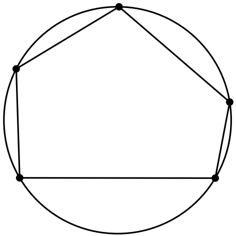
Nguyễn Thành Phát

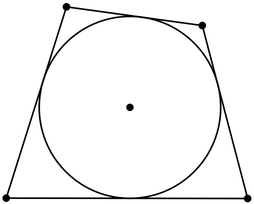
Lớp 9 (chuyên) - Trung tâm Thành Nhân

3/2023



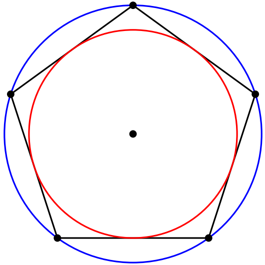
- Đường tròn đi qua các đỉnh của một đa giác được gọi là **đường tròn ngoại tiếp** đa giác, đa giác được gọi là **đa giác nội tiếp** đường tròn.
- Đường tròn tiếp xúc với tất cả các cạnh của một đa giác được gọi là **đường tròn nội tiếp** đa giác, đa giác được gọi là **đa giác ngoại tiếp** đường tròn.





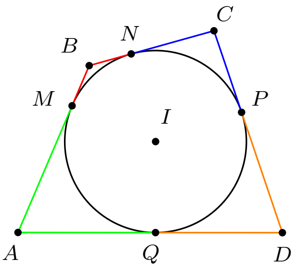
Định lí

Đa giác đều nào cũng có một đường tròn ngoại tiếp, một đường tròn nội tiếp. Tâm của hai đường tròn này trùng nhau và được gọi là **tâm của đa giác đều**.



Ví dụ

Cho tứ giác $ABCD$. Chứng minh rằng $ABCD$ là tứ giác ngoại tiếp một đường tròn $\iff AB + CD = BC + AD$.



Lời giải

$\Rightarrow$) Giả sử $ABCD$ ngoại tiếp (I).

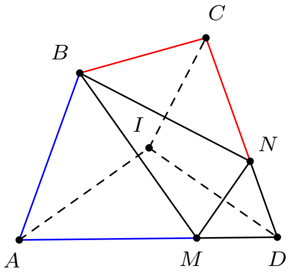
Gọi M, N, P, Q là tiếp điểm của (I) với AB, BC, CD, DA. Vì BM, BN là tiếp tuyến của (I) nên $BM = BN$, tương tự như vậy ta có

$$AB + CD = AM + BM + CP + DP$$
$$BC + AD = AQ + BN + CN + DQ.$$

Do đó có điều cần chứng minh.

Lời giải.

$\Leftarrow$) Giả sử $AB + CD = BC + AD$. Ta sẽ chứng minh tia phân giác của ba góc A, C, D gặp nhau tại một điểm.



Chỉ xét trường hợp $AB \neq AD$ (trường hợp $AB = AD$ đơn giản), giả sử $AB < AD$, khi đó theo giả thiết thì $BC < CD$. Trên các cạnh DA, DC lấy các điểm M, N sao cho $AM = AB$ và $CB = CN$. Như vậy theo giả thiết thì $DM = DN$.

Thấy rằng các đường phân giác của ba góc A, C, D chính là đường trung trực của các cạnh thuộc $\triangle BMN$. Do đó tia phân giác của ba góc A, C, D gặp nhau tại một điểm I (chính là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle BMN$).

Từ đây chứng minh I cách đều bốn cạnh của tứ giác $ABCD$ là kết thúc bài toán. $\square$