

## Vermischte Übungen

**Aufgabe 1:** Gegeben sei ein Punkt P (1/3/4). Der Punkt P wird gespiegelt

- an der x-y-Ebene  $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}$
- an der y-z-Ebene  $\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}$
- am Ursprung  $\begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix}$
- am Punkt S (3/2/1)  $\vec{PS} \cdot 2 = \left( \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \right) \cdot 2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix} \cdot 2 = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -6 \end{pmatrix}$   $P + \vec{PS} \cdot 2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

Bestimmen Sie jeweils die Koordinaten des Bildpunktes P'.

**Aufgabe 2:** Auf der Nordsee kreuzen sich die Routen zweier Schiffe. Um 12 Uhr hat Schiff A die

Koordinaten (0/30), Schiff B hat die Koordinaten (63/102). [Angaben in Seemeilen]

Beide Schiffe fahren geradlinig mit konstanter Geschwindigkeit. Der Kurs von Schiff A kann mit dem

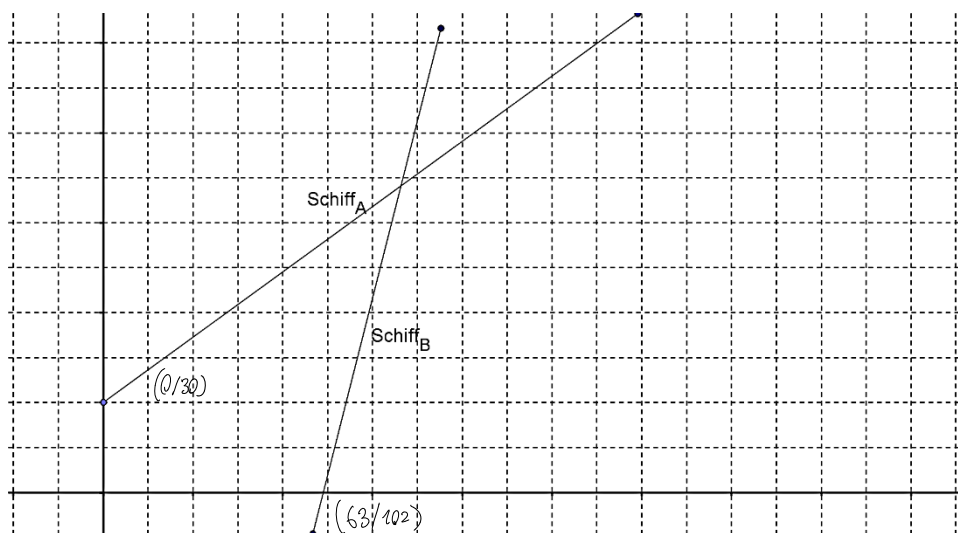
Vektor  $\vec{v}_A = (12, 9)$ , der Kurs von Schiff B kann mit dem Vektor  $\vec{v}_B = (-5, -12)$ . Die Vektoren

beschreiben den in einer Stunde zurückgelegten Weg in Seemeilen. Die (nicht maßstabsgetreue) Skizze unten hilft (hoffentlich) bei der Orientierung.

- Welches Schiff ist schneller? Begründen Sie.

- Bestimmen Sie den Punkt, an dem sich die Routen der Schiffe kreuzen.

Skizze:  $\begin{pmatrix} 0 \\ 30 \end{pmatrix} + 4 \cdot \begin{pmatrix} 12 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 30 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 48 \\ 36 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 \\ 66 \end{pmatrix}$



$$\text{I } 12t = 63 - 5t \quad | +12$$

$$\text{II } 30 + 9t = 102 - 12t \quad | +15$$

$$\begin{array}{r} 144t = 756 - 60t \\ 150 + 45t = 510 - 60t \end{array} \quad | -$$

$$-150 + 99t = 246 \quad | +150$$

$$99t = 396 \quad |$$

$$t = 4$$

$$48 = 63 - 5t \quad | -63$$

$$-15 = -5t \quad | :5$$

$$3 = t$$

b ist schneller

**Aufgabe 3:** Prüfen Sie, ob das Viereck ABCD ein Parallelogramm, eine Raute oder ein Trapez ist.

- A (2/5/-2), B (5/2/1), C (1/-2/-1), D (-2/1/-4)

- A (7/0/6), B (3/-6/4), C (7/5/-2), D (5/2/-3)



$$\vec{ab} = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -6 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \vec{dc} = \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \vec{bc} = \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 11 \\ -6 \end{pmatrix} \quad \vec{ad} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ 1 \\ -10 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 4:** In einem kartesischen Koordinatensystem ist ein Quader gegeben durch die Punkte A (3/2/0), B (7/5/0), C (4/9/0) und G (4/9/5).

- Zeichnen Sie in einem geeigneten Koordinatensystem ein Schrägbild des Quaders und bestimmen Sie die Koordinaten der restlichen Punkte.
- Zeigen Sie, dass es sich bei diesem Quader um einen Würfel handelt und berechnen Sie das Volumen des Würfels.
- Berechnen Sie die Länge der Raumdiagonale des Würfels.

