

# Lớp 9 (chuyên) - Trung tâm Thành Nhân

Nguyễn Thành Phát

Tháng 11 năm 2022

## § Chuyên đề - ĐS 5: Bất đẳng thức Cô-si

Bài 1.

- a) Chứng minh rằng  $x^3 \geq 3x - 2$  với mọi  $x > 0$ .
- b) Cho các số dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $abc = 1$ . Chứng minh rằng  $a^3 + b^3 + c^3 \geq a + b + c$ .

Bài 2. Cho các số  $a, b, c > 0$  thỏa mãn  $a + b + c = 1$ . Chứng minh rằng

$$9(a^4 + b^4 + c^4) \geq a^2 + b^2 + c^2.$$

Bài 3.

- a) Tìm hai số nguyên  $m, n$  sao cho bất đẳng thức

$$m \cdot \frac{a^4}{b} + n \cdot b^3 \geq 4a^3$$

đúng với mọi  $a, b > 0$ .

- b) Cho các số dương  $a, b, c$ . Chứng minh rằng  $\frac{a^4}{b} + \frac{b^4}{c} + \frac{c^4}{a} \geq a^3 + b^3 + c^3$ .

Bài 4.

- a) Chứng minh rằng  $(1 + x^2)(1 + y^2) \geq (x + y)^2$  với mọi  $x, y > 0$ .
- b) Cho các số dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $abc = 1$ . Chứng minh rằng

$$(1 + a^2)(1 + b^2)(1 + c^2) \geq 4\sqrt[3]{(a + b)(b + c)(c + a)}.$$

Bài 5. Cho các số dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $a + b + c = \frac{3}{2}$ . Chứng minh rằng

- a)  $b\sqrt{a} + a\sqrt{c} + c\sqrt{b} \leq \frac{3\sqrt{2}}{4}$ .

- b)  $\frac{a^2}{a + 2b^2} + \frac{b^2}{b + 2c^2} + \frac{c^2}{c + 2a^2} \geq \frac{3}{4}$ .