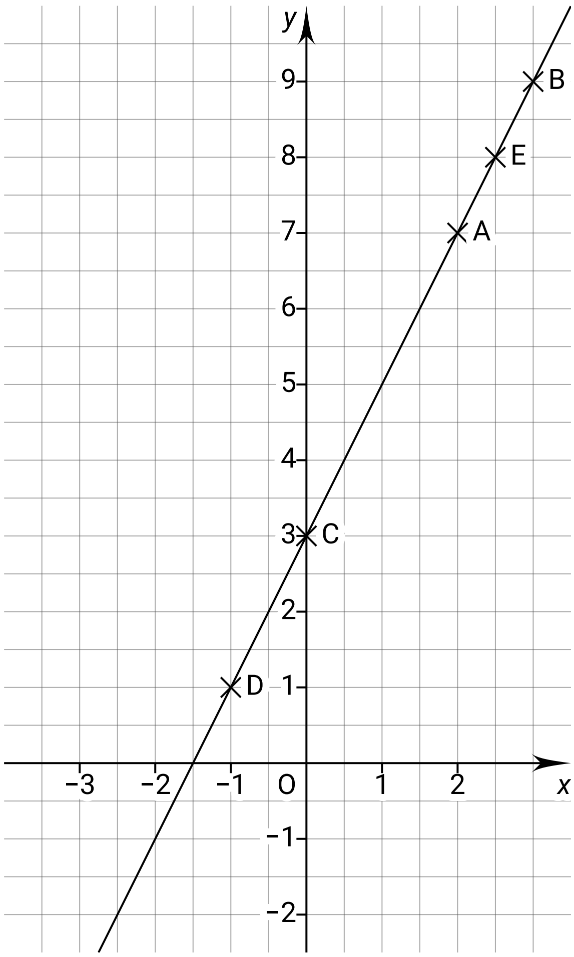
Parameterform einer Geraden

Mit Geraden im Zweidimensionalen seid ihr bereits gut vertraut. Üblicherweise stellen wir diese durch eine Funktionsgleichung der Form $f(x) = mx + b$ dar, wobei m die Steigung der Geraden und b der y-Achsenabschnitt ist. Wir können eine solche Gerade aber auch mithilfe von Vektoren darstellen.

1 Gegeben ist der Graph der linearen Funktion $f(x) = 2x + 3$ sowie mehrere Punkte auf dem Graphen.

a) Stelle die Punkte A bis E bzw. deren Ortsvektoren durch Linearkombinationen der Vektoren $\overrightarrow{OA}$ und $\overrightarrow{AB}$ dar.



Tipp
Zeichne die beiden Vektoren zunächst in das Koordinatensystem ein.

b) Die Linearkombinationen haben alle eine ähnliche Form. Wie kann diese für beliebige Punkte auf der Geraden verallgemeinert werden?

c) Du hast nun eine Gleichung, die genau dann eine Lösung hat, wenn ein eingesetzter Punkt auf der Geraden f liegt.
Diese Darstellung nennt man *Parametergleichung der Geraden* f. Sie setzt sich zusammen aus einem *Stützvektor* und einem *Richtungsvektor*. Versuche diese beiden Begriffe zu erklären.

2 „Eine Gerade besitzt keine eindeutige Parametergleichung."

a) Erkläre obige Aussage.
b) Finde zur Geraden aus Aufgabe 1 zwei weitere Parametergleichungen.

3 Auf einer Landkarte verläuft eine Hauszufahrt vom Ursprung zum Punkt $A(3 \mid 1)$. Von dort verläuft eine Straße geradlinig durch die Punkte $B(1 \mid 4)$ und $C(4 \mid -\frac{3}{2})$.

a) Beschreibe die Straße durch eine Parametergleichung.
b) Verläuft die Straße durch Orte Darmstadt und Essen in den Punkten $D(55 \mid -77)$ bzw. $E(-21 \mid 34)$?

Vom Zweidimensionalen ins Dreidimensionale

Das Konzept der Parametergleichung, die wir nun im Zweidimensionalen kennenglernt haben, kann auch ins Drimensionale übertragen werden. Dabei müssen lediglich die Vektoren der Ebene mit zwei Einträgen durch Vektoren des Raums mit drei Einträgen ersetzt werden.

4 Ein Flugzeug startet am Frankfurter Flughafen und hat seine Reisehöhe im Punkt $H(5 \mid 3 \mid 12)$ erreicht und fliegt von dort an geradlinig Richtung Ziel. Auf dem Radar erscheint es eine Minute später im Punkt $R(8 \mid 4 \mid 12)$.

a) Stelle die Flugbahn des Flugzeugs durch eine Parametergleichung dar.
b) Wo befindet sich das Flugzeug zehn Minuten nach Erreichen der Reisehöhe?
c) Fliegt das Flugzeug durch den Punkt $P(20 \mid 8 \mid 12)$?

Übungen

1 Bestimme je zwei Parametergleichungen für die Geraden durch die gegebenen Punkte.

a) $A(4 \mid 6)$ und $B(7 \mid 2)$
b) $A(3 \mid 5 \mid 0)$ und $B(1 \mid 4 \mid 2)$
c) $A(0 \mid 0 \mid 1)$ und $B(3 \mid 3 \mid 3)$

2 Überprüfe jeweils, ob der gegebene Punkt auf der gegebenen Gerade liegt.

a) $P(5 \mid 3)$ und $g\colon \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

b) $P(4 \mid 6 \mid 8)$ und $g\colon \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

c) $P(11 \mid 5 \mid 9)$ und $g\colon \vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -7 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}$

3 Die Flugbahn eines Asteroiden in der Nähe der Erdoberfläche wird durch die Gerade $a\colon \vec{x} = \begin{pmatrix} 39{,}8 \\ 25 \\ 112 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{5} \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$. Wo trifft der Komet auf der Erdoberfläche auf, wenn diese in der Nähe der Einschlagstelle durch die x_1x_2-Ebene approximiert wird.

> **Tipp**
> Überlege zunächst, welche Eigenschaft ein Punkt erfüllt, wenn er in der x_1x_2-Ebene liegt. Mit diesem Wissen kannst du eine Gleichung aufstellen und nach t auflösen.