## Parametergleichung

Geraden können mithilfe von Vektoren beschrieben werden. Man nennt diese Darstellungsform Parametergleichung. Ein Punkt liegt genau dann auf einer Geraden $g$, wenn er die Gleichung

$$g: \vec{x} = \vec{p} + r \cdot \vec{u}$$

erfüllt. D. h., es muss eine reelle Zahl $r \in \mathbb{R}$ existieren, sodass der Term auf der rechten Seite den entsprechenden Punkt liefert. Der Vektor $\vec{p}$ heißt Stützvektor und kann als „Startpunkt" der Geraden verstanden werden. Er ist der Ortsvektor eines beliebigen Punktes auf der Geraden. Der Vektor $\vec{u}$ heißt Richtungsvektor. Er ist der Vektor zwischen zwei beliebigen verschiedenen Punkten auf der Geraden.
Für eine Gerade durch zwei beliebige Punkte $A$ und $B$ ist die Parametergleichung gegeben mit

$$g: \vec{x} = \overrightarrow{OA} + r \cdot \overrightarrow{AB}.$$

> ⚠ **Achtung**
> Orts- und Richtungsvektor sind nicht eindeutig! Eine Gerade hat unendlich viele verschiedene Parametergleichungen.

## Punktprobe mit Parametergleichungen

Die Punktprobe wird bei Parametergleichungen wie folgt durchgeführt:
**1.** Bestimme den Ortsvektor $\overrightarrow{OP}$ des zu prüfenden Punktes $P$.
**2.** Setze $\overrightarrow{OP}$ für $\vec{x}$ in der Geradengleichung ein.
**3.** Es ergibts sich für jede Zeile im Vektor eine Gleichung. Zur Hilfe kann man die Linearkombination auf der rechten Seite der Gleichung zu einem einzigen Vektor zusammenfassen.
**4.** Stelle ein Gleichungssystem auf und löse es.
**a)** Das Gleichungssystem ist lösbar $\Longrightarrow$ Der Punkt liegt auf der Geraden.
**b)** Das Gleichungssystem ist nicht lösbar $\Longrightarrow$ Der Punkt liegt nicht auf der Geraden.

> ⚠ **Achtung**
> Beim Gleichungssystem müssen immer alle Gleichungen benutzt/überprüft werden!

## Kollinearität

Wir haben bisher den Begriff „parallel" benutzt, um die Beziehung zwischen zwei Richtungsvektoren der gleichen Gerade zu beschreiben. Ein anderer Begriff dafür ist die *Kollinearität*. Zwei Vektoren heißen kollinear, wenn sie parallel zueinander sind. D. h. sie können sich in der Länge unterscheiden, nicht aber in ihrer Richtung. Formal definiert man das wie folgt:
Zwei Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ heißen kollinear, wenn es eine reelle Zahl $r \in \mathbb{R}$ gibt, sodass $\vec{a} = r \cdot \vec{b}$ gilt. Sie müssen also Vielfache voneinander sein.