

# Đại số - Bài 1: Căn bậc hai (Bài tập)

Nguyễn Thành Phát

Lớp 9 (chuyên) - Trung tâm Thành Nhân

8/2022

### Bài 1b

Chứng minh  $3 - \sqrt{5}$  là số vô tỉ.

#### Cách 1

Giả sử  $3 - \sqrt{5} \in \mathbb{Q}$ , khi đó tồn tại  $a, b \in \mathbb{N}^*$  sao cho

$$3 - \sqrt{5} = \frac{a}{b} \implies \sqrt{5} = 3 - \frac{a}{b} \in \mathbb{Q}.$$

Điều này mâu thuẫn vì  $\sqrt{5} \notin \mathbb{Q}$ . Vậy  $3 - \sqrt{5} \notin \mathbb{Q}$ .

### Bài 1b

Chứng minh  $3 - \sqrt{5}$  là số vô tỉ.

### Cách 2

Vì  $3 \in \mathbb{Q}$  và  $\sqrt{5} \notin \mathbb{Q}$  nên  $3 - \sqrt{5} \notin \mathbb{Q}$ .

### Chú ý

- Với  $a \in \mathbb{Q}$  và  $b \notin \mathbb{Q}$  thì  $a + b \notin \mathbb{Q}$ .
- Tuy nhiên với  $a, b \notin \mathbb{Q}$  thì  $a + b$  chưa chắc là số vô tỉ. Ví dụ  $(1 + \sqrt{2}) + (1 - \sqrt{2}) = 2$ .

### Bài 2b

So sánh  $\sqrt{24} + \sqrt{45}$  và 12.

Lời giải.

$$\sqrt{24} + \sqrt{45} < \sqrt{25} + \sqrt{49} = 5 + 7 = 12.$$

□

### Bài 3

#### Rút gọn

a)  $\sqrt{(2 - \sqrt{5})^2},$

b)  $\sqrt{x^6}$  với  $x \leq 0.$

Lời giải.

a)  $\sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} = |2 - \sqrt{5}| = \sqrt{5} - 2.$

b)  $\sqrt{x^6} = |x^3| = -x^3.$

□

## Bài 4

Tìm  $x$  biết

a)  $\sqrt{x^2 + 1} = 2,$

b)  $\sqrt{x - 2} > 3.$

Đáp án

a)  $x \in \{-1, 1\}.$

b)  $x > 11.$

### Bài 5a

Tìm điều kiện xác định của  $3 - \sqrt{1 - 16x^2}$ .

Lời giải.

ĐKXĐ của biểu thức là

$$1 - 16x^2 \geq 0 \iff x^2 \leq \frac{1}{16}$$

tương đương  $\frac{-1}{4} \leq x \leq \frac{1}{4}$ .

□

### Chú ý

Với  $B > 0$  thì

$$A^2 \leq B \iff -\sqrt{B} \leq A \leq \sqrt{B}.$$

### Bài 5b

Tìm điều kiện xác định của  $\frac{1}{4 - \sqrt{x^2 + 3}}$ .

Lời giải.

ĐKXĐ của biểu thức là  $\begin{cases} x^2 + 3 \geq 0 \\ \sqrt{x^2 + 3} \neq 4 \end{cases}$ , tương đương với

$$\sqrt{x^2 + 3} \neq 4 \iff x^2 + 3 \neq 16 \iff x^2 \neq 13 \iff x \neq \pm\sqrt{13}.$$

□

### Bài 6a

Rút gọn  $\sqrt{4 - 2\sqrt{3}} - \sqrt{3}$ .

Lời giải.

Biến đổi

$$4 - 2\sqrt{3} = 3 - 2\sqrt{3} + 1 = (\sqrt{3} - 1)^2.$$

Do đó

$$\sqrt{4 - 2\sqrt{3}} - \sqrt{3} = (\sqrt{3} - 1) - \sqrt{3} = -1.$$

□

Chú ý

Với  $y > 0$  thì

$$\sqrt{x^2 + y + 2x\sqrt{y}} = |x + \sqrt{y}|.$$

### Bài 6b

Rút gọn  $\frac{1}{\sqrt{2}-1} - \sqrt{2}$ .

Lời giải.

Biến đổi

$$\frac{1}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \frac{\sqrt{2}+1}{2-1} = \sqrt{2}+1.$$

Do đó

$$\frac{1}{\sqrt{2}-1} - \sqrt{2} = (\sqrt{2}+1) - \sqrt{2} = 1.$$

□

Chú ý

Với  $y > 0$  thì

$$\frac{1}{x+\sqrt{y}} = \frac{x-\sqrt{y}}{x^2-y}.$$

## Bài 6

### Rút gọn

c)  $\sqrt{4 + 2\sqrt{3}} + \sqrt{4 - 2\sqrt{3}},$

d)  $\frac{1}{\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}} - \sqrt{3}.$

### Đáp án

c)  $2\sqrt{3}.$

d)  $2 - 2\sqrt{3}.$

## Bài 7

Cho biểu thức  $A = \sqrt{x^2 - 6x + 9} - \sqrt{x^2 + 6x + 9}$ .

a) Rút gọn biểu thức  $A$ .

b) Tìm  $x$  để  $A = 1$ .

Lời giải.

a)  $A = \sqrt{(x-3)^2} - \sqrt{(x+3)^2} = |x-3| - |x+3|$ .

b) • Với  $x \leq -3$  thì  $A = (3-x) + (x+3) = 6$  (không thỏa mãn).

• Với  $-3 < x \leq 3$  thì  $A = (3-x) - (x+3) = -2x$ . Khi đó

$$A = 1 \iff -2x = 1 \iff x = \frac{-1}{2} \text{ (thỏa mãn)}.$$

• Với  $x > 3$  thì  $A = (x-3) - (x+3) = -6$  (không thỏa mãn).

Vậy  $x = \frac{-1}{2}$ .

□