

Đại số - Bài 1: Nhắc lại và bổ sung các khái niệm về hàm số (Bài tập)

Nguyễn Thành Phát

Lớp 9 (chuyên) - Trung tâm Thành Nhân

10/2022

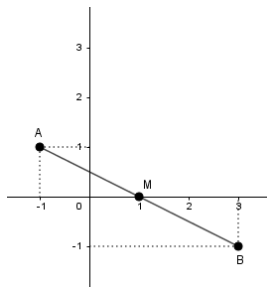
Bài 1

Biết rằng với hai điểm $A(x_1, y_1)$ và $B(x_2, y_2)$ thì trung điểm M của AB có tọa độ là $(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2})$. Hãy vẽ các điểm A, B, M trong từng trường hợp dưới đây để minh họa khẳng định trên

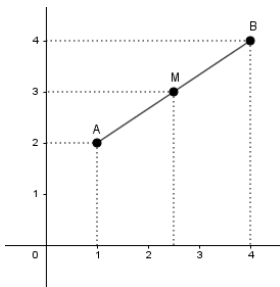
a) $A(-1, 1)$ và $B(3, -1)$,

b) $A(1, 2)$ và $B(4, 4)$.

Lời giải.



Hình: câu a



Hình: câu b

Bài 2

Tìm tập hợp các điểm M có tọa độ như sau với mọi số thực m

a) $M(m, -1),$

b) $M(2, m),$

c) $M(m, m),$

d) $M(m, -m).$

Lời giải.

a) Đường thẳng $y = -1,$

b) Đường thẳng $x = 2,$

c) Đường thẳng $y = x,$

d) Đường thẳng $y = -x.$



Bài 3

Xác định hàm số

a) $f(x)$ biết rằng $f(x+1) = x^2 - 2x + 3$,

b) $g(x)$ biết rằng $g(x-5) = 2x - 1$.

Lời giải.

a) Đặt $x+1 = t$ thì $x = t-1$. Khi đó

$$\begin{aligned} f(t) &= (t-1)^2 - 2(t-1) + 3 \\ &= t^2 - 4t + 6. \end{aligned}$$

Vậy $f(x) = x^2 - 4x + 6$.

b) $g(x) = 2x + 9$.



Bài 4b

Chứng minh rằng hàm số $y = ax^3$ (với $a \neq 0$) đồng biến khi $a > 0$ và nghịch biến khi $a < 0$.

Lời giải.

Với x_1, x_2 bất kì sao cho $x_1 > x_2$ thì

$$f(x_1) - f(x_2) = ax_1^3 - ax_2^3 = a(x_1 - x_2)(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2).$$

Ta có $x_1 - x_2 > 0$ và $x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 = \left(x_1 + \frac{x_2}{2}\right)^2 + \frac{3x_2^2}{4} > 0$, do đó

- Nếu $a > 0$ thì $f(x_1) > f(x_2)$, hàm số đồng biến.
- Nếu $a < 0$ thì $f(x_1) < f(x_2)$, hàm số nghịch biến.



Bài 5a

Áp dụng công thức tính khoảng cách giữa hai điểm, hãy xác định dạng của $\triangle ABC$ và tính diện tích của tam giác đó biết rằng $A(3, -1)$, $B(-1, -3)$ và $C(2, -4)$.

Lời giải.

Tính được

$$AB^2 = (3 - (-1))^2 + (-1 + 3)^2 = 20,$$

$$BC^2 = (-1 - 2)^2 + (-3 + 4)^2 = 10,$$

$$CA^2 = (2 - 3)^2 + (-4 + 1)^2 = 10.$$

Từ đây suy ra $\triangle ABC$ vuông cân tại C , khi đó diện tích tam giác bằng

$$\frac{1}{2}CA \cdot CB = 5 \text{ (đơn vị diện tích)}.$$



Bài 5b

Hãy xác định dạng của $\triangle ABC$ và tính diện tích của tam giác đó biết rằng $A(-2, 2)$, $B(0, 3)$ và $C(1, 1)$.

Lời giải.

$\triangle ABC$ vuông cân tại B , diện tích bằng 2,5 đơn vị diện tích.



Bài 6

Cho hàm số $f(x) = ax^4 - bx^2 + x + 3$ với a, b là hằng số. Hãy tính $f(-2)$ biết rằng $f(2) = 17$.

Lời giải.

Có

$$\begin{aligned}f(2) &= a \times 2^4 - b \times 2^2 + 2 + 3, \\f(-2) &= a \times (-2)^4 - b \times (-2)^2 - 2 + 3.\end{aligned}$$

Suy ra

$$\begin{aligned}f(2) - f(-2) &= a(2^4 - (-2)^4) - b(2^2 - (-2)^2) + 4 \\&= 4.\end{aligned}$$

Do vậy $f(-2) = f(2) - 4 = 13$.

