

Đề kiểm tra lần 1

Lớp 9 (chuyên) - Trung tâm Thành Nhân

Tháng 9 năm 2022

Bài 1 (2 điểm).

- a) Chứng minh rằng $\sqrt{5} + \sqrt{2}$ là số vô tỉ.
- b) Tìm một phương trình bậc hai có dạng $ax^2 + bx + c = 0$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$ và $abc \neq 0$ sao cho $\sqrt{5} - 1$ là một nghiệm của phương trình.

Bài 2 (2 điểm). Rút gọn các biểu thức sau

- a) $A = \sqrt{3 - \sqrt{5}} (\sqrt{10} - \sqrt{2}) (3 + \sqrt{5})$.
- b) $B = \sqrt{6 + \sqrt{24} - \sqrt{12} - \sqrt{8}} - \sqrt{2}$.

Bài 3 (2 điểm). Với $x = \frac{\sqrt{\sqrt{5}-2} - \sqrt{\sqrt{5}+2}}{\sqrt{\sqrt{5}-1}}$, hãy tính giá trị biểu thức $C = \frac{2x}{\sqrt{1 - \left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)^2}}$.

Bài 4 (3 điểm).

- a) Gọi α là góc nhọn thỏa mãn $2\alpha = 45^\circ$. Chứng minh rằng $\tan \alpha = \sqrt{2} - 1$.
- b) Cho tam giác ABC có $\widehat{B} = 60^\circ$. Biết rằng $BC = 4$ và $AB + AC = 6$. Hãy tính AB .
- c) Biết $\tan x = \frac{1}{3}$. Hãy tính giá trị biểu thức $D = \frac{1 - 2 \sin x \cos x}{\sin^2 x - \cos^2 x}$.

Bài 5 (1 điểm).

- a) Chứng minh rằng với số nguyên dương n bất kì thì $\frac{1}{(n+1)\sqrt{n}} < 2 \left(\frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}} \right)$.
- b) Chứng minh bất đẳng thức sau

$$\frac{1}{2\sqrt{1}} + \frac{1}{3\sqrt{2}} + \frac{1}{4\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{2022\sqrt{2021}} < 2.$$