# A UTILIZAÇÃO DO VALUE-AT-RISK PELO MÉTODO DELTA-NORMAL EM UMA CARTEIRA COM AÇÕES E OPÇÕES*

# THE USE OF VALUE-AT-RISK BY THE DELTA-NORMAL METHOD IN A PORTFOLIO WITH STOCKS AND OPTIONS

Pedro Henrique Cervo**


## RESUMO

Esse estudo tem como objetivo verificar os resultados obtidos com a utilização do VaR (Value At Risk) em uma carteira com ações e opções, com base no modelo delta-normal e a utilização das “gregas” para mensurar os tamanhos das posições com derivativos. Um Backtest será realizado para verificar os resultados obtidos, considerando um intervalo de confiança de 95%. O modelo de VaR construído será o paramétrico, com volatilidade EWMA. Esse artigo apresentará um algoritmo simplificado, construído em Python, para modelar o risco da carteira que utiliza ações e opções, assim como apenas estratégias estruturadas de opções. O uso do VaR de 1 dia é o considerado nesse estudo, dada a utilização de opções, que sofrem impactos relevantes de acordo com a passagem do tempo e os preços do ativo subjacente. Os resultados obtidos mostram que esse modelo de VaR se mostra confiável para o controle de risco de portfólios compostos por ações em boa parte dos momentos de mercado, porém, pode-se mostrar insuficiente em casos de maior estresse dos mercados, podendo ser aprimorado com uso de outras ferramentas. No caso dos portfólios com opções, a aproximação linear do risco, utilizando o delta dos ativos, não se mostrou suficiente para mensurar o risco em todos os casos.


**Palavras-chave:** VaR. Opções. Risco. Gregas. Backtest.

---

* Trabalho de Conclusão de Curso apresentado, em 2024/2, ao Departamento de Ciências Econômicas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), como requisito parcial para obtenção do título de pós graduado em Economia, Finanças e Mercados Financeiros.

** Graduado em Ciências Econômicas pela UFRGS (phcervo@gmail.com).

**ABSTRACT**

This study aims to verify the results obtained from the use of VaR (Value at Risk) in a portfolio containing stocks and options, based on the delta-normal model and the use of the "Greeks" to measure the size of derivative positions. A Backtest will be conducted to evaluate the results, considering a 95% confidence interval. The VaR model constructed will be parametric, with EWMA volatility. This article will present a simplified algorithm, built in Python, to model portfolio risk that uses stocks and options, as well as structured options strategies only. The use of 1-day VaR is considered in this study, given the use of options, which are significantly impacted by the passage of time and the prices of the underlying assets. The results obtained show that this VaR model is reliable for risk control in most market conditions, but it may prove insufficient in periods of greater market stress, where it could be enhanced with the use of other tools. In the case of portfolios with options, the linear approximation of risk, using the delta of assets, did not prove to be sufficient to measure risk in all cases.

**Keywords:** VaR. Options. Risk. Greeks. Backtest.

## 1 INTRODUÇÃO

Esse trabalho analisa o uso do VaR, como medida de risco de mercado, em uma carteira composta por ações e opções, ou apenas o uso de opções em uma posição estruturada. O VaR ganhou destaque como modelo de controle de risco no mercado financeiro a partir de 1996, com as publicações do RiskMetrics, um documento criado pelo J.P. Morgan que se tornou referência por fornecer diversas ferramentas de medidas estatísticas para calcular a exposição ao risco de mercado.

O VaR para uma carteira de ações utiliza-se de alguns fatores como a volatilidade dos retornos, covariância entre os ativos da carteira e o tamanho do intervalo de confiança desejado. No caso das opções, por se tratar de instrumentos não lineares, é comum a utilização das gregas, derivadas do modelo de precificação Black & Scholes, que auxiliam na mensuração do risco nas Opções (HULL,2016). Para mensurar a efetividade do modelo, são comparados os resultados calculados com os efetivamente observados, para isso o Backtest é utilizado, que é um método de validação, uma ferramenta estatística formal para verificar a consistência entre as perdas observadas e as perdas previstas (JORION,2010).

Com a crescente utilização de derivativos pelas instituições financeiras, tanto para proteção de carteira quanto para especulação, o controle mais rígido sobre o risco incorrido ficou mais importante e regulado no mercado financeiro. A implementação desse modelo de VaR para uma carteira com opções, incluindo o prazo restante para o vencimento do ativo e a volatilidade negociada no mercado, melhora as estimativas de risco incorrido. Permitindo os detentores desses ativos mensurarem a exposição ao risco que esses instrumentos alavancados permitem.

O algoritmo construído para o cálculo do modelo incorpora os fatores acima citados, e utiliza os dados públicos de preços para calcular o risco. Assim permitem a análise quantitativa do risco da posição, com a métrica do VaR. Essa métrica abrange diversas fontes de risco, leva em consideração a alavancagem e as correlações, algo essencial quando se lida com carteiras grandes e com utilização de derivativos (JORION,2010).

Esse estudo contribui para o uso de análises mais quantitativas sobre o risco das posições em ações e com derivativos, mercados que cresceram muito nos últimos 40 anos, sendo utilizado por diversas instituições financeiras e indivíduos no mercado, tendo uma participação bem relevante no total de movimentações que envolvem o mercado financeiro (HULL,2016). Além disso, também analisa como a mensuração contínua dos processos de Backtest dos modelos de risco podem permitir um maior controle da exposição ao risco de um indivíduo ou instituição.

Após as simulações realizadas com o modelo de VaR, as análises mostraram que no caso das carteiras compostas por ações, o modelo conseguiu mensurar bem o risco máximo da posição. As limitações ocorrem nos momentos de maior estresse, devido a presença de caudas gordas e retornos assimétricos dos ativos. Já no caso das carteiras opções de ações, pelo método delta-normal utilizar uma aproximação linear dos fatores de riscos desses ativos, os Backtests não se mostraram suficientes para mensurar os riscos com o nível de significância desejado. O que corrobora a ideia de que a maioria das carteiras de opções será uma função altamente não linear dos preços dos ativos subjacentes. Como resultado, o modelo VaR delta-normal acaba não sendo o ideal (ALEXANDER,2008).

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

Nessa seção será abordado a base teórica para a construção de um modelo de VaR capaz de analisar o risco de um portfólio, assim como a definição técnica das opções, precificação, derivadas e as possibilidades de uso desses ativos em uma carteira. Alguns conceitos estatísticos como médias móveis exponencias, distribuições de probabilidade e padrões de curva serão apresentados.

As definições de VaR e as fórmulas para construir o modelo, utilizando notação matricial, aliado ao uso de medidas estatísticas de estimação de volatilidade serão usadas para medir o risco da carteira. Para incluir o risco das opções, serão utilizadas as letras gregas e aproximações lineares. O conceito do Backtest será utilizado para comparar o modelo aos dados realmente observados, para assim medir a validade do modelo de VaR.

## 2.1 DEFINIÇÃO DE VAR

A maior vantagem do VaR é resumir em um único número, a exposição total ao risco de mercado de uma instituição (JORION, 2010). O VaR assume que o atual portfólio será marcado a mercado e fixado em um intervalo de tempo.

O VaR sintetiza a maior perda esperada dentro de determinado período de tempo e intervalo de confiança (JORION, 2010). O horizonte temporal e o intervalo de confiança podem ser definidos pela instituição, as seguintes etapas devem ser seguidas para realizar o cálculo do VaR:

- Marcar os ativos da carteira a mercado.

- Medir a volatilidades dos fatores de risco que afetam a carteira.

- Determinar o horizonte temporal da medida.

- Determinar o nível de confiança (Geralmente 95% ou 99%, essa informação gera um fator de acordo com uma distribuição normal).

- Reportar a perda máxima esperada (Valor calculado).

O VaR é definido com a perda máxima em unidades monetárias de uma carteira, e pode ser derivado da distribuição de probabilidade do valor futuro da carteira. A determinado nível de confiança, c, deseja-se estimar a pior perda para o portfólio, tal que a probabilidade de exceder essa perda seja igual a 1-c (JORION,2010).

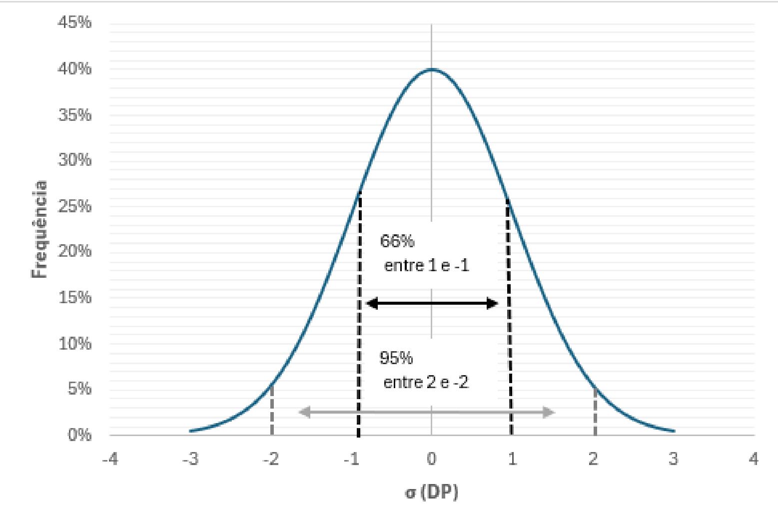
## 2.2 A DISTRIBUIÇÃO NORMAL

A distribuição normal padrão é definida como uma distribuição simétrica, em formato de “sino”. Foi proposta por K.F. Gauss há dois séculos, sendo também chamada de distribuição gaussiana. Essa distribuição desempenha papel central em estatística já que descreve adequadamente muitas populações, posteriormente, com o teorema central do limite (Laplace), foi demonstrado que a média converge para uma distribuição normal assim que se aumenta o número de observações (JORION, 2010).

Uma distribuição normal possui as seguintes propriedades, média e variância: $N(\mu, \sigma^2)$ , esses parâmetros definem a localização e a dispersão, respectivamente. A função de distribuição normal padrão é uma simplificação utilizada com base nos valores da tabela de uma distribuição normal com média zero e variância unitária.

Inicia-se com uma variável normal padrão, $\epsilon$, tal que $\epsilon \approx N(0,1)$. Pode-se definir X como: $X = \mu + \epsilon\,\sigma$

**Figura 1 – A Distribuição Normal**




Fonte: Elaborada pelo autor

A distribuição normal pode ser vista na figura acima, por ser perfeitamente simétrica, sua média é igual a sua moda e mediana. Cerca de 95% da distribuição está entre dois desvios-padrões acima e abaixo da média, e 66% da distribuição está entre um desvio-padrão acima e abaixo da média.

Essas distribuições podem ser usadas como a distribuição dos retornos dos ativos, e assim é possível estimar intervalos de confiança para as oscilações desses ativos. Consequentemente pode-se calcular o VaR para determinado nível de confiança, utilizando o fator da tabela de distribuição normal padrão (JORION, 2010).

## 2.11 VOLATILIDADE EWMA

A volatilidade dos retornos é um fator muito importante para estimar os riscos associados a um ativo. Comumente, o desvio-padrão (σ) dos retornos é utilizado como medida da volatilidade, a volatilidade histórica dos ativos é usada com pesos iguais sem fatores condicionais. Denotando-se como a raiz quadrada da variância, sendo essa a diferença dos quadrados dos retornos em relação a sua média.

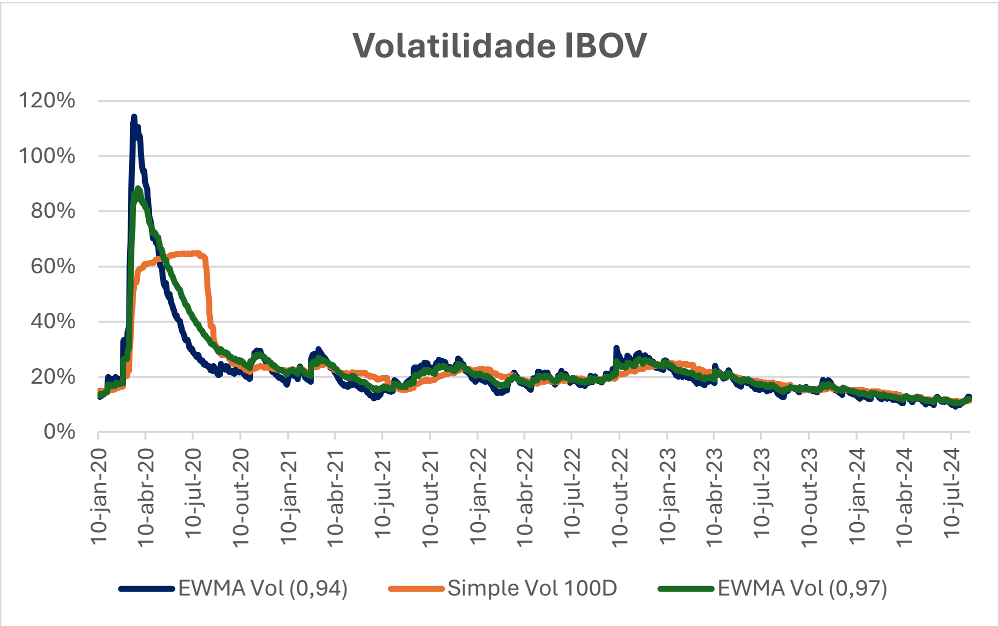
$\sigma^2 = \Sigma((u - \bar{u})\text{^}2 / n\text{-}1)\ \text{^}\ (1/2)$

Se esses retornos forem usados na base diária, então as estimativas no tempo t para o desvio-padrão de h-dia é igual a $\sigma^2 t = \sigma^2 t * \sqrt{h}$ (ALEXANDER, 2008). Por exemplo, a volatilidade anualizada (252 dias) seria $\sigma^2 t = \sigma^2 t * \sqrt{252}$.

Embora a estimativa dos retornos com pesos iguais pode ser útil para o cálculo do VaR, em um prazo menor seu uso fica limitado. Isso porque ele representa apenas o desvio médio dos retornos da amostra, assim não refletindo corretamente os fatores que podem influenciar o retorno dos ativos no curto prazo. Para isso, é necessária uma previsão da volatilidade condicional, o EWMA (*Exponentially Weighted Moving Averages*) cumpre esse papel, já que dá maior peso aos dados mais recentes, de acordo com o fator de decaimento escolhido, refletindo de maneira mais rápida as condições de mercado atuais (ALEXANDER, 2008).

O EWMA aplica pesos diferentes aos dados, sendo uma função recursiva formalmente definido pela equação: $\sigma^2 t = (1-\lambda)\, r^2_{t-1} + \lambda\, \sigma^2_{t-1}$. Em que $\lambda$ denota o fator de decaimento exponencial, sendo $0 < \lambda < 1$. A volatilidade EWMA é obtida anualizando e tirando a raiz quadrada da equação acima.

**FIGURA 2 – COMPARAÇÃO DAS MEDIDAS DE VOLATILIDADE**




Fonte: Elaborada pelo autor

A escolha do fator de decaimento define a persistência da variância de um período para outro. Quanto maior o valor de $\lambda$, mais suave será o resultado da série temporal, tendo os eventos recentes menos peso na amostra. Quanto menor o valor de $\lambda$, mais reativo fica aos eventos de mercado (ALEXANDER, 2008).

O material do RiskMetrics (1996), definiu alguns dos fatores para utilização do EWMA na análise da volatilidade, o grupo divulga matrizes de correlação de diversos tipos de ativos como moedas, ações, commodities e títulos. O $\lambda$ utilizado é de 0,94 para todos os elementos da matriz diária, sendo uma convenção a utilização desse fator, embora outros valores possam ser utilizados de acordo com a preferência da instituição que deseja realizar o cálculo.

## 2.3 CÁLCULO DO VAR PARAMÉTRICO

O cálculo do VaR pode ser simplificado, considerando que a distribuição dos retornos dos fatores de risco pertence a uma família paramétrica, assim como o caso da distribuição normal. Nesse caso, o VaR pode ser derivado do desvio-padrão da carteira utilizando um fator multiplicativo a partir do nível de confiança escolhido (JORION, 2010).

No modelo de VaR paramétrico, é considerado que os retornos são independentes e seguem uma distribuição normal: $X_t \sim N(\mu_t, \sigma_t)$. Os parâmetros Média($\mu$) e Desvio-Padrão ($\sigma$) são estimativas feitos no tempo t, esses dependem do horizonte de risco a ser definido (ALEXANDER,2008).

Aplicando a normal padrão para a fórmula acima, resultará na fórmula simplificada:

$(x_{ht,\alpha} - \mu_{ht}) / \sigma_{ht} = \phi^{-1}(\alpha).$

Em que $\phi$ é o valor do quantil $\alpha$ pela normal padrão, conforme tabela abaixo:

**TABELA 1 – Valores da Inversa da Normal Padrão**

| Quantil | $\phi^{-1}$ |
|---|---|
| 0,01 | -2,3263 |
| 0,025 | -1,9600 |
| 0,05 | -1,6449 |
| 0,1 | -1,2816 |

Fonte: Elaborada pelo autor

Por simetria da distribuição normal, $\phi^{-1}(\alpha) = -\phi^{-1}(1-\alpha)$.

Fazendo as substituições nas equações e considerando que o retorno médio diário esperado dos ativos é zero, a fórmula final fica:

$VaR_{h,\alpha} = \phi^{-1}(1-\alpha)\sigma_h$

Sendo, $\phi^{-1}$= Função inversa da normal padrão, $\alpha$= nível de confiança escolhido, $\sigma$= desvio-padrão dos retornos.

Quando o cálculo do VaR paramétrico é estimado em retornos diários, é obtido o VaR para 1 dia do portfólio. Considerando que os retornos são independentes e identicamente distribuídos, o VaR para h dias fica:

$VaR_{h,\alpha} \approx \sqrt{h} * VaR_{1,\alpha}$

Então, caso queira-se calcular o VaR para 5 dias com intervalo de confiança de 95%, a fórmula $VaR_{5,95\%} = \phi^{-1}(1-0,95)\sigma_1$.

Que resultaria em $VaR_{5,95\%} = \sqrt{5} * 1,6449*\sigma$

As definições acima são úteis para calcular o risco incorrido em um único ativo, é interessante notar que no caso de um portfólio, composto por *n* ativos, a volatilidade é calculada utilizando a matriz de covariância dos retornos. Denota-se o vetor *n x 1* de pesos dos ativos do portfólio como **w**, a matriz de covariância dos retornos *n x n* é denotada como **V**. Assim, a volatilidade dos retornos do portfólio fica: $\sigma = \sqrt{\mathbf{w'}*\mathbf{V}*\mathbf{w}}$ (ALEXANDER, 2008).

**w'** = Vetor transposto dos pesos dos ativos

**FIGURA 3 – Vetor de pesos e matriz de covariância**

$$w = \begin{vmatrix} w1 \\ w2 \\ \dots \\ wn \end{vmatrix} \qquad V = \begin{vmatrix} \sigma^2 11 & \sigma 12 & \dots & \sigma 1m \\ \sigma 21 & \sigma^2 22 & \dots & \sigma 2m \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma n1 & \sigma n2 & \dots & \sigma^2 nm \end{vmatrix}$$

Fonte: Elaborada pelo autor

A equação utilizada mostra que o VaR depende das covariâncias e do número de ativos. A covariância mede o grau de dependência linear entre duas variáveis, sua magnitude depende das variâncias individuais. O *coeficiente de correlação* acaba sendo uma média mais conveniente, por ser independente de escala:

$\rho_{12} = \sigma_{12} / (\sigma_1 \sigma_2)$

O *coeficiente de correlação* encontra-se entre -1 e 1. Quando igual a um as variáveis são perfeitamente correlacionadas, quando igual a zero, as variáveis são não-correlacionadas. Um risco menor para o portfólio pode ser atingido com baixas correlações ou com um número grande de ativos, as baixas correlações ajudam a diversificar o risco da carteira. O risco da carteira deve ser inferior à soma dos VaRs individuais: $VaR_p < VaR_1 + VaR_2$, isso reflete o fato de que os ativos que se movem de maneira independentes são menos arriscados que cada um dos ativos per se. Se dois ativos forem perfeitamente correlacionados, o VaR da carteira é igual a somatório dos VaRs individuais, esse caso, porém, é mais raro, dado que na maioria dos casos as correlações são imperfeitas. Os benefícios da diversificação podem ser medidos pela diferença entre o VaR da carteira, e o somatório do VaR individual dos ativos, isso resulta nos chamados ganhos de correlação (JORION, 2010).

Assim, para calcular o VaR de um portfólio, considerando uma distribuição normal e retornos independentes, e com horizonte temporal definido, utiliza-se a fórmula:

$VaR_{h,\alpha} = \phi^{-1}(1-\alpha) \sqrt{w'*V*w}$.

Os valores de w podem ser o valor financeiro da posição em cada ativo, isso resultará no VaR total da posição em unidades monetárias.

## 2.4 BACKTEST DE VAR

O Backtest é usado para validar os modelos de VaR utilizados, falhas no Backtest indicam que o modelo está mal precificado ou com grandes erros de estimativa, os modelos de regressão podem ajudar a diagnosticar as falhas na especificação do modelo (ALEXANDER, 2008). Os resultados do Backtest dependem dos fatores de risco utilizados e da composição do portfólio, as análises são feitas com frequência diária e quanto mais longos os períodos analisados, mais poderosos os testes.

Quando o modelo é bem calibrado, as observações fora do limite do VaR devem estar em sintonia com o nível de confiança escolhido. O número de vezes que a perda realizada excede o VaR calculado é tratado como uma exceção. Quando existem muitas exceções o modelo está subestimando o risco, isso pode gerar um problema de má alocação de capital (JORION,2010).

Efetuar o Backtest implica comparar sistematicamente o VaR calculado com os retornos subsequentes. Porém, o VaR é informado para determinado nível de confiança, portanto, espera-se que seja excedido somente em algumas ocasiões. Utilizando o nível de confiança de 95% espera-se que ocorram 5% de exceções, mas por azar, podem ocorrer de 6% a 8%. Dependendo do nível, é necessária alguma correção do modelo (JORION,2010).

**TABELA 2 – Backtest do Modelo, região de não-rejeição**

| | **Região de não-rejeição para o número de exceções N** | | |
|---|---|---|---|
| **Nível de Confiança do VaR(%)** | **T = 255 dias** | **T = 510 dias** | **T= 1000 dias** |
| 99 | N < 7 | 1 < N <11 | 4 < N < 21 |
| 97,5 | 2 < N <11 | 6 < N < 21 | 15 < N < 36 |
| 95 | 6 < N < 21 | 16 < N < 36 | 37 < N < 65 |
| 92,5 | 11 < N < 28 | 27 < N < 51 | 59 < N < 92 |
| 90 | 16 < N < 36 | 38 < N < 65 | 81 < N < 120 |

Fonte: Elaborada com base em JORION,2010.

Na tabela acima, N é o número de exceções que podem ocorrer sem que se rejeite a validade do modelo para o intervalo de confiança especificado. O número de observações é importante para avaliar as mudanças na carteira, e o nível de confiança não deve ser muito alto, pois isso reduz a eficácia dos testes estatísticos. O Backtest tem se tornado um componente muito importante no controle de risco, já que permite o aperfeiçoamento do modelo, e que esses não desviem muito dos valores esperados (JORION,2010).

## 2.6 AS OPÇÕES

As opções são derivativos negociados em mercado de bolsa ou balcão, uma opção de compra (*call*) dá ao titular o direito de comprar o ativo subjacente até determinada data por um preço específico. Uma opção de venda (*put*) dá ao titular o direito de vender o ativo subjacente até determinada data por um preço específico. A data de vencimento é definida em contrato, chamada maturidade; o preço no contrato é definido como preço de exercício ou *strike price (HULL, 2016)*.

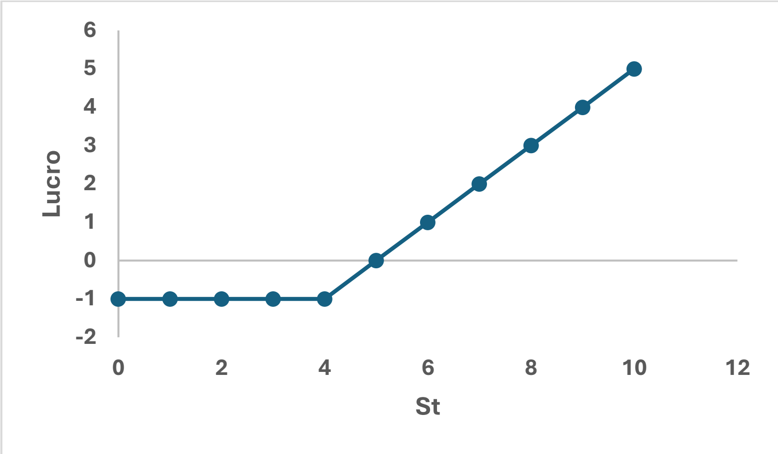
As opções são fundamentalmente diferentes de contratos a termos e futuros. A opção dá ao titular o direito de fazer algo, mas ele não precisa exercitar esse direito. Nos casos de contratos futuros, as duas partes se comprometem a realizar alguma movimentação entre os ativos na data de vencimento. Por outro lado, o lançador da opção, que é a contraparte, tem obrigação de honrar o direito caso o titular exerça.

Existe outra classificação das opções em relação a seu tipo de exercício, essas podem ser americanas ou europeias. As opções americanas podem ser exercidas a qualquer momento até a data de expiração, enquanto as opções europeias podem somente ser exercidas na data de vencimento (HULL,2016).

### 2.6.1 Opção de compra

A opção de compra, como citado anteriormente, dá o direito de comprar um ativo a um preço definido na data de vencimento. O titular paga o prêmio, que é o custo da opção, e o lançador recebe. Definindo $S_T$ como preço final do ativo, e K como o preço de exercício, o comprador de uma opção de compra terá o seguinte resultado: $\max(S_T - K, 0)$. Isso porque a opção só será exercida se o preço final do ativo for maior que o preço de exercício.

**Gráfico 1 – Payoff de uma opção de compra**



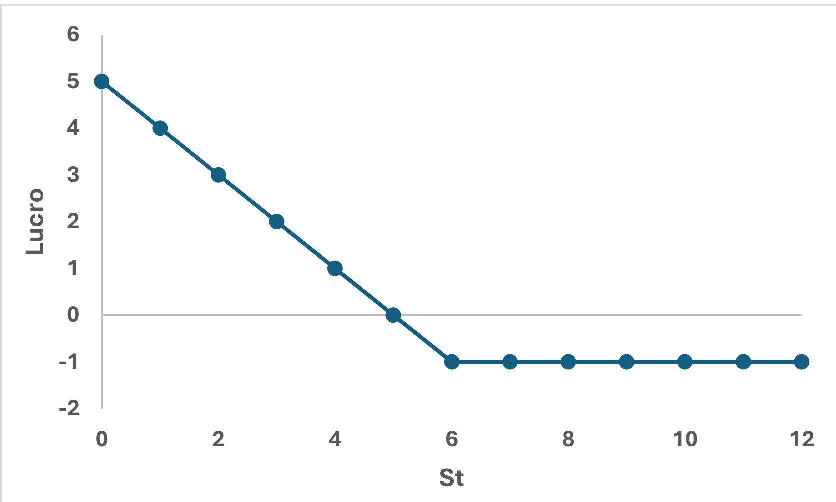

Fonte: Elaborado pelo autor

O gráfico mostra o lucro de um comprador de opção de compra, de zero até o preço de exercício o lucro é negativo, pelo desembolso do prêmio, a partir do preço acima do preço de exercício a operação entra na faixa de lucro.

2.6.2 Opção de venda

A opção de venda, dá o direito de vender um ativo a um preço definido na data de vencimento. O titular paga o prêmio, que é o custo da opção, e o lançador recebe. Definindo ST como preço final do ativo, e K como o preço de exercício, o comprador de uma opção de venda terá o seguinte resultado: max (K - St, 0). Isso porque a opção só será exercida se o preço final do ativo for menor que o preço de exercício.

**Gráfico 2 – Payoff de uma opção de venda**




Fonte: Elaborado pelo autor

O gráfico mostra o lucro de um comprador de opção de venda, do preço de exercício até zero a operação tem lucro crescente, do preço de exercício pra cima a operação está no seu prejuízo máximo, que é o prêmio da opção.

Existem quatro tipos possíveis de posição em opções: Posição comprada em opção de compra, posição comprada em opção de venda, posição vendida em opção de compra, posição vendida em opção de venda.

## 2.7 OPÇÕES SOBRE AÇÕES

Existem diferentes tipos de subjacente em opções, opções sobre ações, opções de índice, opção sobre taxa de juros, opções de moedas, opções sobre futuros, dentre outras. Nesse artigo, serão analisadas as opções sobre ações.

Seis fatores principais afetam o preço de uma opção sobre ações: Preço atual da opção ($S_0$), preço de exercício (K), tempo até expiração (T), volatilidade do preço da ação (σ), taxa de juros livre de risco (r), dividendos esperados (HULL,2016).

**TABELA 3 – EFEITO NO PREÇO DE UMA OPÇÃO DE UM AUMENTO EM UMA VARIÁVEL ENQUANTO AS DEMAIS PERMANECEM FIXAS**

| Variável | Opção de compra europeia | Opção de venda europeia |
|---|---|---|
| Preço atual da ação | + | - |
| Preço de exercício | - | + |
| Tempo até expiração | ? | ? |
| Volatilidade | + | + |
| Taxa de juros | + | - |
| Dividendos futuros | - | + |

Fonte: Elaborada com base em HULL (2016).

Esses fatores afetam os preços das opções com base na tabela acima, o "+" representa que um aumento na variável faz que o preço da opção aumente, o "–" indica que o aumento nessa variável faz com que o preço da opção diminua, o "?" mostra que o aumento na variável tem uma relação incerta. O preço atual da ação faz com que a ação fique mais ou menos próximo do exercício, afetando a opção; o tempo até o vencimento mostra o valor temporal da opção, quanto menos tempo existe até o vencimento mudam-se as probabilidades de exercício, assim o preço atual da ação tem impacto no movimento do valor temporal; a volatilidade como medida de incerteza aumenta a probabilidade de movimentos de preço, por isso a relação positiva; o impacto da taxa de juros atua tanto pelo lado do retorno exigido pelos investidores, quanto pelo valor presente dos fluxos de caixa, deve-se considerar o impacto combinado de ambos os casos (HULL,2016).

No caso brasileiro, as opções sobre ações com vencimento mensal costumam ter vencimento na 3ª sexta-feira do mês e seguem a seguinte estrutura:

quatro primeiras letras representam o ativo subjacente, quinta letra representa o mês de vencimento, os demais dígitos, no máximo três, representam o preço de exercício da opção.

**TABELA 4 – Meses e vencimentos das opções**

| Mês de vencimento | Call | Put |
|---|---|---|
| Janeiro | A | M |
| Fevereiro | B | N |
| Março | C | O |
| Abril | D | P |
| Maio | E | Q |
| Junho | F | R |
| Julho | G | S |
| Agosto | H | T |
| Setembro | I | U |
| Outubro | J | V |
| Novembro | K | W |
| Dezembro | L | X |

Fonte: Elaborada pelo autor

A tabela mostra os códigos e respectivos meses de vencimentos para cada opção, uma opção de compra de PETR4, por exemplo, para vencimento em fevereiro com preço de exercício de R$ 35,00 teria o código PETRB35.

Em 2023, a bolsa brasileira lançou as opções semanais sobre opções, que seguem o mesmo padrão, porém com vencimento toda semana na sexta-feira. O código da opção segue o mesmo das opções mensais, porém contam com Wn no final, em que n representa qual a semana de vencimento. Por exemplo, PETRB35W2, representaria o vencimento na segunda semana do mês de fevereiro.

## 2.8 ESTRATÉGIAS COM OPÇÕES

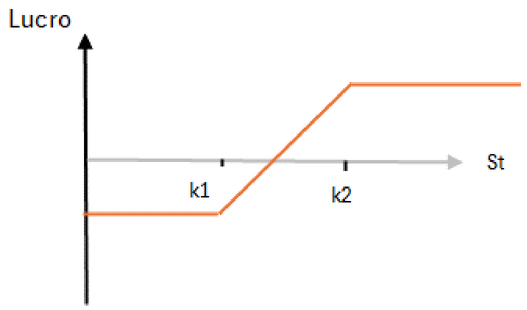
As opções podem ser utilizadas para criar operações estruturadas, em que o risco máximo incorrido, e o valor máximo a ser recebido podem ser definidos previamente. Uma opção pode ser negociada em conjunto com outros ativos, como os casos de opções mais títulos de renda fixa, opção junto a seu ativo subjacente, duas ou mais opções sobre o mesmo ativo (HULL, 2016).

A estrutura do portfólio a ser montada depende do objetivo de retorno e a exposição ao risco que o agente desejar, podendo montar posições direcionais, para alta ou baixa de determinado ativo, ou até operações neutras, que ganham com o ativo ficando no mesmo nível de preço ou até com a passagem do tempo.

### 2.8.1 SPREADS

Uma das estratégias comuns utilizando uma ou mais opções do mesmo tipo, duas ou mais opções de compra, por exemplo, são os spreads. O spread de alta (*bull spread*) pode ser montado pela aquisição de uma compra com determinado preço de exercício, e a venda de uma opção de compra do mesmo ativo com preço de exercício mais alto, ambos com a mesma data de vencimento.

**FIGURA 4 – Spread de alta**




Fonte: Elaborada pelo autor.

Essa estratégia apresentada acima, consegue limitar a perda máxima, e define o lucro máximo a ser obtido com a montagem da operação.

**TABELA 5 – Resultado de um spread de alta**

| Preço da ação | Resultado da opção comprada | Resultado da opção vendida | Total |
|---|---|---|---|
| $S_t < K_1$ | 0 | 0 | 0 |
| $K_1 < S_t < K_2$ | $S_t - K_1$ | 0 | $S_t - K_1$ |
| $S_t > K_2$ | $S_t - K_1$ | $-(S_t - K_2)$ | $K_2 - K_1$ |

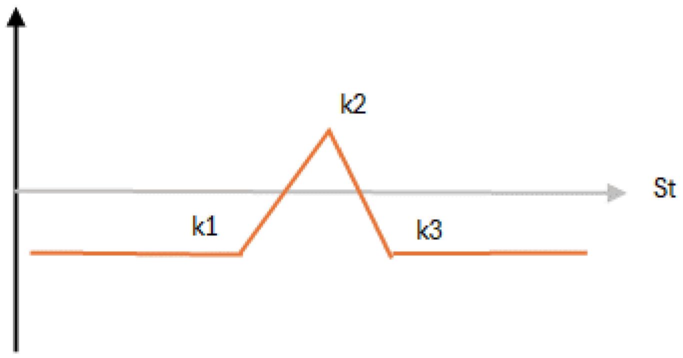
Fonte: Elaborada com base em HULL (2016).

A tabela mostra que a estratégia entra na zona de lucro a partir do momento que o preço do ativo fica acima do preço de exercício da opção comprada, e atinge seu lucro máximo assim que atinge o exercício da opção vendida. A estratégia de spread de alta também pode ser montada com opções de venda, spreads de baixa também podem ser montados, assim o payoff da operação fica o oposto do apresentado acima.

### 2.8.2 Spreads borboleta

Um spread borboleta envolve posições em opções com três preços de exercícios diferentes. Pode ser montado com a aquisição de uma opção de compra com um preço de exercício $K_1$, aquisição de uma opção de compra com um preço de exercício maior ($K_3$) e a venda de duas opções de compra com preço de exercício $K_2$, intermediário entre $K_1$ e $K_3$, próximo ao preço de mercado do ativo. Assim ele representa uma estratégia apropriada para o investidor que acredita que movimentos significativos de preços são improváveis (HULL,2016).

**FIGURA 5 – Spread Borboleta**




Fonte: Elaborada pelo autor.

Nota-se pela figura que o lucro máximo da estratégia ocorre quando o preço do ativo tem pouca movimentação em relação a montagem da operação.

**TABELA 6 – Resultado de um spread borboleta**

| **Preço da ação** | **Resultado da 1ª opção comprada** | **Resultado da 2ª opção comprada** | **Resultado das opções vendidas** | **Total** |
|---|---|---|---|---|
| $St < K_1$ | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $K_1 < St < K_2$ | $St - K_1$ | 0 | 0 | $St - K_1$ |
| $K_2 < St < K_3$ | $St - K_1$ | 0 | $-2(St - K_2)$ | $K_3 - St$ |
| $St > K_3$ | $St - K_1$ | $St - K_3$ | $-2(St - K_2)$ | 0 |

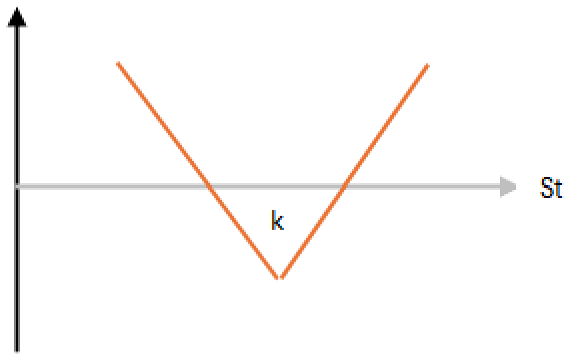
Fonte: Elaborada pelo autor com base em HULL (2016).

O quadro acima mostra que o resultado da estratégia atinge a perda máxima com qualquer movimentação de preços significativas. Acima de $K_3$ ou abaixo de $K_1$, nos preços de exercício das opções compradas.

### 2.8.3 COMBINAÇÕES (STRADDLE)

Uma das estratégias de combinações mais popular é o Straddle, que consiste em adquirir uma opção de compra e uma de venda com os mesmos preços de exercício e mesmo prazo de vencimento. Se o preço do ativo subjacente ficar próximo ao exercício ocorre uma perda, contudo, se ocorre qualquer movimento suficientemente grande em qualquer direção, o resultado pode ser um lucro significativo (HULL,2016).

**FIGURA 6 – Straddle**




Fonte: Elaborada pelo autor.

O padrão de lucro da figura mostra que essa operação necessita de um movimento forte em qualquer direção, para que os lucros superem os prêmios pagos pelas opções.

**TABELA 7 – Resultado de um straddle**

| Preço da ação | Resultado da opção comprada | Resultado da opção vendida | Total |
|---|---|---|---|
| St < K | 0 | K - St | K - St |
| St > K | St - K | 0 | St - K |

Fonte: Elaborada com base em HULL (2016).

O quadro apresenta o padrão de resultados do straddle, operação que busca movimentos fortes no ativo independente da direção.

Finalizando, o gerenciamento dessas posições com opções é feito com o auxílio das letras gregas, que serão analisadas posteriormente, assim pode-se definir qual a exposição direcional, qual a volatilidade desejada e o horizonte temporal em cada tipo de estratégia (HULL,2016).

## 2.9 MODELO BLACK-SCHOLES-MERTON

No início de 1970, Fischer Black, Myron Scholes e Robert Merton avançaram de maneira relevante no apreçamento de opções europeias. O avanço tornou-se relevante pelo nome do modelo de Black-Scholes-Merton, e começou a fazer parte do apreçamento de derivativos e hedge no mercado financeiro, em 1997 o modelo levou seus autores a receberem o Prêmio Nobel de Economia (HULL,2016).

O modelo utilizou alguns fatores como o CAPM, com algumas sofisticações para incorporar a influência do tempo e do preço do ativo na precificação da opção. Além disso, a derivação do modelo mostra que a volatilidade pode ser estimada a partir de dados históricos ou implicada partir dos preços das opções. Outros fatores importantes para chegar ao modelo final de precificação são a avaliação *risk-neutral* e a propriedade Lognormal dos preços das ações. A ideia da equação é montar um portfólio livre de risco em que o preço da ação e do derivativo são afetadas pela incerteza dos movimentos de preço da ação, em um breve período qualquer o preço do derivativo estará perfeitamente correlacionado com o subjacente. Alguns pressupostos da equação são: o preço da ação tem μ e σ constantes, a venda a descoberta é permitida, não há custos de transação, não há dividendo durante a vida do derivativo, não há oportunidade de arbitragem livre de risco, a negociação é contínua, a taxa de juros livre de risco é constante para todas as maturidades (HULL,2016).

Derivando as fórmulas e utilizando os fatores acima, as equações de apreçamento de Black-Scholes-Merton ficam:

$c = S_0N(d_1) – Ke^{-Rt}N(d_2)$

$p = Ke^{-Rt}N(-d_2) - S_0N(-d_1)$

em que:

$d_1 = (\ln(S_0/K) + (r + \sigma^2/2) T ) / \sigma\sqrt{T}$

$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$

A função N(x) é a distribuição de probabilidade cumulativa para uma variável normal padrão, a probabilidade da variável ser menor que x. As variáveis c e p são o preço da opção de compra e da opção de venda, respectivamente, $S_0$ é o preço atual da ação, K é o preço de exercício, r é a taxa de juros livre de risco com capitalização contínua, σ é a volatilidade do preço da ação e T é o tempo até a maturidade da opção (HULL,2016).

O único parâmetro que não pode ser observado diretamente na fórmula é a volatilidade do preço da ação, a volatilidade histórica pode ser usada, mas na prática os investidores trabalham com as volatilidades implícitas, ou seja, a volatilidade implicada pelos preços das opções observados no mercado. Essa volatilidade é usada para monitorar a opinião do mercado sobre os movimentos de preços de determinada ação. Enquanto as volatilidades históricas estão voltadas para o passado, as implícitas estão voltadas para o futuro, assim os investidores muitas vezes cotam a volatilidade em vez de seu preço (HULL,2016).

### 2.10 AS LETRAS GREGAS

O uso das letras gregas é importante no controle de risco das operações com opções, cada letra grega mede uma dimensão diferente do risco em uma posição em opções (HULL,2016). Essas podem ser usadas para controlar a exposição direcional, de volatilidade e até do valor temporal.

#### 2.10.1 DELTA

O delta ($\Delta$) é definido como a taxa de mudança do preço da opção com relação ao preço do ativo subjacente, é a inclinação da curva que relaciona o preço da opção com o preço do ativo, quando os demais fatores permanecem iguais (HULL,2016).

$\Delta$ (c) = N(d1)

$\Delta$ (v) = N(d1) – 1

No caso, se o delta de uma posição em opções for de 0,8; significa que a cada mudança de um real no preço do ativo, o preço da opção aumentará 0,80. Opções de compra têm delta positivo, enquanto opções de venda tem delta negativo.

O delta de um portfólio pode ser calculado a partir do delta das opções individuais da carteira. Se um portfólio é composto por quantidades $w_i$ da opção i ( 1 < i < n), o delta da carteira fica: $\Delta = \Sigma\, w_i * \Delta_i$ (HULL,2016).

O delta do portfólio serve para medir a exposição direcional da posição, que varia com os movimentos de mercado, quando o delta da carteira é igual a zero, chama-se a posição de delta neutro. Essa que pode servir como um hedge para as variações dos preços do ativo à mercado.

2.10.2 TETA

O teta ($\Theta$) de um portfólio de opções é a taxa de mudança do portfólio em relação à passagem do tempo, quando tudo mais permanece igual. É também chamado de decaimento temporal do portfólio (HULL,2016).

$\Theta$ (c) = - ($S_0 N(d_1)\sigma / 2\sqrt{T}$ ) – $rKe^{-rT} N(d_2)$

$\Theta$ (p) = - ($S_0 N(d_1)\sigma / 2\sqrt{T}$ ) + $rKe^{-rT} N(-d_2)$

Nessa fórmula, o tempo é medido em anos. Na prática o teta é medido em dias, de modo que demonstre o valor do portfólio quando 1 dia passa e tudo mais permanece constante, para obter o valor por dia de negociação, o valor da fórmula deve ser dividido por 252. Mesmo que não é costume no mercado proteger uma posição com base na passagem do tempo, o teta é uma medida descritiva útil para o portfólio.

2.10.3 GAMA

O gama ($\Gamma$) representa a taxa de mudança do delta do portfólio com relação ao preço do ativo subjacente. É a segunda derivada parcial do portfólio em relação ao preço do ativo (HULL,2016).

$\Gamma$ = N (d1) / $S_0\sigma\sqrt{T}$

O gama funciona como uma derivada do delta, assim mede a mudança do delta da opção, sendo útil para medir a sensibilidade de um hedge, principalmente nos casos de portfólios com delta neutro. A variação do gama depende do tempo até o vencimento e da proximidade do ativo em relação a seu preço de exercício.

### 2.10.4 VEGA

Na prática de mercado, as volatilidades mudam com o tempo, de acordo com a situação. Isso reflete em mudanças do preço por conta da mudança da volatilidade implícita. O vega (v) de um portfólio de derivativos mede a mudança do preço das opções com relação à volatilidade do ativo subjacente.

$$V = S_0 \sqrt{T}\, N(d1)$$

Se o vega é altamente positivo ou altamente negativo, o valor do portfólio tem maior sensibilidade a mudanças na volatilidade. Se próximo de zero, as mudanças na volatilidade têm relativamente pouco impacto sobre o portfólio (HULL,2016).

### 2.10.5 RÔ

O rô(ρ) de um portfólio de opções é taxa de mudança do valor com relação à taxa de juros. Mede os impactos causados pelas taxas de juros de mercado, quando os demais fatores permanecem constantes (HULL,2016).

$$\rho(c) = KTe^{-rT}N(d2)$$

$$\rho(v) = -KTe^{-rT}N(-d2)$$

Como verificado acima, existem diversos fatores de risco que afetam o preço das opções. E a mensuração com o uso das letras gregas ajuda a realizar o hedge das posições e medir os riscos e exposição em cada fator, propiciando um maior controle nos portfólios que utilizam esses instrumentos.

## 2.5 APROXIMAÇÕES DE VAR COM GREGAS

Mesmo o método delta-normal sendo linear, e as opções serem instrumentos não-lineares, é possível realizar uma aproximação para calcular o VaR de uma carteira que contenha opções. Já que uma opção corresponde a uma posição em delta no subjacente, uma aproximação por Δ pode ser feita. Suponha-se uma posição comprada em dez opções de compra, que tem Δ=0,54, essa posição é equivalente a 5,4 quantidades no ativo subjacente.

Portanto, o risco das posições em opções pode ser construído a partir dos fatores básicos por meio da abordagem delta-normal. A aproximação é mais significativa quando os movimentos de preço no ativo subjacente são menores e quando os gamas têm menor magnitude (JORION, 2010).

Visto que o delta é utilizado para medir a exposição ao ativo subjacente e a teoria de apreçamento de opções, pode ser aplicado o VaR paramétrico para o ativo como: $VaR_{h,\alpha} = \Delta * \phi^{-1}(1-\alpha)\sigma h$. Em que o VaR de uma opção é Δ vezes o valor de seu ativo subjacente (ALEXANDER,2008).

Generalizando, é possível calcular a exposição delta dos ativos do portfólio como o delta dos ativos da carteira multiplicado pela posição nos ativos subjacentes. Considerando que esses fatores de risco da carteira assumem uma distribuição normal, chega-se a seguinte fórmula para o VaR de um portfólio com opções:

$VaR_{h,\alpha} = \phi^{-1}(1-\alpha)\sqrt{\Delta_s' * V * \Delta_s}$.

Em que V é a matriz de covariância dos ativos subjacentes, $\Delta_s$ o vetor da exposição em delta dos ativos da carteira e $\Delta_s'$ seu vetor transposto.

## 2.6 O MÉTODO DELTA-GAMA PARA OPÇÕES

Diferente do método delta-normal, que considera apenas a relação linear da posição em opções, o método Delta-Gama é utilizado para capturar a não-linearidade das opções sobre ações. O Gama, apresentado anteriormente, mede a sensibilidade da variação do Delta, sendo assim uma aproximação de segunda ordem (HULL,2016).

Dessa maneira, esse método captura melhor a curvatura do comportamento de uma opção, que varia mais em cenários de maior volatilidade, com opções fora do dinheiro ou perto do vencimento, nesses casos os efeitos do Gama se tornam mais significativos.

Considerando essa maior aproximação, o VaR de um portfólio vai somar ambas as variações, aumentando a aproximação do risco da carteira, somando o efeito linear com o efeito não linear. A fórmula matricial para esse método ficará da seguinte maneira:

$VaR_{h,\alpha} = \Delta_s' * V * Z_\alpha + (1/2 * Z_\alpha' * V * \Gamma * V * Z_\alpha)$

Em que $\Delta_s'$ é a vetor transposto de deltas das opções na carteira, V é matriz de covariância dos retornos, $Z_\alpha$ é o vetor de multiplicação do índice de confiança desejado e Γ a matriz de Gamas da carteira. Considerando a fórmula, é obtida a aproximação de primeira e segunda ordem das opções, o que tende a melhorar a análise do risco das posições em derivativos.

# 3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A metodologia da pesquisa foi a realização de um Backtest para avaliar o modelo de VaR paramétrico para um dia, com 95% de confiança, no método delta-normal, de uma carteira de ações e de carteiras que possuam opções sobre ações.

Os resultados calculados pelo modelo foram comparados com os resultados efetivamente observados no mercado, em um período de aproximadamente 752 dias úteis.

O objetivo foi verificar se o modelo calculado será aceito, com base no uso do Backtest, comparando o número de exceções do modelo com a Tabela de aceitação do modelo de VaR. Para assim, analisar se o método delta-normal, com a aproximação linear para as opções, é suficiente para medir o risco de maneira adequada, sem necessidade de grandes ajustes no modelo.

O modelo de cálculo foi construído na linguagem Python, com apoio das bibliotecas de análise de dados, e de cálculos matriciais. As funções foram criadas de maneira a seguir os procedimentos de cálculos expostos no referencial teórico, incluindo a coleta de preços dos ativos da carteira, estimação da volatilidade, criação da matriz de covariância e posteriormente o cálculo do valor em risco do portfólio.

As carteiras utilizadas para a simulação foram construídas de diferentes maneiras, com os 4 maiores ativos em valor de mercado do índice Ibovespa, também com os 12 maiores em participação no índice, e para finalizar, os trinta maiores em participação no índice Ibovespa. Para as simulações de risco das carteiras com opções, opções sobre as ações desses ativos foram utilizados. De maneira geral, o modelo recebeu uma lista de ativos e sua posição financeira na carteira, após isso, os preços utilizados foram os preços de fechamento ajustado, da fonte Yahoo Finance. Para conseguir os preços de maneira automatizada, foi utilizada a API do Yahoo Finance, com auxílio de bibliotecas específicas.

Tendo o histórico de preços e o tamanho das posições, foi possível calcular a série de retornos e a volatilidade desses, assim como a matriz de covariância, com base no modelo EWMA. A volatilidade foi estimada com base nos últimos 63 dias úteis de retorno do ativo, utilizando o decaimento exponencial de 0,94 ($\lambda = 0,94$) conforme utilizado pelo modelo do RiskMetrics. Com esses dados o passo seguinte foi montar as matrizes e vetores necessários para o cálculo do VaR final da carteira.

No caso de possuírem opções sobre ações na carteira, o código identifica com base na estrutura do nome do ativo. Assim, calcula o preço com base no modelo Black-Scholes-Merton, assim como as letras gregas da opção. Dessa maneira o delta é calculado e pode-se mensurar a exposição em delta no ativo subjacente, e então calcular o VaR da carteira. O nível de confiança para o modelo de VaR calculado foi de 95%, e os preços usados foram de janeiro de 2021 até dezembro de 2023.

## 4 ANÁLISE DOS DADOS

Nessa seção serão analisados os dados de Backtest obtidos pela simulação de VaR de 1 dia para as carteiras definidas, assim como a análise da efetividade do modelo, com base no modelo construído com a utilização do método delta-normal, volatilidade EWMA com decaimento de 0,94 e matriz de covariância entre o retorno dos ativos.

A análise dos resultados obtidos com a realização do Backtest de VaR nas carteiras definidas mostrou que o método paramétrico estima bem o risco incorrido nas carteiras compostas por ações. O uso da volatilidade EWMA reflete mais rápido as mudanças mais abruptas de preços que são costumeiras em alguns períodos no mercado, assim incorporando essas maiores variações de preço no modelo de risco. Nas simulações de VaR de 1 dia, com 95% de confiança, a comparação da perda máxima estimada com a efetivamente registrada no mercado, mostrou-se dentro dos intervalos de confiança previstos de acordo com as tabelas de aceitação do modelo. Em que também se notou os ganhos de correlação de carteiras mais diversificadas, devido a utilização das matrizes de covariância, o risco proporcional ao tamanho da posição ficou mais reduzido em relação a carteiras menos diversificadas.

De acordo com a tabela de aceitação do modelo de VaR, elaborada por Jorion, e apresentada no capítulo sobre Backtesting de VaR. O modelo construído será aceito se estiver dentro dos intervalos especificados para estimativa do VaR com 95% de confiança. Resultados mais detalhados serão apresentados abaixo.

## 4.1 CARTEIRA COM 4 AÇÕES DE GRANDE CAPITALIZAÇÃO

O Backtest foi realizado com quatro ações de grande capitalização do índice Ibovespa, a construção da carteira foi de quantidades iguais de ações para cada papel, não sendo proporcionais em peso financeiro dentro da carteira. Foram utilizados os ativos PETR3, VALE3, ITUB3 e BBAS3. O período analisado foi de janeiro de 2021 até dezembro de 2023.

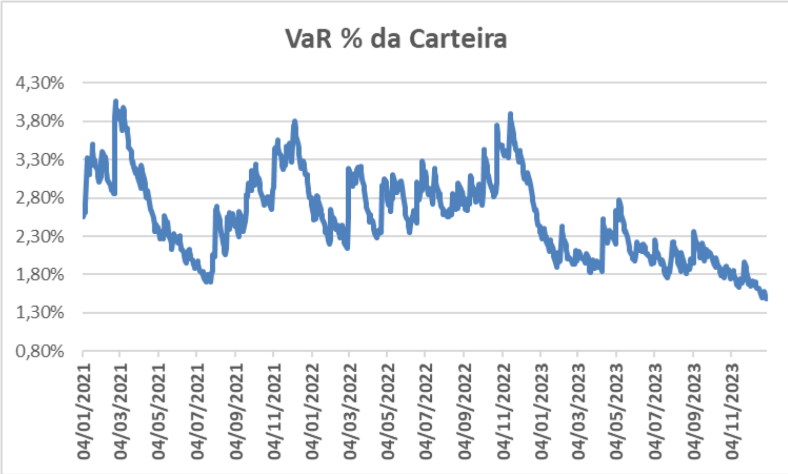
**TABELA 8 – Backtest com 4 ações**

| Dias estimados | Exceções (Perda > VaR) | % de exceções | Região de não-rejeição |
|---|---|---|---|
| 750 | 46 | 6,13% | 26 < **N** < 50 |

Fonte: Elaborada pelo autor

Os resultados obtidos pelo modelo mostraram que em 93,87% dos dias, a perda máxima do porfólio não foi superior ao VaR calculado. Além disso, o número de exceções do modelo ficou entre 26 e 50, dentro do intervalo de confiança para 750 dias úteis de acordo com a tabela de aceitação, sendo assim aceito o modelo.

**GRÁFICO 3 – Risco % da carteira com 4 ações**




Fonte: Elaborado pelo autor

O cálculo do percentual de risco da carteira em relação a seu volume financeiro mostra que a carteira estava com maior risco durante os anos de 2021 e 2022, em que a volatilidade do mercado estava maior. O modelo de VaR conseguiu refletir bem esses períodos de maior variância de preços devido ao uso da volatilidade EWMA. No período inteiro, o VaR médio foi de 2,55%. Do total de exceções, 18 ocorreram em 2021, 15 ocorreram em 2022 e 13 ocorreram em 2023.

## 4.2 CARTEIRA COM 12 AÇÕES DE MAIOR PARTICIPAÇÃO NO IBOVESPA

Um Backtest com as 12 maiores ações em participação no Ibovespa, de acordo com o índice divulgado, foi realizado. Foram utilizadas mil quantidades de ações para cada papel, sendo a carteira composta pelos ativos VALE3, PETR3, ITUB4, BBDC4, BBAS3, ELET3, B3SA3, WEGE3, SBSP3, ITSA4, ABEV3 e EQTL3. O período analisado foi de janeiro de 2021 até dezembro de 2023.

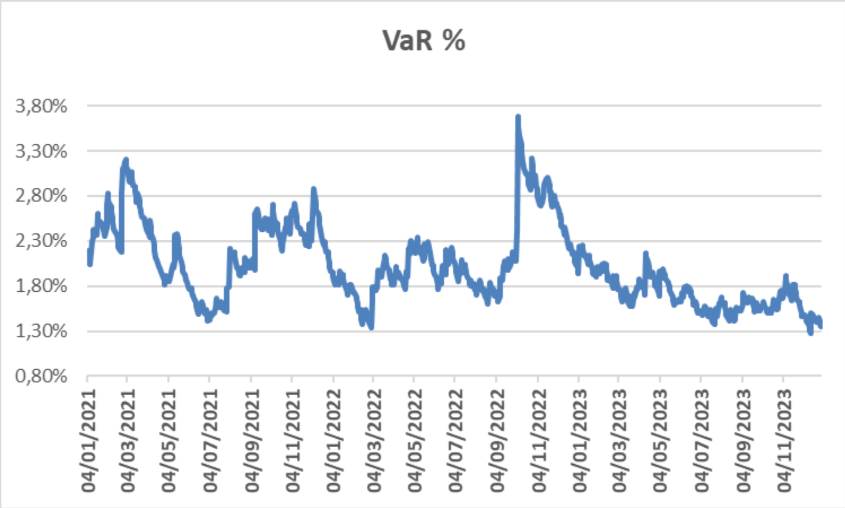
**TABELA 9 – Backtest com 12 ações**

| Dias estimados | Exceções (Perda > VaR) | % de exceções | Região de não-rejeição |
|---|---|---|---|
| 750 | 43 | 5,73% | 26 < **N** < 50 |

Fonte: Elaborada pelo autor

Os resultados do Backtest apresentaram que o modelo estimou a perda máxima do portfólio corretamente em 94,27% dos dias. O número de exceções do modelo ficou dentro da região de aceitação, considerando 750 dias, dessa maneira o modelo foi bem estimado para o período analisado.

**GRÁFICO 4 – Risco % da carteira com 12 ações**




Fonte: Elaborado pelo autor

Na análise do VaR em relação ao tamanho da carteira, um risco maior foi observado em alguns períodos de 2021 e no final de 2022, com o modelo ajustando-se a maior volatilidade do período. O número de exceções observados por ano foi de 15 em 2021, 17 em 2022 e 11 em 2023. O VaR médio do período foi de 2,01%, menor que o observado na carteira com menos ativos, refletindo algum ganho de correlação dos ativos.

### 4.3 CARTEIRA COM 30 AÇÕES DE MAIOR PARTICIPAÇÃO NO IBOVESPA

A última análise do modelo de VaR apenas para uma carteira de ações, foi realizado utilizando as trinta ações com maior participação percentual no Ibovespa, aumentando assim a diversificação setorial da carteira. Foram utilizadas mil quantidades de cada papel, sendo a carteira representada pelos ativos VALE3, PETR4, ITUB4, PETR3, BBDC4, BBAS3, BBAS3, ELET3, B3SA3, WEGE3, SBSP3, ITSA4, ABEV3, BPAC11, EQTL3, RENT3, JBSS3, PRIO3, RDOR3, RADL3, SUZB3, EMBR3, RAIL3, VBBR3, UGPA3, BBSE3, GGBR3, CMIG4, BRFS3, VIVT3 e BBDC3. O período analisado foi de janeiro de 2021 até dezembro de 2023.

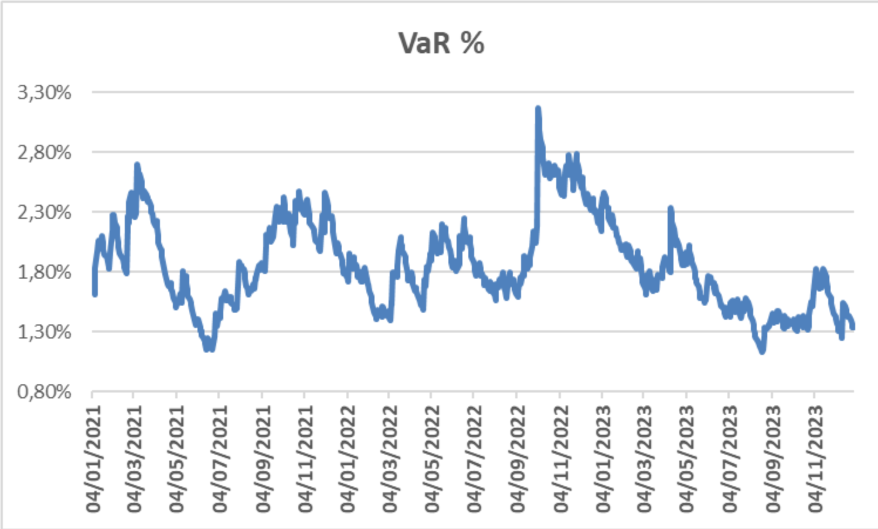
**TABELA 10 – Backtest com 30 ações**

| Dias estimados | Exceções (Perda > VaR) | % de exceções | Região de não-rejeição |
|---|---|---|---|
| 750 | 41 | 5,47% | 26 < **N** < 50 |

Fonte: Elaborada pelo autor

Os resultados da amostra desse portfólio mostraram que o modelo foi estimado corretamente em 94,53% dos dias. O número de exceções do modelo ficou no dentro do intervalo de confiança, considerando 750 dias, dessa maneira o modelo foi aceito.

**GRÁFICO 5 – Risco % da carteira com 30 ações**




Fonte: Elaborado pelo autor

Na análise da perda máxima pra 1 dia, em relação ao tamanho do portfólio, os maiores riscos foram observados no início de 2021 e no final de 2022, em que o modelo se adequou a volatilidade do período. O número de exceções observados por ano foi de 15 em 2021, 17 em 2022 e 9 em 2023. O VaR médio do período foi o menor dentre todas as análises, devido aos ganhos de correlação entre os retornos dos ativos, com o valor de 1,86% no período analisado.

## 4.4 VAR DA CARTEIRA COM OPÇÕES – APENAS UMA OPÇÃO

Foi realizado um Backtest para avaliar o modelo quando calculado apenas com uma única opção na carteira. Para isso, foi utilizado uma série histórica de opções de PETR4, em que a carteira era alterada a cada três meses, depois do vencimento da opção simulada. Os dados de delta utilizados para mensuração foram os obtidos pelos preços das opções nas datas simulados, de maneira a refletir a volatilidade implícita negociada no período.

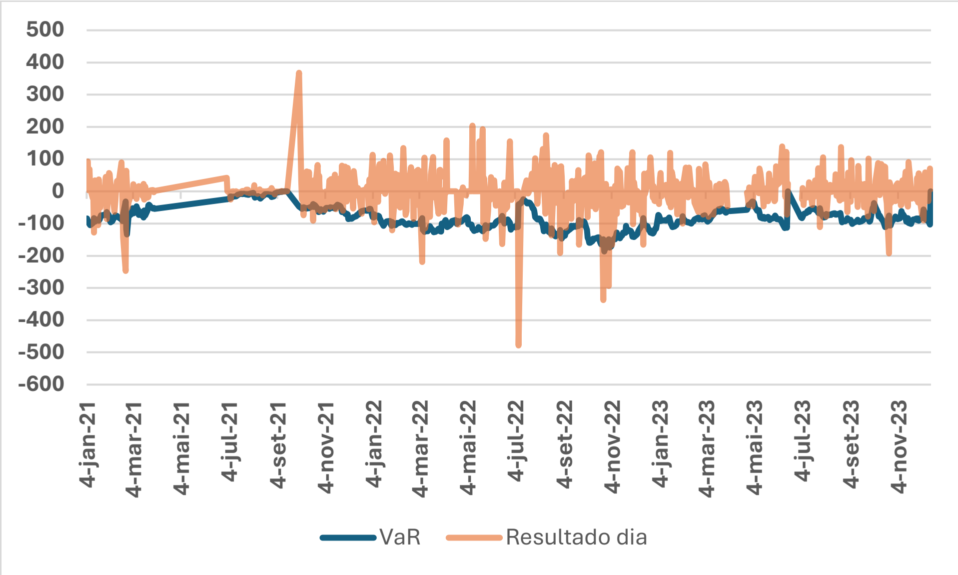
**TABELA 11 – Backtest carteira com uma única opção**

| Dias estimados | Exceções (Perda > VaR) | % de exceções | Região de não-rejeição |
|---|---|---|---|
| 642 | 32 | 4,98% | 26 < **N** < 52 |

Fonte: Elaborada pelo autor

Na análise realizada, o modelo delta-normal mostrou-se suficiente quando utilizado apenas para uma opção na carteira. Com apenas 4,98% dos retornos diários excedendo a perda máxima esperada, o modelo entrou na região de aceitação.

**GRÁFICO 6 – VAR da carteira com uma opção x Resultado diário**




Fonte: Elaborado pelo autor

A análise do gráfico mostra que na maioria dos dias as perdas máximas realizadas não foram superiores as calculadas pelo modelo.

## 4.5 VAR DA CARTEIRA COM OPÇÕES – OPERAÇÃO STRADDLE

No Backtest realizado em uma carteira contendo apenas opções, foi utilizada a operação estruturada Straddle, citada anteriormente. Essa que consiste em uma compra de put, simultaneamente a uma compra de call, no mesmo strike e vencimento. Os dados de delta e preço utilizados foram os obtidos de acordo com as negociações ocorridas no mercado no período, refletindo a volatilidade implícita negociada. As opções utilizadas foram as de PETR4, com a volatilidade dos retornos calculadas sobre o ativo subjacente, devido ao vencimento das opções, as simulações foram feitas alterando os ativos da carteira a cada três meses.

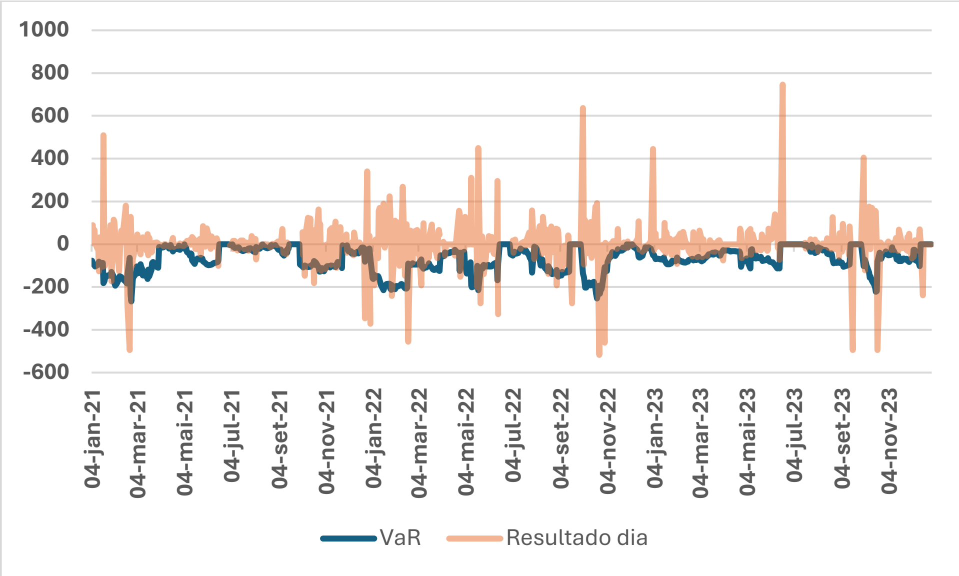
**TABELA 12 – Backtest operação Straddle**

| Dias estimados | Exceções (Perda > VaR) | % de exceções | Região de não-rejeição |
|---|---|---|---|
| 680 | 52 | 7,65% | 26 < **N** < 50 |

Fonte: Elaborada pelo autor

Na análise realizada o número de exceções ficou acima do intervalo de não-rejeição definido pela tabela, dessa maneira o modelo de VaR para essas operações ficou mal estimado.

**GRÁFICO 7 – VAR x Resultado dia**




Fonte: Elaborado pelo autor

No gráfico acima, compara-se a perda máxima estimada pelo modelo com o resultado efetivamente registrado no dia. Nota-se que em alguns períodos as exceções são maiores, a maioria dos casos ocorreram quando a opção estava dentro do dinheiro, em que as variações de preço das opções são mais voláteis.

## 4.6 VAR DA CARTEIRA COM OPÇÕES – OPERAÇÃO TRAVA DE ALTA

A outra análise feita para carteiras contendo apenas opções foi a simulação da perda máxima diária esperada para a operação estruturada chamada Spread de Alta, em que se compra uma *call* com um preço de exercício e vencimento, junto a uma venda de *call* com preço de exercício maior e mesmo vencimento. Os preços e deltas utilizados na simulação foram os efetivamente registrados no período, de acordo com as negociações ocorridas e volatilidade implícita negociada. Nesse caso também foram utilizadas as opções de PETR4, com a carteira sendo ajustada a cada três meses.

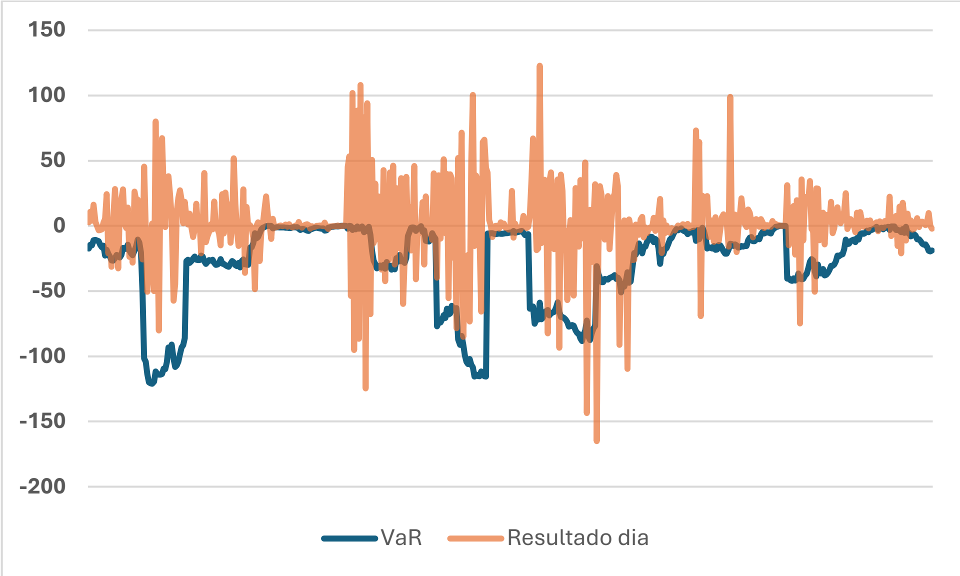
**TABELA 13 – Backtest operação Trava de Alta**

| Dias estimados | Exceções (Perda > VaR) | % de exceções | Região de não-rejeição |
|---|---|---|---|
| 530 | 48 | 9,06% | 16 < **N** < 36 |

Fonte: Elaborada pelo autor

O Backtest realizado mostrou que o número de exceções foi significativamente maior que o esperado pela tabela, tendo 9,06% dos retornos acima da perda máxima esperada, em um nível de significância de 95%.

**GRÁFICO 8 – VAR calculado x Resultado**




Fonte: Elaborado pelo autor

Pela análise do gráfico, observa-se uma volatilidade maior dos resultados, o modelo de VaR pelo método delta-normal não foi suficiente para estimar a perda máxima esperada em alguns cenários. Nos períodos com as opções dentro do dinheiro, o impacto do Gama foi forte, o que fez o modelo utilizando apenas o delta não ser suficiente para prever a perda máxima.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Dado o objetivo da pesquisa, de mensurar a efetividade do modelo de VaR paramétrico de 1 dia com 95% de confiança para uma carteira composta apenas por ações e portfólios que também utilizem opções sobre ações, o uso do Backtest para analisar a eficácia do modelo mostrou-se satisfatório em boa parte dos períodos, considerando as métricas e ferramentas estatísticas definidas na literatura.

Nos portfólios utilizados para simulação do VaR, nos períodos analisados, os Backtests mostraram que os modelos foram bem estimados na maioria dos casos. Esses testes apresentaram-se importantes para validar a eficácia do modelo construído e servem para mostrar se esses modelos precisam de ajuste em algum parâmetro. Nas simulações realizadas, nas carteiras de ações, os Backtests ficaram dentro do intervalo de aceitação dos modelos, de acordo com referencial teórico.

Outro fator verificado na construção do modelo de VaR foi o benefício do uso da volatilidade EWMA, que é mais eficaz para capturar as mudanças na variação dos preços dos ativos. Assim, o cálculo do VaR adaptou-se aos períodos de maior e menor volatilidade, não subestimando o risco da carteira nesses momentos de maior instabilidade do mercado. Junto a isso, nas diferentes simulações de carteira notou-se a queda do risco em relação ao tamanho da posição nas carteiras com mais ativos descorrelacionados, mostrando assim que o ganho de correlação é incorporado no modelo de VaR.

Sobre a mensuração de risco de mercado nas carteiras com opções, a aproximação linear da posição, utilizando o Delta, mostrou-se suficiente em alguns períodos, porém acabou não capturando muito bem o risco em cenários de maior estresse dos ativos, que as variações foram maiores. Uma aproximação de segunda ordem, utilizando o Gama, pode auxiliar na mensuração efetiva do risco da carteira nesses cenários.

O estudo contribuiu para mostrar a eficácia do modelo de VaR para mensuração do risco de mercado de um portfólio, com a incorporação de clusters de volatilidade e ganhos de correlação. Além disso, mostrou a importância do uso das Gregas para medir a exposição a risco de carteiras que utilizam opções sobre ações. Assim, o modelo teórico analisado pode servir como base para medir a exposição ao risco de mercado e aliado ao Backtest, auxilia no monitoramento dos modelos construídos.

Algumas limitações foram verificadas no estudo, a aproximação linear realizada pelo método Delta-Normal não foi suficiente para medir o risco de maneira satisfatório nas carteiras com opções, apenas com uma única opção. Assim, a utilização do método Delta-Gama pode ser mais satisfatória nos portfólios que utilizem esses derivativos. Além disso, outras ferramentas de medida de risco podem ser incorporadas no processo, para os casos de variações mais extremas nos preços de mercado. É o caso de testes de estresse e outras métricas que verificam a perda máxima potencial quando o VaR é excedido, isso devido aos casos em que os retornos não seguem uma distribuição normal, devido a presença de caudas gordas e retornos assimétricos.

## REFERÊNCIAS


HULL, J. **Opções, Futuros e Outros Derivativos**. 9. ed. Porto Alegre: Bookman, 2016.

JORION, P. **Value at Risk**: A nova fonte de referência para a gestão do risco financeiro. São Paulo: BM&FBOVESPA, 2010.

ALEXANDER, C. **Market Risk Analysis IV: Value-At-Risk Models**. Inglaterra: John Wiley & Sons,Ltd. 2008

MORGAN GUARANTY TRUST COMPANY OF NEW YORK. **RiskMetrics-Technical Document**. 4. ed., 1996. Disponível em: https://www.msci.com/documents/10199/5915b101-4206-4ba0-aee2-3449d5c7e95a. Acesso em: 13 ago. 2024.

## GLOSSÁRIO

# APÊNDICE A – FUNÇÕES CONSTRUÍDAS EM PYTHON (CÁLCULO VAR)

```
import pandas as pd
import numpy as np
from scipy.stats import norm

def matriz_covar(retornos,lambda_factor=0.94):
    n_ativos = retornos.shape[1]
    # Iniciar a matriz de variância e covariância EWMA
    variancia_ewma = np.var(retornos, axis=0)
    covar_ewma = retornos.cov().values
    # Calcula as volatilidades e covariâncias EWMA
    for t in range(1, len(retornos)):
        for i in range(n_ativos):
            variancia_ewma[i] = lambda_factor * variancia_ewma[i] + (1 - lambda_factor) * retornos.iloc[t-1, i]**2
            for j in range(i, n_ativos):
                covar_ewma[i, j] = lambda_factor * covar_ewma[i, j] + (1 - lambda_factor) * (retornos.iloc[t-1, i] * retornos.iloc[t-1, j])
                if i != j:  # Simetria da covariância
                    covar_ewma[j, i] = covar_ewma[i, j]

    # Constrói a matriz de covariância EWMA
    matriz_covar_ewma = np.zeros((n_ativos, n_ativos))
    for i in range(n_ativos):
        matriz_covar_ewma[i, i] = variancia_ewma[i]
        for j in range(i+1, n_ativos):
            matriz_covar_ewma[i, j] = covar_ewma[i, j]
            matriz_covar_ewma[j, i] = covar_ewma[i, j]
    return matriz_covar_ewma


def vol_ewma(retornos,lambda_factor=0.94):
    variancia_ewma = np.var(retornos, axis=0)
    for t in range(1, len(retornos)):
        variancia_ewma = lambda_factor * variancia_ewma + (1 - lambda_factor) * retornos.iloc[t-1]**2
        volat_ewma = np.sqrt(variancia_ewma) * (252**(1/2))
    return volat_ewma

def valor_critico(ic):
    valor_critico = norm.ppf(ic)
    return valor_critico

def calcula_var(valor_critico, carteira, matriz_covariancia):
    carteira = np.array(carteira)
    var = valor_critico * np.sqrt(np.dot(carteira.T, np.dot(matriz_covariancia,carteira)))
    return var
```

# APÊNDICE B – FUNÇÕES CONSTRUÍDAS EM PYTHON (PREÇOS)

```
import pandas as pd
import numpy as np
import pandas_datareader.data as pdr
import yfinance
from scipy.stats import norm

yfinance.pdr_override()

def get_cotacoes_yahoo(ativos, data_inicial,data_final):
   lista_nova = []
   for ativo in ativos:
      ativo = ativo + '.SA'
      lista_nova.append(ativo)
   cotacoes = pdr.get_data_yahoo(lista_nova,data_inicial,data_final)['Adj Close']
   return cotacoes

def calcula_log_retorno(precos):
   log_retorno = np.log(np.array(precos[1:])/np.array(precos[:-1]))
   return log_retorno

def notional_carteira(ativos,qtd,cotacoes):
   carteira = list(zip(ativos,qtd))
   carteira.sort()
   i = 0
   notional = 0
   lista_notional = []
   cotacoes_recente = cotacoes.iloc[-1,:]
   for ativo in carteira:
      notional = ativo[1] * cotacoes_recente[i]
      lista_notional.append(notional)
      i += 1
   return lista_notional
```

# APÊNDICE C – FUNÇÕES CONSTRUÍDAS EM PYTHON (OPÇÕES)

```
import pandas as pd
import numpy as np
from scipy.stats import norm
from datetime import datetime

def bsm_metodo(S, K, T, r, vol, opt_type):
    """
    S: Preço atual do ativo subjacente
    K: Preço de exercício
    T: Tempo até o vencimento (em anos)
    r: Taxa de juros livre de risco (continua)
    vol: Volatilidade do ativo subjacente
    opt_type: 'c' ou 'p' para definir o tipo de opção (call ou put)
    """
    d1 = (np.log(S / K) + (r + 0.5 * vol ** 2) * T) / (vol * np.sqrt(T))
    d2 = d1 - vol * np.sqrt(T)

    if opt_type == 'c':
        preco = S * norm.cdf(d1) - K * np.exp(-r * T) * norm.cdf(d2)
        return preco
    elif opt_type == 'p':
        preco = K * np.exp(-r * T) * norm.cdf(-d2) - S * norm.cdf(-d1)
        return preco
    else:
        print("Tipo de opção incorreto.")
def opt_delta(S, K, T, r, vol, opt_type):
    d1 = (np.log(S / K) + (r + 0.5 * vol ** 2) * T) / (vol * np.sqrt(T))
    if opt_type == 'c':
        delta = norm.cdf(d1)
        return delta
    elif opt_type == 'p':
        delta = norm.cdf(d1) - 1
        return delta
    else:
        print("Tipo de opção incorreto.")

def isoption(ativo):
    if len(ativo)>6:
        return True

def infos_opt(ativo,ano_venc):
    """
    Idealmente, as informações devem ser consultadas em 'https://www.b3.com.br/pt_br/market-data-e-indices/servicos-de-dados/market-
data/consultas/mercado-a-vista/opcoes/posicoes-em-aberto/' ou outra fonte de dados. Os dados abaixo funcionarão como uma aproximação.
Ano de vencimento da opção deve ser imputado
    """
 subjacente = ativo[:4] + '3'
    exercicio = float(ativo[5:])
    vencimento = ativo[4]
    lista_call = ['A','B','C','D','E','F','G','H','I','J','K','L']
    lista_put = ['M','N','O','P','Q','R','S','T','U','V','W','X']
  dict_call = {'A':1,'B':2,'C':3,'D':4,'E':5,'F':6,'G':7,'H':8,'I':9,'J':10,'K':11,'L':12}
  dict_put = {'M':1,'N':2,'O':3,'P':4,'Q':5,'R':6,'S':7,'T':8,'U':9,'V':10,'W':11,'X':12}

    if vencimento in lista_call:
        opt_type = 'c'
        mes_venc = dict_call.get(vencimento)
    else:
        opt_type = 'p'
        mes_venc = dict_put.get(vencimento)

    vencimento = datetime(ano_venc,mes_venc,16)
```