



ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ  
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ  
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΙΤΛΟΣ

Διδακτορική Διατριβή

του

Αλεξάνδρου Φιλοθέου του Χρήστου και της Μαρίνας

ΔΙΠΛΩΜΑΤΟΥΧΟΥ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΟΥ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟΥ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ  
ΚΑΙ  
ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΟΥΧΟΥ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΟΥ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥ  
ΒΑΣΙΛΙΚΟΥ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟΥ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΣΤΟΚΧΟΛΜΗΣ

που εκπονήθηκε ως μερική εκπλήρωση των απαιτήσεων για την απονομή του τίτλου του

Διδάκτορα Μηχανικού

Επιβλέπων  
Γεώργιος Δ. Σεργιάδης  
Καθηγητής

Συμβουλευτική Επιτροπή

Τραϊανός Β. Γιούλτσης  
Καθηγητής

Ανδρέας Λ. Συμεωνίδης  
Αναπληρωτής Καθηγητής



*Η κόνια αιτία των προβλημάτων είναι οι λύσεις.*

—Ἐρικ Σέβαραϊντ



Περιληψη

**Abstract**



# Περιεχόμενα

<b>I Εισαγωγή</b>	<b>1</b>
<b>1 Περιγραφή του πεδίου εφαρμογής</b>	<b>3</b>
1.1 Ρομποτική κινητής βάσης . . . . .	5
1.1.1 Θεμελιώδεις λειτουργίες . . . . .	5
1.1.2 Πηγές και κύριοι τρόποι αντίληψης του περιβάλλοντος . . . . .	7
1.1.3 Τρέχουσα κατάσταση και Προκλήσεις . . . . .	10
1.2 Απαραίτητες έννοιες . . . . .	11
1.2.1 Εκτιμητέο διάνυσμα κατάστασης . . . . .	11
1.2.2 Τα δύο κύρια προβλήματα εκτίμησης στάσης . . . . .	12
1.2.3 Το φίλτρο σωματιδίων . . . . .	14
1.2.4 Ο αισθητήρας lidar δισδιάστατων μετρήσεων . . . . .	17
1.2.5 Ευθυγράμμιση σαρώσεων lidar . . . . .	18
1.2.6 Ευθυγράμμιση σαρώσεων lidar με σαρώσεις χάρτη . . . . .	20
1.2.7 Αναλλοίωτη ευθυγράμμιση Fourier-Mellin σε δύο διαστάσεις . . . . .	24
1.2.8 Κεντροειδές πολυγώνου . . . . .	27
1.2.9 Το λειτουργικό σύστημα ρομπότ ROS . . . . .	30
<b>2 Οδικός χάρτης</b>	<b>31</b>
2.1 Οδικός χάρτης . . . . .	31
<b>3 Συμβολές και Διάρθρωση της διατριβής</b>	<b>37</b>

3.1 Συμβολές της διατριβής . . . . .	37
3.2 Διάρθρωση . . . . .	37
<b>II Προβλήματα—Λύσεις—Συμβολές</b>	<b>39</b>
<b>4 Αξιολόγηση αλγορίθμων αυτόνομης πλοιήγησης</b>	<b>41</b>
4.1 Στόχοι του κεφαλαίου και δομή . . . . .	42
4.2 Σχετική βιβλιογραφία . . . . .	42
4.2.1 Αλγόριθμοι χάραξης μονοπατιών . . . . .	43
4.2.2 Ελεγκτές κίνησης . . . . .	46
4.2.3 Αυτόνομη πλοιήγηση με το ROS . . . . .	48
4.3 Μεθοδολογία αξιολόγησης . . . . .	55
4.3.1 Μεθοδολογία αξιολόγησης, περιβάλλοντα, και συμβολισμοί . . . . .	55
4.3.2 Ορισμός μετρικών αξιολόγησης . . . . .	58
4.3.3 Μεθοδολογία συνολικής και ιεραρχημένης αξιολόγησης . . . . .	61
4.3.4 Ορισμός μετρικών ποιότητας πακέτων λογισμικών πλοιήγησης . . . . .	64
4.4 Πειραματική αξιολόγηση . . . . .	66
4.4.1 Προκαταρκτική αξιολόγηση . . . . .	66
4.4.2 Αξιολόγηση στο περιβάλλον CORRIDOR . . . . .	69
4.4.3 Αξιολόγηση στο περιβάλλον WILLOWGARAGE . . . . .	69
4.4.4 Αξιολόγηση στο περιβάλλον CSAL . . . . .	72
4.4.5 Συνολική αξιολόγηση . . . . .	78
4.5 Συμπεράσματα και περαιτέρω έρευνα . . . . .	79
4.5.1 Συμπεράσματα κεφαλαίου . . . . .	79
4.5.2 Αιτίες περαιτέρω έρευνας . . . . .	80
<b>5 Μέθοδοι ελάττωσης σφάλματος εκτίμησης στάσης φίλτρου σωματιδίων</b>	<b>87</b>
5.1 Στόχοι του κεφαλαίου και δομή . . . . .	87

5.2 Σχετική βιβλιογραφία . . . . .	91
5.2.1 Ευθυγράμμιση μετρήσεων δισδιάστατου αισθητήρα lidar . . . . .	91
5.2.2 Ευθυγράμμιση μετρήσεων δισδιάστατου αισθητήρα lidar με σαρώσεις χάρτη . . . . .	99
5.3 Μεθοδολογία ελάττωσης σφάλματος εκτίμησης στάσης . . . . .	104
5.3.1 Μέσω επιλογής σωματιδίων . . . . .	104
5.3.2 Μέσω ευθυγράμμισης μετρήσεων με σαρώσεις χάρτη . . . . .	109
5.3.3 Μέσω ανάδρασης . . . . .	110
5.3.4 Το ολικό σύστημα ελάττωσης του σφάλματος εκτίμησης . . . . .	113
5.4 Πειραματική αξιολόγηση . . . . .	115
5.4.1 Πειραματική διαδικασία . . . . .	115
5.4.2 Αποτελέσματα . . . . .	120
5.4.3 Αξιολόγηση μεθόδων επιλογής σωματιδίων . . . . .	120
5.4.4 Αξιολόγηση ευθυγράμμισης μετρήσεων με σαρώσεις χάρτη . . . . .	124
5.4.5 Αξιολόγηση μεθόδων ανάδρασης . . . . .	125
5.5 Συμπεράσματα και περαιτέρω έρευνα . . . . .	126
5.5.1 Συμπεράσματα κεφαλαίου . . . . .	126
5.5.2 Αιτίες περαιτέρω έρευνας . . . . .	128
<b>6 Εκτίμηση στάσης βάσει καθολικής αβεβαιότητος χωρίς τον υπολογισμό αντιστοιχίσεων</b>	<b>135</b>
6.1 Στόχοι του κεφαλαίου και δομή . . . . .	136
6.2 Σχετική βιβλιογραφία . . . . .	138
6.2.1 Εκτίμηση στάσης βάσει καθολικής αβεβαιότητος . . . . .	138
6.2.2 Ο μετασχηματισμός Fourier-Mellin στη ρομποτική . . . . .	148
6.3 Μεθοδολογία εκτίμησης . . . . .	151
6.3.1 Επισκόπηση . . . . .	152
6.3.2 Εκτίμηση προσανατολισμού . . . . .	153
6.3.3 Εκτίμηση θέσης . . . . .	156

6.3.4 Επιλογή βέλτιστης υπόθεσης . . . . .	158
6.4 Πειραματική αξιολόγηση . . . . .	159
6.4.1 Πειραματική διαδικασία . . . . .	159
6.4.2 Αποτελέσματα . . . . .	166
6.4.3 Αξιολόγηση . . . . .	167
6.5 Συμπεράσματα και περαιτέρω έρευνα . . . . .	171
6.5.1 Συμπεράσματα κεφαλαίου . . . . .	171
6.5.2 Αιτίες περαιτέρω έρευνας . . . . .	173
<b>7 Μέθοδοι ευθυγράμμισης πραγματικών με εικονικές σαρώσεις χωρίς τον υπολογισμό αντιστοιχίσεων</b>	<b>175</b>
7.1 Στόχοι του κεφαλαίου και δομή . . . . .	175
7.2 Μεθοδολογία ευθυγράμμισης προσανατολισμού . . . . .	178
7.2.1 Η μέθοδος Fourier-Mellin σε μία διάσταση . . . . .	178
7.2.2 Η μέθοδος Πρώτων Αρχών . . . . .	179
7.2.3 Η μέθοδος του Προκρούστη . . . . .	184
7.2.4 Η κλίνη της διαχριτικής γωνίας του αισθητήρα . . . . .	191
7.2.5 Η μέθοδος του Πιτουοκάμπτη Σίνι . . . . .	192
7.2.6 Η μέθοδος του Θησέα . . . . .	194
7.2.7 Περιορισμοί και ιδιότητες υπό γενικές συνθήκες . . . . .	198
7.3 Μεθοδολογία ευθυγράμμισης θέσης . . . . .	205
7.3.1 Η μέθοδος Πρώτων Αρχών . . . . .	205
7.3.2 Ιδιότητες υπό γενικές συνθήκες . . . . .	207
7.4 Μεθοδολογία ευθυγράμμισης από κοινού . . . . .	211
7.4.1 Αντιμετώπιση των υπό γενικές συνθήκες γωνιακών περιορισμών . . . . .	211
7.4.2 Το σύστημα από κοινού ευθυγράμμισης . . . . .	217
7.5 Πειραματική αξιολόγηση . . . . .	220
7.5.1 Πειραματική διάταξη . . . . .	222
7.5.2 Αποτελέσματα . . . . .	225

7.5.3 Εξέταση και αξιολόγηση αποτελεσμάτων . . . . .	235
7.6 Χαρακτήρας και περιορισμοί . . . . .	245
7.7 Συμπεράσματα και περαιτέρω έρευνα . . . . .	253
7.7.1 Συμπεράσματα κεφαλαίου . . . . .	253
7.7.2 Αιτίες περαιτέρω έρευνας . . . . .	256
<b>8 Μέθοδοι ευθυγράμμισης πραγματικών σαρώσεων χωρίς τον υπολογισμό αντιστοιχίσεων</b>	<b>257</b>
8.1 Στόχοι του κεφαλαίου και δομή . . . . .	257
8.2 Μεθοδολογία . . . . .	258
8.3 Πειραματική αξιολόγηση . . . . .	259
8.3.1 Πειραματική διάταξη . . . . .	260
8.3.2 Αποτελέσματα . . . . .	263
8.3.3 Εξέταση και αξιολόγηση αποτελεσμάτων . . . . .	263
8.4 Χαρακτήρας και περιορισμοί . . . . .	274
8.5 Συμπεράσματα . . . . .	279
<b>III Συμπεράσματα</b>	<b>281</b>
<b>IV Παραπομπές</b>	<b>283</b>
<b>V Παραρτήματα</b>	<b>317</b>
<b>Αξιολόγηση αλγορίθμων αυτόνομης πλοιήγησης</b>	<b>319</b>
.1 Τύποι αναλογικότητας μετρικών αξιολόγησης μεθόδων αυτόνομης πλοιήγησης	319
.2 Λεπτομέρειες αξιολόγησης μεθόδων αυτόνομους πλοιήγησης . . . . .	322
.2.1 Στοιχεία αξιολόγησης στο περιβάλλον CORRIDOR . . . . .	322
.2.2 Στοιχεία αξιολόγησης στο περιβάλλον WILLOWGARAGE . . . . .	329
.2.3 Στοιχεία αξιολόγησης στο περιβάλλον CSAL . . . . .	335

<b>Μέθοδοι ελάττωσης σφάλματος στάσης φίλτρου σωματιδίων</b>	<b>343</b>
.1 Σφάλματα εκτίμησης στάσης μεθόδου επιλογής σωματιδίων . . . . .	343
.2 Σφάλματα εκτίμησης στάσης μεθόδου ανάδρασης σωματιδίων . . . . .	343
 <b>Εκτίμηση στάσης βάσει καθολικής αβεβαιότητος χωρίς τον υπολογισμό αντιστοιχίσεων</b>	<b>349</b>
.1 Παράδειγμα . . . . .	349
.2 Σφάλματα θέσης και προσανατολισμού . . . . .	352
 <b>Μέθοδοι ευθυγράμμισης πραγματικών με εικονικές σαρώσεις χωρίς τον υπολογισμό αντιστοιχίσεων</b>	<b>355</b>
.1 Απόδειξη του Λήμματος II . . . . .	355
.2 Σφάλματα εκτίμησης θέσης και προσανατολισμού . . . . .	357
 <b>Μέθοδοι ευθυγράμμισης πραγματικών σαρώσεων χωρίς τον υπολογισμό αντιστοιχίσεων</b>	<b>359</b>
.1 Τελικά σφάλματα θέσης και προσανατολισμού ως προς αρχικές συνθήκες μετατόπισης	359

Μέρος Ι

Εισαγωγή



## Κεφάλαιο 1

# Περιγραφή του πεδίου εφαρμογής

Η ρομποτική είναι η επιστήμη της αντίληψης και του χειρισμού του φυσικού κόσμου μέσω συσκευών που ελέγχονται από υπολογιστές [TBF05]. Ως επιστήμη συμβάλλεται από τους κλάδους του αυτομάτου ελέγχου, της επιστήμης των υπολογιστών, των μαθηματικών, και ως πράξη από την επιστήμη της φυσικής, της τεχνολογίας υλικών, της τεχνολογίας λογισμικού, και της ηλεκτρονικής. Το φυσικό αντικείμενο της ρομποτικής είναι το ρομποτ: μία τεχνητή σύνθεση αντλούσα πληροφορίες από το φυσικό περιβάλλον μέσω αισθητήριων συσκευών, επενεργούσα σε αυτό μέσω φυσικών δυνάμεων, αποτελούμενη κατ' ελάχιστον από κινητήρες, τερματικά, υπολογιστικά συστήματα, λογισμικό, και πηγή ενέργειας. Η μορφή της χρήσης των ρομπότ είναι πρόσθετική:<sup>1</sup> πολλαπλασιάζουν τις επιχειρησιακές ενέργειες του ανθρώπου διαιρώντας την απαιτούμενη προσπάθεια για την επίτευξη των σκοπών του και κατανέμοντάς την σε μη ανθρώπινους δράστες της βιούλησής του. Στη σημερινή εποχή επικουρούν, συνεργούν, ή επιχειρούν εξ ολοκλήρου στους τομείς της κατασκευής [Wan+19], πλανητικής εξερεύνησης [Wil+18], γεωργίας [VKA19; NB11], απομακρυσμένης ιατρικής πράξης [SCD20], μεταφοράς αγαθών και ανθρώπων [DB16; Lim+18; Sim+19], συνεχούς απογραφής αγαθών σε αποθήκες [Dim+21], καθαρισμού και απολύμανσης χώρων [KSL20], και άλλοι [smp21; rev22; Che+21; NH08]. Σκοπός του ανθρώπου όσο αφορά στα ρομπότ είναι (α) η αντικατάστασή του ατόμου του από αυτά με στόχο την απελευθέρωσή του από τα τετρικούντα, χρονοβόρα, ή επικινδυνά έργα τα οποία έχει αυτοεπωμιστεί και (β) η ανάπτυξη τους ώστε να αποκτήσει

<sup>1</sup>πρόσθετικός: ο διατεθειμένος να προσθέση, ο παρέχων πρόσθετον δύναμιν [LSK07]

τη δυνατότητα να πατήσει στους ώμους γιγάντων με στόχο τις δικές του επιδιώξεις. Η επιταχυνόμενη, εξαπλούμενη, και θεμελιωμένη χρήση της αυτοματικής λογικής που γέννησε τη ρομποτική έχει εκτρέψει αυτές τις αντικειμενικές επιδιώξεις με αποτέλεσμα την αυτονόμηση τους: ο οριακός σκοπός της αυτοματοποίησης είναι σήμερα η παράδοση των διαδικασιών που εμπλέκουν οργανικά τον άνθρωπο, ει και όπου δυνατόν, στον κόσμο των αυτοματοποιημάτων.

Προς το παρόν, και σε συνάφεια με το πεδίο εφαρμογής της παρούσας διατριβής, το περιεχόμενο αντικείμενο της ρομποτικής ταξινομείται σε τέσσερις τάξεις:

- ρομπότ των οποίων το σώμα μπορεί να κινηθεί ως μία μονάδα στο σύνολό του στο χώρο (ρομποτική κινητής βάσης) ή ρομπότ των οποίων μόνο μέρη έχουν τη δυνατότητα κίνησης στο χώρο (π.χ. βραχίονες)
- ρομπότ τα οποία δρουν αυτόνομα, χωρίς την ανάγκη για είσοδο από άνθρωπο (π.χ. αυτόνομη οδήγηση) ή ρομπότ των οποίων η δράση ορίζεται από ανθρώπινες εντολές (π.χ. ως μέσα εξουδετέρωσης εκρηκτικών μηχανισμών). Αυτή η τάξη διακρίνεται σε βαθμίδες αυτονομίας [BFR14]
- ρομπότ τα οποία έχουν τη δυνατότητα κίνησης στη γη, τον αέρα, ή τη θάλασσα
- ρομπότ εσωτερικού ή εξωτερικού χώρου

**Πεδίο Εφαρμογής ΠΕ.** Το πεδίο εφαρμογής της παρούσας διατριβής είναι η ρομποτική αυτόνομης επίγειας κινητής βάσης εσωτερικού χώρου.

Πιό συγκεκριμένα: το μεγαλύτερο μέρος της διατριβής αφορά στην επίλυση προβλημάτων τα οποία είναι ανεξάρτητα από το βαθμό αυτονομίας, ενώ σε όλες τις συνθήκες προϋποτίθεται ότι το ρομπότ επιχειρεί εντός κλειστού (από όλες τις έξι πλευρές) χώρου. Η τελευταία προϋπόθεση-παραδοχή είναι κύριας σημασίας:

**Παραδοχή I.** Ο περιβάλλον χώρος είναι επιδεκτικός αίσθησης ως πλήρως οριοθετημένος, και κάθε πληροφορία που αποτελεί είσοδο (ή προϊόν επεξεργασίας της) των υπολογιστικών συστημάτων του ρομπότ προέρχεται αποκλειστικά από ίδια μέσα του ρομπότ και από την επίδραση του με τα όρια του χώρου—: το σύστημα ρομπο-

περιβάλλων χώρος είναι αλειστό.

**Παρατήρηση I.** Αυτό σημαίνει ότι η μοντελοποίηση του κόσμου και η αυτο-αντίληψη του ρομπότ πηγάζουν από τους δικούς του (πεπερασμένους) πόρους.

Η παρούσα διατριβή εστιάζει στο πεδίο εφαρμογής ΠΕ λόγω του διαρκώς αυξανόμενου ενδιαφέροντος στην έρευνα αυτόνομων επίγειων οχημάτων, η οποία εφορμάται από την τρέχουσα και προβλεπόμενη διάχυση τους σε (κρίσιμους και μη) τομείς της παγκόσμιας ανθρώπινης δραστηριότητας. Σκοπός της είναι η επίλυση τρέχοντων προβλημάτων του πεδίου εφαρμογής, τα οποία απαντώνται τόσο στην ερευνητική βιβλιογραφία όσο και στην ερευνητική πράξη. Σημείο εκκίνησής της είναι η έρευνα πάνω στην αυτόνομη πλοήγηση επί του πρακτέου. Από εκεί, βάσει μίας κρίσιμης παρατήρησης, ξεκινάει να εστιάζει στο πρόβλημα της εύρεσης της στάσης ενός ρομπότ στο χώρο, με βάσει παραδοχές και περιορισμούς που προσδιορίζονται από πραγματικές συνθήκες και επιδιώξεις και οι οποίες ποικίλουν ανάλογα με αυτές. Σε αυτό το κεφάλαιο ορίζεται η ρομποτική κινητής βάσης (ενότητα 1.1) ... ??

## 1.1 Ρομποτική κινητής βάσης

Ο όρος “ρομποτική κινητής βάσης” αναφέρεται σε ρομπότ τα οποία έχουν τη δυνατότητα κίνησης στο περιβάλλον τους, σε αντίθεση με εκείνα των οποίων η βάση είναι πακτωμένη σε μία συγκεκριμένη θέση του χώρου. Ως εκ τούτου η έρευνα αυτού του τομέα ασχολείται με όλα εκείνα τα προβλήματα που απορρέουν από την πλοήγηση ενός ρομπότ από μία θέση σε μία άλλη.

### 1.1.1 Θεμελιώδεις λειτουργίες

Το πρόβλημα της πλοήγησης διαχρίνεται σε βαθμούς αυτονομίας. Κάθε επόμενη βαθμίδα αυτονομίας αφομοιώνει μία ανεξάρτητη μεταβλητή προηγούμενης βαθμίδας ως μία προς υπολογισμό, την οποία εξαρτά από τον αρχικό στόχο. Η αυτονομία πλοήγησης ξεκινάει από την τυχαία κίνηση στο χώρο με εντολές κίνησης υπολογιζόμενες από το ρομπότ, στην παρακολούθηση προκαθορισμένων τροχιών, ύστερα στην αυτόνομη χάραξη τροχιών προς προκα-

θιρισμένους στόχους και την αυτόνομη παρακολούθηση των τροχιών, και καταλήγει στην αυτόνομη πλοϊγηση με αυτόνομη επιλογή σημείων-στόχων.

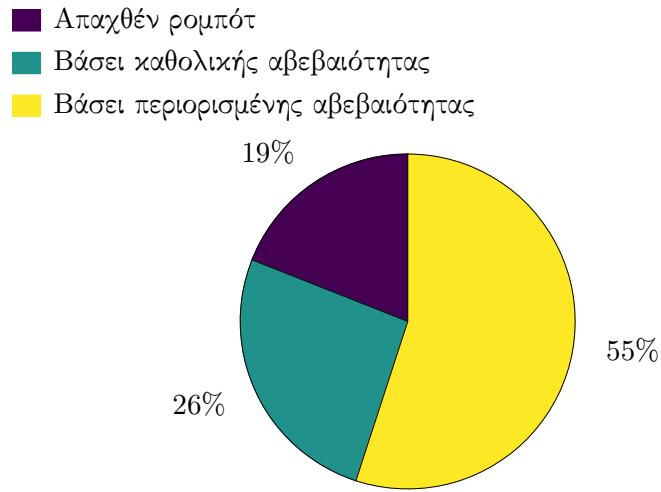
Κοιτώντας την μη-τετριμένη αυτόνομη πλοϊγηση από το επίπεδο της επιφάνειας απαιτείται κατ' ελάχιστον η γνώση δύο μεταβλητών: του στόχου προς τον οποίο το ρομπότ θα κινηθεί και η τρέχουσα θέση του. Αυτές οι αιώνες μεταβλητές ανοίγουν την πόρτα σε ένα σύμπαν προβλημάτων μερικών από των οποίων τη λύση αποπειράται η παρούσα διατριβή.

Για τον ακριβή προσδιορισμό ενός σημείου στο φυσικό χώρο απαιτείται αυτός ο χώρος να φέρει σύστημα συντεταγμένων, και κατά συνέπεια να είναι μετρικός. Έπειτα, με γνώμονα την ασφάλεια του ρομπότ και του περιβάλλοντός του, το ρομπότ πρέπει να έχει γνώση των κατειλεμένων και μη σημείων από εμπόδια σε αυτό το σύστημα. Από αυτές τις αιτίες προκύπτει η ανάγκη για την αναπαράσταση του περιβάλλοντος με τη μορφή μετρικού χάρτη. Εν γένει το σύστημα συντεταγμένων και ο χάρτης θα πρέπει να εφευρεθούν επί τούτου για κάθε περιβάλλον καθώς στη γενική περίπτωση τα αρχιτεκτονικά σχέδια χώρων δεν είναι γνωστά. Από αυτή την απαίτηση προκύπτει το πρόβλημα του SLAM (Simultaneous Localisation and Mapping), δηλαδή της ταυτόχρονης κατασκευής χάρτη και εύρεσης της στάσης ενός ρομπότ σε αυτόν.

Κατά συνέπεια η γνώση μιας οποιασδήποτε θέσης στο φυσικό χώρο μεσολαβείται από τη γνώση της στο χάρτη του, στο οικείο του σύστημα αναφοράς. Δεδομένου του χάρτη ενός χώρου ένα ρομπότ μπορεί να προσδιορίσει τη θέση του σε αυτόν χρησιμοποιώντας τους αισθητήρες του, αντιπαραβάλλοντας μετρήσεις από αυτούς με εικονικές μετρήσεις από κάποια υπόθεση-εκτίμηση για τη θέση του στο χάρτη. Το πρόβλημα της έυρεσης της θέσης ενός ρομπότ στο χάρτη είναι θεμελιώδους σημασίας στη ρομποτική κινητής βάσης, και διακρίνεται σε τριών ειδών προβλήματα (σχήμα 1.1 [PB21]):

- Εύρεση της θέσης βάσει καθολικής αβεβαιότητας (Global Localisation)
- Εύρεση και παρακολούθηση της θέσης βάσει περιορισμένης αβεβαιότητας (Pose Tracking)
- Ανίχνευση απαγωγής ρομπότ και εύρεση της νέας θέσης του (Kidnapped Robot Problem)

**Παρατήρηση II.** Λόγω της παραδοχής I η θέση του ρομπότ δεν είναι μετρήσιμη αλλά παρατηρήσιμη.



Σχήμα 1.1: Κατάταξη του προβλήματος της εύρεσης θέσης σε κατηγορίες και τα ποσοστά έρευνας σε αυτές

Στο μεγαλύτερό της μέρος η παρούσα διατριβή εστιάζει στα δύο πρώτα προβλήματα, των οποίων η λύση απαιτείται στην πράξη σε κάθε σύστημα με πεδίο εφαρμογής ΠΕ που ικανοποιεί την παραδοχή I.

Δεδομένης της γνώσης του χάρτη του περιβάλλοντος στο οποίο κινείται ένα ρομπότ κινητής βάσης, της αρχικής και της επιμυητής του θέσης, ενός αλγορίθμου παρακολούθησης της θέσης του (pose tracking), και αισθητήρων για την αντίληψη του περιβάλλοντος, στη γενικότερή του μορφή το πρόβλημα της αυτόνομης πλοήγησης είναι επιλύσιμο. Για την επίλυσή του απαιτούνται δύο μέθοδοι:

- Ένας αλγόριθμος χάραξης μονοπατιού που συνδέει την αρχική με την τελική του θέση (Path Planning)
- Ένας ελεγκτής κίνησης του ρομπότ για την παρακολούθηση του παραπάνω μονοπατιού (Motion Controller)

### 1.1.2 Πηγές και κύριοι τρόποι αντίληψης του περιβάλλοντος

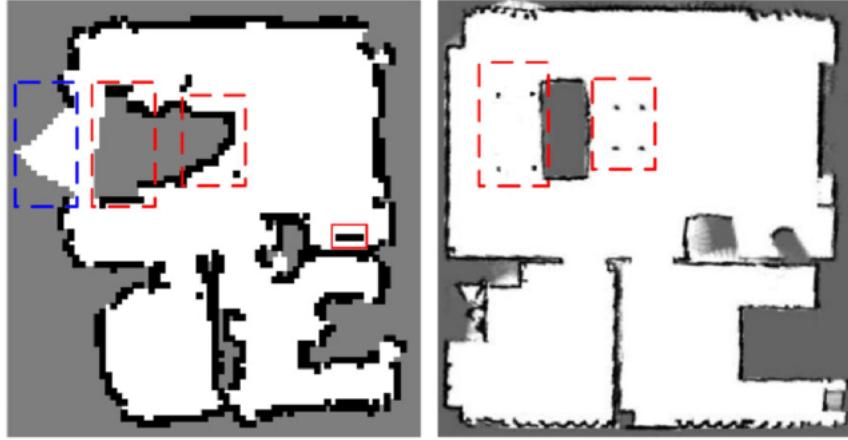
Η επιτυχής λύση του προβλήματος της αυτόνομης πλοήγησης προϋποθέτει την ύπαρξη και χρήση εξωδεκτικών αισθητήρων. Χωρίς αυτούς τα προβλήματα των οποίων η λύση είναι αναγκαία για την αυτόνομη πλοήγηση (κατασκευή χάρτη, εύρεση και παρακολούθηση της θέσης του ρομπότ) δεν είναι επιλύσιμα. Για την αντίληψη των ορίων (επιφάνειες-εμπόδια) του

περιβάλλοντος χρησιμοποιούνται αισθητήρες με ποικίλα χαρακτηριστικά, ανάλογα με τα χαρακτηριστικά του περιβάλλοντος και την αντικειμενική επιδίωξη της χρήσης ρομπότ κινητής βάσης. Όσο τα χρόνια περνούσαν και η τεχνολογία υλικών εκλεπτυνόταν, μαζί της εξελίσσονταν και οι παραπάνω αλγόριθμοι, οξύνοντας την ακρίβεια εκτίμησης της αναπαράστασης του περιβάλλοντος χώρου και της ύλης ενός ρομπότ σε αυτό, ή παρέχοντας περισσότερη και πλουσιότερη πληροφορία για το περιβάλλον.

Τα πρώτα χρόνια της ρομποτικής χρησιμοποιούνταν αισθητήρες υπερήχων (sonar), εκκινώντας από την ανίχνευση εμποδίων στη γειτονιά ενός ρομπότ. Η τεχνολογία ήταν εκεί λόγω εκτεταμένης χρήσης τους σε στρατιωτικές επιχειρήσεις, και το κόστος τους ήταν χαμηλό. Η αρχή λειτουργίας τους βασίζεται στην εκτίμηση αποστάσεων προς τα γύρω εμπόδια μέσω της μέτρησης του χρόνου εκπομπής υπερήχων προς και ανάκλασης από αυτά. Αν και χρησιμοποιούνται μέχρι και σήμερα, η χρήση τους περιορίζεται στην ανίχνευση αντικειμένων σε χαμηλές αποστάσεις λόγω της αδρής λεπτομέρειας των μετρήσεών τους, το περιορισμένο τους γωνιακό πεδίο όρασης, και το εγγενές πρόβλημα της αμφισημίας των μετρήσεών τους λόγω των πολλαπλών διαδοχικών ενδεχόμενων ανακλάσεων του ήχου σε τρίτες επιφάνειες.

Την ίδια αρχή λειτουργίας εκμεταλλεύονται οι αισθητήρες lidar (σύντμηση του Light και Radar ή αλλιώς Light Detection and Ranging) χρησιμοποιώντας, αντί για ήχο, φως υπέρυθρης, ορατής, ή υπεριώδους ακτινοβολίας. Διαχρίνονται σε αισθητήρες που αποτυπώνουν αποστάσεις σε εμπόδια του περιβάλλοντός τους σε ένα επίπεδο (δισδιάστατες μετρήσεις) ή σε πολλαπλά επίπεδα γύρω από αυτό (τρισδιάστατες μετρήσεις). Οι αισθητήρες LIDAR υστερούν σε κόστος, μέγεθος, και συχνότητα μετρήσεων σε σχέση με τους αισθητήρες υπερήχων, αλλά εμφανίζουν σημαντικά μεγαλύτερο εύρος όρασης (έως 360°), τόσο γωνιακά όσο και ακτινικά, και ακρίβεια μετρήσεων που μπορεί να φτάσει την τάξη των μερικών εκατοστών. Η διαφορά της ακρίβειάς των μετρήσεών τους ως προς την κατασκευή χάρτη με τη χρήση τους αποτυπώνεται στο σχήμα 1.2.

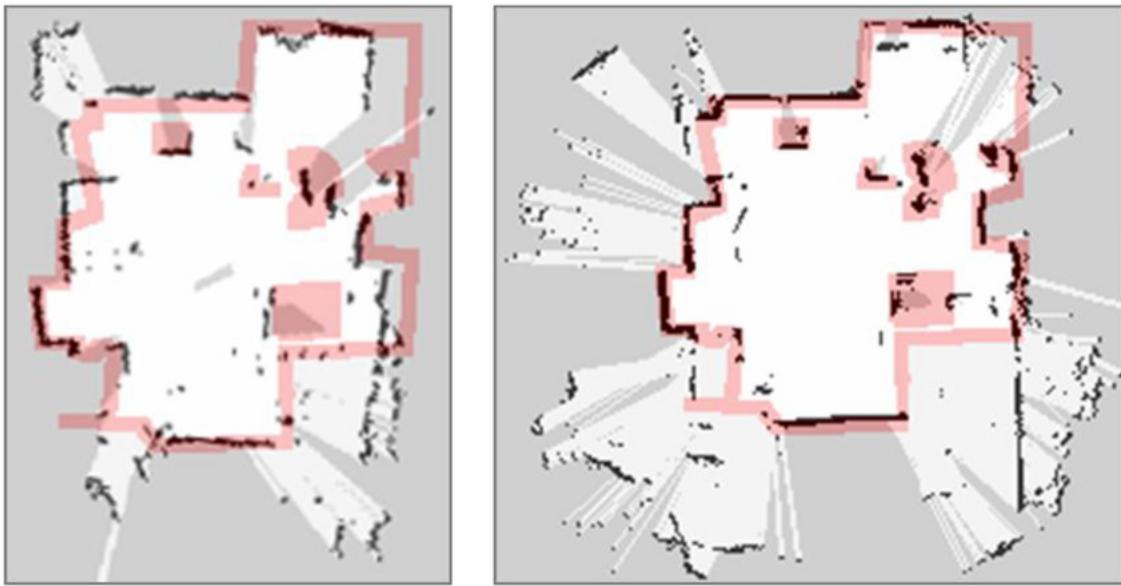
Η ανάπτυξη της τεχνολογίας αισθητήρων εικόνας και η βελτίωση της ποιότητάς τους τούς κατέστησε και πηγές εξωδεκτικών μετρήσεων στη ρομποτική. Το σημαντικό τους προτέρημα είναι η χρωματική πληροφορία του περιβάλλοντος, το μεγάλο οριζόντιο και κάθετο εύρος όρασής τους, και ο υψηλός ρυθμός ανανέωσης των μετρήσεών τους. Η εφεύρεση των αισθητήρων εικόνας και βάθους (RGBD, ή η χρήση στερεοειδών συστημάτων) εισάγει την επιπρόσθετη πληροφορία κατάληψης σημείων στον τρισδιάστατο χώρο από εμπόδια, αλλά ταυ-



Σχήμα 1.2: Αριστερά: δισδιάστατος χάρτης από μετρήσεις αισθητήρα τύπου sonar. Δεξιά: χάρτης του ίδιου χώρου από μετρήσεις αισθητήρα τύπου lidar σε δύο διαστάσεις [Qi+20]. Τα χρωματισμένα περιγράμματα περικλείουν περιοχές τις οποίες ο αισθητήρας sonar απέτυχε να χαρτογραφήσει με πιστότητα προς το πραγματικό περιβάλλον

τόχρονα επιφέρει χαμηλότερες συχνότητες ανανέωσης αξιοποιήσιμης πληροφορίας λόγω του αυξημένου όγκου της χωρικής πλέον πληροφορίας. Λόγω του μεγάλου όγκου πληροφορίας που φέρουν απαιτούν αντίστοιχους υπολογιστικούς πόρους, οι οποίοι στα πλαίσια του πεδίου εφαρμογής ΠΕ ενδέχεται να μην είναι διαθέσιμοι. Σε αντίθεση με τους προηγούμενους αισθητήρες εξαρτώνται από τις συνθήκες φωτισμού του χώρου στον οποίον λειτουργούν και συνεπώς η ποιότητα των μετρήσεων είναι ευμετάβλητη. Σε σχέση με τους αισθητήρες lidar εμφανίζουν σημαντικά περιορισμένο γωνιακό εύρος όρασης, ακρίβεια μετρήσεων που φθίνει τετραγωνικά σε σχέση με την απόσταση μέτρησης (αντί για γραμμικά όπως στους αισθητήρες lidar), και περιοχές μη αξιοποιήσιμων μετρήσεων λόγω σκιών που παράγονται ως συνέπεια της αρχής λειτουργίας τους [MDM14]. Η διαφορά της ακρίβειάς των μετρήσεων τους ως προς την κατασκευή χάρτη με τη χρήση τους αποτυπώνεται στο σχήμα 1.3.

Λόγω της μεγάλης τους μετρητικής ακρίβειας, της πυκνής τους γωνιακής δειγματολειψίας, του ικανού ρυθμού ανανέωσης μετρήσεων, του ευρύτατου πεδίου οράσεώς τους, του μέτριου κόστους τους, και του γεγονότος ότι ο όγκος των μετρήσεων τους είναι κατά κύριο λόγο επεξεργάσιμος σε πραγματικό χρόνο (απαιτητέο από την επίλυση της πλειονότητας των προβλημάτων της υποενότητας 1.1.1), οι αισθητήρες τύπου lidar έχουν προκριθεί στη ψέση των αισθητήρων εκ των αν ουκ άνευ όσο αφορά σε εφαρμογές αυτόνομους πλοιήγησης, κατασκευής χάρτη, και εύρεσης της ψέσης ενός ρομπότ, στο πεδίο εφαρμογής ΠΕ που ικανοποιούν την παραδοχή I. Οι ίδιες αρετές τους έχουν καταστήσει ηγέτες στην ευρύτερη



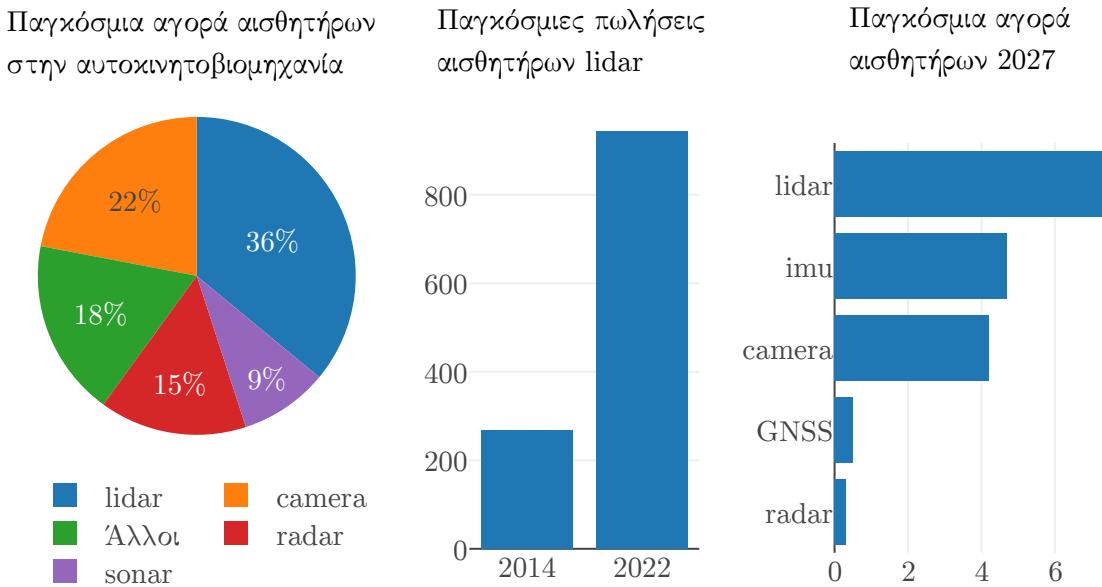
Σχήμα 1.3: Αριστερά: δισδιάστατος χάρτης από μετρήσεις αισθητήρα τύπου RGBD προβεβλημένες στο οριζόντιο επίπεδο. Δεξιά: χάρτης του ίδιου χώρου από μετρήσεις αισθητήρα τύπου lidar σε δύο διαστάσεις [Oli+12]. Οι κόκκινες γραμμές αναπαραστούν το πραγματικό περιβάλλον

αγορά αισθητήρων για ρομποτικές εφαρμογές όπου επιζητείται επιπρόσθετη αντίληψη που να υπηρετεί σκοπούς αυτονομίας (σχήμα 1.4).

### 1.1.3 Τρέχουσα κατάσταση και Προκλήσεις

Τα θεμελιακά προβλήματα που απορρέουν από απαιτήσεις αυτόνομης πλοιήγησης, δηλαδή η κατασκευή χάρτη, η εύρεση και παρακολούθηση της θέσης ενός ρομπότ στο χώρο, καθώς και η ίδια η αυτόνομη πλοιήγηση, θεωρούνται σήμερα λυμένα στο πεδίο εφαρμογής ΠΕ με τη χρήση αισθητήρων lidar. Για την ακρίβεια αυτό που θεωρείται λυμένο είναι το πρόβλημα επί της αρχής: δηλαδή ότι υπάρχουν αναγκαίες συνθήκες στις οποίες η λύση κάθε προβλήματος είναι εφικτή. Η αφαίρεση αυτών των συνθηκών και η έρευνα με γνώμονα την ευρωστία στη μετέπειτα κατάσταση αποτελεί πρόκληση για κάθε μελλοντική λύση.

Επιπρόσθετα η λύση κάθε προβλήματος δεν είναι απαραίτητα “βέλτιστη”. Παράδειγμα αποτελεί το πεδίο του εντοπισμού της θέσης ενός ρομπότ όπου, λόγω της παρατήρησης II, η εκτίμηση για τη θέση του φέρει ένα αναπόφευκτο σφάλμα (λόγω μετρητικού ύφορύβου και σφαλμάτων μοντελοποίησης και λύσης). Η ανάγκη για πρόσθετη ή υψηλή ακρίβεια, αν και πάντα ευπρόσδεκτη, δεν ανήκει στις αυστηρές απαιτήσεις των ρομποτικών εφαρμογών, εκτός από αυτές της βιομηχανίας. Στις τελευταίες, ωστόσο, λόγω της ανάγκης για αυστηρές προδιαγραφές και υψηλή ακρίβεια, η αυτονομία ενός οχήματος είτε αποφεύγεται (η χειροκίνητη



Σχήμα 1.4: Αριστερά: κατάτμηση της αγοράς αισθητήρων στην αυτοκινητοβιομηχανία [SSC21]. Μέση: πωλήσεις αισθητήρων lidar σε εκατομμύρια δολλάρια κατά έτος [staa]. Δεξιά: προβολή της κατάτμησης της αγοράς αισθητήρων και πωλήσεις σε διεκατομμύρια δολλάρια το έτος 2027 [stab]

πλοιήγηση καθιστά περιττό τον εντοπισμό της θέσης του) είτε, όπου υιοθετείται, αντικαθίσταται από εξωτερικές και δαπανηρές υποδομές λόγω των διακυβεύματων που υπάρχουν στα βιομηχανικό πλαίσια [Vas+16]. Σε αυτά τα πλαίσια αποτελεί πρόκληση η μείωση των σφαλμάτων εκτίμησης της θέσης ενός ρομπότ, καθώς μικρότερα σφάλματα σημαίνουν περισσότερο γόνιμο έδαφος για την περαιτέρω αυτοματοποίηση διαδικασιών, και την διεύρυνση υιοθέτησης ρομποτικών οχημάτων από τη βιοτεχνία/βιομηχανία.

## 1.2 Απαραίτητες έννοιες

### 1.2.1 Εκτιμητέο διάνυσμα κατάστασης

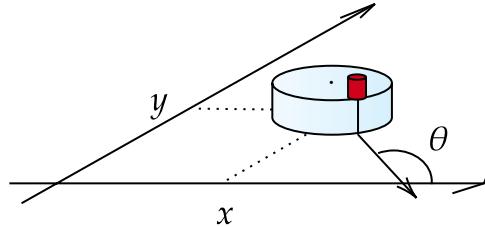
Κεντρικής σημασίας στη διατριβή είναι το εκτιμητέο διάνυσμα κατάστασης ενός επίγειου οχήματος. Μέχρι σε αυτό το σημείο χρησιμοποιείτο αντί αυτής η λέξη “θέση” για εισαγωγικούς λόγους.

#### Ορισμός I. Διάνυσμα κατάστασης ή στάση

Ως διάνυσμα κατάστασης θεωρούμε τη στάση ενός οχήματος στο δισδιάστατο επίπεδο: τον ειρμό της θέσης του με τον προσανατολισμό του, ως προς το σύστημα αναφοράς

του χάρτη του περιβάλλοντος στο οποίο βρίσκεται το όχημα (σχήμα 1.5):

$$\mathbf{p} = [x \ y \ \theta]^\top \quad (1.1)$$



Σχήμα 1.5: Το διάνυσμα κατάστασης (στάση)  $\mathbf{p} = [x, y, \theta]^\top$  ενός επίγειου οχήματος στο οριζόντιο επίπεδο

Η ακριβής γνώση της στάσης του οχήματος είναι απαγορευμένη (παρατήρηση II): η εκτίμηση  $\hat{\mathbf{p}}$  της στάσης του είναι το αντικείμενο των αλγορίθμων εύρεσης στάσης.

### 1.2.2 Τα δύο κύρια προβλήματα εκτίμησης στάσης

Τα δύο κύρια προβλήματα εκτίμησης της στάσης ενός οχήματος (σχήμα 1.1) διακρίνονται βάσει του εύρους της αβεβαιότητας που διαθέτει το όχημα για αυτή. Και τα δύο προϋποθέτουν ότι ελάχιστον τη γνώση του χάρτη του περιβάλλοντος στο οποίο βρίσκεται το όχημα (το μόνο σύστημα αναφοράς είναι αυτό του χάρτη και χωρίς αυτό είναι αδόκιμη η εκτίμηση της στάσης του) και μετρήσεις από τουλάχιστον έναν αισθητήρα αντίληψης του περιβάλλοντός του.

Το πρόβλημα της εύρεσης-εκτίμησης της στάσης του βάσει καθολικής αβεβαιότητος (global localisation) αναφέρεται στη συνθήκη όπου η μόνη επιπρόσθετη γνώση που διαθέτει το ρομπότ είναι ότι βρίσκεται εντός των ορίων του χάρτη: δεν υπάρχει εκ των προτέρων γνώση για τη στάση του. Για τη λύση του προβλήματος το ρομπότ πρέπει να συλλέξει μετρήσεις από τους αισθητήρες του και να τις αντιπαραβάλλει με το χάρτη του περιβάλλοντός του. Εάν η εκτίμηση της στάσης ισούται με την πραγματική του στάση τότε εικονικές μετρήσεις ή χαρακτηριστικά του χάρτη που αντιλαμβάνεται το ρομπότ από την εκτίμησή της στάσης του προσεγγίζουν τις αντίστοιχες πραγματικές μετρήσεις ή χαρακτηριστικά του περιβάλλοντος με μεγαλύτερη πιστότητα από άλλες υποψέσεις για τη στάση του (σχήμα 1.6).



**Σχήμα 1.6:** Το πρόβλημα της εκτίμησης της στάσης ενός ρομπότ βάσει καθολικής αβεβαιότητας της στάσης του. Το ρομπότ βρίσκεται στη θέση που σημειώνεται με πράσινο. Οι κουκίδες που σημειώνονται με πορτοκαλί δείχνουν υποθέσεις προς εξέταση για την εκτίμηση της στάσης του

#### **Ορισμός II.** Παθητική και ενεργητική εκτίμηση βάσει καθολικής αβεβαιότητος

Ένας τρόπος ταξινόμησης των υπαρχουσών λύσεων στο πρόβλημα της εκτίμησης της στάσης ενός ρομπότ βάσει καθολικής αβεβαιότητος είναι μέσω του ίδιου του συστήματος πλοιήγησης του ρομπότ. Προκειμένου να μεγιστοποιηθεί η πιθανότητα επιτυχούς εντοπισμού, οι προσεγγίσεις ενεργητικής εκτίμησης υπολογίζουν εντολές κίνησης που μετακινούν το ρομπότ εντός του περιβάλλοντός του σε στάσεις που επιτρέπουν στο σύστημα εκτίμησης της στάσης του να αποκτάει πρόσθιτες πληροφορίες. Εάν οι εντολές κίνησης—εάν υπάρχουν—προσδιορίζονται χωρίς τη συμβουλή του συστήματος εκτίμησης στάσης τότε η προσέγγιση εκτίμησης ονομάζεται παθητική.

#### **Παρατήρηση III.** Ακρίβεια λύσης

Μια ακριβής λύση στο πρόβλημα της εκτίμησης της στάσης ενός ρομπότ βάσει καθολικής αβεβαιότητος είναι αναγκαία προϋπόθεση για την επίλυση του επακόλουθου προβλήματος της παρακολούθησης της στάσης του καθώς αυτό κινείται στο χώρο. Τα τελευταία χρόνια οι πιθανοτικές προσεγγίσεις στο πρόβλημα της παρακολούθησης της στάσης έχουν καταστεί εχ των ων ουκ άνευ. Χάρει στην ανοχή τους για αυξημένη αβεβαιότητα στάσης, η απαίτηση μέγιστης ακρίβειας όσον αφορά στη λύση του προβλήματος εκτίμησης βάσει καθολικής αβεβαιότητος έχει, κατα συνέπεια, με-

τριαστεί. Εάν χρησιμοποιούνται πιθανοτικές μέθοδοι στο μετέπειτα έργο της εκτίμησης στάσης βάσει περιορισμένης αβεβαιότητος, τότε ως λύση στο πρόβλημα της εκτίμησης βάσει καθολικής αβεβαιότητας μπορεί να γίνει δεκτό ένα σύνολο αναχριβέστερων (και συνεπώς χωρικά εκτεταμένων) στάσεων. Μια λύση που βρίσκεται στη γειτονιά της πραγματική στάσης ενός ρομπότ, με άμεση οπτική επαφή σε αυτήν, θα αναφέρεται ως ορθή λύση.

#### **Παρατήρηση IV. Λύση πραγματικού χρόνου**

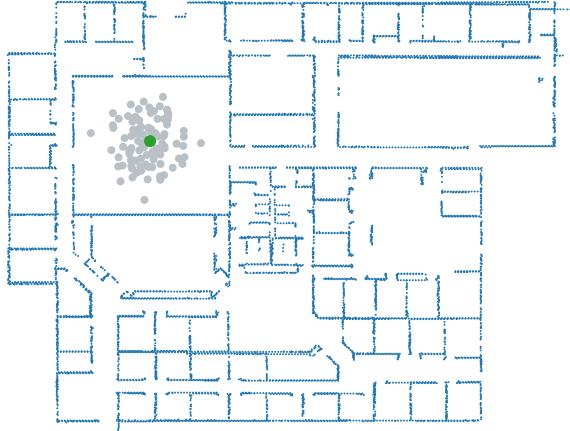
Στο πρόβλημα της εκτίμησης βάσει καθολικής αβεβαιότητος δεν υπάρχει αυστηρή απαίτηση για λύση σε πραγματικό χρόνο στην περίπτωση παθητικών προσεγγίσεων, εάν το ρομπότ δεν κινείται κατά τη διάρκεια της λύσης του προβλήματος εκτίμησης.

Αντιθέτως, το πρόβλημα της εκτίμησης της στάσης του βάσει περιορισμένης αβεβαιότητας (pose tracking) δέχεται ως δεδομένη τη γνώση της αρχικής του στάσης. Στόχος της λύσης του προβλήματος είναι η διαρκής εκτίμηση της στάσης του καθώς το ρομπότ κινείται μέσα στο χώρο στο πέρασμα του χρόνου. Για την επίλυσή του είναι εξαιρετικά επιτυχημένη η χρήση πιθανοτικών προσεγγίσεων, όπως το φίλτρο Kalman [May79] και το φίλτρο σωματιδίων [Thr02; Gus+02].

#### **1.2.3 Το φίλτρο σωματιδίων**

Οι πιθανοτικές προσεγγίσεις στο πρόβλημα της εκτίμησης της στάσης έχουν αυξημένη ακρίβεια και ευρωστία σε σύγκριση με τις μη πιθανοτικές, αλλά, ανάλογα με τη φύση τους, πάσχουν ή επιλύουν διάφορα προβλήματα που αφορούν στους σκοπούς εκτίμησης. Για παράδειγμα τα φίλτρα Kalman είναι γνωστό ότι είναι εύρωστα και ακριβή (βέλτιστα ακόμα όταν όλοι οι συστηματικοί ύδρυτες είναι κατανεμημένοι κανονικά), αλλά δεν έχουν την ικανότητα να αναπαραστούν αμφισημίες (ambiguities) ως προς τη στάση ή να εντοπίζουν το ρομπότ στην περίπτωση άγνωστης αρχικής στάσης. Από την άλλη πλευρά η φύση των τεχνικών MCL [Del+99] τους επιτρέπει να αναπαραστούν την αβεβαιότητα ως προς τη στάση του ρομπότ διατηρώντας ένα σύνολο υποθέσεων (που ονομάζονται σωματίδια) για αυτή, του οποίου η μορφή δεν δεσμεύεται από συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας μίας κορυφής (unimodal)

όπως στα φίλτρα Kalman. Μεταξύ άλλων αυτή η αναπαράσταση επιτρέπει στις προσεγγίσεις MCL να εντοπίζουν καθολικά ένα ρομπότ και να παραχολουθούν τις αμφισημίες της στάσης του μέχρι να είναι σε θέση να τις επιλύσει, λόγω της δυνατότητας αναπαράστασης αυθαίρετα πολύπλοκων πυκνοτήτων πιθανότητας. Το σχήμα 1.7 απεικονίζει την κατανομή υποθέσεων στάσης μετά την αρχικοποίηση του φίλτρου σωματιδίων.



Σχήμα 1.7: Αρχικοποίηση κατανομής σωματιδίων δεδομένης εκτίμησης για την αρχική στάση. Η πληροφορία προσανατολισμού παραλείπεται για λόγους ευανάγνωσης. Στην αρχική φάση το φίλτρο δεν έχει συγχλίνει και συνεπώς η διακύμανσή του συνόλου υποθέσεων στάσης είναι μέγιστη

Τα φίλτρα σωματιδίων εκτιμούν αναδρομικά την εκ των υστέρων πυκνότητα πιθανότητας της στάσης ενός οχήματος βάσει λογικής Bayes [TBF05]:

$$\begin{aligned} p(\mathbf{p}_t | \mathbf{z}_{1:t}, \mathbf{u}_{0:t-1}, \mathbf{M}) \propto \\ p(\mathbf{z}_t | \mathbf{p}_t) \int_{\mathbf{p}'} p(\mathbf{p}_t | \mathbf{p}', \mathbf{u}_{t-1}) \cdot p(\mathbf{p}' | \mathbf{z}_{1:t-1}, \mathbf{u}_{0:t-2}, \mathbf{M}) d\mathbf{x}' \end{aligned} \quad (1.2)$$

όπου η στάση του ρομπότ τη χρονική στιγμή  $t$  συμβολίζεται με  $\mathbf{p}_t$ , η ακολουθία των εντολών κίνησης που εκτελούνται από το το ρομπότ με  $\mathbf{u}_{0:t-1}$ , και με  $\mathbf{z}_{0:t}$  η ακολουθία των μετρήσεων που γίνονται από το τους αισθητήρες του.  $\mathbf{M}$  είναι ο χάρτης που αναπαραστά το περιβάλλον στο οποίο κινείται το ρομπότ. Το μοντέλο κίνησης  $p(\mathbf{p}_t | \mathbf{p}_{t-1}, \mathbf{u}_{t-1})$  υποδηλώνει την πιθανότητα ότι τη χρονική στιγμή χρονική στιγμή  $t$  το ρομπότ καταλήγει στην κατάσταση  $\mathbf{p}_t$  δεδομένου ότι εκτελεί την εντολή κίνησης  $\mathbf{u}_{t-1}$  ενώ βρίσκεται στην κατάσταση  $\mathbf{p}_{t-1}$  τη χρονική στιγμή  $t - 1$ . Σε ρομπότ με τροχούς οι εντολές κίνησης συνήθως αντικαθίστανται από μετρήσεις της περιστροφής τους μέσω κωδικοποιητών (encoders), οι οποίες αναφέρονται ως

οδομετρία. Το μοντέλο παρατήρησης  $p(z_t | p_t, M)$  δηλώνει την πιθανότητα μέτρησης  $z_t$  ενώ το ρομπότ βρίσκεται στη στάση  $p_t$ . Δεδομένου ότι τα φίλτρα σωματιδίων διατηρούν ένα σύνολο διαφορετικών υποθέσεων ως προς την κατάσταση του ρομπότ, η κάθε μία σταθμίζεται σύμφωνα με την πιθανότητα το ρομπότ να διενεργήσει τη μέτρηση  $z_t$  υπό τη συγκεκριμένη υπόθεση στάσης ενός σωματιδίου  $p_t^i$  με βάση το μοντέλο παρατήρησης  $p(z_t | p_t, M)$ , όπου  $i$  δηλώνει τον δείκτη-αναγνωριστικό του σωματιδίου-υπόθεσης  $i$ . Αυτή η πιθανότητα ονομάζεται το βάρος του κάθε σωματιδίου, του οποίου το μέγεθος, θεωρητικά, είναι ευθέως ανάλογο της ακρίβειας της υπόθεσής του για τη στάση του ρομπότ. Η τελική εκτίμηση του φίλτρου είναι ο σταθμισμένος μέσος όρος των υποθέσεων στάσης όλων των σωματιδίων κατά το βάρος του καθενός.

Στην απλούστερή έκδοση των φίλτρων σωματιδίων ο αριθμός των τελευταίων είναι σταθερός. Για την αποφυγή απόκλισης της εκτίμησης λόγω εξάντλησης των σωματιδίων [TBF05] ένας μεγάλος αριθμός δειγμάτων είναι απαραίτητος ώστε το ρομπότ να μπορεί να αντιμετωπίσει τόσο τον αρχικό εντοπισμό της στάσης του όσο και την παρακολούθηση της μετά από αυτόν. Η πρακτική του σταθερού αριθμού υποθέσεων μπορεί να είναι μια σοβαρή σπατάλη υπολογιστικών πόρων μετά τα αρχικά στάδια εντοπισμού. Η δειγματοληψία KLD [Fox01] χρησιμοποιείται προκειμένου το φίλτρο να προσαρμόζει τον αριθμό των σωματιδίων που απαιτούνται με την πάροδο του χρόνου, περιορίζοντας το σφάλμα που εισάγεται από την αναπαράσταση της εκ των υστέρων πυκνότητας πιθανότητας της στάσης του ρομπότ με βάση τα δείγματα, και μειώνοντας έτσι των αριθμό των απαιτούμενων υπολογισμών. Το σφάλμα υπολογίζεται με βάση την απόκλιση Kullback-Leibler μεταξύ της δειγματοληπτούμενης κατανομής και μιας διακριτής κατανομής που υπολογίζεται σε ολόκληρο το χάρτη. Στα αρχικά στάδια του εντοπισμού (όταν το φίλτρο πρέπει να εντοπίσει το ρομπότ βάσει καθολικής αβεβαιότητος), τα σωματίδια μπορούν να έχουν μεγαλύτερη διασπορά, έτσι ώστε να καλύπτουν μεγαλύτερο χώρο υποθέσεων. Αντίθετα, αφού το ρομπότ έχει εντοπιστεί με επιτυχία και το σφάλμα μεταξύ των δύο παραπάνω κατανομών έχει μειωθεί, το φίλτρο σωματιδίων μπορεί να διατηρήσει ένα μικρότερο σύνολο σωματιδίων για την παρακολούθηση της στάσης του ρομπότ.

Το φίλτρο σωματιδίων έχει τη δυνατότητα να αφομοιώσει μετρήσεις από αισθητήρες των οποίων το μοντέλο παρατήρησης μπορεί να ανακατασκευαστεί σε κλειστή μορφή, και συνήθως χρησιμοποιούνται αισθητήρες sonar, lidar, και εικόνας. Η παρούσα διατριβή εστιάζει

αποκλειστικά στη χρήση αισθητήρων lidar δισδιάστατων μετρήσεων.

#### **Παρατήρηση V. Λόγη πραγματικού χρόνου**

Σε αντίθεση με τις παθητικές προσεγγίσεις εκτίμησης της στάσης του ρομπότ βάσει καθολικής αβεβαιότητος σε περίπτωση που το ρομπότ θεωρείται ακίνητο, η επίλυση του προβλήματος της εκτίμησης της στάσης του βάσει πεπερασμένης αβεβαιότητος εξ ορισμού απαιτεί τη συχνή ανανέωση εκτιμήσεων στάσης, καθώς η στάση του ρομπότ μεταβάλλεται μέσα στο χώρο και κατά τη διάρκεια του χρόνου.

#### **1.2.4 Ο αισθητήρας lidar δισδιάστατων μετρήσεων**

##### **Ορισμός III. Οριομέτρησης αισθητήρα 2D lidar**

Μία μέτρηση συμβατικού αισθητήρα 2D lidar αποτελείται από έναν πεπερασμένο αριθμό αποστάσεων σε αντικείμενα σε οπτική επαφή εντός της μέγιστης εμβέλειάς του. Οι μετρήσεις λαμβάνονται εγκαρσίως προς το σώμα του, σε κανονικά γωνιακά και χρονικά διαστήματα, σε ένα καθορισμένο γωνιακό εύρος [CRP18].

Μία μέτρηση (αλλιώς ονομαζόμενη σάρωση)  $\mathcal{S}$  που απαρτίζεται από  $N_s$  ακτίνες σε γωνιακό εύρος  $\lambda$  είναι μία διατεταγμένη ακολουθία  $\mathcal{S} : \Theta \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ , όπου

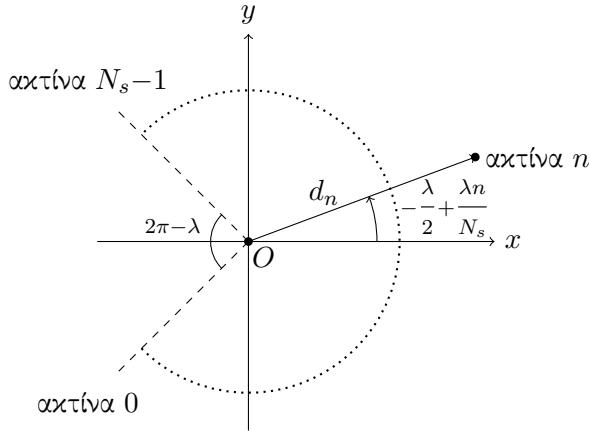
$$\Theta = \{\theta_n \in [-\frac{\lambda}{2}, +\frac{\lambda}{2}] : \theta_n = -\frac{\lambda}{2} + \lambda \frac{n}{N_s}, n = 0, 1, \dots, N_s - 1\} \quad (1.3)$$

Οι γωνίες  $\theta_n$  εκφράζονται σε σχέση με τον προσανατολισμό του αισθητήρα στο τοπικό του σύστημα συντεταγμένων.

Το σχήμα 1.8 απεικονίζει τη γεωμετρία του ενός τυπικού αισθητήρα 2D lidar, όπου  $d_n = \mathcal{S}[-\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda n}{N_s}]$  είναι η απόσταση που αφορά στην ακτίνα με αναγνωριστικό  $n$ .

##### **Ορισμός IV. Πανοραμικός αισθητήρας 2D lidar**

Το γωνιακό εύρος ενός 2D lidar είναι συμμετρικά κατανεμημένο ως προς τον τοπικό του  $x$  άξονα. Κάθε ακτίνα έχει την ίδια γωνιακή απόσταση από τις γειτονικές της, εξαιρέσει των δύο ακραίων ακτίνων όταν  $\lambda < 2\pi$ . Όταν  $\lambda = 2\pi$  ο αισθητήρας ονομάζεται



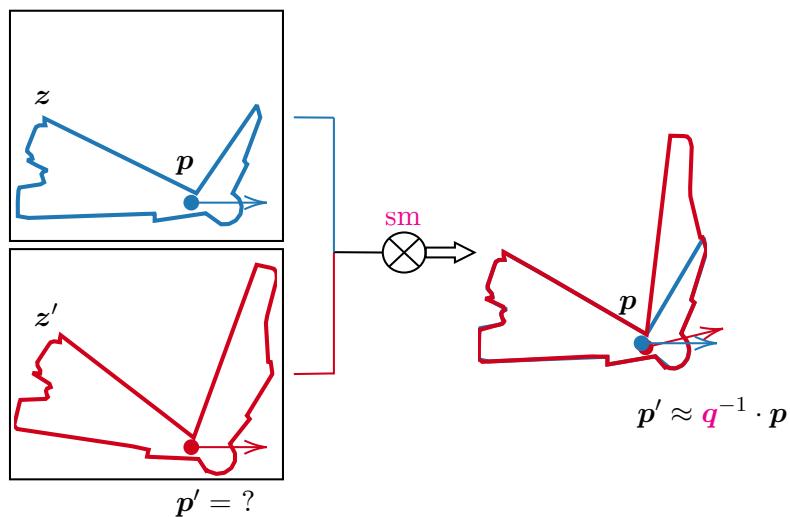
Σχήμα 1.8: Κάτοψη του τοπικού συστήματος αναφοράς ενός τυπικού αισθητήρα αποστάσεων τύπου 2D lidar. Ο αισθητήρας είναι τοποθετημένος στο  $O(0,0)$  και ο προσανατολισμός του είναι αυτός του θετικού  $x$  άξονα. Το γωνιακό πεδίο οράσεώς του είναι  $\lambda$

πανοραμικός.

### 1.2.5 Ευθυγράμμιση σαρώσεων lidar

Η ευθυγράμμιση σαρώσεων μέσω αισθητήρων lidar βρίσκεται στο επίκεντρο των περισσότερων εφαρμογών χαρτογράφησης και εκτίμησης της στάσης ενός οχήματος λόγω της ικανότητάς της να εξάγει τη σχέση μεταξύ στάσεων από όπου ελήφθησαν μετρήσεις του αισθητήρα. Έστω ένα ρομπότ εξοπλισμένο με έναν αισθητήρα 2D lidar που καταγράφει δύο σαρώσεις,  $z$  και  $z'$ , την πρώτη ενώ ο αισθητήρας είναι τοποθετημένος στη στάση  $p(x, y, \theta)$ , και την δεύτερη ενώ βρίσκεται στη στάση  $p'(x', y', \theta')$ , σε κάποιο σύστημα αναφοράς. Αυτές οι σαρώσεις καταγράφουν μια οριζόντια τομή του περιβάλλοντος στο οποίο κινείται το ρομπότ. Υπό την προϋπόθεση ότι ορισμένα τμήματα του περιβάλλοντος είναι ορατά τόσο από τη στάση  $p$  όσο και από τη  $p'$  είναι γενικά δυνατή η εύρεση του τρισδιάστατου μετασχηματισμού  $q$  που προβάλλει τα τελικά σημεία του  $z'$  σε εκείνα του  $z$  με τρόπο τέτοιο ώστε να ευθυγραμμιστούν μεταξύ τους. Η διαδικασία εξαγωγής του μετασχηματισμού  $q$  ονομάζεται ευθυγράμμιση σαρώσεων (scan-matching—εδώ σε μετρήσεις δύο διαστάσεων). Η λύση  $q$  αποτελείται από δύο μεταφορικές συνιστώσες,  $\Delta x$  και  $\Delta y$ , και μία περιστροφική συνιστώσα,  $\Delta\theta$ . Αυτή η λύση αντιστοιχεί στην ακριβώς αντίστροφη κίνηση του αισθητήρα από τη στάση  $p$  στην  $p'$ :  $p = R(\Delta\theta) \cdot p' + [\Delta x, \Delta y]^\top$ , όπου  $R(\cdot)$  είναι ο πίνακας περιστροφής σε δύο διαστάσεις.

Στο σχήμα 1.9 απεικονίζεται η ευθυγράμμιση δύο μετρήσεων που λήφθησαν από στάσεις σε κοντινή απόσταση και στο ίδιο περιβάλλον μέσω του τελεστή  $\text{sm}$ . Στην πράξη, η εφαρμογή του μετασχηματισμού  $\mathbf{q}^{-1}$  στο διάνυσμα  $\mathbf{p}$  δεν ισούται ακριβώς με  $\mathbf{p}'$  λόγω (α) της παρουσίας υιούτου στις μετρήσεις του αισθητήρα, (β) ενδεχόμενης ατελούς αλληλοεπικάλυψης των δύο μετρήσεων σε μη κυρτά περιβάλλοντα, (γ) του γεγονότος ότι ένας αλγόριθμος ευθυγράμμισης σαρώσεων δεν είναι απαραίτητα τέλειος τελεστής, και (δ) του γεγονότος ότι ο τελευταίος συνήθως απαιτεί τον καθορισμό πολλών παραμέτρων, κυριότερες από τις οποίες είναι εκείνες που διέπουν το χειρισμό των αντιστοιχίσεων ανάμεσα στις ακτίνες των δύο μετρήσεων.



Σχήμα 1.9: Η ευθυγράμμιση των μετρήσεων 2D lidar  $\mathbf{z}(\mathbf{p})$  και  $\mathbf{z}'(\mathbf{p}')$  (scan-matching) παράγει την εκτίμηση  $\mathbf{p}'$  από την  $\mathbf{p}$

#### Ορισμός V. Ευθυγράμμιση σαρώσεων 2D lidar

Έστω δύο μετρήσεις ενός 2D lidar αισθητήρα που ικανοποιούν τον ορισμό III,  $\mathcal{S}_R$  και  $\mathcal{S}_V$ . Έστω ότι οι μετρήσεις λήφθηκαν στο ίδιο περιβάλλον και τις δύο χρονικές στιγμές καταγραφής τους. Έστω  $\mathbf{p}_V(x_V, y_V, \theta_V)$  η στάση από την οποία ο αισθητήρας κατέγραψε την  $\mathcal{S}_V$ , εκπεφρασμένη σε κάποιο σύστημα συντεταγμένων. Στόχος της ευθυγράμμισης σαρώσεων σε δύο διαστάσεις είναι να βρεθεί ο τρισδιάστατος μετασχηματισμός  $\mathbf{q} = (\mathbf{t}, \theta)$ ,  $\mathbf{t} = (\Delta x, \Delta y)$ , που ελαχιστοποιεί την απόσταση των τελικών σημείων της μετασχηματιζόμενης κατά  $\mathbf{q}$  μέτρησης  $\mathcal{S}_V$  από την προβολή της στην  $\mathcal{S}_R$ .

Συμβολίζοντας τα τελικά σημεία του  $\mathcal{S}_V$  με  $\{\mathbf{p}_V^i\}$ :

$$\min_{\mathbf{q}} \sum_i \left\| \mathbf{p}_V^i \oplus \mathbf{q} - \prod \{\mathcal{S}_R, \mathbf{p}_V^i \oplus \mathbf{q}^{-1}\} \right\|^2 \quad (1.4)$$

Το σύμβολο “ $\oplus$ ” δηλώνει τον τελεστή μετασχηματισμού  $\mathbf{p}_V^i \oplus (\mathbf{t}, \theta) \triangleq \mathbf{R}(\theta)\mathbf{p}_V^i + \mathbf{t}$ , όπου  $\mathbf{R}(\theta)$  είναι ο δισδιάστατος πίνακας περιστροφής με όρισμα  $\theta$ , και  $\prod \{\mathcal{S}_R, \mathbf{p}_V^i \oplus \mathbf{q}\}$  είναι η ευκλείδεια προβολή στην  $\mathcal{S}_R$ .

**Παρατήρηση VI.** Η ευθυγράμμιση σαρώσεων χρησιμοποιείται στη ρομποτική ως μέσο οδομετρίας, πρωτίστως σε μη τροχοφόρα οχήματα (τα οποία συνεπώς δεν έχουν τη δυνατότητα να φέρουν κωδικοποιητές), ή ως ένας χρήσιμος βελτιωτικός συντελεστής της διαρκώς παρεκκλίνουσας οδομετρίας με κωδικοποιητές: σαρώσεις που λαμβάνονται σε διαδοχικές χρονικές στιγμές, εισαγόμενες σε αλγόριθμο ευθυγράμμισης σαρώσεων, εξάγουν την εκτίμηση της στάσης του αισθητήρα σάρωσης κατά τη δεύτερη χρονική στιγμή καταγραφής σε σχέση με την πρώτη. Αλγόριθμοι ευθυγράμμισης σαρώσεων χρησιμοποιούνται με επιτυχία για την επίλυση του προβλήματος της ταυτόχρονης χαρτογράφησης και εκτίμησης της στάσης οχήματος [GK99; Hah+03; CTT03], κατασκευή τοπικών χαρτών [Lac+02; MMM04; MMM08], και σε συστήματα παρακολούθησης της τροχιάς ανθρώπων [Sch+01].

### 1.2.6 Ευθυγράμμιση σαρώσεων lidar με σαρώσεις χάρτη

Η τεχνική της ευθυγράμμισης μετρήσεων 2D lidar έχει αποκτήσει τα τελευταία χρόνια και μία ακόμη εφαρμογή: τη χρήση της για την εκτίμηση της στάσης ενός οχήματος εντός του χάρτη του περιβάλλοντος στο οποίο βρίσκεται. Η λογική εδώ είναι ότι εάν αντικατασταθεί η μία από τις δύο μετρήσεις που αναφέρονται στο περιβάλλον με μία σάρωση που αναφέρεται στο χάρτη του τότε η ευθυγράμμισή της σάρωσης του χάρτη με τη σάρωση του περιβάλλοντος παρέχει το μετασχηματισμό που ελαχιστοποιεί το σφάλμα εκτίμησης της στάσης του αισθητήρα στο σύστημα συντεταγμένων του χάρτη. Συνεπώς η ευθυγράμμιση σαρώσεων lidar με σαρώσεις χάρτη μπορεί να χρησιμοποιηθεί στα πλαίσια της λύσης προβλημάτων εκτίμησης της στάσης του αισθητήρα. Κατά συνέπεια, σε αντίθεση με το πρόβλημα της ευθυγράμμισης

σαρώσεων μετρήσεων lidar, το οποίο δεν προϋποθέτει τη γνώση του χάρτη του περιβάλλοντος, στο πρόβλημα της ευθυγράμμισης σαρώσεων lidar με σαρώσεις χάρτη η γνώση του τελευταίου είναι αναγκαία συνθήκη.

#### **Ορισμός VI. Ορισμός σάρωσης χάρτη**

Μια σάρωση χάρτη είναι μια εικονική σάρωση που ενσωματώνει τις ίδιες πληροφορίες με μια σάρωση που προέρχεται από έναν φυσικό αισθητήρα. Μόνο η υποκείμενη αρχή λειτουργίας τους είναι διαφορετική λόγω του γεγονότος ότι η σάρωση χάρτη αναφέρεται σε αποστάσεις σε εμπόδια εντός του χάρτη του περιβάλλοντος του ρομπότ και όχι εντός του το ίδιο του περιβάλλοντος—εξ ου και η εικονικότητά του. Μία σάρωση χάρτη λαμβάνεται από έναν εικονικό αισθητήρα και προκύπτει μέσω του εντοπισμού των τομών των ακτίνων που προέρχονται από την εκτίμηση της στάσης του αισθητήρα και των ορίων των εμποδίων του χάρτη.

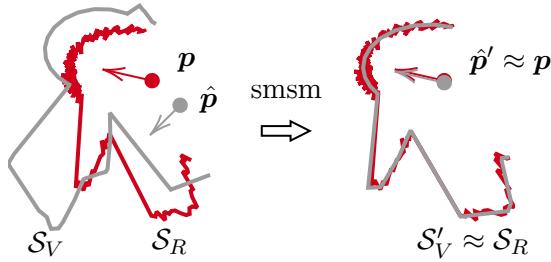
#### **Ορισμός VII. Ενθυγράμμιση σαρώσεων 2D lidar με σαρώσεις χάρτη**

Η ευθυγράμμιση σαρώσεων 2D lidar με σαρώσεις χάρτη ορίζεται με τον ίδιο τρόπο όπως η ευθυγράμμιση σαρώσεων 2D lidar (ορισμός V) αλλά με το  $S_V$  να προέρχεται όχι από το φυσικό περιβάλλον του ρομπότ αλλά από το χάρτη του.

**Παρατήρηση VII.** Το όφελος της ευθυγράμμισης α) μιας σάρωσης χάρτη που προέρχεται από έναν εικονικό αισθητήρα, από την εκτιμώμενη στάση του σε αυτόν με (β) μια σάρωση που προέρχεται από έναν φυσικό αισθητήρα, από την πραγματική του στάση είναι ότι η διόρθωση της εκτίμησης της στάσης του αισθητήρα παρέχει τη διόρθωση της εκτίμησης της στάσης του ρομπότ: Έστω ότι η εκτίμηση της στάσης ενός ρομπότ βρίσκεται στη γειτονιά της πραγματικής στάσης του. Αν υποτεθεί ότι ο αισθητήρας απόστασης είναι σταθερά στην ίδια στάση σε σχέση με το ρομπότ τόσο στο πραγματικό όσο και στο εικονικό περιβάλλον τότε ο μετασχηματισμός των τελικών σημείων της εικονικής σάρωσης που ελαχιστοποιεί την απόσταση από την προβολή τους στη φυσική σάρωση ισούται με το μετασχηματισμό που, όταν εφαρμοστεί στην εκτιμώμενη στάση του ρομπότ ελαχιστοποιεί το σφάλμα της σε σχέση με την πραγμα-

τική του στάση. Επομένως η εξαγωγή του σχετικού μετασχηματισμού της εικονικής σάρωσης σε σχέση με την πραγματική σάρωση μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως διόρθωση της εκτίμησης της θέσης του ρομπότ εντός του χάρτη. Η βαρύτητα της σημασίας αυτής της διόρθωσης έγκειται στο γεγονός ότι η τελευταία μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να μειώσει το σφάλμα εκτίμησης της θέσης του ρομπότ κατά την παραχολούθηση της στάσης του, ή για να διευκολύνει την εύρεση της στάσης του υπό καθολική αβεβαιότητα.

Στο σχήμα 1.10 απεικονίζεται η ευθυγράμμιση μίας μέτρησης  $\mathcal{S}_R$  με μία εικονική μέτρηση  $\mathcal{S}_V$  μέσω του τελεστή `smsm`.



**Σχήμα 1.10:** Η ευθυγράμμιση της 2D εικονικής μέτρησης  $\mathcal{S}_V(\hat{p})$  με τη φυσική μέτρηση 2D lidar  $\mathcal{S}_R(p)$  (`scan-to-map-scan matching`) μειώνει το σφάλμα εκτίμησης σε  $\hat{p}' \approx p$ :  $\|\hat{p}' - p\| < \|\hat{p} - p\|$ . Τα κόκκινα σημεία υποδηλώνουν τη φυσική μέτρηση  $\mathcal{S}_R(p)$ , ενώ τα γκρι την εικονική μέτρηση  $\mathcal{S}_V(\hat{p})$ . Η μεταβολή της μορφής της εικονικής μέτρησης οφείλεται στο γεγονός ότι από διαφορετικές στάσεις εντός του χάρτη είναι ορατά διαφορετικά σημεία του: η εικονική μέτρηση προσσημοιάζει όλο και περισσότερο τη φυσική μέτρηση όσο το σφάλμα εκτίμησης της στάσης μειώνεται

**Παρατήρηση VIII.** Σε αντίθεση με το πρόβλημα της ευθυγράμμισης πραγματικών σαρώσεων, η ευθυγράμμιση πραγματικών και εικονικών σαρώσεων είναι ένα εγγενώς συζευγμένο πρόβλημα: δεδομένου του γεγονότος ότι η γεωμετρία των τελικών σημείων των ακτίνων της εικονικής σάρωσης μπορεί να ευθυγραμμιστεί, χωρίς βλάβη της γενικότητας, μόνο από την πραγματική στάση του ρομπότ, ο προσανατολισμός του ρομπότ μπορεί να εξαχθεί εάν και μόνον εάν η εκτίμηση της θέσης του συμπίπτει με την πραγματική του θέση, και η θέση του μπορεί να εξαχθεί μόνο εάν και μόνον εάν η εκτίμηση προσανατολισμού του είναι ίση με τον πραγματικό του προσανατολισμό. Ωστόσο, και τα δύο είναι, κατ' αρχήν, άνισα. Αυτή η σύζευξη είναι ο λόγος για τον

οποίο απαιτείται μια επαναληπτική μέθοδος όσο αφορά στην λύση της ευθυγράμμισης πραγματικών και εικονικών σαρώσεων.

**Παρατήρηση IX.** Σε αντίθεση με την ευθυγράμμιση μετρήσεων, όπου η  $S_V$  είναι μια αμετάβλητη μέτρηση επιφορτωμένη με αναπόφευκτα σφάλματα λόγω τυφλών σημείων, στην ευθυγράμμιση πραγματικών μετρήσεων και εικονικών σαρώσεων η  $S_V$  παράγεται από το χάρτη, ο οποίος αποτυπώνει το περιβάλλον του ρομπότ στο σύνολό του, μεταφέροντας έτσι αυτή την ιδιότητα στην εικονική σάρωση. Αυτή η λεπτή διαφορά καθιστά κατ' αρχήν δυνατή την ευθυγράμμιση της εικονικής σάρωσης  $S_V$  με την αμετάβλητη μέτρηση  $S_R$

- με μέγιστη ακρίβεια: η ανάκτηση της πραγματικής στάσης του ρομπότ μπορεί να γίνει με αυθαίρετη ακρίβεια (στην ιδανική περίπτωση τέλειων μετρήσεων και πλήρους σύμπτωσης χάρτη και περιβάλλοντος)
- χωρίς την ανάγκη να δημιουργηθούν αντιστιχίες μεταξύ των ακτίνων των δύο σαρώσεων (καθώς η λειτουργία αυτή επινοήθηκε για και χυρίως διευκολύνει την αντιστοίχιση συνόλων που κατ' αρχήν επικαλύπτονται σε ορισμένες περιοχές αλλά όχι σε άλλες, δηλαδή για το έργο της ευθυγράμμισης μετρήσεων)

**Παρατήρηση X.** Η σημασία της αποφυγής χρήσης αντιστοιχιών—εκτός από το γεγονός ότι δεν είναι αυστηρά απαραίτητες για την ευθυγράμμιση πραγματικών μετρήσεων και εικονικών σαρώσεων—έγκειται στο γεγονός ότι η αποφυγή τους συμπαρασύρει και την αποφυγή χρήσης των εξωτερικά καθορίσιμων παραμέτρων που διέπουν τη λειτουργία των αλγορίθμων ευθυγράμμισης. Μέθοδοι ευθυγράμμισης που βασίζονται στην εφεύρεση και χρήση αντιστοιχιών απαιτούν τη ρύθμιση των εν λόγω παραμέτρων, ο προσδιορισμός ορισμένων από τις οποίες έχει αποδειχθεί ότι είναι μη διαισθητικός, απαιτητικός, και όχι καθολικά αρμόζων σε οποιοδήποτε περιβάλλον ή ακόμη και για διαφορετικές στάσεις στο ίδιο περιβάλλον.

### 1.2.7 Αναλλοίωτη ευθυγράμμιση Fourier-Mellin σε δύο διαστάσεις

Σε αυτή την ενότητα αναφέρουμε πώς ο μετασχηματισμός Fourier-Mellin μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ευθυγράμμιση δύο δισδιάστατων πλεγμάτων, τα οποία στο εξής θα αναφέρονται επίσης ως “εικόνες”, οι οποίες σχετίζονται μεταξύ τους μόνο με affine μετασχηματισμούς, δηλαδή μετατόπιση, περιστροφή ή/και κλιμάκωση. [CP76; QDD94; RC96].

Έστω δύο εικόνες σταθερού μεγέθους,  $r(x, y)$ ,  $s(x, y)$ , όπου η δεύτερη είναι ένα μετατοπισμένο, περιστραμμένο, και κλιμακωμένο αντίγραφο της πρώτης:

$$s(x, y) = r(\sigma(x \cos \xi + y \sin \xi) - x_0, \sigma(-x \sin \xi + y \cos \xi) - y_0)$$

Εδώ  $x_0, y_0$  είναι οι μετατοπίσεις κατά τους δύο άξονες  $x, y, \xi$  η γωνία περιστροφής, και στο συντελεστής κλίμακας. Έστω ο μετασχηματισμός Fourier μιας συνάρτησης  $h$  ότι συμβολίζεται με  $\mathcal{H} = \mathcal{F}\{h\}$ , ότι ο αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier της  $\mathcal{H}$  συμβολίζεται με  $h = \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{H}\}$ , και ότι  $|\mathcal{H}|$  συμβολίζει το μέγεθος του  $\mathcal{H}$ . Τότε ο μετασχηματισμοί Fourier των  $s, r$  συνδέονται με τις σχέσεις

$$\mathcal{S}(u, v) = e^{-j\phi_s(u, v)} \sigma^{-2} |\mathcal{R}(\sigma^{-1}(u \cos \xi + v \sin \xi), \sigma^{-1}(-u \sin \xi + v \cos \xi))|$$

όπου  $j^2 = -1$ , και  $\phi_s$  είναι η φασματική φάση του  $s$ . Η φάση  $\phi_s$  εξαρτάται από τη μετατόπιση, την περιστροφή, και την κλίμακα του  $s$  σε σχέση με το  $r$ , αλλά το φασματικό μέτρο  $|\mathcal{S}(u, v)|$ :

$$\begin{aligned} |\mathcal{S}(u, v)| &= |e^{-j\phi_s(u, v)} \sigma^{-2} \mathcal{R}(\sigma^{-1}(u \cos \xi + v \sin \xi), \sigma^{-1}(-u \sin \xi + v \cos \xi))| \\ &= |\mathcal{R}(\sigma^{-1}(u \cos \xi + v \sin \xi), \sigma^{-1}(-u \sin \xi + v \cos \xi))| \end{aligned} \quad (1.5)$$

είναι αναλλοίωτο της μετατόπισης. Η εξίσωση (1.5) δείχνει ότι περιστροφή της  $r$  περιστρέφει το φασματικό μέγεθος της  $s$  κατά την ίδια γωνία, και ότι κλιμάκωση της  $r$  κλιμακώνει το φασματικό μέγεθος της  $s$  κατά το αντίστροφο του συντελεστή κλίμακας. Τώρα που η μετατόπιση έχει απεμπλακεί από τις άλλες δύο γραμμικές πράξεις, η περιστροφή και η κλιμάκωση μπορούν να απεμπλακούν περαιτέρω με τον ορισμό των φασματικών μεγεθών των  $r$  και  $s$  σε

πολικές συντεταγμένες:

$$\mathbf{r}_p(\theta, \rho) \triangleq |\mathcal{R}(\rho \cos \theta, \rho \sin \theta)|$$

$$\mathbf{s}_p(\theta, \rho) \triangleq |\mathcal{S}(\rho \cos \theta, \rho \sin \theta)|$$

Χρησιμοποιώντας

$$\begin{aligned}\sigma^{-1}(u \cos \xi + v \sin \xi) &= \frac{\rho}{\sigma} \cos(\theta - \xi) \\ \sigma^{-1}(-u \sin \xi + v \cos \xi) &= \frac{\rho}{\sigma} \sin(\theta - \xi)\end{aligned}$$

προκύπτει

$$\mathbf{s}_p(\theta, \rho) = \sigma^{-2} \mathbf{r}_p(\theta - \xi, \rho/\sigma)$$

Με τη μετατροπή σε πολικές συντεταγμένες, η περιστροφή της  $\mathbf{s}$  ως προς  $\mathbf{r}$  έχει μετατραπεί σε μετατόπιση της  $\mathbf{s}_p$  ως προς  $\mathbf{r}_p$  κατά μήκος του γωνιακού άξονα. Ωστόσο, η κλιμάκωση στο αρχικό πεδίο έχει δεν έχει μετασχηματιστεί: χρησιμοποιώντας όμως μια λογαριθμική κλίμακα για τον ακτινικό άξονα, η κλιμάκωση μπορεί επίσης να αναχθεί σε μετατόπιση. Έστω  $\lambda = \log \rho$  και  $\kappa = \log \sigma$ . Τότε, ορίζοντας

$$\mathbf{r}_{pl}(\theta, \lambda) \triangleq \mathbf{r}_p(\theta, \rho) \quad (1.6)$$

$$\mathbf{s}_{pl}(\theta, \lambda) \triangleq \mathbf{s}_p(\theta, \rho) = \sigma^{-2} \mathbf{r}_{pl}(\theta - \xi, \lambda - \kappa) \quad (1.7)$$

η περιστροφή και η κλιμάκωση ανάγονται σε μετατοπίσεις κατά τον γωνιακό και ακτινικό άξονα αντίστοιχα. Με μετασχηματισμό Fourier των εξισώσεων (1.6) και (1.7) λαμβάνουμε ότι:

$$\mathcal{S}_{pl}(\alpha, \beta) = \sigma^{-2} e^{-2\pi j(\alpha\kappa + \beta\xi)} \mathcal{R}_{pl}(\alpha, \beta)$$

Εδώ η γωνία περιστροφής  $\xi$  και ο συντελεστής κλίμακας  $\sigma = e^\kappa$  εμφανίζονται ως μετατοπίσεις φάσης. Η τεχνική που περιγράφηκε παραπάνω απεμπλέκει τη μετατόπιση, την περιστροφή, και την κλιμάκωση των δύο εικόνων ανάμεσά τους και επομένως είναι αποτελεσματική, αριθμητικά

εφικτή, και αποδοτική.

Η τεχνική Symmetric Phase-Only Matched Filtering [QDD94] έχει βρεθεί ότι είναι αποτελεσματική στην ευθυγράμμιση δύο όμοιων (όχι απαραίτητα πανομοιότυπων) εικόνων, λόγω της ικανότητάς της να αποδίδει υψηλά επίπεδα λόγου σήματος προς θόρυβο (Signal-to-Noise ratio—SNR) και ευχρινείς κορυφές συσχετίσεων. Η βασική διαδικασία υπολογισμού της γωνίας περιστροφής και της κλίμακας της εικόνας  $s$  σε σχέση με  $r$  συνοψίζεται σε φευδοκώδικα στον αλγόριθμο I.

---

### Αλγόριθμος I core FMI-SPOMF

---

**Input:** 2D grids / Images  $r, s$

**Output:**  $Q_0(\alpha, \beta)$

- 1: compute  $\mathcal{R}_{pl}(\alpha, \beta) = \mathcal{F}\{r_{pl}(\theta, \lambda)\}$
  - 2: extract the phase  $e^{-j\phi_r(\alpha, \beta)}$
  - 3: compute  $\mathcal{S}_{pl}(\alpha, \beta) = \mathcal{F}\{s_{pl}(\theta, \lambda)\}$
  - 4: extract the phase  $e^{-j\phi_s(\alpha, \beta)}$
  - 5: determine  $Q_0(\alpha, \beta) = e^{-j(\phi_s(\alpha, \beta) - \phi_r(\alpha, \beta))}$
  - 6: **return**  $Q_0(\alpha, \beta)$
- 

Μετά τον υπολογισμό του  $Q_0$  η γωνία περιστροφής  $\xi$  και ο συντελεστής κλίμακας  $\sigma$  μπορούν να εξαχθούν με τον υπολογισμό του αντίστροφου μετασχηματισμού Fourier του  $Q_0$ ,  $q_0 = \mathcal{F}^{-1}(Q_0)$ , και τον υπολογισμό των ορισμάτων που τον μεγιστοποιούν.

**Παρατήρηση XI.** Υπό αυτή την έννοια, το  $\max q_0$  μπορεί να ερμηνευτεί ως ένα μέτρο ομοιότητας των δύο εικόνων εισόδου.

Στα προβλήματα ευθυγράμμισης εικόνων οι δύο εικόνες εισόδου θεωρούνται ότι είναι πανομοιότυπες, και στόχος είναι να προσδιοριστούν και οι τέσσερις παράμετροι του γεωμετρικού μετασχηματισμού που συνδέουν τη μία με την άλλη. Η διαδικασία που ακολουθείται για εξαγωγή τους συνοψίζεται σε φευδοκώδικα στον αλγόριθμο II.

Στα προβλήματα αναγνώρισης προτύπων, από την άλλη πλευρά, όπου ο στόχος είναι να εντοπιστούν μεταξύ ενός συνόλου εικόνων αναφοράς εκείνη που ταιριάζει καλύτερα με μια παρατηρούμενη εικόνα, μπορεί κανείς δυνητικά να βεβαιώσει την ύπαρξη αυτής της εικόνας εκτελώντας τον αλγόριθμο I ανάμεσα σε όλες τις εικόνες αναφοράς και την εικόνα εισόδου, να προσδιορίσει το μέγιστο κάθε εξόδου  $q_0$ , και να τοποθετήσει ένα κατώφλι σε αυτό: εάν

---

**Αλγόριθμος II FMI-SPOMF** for image registration

---

**Input:** 2D grids / Images  $r, s$ **Output:** Translation  $(x_0, y_0)$ , rotation angle  $\xi$ , scale  $\sigma$ , similarity measure  $w$ 

- 1:  $Q_0(\alpha, \beta) \leftarrow$  execute algorithm I for input  $(r, s)$
  - 2: Compute  $q_0(\theta, \lambda) = \mathcal{F}^{-1}\{Q_0(\alpha, \beta)\}$
  - 3: Determine  $(\xi, \kappa) \leftarrow \arg \max_{\theta, \lambda} q_0(\theta, \lambda)$
  - 4:  $s \leftarrow$  Rescale  $s$  by  $\sigma^{-1} = e^{-\kappa}$
  - 5:  $s' \leftarrow s$
  - 6:  $s \leftarrow$  rotate  $s$  by  $\xi$
  - 7:  $s' \leftarrow$  rotate  $s'$  by  $\xi + \pi$
  - 8:  $Q_1(\alpha, \beta) \leftarrow$  execute algorithm I for input  $(r, s)$
  - 9:  $Q_2(\alpha, \beta) \leftarrow$  execute algorithm I for input  $(r, s')$
  - 10:  $q_1(\theta, \lambda) \leftarrow \mathcal{F}^{-1}\{Q_1(\alpha, \beta)\}$
  - 11:  $q_2(\theta, \lambda) \leftarrow \mathcal{F}^{-1}\{Q_2(\alpha, \beta)\}$
  - 12: Determine  $q(\theta, \lambda) \leftarrow \arg \max_{q_1, q_2}\{q_1, q_2\}$
  - 13: Determine similarity measure  $w = \max q$
  - 14:  $(x_0, y_0) \leftarrow \arg \max_{\theta, \lambda} q$
  - 15: **return**  $(x_0, y_0), \xi, \sigma, w$
- 

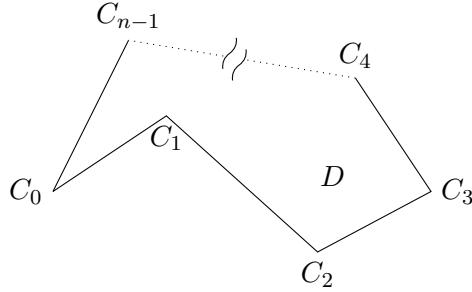
το υπερβαίνει τότε πρόκειται για ταύτιση. Τα ψευδώς θετικά αποτελέσματα μπορούν στη συνέχεια να φιλτραριστούν εκτελώντας τον αλγόριθμο II, συγχρίνοντας την παρατηρούμενη εικόνα με κάθε εικόνα αναφοράς μετά από μετατόπιση, περιστροφή, και κλιμάκωση κατά τις προσδιορισμένες παραμέτρους, και εφαρμόζοντας ένα κατώφλι στο μέγιστο του  $q_0$ .

### 1.2.8 Κεντροειδές πολυγώνου

Το θεώρημα του Green [Rie51] δηλώνει ότι για μια ομαλή καμπύλη  $C$  που αποτελεί το όριο μιας περιοχής  $D$ :

$$\oint_C P(x, y) dx + Q(x, y) dy = \iint_D \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} dA \quad (1.8)$$

όπου  $A = \iint_D dA$  είναι το εμβαδόν του  $D$ . Το εμβαδόν  $A$  μπορεί να να υπολογιστεί επιλέγοντας κατάλληλα  $P, Q$  έτσι ώστε  $\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} = 1$ . Έστω  $P = 0$  και  $Q = x$ , τότε  $\oint_C x dy = \iint_D dA = A$ . Έστω το πολύγωνο του σχήματος 1.11, το οποίο ορίζεται από τη διατεταγμένη ακολουθία κορυφών  $n \{C_0, C_1, \dots, C_{n-1}\}$ , του οποίου η περιοχή οριοθετείται από το όριο  $C = (C_0C_1) \cup (C_1C_2) \cup \dots \cup (C_{n-1}C_0)$ . Επειδή η επικαμπύλια ολοκληρώματα



**Σχήμα 1.11:** Ένα πολύγωνο  $n$  κορυφών του οποίου το όριο  $C = C_0C_1 \cup C_1C_2 \cup \dots \cup C_{n-1}C_0$  οριοθετεί την περιοχή  $D$

πάνω σε ομαλές καμπύλες είναι προσθετικά σε μήκος:

$$A = \oint_C x \, dy = \int_{C_0C_1} x \, dy + \dots + \int_{C_{n-1}C_0} x \, dy \quad (1.9)$$

Για να υπολογίσουμε το  $k$ -οστό ολοκλήρωμα  $C_kC_{k+1}$ , έστω ότι το ευθύγραμμο τμήμα από  $(x_k, y_k)$  έως  $(x_{k+1}, y_{k+1})$  παραμετροποιείται από την ακόλουθη σχέση:

$$C_kC_{k+1} : \vec{r} = ((x_{k+1} - x_k)t + x_k, (y_{k+1} - y_k)t + y_k) \quad (1.10)$$

όπου  $t \in \mathbb{R} : 0 \leq t \leq 1$ ,  $k \in \mathbb{Z} : 0 \leq k \leq n - 1$ , και  $k + 1$  είναι 0 εάν  $k = n - 1$ . Ένα ολοκλήρωμα της δεξιά πλευράς της εξίσωσης (1.9) επί του  $C_kC_{k+1}$  εκφράζεται ως

$$\int_{C_kC_{k+1}} x \, dy = \int_0^1 ((x_{k+1} - x_k)t + x_k)(y_{k+1} - y_k) \, dt \quad (1.11)$$

Θέτοντας αυτή την παραμετροποίηση στην εξίσωση (1.9) και αθροίζοντας για όλες τις γραμμές, καταλήγουμε ότι:

$$A = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{n-1} (x_{k+1} + x_k)(y_{k+1} - y_k) \quad (1.12)$$

όπου  $(x_n, y_n) \equiv (x_0, y_0)$ .

Ο υπολογισμός του εμβαδού του πολυγώνου επιτρέπει την εύρεση του κέντρου μάζας του, δηλαδή το κεντροειδές του. Το κεντροειδές  $(x_c, y_c)$  ενός πολυγώνου δίνεται από τη σχέση:

$$(x_c, y_c) \equiv \left( \frac{1}{A} \iint_A x \, dx \, dy, \frac{1}{A} \iint_A y \, dx \, dy \right) \quad (1.13)$$

Για να υπολογίσουμε το  $x_c$ , έστω  $P = 0$  και  $Q = \frac{1}{2}x^2$ . Τότε από την εξίσωση (1.8):

$$x_c = \frac{1}{A} \iint_A x \, dx \, dy = \frac{1}{A} \oint_C \frac{1}{2}x^2 \, dy \quad (1.14)$$

Χρησιμοποιώντας την ίδια παραμετροποίηση για κάθε όριο  $C_k C_{k+1}$  όπως στην εξίσωση (1.11):

$$\begin{aligned} x_c &= \frac{1}{2A} \int_0^1 (x_k^2 + 2x_k(x_{k+1} - x_k)t + (x_{k+1} - x_k)^2 t^2)(y_{k+1} - y_k) \, dt \\ &= \frac{1}{6}(x_{k+1}^2 + x_{k+1}x_k + x_k^2)(y_{k+1} - y_k) \end{aligned}$$

Επομένως, για ένα πολύγωνο με πεπερασμένο αριθμό κορυφών:

$$\begin{aligned} x_c &= \frac{1}{6A} \sum_{k=0}^{n-1} (x_{k+1}^2 + x_{k+1}x_k + x_k^2)(y_{k+1} - y_k) \\ &= \frac{1}{6A} \sum_{k=0}^{n-1} (-y_k x_{k+1}^2 + y_{k+1} x_{k+1} x_{k+1} x_k - y_k x_{k+1} x_k + y_{k+1} x_k^2) \\ &= \frac{1}{6A} \sum_{k=0}^{n-1} (x_{k+1} + x_k)(x_k y_{k+1} - x_{k+1} y_k) \end{aligned} \quad (1.15)$$

Με τον ίδιο τρόπο καταλήγουμε ότι:

$$y_c = \frac{1}{6A} \sum_{k=0}^{n-1} (y_{k+1} + y_k)(x_k y_{k+1} - x_{k+1} y_k) \quad (1.16)$$

όπου και στις δύο εξισώσεις (1.15), (1.16) η συντεταγμένες του  $n$ -οστού σημείου είναι αυτές του 0-οστού, και το εμβαδόν  $A$  δίνεται από την εξίσωση (1.12).

**Παρατήρηση XII.** Το κεντροειδές ενός πολυγώνου είναι μοναδικό. Η θέση του σε σχέση με τα σημεία που αποτελούν το πολύγωνο είναι ανεξάρτητη από το σύστημα αναφοράς στο οποίο εκφράζονται όλα τα σημεία (συμπεριλαμβανομένου του κεντροειδούς).

### 1.2.9 Το λειτουργικό σύστημα ρομπότ ROS

Το ROS είναι ένα μετα-λειτουργικό σύστημα ανοικτού κώδικα για την εκτέλεση εφαρμογών που αφορούν στη ρομποτική από το υπολογιστικό σύστημα που φέρει ένα ρομπότ [Ng09]. Παρέχει αφαίρεση υλικού (hardware abstraction), έλεγχο συσκευών χαμηλού επιπέδου, υλοποίηση συχνά χρησιμοποιούμενων λειτουργιών, διακίνηση μηνυμάτων μεταξύ διεργασιών, και διαχείριση πακέτων. Παρέχει επίσης εργαλεία και βιβλιοθήκες για την απόκτηση, την κατασκευή, τη συγγραφή, και την εκτέλεση κώδικα. Ο ”γράφος” του ROS σε χρόνο εκτέλεσης είναι ένα δίκτυο peer-to-peer διεργασιών που συνδέονται χρησιμοποιώντας την υποδομή επικοινωνίας του ROS.

Ένα από τα κύρια πλεονεκτήματα του ROS είναι η τυποποίηση των τύπων μηνυμάτων επικοινωνίας, χρησιμοποιώντας μια απλή γλωσσικά ουδέτερη IDL (Interface Definition Language) για την περιγραφή τους, με αποτέλεσμα την ικανότητα υλοποίησης λογισμικού χωρίς γλωσσικές ιδιαιτερότητες. Αυτή η τυποποίηση επιτρέπει την ανάπτυξη αποσυνδεδεμένων πακέτων ROS, δηλαδή εύκολα επαναχρησιμοποιήσιμων συλλογών κόμβων. Ένας κόμβος είναι μια υπολογιστική διεργασία που εκτελεί υπολογισμούς που προσφέρουν συγκεκριμένη λειτουργικότητα. Οι κόμβοι συνδυάζονται μαζί σε έναν γράφο και επικοινωνούν μεταξύ τους ασύγχρονα, χρησιμοποιώντας θέματα (topics), ή/και σύγχρονα, μέσω υπηρεσιών αλήσης απομακρυσμένων διαδικασιών.<sup>2</sup> Στο ROS ένα ρομποτικό σύστημα αποτελείται συνήθως από πολλούς κόμβους. Οι απαιτήσεις του υλικού του ROS είναι ελάχιστες σε επεξεργαστική ισχύ και μνήμη, καθιστώντας το ικανό να εκτελεστεί σε ένα Raspberry Pi ή ένα BeagleBone, ωστόσο οι πραγματικές απαιτήσεις του ποικίλουν ανάλογα με το ανάλογα με τον αριθμό και τον τύπο των κόμβων που έχει αναλάβει να εκτελέσει ένα ρομπότ.

Για τους σκοπούς της διατριβής το ROS χρησιμοποιείται σε συνδυασμό με πραγματικά ή προσομοιωμένα περιβάλλοντα, αισθητήρες, και ρομπότ, για την εμβάθυνση της έρευνας στο πεδίο εφαρμογής ΠΕ, και για την διεξαγωγή πειραμάτων και προσομοιώσεων με βάση προτεινόμενες μεθόδους και μεθόδους της βιβλιογραφίας.

---

<sup>2</sup><http://wiki.ros.org/Nodes>

## Κεφάλαιο 2

### Οδικός χάρτης

#### 2.1 Οδικός χάρτης

Αυτό το κεφάλαιο έχει ως σκοπό την παροχή μίας συνοπτικής κάτοψης των προβλημάτων στους οποίους τη λύση συμβάλλει η διατριβή. Το σχήμα 2.1 λειτουργεί τροχιοδεικτικά ως προς τα προβλήματα-σταθμούς, τους συνδετικών βημάτων ανάμεσά τους, και τις ιδιότητές των λύσεών τους.

Όλα ξεκινούν από την ανάγκη διαλεύκανσης ενός προβλήματος του οποίου η λύση είναι χρίσιμη σε πρακτικές εφαρμογές ρομποτικής κινητής βάσης: της επίδοσης και ποιότητας των διαφορετικών πακέτων λογισμικού που αφορούν στην αυτόνομη πλοήγηση με το λειτουργικό σύστημα ROS (ενότητα 1.2.9). Καθώς η δημοφιλία τού τελευταίου έχει εξαπλωθεί στην έρευνα, έχει ενσωματωθεί σε αυτό ένας ικανός αριθμός αλγορίθμων αυτόνομους πλοήγησης (χάραξης μονοπατιών σε δισδιάστατο χάρτη και ελεγκτών κίνησης: ενότητα 1.1.1), τους οποίους η συνδυαστική χρήση αποτελεί αντικείμενο χρονοβόρας έρευνας και πειραματισμού για ερευνητές και επαγγελματίες του πεδίου εφαρμογής ΠΕ. Σκοπός αυτής της μελέτης είναι η παροχή μίας μεθόδου αξιολόγησης της επίδοσης αλγορίθμων αυτόνομους πλοήγησης, καθώς και η πειραματική αξιοποίησή της σε ό,τι αφορά τρέχοντες διαθέσιμους αλγορίθμους.

Κατά τη διενέργεια της πειραματικής αξιολόγησης των μεθόδων πλοήγησης παρατηρήσαμε το φαινόμενο της αστάθειας της εκτίμησης της στάσης από το φίλτρο σωματιδίων, και το γενικευμένο φαινόμενο του σφάλματός της ως προς την πραγματική στάση ενός ρομπότ, ανεξαρτήτως μεθόδου πλοήγησης (σχήμα 2.1-Α). Η μικρή αυτή παρατήρηση αποδεικνύεται

ότι είναι καίριας σημασίας καθώς μάς εισάγει στον δρόμο της έρευνας επί της βελτίωσης της εκτίμησης της στάσης ενός ρομπότ.

Προς αυτόν το στόχο επικεντρωθήκαμε στην πηγή του προβλήματος: την εκτίμηση της στάσης ενός ρομπότ βάσει πειραματικής αβεβαιότητας (pose tracking) με φίλτρο σωματιδίων (ενότητα 1.2.3). Με σκοπό τη μείωση του σφάλματος εκτίμησης θέσαμε έναν αριθμό από υποθέσεις και εξακριβώσαμε πειραματικά την ευστάθειά τους. Τα συμπεράσματα που εξήγαμε αφορούν στη βελτίωση της ακρίβειας εκτίμησης του φιλτρου σωματιδίων (α) επιλέγοντας ως πηγές της τελικής εκτίμησης του υποσύνολα των πιό βαρέων σωματιδίων, (β) με τον προσθετικό τρόπο χρήσης της μεθόδου ευθυγράμμισης μετρήσεων lidar με σαρώσεις χάρτη (ενότητα 1.2.6), και (γ) με την ανατροφοδότηση της εκτίμησης της τελευταίας στον πληρυσμό σωματιδίων του φίλτρου (σχήμα 2.1-B).

Για την υλοποίηση της ευθυγράμμισης μετρήσεων lidar με σαρώσεις χάρτη χρησιμοποιήσαμε τον αλγόριθμο ευθυγράμμισης μετρήσεων lidar με την καλύτερη επίδοση στη βιβλιογραφία. Κατά την υλοποίηση της μεθόδου β' παρατηρήσαμε ότι η λύσεις του εν λόγω αλγορίθμου παρουσίαζεν σημαντικές διακυμάνσεις στην ακρίβειά τους (α) με μικρές αλλαγές στις παραμέτρους που αφορούν στη διαδικασία υπολογισμού αντιστοιχιών ανάμεσα στις ακτίνες των δύο σαρώσεων, και (β) με την ακρίβεια να μειώνεται όσο ο θόρυβος στις δύο σαρώσεις αυξάνεται.

Για αυτούς τους λόγους ζεκινήσαμε να ερευνούμε τη βιβλιογραφία για μεθόδους ευθυγράμμισης μετρήσεων lidar με σαρώσεις χάρτη που να μην χρησιμοποιούν αντιστοιχίες και που να είναι εύρωστες ως προς τον θόρυβο εισόδου. Το ενδιαφέρον εδώ είναι ότι τόσο οι μέθοδοι ευθυγράμμισης μετρήσεων lidar με σαρώσεις χάρτη όσο και οι μέθοδοι ευθυγράμμιση μετρήσεων lidar (οι οποίες είναι δυνατόν και αυτές να χρησιμοποιηθούν για την ευθυγράμμιση μετρήσεων με σαρώσεις χάρτη) χρησιμοποιούν στο σύνολό τους αντιστοιχίες ανάμεσα σε δύο εισόδους για να φέρουν εις πέρας την ευθυγράμμιση. Για να πετύχουμε τους στόχους στραφήκαμε εν τέλει στο πεδίο της μηχανικής όρασης, από όπου χρησιμοποιήσαμε μία μέθοδο που εκπληρώνει και τα δύο κριτήρια. Για την πειραματική εξακρίβωση του οφέλους χρήσης της τήν στρέψαμε στο πρόβλημα της εύρεσης της στάσης ενός ρομπότ βάσει καθολικής αβεβαιότητος (σχήμα 2.1-Γ). Η πειραματική διαδικασία της μεθόδου εστιάζει στην εξακρίβωση των ποστοστών των αληθώς θετικών εκτιμήσεων στάσεων και των σφαλμάτων τους σε σχέση με την καλύτερη μέθοδο ευθυγράμμισης μετρήσεων lidar με σαρώσεις χάρτη της βιβλιογραφίας.

Ο λόγος που η μέθοδος δεν χρησιμοποιήθηκε απευθείας για την εκτίμηση της στάσης ενός

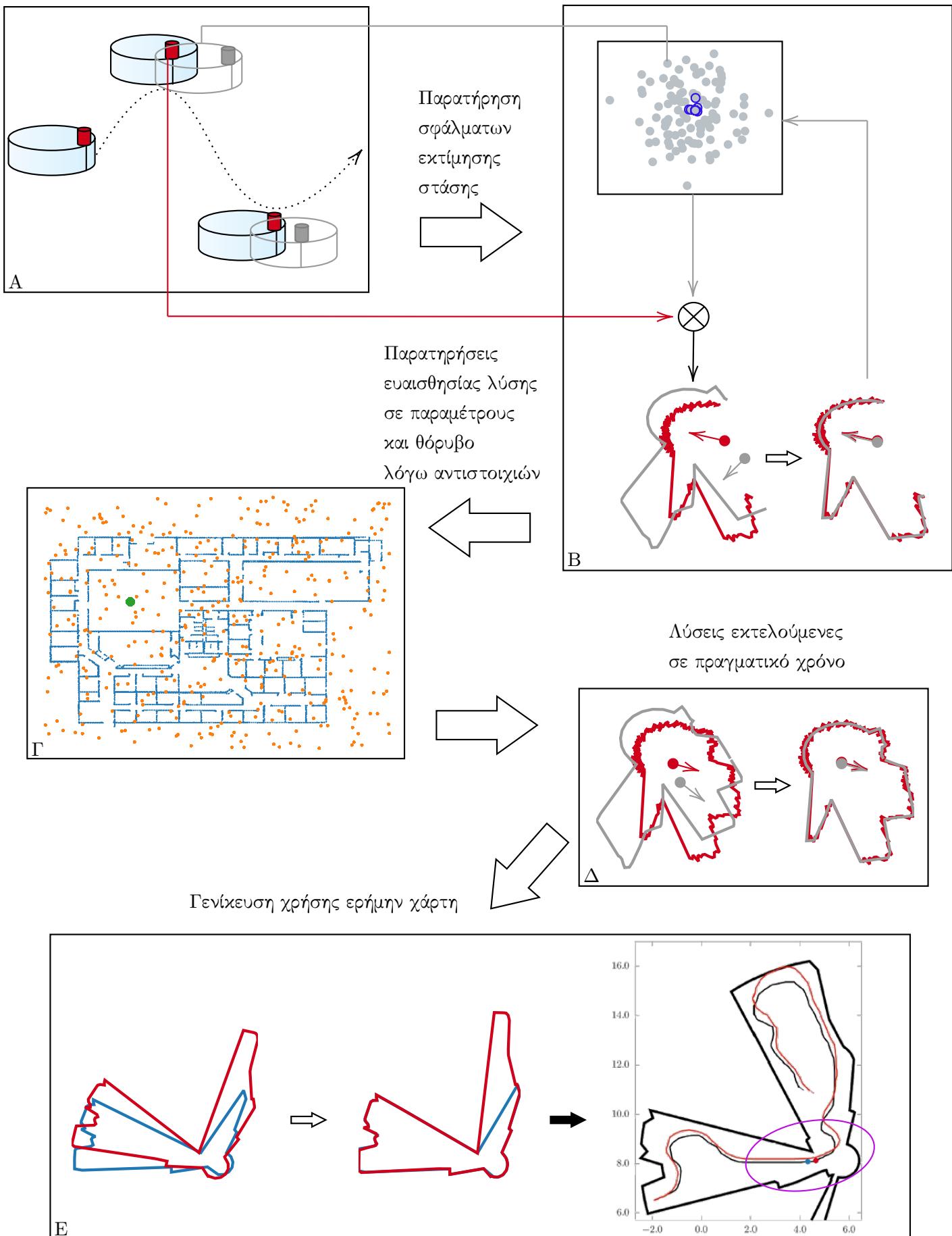
οχήματος βάσει περιορισμένης αβεβαιότητος είναι ότι ο χρόνος εκτέλεσής της είναι τέτοιος που δεν μπορεί να συμβαδίσει με το ρυθμό ανανέωσης των μετρήσεων που προέρχονται από έναν συμβατικό αισθητήρα lidar. Αντιθέτως, στο πρόβλημα της εκτίμησης βάσει καθολικής αβεβαιότητος, ο χαμηλός χρόνος εκτέλεσης είναι επιμυητός αλλά όχι αυστηρά απαιτητέος ή αναγκαίος.

Σε αυτό το σημείο είχαν γίνει κατανοητά τέσσερα σημεία: (α) η ευθυγράμμιση μετρήσεων με σαρώσεις χάρτη είναι ικανή να επιλύσει με επιτυχία τα προβλήματα εύρεσης και παρακολούθησης της στάσης ενός ρομπότ (δηλαδή βάσει καθολικής και πεπερασμένης αβεβαιότητος), (β) η ευθυγράμμιση μετρήσεων με σαρώσεις χάρτη με βάση τον υπολογισμό αντιστοιχιών ανάμεσα στις εισόδους—ο *de facto* και καθ' ολοκληρίαν τρόπος επίλυσης του προβλήματος—είναι υπό συνθήκες επιβλαβής ως προς την ποιότητα της ευθυγράμμισης, (γ) η ανάπτυξη μεθόδων ευθυγράμμισης μετρήσεων με σαρώσεις χάρτη χωρίς τη χρήση αντιστοιχιών που εκτελείται σε πραγματικό χρόνο αποτελεί ως εκ τούτου σημαντική συμβολή στη λύση του προβλήματος, και (δ) οποιαδήποτε προσπάθεια για τη δημιουργία μεθόδου ευθυγράμμισης μετρήσεων με σαρώσεις χάρτη χωρίς τη χρήση αντιστοιχιών θα έπρεπε να προέλθει από έρευνα έξω από τη σχετική βιβλιογραφία.

Ως εκ τούτων η έρευνα μας επικεντρώθηκε στην επίλυση του προβλήματος της ευθυγράμμισης μετρήσεων με σαρώσεις χάρτη χωρίς τη χρήση αντιστοιχιών και σε πραγματικό χρόνο. Προς αυτόν το σκοπό εστιάσαμε σε μία κλάση αισθητήρων lidar των οποίων η χρήση έχει αυξηθεί τα τελευταία χρόνια για σκοπούς εύρεσης της στάσης, οι οποίοι έχουν να επωφεληθούν τα μέγιστα από τέτοιες μεθόδους λόγω του αυξημένου θορύβου μέτρησης που φέρουν. Επιπρόσθετα, αυτή η κλάση αισθητήρων εμφανίζει πανοραμικό γωνιακό πεδίο όρασης: κατά συνέπεια η περιοδικότητα του σήματος μετρήσεων αποτελεί γόνιμο έδαφος για την απαλλαγή από τον υπολογισμό αντιστοιχιών (σχήμα 2.1-Δ). Το αποτέλεσμα αυτής της έρευνας ήταν η ανάπτυξη μίας τριλογίας μεθόδων, αντλούσα την αποτελεσματικότητά της από πρώτες αρχές, το πεδίο της κρυσταλλογραφίας, και το πεδίο της μηχανικής όρασης. Κάθε μία από τις τρεις μεθόδους εκτελείται σε πραγματικό χρόνο και εμφανίζει μεγαλύτερη ευρωστία και μικρότερα σφάλματα στάσης από τις μεθόδους της βιβλιογραφίας.

Το επόμενο και τελευταίο βήμα ήταν το πιό σημαντικό, το λιγότερο τεχνικό, και με τη γενικότερη συμβολή: εάν ο χάρτης αντικατασταθεί με μία δεύτερη φυσική μέτρηση τότε η ευθυγράμμιση μετρήσεων με σαρώσεις χάρτη μετατρέπεται στη γενικότερη μέθοδο ευθυγράμ-

μισης μετρήσεων lidar, η οποία χρησιμοποιείται ως μέσο οδομετρίας (απαραίτητη στα φύλτρα σωματιδίων και Kalman), και βρίσκεται στην καρδιά της επίλυσης του προβλήματος της ταυτόχρονης χαρτογράφησης και παρακολούθησης της στάσης ενός ρομπότ (παρατήρηση VI). Το τελευταίο λοιπόν βήμα είναι η ανάπτυξη μίας μεθόδου για την ευθυγράμμιση μετρήσεων 2D lidar που δεν χρησιμοποιεί αντιστοιχίες, που εκτελείται σε πραγματικό χρόνο, και που εμφανίζει μεγαλύτερη ευρωστία στο ύδρυβο μέτρησης και μικρότερα σφάλματα ευθυγράμμισης σε σχέση με αντίστοιχες μεθόδους της βιβλιογραφίας.



Σχήμα 2.1: Ο οδικός χάρτης της διατριβής



## Κεφάλαιο 3

# Συμβολές και Διάρθρωση της διατριβής

3.1 Συμβολές της διατριβής

3.2 Διάρθρωση



**Μέρος ΙΙ**

**Προβλήματα—Λύσεις—**

**Συμβολές**



## Κεφάλαιο 4

# Αξιολόγηση αλγορίθμων αυτόνομης πλοήγησης

Μια από τις ψεμελιώδεις λειτουργίες ενός αυτόνομου ρομπότ κινητής βάσης είναι η ικανότητα να διασχίζει το περιβάλλον στο οποίο δραστηριοποιείται με ελάχιστο ή καθόλου χειροκίνητο έλεγχο από άνθρωπο, και με ασφάλεια. Η ικανότητα αυτή ονομάζεται **πλοήγηση**. Η αυτόνομη πλοήγηση χωρίζεται σε δύο διακριτές λειτουργίες: (α) τον σχεδιασμό της πλοήγησης, που αποτελείται από έναν αλγόριθμο χάραξης μονοπατιών, ο οποίος αναλαμβάνει τη δημιουργία ενός μονοπατιού από μια αρχική σε μια τελική θέση-στόχο εντός του χάρτη του περιβάλλοντος στο οποίο κινείται το ρομπότ, και (β) την εκτέλεση της πλοήγησης, που αποτελείται από έναν ελεγκτή κίνησης, ο οποίος είναι επιφορτισμένος με τη διάσχιση του προαναφερθέντος μονοπατιού. Ο τελευταίος πρέπει κατα τη λειτουργία του να αντιμετωπίζει με επιτυχία προβλήματα, κινήσεις, και αβεβαιότητες που προκύπτουν μέσα στο- και από το περιβάλλον του, μέσω των αισθητήρων του.

Το έργο της επιλογής του πρακτικά βέλτιστου συνδυασμού αλγορίθμων αυτόνομους πλοήγησης είναι αρκετά δύσκολο, δεδομένου της ανεπαρκούς έρευνας σχετικά με το ποιος συνδυασμός είναι ο αποτελεσματικότερος δεδομένων των περιορισμών και των ικανοτήτων των υποκείμενων αλγορίθμων πλοήγησης και των σκοπών των εφαρμογών αυτόνομους πλοήγησης. Το ερώτημα της επιλογής του βέλτιστου συνδυασμού είναι σημαντικό καθώς η έρευνα επί των αυτόνομων επίγειων οχημάτων αυξάνει σε αναλογία και με την υιοθέτησή τους σε πραγματικά περιβάλλοντα, και η απάντησή του αναλόγως των διαφόρων εφαρμογών επιφέρει

δαπανηρούς χρόνους έρευνας και δοκιμών.

## 4.1 Στόχοι του κεφαλαίου και δομή

Στόχος αυτού του κεφαλαίου είναι (α) ο σχεδιασμός μίας ολοκληρωμένης, περιεκτικής, και επεκτάσιμης μεθοδολογίας αξιολόγησης μεθόδων αυτόνομους πλοήγησης κινητών βάσεων ρομπότ του πεδίου εφαρμογής ΙΙΕ, και (β) η εφαρμογή της για την αξιολόγηση της επίδοσης τρεχόντων υλοποιήσεών τους στο και μέσω του μεσολογισμικού ROS.

Στην ενότητα 4.2 γίνεται η επισκόπηση των χαρακτηριστικών γνωρισμάτων των αλγορίθμων χάραξης μονοπατιών και ελεγκτών κίνησης που απαντώνται στη ερευνητική βιβλιογραφία ως ψευδητικές μέθοδοι και ως υλοποιήσεις πακέτων λογισμικού. Στην ενότητα 4.3 εκτίθεται η μεθοδολογία αξιολόγησης. Αρχικά παρουσιάζεται η διάταξη της πειραματικής διαδικασίας, και στη συνέχεια η μεθοδολογία αξιολόγησης με βάση ποσοτικές μετρικές, οι οποίες αποτελούν αντικείμενικά κριτήρια της επίδοσης ενός ρομπότ στο έργο της αυτόνομους πλοήγησης. Όσο αφορά στις υλοποιήσεις των μεθόδων αυτόνομους πλοήγησης, δεδομένου ότι η αξιολόγηση είναι στραμμένη στην πράξη, συστήνεται μία μεθοδολογία προκαταρκτικής αξιολόγησης τους με βάσει ποιοτικά κριτήρια που τίθενται από την εμπειρία ανάπτυξης και συντήρησης λογισμικού, προκειμένου να διακριθούν τα εύρωστα και εύχρηστα πακέτα λογισμικού από τα μη. Η πειραματική αξιολόγηση διενεργείται επί μεθόδων αυτόνομους πλοήγησης των οποίων οι υλοποιήσεις δεν απορρίπτονται με βάση αυτά τα ποιοτικά κριτήρια. Η πειραματική διαδικασία και η εφαρμογή της μεθοδολογίας ποσοτικής αξιολόγησης διενεργείται σε εννιά συνδυασμούς πακέτων λογισμικού στην ενότητα 4.4. Το αποτέλεσμα είναι μία ιεράρχηση των συνδυασμών τους. Τέλος, η ενότητα 4.5 παρέχει τα συμπεράσματα του κεφαλαίου και οδούς για περαιτέρω έρευνα, οι οποίες οδηγούν στο κεφάλαιο 5.

## 4.2 Σχετική βιβλιογραφία

Για να διασχίσει ένα αυτόνομο επίγειο ρομπότ το περιβάλλον του πρέπει να είναι διαθέσιμες μία σειρά από προϋποθέσεις και λειτουργίες. Πρώτον είναι αναγκαία η ύπαρξη ενός στόχου για να φτάσει το ρομπότ. Αυτός ο στόχος είναι συνήθως η επιθυμητή τελική στάση του στον 2D χώρο ( $[x, y, \theta]$ —σχήμα 1.5). Στη συνέχεια πρέπει να χρησιμοποιηθεί ένας αλγόριθμος ικανός να λάβει ως είσοδο τη ρομποτική αντίληψη για τον περιβάλλοντα κόσμο (συνήθως ένας 2D ή

*3D χάρτης), καθώς και την εκτίμηση για την αρχική στάση του ρομπότ, ώστε να είναι δυνατή η εκτίμηση της στάσης του ρομπότ ενόσω αυτό κινείται αυτόνομα προς τον ανωτέρω στόχο (pose tracking—ενότητα 1.2.2).* Έπειτα απαιτείται η ύπαρξη ενός γεωμετρικού μονοπατιού το οποίο, εάν ακολουθηθεί από το ρομπότ, θα το οδηγήσει από την αρχική στην επιθυμητή του στάση. Αυτό το μονοπάτι παράγεται από έναν αλγόριθμο χάραξης μονοπατιών, του οποίου το αντικείμενο είναι το σύνολο του (στατικού) χάρτη. Τέλος, ένας ελεγκτής κίνησης είναι απαραίτητος, ο οποίος ψευδώνει την τρέχουσα στάση του ρομπότ, και την τοπική του αντίληψη,<sup>1</sup> και παράγει ταχύτητες κινητήρων έτσι ώστε να οδηγηθεί το ρομπότ στο να ακολουθήσει το μονοπάτι. Ταυτόχρονα, είναι αρμοδιότητα τού τελευταίου να πλοηγείται το ρομπότ με την μεγαλύτερη δυνατή ασφάλεια (υποθέτοντας ότι το ρομπότ θα πρέπει να αποφεύγει συγκρούσεις με στατικά ή κινούμενα αντικείμενα, αν και αυτό δεν αποτελεί πάντοτε προϋπόθεση [GPG17]).

Σε αυτή την ενότητα παρέχεται μία επισκόπηση των αλγορίθμων χάραξης μονοπατιών της βιβλιογραφίας, των ελεγκτών κίνησης για επίγειες κινητές βάσεις, καθώς και των υλοποιήσεών τους σε υπολογιστή με το λειτουργικό σύστημα ROS.

#### 4.2.1 Αλγόριθμοι χάραξης μονοπατιών

Όσον αφορά στους αλγορίθμους χάραξης μονοπατιών αυτοί συνήθως ανήκουν σε μία από τις παρακάτω έξι κύριες αλγορίθμικές οικογένειες: *Γράφοι Ορατότητας* (Visibility Graphs), *Τεχνικές Βασισμένες στη Σκελετοποίηση*, *Πιθανοτικοί Οδικοί Χάρτες* (Probabilistic Roadmaps—PRM), *Τυχαία Δένδρα Ταχείας Εξερεύνησης* (Rapidly exploring Random Trees—RRT), *Πλέγματα Κατάστασης* (State Lattices), και *Συναρτήσεις Πλοήγησης* (Navigation Functions—NF).

Οι Γράφοι Ορατότητας ήταν μία από τις πρώτες μεθόδους σχεδιασμού μονοπατιών. Προτάθηκαν από τους Losano-Perez και Wesley το 1979 [LW79], και περιγράφουν μια μέθοδο δημιουργίας μονοπατιών σε κυρτά περιβάλλοντα, όπου τα εμπόδια μετασχηματίζονται με τρόπο τέτοιο ώστε να απεικονίζουν περιοχές που δεν μπορούν να διασχιστούν λόγω των γεωμετρικών περιορισμών του αποτυπώματος του ρομπότ. Μετά την κατασκευή του γράφου ορατότητας, ο οποίος περιέχει ως κόμβους τα μετασχηματισμένα εμπόδια, εφαρμόζεται ένας

---

<sup>1</sup>Με τον όρο τοπική αντίληψη εννοούνται τα ακατέργαστα αισθητηριακά δεδομένα που αντιπροσωπεύουν τις δυναμικές μεταβολές του περιβάλλοντος, σε αντιδιαστολή με τον στατικό συνολικό χάρτη.

αλγόριθμος αναζήτησης για τη δημιουργία της τελικής διαδρομής. Όπως περιγράφεται στα [Gho07] και [GG13] οι γράφοι ορατότητας υποφέρουν από υψηλές απαιτήσεις σε υπολογιστικούς πόρους και από την πολυπλοκότητα των γεωμετρικών περιορισμών των εμποδίων. Ως εκ τούτων, έχουν προταθεί άλλες προσεγγίσεις για την αντιμετώπιση αυτών των ζητημάτων [KKK11].

Μεταξύ των τεχνικών σκελετοποίησης το Γενικευμένο Διάγραμμα Voronoi (Generalised Voronoi Diagram—GVD) είναι ο κυρίαρχος αλγόριθμος που χρησιμοποιείται προκειμένου να παραχθεί ένας σκελετός του ελεύθερου χώρου στον οποίο κινείται το ρομπότ, και συνεπώς μονοπατιών πλοήγησης των οπίων τα σημεία ισαπέχουν από τα εμπόδια του περιβάλλοντος. Παραδείγματα χρήσης του GVD σε αλγορίθμους χάραξης μονοπατιών αναφέρονται (α) στο [Gar+06], όπου το GVD ακολουθείται από την εφαρμογή της μεθόδου Fast Marching για την ελαχιστοποίηση του μήκους της διαδρομής, (β) στο [BG07], όπου το GVD χρησιμοποιείται για τη δημιουργία μιας ομαλής διαδρομής που εάν ακολουθηθεί κατά γράμμα δεν επιφέρει συγκρούσεις του ρομπότ με το περιβάλλον του, και (γ) στο [Ok+13], το οποίο εισάγει τα Πεδία Αβεβαιότητας Voronoi (VUF), και που συνδυάζει το GVD για την κατασκευή μονοπατιών και έναν ελεγκτή κίνησης για την πλοήγηση του οχήματος.

Μια από τις πιο διάσημες οικογένειες αλγορίθμων σχεδιασμού διαδρομής είναι αυτή των Πιθανοτικών Οδικών Χαρτών. Η ίδεα τους είναι απλή: πραγματοποιείται δειγματοληψία στον ελεύθερο χώρο του χάρτη του περιβάλλοντος και δημιουργείται ένας γράφος του οποίου οι ακμές είναι ασφαλείς για προσπέλαση. Στη συνέχεια εφαρμόζεται ένας αλγόριθμος αναζήτησης στον γράφο για την εύρεση της διαδρομής που εμφανίζει ελάχιστο κόστος με βάση τη μετρική του μήκους του συνολικού μονοπατιού από την αρχική προς την τελική στάση. Τα PRM εισήχθησαν αρχικά από τους Kavraki κ.α. [Kav+96], ωστόσο έχουν προταθεί διάφορες τροποποιήσεις, όπως (α) στο [NSL99], όπου οι έννοιες των Γράφων Ορατότητας χρησιμοποιούνται για την ενίσχυση του PRM, (β) στο [BK00] που εισάγει τον αλγόριθμο Lazy PRM, ο οποίος ελαχιστοποιεί δυναμικά τις συνδέσεις του γράφου, και (γ) στο [HSZ05] όπου προτείνεται ο υβριδικός PRM, δηλαδή ένας συνδυασμός διαφορετικών PRM ανάλογα με τις ιδιότητες του περιβάλλοντος.

Μια άλλη μεθοδολογία σχεδιασμού μονοπατιών είναι αυτή των Τυχαίων Δένδρων Ταχείας Εξερεύνησης, που προτάθηκε αρχικά από τον La Valle το 1998 [Lav98]. Τα RRT δημιουργούν επαναληπτικά δενδροειδείς δομές, ξεκινώντας από έναν κόμβο-ρίζα και τερματίζουν όταν ένα

φύλλο φτάσει στον επιθυμητό στόχο. Υπάρχουν διάφορες τροποποιήσεις του, όπως, μεταξύ άλλων, το Execution Extended RRT (ERRT) [BV02], τα αμφίδρομα RRT [MWS07], Cell-RRT [GFC09], RRT\* [KF10], και T-RRT [JCS10].

Ο σχεδιασμός μονοπατιών σε Πλέγματα Καταστάσεων εμφανίστηκε το 2005 από τους Pivtoraiko και Kelly [Mik05]. Ένα πλέγμα καταστάσεων είναι ένας χώρος αναζήτησης που περιλαμβάνει ένα διακριτοποιημένο σύνολο από τις προσβάσιμες-εφικτές καταστάσεις ενός συστήματος (του κινηματικού μοντέλου του ρομπότ εν προκειμένω), το οποίο μπορεί να κωδικοποιήσει ακολουθήσιμα-εφικτά μονοπάτια. Τα μονοπάτια σχηματίζονται από τοπικές συνδέσεις μεταξύ καταστάσεων που συμμορφώνονται στους εκάστοτε κινηματικούς περιορισμούς της κινητής βάσης, και στους περιορισμούς που θέτει ο περιβάλλον χώρος. Μετά την ανάπτυξη του χώρου αναζήτησης δημιουργείται ένα σύνολο χωρικά διακριτών μονοπατιών. Αυτός ο χώρος κωδικοποιεί τις τοπικές συνδέσεις και εξαλείφει τους πλεονασμούς έτσι ώστε ένα ερώτημα σχεδιασμού στο συνδεδεμένο γράφημα αναζήτησης να μπορεί να εκτελεστεί με αποδοτικό τρόπο.

Οι Συναρτήσεις Πλοήγησης είναι μια ειδική κατηγορία Συναρτήσεων Δυναμικού για την πλοήγηση ρομπότ κινητής βάσης [Lat91]. Η συναρτήσεις δυναμικού προϋποθέτουν έναν γνωστό χάρτη, και αποδίδουν μια τιμή δυναμικού σε κάθε σημείο του (σε χάρτες που βασίζονται σε ορόσημα) ή σε κάθε κελί πλέγματος (σε χάρτες που βασίζονται σε πλέγμα): κάθε ένα από αυτά λαμβάνει τιμή δυναμικού αντιστρόφως ανάλογη με την απόστασή του από ένα εμπόδιο. Αντίθετα, στη στάση του στόχου αποδίδεται χαμηλή τιμή δυναμικού. Η αρχή του δυναμικού πεδίου είναι ελκυστική λόγω της απλότητας και της κομψότητάς της, ωστόσο, στη βιβλιογραφία αναφέρεται ένας αριθμός ουσιαστικών ελλείψεων [KB91][GC00], όπως η ευαισθησία της μεθόδου στο να παγιδεύει το ρομπότ σε τοπικά ελάχιστα, και η αύξηση των ταλαντώσεων όταν ένα ρομπότ πλησιάζει εμπόδια ή στενά περάσματα. Οι Συναρτήσεις Πλοήγησης προσπαθούν να ξεπεράσουν αυτά τα προβλήματα: είναι συναρτήσεις (α) για τις οποίες το δυναμικό του στόχου λαμβάνει μηδενική τιμή ή, εάν ο στόχος είναι απρόσιτος, άπειρη τιμή, και (β) που έχουν μονοτονική κλίση, δηλαδή δεν περιλαμβάνουν τοπικά ελάχιστα, εκτός από αυτό του στόχου. Ωστόσο, η μέθοδος της συνάρτησης πλοήγησης μπορεί παρουσιάσει αργή σύγκλιση, ιδίως όταν το περιβάλλον του ρομπότ περιλαμβάνει στενά περάσματα, και επομένως απαιτεί προσαρμοσμένη ρύθμιση [Kow19]. Επιπλέον, στην χώρους υψηλών διαστάσεων, όπου τα σχήματα του ρομπότ ή των εμποδίων είναι πολύπλοκα, το υπολογιστικό κόστος αυξάνεται

απότομα [Par16].

#### 4.2.2 Ελεγκτές κίνησης

Αφού δημιουργηθεί το μονοπάτι που συνδέει την αρχική με την επιθυμητή στάση του ρομπότ, ένας ελεγκτής κίνησης πρέπει να χρησιμοποιηθεί προκειμένου το ρομπότ να ακολουθήσει το μονοπάτι στον πραγματικό χώρο, με βάση μετρήσεις από τους εξωδεκτικούς του αισθητήρες. Ο ελεγκτής πρέπει ταυτόχρονα να βεβαιωθεί ότι αποφεύγει τόσο τα στατικά όσο και τα δυναμικά εμπόδια του περιβάλλοντος του ρομπότ. Οι ελεγκτές κίνησης ανήκουν κατά κύριο λόγο σε μία από πέντε οικογένειες προσεγγίσεων: *Ιστογράμματα Διανυσματικών Πεδίων* (Vector-Field Histograms—VFH), *Προσέγγιση Δυναμικού Παραθύρου* (Dynamic Window Approach—DWA), *Δένδρα Πλοήγησης Κενών* (Gap Navigation Trees—GNT), *Προσέγγιση Πλοήγησης με Διαγράμματα Εγγύτητας* (Nearness Diagram navigation approach—ND), και *Ελαστικής Ζώνης* (Elastic Band).

Ένας από τους παλαιότερους ελεγκτές κίνησης είναι τα Ιστογράμματα Διανυσματικού Πεδίου, που προτάθηκαν το 1991 από τους Borenstein και Koren [BK91]. Τα VFH δημιουργούν ένα πολικό ιστόγραμμα σε σχέση με τον προσανατολισμό του ρομπότ μέσω των μετρήσεων των αισθητήρων του, αποδίδοντας σε κάθε προσανατολισμό την πιθανότητα η κατεύθυνση αυτή να είναι κατειλημένη από εμπόδιο. Στη συνέχεια εντοπίζονται επαρκώς μεγάλα ανοίγματα για να μπορεί το ρομπότ να πλοηγηθεί με ασφάλεια μέσα από αυτά, και υπολογίζεται μια συνάρτηση κόστους για κάθε άνοιγμα, όπου και τελικά επιλέγεται αυτό με το μικρότερο κόστος. Βελτιώσεις των VFH είναι τα VFH+, τα οποία ενσωματώνουν τοξοειδείς τοπικές τροχιές, σε αντίθεση με τις ευθείες γραμμές των VFH [UB98], και τα VFH\* τα οποία επαληθεύουν ότι μια υποψήφια κατεύθυνση οδηγεί το ρομπότ γύρω από ένα εμπόδιο, χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο A\* και τις κατάλληλες συναρτήσεις κόστους και ευρηστικών συναρτήσεων [UB00].

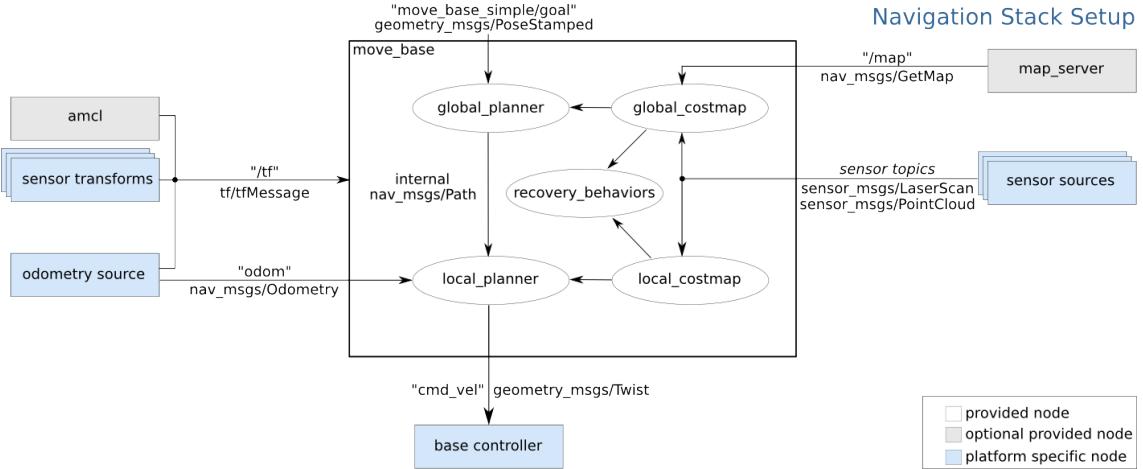
Μια άλλη διάσημη προσέγγιση είναι η Προσέγγιση Δυναμικού Παραθύρου, που προτάθηκε από τους Fox, Burgard, και Thrun [FBT97]. Η DWA δειγματοληπτεί το τοπικό περιβάλλον του ρομπότ με πιθανές τροχιές που προκύπτουν άμεσα από το κινηματικό μοντέλο του, υπολογίζοντας ένα κόστος για κάθε δείγμα. Η συνάρτηση αυτή περιλαμβάνει την κατεύθυνση του ρομπότ σε σχέση με τον επιθυμητό στόχο, την απόσταση της τροχιάς του από το πλησιέστερο εμπόδιο, και την προηγούμενη γραμμική ταχύτητα προκειμένου να ληφθεί υπόψη η αδράνεια

του σώματος του. Στη συνέχεια το σύνολο ταχυτήτων που μεγιστοποιεί μια αντικειμενική συνάρτηση επιλέγεται για εφαρμογή στους κινητήρες του.

Τα Δένδρα Πλοήγησης Κενών είναι δενδροειδείς δομές που δημιουργούνται από τρέχουσες μετρήσεις των αισθητήρων του ρομπότ που αναδικοποιούν διαδρομές από την τρέχουσα θέση του ρομπότ σε οποιοδήποτε σημείο του περιβάλλοντος [TGL05]. Ένα GNT ενημερώνεται καθώς το ρομπότ κινείται, και παράγει βέλτιστες διαδρομές εάν το περιβάλλον είναι απλά συνδεδεμένο, υπό την προϋπόθεση ότι τα όρια του περιβάλλοντος είναι ομαλά, αφού προσπαθεί να εντοπίσει “κενά” στις μετρήσεις των αισθητήρων.

Μία άλλη προσέγγιση ελεγκτών κίνησης ξεκίνησε το 2004 με την Προσέγγιση Πλοήγησης με Διάγραμμα Εγγύτητας από τους Minguez και Montano [MM00]. Η μεθοδολογία ND παράγει αρχικά δύο διαγράμματα εγγύτητας: το PND (από το κεντρικό σημείο του ρομπότ) και το RND (από τα άκρα του ρομπότ) για την αναπαράσταση των πληροφοριών σχετικά με την εγγύτητα των εμποδίων σε αυτό. Τόσο το PND όσο και το RND αναλύονται περαιτέρω, και ειδικά τμήματα και κενά ασφαλείας υπολογίζονται, με βάση τα οποία το ρομπότ λαμβάνει μια κατάσταση ασφαλείας μεταξύ πέντε διαθέσιμων. Τελικά αξιολογούνται πέντε νόμοι κίνησης, σύμφωνα με την κατηγορία ασφαλείας του ρομπότ, με αποτέλεσμα τις κατάλληλες εντολές ταχύτητας τη δεδομένη χρονική στιγμή. Η μεθοδολογία ND+ προτείνει την προσθήκη ενός έκτου σεναρίου για την εξισορρόπηση της διαίρεσης των νόμων κίνησης, αυξάνοντας την ομαλότητα των μεταβάσεων μεταξύ ορισμένων από τα σενάρια [MOM04]. Τέλος, η πλοήγηση SND (Smooth Nearness-Diagram) είναι μια εξέλιξη της ND+, όπου ένας μόνο νόμος κίνησης εφαρμόζεται σε όλες τις πιθανές καταστάσεις του ρομπότ γύρω από τα εμπόδια, αφαιρώντας την εμφάνιση απότομων μεταβατικών φαινομένων όταν το ρομπότ πλοιηγείται κοντά σε εμπόδια [DB08].

Η προσέγγιση Ελαστικής Ζώνης των Quinlan και Khatib [QK93] γεφυρώνει το μονοπάτι προς ακολούθηση με τη θεωρία ελέγχου: με βάση ένα συνολικό μονοπάτι ο ελεγκτής κίνησης παράγει μια παραμορφώσιμη διαδρομή σε πραγματικό χρόνο, έτσι ώστε οι αλλαγές στο περιβάλλον (που ανιχνεύονται από τους αισθητήρες του ρομπότ), οι αβεβαιότητες στις μετρήσεις, το μοντέλο αβεβαιότητας του κινηματικού μοντέλου, και τα κινούμενα αντικείμενα να ενσωματώνονται στον σχεδιασμό και την ακολούθηση της προγραμματισμένης διαδρομής. Για την επίτευξη των στόχων του (ένας από τους οποίους είναι η διατήρηση της ακεραιότητας της προγραμματισμένης διαδρομής), η προσέγγιση βασίζεται σε τεχνητές δυνάμεις: προκαθο-



Σχήμα 4.1: Εποπτική άποψη του λογισμικού αυτόνομης πλοιήγησης `move_base`. Πηγή: [http://wiki.ros.org/move\\_base](http://wiki.ros.org/move_base)

ρισμένες εσωτερικές δυνάμεις συστέλλουν τη διαδρομή και την καθίστούν πιο ομαλή, ενώ εξωτερικές δυνάμεις διατηρούν τον διαχωρισμό από τα εμπόδια. Ωστόσο, η αρχική προσέγγιση δεν ενσωματώνει ρητά χρονικούς περιορισμούς ή περιορισμούς που επιτάσσονται από το ίδιο το κινηματικό μοντέλο του ρομπότ. Μια επέκταση της αρχικής προσέγγισης, που παραμορφώνει τις τροχιές αλλά όχι τα προγραμματισμένα μονοπάτια, παρουσιάζεται στο [KF07].

Η προσέγγιση Χρονισμένης Ελαστικής Ζώνης (Timed-Elastic Band) [Rös+12], από την άλλη πλευρά, εμπνευσμένη από την ιδέα της μεθόδου της Ελαστικής Ζώνης, λαμβάνει υπόψη τόσο τους χρονικούς περιορισμούς όσο και τους περιορισμούς του κινηματικού μοντέλου της κινητής βάσης. Η αρχική προσέγγιση παρέχει σε πραγματικό χρόνο τον προγραμματισμό της τροχιάς για ρομπότ με διαφορική κίνηση. Μικούμενη έναν ελεγκτή πρόβλεψης μέσω μοντέλου (Model Predictive Controller), αναδιαμορφώνει το σχεδιασμό της τροχιάς και τον υπολογισμό ταχυτήτων σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης που υπόκειται σε κινηματοδυναμικούς περιορισμούς και περιορισμούς αποφυγής εμποδίων, ενώ ταυτόχρονα λαμβάνει υπόψη και το συνολικό χρόνο πλοιήγησης. Μια επέκταση της προσέγγισης Χρονισμένης Ελαστικής Ζώνης παρουσιάζεται στο [RHB17], όπου παρουσιάζεται μια πιο γενική διατύπωση, επεκτείνοντάς την στην υποστήριξη κινηματικών μοντέλων τύπου Ackermann.

#### 4.2.3 Αυτόνομη πλοιήγηση με το ROS

Το ROS έχει γίνει ευρέως δημοφιλές στην κοινότητα της ρομποτικής καθώς προσφέρει μια πληθώρα δωρεάν πλακέτων, από ερευνητικές ομάδες όλου του κόσμου. Προσφέρει δυνατό-

τητες πλοήγησης με τη μορφή στοιβών (stacks), δηλαδή συλλογών πακέτων λογισμικού. Το πιο γνωστό και συχνά χρησιμοποιούμενο από αυτά είναι το `move_base`, το οποίο εσωτερικά χρησιμοποιεί έναν αλγόριθμο χάραξης μονοπατιών και έναν ελεγκτή κίνησης για να φέρει εις πέρας το έργο της αυτόνομους πλοήγησης ρομπότ κινητής βάσης. Στην εσωτερική ονοματολογία του ROS αυτά τα δύο συστατικά ονομάζονται αντίστοιχα *global planner* και *local planner*. Το `move_base` παίρνει πληροφορίες από την οδομετρία, μετρήσεις από αισθητήρες, και μια στάση-στόχο, και εξάγει ασφαλείς εντολές ταχύτητας προς είσοδο στους κινητήρες κινητής βάσης.<sup>2</sup>

Ένα υψηλού επιπέδου διάγραμμα αρχιτεκτονικής της στοίβας πλοήγησης απεικονίζεται στο σχήμα 4.1. Κοιτώντας το `move_base` ως ένα μαύρο κουτί, αυτό εξάγει ταχύτητες κινητήρων, και προϋποθέτει την ύπαρξη των ακόλουθων εισόδων, είτε σε μορφή μηνυμάτων ROS (δομημένα δεδομένα) ή μετασχηματισμών (σχέσεις μεταξύ συστημάτων αναφοράς):

- Την εκτιμώμενη στάση του ρομπότ με τη μορφή ενός μετασχηματισμού μεταξύ του οδομετρικού συστήματος αναφοράς του ρομπότ και του συστήματος αναφοράς του χάρτη, που παρέχεται εδώ από το πακέτο `amcl`<sup>3</sup>. AMCL σημαίνει Adaptive Monte Carlo Localisation [Fox01; GSB07] και είναι επί του παρόντος ο de facto αλγόριθμος παραχολούμενης της στάσης ενός ρομπότ μέσα στον δισδιάστατο χώρο στο ROS
- Πληροφορίες οδομετρίας και (προαιρετικά) τον χάρτη του περιβάλλοντος
- Δεδομένα απόστασης είτε από έναν αισθητήρα αποστάσεων τύπου lidar, είτε από έναν αισθητήρα που μπορεί να εξάγει νέφη σημείων σε τρεις διαστάσεις, όπως μια κάμερα βάθους
- Τους μετασχηματισμούς μεταξύ των συστημάτων αναφοράς των αισθητήρων και των τελικών στοιχείων (effectors) του ρομπότ χρησιμοποιώντας τον μηχανισμό μετασχηματισμού του ROS (`tf`)

Επιπλέον, το ROS προσφέρει την αναπαράσταση του περιβάλλοντος με τη μορφή χαρτών κόστους (costmaps), που περιλαμβάνουν πληροφορίες σχετικά με τη δυνατότητα διέλευσης του ρομπότ μέσα στο περιβάλλον του και μέσα στον χάρτη αυτού, με βάση το αποτύπωμα

<sup>2</sup><http://wiki.ros.org/navigation>

<sup>3</sup><http://wiki.ros.org/amcl>

του ρομπότ και τα στατικά και δυναμικά εμπόδια (υποθέτοντας ότι είναι πιο δαπανηρό να να κινηθεί κοντά σε εμπόδια). Όταν θεωρείται ως λευκό κουτί, το `move_base` περιλαμβάνει:

- Έναν ολικό χάρτη κόστους (global costmap), που αναπαριστά το κόστος διέλευσης πλησίον των στατικών εμποδίων του χάρτη
- Έναν τοπικό χάρτη κόστους (local costmap), ο οποίος δημιουργείται και ανανεώνεται σε πραγματικό χρόνο στην άμεση γειτονιά του ρομπότ, και που βασίζεται στις μετρήσεις των εξωδεκτικών αισθητήρων, προκειμένου να αντιμετωπίσει τα στατικά και δυναμικά εμπόδια του πραγματικού περιβάλλοντός του
- Έναν αλγόριθμο χάραξης μονοπατιών (global planner), ο οποίος λαμβάνει ως είσοδο μία στάση-στόχο, και τον ολικό χάρτη κόστους, και παράγει το γεωμετρικό μονοπάτι που ενώνει την αρχική στάση του ρομπότ με την επιθυμητή
- Έναν ελεγκτή κίνησης (local planner), ο οποίος δέχεται ως είσοδο το ως άνω μονοπάτι και τον τοπικό χάρτη κόστους, και υπολογίζει εντολές ταχύτητας
- Μια ενότητα που ονομάζεται συμπεριφορές ανάκτησης (recovery behaviours) που δέχεται και τους δύο χάρτες κόστους ως είσοδο, εντοπίζει πότε το ρομπότ δεν μπορεί να προχωρήσει με την επιθυμητή ταχύτητα, και εφαρμόζει προκαθορισμένα σύνολα κινήσεων, με στόχο την “απεγκλωβισμό” του. Αυτές οι ενέργειες ενεργοποιούνται κάθε φορά που (α) το ρομπότ γίνεται αντιληπτό ότι ταλαντώνεται, (β) ένα σχέδιο κίνησης δεν έχει ληφθεί για πάνω από κάποιο χρονικό διάστημα, ή (γ) ο ελεγκτής κίνησης έχει αποτύχει να εξάγει έγκυρες εντολές ταχύτητας για ένα καθορισμένο χρονικό διάστημα. Συγκεκριμένα, το `move_base` εφαρμόζει δύο είδη ανάκτησης του ελέγχου του ρομπότ: (α) μια περιστροφή 360 μοιρών που στοχεύει στην εκκαθάριση του τοπικού χάρτη κόστους από τυχόν φευδείς μετρήσεις (φευδώντας θετικά αντιληπτά εμπόδια) και (β) μια επαναφορά του χάρτη κόστους που καθαρίζει την στοίβα πλοιήγησης, επαναφέροντάς τον στον στατικό χάρτη έξω από τα όρια μιας δεδομένης ακτίνας μακριά από το ρομπότ<sup>4</sup>. Η τελευταία χρησιμοποιείται συνήθως πολλαπλές φορές και σε έναν ιεραρχικό τρόπο, ξεκινώντας από κάποια ακτίνα εντός του ημιπλάτους του τοπικού χάρτη κόστους και προχωρώντας πιο κοντά στο ίχνος του ρομπότ. Εάν το ρομπότ εξακολουθεί

<sup>4</sup>[http://wiki.ros.org/clear\\_costmap\\_recovery](http://wiki.ros.org/clear_costmap_recovery)

να θεωρείται παγιδευμένο μετά την εκτέλεση όλων των προκαθορισμένων συμπεριφορών ανάκτησης του ελέγχου του, η πλοιήγηση διακόπτεται και το ρομπότ σταματά την κίνησή του, τουλάχιστον μέχρι να δοθεί ένας νέος στόχος.

#### 4.2.3.1 Αλγόριθμοι χάραξης μονοπατιών

Αυτή η ενότητα παρέχει μια επισκόπηση των αλγορίθμων-πακέτων χάραξης μονοπατιών των οποίων οι υλοποιήσεις είναι διαθέσιμες στο ROS.

Ο `navfn`<sup>5</sup> βασίζεται στην προσέγγιση των Συναρτήσεων Πλοιήγησης NF1 [Lat91]. Παρέχει μια παρεμβαλλόμενη συνάρτηση που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την παραγωγή μονοπατιών για κινητή βάση που προϋποτίθεται ότι έχει κυκλικό αποτύπωμα. Η συνάρτηση πλοιήγησης δέχεται ως είσοδο τον ολικό χάρτη κόστους, μία στάση εκκίνησης και μία στάση τερματισμού, και παράγει το σχέδιο ελάχιστου κόστους από την αρχή έως το τέλος χρησιμοποιώντας τους αλγορίθμους Dijkstra ή A\*. Τα κύρια μειονεκτήματα του NF1 (και συνεπώς του `navfn`) είναι η έλλειψη ομαλότητας των παραγόμενων διαδρομών, καθώς αυτές αποτελούνται από ευθύγραμμα τμήματα που ενώνονται με γωνίες που είναι ακέραια πολλαπλάσια του π/4, και, το σημαντικότερο, ότι παράγει διαδρομές που περνούν ξυστά από εμπόδια, καθώς δεν λαμβάνει υπόψιν το μέγεθος του αποτυπώματος των ρομπότ [Phi04].

Το πακέτο `global_planner` σχεδιάστηκε ως ένας ευέλικτος διάδοχος του `navfn` και είναι σε θέση να παράγει μονοπάτια χρησιμοποιώντας είτε τον αλγόριθμο A\* είτε τον αλγόριθμο του Dijkstra, έτσι ώστε ο υπολογιστικός φόρτος να μπορεί να μειωθεί (αυτός του τελευταίου είναι μεγαλύτερος από αυτόν του πρώτου), αν και τα παραγόμενα μονοπάτια δεν θεωρούνται βέλτιστα με την έννοια της 8-συνδεδεμένης διαδρομής.

Το πακέτο `asr_navfn`<sup>6</sup> ουσιαστικά λειτουργεί με τον ίδιο ακριβώς τρόπο όπως το `navfn`, με την προσθήκη του πλεονεκτήματος ότι, σε περίπτωση που ο επιλυμητός στόχος είναι ανέφικτος (δηλαδή εντός εμποδίου ή πάρα πολύ κοντά σε αυτό), υπολογίζει έναν εφικτό στόχο που να είναι ο εγγύτερος του αρχικού.

Σε αντίθεση με τον `navfn` και την πλειονότητα των άλλων πακέτων χάραξης μονοπατιών που παρουσιάζονται εδώ, το `MoveIt!` δεν αποτελεί ένα plugin του `move_base` [CSC12]. Οι κύριοι περιορισμοί του σε σχέση με το σχεδιασμό διαδρομών για ρομπότ κινητής βάσης

<sup>5</sup><http://wiki.ros.org/navfn>

<sup>6</sup>[http://wiki.ros.org/asr\\_navfn](http://wiki.ros.org/asr_navfn)

είναι ότι (α) απευθύνεται και αναπτύχθηκε κυρίως για ρομποτικούς βραχίονες πολλαπλών αρθρώσεων, (β) δεν μπορεί να σχεδιάσει διαδοχικές διαμορφώσεις για αρθρώσεις πολλαπλών βαθμών ελευθερίας (δηλαδή μπορεί να χρησιμοποιηθεί μόνο για το σχεδιασμό της κίνησης ολονομικών (holonomic) βάσεων), και γ) απαιτεί την μετατροπή των χαρτών κόστους στο δικό του χώρο καταστάσεων OMPL. Όσον αφορά στους αλγορίθμους σχεδίασης διαδοχικών διαμορφώσεων, το MoveIt! μπορεί να χρησιμοποιήσει εσωτερικά το OMPL (Open Motion Planning Library<sup>7</sup>), STOMP (Στοχαστική βελτιστοποίηση τροχιάς για κίνηση). Planning<sup>8</sup>), SBPL (Βιβλιοθήκη σχεδιασμού με βάση την αναζήτηση<sup>9</sup>) ή CHOMP (Covariant Hamiltonian Optimisation for Motion Planning<sup>10</sup>).

Το πακέτο sbpl\_lattice\_planner<sup>11</sup> αποτελεί μια προσέγγιση Πλέγματος Καταστάσεων [Mik05] που χρησιμοποιεί τη βιβλιοθήκη SBPL. Σε πλήρη αντίθεση με όλους τους άλλους αλγορίθμους που αναφέρονται σε αυτήν την ενότητα, τα μονοπάτια παράγονται συνδυάζοντας μια σειρά από πρωτότυπα κίνησης, δηλαδή έγκυρες και εφικτές κινήσεις που βασίζονται στο κινηματικό μοντέλο της βάσης του ρομπότ. Μεταξύ των πλεονεκτημάτων του είναι ότι (α) λαμβάνοντας υπόψη το το κινηματικό μοντέλο του ρομπότ, η παραγόμενη διαδρομή καθίσταται αυτομάτως εφικτή από έναν ελεγκτή κίνησης και (β) παρέχει τη δυνατότητα στάθμισης των κινήσεων ανάλογα με το ποιές από αυτές είναι προτιμητέες (για παράδειγμα, ένας μηχανικός ρομποτικής μπορεί να επιλέξει αν είναι πιο επιθυμητό το ρομπότ να στρίβει επιτόπια ή να διασχίζει ένα τόξο όταν αυτό καλείται να εκτελέσει στροφή). Οι ανεπιθύμητες κινήσεις τιμωρούνται έτσι ώστε η τροχιά του ρομπότ να συντονίζεται και να ταιριάζει με δεδομένες προδιαγραφές, εάν αυτές υπάρχουν. Ο σχεδιασμός εκτελείται με βάση το σύνολο της κατάστασης του ρομπότ και άρα λαμβάνεται υπόψη και ο προσανατολισμός του. Τέλος, οι αλγόριθμοι χαμηλού επιπέδου ARA\* [LGT03] ή AD\* [Lik+05] χρησιμοποιούνται για τη δημιουργία του συνολικού μονοπατιού.

Το πακέτο sbpl\_dynamic\_env\_global\_planner<sup>12</sup> είναι παρόμοιο με το sbpl\_lattice\_planner, ωστόσο είναι ικανό να ενσωματώνει πληροφορίες τόσο από τον ολικό (στατικό) χάρτη κόστους όσο και από προβλεπόμενες μελλοντικές τροχιές των κινούμενων εμποδίων, οι οποίες

<sup>7</sup><http://ompl.kavrakilab.org/>

<sup>8</sup>[http://wiki.ros.org/stomp\\_motion\\_planner](http://wiki.ros.org/stomp_motion_planner)

<sup>9</sup><http://wiki.ros.org/sbpl>

<sup>10</sup><http://www.nathanratliff.com/thesis-research/chomp>

<sup>11</sup>[http://wiki.ros.org/sbpl\\_lattice\\_planner](http://wiki.ros.org/sbpl_lattice_planner)

<sup>12</sup>[http://wiki.ros.org/sbpl\\_dynamic\\_env\\_global\\_planner\[PL11\]](http://wiki.ros.org/sbpl_dynamic_env_global_planner[PL11])

εξάγονται από τον τοπικό (δυναμικό) χάρτη κόστους. Αυτό γίνεται με την ομαδοποίηση χωροχρονικών πληροφοριών για το πού και πότε η κίνηση θα είναι ασφαλής, και ο σχεδιασμός πραγματοποιείται στις τυπικές τρεις χωρικές διαστάσεις, συμπεριλαμβανομένης μιας τέταρτης που είναι σχετική με την ασφάλεια.

Το πακέτο *lattice\_planner*<sup>13</sup> παρέχει ένα χρονικά περιορισμένο αλγόριθμο χάραξης μονοπατιών τύπου πλέγματος καταστάσεων A\*. Αυτός ο τύπος χρησιμοποιεί τον ολικό χάρτη κόστους ROS και μπορεί να παράγει χρονοεξαρτώμενες, δυναμικά εφικτές διαδρομές πλοιήγησης για ρομπότ με διαφορικούς περιορισμούς κίνησης.

Ένας ακόμη αλγόριθμος χάραξης μονοπατιών είναι ο *waypoint\_global\_planner*.<sup>14</sup> Δέχεται ως είσοδο ενδιάμεσα σημεία διαδρομής τα οποία οι ίδιοι οι μηχανικοί πρέπει να παρέχουν ως εφικτές στάσεις, καθώς ο αλγόριθμος δεν έχει γνώση των εμποδίων του χάρτη, και παράγει μια διαδρομή που τα διασχίζει διαδοχικά. Το μονοπάτι αποτελείται από ευθύγραμμα τμήματα που συνδέουν ένα εισαγόμενο σημείο με το επόμενο, και η τελική θέση του ρομπότ υιοθετεί τον προσανατολισμό του ευθύγραμμου τμήματος που συνδέει το προτελευταίο σημείο της διαδρομής με το τελευταίο.

Το πακέτο *voronoi\_planner*<sup>15</sup> δημιουργεί ένα συνολικό μονοπάτι από ένα σημείο σε ένα άλλο χρησιμοποιώντας το GVD του περιβάλλοντος [BG07]. Το GVD κατασκευάζεται από τα εμπόδια των χαρτών κόστους και περιέχει όλα τα σημεία που ισαπέχουν από τα πλησιέστερα εμπόδια, παρέχοντας έναν σκελετό του ελεύθερου χώρου. Το τελικό μονοπάτι περιορίζεται στο να υπάρχει στο GVD (σε αντίθεση με τους αλγορίθμους που χρησιμοποιούν αλγόριθμους αναζήτησης όπως ο A\*). Αυτή η δυνατότητα αναγκάζει τον αλγόριθμο να παράγει ασφαλέστερα αλλά μη βέλτιστα σε μήκος μονοπάτια.

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι μεταξύ όλων των αλγορίθμων χάραξης μονοπατιών που εξετάζονται σε αυτή την ενότητα μόνο ο *sbpl\_dynamic\_env\_global\_planner* είναι σε θέση να λάβει υπόψη του τα κινούμενα αντικείμενα στο περιβάλλον λειτουργίας του ρομπότ, δηλαδή να εκτιμά την κίνηση τους και να την προβάλλει στο μέλλον δεδομένης της θέσης και της ταχύτητάς τους. Τα υπόλοιπα μπορούν να λειτουργήσουν μόνο θεωρώντας τα εμπόδια ως ακίνητα για το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών εκδόσεων του σχεδιασθέντος μονοπατιού.

<sup>13</sup>[https://github.com/marinaKollmitz/lattice\\_planner](https://github.com/marinaKollmitz/lattice_planner)

<sup>14</sup><https://github.com/gkouros/waypoint-global-planner>

<sup>15</sup>[http://wiki.ros.org/voronoi\\_planner](http://wiki.ros.org/voronoi_planner)

Ένα ενδιαφέρον σχόλιο σχετικά με τους διαθέσιμους στο ROS αλγορίθμους χάραξης μονοπατιών είναι ότι σχεδόν όλοι είναι αφελείς όσον αφορά στον χρόνο και τους πόρους. Για παράδειγμα σχεδόν όλοι χρησιμοποιούν εκδόσεις του γνωστού αλγορίθμου αναζήτησης A\*, ο οποίος, αν και είναι βέλτιστος ως προς το μήκος, μπορεί να είναι πολύ αργός σε χρόνο εκτέλεσης όταν ο χάρτης είναι μεγάλος σε εμβαδό.

#### 4.2.3.2 Ελεγκτές Κίνησης

Αυτή η ενότητα παρέχει μια σύντομη επισκόπηση των ελεγκτών κίνησης που είναι διαθέσιμοι στο ROS. Σε αντίθεση με τους αλγορίθμους χάραξης μονοπατιών, λίγοι ελεγκτές είναι διαθέσιμοι και ευρέως διαδεδομένοι.

Ο ελεγκτής κίνησης dwa\_local\_planner<sup>16</sup> βασίζεται στην εργασία των Fox κ.α. [FBT97]. Όπως εξηγήθηκε προηγουμένως ο DWA δειγματοληπτεί διακριτά το χώρο καταστάσεων του ρομπότ, εκτελεί προσομοίωση προς τα εμπρός (χρονικά) για κάθε δείγμα, αξιολογεί κάθε τροχιά σε σχέση με τον τοπικό χάρτη κόστους, απορρίπτει τις μη εφικτές τροχιές, και τέλος επιλέγει την τροχιά με την υψηλότερη βαθμολογία που ικανοποιεί τόσο τους κινηματικούς περιορισμούς του ρομπότ όσο και την ασφάλεια διέλευσης. Ο dwa\_local\_planner δεν υποστηρίζει την αποφυγή εμποδίων για δυναμικά εμπόδια.

Ο eband\_local\_planner<sup>17</sup> βασίζεται στη θεωρία των ελαστικών ζώνων [QK93]. Μια ελαστική ζώνη είναι ένα παραμορφώσιμο μονοπάτι χωρίς συγχρούσεις με εμπόδια που δημιουργείται από ένα συνολικό μονοπάτι και από πληροφορίες για την εγγύτητα των εμποδίων. Αυτή η παραμόρφωση από το προγραμματισμένο μονοπάτι πραγματοποιείται κατά τη διάρκεια της εκτέλεσης καθώς αλλάζει η τοπική αντίληψη. Ο eband\_local\_planner δεν υποστηρίζει την αποφυγή δυναμικών εμποδίων.

Ο teb\_local\_planner<sup>18</sup> δέχεται ως είσοδο το προγραμματισμένο μονοπάτι που δημιουργείται από τον αλγόριθμο χάραξης μονοπατιών και ελαχιστοποιεί κατά τη διάρκεια της εκτέλεσης τον χρόνο ακολούθησή του, ικανοποιώντας τους περιορισμούς αποφυγής εμποδίων, τους περιορισμούς του κινηματικού μοντέλου του ρομπότ, καθώς και περιορισμούς που αφορούν σε μέγιστες και ελάχιστες ταχύτητες και επιταχύνσεις κίνησης. Βασίζεται στη θεωρητική ερ-

<sup>16</sup>[http://wiki.ros.org/dwa\\_local\\_planner](http://wiki.ros.org/dwa_local_planner)

<sup>17</sup>[http://wiki.ros.org/eband\\_local\\_planner](http://wiki.ros.org/eband_local_planner)

<sup>18</sup>[http://wiki.ros.org/teb\\_local\\_planner](http://wiki.ros.org/teb_local_planner)

γασία που παρουσιάστηκε στο [RHB17], η οποία βελτιώνει τη ψεωρία των ελαστικών ζωνών. Ο `teb_local_planner` υποστηρίζει την αποφυγή κινουμένων εμποδίων.

## 4.3 Μεθοδολογία αξιολόγησης

### 4.3.1 Μεθοδολογία αξιολόγησης, περιβάλλοντα, και συμβολισμοί

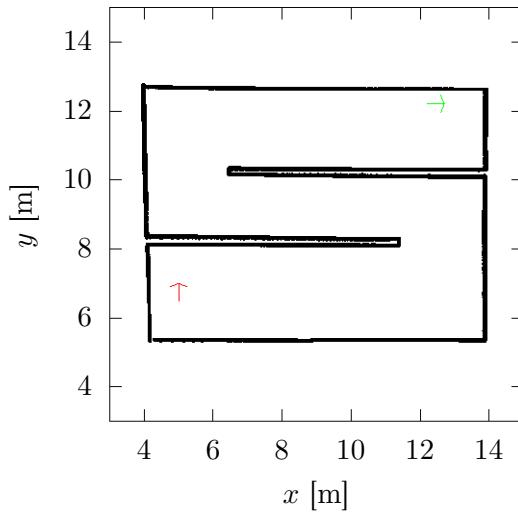
Η αξιολόγηση όλων των συνδυασμών των μεθόδων χάραξης μονοπατιών και ελεγκτών κίνησης που εξετάζονται στην παρούσα διατριβή πραγματοποιείται σε προσομοιωμένα και πραγματικά περιβάλλοντα. Το ρομπότ που χρησιμοποιήθηκε σε όλες τις συνθήκες είναι η δεύτερη έκδοση του Turtlebot,<sup>19</sup> ένα ρομπότ με διαφορική κίνηση και κυκλικό αποτύπωμα ακτίνας  $r = 0.175$  m. Τα δύο προσομοιωμένα περιβάλλοντα στα οποία έγινε συγχριτική αξιολόγηση όλων των αλγορίθμων είναι διαθέσιμοι κόσμοι του περιβάλλοντος προσομοίωσης Gazebo.<sup>20</sup> Αυτοί οι κόσμοι προσομοιώνουν με ακρίβεια τις περισσότερες από τις συνθήκες που θα αντιμετώπιζε μια επίγεια κινητή βάση σε ένα στατικό περιβάλλον εσωτερικού χώρου: διαδρόμους διαφορετικού πλάτους, στενά περάσματα όπου η ικανοποίηση των περιορισμών είναι κρίσιμη και ευκολότερα παραβιάσιμη ενώ δοκιμάζουν την ικανότητα των ελεγκτών κίνησης να εκτελούν λεπτές κινήσεις, αναστροφές, πολλαπλές διαδοχικές στροφές, και εμπόδια που ο ελεγκτής κίνησης πρέπει να αποφύγει στην πορεία του ρομπότ προς τον στόχο. Το πραγματικό περιβάλλον όπου δοκιμάστηκαν οι μέθοδοι είναι το εργαστήριο Αρχιτεκτονικής Υπολογιστικών Συστημάτων (CSAL) του Τμήματος Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών του ΑΠΘ.

Στο σχήμα 4.2 απεικονίζεται ο χάρτης του προσομοιωμένου κόσμου CORRIDOR, που στο εξής συμβολίζεται με  $M_C$ . Το σχήμα 4.3 απεικονίζει ένα τμήμα από τον σημαντικά μεγαλύτερο σε μέγεθος χάρτη WILLOWGARAGE, ο οποίος συμβολίζεται με  $M_W$ . Το σχήμα 4.4 απεικονίζει το χάρτη του CSAL, που συμβολίζεται με  $M_L$ . Τα πράσινα βέλη υποδηλώνουν την αρχική στάση του ρομπότ, ενώ τα κόκκινα τον στόχο. Οι χάρτες των δύο προσομοιωμένων περιβαλλόντων κατασκευάστηκαν με τη χρήση του ROS πακέτου SLAM gmapping<sup>21</sup>, ενώ αυτός του πραγματικού περιβάλλοντος κατασκευάστηκε με τη χρήση του

<sup>19</sup><https://www.turtlebot.com/turtlebot2/>

<sup>20</sup><http://gazebosim.org/>

<sup>21</sup><https://openslam-org.github.io/gmapping.html>



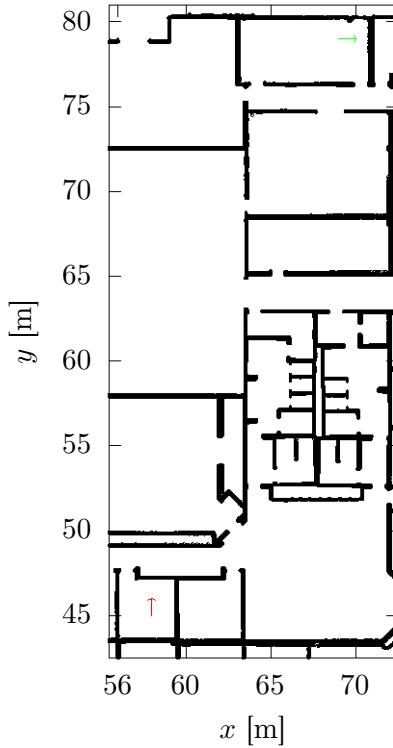
Σχήμα 4.2: Ο χάρτης  $M_C$  του προσομοιωμένου περιβάλλοντος CORRIDOR. Το πράσινο βέλος (άνω δεξιά) δείχνει την αρχική στάση του ρομπότ  $p_0^C$ . Το κόκκινο βέλος (κάτω αριστερά) δείχνει τη στάση-στόχο  $p_G^C$ .

*open-karto*<sup>22</sup>. Ενώ ο  $M_C$  είναι ένας χάρτης που μοιάζει με τη δομή μιας τυπικής αποθήκης, ο χάρτης  $M_W$  είναι μια κάτοψη που μοιάζει με αυτή ενός τυπικού ορόφου γραφείων. Η δυσκολία του πρώτου είναι σημαντικά χαμηλότερη σε σύγκριση με εκείνη του δεύτερου: οι διάδρομοι είναι φαρδείς, δεν υπάρχουν στενά περάσματα και υπάρχουν μόνο δύο στροφές των οποίων η απόσταση είναι αρκετά μεγάλη ώστε να αναμένεται ότι οι αλγόριθμοι πλοήγησης θα κατευθύνουν το ρομπότ μακριά και από τα δύο άκρα των τοίχων με ευκολία—αν και τα αποτελέσματα δείχνουν ότι ακόμη και αυτή η προσδοκία είναι αισιόδοξη για ορισμένους συνδυασμούς μεθόδων πλοήγησης.

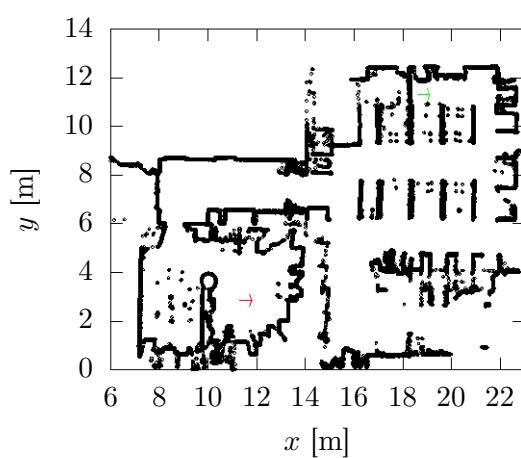
Οι αρχικές και τελικές στάσεις ορίστηκαν έτσι ώστε να μεγιστοποιηθεί η δυσκολία των αλγορίθμων χάραξης μονοπατιών στην εύρεση ενός εφικτού μονοπατιού και η δυσκολία των ελεγκτών κίνησης στη διάσχισή του. Ως εκ τούτου διευκολύνουν την έκθεση των αδυναμιών των τύπων αλγορίθμων. Οι στάσεις που τέθηκαν ως αρχικές και τελικές συνθήκες στα τρία περιβάλλοντα καταγράφονται στον πίνακα 4.1.

Κάθε συνδυασμός από global και local planner δοκιμάστηκε σε κάθε περιβάλλον με τις ίδιες αρχικές και τελικές στάσεις για  $N = 10$  φορές, και επομένως η αξιολόγηση των απόδοσης όλων των συνδυασμών έγινε με τη χρήση στατιστικών μέσων. Κάθε συνδυασμός έλαβε μια χρονική περίοδο για να εκτελέσει την πλοήγησή του από την αρχή ως τον στόχο,

<sup>22</sup>[http://wiki.ros.org/open\\_karto](http://wiki.ros.org/open_karto)



Σχήμα 4.3: Ο χάρτης  $M_W$  τυμήματος του προσομοιωμένου περιβάλλοντος WILLOWGARAGE. Το πράσινο βέλος (άνω δεξιά) δείχνει την αρχική στάση του ρομπότ  $p_0^W$ . Το κόκκινο βέλος (κάτω αριστερά) δείχνει τη στάση-στόχο  $p_G^W$



Σχήμα 4.4: Ο χάρτης  $M_L$  του πραγματικού περιβάλλοντος του εργαστηρίου Αρχιτεκτονικής Υπολογιστών του THMMY ΑΠΘ (CSAL). Το πράσινο βέλος (άνω δεξιά) δείχνει την αρχική στάση του ρομπότ  $p_0^L$ . Το κόκκινο βέλος (κάτω αριστερά) δείχνει τη στάση-στόχο  $p_G^L$

$\Sigma\tau\alpha\sigma\eta$	(m,m,rad)
$p_0^C$	(12.2, 12.2, 0.0)
$p_G^C$	(5, 6.5, $\pi/2$ )
$p_0^W$	(69.0, 79.0, 0.0)
$p_0^W$	(58.0, 45.0, $\pi/2$ )
$p_0^L$	(18.6, 11.3, 0.0)
$p_G^L$	(11.3, 2.86, 0.0)

Πίνακας 4.1: Αρχικές  $p_0$  και τελικές  $p_G$  στάσεις αυτόνομους πλοιήγησης στα τρία περιβάλλοντα CORRIDOR, WILLOWGARAGE, και CSAL

η οποία ορίστηκε σε  $t_C^{max} = 120$  sec για τον κόσμο CORRIDOR,  $t_W^{max} = 180$  sec για τον κόσμο WILLOWGARAGE, και  $t_L^{max} = 600$  sec στο περιβάλλον CSAL.

Όλες οι προσομοιώσεις πραγματοποιήθηκαν στο λειτουργικό σύστημα Linux Ubuntu 16.04, σε υπολογιστή με επεξεργαστή 12 νημάτων, 32GB μνήμης, και συχνότητα ρολογιού 4.00 GHz. Όλα τα πειράματα που πραγματοποιήθηκαν στο περιβάλλον CSAL πραγματοποιήθηκαν σε Linux Ubuntu 16.04, σε υπολογιστή με επεξεργαστή με 4 νήματα, 8 GB μνήμης, και συχνότητα ρολογιού 3.20 GHz.

### 4.3.2 Ορισμός μετρικών αξιολόγησης

Σε αυτήν την ενότητα κάνουμε τις ακόλουθες παραδοχές και ορισμούς.

**Ορισμός VIII.** Ένα μονοπάτι  $\mathbf{P} : [1, n] \rightarrow \mathbb{R}^2 \times [-\pi, \pi)$  είναι μια ακολουθία στάσεων  $\mathbf{p}_i, i = 1, 2, \dots, n$ , δηλαδή  $\mathbf{P} \equiv \{\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{p}_n\}$ , όπου  $\mathbf{p}_i = (x_i, y_i, \theta_i)$ , είναι οι συντεταγμένες μίας στάσης στον  $\mathbb{R}^2$  και  $\theta_i$  είναι ο προσανατολισμός του διανύσματος που ξεκινά από το σημείο  $(x_i, y_i)$  ως προς τον áξονα  $x$  του συστήματος αναφοράς του χάρτη.

Το μέγεθος (cardinality) του  $\mathbf{P}$  αναφέρεται ως  $|\mathbf{P}|$  και είναι ίσο με τον αριθμό των στάσεων του  $\mathbf{P}$ . Συμβολίζουμε μία συλλογή  $N$  μονοπατιών  $\mathbf{P}_j, j = 1, 2, \dots, N$  με  $\mathcal{P} = \{\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \dots, \mathbf{P}_N\}$ .

**Ορισμός IX.** Η απόσταση μεταξύ δύο στάσεων  $\mathbf{p}_i$  και  $\mathbf{p}_j$  είναι η Ευκλείδεια απόσταση  $d(\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_j) = ((x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2)^{1/2}$ .

**Ορισμός X.** Ένας χάρτης πλέγματος πληρότητας (Occupancy Grid Map—OGM)  $\mathbf{M} : [1, q] \rightarrow \mathbb{R}^2$  είναι ένα μη ταξινομημένο σύνολο σημείων στο χαρτεσιανό επίπεδο:  $\mathbf{M} \equiv ((x_1^M, y_1^M), (x_2^M, y_2^M), \dots, (x_q^M, y_q^M))$ .

**Ορισμός XI.** Το μήκος ενός μονοπατιού  $\mathbf{P}$  συμβολίζεται με  $l(\mathbf{P})$  και υπολογίζεται ως:

$$l(\mathbf{P}) = \sum_{i=1}^{|\mathbf{P}|-1} d(p_i, p_{i+1}) \quad (4.1)$$

δηλαδή είναι το άθροισμα των αποστάσεων μεταξύ διαδοχικών θέσεων  $\mathbf{p}_i$  και  $\mathbf{p}_{i+1}$ .

**Ορισμός XII.** Η ομαλότητα ενός μονοπατιού  $\mathbf{P}$ ,  $s(\mathbf{P})$ , ορίζεται ως:

$$s(\mathbf{P}) = \left( \frac{1}{|\mathbf{P}| - 2} \sum_{i=1}^{|\mathbf{P}|-1} (\theta_{i+1} - \theta_i)^2 \right)^{1/2} \quad (4.2)$$

**Ορισμός XIII.** Η μέση ελάχιστη απόσταση ενός μονοπατιού  $\mathbf{P}$  από τα εμπόδια του χάρτη  $\mathbf{M}$  είναι η μέση απόσταση των στάσεων που αποτελούν το μονοπάτι από το πλησιέστερο εμπόδιο της κάθε μίας. Συμβολίζεται με  $d(\mathbf{P}, \mathbf{M})$  και ορίζεται ως:

$$d(\mathbf{P}, \mathbf{M}) = \frac{1}{|\mathbf{P}|} \sum_{k=1}^{|\mathbf{P}|} \min_{i=1,2,\dots,q} d(\mathbf{p}_k, \mathbf{m}_i) \quad (4.3)$$

όπου  $\mathbf{p}_k \in \mathbf{P}$ ,  $k = 1, 2, \dots, |\mathbf{P}|$ , και  $\mathbf{m}_i \in \mathbf{M}$ ,  $i = 1, 2, \dots, q$ .

**Ορισμός XIV.** Η ολική ελάχιστη απόσταση μιας συλλογής μονοπατιών  $\mathcal{P} = \{\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \dots, \mathbf{P}_N\}$  από τα εμπόδια του  $\mathbf{M}$  συμβολίζεται με  $\inf(d(\mathcal{P}, \mathbf{M}))$  (για να επι-

σημανθεί η απόλυτη φύση αυτής της ελάχιστης τιμής), και ορίζεται ως:

$$\inf(d(\mathcal{P}, \mathbf{M})) = \min_{j=1,2,\dots,N} \left\{ \min_{\substack{k=1,2,\dots,|\mathbf{P}_j| \\ i=1,2,\dots,q}} d(\mathbf{p}_k^j, \mathbf{m}_i) \right\} \quad (4.4)$$

όπου  $\mathbf{P}_j \in \mathcal{P}$ ,  $\mathbf{p}_k^j \in \mathbf{P}_j$ ,  $k = 1, 2, \dots, |\mathbf{P}_j|$ , και  $\mathbf{m}_i \in \mathbf{M}$ ,  $i = 1, 2, \dots, q$ .

**Ορισμός XV.** Η μέση απόκλιση ενός μονοπατιού  $\mathbf{P}_1$  από ένα μονοπάτι  $\mathbf{P}_2$  υπολογίζεται ως η μέση απόσταση κάθε στάσης του  $\mathbf{P}_1$  από την πλησιέστερη στάση της που ανήκει στο  $\mathbf{P}_2$ :

$$d_\delta(\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2) = \frac{1}{|\mathbf{P}_1|} \sum_{k=1}^{|\mathbf{P}_1|} \min_{l=1,2,\dots,|\mathbf{P}_2|} d(\mathbf{p}_k, \mathbf{p}_l) \quad (4.5)$$

όπου  $\mathbf{p}_k \in \mathbf{P}_1$ ,  $k = 1, 2, \dots, |\mathbf{P}_1|$ , και  $\mathbf{p}_l \in \mathbf{P}_2$ ,  $l = 1, 2, \dots, |\mathbf{P}_2|$ .

**Ορισμός XVI.** Η ολική απόκλιση ενός μονοπατιού  $\mathbf{P}_1$  από ένα μονοπάτι  $\mathbf{P}_2$  υπολογίζεται ως το άθροισμα της απόστασης κάθε στάσης που αποτελεί το  $\mathbf{P}_1$  από την πλησιέστερη στάση της στο  $\mathbf{P}_2$ :

$$d_\Delta(\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2) = |\mathbf{P}_1| \cdot d_\delta(\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2) \quad (4.6)$$

Η μετρική απόστασης Frechet, η οποία εισήχθη από τον Maurice Frechet για συνεχείς καμπύλες σε ένα μετρικό χώρο το 1906 [Fré06], είναι ένα μέτρο της ομοιότητας μεταξύ δύο καμπυλών. Στα πλαίσια της διατριβής προτιμάται από την μετρική απόστασης Pompeiu-Hausdorff [RW98] λόγω του ότι η τελευταία δεν λαμβάνει υπόψη της τη θέση και τη διάταξη των σημείων κατά μήκος μιας καμπύλης (εν προκειμένω ενός μονοπατιού).

**Ορισμός XVII.** Για διακριτές καμπύλες  $\mathbf{P}_1 : [1, m] \rightarrow V$  και  $\mathbf{P}_2 : [1, n] \rightarrow V$  (όπως τα δείγματα στάσης ενός μονοπατιού και τα ολικά μονοπάτια) που αποτελούνται από ακολουθίες διακριτών σημείων  $\lambda(\mathbf{P}_1) \equiv \{\mathbf{P}_1(1), \mathbf{P}_1(2), \dots, \mathbf{P}_1(m)\} \equiv \{v_1, v_2, \dots, v_p\}$  και  $\lambda(\mathbf{P}_2) \equiv \{\mathbf{P}_2(1), \mathbf{P}_2(2), \dots, \mathbf{P}_2(n)\} \equiv \{u_1, u_2, \dots, u_g\}$  αντίστοιχα, η διακριτή

απόσταση Frechet ορίζεται ως:

$$\delta_d^F(\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2) = \min\{\|\mathbf{L}\| \mid \mathbf{L} \text{ είναι μια σύζευξη μεταξύ } \mathbf{P}_1 \text{ και } \mathbf{P}_2\} \quad (4.7)$$

όπου  $\|\mathbf{L}\| = \max_{i=1,\dots,q} d(\mathbf{u}_{a_i}, \mathbf{u}_{b_i})$ . Μια σύζευξη  $\mathbf{L}$  είναι μια ακολουθία διαφορετικών ζευγών από το  $\lambda(\mathbf{P}_1) \times \lambda(\mathbf{P}_2)$ :  $L \equiv \{(\mathbf{u}_{a_1}, \mathbf{v}_{b_1}), (\mathbf{u}_{a_2}, \mathbf{v}_{b_2}), \dots, (\mathbf{u}_{a_q}, \mathbf{v}_{b_q})\}$ , και  $d(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  είναι ένα μετρική της απόστασης (εδώ ίση με την ευκλείδεια απόσταση όπως ορίζεται παραπάνω) μεταξύ των σημείων  $\mathbf{a}$  και  $\mathbf{b}$ .

Επιπλέον, έστω ότι συμβολισμοί  $\mu(x), \sigma(x)$  να υποδηλώνουν τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση της μεταβλητής  $x$ . Συμβολίζοντας με  $\mathcal{G}$  μια συλλογή από  $N$  συνολικά μονοπάτια προς ακολούθηση που παράγονται σε  $N$  πειράματα και προσομοιώσεις που πραγματοποιήθηκαν,  $\mathcal{G} = \{\mathbf{G}_1, \mathbf{G}_2, \dots, \mathbf{G}_N\}$ , και με  $\mathcal{P}$  μια συλλογή από  $N$  διανυόμενες διαδρομές  $\mathcal{P} = \{\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \dots, \mathbf{P}_N\}$ , οι μετρικές αξιολόγησης για τους κατασκευαστές μονοπατιών global planners, τους ελεγκτές κίνησης local planners, και τους συνδυασμούς τους παρουσιάζονται στους πίνακες 4.2, 4.3, και 4.4.

### 4.3.3 Μεθοδολογία συνολικής και ιεραρχημένης αξιολόγησης

Η συνολική αξιολόγηση κάθε συνδυασμού global και local planner πραγματοποιείται με βάση την κοινή τους επίδοση και τις επιδόσεις των δύο συνιστώσων του. Κάθε μετρική  $m$  που περιγράφεται ανωτέρω λαμβάνεται υπόψη και της αποδίδεται ένα βάρος  $w_m \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ , έτσι ώστε η γενική αξιολόγηση να είναι εφικτή για μεταβλητές προδιαγραφές (ανάλογα με την εφαρμογή, ένας μηχανικός μπορεί να προτιμήσει να αποδώσει περαιτέρω σημασία, για παράδειγμα, στο μήκος των διαδρομών του σε σχέση με το συνολικό χρόνο πλοήγησης). Απότερος στόχος είναι η απόδοση μίας τιμής-αξίας σε κάθε συνδυασμό αλγορίθμων πλοήγησης, η οποία θα τους διαχρίνει και θα τους κατατάσσει με βάση της συνολική τους επίδοση.

Αρχικά κάνουμε την παραδοχή ότι η τιμή ενός συνδυασμού πρέπει να είναι αυστηρά αύξουσα, έτσι ώστε οι μεγαλύτερες τιμές να αντικατοπτρίζουν καλύτερες επιδόσεις. Η τιμή αυτή εξαρτάται όχι μόνο από την τιμή κάθε μετρικής που συζητήθηκε μέχρι τώρα, αλλά, πιο συγκεκριμένα, από τη φύση της συμβολής μιας μετρικής. Για παράδειγμα, οι χρόνοι πλοήγησης μεταξύ  $p_0^{M_C}$  και  $p_G^{M_C}$  συμβάλλουν περισσότερο όσο μικρότερη είναι η τιμή τους, αλλά,

σε σχέση με τη συνολική απόσταση μεταξύ των εμποδίων, η τιμή ενός συνδυασμού θα πρέπει να αυξάνεται όσο μεγαλύτερη είναι αυτή η απόσταση. Επομένως, η τιμή ενός συνδυασμού αλγορίθμων εξαρτάται από τον τύπο της αναλογικότητας της συνεισφοράς κάθε συγκεκριμένης μετρικής. Οι πίνακες 4.2-4.4 συνοψίζουν τη συμβολή κάθε μετρικής που αφορά τους αλγορίθμους κατασκευής μονοπατιών, τους ελεγκτές κίνησης, και του συνδυασμού τους. Τα βέλη που δείχνουν προς τα πάνω υποδηλώνουν ευθεία αναλογικότητα. Τα βέλη που δείχνουν προς τα κάτω υποδηλώνουν αντίστροφη αναλογικότητα. Περισσότερες λεπτομέρειες υπάρχουν στο παράρτημα Δ'.1.

Δεδομένου ότι αυτό που επιδιώκουμε είναι η απόδοση μιας κλιμακωτής τιμής  $V(C)$  σε κάθε συνδυασμό  $C$  από αλγορίθμους σχεδιασμού μονοπατιών και ελεγκτών κίνησης, πρέπει να περάσουμε από την κατασκευή μιας έγκυρης συνάρτησης αξίας  $V$ . Η συνάρτηση  $V$  πρέπει (α) να είναι γνησίως αύξουσα (ώστε να εκφράζει με ακρίβεια την αξία ενός συνδυασμού με βάση τις μετρικές επίδοσης του, και ταυτόχρονα να παρέχει ένα νόημα στις διαφορές τους, η οποία να μπορεί να αναχθεί στη διαφορά μεταξύ της επίδοσης ξεχωριστών μετρικών τους) και (β) να λαμβάνει υπόψη μετρικές διαφορετικών μονάδων μέτρησης. Για τον σκοπό αυτό ξεκινάμε με την κανονικοποίηση των τιμών των μετρικών εντός του αντίστοιχου διαστήματος ελάχιστων και μέγιστων τιμών για όλους τους συνδυασμούς—έτσι ώστε η τιμή όλων των μετρικών να εκφράζεται στο διάστημα  $[0, 1]$  άνευ μονάδας μέτρησης—και ανάλογα με τα συμφραζόμενα. Το τελευταίο σημαίνει ότι η τιμή, για παράδειγμα, του μέσου μήκους  $N$  σχεδίων μονοπατιών θα εκφράζεται μεταξύ του ελάχιστου μέσου μήκους και του μέγιστου μέσου μήκους όλων των μονοπατιών και όλων των συνδυασμών—αφού αυτή η μετρική είναι ανεξάρτητη από την επιτυχία ή την αποτυχία της αποστολής ενός συνδυασμού,—, αλλά ο μέσος χρόνος πλοήγησης μεταξύ  $p_0^M$  και  $p_G^M$  στον χάρτη  $M$ , ο οποίος εξαρτάται από την επιτυχία της αποστολής, θα εκφράζεται μόνο μεταξύ του ελάχιστου μέσου και του μέγιστου μέσου χρόνου διαδρομής των συνδυασμών που κατάφεραν να μεταφέρουν το ρομπότ από τη στάση  $p_0^M$  στην  $p_G^M$ . Η κανονικοποιητική συνάρτηση για μία μετρική  $m$  είναι  $N(m)$ :

$$N(m) = \frac{m - \min m}{\max m - \min m} \quad (4.8)$$

Έστω  $S$  το σύνολο των συνδυασμών  $C$  που κατάφεραν να κάνουν το ρομπότ να πλοηγηθεί από τη στάση  $p_0^M$  στην  $p_G^M$  για τον χάρτη  $M$ . Έστω  $D$  το σύνολο των μετρικών που δεν

εξαρτώνται από την επιτυχία μιας αποστολής (με την παραπάνω έννοια), δηλαδή μετρικές που αφορούν αποκλειστικά σε global και local planners αλλά όχι στο συνδυασμό τους. Έστω επίσης η συνάρτηση-δείκτης (indicator function)  $I_A(x)$  για τη μετρική  $x$  και το σύνολο  $A$ : η  $I_A(x)$  ισούται με ένα αν  $x \in A$  και με μηδέν αλλιώς. Τότε η συνάρτηση δείκτης για το συνδυασμό  $C$  όσον αφορά στη μετρική  $m$ ,  $I(C, m) = I_S(C) \parallel I_D(m)$ , είναι μηδέν όταν ο  $C$  ήταν ανεπιτυχής στην αποστολή του και  $m$  είναι μετρική που αφορά το συνδυασμό αλγορίθμων—σε όλες τις άλλες περιπτώσεις η  $I(C, m)$  ισούται με ένα. Η διατύπωση αυτής της συνάρτησης δείκτη με τέτοιο τρόπο καθιστά δυνατή τη συνεκτίμηση όλων των μετρικών που περιγράφηκαν μέχρι σε αυτό το σημείο, και μέσω αυτής ο υπολογισμός της  $V$  είναι εφικτός.

Για τους αλγορίθμους παραγωγής μονοπατιών, τους ελεγκτές κίνησης, ή τους συνδυασμούς τους, εάν η τιμή τους όσον αφορά στη μετρική  $m$  είναι ευθέως ανάλογη της τιμής της  $m$  (όπως η τιμή της μετρικής της συνολικής ελάχιστης απόστασης του ρομπότ από τα εμπόδια), η τιμή-αξία που αποδίδεται σε έναν αλγόριθμο, ελεγκτή, ή συνδυασμό τους  $C$  για τη μετρική  $m$  εκφράζεται στο διάστημα  $\mathbb{R}_{\geq 0} \times [0, 1]$  και εκφράζεται ως  $V_q(C, m)$ :

$$V_q(C, m) = w_m \cdot I(C, m) \cdot N(m) \quad (4.9)$$

Κατ' αναλογία, για τους αλγορίθμους παραγωγής μονοπατιών, τους ελεγκτές κίνησης, ή τους συνδυασμούς τους, εάν η τιμή τους όσον αφορά στη μετρική  $m$  είναι αντιστρόφως ανάλογη της τιμής της  $m$  (όπως η τιμή της μετρικής του χρόνου που απαιτείται για να πλοηγηθεί το ρομπότ από την αρχική του στάση στη στάση-στόχο), η τιμή-αξία που αποδίδεται σε έναν αλγόριθμο, ελεγκτή, ή συνδυασμό τους  $C$  για τη μετρική  $m$  εκφράζεται στο διάστημα  $\mathbb{R}_{\geq 0} \times [0, 1]$  και εκφράζεται ως  $V_{\bar{q}}(C, m)$ :

$$V_{\bar{q}}(C, m) = w_m \cdot I(C, m) \cdot (1 - N(m)) \quad (4.10)$$

Επομένως, με βάση τα παραπάνω, ένας γενικός αλλά ακριβής τύπος για την ανάθεση τιμής  $V(C)$  σε κάθε συνδυασμού αλγορίθμων και ελεγκτών  $C$  για όλες τις προαναφερθείσες

μετρικές αξιολόγησης σε  $N$  προσομοιώσεις ή πειράματα στο χάρτη  $M$  είναι μέσω της

$$V_M(C) = \sum_m I_Q(m) \cdot V_q(C, m) + I_{\bar{Q}}(m) \cdot V_{\bar{q}}(C, m) \quad (4.11)$$

όπου  $Q$  συμβολίζει το σύνολο των μετρικών των οποίων η τιμή είναι ευθέως ανάλογη της τιμής ενός συνδυασμού, και  $I_Q(m)$  είναι η συνάρτηση-δείκτης για τη μετρική  $m$ . Η συνάρτηση  $V_M$ , όπως ορίζεται στην εξίσωση 4.11, είναι γνησίως αύξουσα για όλες τις τιμές μιας μετρικής  $m \in [\min m, \max m]$  σε ένα δεδομένο χάρτη, δηλαδή για όλες τις τιμές των μετρικών που προκύπτουν είτε από επιτυχείς είτε από ανεπιτυχείς συνδυασμούς  $C$  στον εν λόγω χάρτη (όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, επιτυχημένοι με την έννοια της ολοκλήρωσης του συνόλου των αποστολών πλοιήγησης).

Η τελική συνολική κατάταξη των επιδόσεων όλων των συνδυασμών αλγορίθμων χάραξης μονοπατιών και ελεγκτών κίνησης σε έναν χάρτη  $M$  είναι επομένως το αποτέλεσμα της ταξινόμησης των τιμών της  $V_M(C)$ , όπως δίνεται από την εξίσωση 4.11, με φθίνουσα σειρά. Η τελική συνολική κατάταξη της επίδοσης όλων των συνδυασμών σε διαφορετικούς χάρτες θα είναι το αποτέλεσμα μιας πράξης ταξινόμησης στα αιθροίσματα των τιμών του  $V_M$  σε όλους τους χάρτες  $M$ .

#### 4.3.4 Ορισμός μετρικών ποιότητας πακέτων λογισμικών πλοιήγησης

Μαζί με τις ποσοτικές μετρικές αξιολόγησης που αναφέρθηκαν παραπάνω θα αξιολογήσουμε επίσης και την κατάσταση της μορφής του λογισμικού των διαθέσιμων αλγορίθμων χάραξης μονοπατιών (ενότητα 4.2.3.1) και ελεγκτών κίνησης (ενότητα 4.2.3.1) σε σχέση με τις μετρικές που ακολουθούν:

- Η ποιότητα και ο πλούτος της τεκμηρίωσής τους—μια ποιότητα που έχει αξία για τους μηχανικούς και προγραμματιστές ρομποτικής, καθώς χωρίς τεκμηρίωση δυσχεραίνεται η χρήση τους
- Η επικαιροποίησή τους—μια σύνθετη ποιότητα που αιθρίζει (α) το πόσο ενημερωμένο είναι ένα πακέτο λογισμικού σε σχέση με τα ομοιειδή του, (β) την υποστήριξη που προσφέρεται από τους συντηρητές του, (γ) την κατάσταση συντήρησης του πακέτου

και (δ) την ικανότητά του να εγκατασταθεί σε ένα ρομπότ, δηλαδή τη συμβατότητά του με ενημερωμένα λειτουργικά συστήματα, μεταγλωττιστές και διερμηνευτές

- Η ευκολία εγκατάστασής τους
- Η αυτοτέλειά τους, δηλαδή κατά πόσο ένα πακέτο εξαρτάται από άλλα, ξεχωριστά εγκαταστάσιμα, πακέτα
- Οι υπολογιστικές τους ανάγκες
- Η δυνατότητα παραμετροποίησής τους. Αν και ο αριθμός των παραμέτρων ενός πακέτου αυξάνει την πολυπλοκότητα του, η ικανότητα προσαρμογής της επίδοσης και συμπεριφοράς αλγορίθμων ανάλογα με (α) συγκεκριμένες ιδιότητες των ρομπότ (τη γεωμετρία τους στο χώρο, το κινηματικό τους μοντέλο, κ.λπ.), και (β) κάτω από διάφορες και μεταβλητές προδιαγραφές, είναι υψηστης σημασίας για την επίτευξη της επιθυμητής επίδοσης κίνησης από ένα ρομπότ. Αυτή η ποιότητα συνδυάζεται με την πρώτη μετρική: ο πλούτος των παραμέτρων προς ρύθμιση είναι μη σχετικός εάν υπάρχει ανεπαρκής τεκμηρίωση σχετικά με την ταυτότητα/επιρροή τους στη συμπεριφορά του ρομπότ
- Η συνέπειά ως προς την απόδοσή τους, δηλαδή αστοχίες που παρουσιάζουν που οφείλονται σε ανεπαρκή μετάφραση της θεωρίας σε κώδικα προγραμματισμού (αυτό περιλαμβάνει την (μη) συνέπεια στην εμφάνιση σφαλμάτων λογισμικού και την ταχύτητα εκτέλεσης)

Προτού προχωρήσουμε στην αξιολόγηση των συνδυασμών αλγορίθμων χάραξης μονοπατιών και ελεγκτών κίνησης, θα φιλτράρουμε τα αντίστοιχα συνιστώντα πακέτα του λογισμικού τους με βάση τις ποιοτικές μετρικές που ορίστηκαν παραπάνω. Καθώς η αξιολόγηση περνάει αναγκαστικά μέσα από τη διαδικασία της πειραματικής υλοποίησης μέσω λογισμικού, η ποιοτική αξιολόγηση έχει ως σκοπό να εξετάσει την ποιότητα των διαθέσιμων υλοποιήσεων των αλγορίθμων που πραγματώνουν το έργο της αυτόνομους πλοήγησης, και να απορρίψει εκείνες που είναι ακατάλληλες για σταθερή και βιώσιμη χρήση: ένα παρωχημένο, μη αυτοτελές ή δυσεγκαταστάσιμο πακέτο είναι ένα πακέτο που δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην πράξη. Ένα πακέτο που στερείται τεκμηρίωσης είναι ένα πακέτο το οποίο, ακόμη και αν είναι χρησιμοποιήσιμο, στερεί από τον μηχανικό την εικόνα της μεθόδου του, παρεμποδίζει την πρόσβαση

ή συσκοτίζει το νόημα των παραμέτρων του και συνεπώς παρεμποδίζει την παραμετροποίησή του και, τελικά, τη χρηστικότητα και τη μακροζωία της χρήσης του. Τέλος, ένα πακέτο που καταναλώνει αρκούντως πολλούς πόρους είναι ένα πακέτο που αρνείται σε άλλους κόμβους τους πόρους που αυτοί χρειάζονται, και συνεπώς θέτει σε κίνδυνο την επίδοσή τους και την επίδοση του συνολικού ρομποτικού συστήματος.

## 4.4 Πειραματική αξιολόγηση

### 4.4.1 Προκαταρκτική αξιολόγηση

Τα πακέτα `navfn` και `global_planner` θεωρούνται ότι είναι οι προεπιλεγμένες επιλογές για αλγορίθμους χάραξης μονοπατιών στο ROS: είναι οι παλαιότερες και (θεωρούνται ότι είναι οι—) ασφαλέστερες επιλογές για το έργο της πλοϊγησης. Επιπλέον, απαιτούν ελάχιστη παραμετροποίηση. Συντηρούνται συνεχώς από την απαρχή του ROS (αυτό ισχύει ειδικά για το `navfn`) και, ως οι de facto global planners του ROS, θα θεωρηθούν ως το βασικό μέτρο σύγκρισης για όλους τους άλλους global planners που θα περάσουν από την αρχική φάση διαλογής.

Θεωρούμε ότι το πακέτο `asr_navfn` είναι περιττό καθώς (α) η συμπεριφορά του είναι ακριβώς η ίδια με αυτή του `navfn` και (β) η δυνατότητά χρήσης του βασίζεται στην πιθανή αποτυχία του επιλογέα στόχου του ρομπότ. Επιπλέον, δεν συντηρείται επί του παρόντος. Ως εκ τούτου, αυτό το πακέτο δεν θα αξιολογηθεί σύμφωνα με την δεύτερο χριτήριο της ενότητος 4.3.4.

Παρόλο που το πακέτο `MoveIt!` είναι επαρκώς τεκμηριωμένο, υποστηριζόμενο, και ενημερωμένο, δεν απευθύνεται σε πλοϊγηση κινητών βάσεων στον δισδιάστατο χώρο. Επομένως, το πακέτο αυτό θα δεν θα αξιολογηθεί, σύμφωνα με το δεύτερο χριτήριο.

Το πακέτο `sbpl_lattice_planner` τεκμηριώνεται τόσο στη θεωρία όσο και από άποψης παραμέτρων. Είναι επί του παρόντος ενημερωμένο στην τελευταία έκδοση του ROS, συντηρείται, και υποστηρίζεται από τους συντηρητές του ROS (ένα σφάλμα λογισμικού που ανακαλύφθηκε κατά τη διάρκεια της αξιολόγησής που διενεργήσαμε εξαλείφθηκε μέσα σε 8 ημέρες). Για την εγκατάστασή του (εκτός από εκείνη της βασικής βιβλιοθήκης SBPL) δεν απαιτείται κάποια ιδιαίτερη προσπάθεια.

Η δυναμική έκδοση του `sbpl_lattice_planner`, το πακέτο `sbpl_dynamic_env_global_planner`, θεωρείται περιττό δεδομένου ότι η παρούσα μελέτη ασχολείται με την πλοήγηση σε στατικά περιβάλλοντα. Παρ' όλα αυτά, η σελίδα αναφοράς του προειδοποιεί τον αναγνώστη ότι ο ιχνηλάτης που χρησιμοποιείται για την παραχολούθηση κινούμενων αντικειμένων δεν είναι εύρωστος (ειδικά όταν το ρομπότ κινείται), συμβουλεύοντάς τον να κατευθυνθεί σε κάποια καλύτερη εναλλακτική λύση. Επιπλέον, απαιτεί την αντικατάσταση ολόκληρου του πακέτου `move_base` με μια τροποποίηση αυτού, έτσι ώστε οι global και local planners να εκτελούνται ταυτόχρονα. Τέλος, αξιολογείται ως μη επικαιροποιημένο πακέτο, δεδομένου ότι η τελευταία υποστηριζόμενη διανομή ROS είναι η `diamondback`, και η τελευταία ενημέρωσή της ήταν πάνω από οκτώ χρόνια πριν, κατά το χρόνο συγγραφής της διατριβής. Συνεπώς αυτό το πακέτο δεν είναι αυτοτελές, ενημερωμένο, και, σύμφωνα με το δεύτερο, το τέταρτο, και το έβδομο κριτήριο, δεν θα ληφθεί υπόψη στην προσεχή αξιολόγηση.

Παρόλο που το πακέτο `lattice_planner` είναι τεκμηριωμένο και αυτοτελές, δεν συντηρείται ενεργά (η τελευταία του έκδοση του στο `github` είναι πέντε ετών) και, ως εκ τούτου, δεν θα αξιολογηθεί, σύμφωνα με την δεύτερο κριτήριο αξιολόγησης ποιότητας.

Το ίδιο ισχύει και για το πακέτο `waypoint_global_planner`: είναι ελάχιστα τεκμηριωμένο, δεν συντηρείται ενεργά, και δεν είναι αυτοτελές, με την έννοια ότι η παροχή της αρχικής και τελικής στάσης του ρομπότ δεν επαρκούν για τη δημιουργία μιας διαδρομής που τις συνδέει, δεδομένου ότι ο αλγόριθμος δεν είναι σε θέση να λάβει υπόψη του τα εμπόδια του χάρτη κόστους. Συνεπώς, θα δεν θα ληφθεί υπόψη για αξιολόγηση, σύμφωνα με το πρώτο, το δεύτερο, και το τέταρτο κριτήριο.

Όσον αφορά το πακέτο `voronoi_planner`, είναι επίσης ανεπαρκώς τεκμηριωμένο, και δεν συντηρείται ενεργά (η τελευταία υποστηριζόμενη έκδοση ROS είναι η `indigo` και η τελευταία έκδοσή του στο `github` είναι έξι ετών). Ως εκ τούτου, δεν θα ληφθεί υπόψη για αξιολόγηση, σύμφωνα με το πρώτο και δεύτερο κριτήριο.

Όσον αφορά στους ελεγκτές κίνησης, η κατάσταση του `dwa_local_planner` είναι ισοδύναμη με εκείνη των `navfn` και `global_planner`: είναι το βασικό πακέτο υλοποίησης ελεγκτή κίνησης στο ROS.

Ο ελεγκτής κίνησης `eband_local_planner` τεκμηριώνεται, εγκαθίσταται μέσω της τυπικής διαδικασίας εγκατάστασης πακέτων, και είναι αυτοτελής. Ωστόσο, δεν έχει ενημερωθεί

ώστε να ταιριάζει με την τελευταία έκδοση του ROS,<sup>23</sup> και φαίνεται ότι δεν συντηρείται επί του παρόντος. Παρ' όλα αυτά όμως το συμπεριλάβουμε στην αξιολόγηση των τοπικών σχεδιαστών μας ως εξαίρεση λόγω της κρίσιμης έλλειψης ελεγκτών κίνησης στο ROS. Στον πίνακα 4.5, κάτω από τη στήλη για τις υπολογιστικές ανάγκες, ο eband\_local\_planner λαμβάνει δύο κύκλους λόγω της ανάγκης επίλυσης ενός προβλήματος μη γραμμικής βελτιστοποίησης με περιορισμούς κατά τη διάρκεια εκτέλεσης.

Τέλος, ο ελεγκτής κίνησης teb\_local\_planner είναι το πιο διεξοδικά τεκμηριωμένο πακέτο λογισμικού μεταξύ όλων αυτών που έχουμε αναφέρει μέχρι στιγμής, τόσο σε θεωρητικό επίπεδο, όσο και σε επίπεδο παραμέτρων. Είναι ενημερωμένο στην τελευταία έκδοση του ROS, αυτοτελές, και είναι ο πιο παραμετροποιήσιμος ελεγκτής κίνησης. Ακριβώς όπως και ο eband\_local\_planner, ο teb\_local\_planner λαμβάνει δύο κύκλους στη στήλη για υπολογιστικών αναγκών στον πίνακα 4.5 λόγω της αρχής λειτουργίας του που περιλαμβάνει την επίλυση ενός προβλήματος μη γραμμικής βελτιστοποίησης με χωροχρονικούς περιορισμούς κατά τη διάρκεια εκτέλεσής του.

Συνολικά, κανένας από τους σχεδιαστές που συζητήθηκαν παραπάνω δεν έχει υπερβολικές απαιτήσεις σε πόρους, και επομένως η ταυτόχρονη λειτουργία τους μαζί με άλλα πακέτα (παρακολούθησης στάσης ή χαρτογράφησης SLAM, για παράδειγμα) δεν θέτει σε κίνδυνο τη λειτουργία των τελευταίων.

Ο πίνακας 4.5 απεικονίζει τον πλήρη κατάλογο αξιολόγησης με βάση τα ποιοτικά κριτήρια της ενότητος 4.3.4 για όλα τα πακέτα λογισμικού αυτόνομους πλοιήγησης των ενοτήτων 4.2.3.1 και 4.2.3.2.

Ο πίνακας ?? δείχνει την τελική λίστα των πακέτων ROS που όμως αξιολογηθούν πειραματικά. Οι συμβολισμοί GP και LP που χρησιμοποιούνται στη συνέχεια στην επικεφαλίδα των πινάκων είναι συντομογραφία των φράσεων “Global Planner” και “Local Planner” αντί-

στοιχα.

#### 4.4.2 Αξιολόγηση στο περιβάλλον CORRIDOR

Συνολικά, όλοι οι συνδυασμοί του `dwa_local_planner` με οποιονδήποτε global planner απέτυχαν να πλοηγήσουν το ρομπότ στην επιθυμητή στάση, και το ίδιο παρατηρείται για το συνδυασμό του `sbpl_lattice_planner` με τον `eband_local_planner`.

Το σχήμα 4.5 απεικονίζει τα μονοπάτια προς ακολούθηση που παρήχθησαν από όλους τους global planners που εμφανίζονται στην πρώτη στήλη του πίνακα ??, για όλους τους συνδυασμούς global και local planner του ίδιου πίνακα, για  $N = 10$  προσομοιώσεις κάθε συνδυασμού.

Το σχήμα 4.6 απεικονίζει τις πραγματικές διαδρομές που διήνυσε το ρομπότ για όλους τους συνδυασμούς αλγορίθμων σχεδίασης μονοπατιών και ελεγκτών κίνησης του ίδιου πίνακα, για  $N = 10$  προσομοιώσεις για κάθε συνδυασμό.

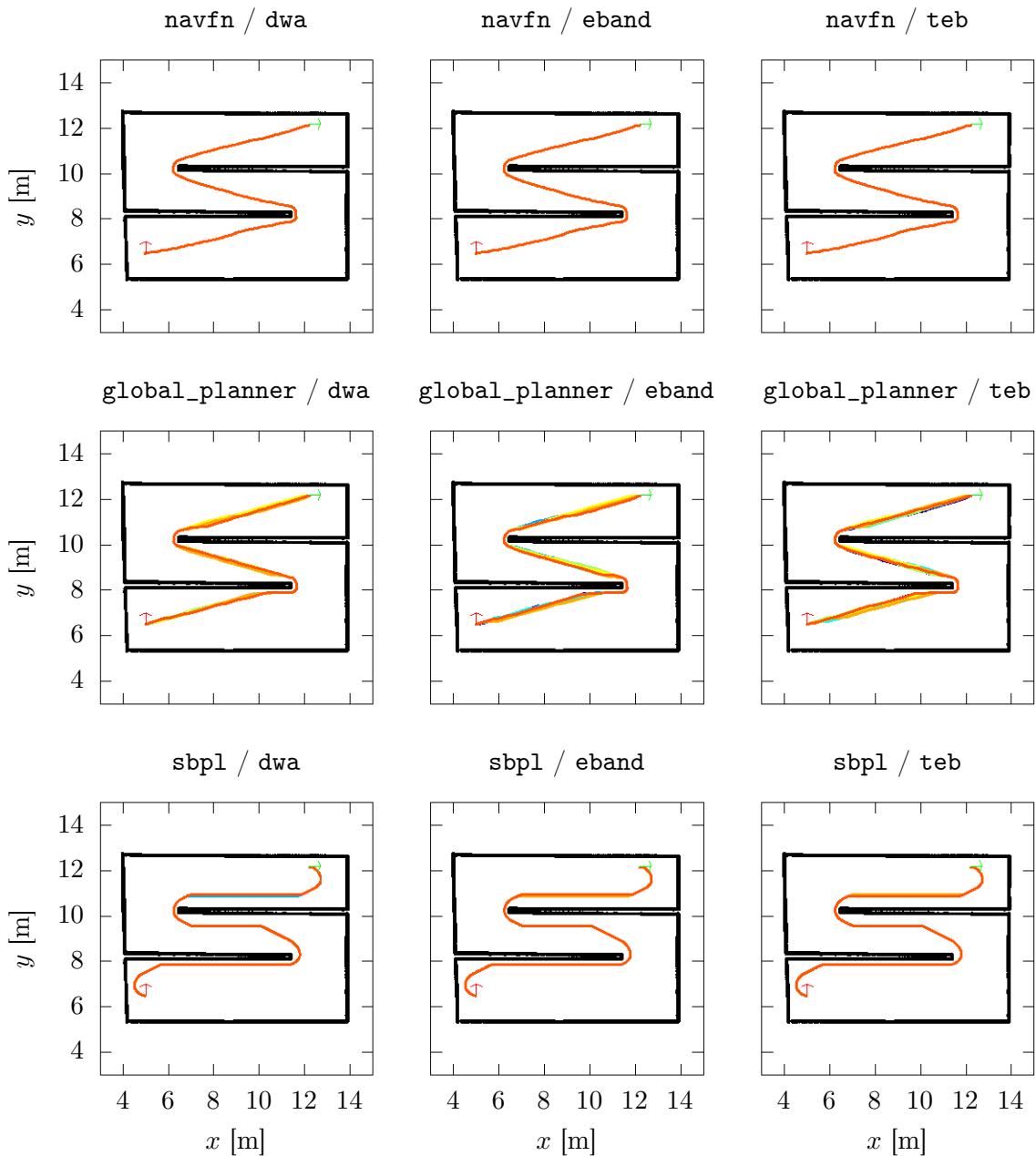
Ο πίνακας 4.7 καταγράφει την τιμή-αξία  $V_{M_C}$  και την κατάταξη όλων των συνδυασμών αλγορίθμων χάραξης μονοπατιών και ελεγκτών κίνησης που αξιολογήθηκαν με βάση τις τιμές όλων των μετρικών που παρουσιάζονται στους πίνακες Δ'.1-Δ'.7, όσον αφορά στις επιδόσεις τους στην πλοηγήση στο περιβάλλον CORRIDOR. Για τον υπολογισμό της τιμής όλων των συνδυασμών, όλα τα βάρη  $w_m = 1.0$  εκτός από αυτό που αφορά στη μετρική  $\mu_{PF}/\mu_{LPC}$ , λόγω του γεγονότος ότι ο `eband_local_planner` δεν παρέχει πρόσβαση στον αριθμό των κλήσεων του ελεγκτή. Συνολικά, ο ελεγκτής κίνησης `teb_local_planner` κατέλαβε όλες τις θέσεις του βάθρου, με τον συνδυασμό του με τον αλγόριθμο `navfn` να είναι αυτός με τις καλύτερες επιδόσεις μεταξύ των τριών αλγορίθμων χάραξης μονοπατιών. Λεπτομέρειες σχετικά με τις επιδόσεις των αλγορίθμων χάραξης μονοπατιών, των ελεγκτών κίνησης, και των συνδυασμών τους, βρίσκονται στο παρότρημα Δ'.2.1.

#### 4.4.3 Αξιολόγηση στο περιβάλλον WILLOWGARAGE

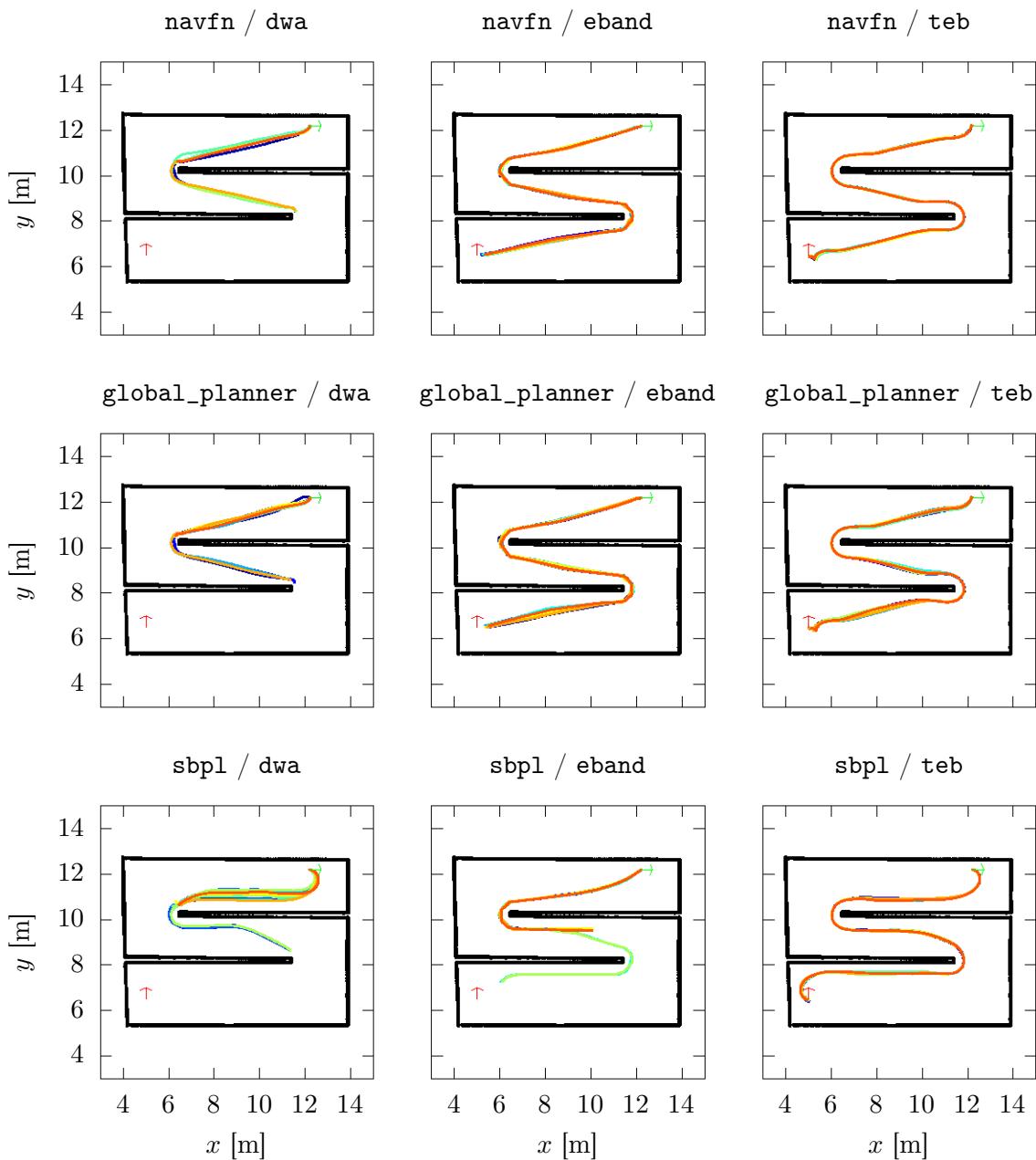
Συνολικά, όλοι οι συνδυασμοί των αλγορίθμων χάραξης μονοπατιών με τους ελεγκτές κίνησης `dwa_local_planner` και `eband_local_planner` απέτυχαν να πλοηγήσουν το ρομπότ στην τελική του στάση. Οι υπόλοιποι συνδυασμοί (όλοι με τον `teb_local_planner` ως ελεγκτή κίνησής τους) ήταν αξιόπιστοι σε κάθε προσομοίωση.

---

<sup>23</sup>[https://github.com/utexas-bwi/eband\\_local\\_planner/issues/28](https://github.com/utexas-bwi/eband_local_planner/issues/28)



Σχήμα 4.5: Τα σχεδιασθέντα μονοπάτια προς ακολούθηση  $\mathcal{G}$  που παρήχθησαν από τους τρεις αλγορίθμους χάραξης μονοπατιών για κάθε συνδυασμό τους με ελεγκτή κίνησης του πίνακα ??, σε σχέση με τις ορισμένες αρχικές και τελικές στάσεις του περιβάλλοντος CORRIDOR



Σχήμα 4.6: Τα διανυθέντα μονοπάτια  $\mathcal{P}$  του ρομπότ, όπως ορίστηκαν από τους τρεις ελεγκτές κίνησης για κάθε συνδυασμό τους με αλγόριθμο παραγωγής μονοπατιών του πίνακα ??, σε σχέση με τις ορισμένες αρχικές και τελικές στάσεις του περιβάλλοντος CORRIDOR

Το σχήμα 4.7 απεικονίζει τα μονοπάτια προς ακολούθηση που παρήχθησαν από όλους τους global planners που εμφανίζονται στην πρώτη στήλη του πίνακα ??, για όλους τους συνδυασμούς global και local planner του ίδιου πίνακα, για  $N = 10$  προσομοιώσεις κάθε συνδυασμού.

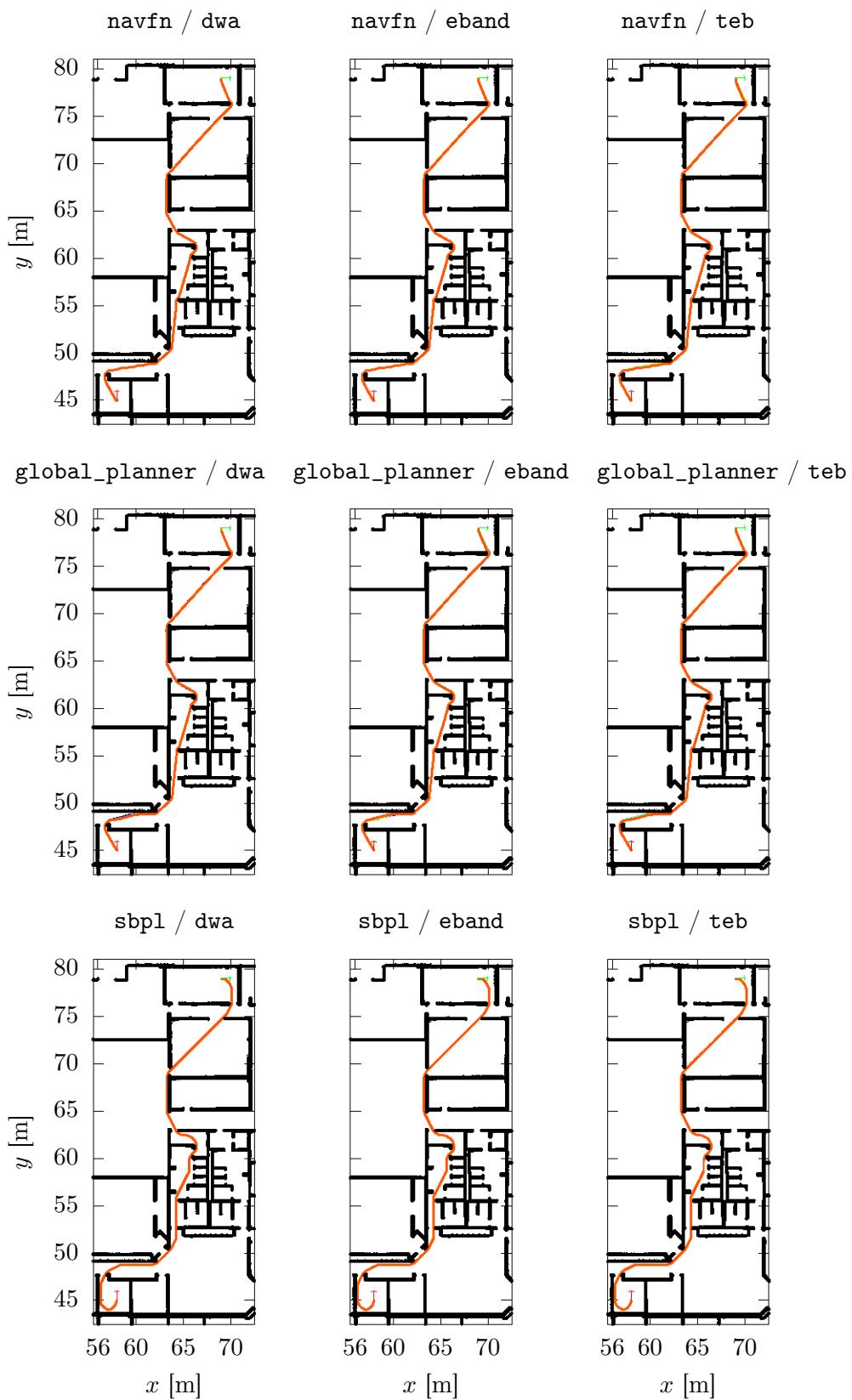
Το σχήμα 4.8 απεικονίζει τις πραγματικές διαδρομές που διένυσε το ρομπότ για όλους τους συνδυασμούς αλγορίθμων σχεδίασης μονοπατιών και ελεγκτών κίνησης του ίδιου πίνακα, για  $N = 10$  προσομοιώσεις για κάθε συνδυασμό.

Ο πίνακας 4.8 καταγράφει την τιμή-αξία  $V_{M_W}$  και την κατάταξη όλων των συνδυασμών αλγορίθμων χάραξης μονοπατιών και ελεγκτών κίνησης που αξιολογήθηκαν με βάση τις τιμές όλων των μετρικών που παρουσιάζονται στους πίνακες Δ'.8- Δ'.14 όσον αφορά στις επιδόσεις τους στην πλοήγηση στο περιβάλλον WILLOWGARAGE. Για τον υπολογισμό της τιμής όλων των συνδυασμών, όλα τα βάρη  $w_m = 1.0$  εκτός από αυτό που αφορά στη μετρική  $\mu_{PF}/\mu_{LPC}$ , λόγω του γεγονότος ότι ο eband\_local\_planner δεν παρέχει πρόσβαση στον αριθμό των κλήσεων του ελεγκτή. Συνολικά, ο ελεγκτής κίνησης teb\_local\_planner κατέλαβε και πάλι όλες τις θέσεις του βάθρου (αυτή τη φορά λόγω της αποτυχίας όλων των άλλων ελεγκτών κίνησης να ολοκληρώσουν την αποστολή του ρομπότ), με το συνδυασμό του με τον global\_planner να ξεπερνά αυτόν με τον navfn, ο οποίος ήταν ο συνολικά καλύτερος στο περιβάλλον CORRIDOR. Ενδιαφέρον αποτελεί ότι ο sbpl\_lattice\_planner βοήθησε την επίδοση του dwa\_local\_planner περισσότερο από τους άλλους global planners, κάτι που πιθανότατα οφείλεται στο γεγονός ότι ο πρώτος λαμβάνει υπόψιν του κατά την σχεδίαση των μονοπατιών τους περιορισμούς του κινηματικού μοντέλου της βάσης του ρομπότ, το οποίο σε αυτήν την περίπτωση είναι διαφορικής κίνησης.

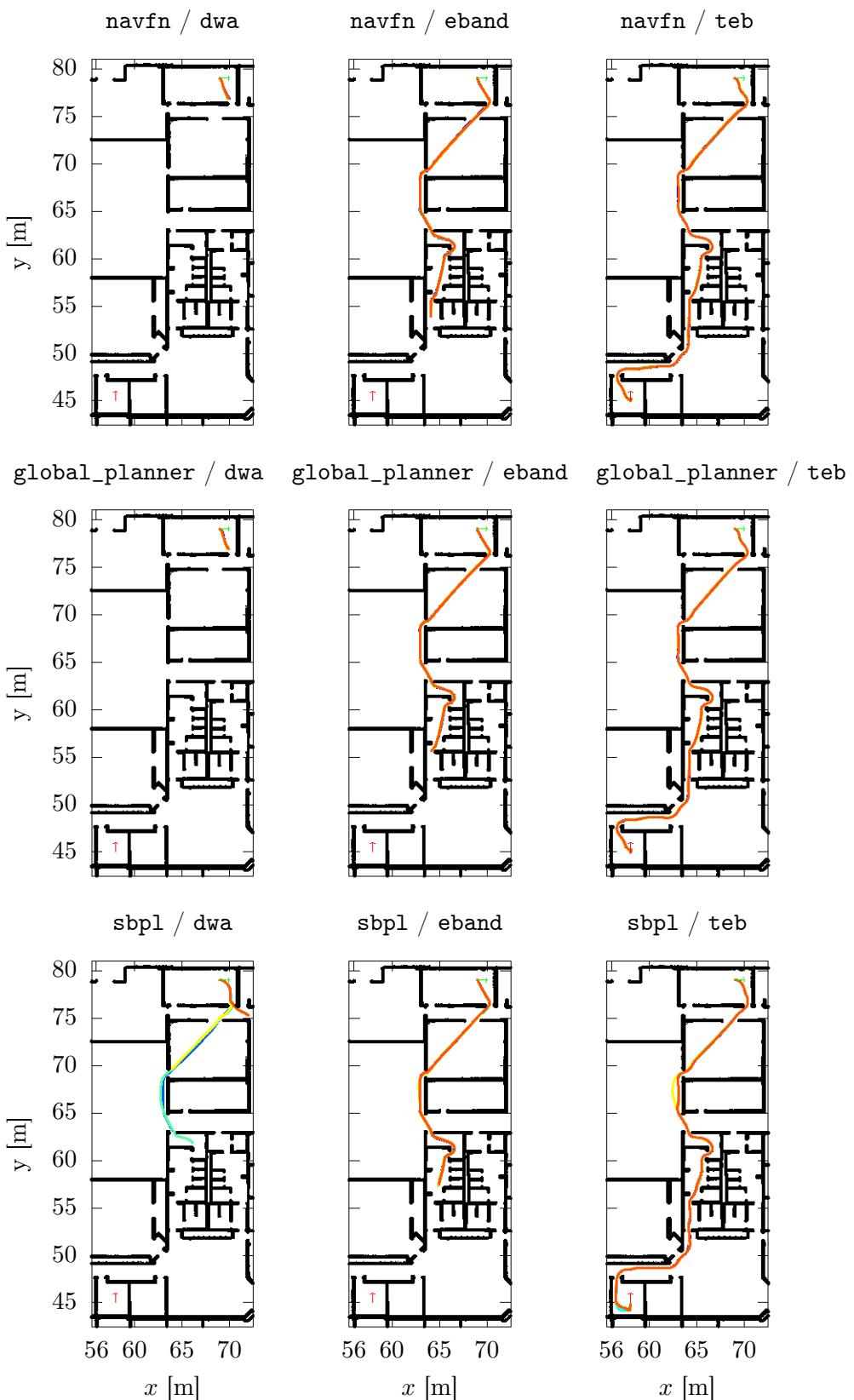
Λεπτομέρειες σχετικά με τις επιδόσεις των αλγορίθμων χάραξης μονοπατιών, των ελεγκτών κίνησης, και των συνδυασμών τους, βρίσκονται στο παράρτημα Δ'.2.2.

#### 4.4.4 Αξιολόγηση στο περιβάλλον CSAL

Συνολικά, όπως και στις προσομοιώσεις, όλοι οι συνδυασμοί αλγορίθμων χάραξης μονοπατιών με τον ελεγκτή κίνησης dwa\_local\_planner απέτυχαν να πλοηγήσουν το ρομπότ από την αρχική του στάση στην τελική. Οι υπόλοιποι συνδυασμοί ήταν αξιόπιστοι σε κάθε εκτέλεση.



Σχήμα 4.7: Τα σχεδιασθέντα μονοπάτια προς ακολούθηση  $\mathcal{G}$  που παρήχθησαν από τους τρεις αλγορίθμους χάραξης μονοπατιών για κάθε συνδυασμό τους με ελεγκτή κίνησης του πίνακα ??, σε σχέση με τις ορισμένες αρχικές και τελικές στάσεις του περιβάλλοντος WILLOWGARAGE



Σχήμα 4.8: Τα διανυθέντα μονοπάτια  $\mathcal{P}$  του ρομπότ, όπως ορίστηκαν από τους τρεις ελεγχτές κίνησης για κάθε συνδυασμό τους με αλγόριθμο παραγωγής μονοπατιών του πίνακα ??, σε σχέση με τις ορισμένες αρχικές και τελικές στάσεις του περιβάλλοντος WILLOWGARAGE

Το σχήμα 4.9 απεικονίζει τα μονοπάτια προς ακολούθηση που παρήχθησαν από όλους τους global planners που εμφανίζονται στην πρώτη στήλη του πίνακα ??, για όλους τους συνδυασμούς global και local planner του ίδιου πίνακα, για  $N = 10$  προσομοιώσεις κάθε συνδυασμού.

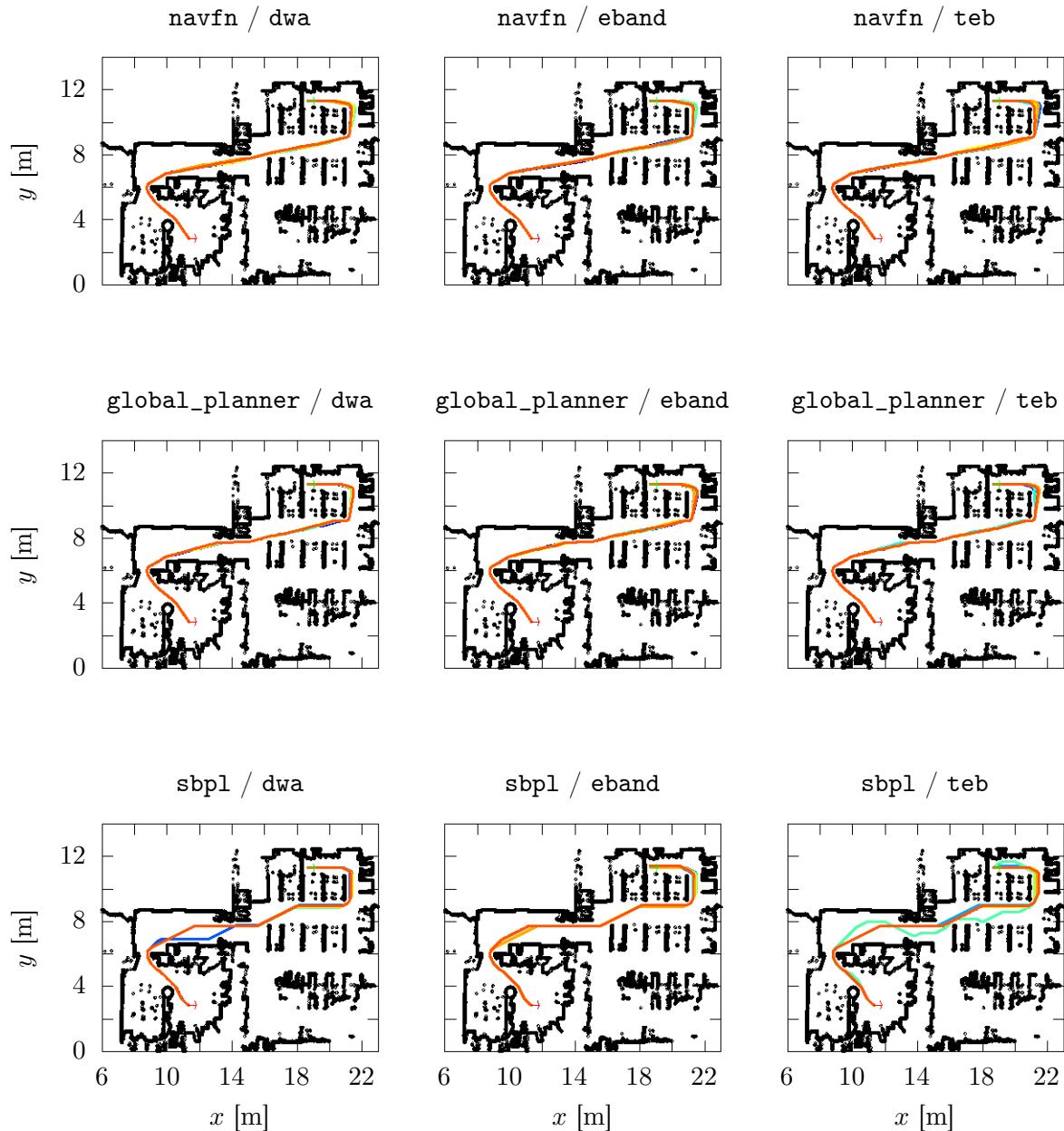
Το σχήμα 4.10 απεικονίζει τις εκτιμώμενες<sup>24</sup> διαδρομές που διένυσε το ρομπότ για όλους τους συνδυασμούς αλγορίθμων σχεδίασης μονοπατιών και ελεγκτών κίνησης του ίδιου πίνακα, για  $N = 10$  προσομοιώσεις για κάθε συνδυασμό.

Ο πίνακας 4.9 καταγράφει την τιμή-αξία  $V_{M_L}$  και την κατάταξη όλων των συνδυασμών αλγορίθμων χάραξης μονοπατιών και ελεγκτών κίνησης που αξιολογήθηκαν με βάση τις τιμές όλων των μετρικών που παρουσιάζονται στους πίνακες Δ'.15-Δ'.21 όσον αφορά στις επιδόσεις τους στην πλοήγηση στο περιβάλλον CSAL. Για τον υπολογισμό της τιμής όλων των συνδυασμών, όλα τα βάρη  $w_m = 1.0$  εκτός από αυτό που αφορά στη μετρική  $\mu_{PF}/\mu_{LPC}$ , λόγω του γεγονότος ότι ο eband\_local\_planner δεν παρέχει πρόσβαση στον αριθμό των κλήσεων του ελεγκτή. Λεπτομέρειες σχετικά με τις επιδόσεις των αλγορίθμων κατασκευής μονοπατιών, των ελεγκτών κίνησης, και των συνδυασμών τους, βρίσκονται στο παράρτημα Δ'.2.3.

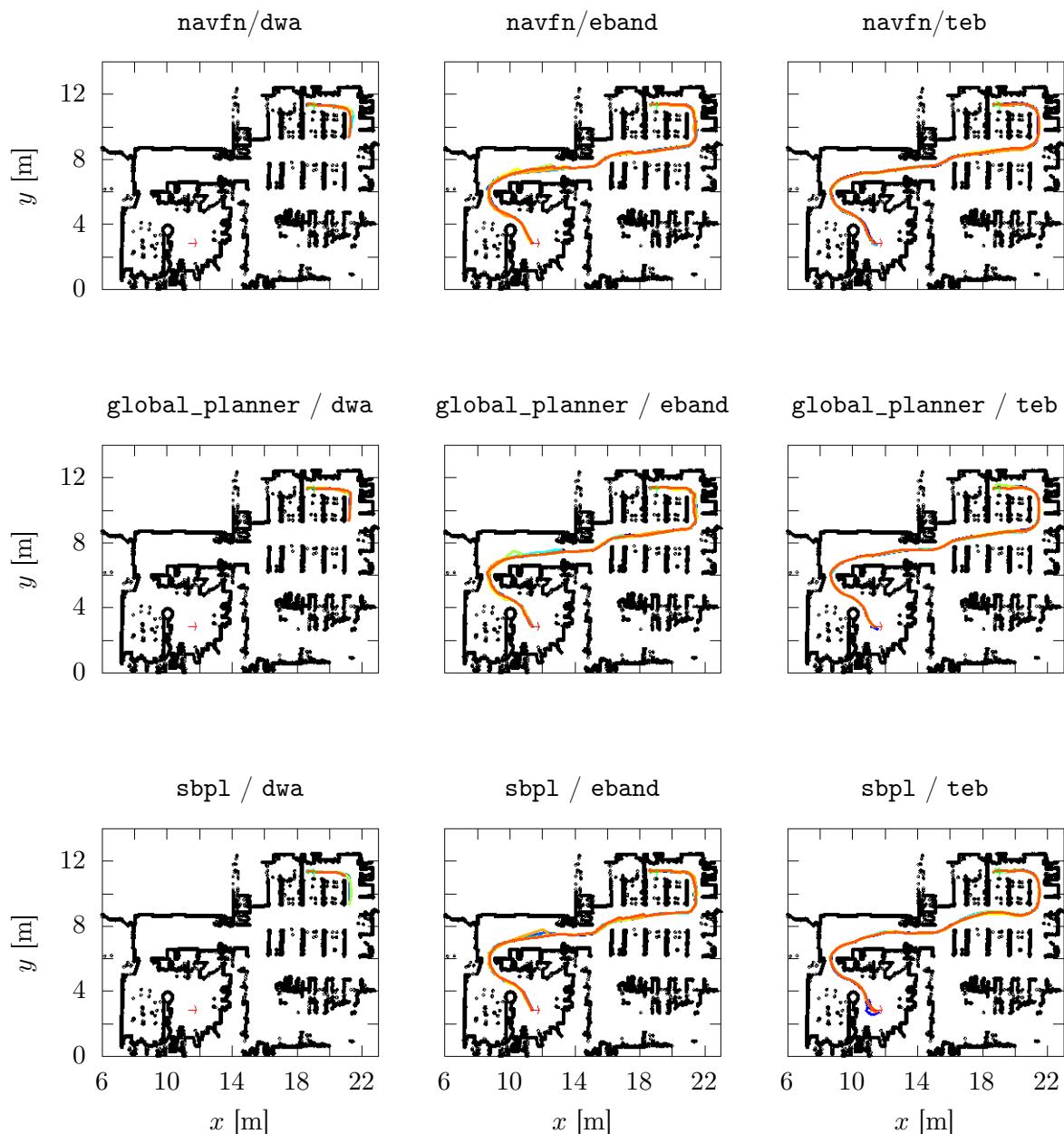
Αυτό που ξεχωρίζει στα πειράματα στο πραγματικό περιβάλλον CSAL είναι ότι η επίδοση των συνδυασμών του sbpl\_lattice\_planner με ελεγκτές κίνησης μειώθηκε, επιτρέποντας στον eband\_local\_planner και τους συνδυασμούς του να εκτοπίσουν τον συνδυασμό του teb\_local\_planner με τον sbpl\_lattice\_planner από τις πρώτες θέσεις. Εκτός από αυτήν την αλλαγή, οι συνδυασμοί των υπόλοιπων αλγορίθμων παρουσιάζουν το ίδιο μοτίβο που παρατηρήθηκε στις προσομοιώσεις: (α) δεδομένου ενός αλγορίθμου κατασκευής μονοπατιών, ο teb\_local\_planner υπερτερεί του eband\_local\_planner, ο οποίος με τη σειρά του υπερτερεί του dwa\_local\_planner, και (β) δεδομένου ενός ελεγκτή κίνησης, ο navfn υπερτερεί του global\_planner.

---

<sup>24</sup>Το εργαστήριο CSAL, σε αντίθεση με το περιβάλλον προσομοίωσης Gazebo, δεν διαθέτει υποδομή μέτρησης της πραγματικής στάσης ενός οχήματος. Οι εκτιμώμενες διαδρομές βασίζονται στην εκτίμηση της στάσης του ρομπότ, η οποία εξάγεται μέσω της χρήσης φλατρου σωματιδίου. Η λειτουργία του φλατρου βασίζεται στο χινηματικό μοντέλο της βάσης του Turtlebot, η οποία είναι διαφορικής φύσης, και σε έναν αισθητήρα αποστάσεων 2D lidar.



Σχήμα 4.9: Τα σχεδιασθέντα μονοπάτια προς ακολούθηση  $\mathcal{G}$  που παρήχθησαν από τους τρεις αλγορίθμους χάραξης μονοπατιών για κάθε συνδυασμό τους με ελεγκτή κίνησης του πίνακα ??, σε σχέση με τις ορισμένες αρχικές και τελικές στάσεις του περιβάλλοντος CSAL.



Σχήμα 4.10: Τα διανυθέντα μονοπάτια  $\mathcal{P}$  του ρομπότ, όπως ορίστηκαν από τους τρεις ελεγκτές κίνησης για κάθε συνδυασμό τους με αλγόριθμο παραγωγής μονοπατιών του πίνακα ??, σε σχέση με τις ορισμένες αρχικές και τελικές στάσεις του περιβάλλοντος CSAL

#### 4.4.5 Συνολική αξιολόγηση

Ο πίνακας ?? καταγράφει τις τελικές συνδυαστικές τιμές-αξίες όλων των συνδυασμών των αλγορίθμων χάραξης μονοπατιών της αριστερής στήλης του πίνακα ?? με όλους τους ελεγκτές κίνησης της δεξιάς στήλης του ίδιου πίνακα, για όλα τα πειράματα και προσομοιώσεις που διεξήχθησαν.

Με βάση τα παραπάνω στοιχεία δύο καθοριστικά πρότυπα αναδύονται με σαφήνεια: Όσον αφορά στους ελεγκτές κίνησης: ο teb\_local\_planner υπερτερεί του eband\_local\_planner, ο οποίος υπερτερεί με τη σειρά του του dwa\_local\_planner. Όσον αφορά στους αλγορίθμους σχεδιασμού μονοπατιών: δεδομένου ενός ελεγκτή κίνησης, ο navfn υπερτερεί του global\_planner με μικρή διαφορά, μικρότερη από εκείνη μεταξύ του τελευταίου και του sbpl\_lattice\_planner.

Με βάση τα πειραματικά δεδομένα (ενότητα 4.3.1 και παράρτημα Δ'), τις μετρικές αξιολόγησης τους (ενότητα 4.3.2), τη μεθοδολογία αξιολόγησης (ενότητα 4.3.3) και τις ποιοτικές μετρικές αξιολόγησης πακέτων λογισμικού ROS (ενότητα 4.3.4), συμπεραίνουμε ότι ο πιο αποτελεσματικός συνδυασμός πακέτων για χρήση στην αυτόνομη πλοήγηση στο πεδίο εφαρμογής ΠΕ χρησιμοποιεί τον navfn ως αλγόριθμο χάραξης μονοπατιών (ενότητα 4.2.3.1), και τον teb\_local\_planner ως ελεγκτή κίνησης (ενό-

τητα 4.2.3.2).

Επιπλέον, οι καλύτεροι υποψήφιοι για την αντικατάσταση των παραπάνω αλγορίθμων, ανάλογα με τις συνθήκες του περιβάλλοντος και τις απαιτήσεις/στόχους πλοηγήσεις, είναι ο global\_planner και ο eband\_local\_planner αντίστοιχα.

## 4.5 Συμπεράσματα και περαιτέρω έρευνα

### 4.5.1 Συμπεράσματα κεφαλαίου

Σε αυτό το κεφάλαιο αξιολογήσαμε την επίδοση των τελευταίας τεχνολογίας πακέτων λογισμικού ROS που είναι ικανά να φέρουν εις πέρας το έργο της αυτόνομους πλοήγησης στο πεδίο εφαρμογής ΙΙΕ. Οι αλγόριθμοι αυτοί είναι δύο ειδών: αλγόριθμοι χάραξης μονοπατιών ανάμεσα σε δύο στάσεις του χάρτη του περιβάλλοντος στο οποίο κινείται μία κινητή βάση ρομπότ, και αλγόριθμοι ελέγχου της κίνησης του ρομπότ στο περιβάλλον του. Ο συνδυασμός τους αποτελεί τον πυρήνα της πλοήγησης μίας κινητής βάσης ρομπότ άνευ εξωτερικών χειροκίνητων χειρισμών της.

Η αξιολόγηση είχε ως στόχους

- το σχεδιασμό μίας ολοκληρωμένης, περιεκτικής, και επεκτάσιμης μεθοδολογίας αξιολόγησης μεθόδων αυτόνομους πλοήγησης κινητών βάσεων ρομπότ, και
- την εφαρμογή της για την αξιολόγηση της επίδοσης τρεχόντων υλοποιήσεών τους μέσω του μεσολογισμικού ROS

Προκειμένου να διαχρίνουμε τα εύρωστα και εύχρηστα πακέτα λογισμικού από τα μη, συστήσαμε μία μεθοδολογία προκαταρκτικής αξιολόγησής τους με βάσει ποιοτικά κριτήρια που τίθενται από την εμπειρία ανάπτυξης και συντήρησης λογισμικού. Στη συνέχεια σχεδιάσαμε μία μεθοδολογία αξιολόγησης με βάση ποσοτικές μετρικές, οι οποίες αποτελούν αντικείμενικά κριτήρια της επίδοσης ενός ρομπότ στο έργο της αυτόνομους πλοήγησης, και στις οποίες ένας μηχανικός ρομποτικής μπορεί να θέσει επιπλέον ή λιγότερο βάρος αναλόγως των σκοπών της εφαρμογής των εν λόγω πακέτων αυτόνομους πλοήγησης. Έπειτα εφαρμόσαμε τη μεθοδολογία ποσοτικής αξιολόγησης σε εννιά συνδυασμούς πακέτων, πραγματοποιώντας χρήση τους για αυτόνομη πλοήγηση σε δύο ετερογενή προσομοιωμένα περιβάλλοντα και σε

ένα πραγματικό. Τα περιβάλλοντα και οι διαδρομές πλοήγησης επιλέχθηκαν έτσι ώστε να δοκιμάσουν τους υποκείμενους αλγορίθμους με μία σειρά κριτηρίων, και με κλιμακωτή δυσκολία. Το αποτέλεσμα ήταν μία ιεράρχηση των συνδυασμών των πακέτων λογισμικού, στην κορυφή της οποίας βρίσκεται ένας συνδυασμός ο οποίος φέρει εις πέρας το έργο της αυτόνομους πλοήγησης με ελάχιστα σφάλματα πλοήγησης, σε εύλογους χρόνους, και, συνολικά, άριστη επίδοση στο σύνολο των τριών περιβαλλόντων δοκιμής.

#### 4.5.2 Αιτίες περαιτέρω έρευνας

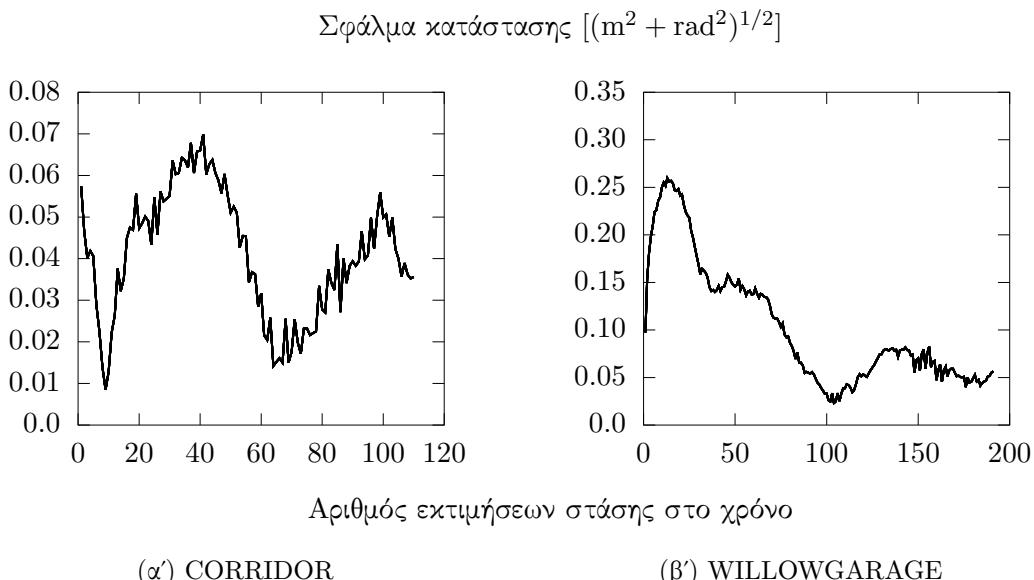
Για το σκοπό της αυτόνομους πλοήγησης είναι απαραίτητη η γνώση ή η εκτίμηση της τρέχουσας στάσης του ρομπότ: μόνο με βάση αυτήν είναι δυνατή η εύρεση ταχυτήων προς είσοδο στους κινητήρες των τροχών της κινητής βάσης έτσι ώστε να ακολουθείται το σχεδιασμένο μονοπάτι. Στο πεδίο εφαρμογής ΠΕ η γνώση της στάσης δεν είναι δυνατή: μόνο η παρατήρησή της είναι δυνατή, μέσω των αισθητήρων που φέρει το ρομπότ (παρατήρηση Ι). Για την παρατήρηση της στάσης του ρομπότ χατά τη διενέργεια της πειραματικής διαδικασίας χρησιμοποιήσαμε το φίλτρο σωματιδίων (ενότητα 1.2.3).

Αυτό που παρατηρήσαμε δια ζώσης και με γυμνό μάτι κατά τη διάρκεια της πειραματικής διαδικασίας ήταν ότι η εκτίμηση της στάσης του ρομπότ δεν σύναδε πάντοτε με την πραγματική του στάση: σε λίγες περιπτώσεις παρατηρήσαμε ότι η εκτίμηση της θέσης ταλαντωνόταν απότομα ανάμεσα σε μερικές υποψήφιες θέσεις—σε άλλες στιγμές παρατηρούσαμε ότι η εκτίμηση της στάσης του ρομπότ είχε ορατό σφάλμα σε σχέση με την πραγματική του στάση. Το σχήμα 4.11 δείχνει την εξέλιξη του μέσου όρου των σφαλμάτων κατάστασης (του διανύσματος της στάσης) κατά τις δέκα διαδρομές του συνδυασμού του ελεγκτή `teb_local_planner` με τον αλγόριθμο χάραξης μονοπατιών `navfn` στο περιβάλλον CORRIDOR (αριστερά) και με τον `global_planner` στο περιβάλλον WILLOWGARAGE (δεξιά). Σε αυτά τα σχήματα παρατηρούμε τέσσερα πράγματα για το σφάλμα κατάστασης: (α) δεν έχει σταθερά μηδενική (ή αμελητέα) τιμή, (β) δεν έχει σταθερή τιμή μέσα στο χώρο και κατά τη διάρκεια του χρόνου, (γ) δεν έχει παρόμοιες καμπύλες εξέλιξης σε διαφορετικά περιβάλλοντα, και (δ) δεν έχει το ίδιο όνω ή κάτω όριο σε διαφορετικά περιβάλλοντα.<sup>25</sup>

<sup>25</sup> Από την ανάλυση των αποτελεσμάτων για όλους τους συνδυασμούς αλγορίθμων χάραξης μονοπατιών με ελεγχτές κίνησης προκύπτει, όπως είναι εύλογο, ότι το σφάλμα κατάστασης είναι ανεξάρτητο από αυτούς.

Ανάλογα με τους σκοπούς ρομποτικών εφαρμογών το σφάλμα κατάστασης μπορεί να έχει μεταβλητές προδιαγραφές. Για παράδειγμα, σε αποθήκες με μεγάλους χώρους και πλατειά περάσματα, όπου ο στόχος είναι η απογραφή της θέσης προϊόντων με αδρή ακρίβεια θέσης (της τάξης των δεκάδων εκατοστών του μέτρου), ούτε η πλοιήγηση δυσχεραίνεται, ούτε και διαταράσσεται η ακρίβεια της απογραφής. Αντιθέτως, σε περιβάλλοντα με στενά περάσματα ή απαιτήσεις ακριβείας στάσης (για παράδειγμα σε αυτόνομα παλετοφόρα οχήματα), η αυτόνομη πλοιήγηση δυσχεραίνεται σε αναλογία με το σφάλμα στάσης και το πόσο στενά είναι τα περάσματα, και το έργο που απαιτεί ακρίβεια στάσης του ρομπότ (η φόρτωση των παλετών από το όχημα) σε αναλογία με το μέγεθος του σφάλματος στάσης. Στο πλαίσιο της βιομηχανίας η ελάττωση του σφάλματος εκτίμησης της στάσης ενός αυτόνομου ρομπότ προς το παρόν επιτυγχάνεται είτε με επιπρόσθετο και κοστοβόρο εξοπλισμό, είτε με την απόρριψη της αυτονομίας λόγω των υψηλών διακυβευμάτων σε κόστος και ασφάλεια.

Η έρευνα επί της ελάττωσης του σφάλματος της εκτίμησης της στάσης ενός ρομπότ στο πεδίο εφαρμογής ΙΙΕ θα είναι επικερδής για τους σκοπούς της διάχυσης της αυτονομίας, και σε υπάρχουσες εφαρμογές που απαιτούν αυξημένη ακρίβεια εκτίμησης σε σχέση με τις συμβατικές προσεγγίσεις εκτίμησης της στάσης ενός αυτόνομου ρομπότ στο χώρο.



Σχήμα 4.11: Μέσος όρος σφαλμάτων εκτίμησης στάσης κατά τη διάρκεια του χρόνου σε δέκα περάσματα αυτόνομους πλοιήγησης με τη χρήση φίλτρου σωματιδίων

Μετρική αξιολόγησης  
global planner

Τύπος

Τύπος  
αναλογικότητας

$\mu_l(\mathcal{G})$	Το μέσο μήκος των συνολικών σχεδιασθέντων μονοπατιών $\mu_l(\mathcal{G}) = \mu(l(\mathcal{G}_j)) [m], j = 1, 2, \dots, N$	↗
$\sigma_l(\mathcal{G})$	Η τυπική απόκλιση γύρω από το μέσο μήκος μονοπατιών $\sigma_l(\mathcal{G}) = \sigma(l(\mathcal{G}_j)) [m], j = 1, 2, \dots, N$ —ένα μέτρο της συνέπειας σχεδιασμού μονοπατιών	↘
$\mu_r(\mathcal{G})$	Ο μέσος αριθμός των στάσεων του συνολικού μονοπατιού επί του μέσου μήκους του συνολικού μονοπατιού $\mu_r(\mathcal{G}) = \mu( \mathcal{G}_j /l(\mathcal{G}_j)) [\thetaέσεις / m], j = 1, 2, \dots, N$ —ένα μέτρο της αναλυτικότητας μονοπατιών: όσο υψηλότερη η ανάλυση, τόσο λεπτομερέστερα τα μονοπάτια και τόσο λεπτότεροι οι ελιγμοί του ρουμπότ (εάν, για παράδειγμα, το απαιτούν οι προδιαγραφές)	↗
$\mu_s(\mathcal{G})$	Η μέση ομαλότητα των παραγόμενων μονοπατιών $\mu_s(\mathcal{G}) = \mu(s(\mathcal{G}_j)) [\text{rad}], j = 1, 2, \dots, N$	↘
$\sigma_s(\mathcal{G})$	Η τυπική απόκλιση γύρω από τη μέση ομαλότητα σχεδιασθέντων μονοπατιών $\sigma_s(\mathcal{G}) = \sigma(s(\mathcal{G}_j)) [\text{rad}], j = 1, 2, \dots, N$	↘
$\inf(d(\mathcal{G}, M))$	Η συνολική ελάχιστη απόσταση σχεδιασθέντων μονοπατιών από τα εμπόδια του χάρτη $M$ $\inf(d(\mathcal{G}, M)) [m]$ —ένα μέτρο του πόσο καλή είναι η σχεδίαση ενός μονοπατιού με βάση την απόσταση από εμπόδια του χάρτη	↗
$\mu(d(\mathcal{G}, M))$	Η μέση ελάχιστη απόσταση των σχεδιασθέντων μονοπατιών από τα εμπόδια του χάρτη $M$ , $\mu(d(\mathcal{G}_j, M)) [m], j = 1, 2, \dots, N$	↗
$\sigma(d(\mathcal{G}, M))$	Η τυπική απόκλιση γύρω από τη μέση ελάχιστη απόσταση των μονοπατιών από τα εμπόδια του χάρτη $M$ , $\sigma(d(\mathcal{G}_j, M)) [m], j = 1, 2, \dots, N$	↘

Πίνακας 4.2: Μετρικές αξιολόγησης για τους αλγορίθμους κατασκευής μονοπατιών (global planners) (αριστερά), η περιγραφή τους (μέση) και η φύση της συμβολής τους στην τιμή αξία ενός συνδυασμού αλγορίθμων για αυτόνομη πλοιόγηση (δεξιά): τα βέλη που δείχνουν προς τα πάνω υποδηλώνουν ότι όσο υψηλότερη είναι η τιμή μιας μετρικής τόσο υψηλότερη είναι η αξία του συνδυασμού. Τα βέλη που δείχνουν προς τα κάτω υποδεικνύουν ότι η αξία ενός συνδυασμού είναι τόσο υψηλότερη όσο χαμηλότερη είναι η τιμή της εν λόγω μετρικής

Μετρική αξιολόγησης  
local planner

Τύπος

Τύπος  
αναλογικότητας

$\mu_A/N$	Ο μέσος αριθμός των ματαιωμένων αποστολών επί του συνολικού αριθμού των προσομοιώσεων ή πειραμάτων που πραγματοποιήθηκαν	↙
$\mu_{RR}$	Ο μέσος αριθμός των ανακτήσεων με περιστροφή	↙
$\sigma_{RR}$	Η τυπική απόκλιση γύρω από τον μέσο αριθμό των ανακτήσεων με περιστροφή	↙
$\mu_{CC}$	Ο μέσος αριθμός των εκκαθαρίσεων του χάρτη κόστους	↙
$\sigma_{CC}$	Η τυπική απόκλιση γύρω από τον μέσο αριθμό των εκκαθαρίσεων του χάρτη κόστους	↙
$\mu_{PF}$	Ο μέσος αριθμός αποτυχιών διαδρομής—ένα μέτρο του πόσες φορές ο ελεγκτής κίνησης απέτυχε να υπολογίσει έγκυρες ταχύτητες κίνησης	↙
$\sigma_{PF}$	Η τυπική απόκλιση γύρω από το μέσο αριθμό αποτυχιών διαδρομής	↙
$\mu_{PF}/\mu_{LPC}$	Ο μέσος αριθμός αποτυχιών διαδρομής επί του μέσου αριθμού κλήσεων του ελεγκτή κίνησης—ένα μέτρο του πόσο συχνά ο τοπικός σχεδιαστής απέτυχε να ελέγξει την τροχιά του ρομπότ	↙

Πίνακας 4.3: Μετρικές αξιολόγησης για τους ελεγκτές κίνησης (local planners) (αριστερά), η περιγραφή τους (μέση) και η φύση της συμβολής τους στην τιμή-αξία ενός συνδυασμού αλγορίθμων για αυτόνομη πλοϊγήση (δεξιά): τα βέλη που δείχνουν προς τα πάνω υποδηλώνουν ότι όσο υψηλότερη είναι η τιμή μιας μετρικής τόσο υψηλότερη είναι η αξία του συνδυασμού. Τα βέλη που δείχνουν προς τα κάτω υποδεικνύουν ότι η αξία ενός συνδυασμού είναι τόσο υψηλότερη όσο χαμηλότερη είναι η τιμή της εν λόγω μετρικής

Μετρική αξιολόγησης συνδυασμών global και local planner	Τύπος	Τύπος αναλογικότητας
$\mu_\delta(\mathcal{P}, \mathcal{G})$	Η μέση απόκλιση μεταξύ των πραγματικών διαδρομών $\mathcal{P}$ που ακολούθησε το ρομπότ σε σύγκριση με τα σχεδιασθέντα μονοπάτια $\mathcal{G}$ που επρόκειτο να ακολουθήσει $\mu_\delta(\mathcal{P}, \mathcal{G}) = \mu(d_\delta(\mathbf{P}_j, \mathbf{G}_j))$ [m], $j = 1, 2, \dots, N$	↙
$\mu_\Delta(\mathcal{P}, \mathcal{G})$	Η μέση συνολική απόκλιση μεταξύ των πραγματικών διαδρομών $\mathcal{P}$ που ακολούθησε το ρομπότ σε σύγκριση με τα σχεδιασθέντα μονοπάτια $\mathcal{G}$ που επρόκειτο να ακολουθήσει $\mu_\Delta(\mathcal{P}, \mathcal{G}) = \mu(d_\Delta(\mathbf{P}_j, \mathbf{G}_j))$ [m], $j = 1, 2, \dots, N$	↙
$\mu_\delta^F(\mathcal{P}, \mathcal{G})$	Η μέση απόσταση Frechet μεταξύ των πραγματικών διαδρομών $\mathcal{P}$ που ακολούθησε το ρομπότ και των αντίστοιχων σχεδιασθέντων μονοπατιών $\mathcal{G}$ , $\mu_\delta^F(\mathcal{P}, \mathcal{G}) = \mu(d_{dF}(\mathbf{P}_j, \mathbf{G}_j))$ [m], $j = 1, 2, \dots, N$	↙
$\mu_t$	Ο μέσος χρόνος διαδρομής από την αρχική στάση $\mathbf{p}_0$ στη στάση-στόχο $\mathbf{p}_G$ [sec]	↙
$\sigma_t$	Η τυπική απόκλιση γύρω από το μέσο χρόνο διαδρομής [sec]	↙
$\mu_l(\mathcal{P})$	Το μέσο μήκος των πραγματικών διαδρομών $\mathcal{P}$ που ακολούθησε το ρομπότ ως αποτέλεσμα του ελεγκτή κίνησης $\mu_l(\mathcal{P}) = \mu(l(\mathbf{P}_j))$ [m], $j = 1, 2, \dots, N$	↙
$\sigma_l(\mathcal{P})$	Η τυπική απόκλιση γύρω από το μέσο πραγματικό μήκος διαδρομής $\sigma_l(\mathcal{P}) = \sigma(l(\mathbf{P}_j))$ [m], $j = 1, 2, \dots, N$ —ένα μέτρο της συνέπειας των διαδρομών που υπαγόρευσε ο ελεγκτής κίνησης στο ρομπότ	↙
$\mu_s(\mathcal{P})$	Η μέση ομαλότητα των διανυόμενων διαδρομών $\mu_s(\mathcal{P}) = \mu(s(\mathbf{P}_j))$ [rad], $j = 1, 2, \dots, N$	↙
$\sigma_s(\mathcal{P})$	Η τυπική απόκλιση γύρω από τη μέση ομαλότητα των διανυόμενων διαδρομών $\sigma_s(\mathcal{P}) = \sigma(s(\mathbf{P}_j))$ [rad], $j = 1, 2, \dots, N$	↙
$\inf(d(\mathcal{P}, M_C))$	Η συνολική ελάχιστη απόσταση των πραγματικών διαδρομών που ακολούθησε το ρομπότ από τα εμπόδια του χάρτη $M$ σε όλα τα πειράματα ή τις προσομοιώσεις $\inf(d(\mathcal{P}, M))$ [m]—ένα μέτρο του πόσο καλά ο ελεγκτής κίνησης σχεδιάζει και εκτελεί τη διαδρομή του ρομπότ γύρω από τα εμπόδια ώστε να μην παραβιάζει περιορισμούς αποφυγής σύγκρουσης	↗
$\mu(d(\mathcal{P}, M_C))$	Η μέση ελάχιστη απόσταση των πραγματικών διαδρομών που διέσχισε το ρομπότ από τα εμπόδια του χάρτη $M$ , $\mu(d(\mathbf{P}_j, M))$ [m], $j = 1, 2, \dots, N$	↗
$\sigma(d(\mathcal{P}, M_C))$	Η τυπική απόκλιση γύρω από τη μέση ελάχιστη απόσταση των πραγματικών διαδρομών του ρομπότ από τα εμπόδια του χάρτη $M$ , $\sigma(d(\mathbf{P}_j, M))$ [m], $j = 1, 2, \dots, N$	↘

Πίνακας 4.4: Μετρικές αξιολόγησης για τον συνδυασμό ενός αλγορίθμου χάραξης μονοπατιών (global planner) με έναν ελεγκτή κίνησης (local planner), η περιγραφή τους (μέση) και η φύση της συμβολής τους στην τιμή-αξία του συνδυασμού τους (δεξιά): τα βέλη που δείχνουν προς τα πάνω υποδηλώνουν ότι όσο υψηλότερη είναι η τιμή μιας μετρικής τόσο υψηλότερη είναι η αξία του συνδυασμού. Τα βέλη που δείχνουν προς τα κάτω υποδεικνύουν ότι η αξία ενός συνδυασμού τόσο υψηλότερη όσο χαμηλότερη είναι η τιμή της εν λόγω μετρικής

Ποιοτικές Μετρικές

Planner	DOC	UTD	INST	SC/C	PARAM	CON	COMP	Αποδοχή
navfn	•	•	••	•	•	•	•	•
global_planner	•	•	••	•	•	•	•	•
asr_navfn	•	○	•	•	•	•	•	○
MoveIt!	•••	•	••	•	•••	?	•••	○
sbpl_lattice_planner	••	•	••	•	•	○	•	•
sbpl_dynamic_[...]	•	○	•	○	•	?	•	○
lattice_planner	•	○	•	•	•	•	•	○
waypoint_global_planner	•	○	•	○	○	•	•	○
voronoi_planner	•	○	•	•	•	•	•	○
dwa_local_planner	•	•	••	•	•	•	•	•
eband_local_planner	•	○	••	•	••	•	••	•
teb_local_planner	•••	•	••	•	•••	••	••	•

Πίνακας 4.5: Αξιολόγηση των πακέτων ROS που αποτελούν συνιστώσες αυτόνομους πλοιόγησης με βάση τις μετρικές που ορίζονται στην ενότητα 4.3.4, και απόφαση αποδοχής για συμπερίληψη στην πειραματική αξιολόγηση. Οι συντομογραφίες εισάγονται για λόγους εξοικονόμησης χώρου. DOC: συντομογραφία ποιότητας τεκμηρίωσης, UTD περί του αν είναι ενημερωμένο, INST της ευκολίας εγκατάστασης του, SC/C για την αυτοτέλεια/πληρότητα του, PARAM για την παραμετροποιησιμότητα του, CON της συνέπειας στην εκτέλεσή του, και COMP για τις ανάγκες του σε υπολογιστικούς πόρους. Οι κενές κουκκίδες υποδηλώνουν ανεπάρκεια σε σχέση με κάθε μετρική. Τα ερωτηματικά υποδηλώνουν άγνωστη κατάσταση.

GP	LP	επιτυχημένες αποστολές / $N$	$V_{M_C}$	Κατάταξη
navfn	teb	10/10	21.41	1
sbpl	teb	10/10	20.35	2
global_planner	teb	10/10	19.29	3
navfn	eband	10/10	15.96	4
global_planner	eband	10/10	14.70	5
sbpl	eband	0/10	10.99	6
sbpl	dwa	0/10	6.56	7
navfn	dwa	0/10	6.46	8
global_planner	dwa	0/10	5.50	9

Πίνακας 4.7: Οι αριθμοί επιτυχίας αποστολών, η τιμή-αξία  $V_{M_C}$ , και η κατάταξη όλων των συνδυασμών των αλγορίθμων χάραξης μονοπατιών και ελεγκτών κίνησης που αξιολογούνται για την επίδοσή τους στο περιβάλλον CORRIDOR σε  $N = 10$  προσομοιώσεις

GP	LP	επιτυχημένες αποστολές / $N$	$V_{M_W}$	Κατάταξη
globalplanner	teb	10/10	21.90	1
navfn	teb	10/10	20.00	2
sbpl	teb	10/10	12.27	3
globalplanner	eband	0/10	11.95	4
navfn	eband	0/10	11.76	5
sbpl	eband	0/10	9.85	6
navfn	dwa	0/10	9.31	7
globalplanner	dwa	0/10	8.86	8
sbpl	dwa	0/10	4.85	9

Πίνακας 4.8: Οι αριθμοί επιτυχίας αποστολών, η τιμή-αξία  $V_{M_W}$ , και η κατάταξη όλων των συνδυασμών των αλγορίθμων χάραξης μονοπατιών και ελεγκτών κίνησης που αξιολογούνται για την επίδοσή τους στο περιβάλλον WILLOWGARAGE σε  $N = 10$  προσομοιώσεις

GP	LP	επιτυχημένες αποστολές / $N$	$V_{M_C}$	Κατάταξη
navfn	teb	10/10	18.74	1
globalplanner	teb	10/10	16.84	2
navfn	eband	10/10	14.77	3
globalplanner	eband	10/10	14.26	4
sbpl	teb	10/10	13.57	5
navfn	dwa	0/10	8.10	6
sbpl	eband	10/10	7.80	7
sbpl	dwa	0/10	6.47	8
globalplanner	dwa	0/10	6.13	9

Πίνακας 4.9: Οι αριθμοί επιτυχίας αποστολών, η τιμή-αξία  $V_{M_L}$ , και η κατάταξη όλων των συνδυασμών των αλγορίθμων χάραξης μονοπατιών και ελεγκτών κίνησης που αξιολογούνται για την επίδοσή τους στο περιβάλλον CSAL σε  $N = 10$  πειράματα

## Κεφάλαιο 5

# Μέθοδοι ελάττωσης σφάλματος εκτίμησης στάσης φίλτρου σωματιδίων

Η έρευνα που παρουσιάζεται στο παρόν κεφάλαιο αντλεί τις πηγές της από τις αιτίες περαιτέρω έρευνας του προηγούμενου κεφαλαίου, όπως αυτές διατυπώθηκαν στην τελευταία του ενότητα. Στο παρόν κεφάλαιο επιζητούμε την αύξηση της ακρίβειας εκτίμησης της στάσης ενός ρομπότ μέσω της ελάττωσης του σφάλματος εκτίμησης στάσης που προέρχεται από φίλτρο σωματιδίων, το οποίο αντιλαμβάνεται το περιβάλλον του μέσω ενός δισδιάστατου αισθητήρα αποστάσεων lidar.

Παράλληλα, στον παρόν κεφάλαιο αρχίζει δειλά να προβάλει ο θεματικός άξονας που θα μας απασχολήσει στο επόμενο και χυρίως στο μεθεπόμενο κεφάλαιο, και το όφελος του σε ό,τι αφορά την εύρεση της στάσης ενός ρομπότ και τη βελτίωση της εκτίμησής της, ήτοι η ευθυγράμμιση μετρήσεων δισδιάστατου αισθητήρα αποστάσεων lidar με σαρώσεις χάρτη.

### 5.1 Στόχοι του κεφαλαίου και δομή

Ο στόχος του κεφαλαίου είναι η εφεύρεση μεθόδων μείωσης του σφάλματος εκτίμησης της στάσης ενός ρομπότ κινητής βάσης του πεδίου εφαρμογής ΙΙΕ, η οποία εκτίμηση είναι αποτέλεσμα της διεργασίας του φίλτρου σωματιδίων βάσει των μετρήσεων ενός αισθητήρα δισδιάστατων μετρήσεων απόστασης τύπου lidar. Πιο συγκεκριμένα επιζητούμε τη λύση του

προβλήματος Π1 με βάση την παραδοχή II και τα επακόλουθα I και II. Οι παραδοχές του εν λόγω σύνθετου προβλήματος είναι οι συνθήκες αυτόνομους πλοιήγησης του κεφαλαίου 4, και οι αιτίες έρευνας επί αυτού είναι αυτές της ενότητας 4.5.2.

**Πρόβλημα Π1.** Έστω ένα ρομπότ κινητής βάσης του πεδίου εφαρμογής ΠΕ, ικανό να κινείται στο επίπεδο  $x - y$ , εξοπλισμένο με έναν οριζόντια τοποθετημένο αισθητήρα lidar μετρήσεων δύο διαστάσεων που εκπέμπει  $N_s$  ακτίνες. Έστω επίσης ότι τα ακόλουθα είναι διαθέσιμα ή ευσταθούν:

- Ο χάρτης  $M$  του περιβάλλοντος στο οποίο κινείται το ρομπότ
- Μια δισδιάστατη μέτρηση  $S_R$ , που λαμβάνεται από την—άγνωστη και αναζητούμενη—στάση  $\mathbf{p}(l, \theta)$ ,  $l = (x, y)$
- Μια εκτίμηση της θέσης του αισθητήρα  $\hat{\mathbf{p}}(\hat{l}, \hat{\theta})$  στο σύστημα αναφοράς του χάρτη, όπου  $\hat{l} = (\hat{x}, \hat{y})$  είναι σε μία γειτονιά του  $l$

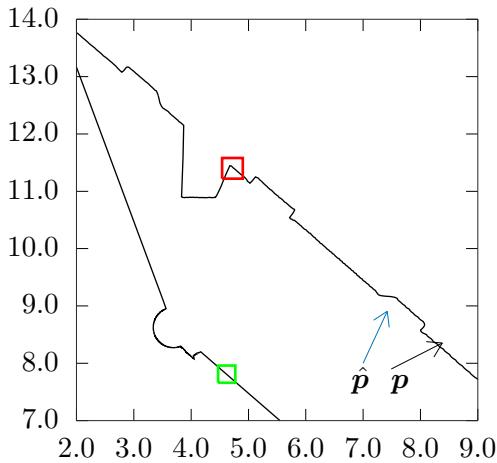
Τότε ο στόχος είναι να μειωθεί το μέτρο του σφάλματος στάσης του αισθητήρα  $e(\mathbf{p}, \hat{\mathbf{p}}) \triangleq \mathbf{p} - \hat{\mathbf{p}}$  από την αρχική του τιμή

$$\|e(\mathbf{p}, \hat{\mathbf{p}})\|_2 = ((x - \hat{x})^2 + (y - \hat{y})^2 + (\theta - \hat{\theta})^2)^{1/2} \quad (5.1)$$

βελτιώνοντας την εκτίμηση της στάσης του αισθητήρα σε  $\hat{\mathbf{p}}'(\hat{x}', \hat{y}', \hat{\theta}')$  έτσι ώστε

$$\|e(\mathbf{p}, \hat{\mathbf{p}}')\|_2 < \|e(\mathbf{p}, \hat{\mathbf{p}})\|_2 \quad (*)$$

Την πομπή της στάσης του αισθητήρα σε σχέση με το σύστημα αναφοράς του ρομπότ είναι γνωστή, η διόρθωση της εκτίμησης της στάσης του αισθητήρα στο σύστημα αναφοράς του χάρτη είναι ίση με το διόρθωση της εκτίμησης της στάσης του ρομπότ σε σχέση με το ίδιο σύστημα αναφοράς. Ένα παράδειγμα μιας συνήθους συνθήκης του προβλήματος Π1 απεικονίζεται στο σχήμα 5.1. Η εκτίμηση της στάσης  $\hat{\mathbf{p}}$  παρέχεται εξωτερικά από ένα σύστημα εντοπισμού στην περίπτωση της παρακολούθησης της στάσης (εδώ το φίλτρο σωματιδίων), ή ως υπόψη στάσης στην περίπτωση του προβλήματος εύρεσης της στάσης του ρομπότ βάσει καθολικής αβεβαιότητος.



**Σχήμα 5.1:** Μια επί της αρχής τυπική συνθήκη εντοπισμού: Η πραγματική στάση του ρομπότ είναι  $p$  αλλά η εκτίμησή της  $\hat{p}$  είναι μετατοπισμένη ως προς τη θέση και τον προσανατολισμό. Ο ρυθμός των μεταβολών του τμήματος του περιβάλλοντος που περιβάλλεται με χόκκινο χρώμα είναι μεγαλύτερος από εκείνον του τμήματος που περιβάλλεται με πράσινο

**Παραδοχή II.** Για τη λύση του προβλήματος Π1 θεωρούμε ότι το σύστημα εκτίμησης και παροχής της στάσης του αισθητήρα αποστάσεων είναι το φίλτρο σωματιδίων.

**Επακόλουθο I.** Συνέπεια της παραδοχής II είναι ότι τα συμφραζόμενα της επίλυσης του προβλήματος Π1 είναι εκείνα της εύρεσης της στάσης του ρομπότ βάσει περιορισμένης αβεβαιότητος (pose tracking).

**Επακόλουθο II.** Συνέπεια του επακόλουθου I είναι ότι η επίλυση του προβλήματος πρέπει να αναζητηθεί χατά τη διάρκεια πλοήγησης, και με χρόνο εκτέλεσης που να συμβαδίζει με το ρυθμό ανανέωσης εκτιμήσεων στάσης που παρέχει η βασική μέθοδος εκτίμησης στάσης.

Για την επίλυση του εν λόγω προβλήματος εμβαθύνουμε στη βιβλιογραφία του φίλτρου σωματιδίων (1.2.3), και τη βιβλιογραφία της ελάττωσης του σφάλματος του. Αρχικά αναζητούμε μία λύση του προβλήματος εντός του μηχανισμού του φίλτρου: δεδομένου ότι σε κάθε υπόθεσή (ένα διαχριτό “σωματίδιο”) του κωδικοποιείται ένα βαθμωτό μέγεθος της ακρίβειας εκτίμησής της, σκεφτόμαστε ορθολογικά και συμπεραίνουμε ότι, ψευδητικά, η επιλογή υπο-

θέσεων μεγαλύτερου δείκτη ακριβείας για την εξαγωγή της εκτίμησης του φίλτρου οφείλει να εμφανίζει χαμηλότερα σφάλματα εκτίμησης στάσης. Το περιεχόμενο αυτής της συλλογιστικής βρίσκεται στην ενότητα 5.3.1.

Στη συνέχεια, δεδομένου ότι οι πιθανοτικές προσεγγίσεις εκτίμησης της στάσης ενός ρομπότ φέρουν εγγενώς ένα σφάλμα εκτίμησης λόγω των υιούβων μέτρησης και συστήματος που υποθέτουν, δοκιμάζουμε την άρμωση μίας τεχνικής της βιβλιογραφίας στην έξοδο του φίλτρου, η οποία στη βιβλιογραφία προκαλεί το σύνθετο σύστημα να εμφανίζει χαμηλότερα σφάλματα σε σχέση με εκείνα του φίλτρου: την ευθυγράμμιση μετρήσεων του αισθητήρα αποστάσεων με σαρώσεις χάρτη (ενότητα 1.2.6). Η συλλογιστική και το περιεχόμενο της εν λόγω τεχνικής παρουσιάζονται στην ενότητα 5.3.2.

Έπειτα παρατηρούμε ότι η εκτίμηση-έξοδος του συστήματος που αποτελείται από την αλυσίδα του φίλτρου σωματιδίων και της μεθόδου ευθυγράμμισης είναι μία εκτίμηση για την οποία το φίλτρο (α) δεν είναι ενημερωμένο, και (β) υποθέτοντας ότι εμφανίζει χαμηλότερο σφάλμα από αυτό της εκτίμησης του ίδιου του φίλτρου, το τελευταίο θα ωφελούτο από την εισαγωγή της στον πληθυσμό του. Βάσει ανεπάρκειας των διαθέσιμων στη βιβλιογραφία μεθόδων ανατροφοδότησης αυτής της εκτίμησης στο φίλτρο σωματιδίων, προτείνουμε μία μέθοδο ανάδρασης που ελαττώνει τα σφάλματα εκτίμησης, και που ταυτόχρονα είναι εύρωστη σε αποτυχίες τις μεθόδου ευθυγράμμισης. Η εν λόγω συλλογιστική βρίσκεται στην ενότητα 5.3.3.

Στην ενότητα 5.3.4 παρουσιάζουμε το σύστημα που περιλαμβάνει όλες τις παραπάνω συνιστώσες μείωσης του σφάλματος εκτίμησης, οι οποίες ελέγχονται στην πράξη ως προς την ευστάθειά της υεωρητικής τους συλλογιστικής στην ενότητα 5.4. Τέλος, στην ενότητα 5.5 παρουσιάζουμε τα συμπεράσματα της μελέτης μας, και τις αιτίες για περαιτέρω έρευνα στο πεδίο της ευθυγράμμισης δισδιάστατων μετρήσεων αισθητήρα lidar με σαρώσεις χάρτη. Η επόμενη ενότητα προσφέρει την επισκόπηση της βιβλιογραφίας, η οποία συμπληρώνεται με επιπρόσθετες αναφορές στις επιμέρους υποενότητες της ενότητας 5.3.

## 5.2 Σχετική βιβλιογραφία

### 5.2.1 Ευθυγράμμιση μετρήσεων δισδιάστατου αισθητήρα lidar

Η ευθυγράμμιση μετρήσεων δισδιάστατου αισθητήρα lidar (ενότητα 1.2.5) ήταν το αποτέλεσμα της γενικότερης έρευνας επί της ευθυγράμμισης νεφών σημείων (point clouds) στον τρισδιάστατο χώρο. Η ευθυγράμμιση νεφών σημείων προέκυψε από τις ανάγκες της κοινότητας της υπολογιστικής όρασης με το θεμελιώδες άρθρο των Besl και McKay [BM92], στο οποίο εισήγαγαν τον αλγόριθμο Iterative Closest Point (ICP). Ο ICP προσδιορίζει τον πλήρη χωρικό μετασχηματισμό έξι βαθμών ελεύθερίας που ευθυγραμμίζει βέλτιστα δύο σύνολα τρισδιάστατων σημείων ελεύθερης μορφής—βέλτιστα σύμφωνα με τη μετρική της μέσης τετραγωνικής ευκλείδειας απόστασης. Στον ICP κάθε σημείο του δεύτερου συνόλου συσχετίζεται με ένα σημείο αναφοράς του πρώτου μέσω του προσδιορισμού του πλησιέστερου σε αυτό σημείου. Μόλις προσδιοριστεί αυτό το σύνολο αντιστοιχίσεων, ο ICP υπολογίζει το μετασχηματισμό που ελαχιστοποιεί το μέσο τετραγωνικό σφάλμα μεταξύ των δύο συνόλων ζευγαρωμένων σημείων. Σε κάθε του βήμα εφαρμόζει αυτόν τον μετασχηματισμό στα σημεία του δεύτερου συνόλου σημείων και ενημερώνει το μέσο τετραγωνικό σφάλμα. Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι το μέσο τετραγωνικό σφάλμα να πέσει κάτω από ένα προκαθορισμένο όριο.

Οι Lu και Milios ήταν οι πρώτοι που διατύπωσαν και χρησιμοποίησαν μεθόδους ευθυγράμμισης μετρήσεων δισδιάστατου αισθητήρα lidar προκειμένου να εκτιμηθεί η σχετική μετατόπιση και περιστροφή μεταξύ δύο στάσεων του. Παρόλο που μια μέτρηση αντιπροσωπεύει ένα 2D σχήμα (ένα περίγραμμα του ορατού κόσμου από την προοπτική του ρομπότ), το σχήμα αυτό αναπαρίσταται από θορυβώδη διακριτά σημεία αντί για ένα μοντέλο υψηλής ποιότητας και πιστότητας, γεγονός που καθιστά τον αξιόπιστο ορισμό ή την εξαγωγή χαρακτηριστικών (features) από αυτό ένα δύσκολο και ενδεχομένως ανακριβές εγχείρημα [Gri91]. Στο [FM94] διατυπώνονται δύο αλγόριθμοι που χειρίζονται τον θόρυβο του αισθητήρα και δεν βασίζονται σε διακριτά χαρακτηριστικά του περιβάλλοντος λειτουργίας του αισθητήρα (όπως γραμμές ή γωνίες), αποφεύγοντας έτσι τη διαδικασία εξαγωγής χαρακτηριστικών και της αντιστοιχίσής τους. Η πρώτη μέθοδος, που ονομάστηκε Iterative Matching Range to Point (IMPR), εξετάζει ξεχωριστά τις περιστροφικές και μεταφορικές συνιστώσες του προβλήματος ευθυγράμμισης, ψεωρώντας σταθερή εναλλάξ τη μία και βελτιστοποιώντας την άλλη. Η λύση του

προβλήματος διατυπώνεται ως αναζήτηση σε μια συνάρτηση απόστασης για την εκτίμηση της σχετικής περιστροφής μεταξύ των μετρήσεων εισόδου και χρησιμοποιεί μια διαδικασία ελαχίστων τετραγώνων για την επίλυση της σχετικής μετατόπισης. Η δεύτερη μέθοδος, η οποία ονομάζεται Iterative Dual Correspondence (IDC), αποδίδει σημαντικά ακριβέστερες εκτιμήσεις της περιστροφής από την IMPR, και βασίζεται σε επαναληπτικές λύσεις ελαχίστων τετραγώνων, χρησιμοποιώντας αντιστοιχίσεις από σημείο σε σημείο, παρομοίως με τον αλγόριθμο ICP. Ουσιαστικά ο IDC συνδυάζει τον ICP και τον IMPR, χρησιμοποιώντας τον ICP για τον υπολογισμό της μετατόπισης μεταξύ των δύο σαρώσεων και τον IMPR για τον υπολογισμό της σχετικής τους περιστροφής.

Οι συγγραφείς του [Pfi+02] ήταν οι πρώτοι που επεξέτειναν τη συμπερίληψη πηγών αβεβαιότητας στη λύση του προβλήματος ευθυγράμμισης, αναπτύσσοντας μοντέλα που λαμβάνουν υπόψη τις επιδράσεις του ύφορύβου των μετρήσεων, της γωνίας πρόσπτωσης του αισθητήρα, και του σφάλματος ευθυγράμμισης μεταξύ των μετρημένων οριακών σημείων του περιβάλλοντος. Παρόλο που δεν λαμβάνουν υπόψη τους την αβεβαιότητα της στάσης του αισθητήρα, ενσωματώνουν την οδομετρία του ρομπότ. Σε αυτό το άρθρο εισάγεται ένας σταθμισμένος αλγόριθμος ευθυγράμμισης δισδιάστατων μετρήσεων lidar για την εκτίμηση του μετασχηματισμού κίνησης του ρομπότ μεταξύ των στάσεων από όπου λαμβάνονται διαδοχικές μετρήσεις, με καλύτερες επιδόσεις από τις μη σταθμισμένες μεθόδους, όπως οι αλγόριθμοι του [FM94]. Επιπλέον, με τον υπολογισμό της πραγματικής συνδιακύμανσης των μετασχηματισμών, ο σταθμισμένος αλγόριθμος ευθυγράμμισης παρέχει την βάση για τη βέλτιστη συγχώνευση αυτών των εκτιμήσεων με οδομετρικές ή/και αδρανειακές μετρήσεις, καθιστώντας τον έτσι υποψήφιο για την υποστήριξη των έργων του εντοπισμού στάσης και της ταυτόχρονης χαρτογράφησης και παρακολούθησης της στάσης ενός ρομπότ.

Στο [Che+02] παρουσιάζεται μια εύρωστη επέκταση του ICP, η οποία ονομάζεται Trimmed Iterative Closest Point (TrICP). Αυτός ο αλγόριθμος αίρει την υπόθεση του ICP για την ισότητα των μεγεθών των δύο μετρήσεων εισόδου και, υποθέτοντας τη γνώση (ή τη δυνατότητα απόκτησης) του ελάχιστου αριθμού εγγυημένων αντιστοιχίσεων μεταξύ των δύο συνόλων, κάνει εκτεταμένη χρήση της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων [Rou84] προκειμένου να ενισχύσει τον βρόχο εκτέλεσης του ICP. Ο ICP διαπιστώνεται ότι αποτελεί ειδική περίπτωση του TrICP στην περίπτωση που τα δύο σύνολα έχουν το ίδιο μέγεθος και όλα τα σημεία των δύο συνόλων μπορούν να αντιστοιχιστούν το ένα με το άλλο.

Οι Biber και Strasser εισήγαγαν τον μετασχηματισμό κανονικών κατανομών Normal Distributions Transform (NDT) στο [BS03], σε μια προσπάθεια να υποστηρίξουν το έργο της κατασκευής χαρτών από ρομπότ. Υποθέτοντας 2D μετρήσεις lidar ως είσοδο, ο NDT υποδιαιρεί το οριζόντιο επίπεδο σε ένα πλέγμα παρόμοιο με ένα πλέγμα κατάληψης—αλλά σε αντίθεση με το πλέγμα κατάληψης που αντιπροσωπεύει δυαδικά εάν ένα κελί είναι κατειλημμένο, ο NDT αναπαριστά σε αυτό την πιθανότητα μέτρησης ενός σημείου-δείγματος μιας μέτρησης απόστασης για κάθε θέση εντός ενός κελιού. Το αποτέλεσμα του μετασχηματισμού είναι μία συνεχής και διαφορίσιμη πυκνότητα πιθανότητας που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την αντιστοίχιση μιας δεύτερης μέτρησης, εδώ χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο του Νεύτωνα [SM03]. Τα πλεονεκτήματα αυτού του τρόπου αναπαράστασης είναι ότι (α) όλες οι εμπλεκόμενες παράγωγοι μπορούν να υπολογιστούν αναλυτικά, γρήγορα, και με εγκυρότητα, και, το σημαντικότερο, (β) η αντιστοίχιση σημείων της δεύτερης μέτρησης σε κατανομές σημείων της πρώτης σημαίνει ότι δεν υπάρχει καμία ρητή αντιστοίχιση μεταξύ δύο διακριτών σημείων μεταξύ δύο μετρήσεων, μειώνοντας έτσι το βαθμό στον οποίο όλες οι αντιστοιχίσεις σάρωσης είναι επιρρεπείς σε σφάλματα. Η σχετική μετατόπιση και περιστροφή μεταξύ μιας μέτρησης εισόδου και μιας μέτρησης αναφοράς υπολογίζονται επαναληπτικά με μεγιστοποίηση (μέσω της εκτέλεσης ενός βήματος του αλγορίθμου του Νεύτωνα) μιας συνάρτησης βαθμολογίας, η οποία είναι το άθροισμα της αξιολόγησης όλων των κατανομών της μέτρησης εισόδου που αντιστοιχίζονται στο σύστημα αναφοράς της πρώτης μέτρησης, με βάση μια αρχική εκτίμησή τους (π.χ. που λαμβάνεται από οδομετρικές μετρήσεις).

Στο [CIG05] οι συγγραφείς επεκτείνουν τη δυνατότητα εφαρμογής της ευθυγράμμισης μετρήσεων στα προβλήματα εύρεσης της στάσης ενός ρομπότ βάσει πεπερασμένης και καθολικής αβεβαιότητας. Μεταφέροντας το πρόβλημα της ευθυγράμμισης μετρήσεων στο πεδίο Hough, εκμεταλλεύονται αρκετές από τις ιδιότητές του: συγκεκριμένα ότι δεν υπάρχει απώλεια πληροφορίας κατά τη διαδικασία μετασχηματισμού, και ότι η αναλλοιότητα (invariance) του μετασχηματισμού επιτρέπει την απευπλοκή του προβλήματος της εύρεσης της διαφοράς προσανατολισμού ανάμεσα σε δύο μετρήσεις από το πρόβλημα εύρεσης της διαφοράς της θέσης από τις οποίες ελήφθησαν. Ο αλγόριθμος Hough Scan Matching (HSM) είναι ένας καθολικός, πολυτροπικός (multi-modal), μη επαναληπτικός αλγόριθμος ευθυγράμμισης δισδιάστατων μετρήσεων απόστασης που μπορεί να λειτουργήσει σε μη δομημένα περιβάλλοντα. Ο HSM δεν βασίζεται στην εξαγωγή χαρακτηριστικών, αλλά αντιστοιχίζει πυκνά δεδομένα,

δηλαδή σαρώσεις απόστασης που μπορούν να εφμηνευθούν ως κατανομές χαρακτηριστικών σε ένα διαφορετικό χώρο παραμέτρων, επιτρέποντας του την ευθυγράμμιση μη γραμμικών επιφανειών, με ταυτόχρονη ευρωστία ως προς το θόρυβο μέτρησης.

Στο [MMM05] οι συγγραφείς παρουσιάζουν μια πιθανοτική μέθοδο για την ευθυγράμμιση μετρήσεων που λαμβάνονται σε μη δομημένα περιβάλλοντα. Ενώ ο αλγόριθμός τους, probabilistic Iterative Correspondence (pIC), έχει σχεδιαστεί ώστε να χειρίζεται τον θόρυβο μέτρησης του αισθητήρα, σε αντίθεση με τον [Pfi+02], είναι επίσης σε θέση να χειριστεί και την αβεβαιότητα της στάσης του αισθητήρα. Ο pIC ακολουθεί μια διαδικασία δύο βημάτων, σύμφωνα με την οποία προσδιορίζει πιθανοτικά αντιστοιχίεις μεταξύ δύο μετρήσεων. Στη συνέχεια αποτυπώνει ταυτόχρονα τη σχετική μετατόπιση και περιστροφή τους. Πειράματα έναντι των ICP και IDC δείχνουν ταχύτερη σύγκλιση της ευθυγράμμισης σε σχέση με τον ICP και, στο έργο της χαρτογράφησης, αποδεικνύεται ότι ο pIC υπερτερεί και των δύο όσον αφορά στην ευρωστία, την ακρίβεια, και την ταχύτητα σύγκλισης.

Σε αντίθεση με τις προαναφερθείσες μεθόδους, οι συγγραφείς του [DK05] υποστηρίζουν ότι είναι επωφελές για έναν αλγόριθμο ευθυγράμμισης μετρήσεων να λειτουργεί στο εγγενές πολικό σύστημα συντεταγμένων του αισθητήρα. Η μέθοδός τους, Polar Scan Matching (PSM), ανήκει στην οικογένεια των προσεγγίσεων ευθυγράμμισης αναζήτησης αντιστοιχίσεων από-σημείο-σε-σημείο. Ο PSM αποφέγγει την αναζήτηση συσχετίσεων μέσω της αντιστοιχίσης σημείων παρόμοιας κατεύθυνσης, και εναλλάσσεται μεταξύ προβολής μέτρησης ακολουθούμενη από εκτίμηση μετατόπισης, και προβολής μέτρησης ακολουθούμενη από εκτίμηση προσανατολισμού. Σε πειράματα ο PSM αποδεικνύεται ότι είναι υπολογιστικά ταχύτερος από τον ICP, τόσο όσον αφορά στον αριθμό επαναλήψεων όσο και στο χρόνο επεξεργασίας, καθώς και από απόψεως ακρίβειας.

Μια νέα συνάρτηση απόστασης εισάγεται στο [MLM05], κατάλληλη για διανύσματα καταστάσεων στο χώρο  $(x, y, \theta)$ : η απόσταση μεταξύ δύο πλήρων διανυσμάτων στάσης (σε αντίθεση με την περίληψη μόνο της θέσης στη μετρική της απόστασης) είναι ο μικρότερος μετασχηματισμός στερεού σώματος που οδηγεί τη μία στάση στην άλλη. Αυτό το μέτρο απόστασης χρησιμοποιείται και στα δύο βήματα του αλγορίθμου που εισάγουν οι συγγραφείς του, ο οποίος ονομάζεται Metric-Based Iterative Closest Point (MB-ICP): τα σημεία από μια δισδιάστατη μέτρηση αποστάσεων αρχικά αντιστοιχίζονται με εκείνα μιας μέτρησης αναφοράς (η ακριβώς προηγούμενη μέτρηση), και στη συνέχεια η σχετική μετατόπιση και περιστροφή

μεταξύ των δύο μετρήσεων υπολογίζεται ταυτόχρονα, χάρει στην ενσωμάτωση του ολικού μετασχηματισμού στη μετρική απόστασης, με επαναληπτική ελαχιστοποίηση του σφάλματος ελαχίστου τετραγώνου της νέας μετρικής σε σχέση με τα αντιστοιχισμένα σημεία. Με αυτή τη διατύπωση οι συγγραφείς είναι σε θέση να βελτιώσουν τον IDC όσον αφορά στην ευρωστία, την ταχύτητα σύγκλισης, και την ακρίβεια.

Ο Censi, με κίνητρο το γεγονός ότι οι αντιστοιχίσεις μεταξύ δύο μετρήσεων μπορεί να μην υπάρχουν—αφού ο αισθητήρας δειγματοληπτεί αραιά το περιβάλλον και συνεπώς διαφορετικές μετρήσεις μπορεί να δειγματοληπτούν διαφορετικά μέρη του—, αντί να χρησιμοποιήσει μια μετρική απόστασης σημείου-προς-σημείο, χρησιμοποιεί μια μετρική σημείου-προς-γραμμή στο [Cen08]. Σε αυτό το άρθρο εισάγεται ο αλγόριθμος Point-to-Line Iterative Closest Point (PLICP). Το πλεονέκτημα της χρήσης μιας μετρικής απόστασης από σημείο σε γραμμή είναι ότι μπορεί να βρεθεί μία κλειστή μορφή για την ελαχιστοποίηση αυτής της μετρικής απόστασης, αυξάνοντας έτσι την ακρίβεια και την ταχύτητα σύγκλισης της ευθυγράμμισης. Πράγματι, ο αλγόριθμος που προκύπτει συγκλίνει τετραγωνικά (ενώ ο ICP συγκλίνει γραμμικά) και σε πεπερασμένο αριθμό βημάτων. Στο ίδιο άρθρο ο PLICP συγκρίνεται με τους ICP, IDC και MB-ICP, και διαπιστώνεται ότι είναι ανώτερος ως προς την ακρίβεια, τον αριθμό των επαναλήψεων που απαιτούνται για τη σύγκλιση (περισσότερες από τρεις φορές λιγότερο), και στο χρόνο εκτέλεσης (περισσότερο από 40 φορές λιγότερο). Η διαισθητική εξήγηση πίσω από αυτή την αύξηση της ακρίβειας είναι ότι η μετρική σημείου-προς-γραμμή προσεγγίζει την πραγματική απόσταση επιφάνειας καλύτερα από τη μετρική σημείο-προς-σημείο. Ωστόσο, ειδικά σε αντίθεση με την MB-ICP, ο PLICP είναι τόσο επιφρεπής σε σφάλματα όσο αυξάνει η απόσταση θέσης και η περιστροφή μεταξύ των στάσεων από όπου ελήφθησαν οι μετρήσεις. Παρ' όλα αυτά ο αλγόριθμος PLICP έχει υιοθετηθεί ευρέως λόγω της αυξημένης του ακρίβειας ανάμεσα στις παραλλαγές του ICP, και της διαιθεσμότητας του πηγαίου κώδικα της υλοποίησής του.

Γενικότερα, ο ICP και οι παραλλαγές του παρουσιάζουν διαχυμάνσεις στις επιδόσεις τους [DAM17], οι οποίες ορίζονται από το επίπεδο θορύβου που φέρουν οι μετρήσεις εισόδου, την ανάγκη για επιλογή της εκ-των-προτέρων υπόθεσης για τον μετασχηματισμό εξόδου και της τιμής του, και τη διαμόρφωση των τιμών των παραμέτρων που διέπουν την απόκρισή τους. Για τους λόγους αυτούς, καθώς και για λόγους ευρωστίας, η έρευνα πάνω στις μεθόδους ευθυγράμμισης με τη χρήση αντιστοιχίσεων μετατοπίστηκε από προσεγγίσεις βασισμένες στην

εύρεση αντιστοιχίσεων από-σημείο-προς-σημείο ή σημείο-προς-γραμμή σε χαρακτηριστικά-προς-χαρακτηριστικά (feature-to-feature). Συνήθως χρησιμοποιούμενα χαρακτηριστικά για αναγνώριση είναι τα ευθύγραμμα τμήματα [XLX03; Moh+17; Wen+18], οι γωνίες [Wan+18], χαρακτηριστικά SIFT [Li+16], ή, ιδίως τα τελευταία χρόνια, χαρακτηριστικά που εξάγονται μέσω της χρήσης τεχνικών βαθειάς μάθησης (deep learning) [Li+17; LW20]. Παράλληλα, και για λόγους ανεξαρτησίας από τυχαία χαρακτηριστικά του περιβάλλοντος ή των αισθητήρων, ή προσαρμογής των μεθόδων σε συγκεκριμένες συνθήκες τους, αναπτύχθηκε έρευνα γύρω από μεθόδους που εξάγουν ή εκμεταλλεύονται μαθηματικές ιδιότητες από μετρήσεις αποστάσεων, ή που εξετάζουν το πρόβλημα της ευθυγράμμισης σαρώσεων ως πρόβλημα βελτιστοποίησης. Παραδείγματα είναι οι τεχνικές βασισμένες στην συσχέτιση (correlation) [Ols09; Ols15; Kon+16], και στη θεωρία πιθανοτήτων. Μεταξύ των τελευταίων, ο NDT έχει κερδίσει δημοτικότητα λόγω της ρητής μοντελοποίησης των αβεβαιοτήτων μέτρησης και στάσης, και την επεκτασιμότητά του σε τρεις διαστάσεις [MLD07; Zho+17; WHZ18; CJK19; QJ19a; Lee+20].

Συγκεκριμένα, ο Olson [Ols09] υποστηρίζει ότι τα σύγχρονα υπολογιστικά μηχανήματα είναι αρκετά ικανά επεξεργαστικά ώστε οι μέθοδοι ευθυγράμμισης μετρήσεων να προχωρήσουν από τις ευρηστικές μεθόδους σε αναλυτικές μεθόδους μεγαλύτερης ακριβείας. Πράγματι, ο κύριος όγκος των μεθόδων ευθυγράμμισης δισδιάστατων μετρήσεων χρησιμοποιεί ευρηστικές μεθόδους οι οποίες είναι ατελείς και επιρρεπείς σε αστάθεια λόγω αδύναμων εκτων-προτέρων υποθέσεων για τη στάση του ρομπότ. Αυτές οι ευρηστικές εφαρμόζονται για να προσδώσουν ταχύτητα εκτέλεσης, αντί να εστιάζουν πρώτα στην ποιότητα ευθυγράμμισης και στη συνέχεια στην ταχύτητα. Υποστηρίζει ότι η ευθυγράμμιση σαρώσεων είναι σπανίως κυρτό πρόβλημα βελτιστοποίησης, με την επιφάνεια της συνάρτησης κόστους να έχει πολλά τοπικά ελάχιστα, καθιστώντας έτσι έναν τοπικό βελτιστοποιητή ευάλωτο στο να παγιδευτεί σε αυτά. Ταυτόχρονα, καθίσταται δυσκολότερος ο εντοπισμός του ολικού ελαχίστου της συνάρτησης. Στο [Ols09] διατυπώνεται ένας πιθανοτικός αλγόριθμος ευθυγράμμισης δισδιάστατων μετρήσεων αποστάσεων ο οποίος παράγει αποτελέσματα υψηλότερης ποιότητας σε σχέση με αυτούς της βιβλιογραφίας, με κόστος τον πρόσθετο υπολογιστικό χρόνο εκτέλεσης, αν και η μέθοδος είναι σε θέση να εκτελεστεί σε πραγματικό χρόνο. Αντί να εμπιστεύεται έναν τοπικό αλγόριθμο αναζήτησης για την εύρεση του ολικού μεγίστου (ο μετασχηματισμός στερεού σώματος που μεγιστοποιεί την πιθανότητα να έχει παρατηρηθεί η δεύτερη μέτρηση),

ο προτεινόμενος αλγόριθμος εκτελεί αναζήτηση σε ολόκληρο το χώρο των πιθανών μετασχηματισμών. Η περιοχή αυτή προκύπτει από μια εκ των προτέρων πιθανότητα, η οποία με τη σειρά της προκύπτει από οδομετρικές μετρήσεις. Η μέθοδος που παρουσιάζεται με βάση τη συσχέτιση αποδεικνύεται ότι είναι πολύ ακριβής και εύρωστη στην αβεβαιότητα της στάσης του αισθητήρα.

Η Πολική Ευθυγράμμιση μετρήσεων με βάση την Περίμετρο (Perimeter-based polar scan matching—PB-PSM) [FCR15] είναι μια τεχνική που βασίζεται στην [DK05], η οποία ευνοεί τις ευθυγραμμίσεις με τη μεγαλύτερη περιμετρική επικάλυψη μεταξύ των δύο εισόδων, ενώ χρησιμοποιεί μια διαδικασία ελαχιστοποίησης του κόστους, δηλαδή μια προσαρμοστική μέθοδο άμεσης αναζήτησης, η οποία καθίσταται δυνατή χάρη σε μία τεχνική συσχέτισης δεδομένων γραμμικής πολυπλοκότητας. Σε αντίθεση με άλλες μεθόδους δεν απαιτείται ως είσοδος μία αρχική υπόθεση για τη στάση του ρομπότ, αν και, εάν αυτή παρέχεται, έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση της ευρωστίας και τη μείωση των υπολογιστικών απαιτήσεων. Οι μετρήσεις εισόδου πρώτα φιλτράρονται, στη συνέχεια αναζητούνται συσχετίσεις σημείων ανάμεσά τους και, τέλος, προσδιορίζεται μια συνάρτηση κόστους η οποία κατασκευάζεται από τα συσχετιζόμενα ζεύγη σημείων. Το κόστος είναι ανάλογο της επικάλυψης μεταξύ των μετρήσεων, και η βέλτιστη λύση βρίσκεται με την ελαχιστοποίηση του, χρησιμοποιώντας μια μορφή εξαντλητικής αναζήτησης. Η διαδικασία ελαχιστοποίησης εκτελείται πρώτα για την περιστροφή, ακολουθούμενη από τη μετατόπιση, και η διαδικασία επαναλαμβάνεται έως ότου επιτευχθεί επαρκής σύγκλιση.

Οι συγγραφείς του [Kon+16] ανέπτυξαν μια μέθοδο για την εξαγωγή του μετασχηματισμού μεταξύ δύο μετρήσεων με την κατασκευή μιας συνάρτησης συσχέτισης που αντικατοπτρίζει το βαθμό ευθυγράμμισής τους σύμφωνα με κάποιο όρισμα περιστροφο-μετατόπισης. Αυτό εξάγεται φυσικά μεγιστοποιώντας την εν λόγω συνάρτηση. Η μέθοδος τους έχει χαμηλές υπολογιστικές απαιτήσεις και απευθύνεται σε ενσωματωμένες συσκευές χαμηλής κατανάλωσης ενέργειας, που συναντώνται συνήθως σε πλατφόρμες ρομπότ κινητής βάσης. Σε σύγκριση με τον ICP είναι περίπου δέκα φορές ταχύτερη και έχει ευρύτερο εύρος λειτουργίας. Ωστόσο, τα διανύσματα μετασχηματισμού πάσχουν από μια σχετικά αδρή ανάλυση και ελαφρώς υψηλότερα σχετικά σφάλματα στάσης.

Στα [YZD18] και [Jia+18] εμφανίζονται δύο από τις ελάχιστες μεθόδους που δεν χρησιμοποιούν αντιστοιχίσεις: χρησιμοποιούν Phase-Only Matched Filtering (POMF) [QDD94]

για τη λύση της εκτίμησης της περιστροφής και της μετατόπισης: η πρώτη σε μία διάσταση και η δεύτερη σε δύο διαστάσεις. Στην τελευταία οι απαιτήσεις για λύση σε πραγματικό χρόνο και επαρχή ακρίβεια δεν μπορούν να ικανοποιηθούν ταυτόχρονα λόγω της αδυναμίας εξισορρόπησης της υψηλής ανάλυσης πλέγματος (και συνεπώς υψηλής ακρίβειας) με τακτικές ενημερώσεις των μετρήσεων του αισθητήρα απόστασης. Η πρώτη αμβλύνει αυτόν τον περιορισμό λειτουργώντας σε μία διάσταση, αλλά η ακρίβεια των λύσεών της πάσχει από τις ίδιες αιτίες με την πρώτη, δηλαδή τα σφάλματα διαχριτοποίησης. Ενώ η δεύτερη εξαρτάται από την ανάλυση του πλέγματος, η πρώτη εξαρτάται από την αμετάβλητη διαχριτική γωνία του αισθητήρα (angle increment). Και στις δύο περιπτώσεις επηρεάζεται τόσο η περιστροφική όσο και η μεταφορική συνιστώσα, αλλά καμία τεχνική αποσύρησης ή μετριασμού δεν χρησιμοποιείται για τη μείωση των σφαλμάτων των συνιστωσών τους.

Τα τελευταία χρόνια ένας αριθμός νέων μεθόδων ευθυγράμμισης μετρήσεων έχει παρουσιαστεί, οι οποίες προσφέρουν βελτιώσεις σε καθιερωμένες μεθόδους ή εισάγουν νέες καινοτομίες. Στα [BBA20; BBA21] ο NDT χρησιμοποιείται για τη μοντελοποίηση του περιβάλλοντος του αισθητήρα προκειμένου να αντιμετωπιστούν οι αβεβαιότητες και οι περιορισμοί του. Ο μετασχηματισμός μεταξύ διαδοχικών στάσεων—η λύση του προβλήματος βελτιστοποίησης της εξίσωσης 1.4—δίνεται από μία τροποποιημένη προσέγγιση βελτιστοποίησης στοχαστικού συμήνους σωματιδίων που ενσωματώνει στη διατύπωσή της βάρη αδράνειας. Αυτά τα βάρη κωδικοποιούν την ορμή που εκφράζεται από δυνάμεις που έλκουν το σωματίδιο στη διατήρηση της τρέχουσας ταχύτητάς του, δυνάμεις που στρέφουν την κίνησή του προς την κατεύθυνση της ατομικά βέλτιστης στάσης του σωματιδίου, και δυνάμεις που το κατευθύνουν προς την ολικά βέλτιστη στάση του συμήνους.

Σε αντίθεση όμως με τον NDT, ο οποίος υπολογίζει αντιστοιχίσεις λαμβάνοντας υπόψη την απόσταση των θέσεων των σημείων από κατανομές κελιών πλέγματος, η VGICP [Koi+21] ανθροίζει την κατανομή κάθε σημείου στο κελί και υπολογίζει αντιστοιχίσεις μεταξύ αυτών των κατανομών και των κατανομών της μέτρησης-στόχου, καθιστώντας έτσι τον VGICP μια προσέγγιση ευθυγράμμισης αναζήτησης αντιστοιχίσεων κατανομών-με-κατανομές. Αυτή η προσέγγιση αποδίδει έγκυρες κατανομές πλέγματος ακόμη και όταν υπάρχουν λίγα σημεία σε ένα κελί, με αποτέλεσμα έναν αλγόριθμο που είναι εύρωστος σε αλλαγές στην ανάλυση του πλέγματος. Ο VGICP επεκτείνει τον GICP [SHT09] προκειμένου να αποφεύγονται οι δαπανηροί υπολογισμοί αναζήτησης των πλησιέστερων γειτόνων, μειώνοντας παράλληλα τον

χρόνο εκτέλεσής του.

Στο [YSC21] εισάγεται ένας πιστοποιήσιμος αλγόριθμος ευθυγράμμισης νεφών σημείων στις τρεις διαστάσεις. Ο μετασχηματισμός του δεύτερου νέφους προς το πρώτο γίνεται αρχικά αναίσθητος σε μεγάλο αριθμό ή ψευδείς αντιστοιχίες με την αναδιατύπωση του προβλήματος εύρεσης του μετασχηματισμού ευθυγράμμισης με τρόπο που χρησιμοποιεί ένα αποκομμένο κόστος ελαχίστων τετραγώνων. Η περιστροφή, η μετατόπιση, και η κλίμακα μεταξύ των δύο εισόδων απεμπλέκονται μεταξύ τους με τη χρήση ενός γενικού θεωρητικού πλαισίου γράφων, το οποίο επιτρέπει το κλάδεμα των ακραίων τιμών με την εύρεση της μέγιστης “κλίκας” του γράφου. Η κλίμακα και η μετατόπιση αποδεικνύεται ότι είναι επιλύσιμες σε πολυωνυμικό χρόνο μέσω ενός προσαρμοστικού συστήματος ψηφιοφορίας, ενώ η περιστροφή επιλύεται με χαλάρωση σε ένα ημιπεριορισμένο πρόγραμμα (semi-definite programming).

### 5.2.2 Ευθυγράμμιση μετρήσεων δισδιάστατου αισθητήρα lidar με σαρώσεις χάρτη

Το έργο της ευθυγράμμισης μετρήσεων με εικονικές σαρώσεις (ενότητα 1.2.6) είναι υπο-πρόβλημα αυτού της ευθυγράμμισης μετρήσεων, καθώς το πρώτο κάνει την επιπρόσθετη παραδοχή ότι ο χάρτης του περιβάλλοντος είναι διαθέσιμος. Ως εκ τούτου το πρώτο πρόβλημα επιδέχεται λύσης από οποιονδήποτε αλγόριθμο που επιλύει το γενικό πρόβλημα. Παρ' όλα αυτά, έχει αναπτυχθεί ένας αριθμός μεθόδων που προσπαθεί στοχευμένα να επιλύσει το υπο-πρόβλημα, μοχλεύοντας επιπρόσθετες πληροφορίες για την επίλυση του προβλήματος από τη γνώση του χάρτη.

Η ευθυγράμμιση μετρήσεων για τον εντοπισμό ρομπότ βάσει καθολικής αβεβαιότητος έχει διερευνηθεί στο [XLX03]. Υποθέτοντας ότι το περιβάλλον λειτουργίας ενός ρομπότ είναι δομημένο και ότι ευθύγραμμα τμήματα είναι διάσπαρτα σε αυτό, ο αλγόριθμος των συγγραφέων, που ονομάστηκε Complete Line Segments (CLS), αντιστοιχίζει πλήρη ευθύγραμμα τμήματα που εξάγονται από τις δισδιάστατες μετρήσεις εισόδου σε πλήρη ευθύγραμμα τμήματα που εξάγονται από το χάρτη που αναπαριστά το περιβάλλον λειτουργίας του ρομπότ, παρέχοντας έτσι έναν ακριβή τρόπο εξαγωγής της συνολικής στάσης του ρομπότ στο χάρτη.

Στο [Lin+05] παρουσιάζεται ένας αλγόριθμος ευθυγράμμισης πραγματικών με εικονικές μετρήσεις που εξάγει χαρακτηριστικά από αυτές για την επίλυση του προβλήματος ευθυγράμμισης. Ο αλγόριθμος λειτουργεί ανιχνεύοντας χαρακτηριστικά των πραγματικών και των ει-

χονικών σαρώσεων που είναι αναλλοίωτα κατά την περιστροφή και τη μετατόπιση, τα οποία είναι υπολογίσιμα μόνο σε πραγματικό χρόνο (όπως ακραίες τιμές στην πολική αναπαράσταση των μετρήσεων). Στη συνέχεια δημιουργούνται αντιστοιχίσεις μεταξύ των χαρακτηριστικών που εξήχθησαν. Η μετατόπιση μεταξύ των δύο σαρώσεων υπολογίζεται ως ο βέλτιστος μετασχηματισμός για την αντιστοιχίση των χαρακτηριστικών της δεύτερης στα χαρακτηριστικά της πρώτης.

Στο [SWW09] παρουσιάζεται ένας στοιχειώδης στοχαστικός αλγόριθμος αναζήτησης που διορθώνει τα μεταφορικά και περιστροφικά σφάλματα ενός ρομπότ λόγω της αποκλίνουσας οδομετρίας του. Αυτή η βιοηθητική συμπεριφορά εντοπισμού και διόρθωσης της στάσης του ρομπότ ενεργοποιείται κάθε φορά που μία μετρική σφάλματος διαπιστώνεται ότι είναι πάνω από ένα προκαθορισμένο όριο. Η μετρική αυτή βασίζεται στη σχετική απόκλιση των ανιχνευόμενων αποστάσεων μεταξύ των ακτίνων μίας πραγματικής σάρωσης και μιας σάρωσης χάρτη. Για την αποφυγή της διόρθωση της κίνησης του ρομπότ κατά τη διάρκεια της ευθυγράμμισης το ρομπότ θεωρείται ότι παραμένει ακίνητο καθ' όλη τη διάρκεια της. Επομένως, όποτε η μετρική σφάλματος βρίσκεται πάνω από το προκαθορισμένο όριο, ο αλγόριθμος σταματά την κίνηση του ρομπότ και επιλέγει μια τυχαία στάση στη γειτονιά της εκτιμώμενης στάσης του. Στη συνέχεια, πραγματοποιεί μία εικονική μέτρηση από αυτή τη στάση και υπολογίζει την τιμή της παραπάνω μετρικής. Εάν αυτή είναι χαμηλότερη από αυτήν που βρέθηκε για την προηγούμενη εκτιμώμενη στάση, ξεκινά μια νέα επανάληψη, αυτή τη φορά με επίκεντρο τη νέα στάση. Εάν όχι, ο αλγόριθμος συνεχίζει να μαντεύει στάσεις με τυχαίο τρόπο, μέχρι να βρει μία της οποίας το σφάλμα να είναι μικρότερο από το προηγούμενο. Η τελική στάση λαμβάνεται στη συνέχεια ως η πραγματική στάση του ρομπότ, επιτρέποντας τη διόρθωση της οδομετρίας. Τα πειράματα που πραγματοποιήθηκαν με αυτή τη μέθοδο έδειξαν ότι ήταν σε θέση να διορθώσει ένα ακτινικό σφάλμα της τάξεως των 0.3 m στα 0.07 m, και ένα γωνιακό σφάλμα από 0.393 rad σε 0.01 rad.

Οι συγγραφείς του [ZZY11] χρησιμοποιούν την ευθυγράμμιση πραγματικών με εικονικές σαρώσεις προκειμένου να βελτιώσουν τη λύση του συνολικού προβλήματος εντοπισμού της στάσης ενός ρομπότ. Υποθέτοντας ότι το περιβάλλον του είναι δομημένο και χωρίς κανενός είδους συμμετρίες, η μέθοδος προσδιορίζει τον προσανατολισμό του ρομπότ χρησιμοποιώντας τη μέθοδο του HSM. Έχοντας βρει τον προσανατολισμό του ρομπότ, η μέθοδος εκτιμά τη θέση του ρομπότ υπολογίζοντας την πιθανότητα ότι κάθε θέση στο πλέγμα του χάρτη

παρήγαγε την μέτρηση που προέρχεται από τον φυσικό αισθητήρα lidar. Αυτή η πιθανότητα εξάγεται με τη χρήση του μοντέλου τελικού σημείου δέσμης [TBF05]. Η θέση του ρομπότ είναι η θέση από την οποία αποτυπώθηκε η εικονική σάρωση που σημειώνει τη μέγιστη πιθανότητα.

Ομοίως, στα πλαίσια της επίλυσης του προβλήματος εκτίμησης της στάσης ενός ρομπότ βάσει καθολικής, αυτή τη φορά αβεβαιότητας, η μέθοδος του [PP14] παράγει πρώτα το γενικευμένο διάγραμμα Voronoi του δεδομένου δισδιάστατου χάρτη πλέγματος. Οι κόμβοι του θεωρούνται ως αρχικές υποθέσεις για τη θέση του ρομπότ. Από αυτούς τους κόμβους υπολογίζονται εικονικές μετρήσεις σε γωνιακό εύρος  $2\pi$  με τη χρήση δεσμοβολής (raycasting) στο χάρτη. Στη συνέχεια υπολογίζονται αντιστοιχίες μεταξύ κάθε εικονικής σάρωσης και της σάρωσης που καταγράφηκε από τον φυσικό αισθητήρα με τη χρήση μίας φασματικής τεχνικής [LH05]. Η τελευταία βρίσκεται γεωμετρικές σχέσεις μεταξύ των δύο σαρώσεων εισόδου κατά ζεύγη σημείων. Αυτές οι αντιστοιχίες χρησιμοποιούνται στη συνέχεια για τη δημιουργία γεωμετρικών δισδιάστατων ιστογραμμάτων που κωδικοποιούν μια αίσθηση ομοιότητας μεταξύ της πραγματικής σάρωσης και όλων των εικονικών σαρώσεων. Στη συνέχεια οι κόμβοι από τους οποίους αποτυπώθηκαν οι τελευταίες κατατάσσονται σύμφωνα με αυτό το μέτρο ομοιότητας, και ένα κατώφλι που βασίζεται στο συντελεστή συσχέτισης όλων των συνδυασμών των σαρώσεων χρησιμοποιείται για την εξαγωγή ενός υποσυνόλου υποψήφιων στάσεων. Αυτή η διαδικασία χρησιμοποιείται για να φιλτράρει γρήγορα όλες τις υποψήφιες στάσεις. Η τελική εκτίμηση στάσης είναι εκείνη που επιτυγχάνει τον μέγιστο αριθμό αντιστοιχούντων ζευγών.

Στο [Zha+17] ο χάρτης πλέγματος πληρότητας μετατρέπεται πρώτα σε μία μορφή χάρτη προσημασμένης καταλληλότητας (fitness map). Αυτός κωδικοποιεί σε κάθε κελί του την απόσταση του πλησιέστερου εμποδίου για μία δεδομένη εκτίμηση της θέσης του αισθητήρα. Μέσω του χάρτη καταλληλότητας οι μετρήσεις του αισθητήρα συσχετίζονται με το χάρτη του περιβάλλοντος χωρίς να εξάγονται χαρακτηριστικά από κανένα από τα δύο δεδομένα. Το πρόβλημα της εύρεσης της στάσης του αισθητήρα διατυπώνεται στη συνέχεια ως ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης. Εδώ χρησιμοποιείται βελτιστοποίηση συμήνους σωματιδίων για την εξερεύνηση του χώρου στάσεων για την αναζήτηση της πιο πιθανής λύσης. Αυτό γίνεται με τη μεγιστοποίηση της συνάρτησης καταλληλότητας. Για την περαιτέρω βελτίωση της ακρίβειας αναζήτησης, γίνεται μία σειρά ευθυγραμμίσεων της πραγματικής μέτρησης με εικονικές μετρήσεις από τις εκτιμήσεις της στάσης του αισθητήρα μέσω του ICP: από τις στάσεις των

σωματιδίων που κατέχουν την κορυφαίες καταλληλότητες συλλαμβάνονται εικονικές σαρώσεις και αντιστοιχίζονται με την πιο πρόσφατη σάρωση-μέτρηση. Η εκτίμηση της στάσης που εξάγεται από τον αλγόριθμο είναι αυτή της οποίας η ενημερωμένη τιμή καταλληλότητας είναι η μέγιστη μεταξύ όλων των υπο-επεξεργασία σωματιδίων.

Αντίθετα, για την επίλυση του προβλήματος Π1, στα πλαίσια της εκτίμησης της στάσης αυτόνομων περονοφόρων ανυψωτικών μηχανημάτων, η μέθοδος που παρουσιάζεται στο [Vas+16] επιλύει την ευθυγράμμιση μετρήσεων με σαρώσεις σε δύο βήματα: Δεδομένης της εκτίμησης της στάσης ενός οχήματος, που γίνεται μέσω της χρήσης φίλτρου σωματιδίων με δειγματοληψία KLD (ενότητα 1.2.3), επιχειρείται η μείωση του σφάλματος της εκτίμησης του προσανατολισμού της στάσης μέσω ευθυγράμμισης της πραγματικής και της εικονικής σάρωσης χρησιμοποιώντας μία παραλλαγή του ICP. Συγκεκριμένα, η ευθυγράμμιση πραγματοποιείται μέσω της ολοκληρωμένης, υψηλής ακρίβειας, αποδοτική, και με τις καλύτερες επιδόσεις μέθοδο του PLICP. Τα ευρήματα των συγγραφέων δείχνουν ότι η βελτίωση της εκτίμησης της θέσης μέσω του ίδιου μηχανισμού και με τη χρήση του PLICP είναι ασταθής. Επομένως καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι η χρήση του PLICP προκειμένου να εξαχθεί η σχετική μετατόπιση μεταξύ των δύο σαρώσεων σε βιομηχανικές συνθήκες, όπου απαιτείται ακρίβεια χιλιοστών του μέτρου, είναι επισφαλής και ακατάλληλη. Για αυτόν τον λόγο, δεδομένου ότι το σφάλμα εκτίμησης του προσανατολισμού ενός οχήματος έχει μειωθεί σε μόλις  $0.13^\circ$ , το σφάλμα εκτίμησης θέσης διορθώνεται με επαναληπτική εκτέλεση ευθυγράμμισης μετρήσεων με εικονικές σαρώσεις, μέσω μίας διαδικασίας που εκτιμά το σφάλμα μετατόπισης μεταξύ των δύο με έναν επαναληπτικό τρόπο και μέσω μίας συνάρτησης του πρώτου όρου του Διακριτού Μετασχηματισμού Fourier της διαφοράς των δύο σημάτων-σαρώσεων.

Ένας παρόμοιος τρόπος ευθυγράμμισης παρουσιάζεται στο [Pen+18]. Αντί της χρήσης του PLICP οι συγγραφείς αναπτύσσουν έναν αλγόριθμο ευθυγράμμισης με τη χρήση του αλγορίθμου Gauss-Newton. Αυτή η ευθυγράμμιση πραγματοποιείται με κλιμακωτά αυξανόμενη ανάλυση του χάρτη από τον οποίον εξάγονται οι εικονικές μετρήσεις. Τα πειράματα που πραγματοποιήθηκαν με ένα πραγματικό ρομπότ σε μη δομημένα περιβάλλοντα δείχνουν ότι η μέθοδος τους επιτυγχάνει κατά μέσο όρο ακρίβεια θέσης  $0.017 \text{ m}$  και μέση ακρίβεια προσανατολισμού  $0.5^\circ$ . Στα [CHM19] και [Liu+19] ο PLICP χρησιμοποιείται επιπλέον ως μέσο οδομετρίας κάθε φορά που μία μετρική σφάλματος οδομετρίας βρίσκεται να είναι μεγαλύτερη από ένα κατώτατο όριο. Ωστόσο, σε αντίθεση με τη μέθοδο του [Pen+18], η ευθυγράμ-

μιση πραγματικών με εικονικές μετρήσεις πραγματοποιείται με την αλυσιδωτή σύνδεση του PLICP με τον GPM [Cen06] προκειμένου να μετριαστούν οι επιπτώσεις των μεγάλων γωνιακών σφαλμάτων του PLICP.

Η μέθοδος που παρουσιάζεται στο [BAJ19] εξετάζει από κοινού την οδομετρία, την ευθυγράμμιση δισδιάστατων μετρήσεων αισθητήρα lidar, και την ευθυγράμμιση πραγματικών με εικονικές σαρώσεις χάρτη, σε κτηματολογικούς χάρτες, και συγχεκτικένα για τον εντοπισμό αυτόνομων οχημάτων σε εξωτερικούς χώρους. Αυτές χρησιμοποιούνται ως περιορισμοί στην επίλυση ενός προβλήματος βελτιστοποίησης γράφου που υπολογίζει την πιο πιθανή στάση του οχήματος δεδομένων των μετρήσεων αισθητήρα απόστασης. Όσον αφορά στα κτηματολογικά σχέδια, τα μη κτιριακά αντικείμενα φιλτράρονται από την πραγματική παρατήρηση του αισθητήρα με τη χρήση μιας προσέγγισης διαχωρισμού και συγχώνευσης (split and merge), η οποία συνδυάζεται με σταθμισμένη άρμωση γραμμών (line fitting). Η μέτρηση εισόδου και αυτή που προκύπτει από την εκτιμώμενη στάση της στο χάρτη ευθυγραμμίζονται στη συνέχεια μέσω του GICP, και ο προκύπτον μετασχηματισμός στάσης προστίθεται στο γράφο εάν και μόνο εάν ο αλγόριθμος που τον παρήγαγε έχει συγχλίνει. Παράλληλα, στο ίδιο άρθρο εισάγεται μια μέθοδος για τη λύση της ασάφειας όσον αφορά στη διαμήκη θέση του οχήματος που προκύπτει σε περιβάλλοντα που προσομοιάζουν σε διαδρόμους.

Στο [Wan+21] η προτεινόμενη μέθοδος εντοπισμού της στάσης ενός οχήματος βάσει πεπερασμένης αβεβαιότητας χωρίζεται σε δύο φάσεις: μια offline και μια online. Κατά τη διάρκεια της πρώτης ο χάρτης χωρίζεται σε ένα δισδιάστατο πλέγμα καθορισμένης ανάλυσης. Στη συνέχεια δημιουργείται μια υπογραφή θέσης, η οποία είναι αναλλοίωτη σε περιστροφές, για κάθε εικονική πανοραμική σάρωση που λαμβάνεται από κάθε διασχίσμα κελί του χάρτη. Όλες οι προκύπτουσες υπογραφές εισάγονται στη συνέχεια σε μια αναζήτηση δένδρου ANN. Στη δεύτερη φάση, για κάθε εισερχόμενη πραγματική μέτρηση παράγεται η υπογραφή της με τον ίδιο τρόπο όπως και κατά την πρώτη φάση. Στη συνέχεια η υπογραφή χρησιμοποιείται για την ανάκτηση των γειτονικών υποψήφιων θέσεων από το δένδρο αναζήτησης: η θέση της εκτίμησης στάσης είναι εκείνη η θέση της οποίας η υπογραφή της εικονικής μέτρησης είναι ο πλησιέστερος γείτονας της υπογραφής της πραγματικής μέτρησης. Για να ληφθεί ο προσανατολισμός της στάσης του ρομπότ δημιουργείται μια εικονική σάρωση από την εκτιμώμενη θέση και η οποία ευθυγραμμίζεται με την πανοραμική μέτρηση μετά από βήματα προεπεξεργασίας και προ-ευθυγράμμισης. Η γωνιακή ευθυγράμμιση πραγματοποιείται σε βήματα μίας

μοίρας και ο προσανατολισμός του ρομπότ είναι αυτός που καταγράφει την ελάχιστη σχετική εντροπία μεταξύ της εικονικής και της πραγματικής μέτρησης.

### 5.3 Μεθοδολογία ελάττωσης σφάλματος εκτίμησης στάσης

#### 5.3.1 Μέσω επιλογής σωματιδίων

Έστω ένα ρομπότ κινητής βάσης του πεδίου εφαρμογής ΠΕ. Τα φίλτρα σωματιδίων διατηρούν την εκτίμηση της στάσης του σε κάθε χρονικό βήμα  $t$ ,  $\hat{x}_t(x, y, \theta)$ , εντός ενός χάρτη  $M$ , με τη μορφή ενός συνόλου από “σωματίδια”, δηλαδή τυχαία δείγματα από την κατανομή πιθανότητας  $p(\mathbf{x}_t | z_t, M)$ . Εδώ  $z_t$  είναι το διάνυσμα παρατηρήσεων, οι οποίες ανιχνεύονται τη χρονική στιγμή  $t$  από το ρομπότ μέσω της χρήσης των αισθητήρων του, και οι οποίοι, στα συμφραζόμενα της παρούσας διατριβής, αποτελούνται αποκλειστικά από έναν δισδιάστατο αισθητήρα αποστάσεων τύπου lidar. Η αναπαράσταση της κατανομής  $p(\mathbf{x}_t | z_t, M)$  από ένα σύνολο δειγμάτων οφείλεται στην ουσιαστική δυϊκότητα μεταξύ των δύο [SG92].

Αυτή η ιδιότητα των φίλτρων σωματιδίων τους επιτρέπει την ικανότητα αναπαράστασης πολυτροπικών (multi-modal) κατανομών—μια προϋπόθεση για τον εντοπισμό της στάσης του ρομπότ βάσει καθολικής αβεβαιότητος—αλλά, με την ίδια λογική, καθιστά ασαφή την απάντηση στο ερώτημα του συνδυασμού όλων των πιθανών υποθέσεων (κάθε σωματίδιο εκφράζει μια διακριτή υπόθεση για την κατάσταση του ρομπότ εντός του  $M$ ) μέσω του υπολογισμού μιας ενιαίας εκτίμησης της στάσης του ρομπότ. Στα φίλτρα Kalman, σε αντίθεση, τα οποία είναι αυστηρά μονοτροπικοί (uni-modal) εκτιμητές, για την εκτίμηση του φίλτρου αρκεί το διάνυσμα της στάσης και η συνδιακύμανση της για τον υπολογισμό της εκτίμησης της κατάστασης  $x_t$  [May79]. Αντιθέτως, στα φίλτρα σωματιδίων δεν υπάρχει μία ενιαία λύση κλειστής μορφής για αυτό το πρόβλημα. Η επικρατούσα προσέγγιση για τον υπολογισμό της εκτιμώμενης στάσης είναι έμμεση, και υποθέτει την ταυτοποίηση μέσα στην κατανομή των σωματιδίων της υποκατανομής με το μεγαλύτερο συνολικό βάρος (ενότητα 1.2.3), προτού στη συνέχεια προχωρήσει στον υπολογισμό του σταθμισμένου κέντρου της. Στην περίπτωση όπου η εκτίμηση έχει συγκλίνει και η κατανομή έχει γίνει μονοτροπική, αυτή η προσέγγιση

είναι ισοδύναμη με τη εξαγωγή της μέσης τιμής των εκτιμήσεων όλων των σωματιδίων, σταθμισμένη με το ατομικό βάρος του καθενός.

Η βιβλιογραφία σχετικά με την εξαγωγή της τελικής εκτίμησης στάσης ενός φίλτρου σωματιδίων με βάση κάποια συγκεκριμένα χαρακτηριστικά τους είναι μάλλον ισχνή: μόνο τα [LCV10] και [CV13] επικεντρώνονται σε αυτό το έργο στα συμφραζόμενα των ανθρωποειδών ρομπότ, λόγω της ανάγκης ελάττωσης του αρκούντως υψηλού σφάλματος εκτίμησης της στάσης τους, η οποία προκύπτει από τη χρήση μικρών σε μέγεθος και ύφορυβωδών αισθητήρων. Αρχικά, τη χρονική στιγμή  $t$  προσδιορίζουν το σωματίδιο με το μεγαλύτερο βάρος μέσα σε συγκεκριμένα όρια μεταφορικής και περιστροφικής απόστασης από την εκτίμηση της στάσης τη χρονική στιγμή  $t-1$ . Οι συγγραφείς εκτελούν την επιλογή με αυτόν τον τρόπο προκειμένου να αμβλυνθεί η ασυνέχεια της εκτίμησης της στάσης στο χώρο. Στη συνέχεια η τελική στάση υπολογίζεται ως το κεντροειδές όλων των σωματιδίων εντός μιας προκαθορισμένης ακτίνας γύρω από αυτό το σωματίδιο, εάν το βάρος της συστάδας τους ξεπερνά ένα κατώφλι βάρους. Ωστόσο, εάν η τιμή του είναι μικρότερη από το κατώφλι, η τελική εκτίμηση του φίλτρου εξάγεται ως το σωματίδιο με το μεγαλύτερο βάρος. Στη συνέχεια θα αποδείξουμε ότι αυτή η δεύτερη απόφαση, ενώ διαισθητικά ορθή, στην πραγματικότητα δεν είναι σοφή και, επομένως, δεν αποτελεί βιώσιμη λύση για επέκταση σε άλλες συνθήκες πέρα από τα πλαίσια αυτών των δύο έργων.

Στα φίλτρα σωματιδίων κάθε σωματίδιο χαρακτηρίζεται από έναν δείκτη βαρύτητας, ο οποίος ονομάζεται “βάρος” του κάθε σωματιδίου. Το βάρος  $w_t^i$  ενός σωματιδίου  $i$  τη χρονική στιγμή  $t$  ποσοτικοποιεί την πιθανότητα το ρομπότ να έχει παρατηρήσει τις πραγματικές μετρήσεις  $z_t$  από την εκτιμώμενη στάση του σωματιδίου  $\hat{x}_t^i(x_i, y_i, \theta_i)$ . Αυτό σημαίνει ότι, δεδομένου ενός χάρτη  $M$  πιστότητας στη λειτουργική κατάσταση του περιβάλλοντος, όσο πιο ακριβής είναι η εκτίμηση της στάσης του ρομπότ  $\hat{x}_t^i(x_i, y_i, \theta_i)$ , τόσο πιο κοντά είναι στην πραγματική του στάση  $x_t(x, y, \theta)$ , και επομένως τόσο μεγαλύτερη είναι η συμφωνία των πραγματικών μετρήσεων  $z_t$  και των προβλεπόμενων μετρήσεων  $\hat{z}_t^i$ . Επομένως, θεωρητικά, υπάρχει μια άμεση δυσαναλογία μεταξύ του σφάλματος εκτίμησης ενός σωματιδίου (η απόκλιση της εκτιμώμενης στάσης από την πραγματική της τιμή) και της τιμής του βάρους του: όσο μικρότερο είναι το σφάλμα εκτίμησης της στάσης του, τόσο μεγαλύτερο είναι το βάρος του, και αντίστροφα.

Αυτό το τελικό συμπέρασμα, σε αντιδιαστολή με την κυρίαρχη προσέγγιση εξαγωγής της εκτίμησης του φίλτρου, αποτέλεσε το κίνητρό μας για τη διερεύνηση της εξαγωγής της

εκτίμησης της στάσης του μέσω άλλων μεθόδων από την επιχρατούσα. Θεωρητικά, λοιπόν, θα περιμέναμε ότι η επιλογή σωματιδίων με υψηλό βάρος (που ισοδυναμεί με την απόρριψη σωματιδίων με χαμηλό βάρος—σωματίδια των οποίων η εκτίμηση της στάσης εξηγεί τις μετρήσεις  $z_t$  με λιγότερο ικανοποιητικό τρόπο σε σύγκριση με άλλα σωματίδια του πληθυσμού) για τον υπολογισμό της σύνθετης εκτίμησης του φίλτρου θα είχε ως αποτέλεσμα καλύτερες εκτιμήσεις στάσης, δηλαδή εκτιμήσεις με μικρότερο σφάλμα ως προς τη στάση ρομπότ σε κάθε χρονικό βήμα. Δεδομένου ότι το βάρος ενός σωματιδίου είναι ένα καθορισμένο, ποσοτικοποιήσιμο, και οριστικό μέτρο της ευθυγράμμισης των μετρήσεων των αισθητήρων και των αναμενόμενων μετρήσεων τους, και δεδομένου ότι η τιμή που αποδίδεται στο βάρος ενός σωματιδίου γίνεται με αναλογικό τρόπο, όλες οι μέθοδοι επιλογής σωματιδίων για την εξαγωγή της εκτίμησης του φίλτρου που θα καλύψουμε είναι βασισμένες στο βάρος. Περιορίζουμε τις μεθόδους επιλογής μας σε προσεγγίσεις με βάση το βάρος διότι στα πλαίσια των φίλτρων σωματιδίων το βάρος ενός σωματιδίου είναι ο μοναδικός δείκτης της ποιότητας (του σφάλματος) της εκτίμησής του.

Έστω  $\mathbf{P}_t$  το σύνολο του πληθυσμού των σωματιδίων τη χρονική στιγμή  $t$ . Τότε  $\mathbf{P}_t \equiv \{(\hat{x}_t^i, w_t^i)\}, i = 0, 1, \dots, |\mathbf{P}_t| - 1$ , όπου  $\hat{x}_t^i$  είναι η εκτίμηση του  $i$ -οστού σωματιδίου της στάσης του ρομπότ τη χρονική στιγμή  $t$ , και  $w_t^i$  είναι το βάρος που σχετίζεται με το σωματίδιο  $i$  την ίδια χρονική στιγμή. Επιπλέον, έστω  $\bar{W}_t = \frac{1}{|\mathbf{P}_t|} \sum_{i=0}^{|\mathbf{P}_t|-1} w_t^i$  το μέσο βάρος των σωματιδίων του  $\mathbf{P}_t$ . Στη συνέχεια διακρίνουμε δύο διακριτές μεθόδους επιλογής: (α) απόλυτες και (β) σχετικές μεθόδους. Στις μεθόδους απόλυτης επιλογής ένα απόλυτο ποσοστό του πληθυσμού  $\mathbf{P}_t$  καλείται να ψηφίσει για την εκτίμηση της στάσης του ρομπότ τη χρονική στιγμή  $t$ . Η επιχρατούσα μέθοδος υπολογισμού της στάσης είναι μια ειδική περίπτωση της απόλυτης επιλογής, όπου το ποσοστό των επιλεγμένων σωματιδίων είναι 100%. Στις μεθόδους σχετικής επιλογής τα σωματίδια επιλέγονται για ψηφιοφορία υπό την προϋπόθεση ικανοποίησης κάποιας σχέσης των βαρών τους  $w_t^i$  με το συνολικό βάρος του πληθυσμού  $\bar{W}_t$ : για παράδειγμα, μόνο τα σωματίδια των οποίων  $w_t^i > \bar{W}_t$  επιλέγονται να έχουν λόγο στην συνολική εκτίμηση της στάσης του φίλτρου. Ο αλγόριθμος III απεικονίζει σε ψευδοχώρια τη διαδικασία επιλογής σωματιδίων για την εξαγωγή της τελικής εκτίμησης του φίλτρου, η οποία στοχεύει στην επίλυση του προβλήματος ΙΙΙ ύπο την παραδοχή ΙΙ.

Στον αλγόριθμο III, αν επιλεγεί ο απόλυτος τρόπος επιλογής (absolute), ο πληθυσμός σωματιδίων ταξινομείται πρώτα με βάση το βάρος του καθενός σε φύλουσα σειρά (γραμμή

---

**Αλγόριθμος III particle\_selection**

---

**Input:**  $\mathbf{P}_t \equiv \{(\hat{\mathbf{x}}_t^i, w_t^i)\}$ , selection\_manner, fraction

**Output:** pose estimate  $\hat{\mathbf{x}}_t$

```

1: assert selection_manner = ABSOLUTE || RELATIVE
2: assert fraction ∈ [0, 1]
3: if selection_manner = ABSOLUTE then
4:    $\mathbf{P}'_t \leftarrow$  sort  $\mathbf{P}_t$  by weight  $w_t^i$ , descending
5:   if fraction > 0.0 then
6:      $\mathbf{P}''_t \leftarrow \mathbf{P}'_t[0 : \lfloor \text{fraction} \cdot |\mathbf{P}'_t| \rfloor - 1]$ 
7:   else
8:      $\mathbf{P}''_t \leftarrow \mathbf{P}'_t[0]$ 
9:   end if
10: end if
11: if selection_manner = RELATIVE then
12:    $\bar{W}_t \leftarrow \frac{1}{|\mathbf{P}_t|} \sum_{i=0}^{|\mathbf{P}_t|-1} w_t^i$ 
13:    $\mathbf{P}''_t \leftarrow \hat{\mathbf{x}}_t^i : w_t^i > \bar{W}_t$ 
14: end if
15:  $\hat{\mathbf{x}}_t \leftarrow (0, 0, 0)$ 
16: for  $j = 0 : |\mathbf{P}''_t| - 1$  do
17:    $\hat{\mathbf{x}}_t \leftarrow \hat{\mathbf{x}}_t + \mathbf{P}''_t[j].w_t \cdot \mathbf{P}''_t[j].\hat{\mathbf{x}}_t$ 
18: end for
19: return  $\hat{\mathbf{x}}_t$ 

```

---

4), και στο ταξινομημένο σύνολο σωματιδίων δίνεται η ονομασία  $\mathbf{P}'_t$ . Στη συνέχεια τα πρώτα  $\lfloor \text{fraction} \cdot |\mathbf{P}'_t| \rfloor$  σωματίδια λαμβάνονται υπόψιν προς υπολογισμό της τελικής εκτίμησης, όπου το fraction ∈ [0, 1] εκφράζει την αναλογία των σωματιδίων που θα ληφθούν υπόψη (γραμμή 6)—η σύμβαση fraction = 0 προορίζεται για την επιλογή του σωματιδίου με το μεγαλύτερο βάρος μεταξύ όλων του συνόλου  $\mathbf{P}_t$ . Ο συμβολισμός  $\mathbf{P}'_t[a]$  δηλώνει το σωματίδιο του  $\mathbf{P}'_t$  με δείκτη  $a$ , και ο συμβολισμός  $\mathbf{P}'_t[a:b]$  δηλώνει το σύνολο των σωματιδίων που αποτελούνται από τα στοιχεία του  $\mathbf{P}'_t$  από τον δείκτη  $a$  μέχρι και τον δείκτη  $b$ . Από την άλλη πλευρά, αν επιλεγεί η σχετική επιλογή (relative), πρώτα υπολογίζεται το μέσο βάρος του πληθυσμού (γραμμή 12), και στη συνέχεια όλα τα σωματίδια των οποίων το βάρος υπερβαίνει αυτή την τιμή περιλαμβάνονται στο σύνολο σωματιδίων που μεταφέρεται εμπρός (γραμμή 13). Και στις δύο περιπτώσεις το σύνολο  $\mathbf{P}''_t$  περιλαμβάνει τις υποθέσεις του συνόλου σωματιδίων που έχουν επιλεγεί για να προσδώσουν την τελική εκτίμηση του φίλτρου. Στη συνέχεια υπολογίζεται ο σταθμισμένος κατά βάρος μέσος όρος των εκτιμήσεων στάσης αυτού του συνόλου (γραμμή

17) και η προκύπτουσα στάση θεωρείται ως η έξοδος του συστήματος επιλογής σωματιδίων. Ο συμβολισμός  $P_t''[j].a$  για το σύνολο σωματιδίων  $P_t''$  δηλώνει τη συνιστώσα  $a$  (δηλαδή το βάρος  $w_t$  ή την εκτίμηση της στάσης  $\hat{x}_t$ ) του στοιχείου του  $P_t''$  στο δείκτη  $j$  για τη χρονική στιγμή  $t$ .

Ένα εύλογο ερώτημα που μπορεί να τεθεί είναι γιατί δεν κρατάμε το συνολικό μέγεθος του πληθυσμού στο κλάσμα επιλογής  $fraction \cdot |P_t|$  ώστε να απαλλαγούμε συνολικά από τον μηχανισμό επιλογής. Αυτό θα ήταν δυνητικά καταστροφικό, καθώς η διατήρηση ενός χαμηλότερου αριθμού σωματιδίων θα αύξανε τον κίνδυνο αποστέρησης σωματιδίων (particle deprivation) [TBF05]. Έπειτα, καθώς το μέγεθος του πληθυσμού αυξάνει, αυξάνεται και η πιστότητα της εκ των υστέρων πιθανότητας εκτίμησης της στάσης του ρομπότ (εξίσωση 1.2) ως προς την αληθινή του στάση. Αντίστροφα, όσο μικρότερος είναι ο αριθμός των σωματιδίων του φίλτρου τόσο μεγαλύτερη είναι η πιθανότητα απόκλισης της εκτίμησής του. Με τον παραπάνω τρόπο προσέγγισης προφυλασσόμαστε και από τη στέρηση σωματιδίων (διατηρώντας ένα αυξημένο μέγεθος του πληθυσμού) και ταυτόχρονα χρησιμοποιούμε ένα καθεστώς επιλογής ώστε το σύστημα να αυξάνει την ακρίβειά του χωρίς να θυσιάζει την ποιότητα/ακρίβεια της εκ των υστέρων πιθανότητας εκτίμησης της στάσης του ρομπότ ή την ευστάθεια του φίλτρου.

Αν και θεωρητικά οι παραπάνω μέθοδοι επιλογής είναι ορθές (δεδομένου ότι η επιλογή βαρύτερων σωματιδίων, η οποία απορρίπτει τα σωματίδια με περισσότερο ανακριβή εκτίμηση, βελτιώνει την ποιότητα της συνολικής εκτίμησης), στην πράξη (ενότητα 5.4.3) παρατηρούμε ποικίλα ή δυσμενή αποτελέσματα, τα οποία μπορούν να αποδοθούν (α) στην απώλεια συνολικής πληροφορίας, (β) στον υψηλότερο βαθμό επιρροής που αποκτούν τα σωματίδια όταν η πληθυκότητα του συνόλου ψηφοφορίας μειώνεται, ή/και (γ) στην απομάκρυνση σωματιδίων με σχεδόν συμμετρικές θέσεις που υπάρχουν στον πληθυσμό λόγω της τυχαιότητας που εισάγεται κατά τη διάρκεια του φίλτρου κατά τη φάση πρόβλεψης (prediction stage) του φίλτρου.

Στην επόμενη ενότητα αιτιολογούμε πώς το χάσμα μεταξύ της εκτιμώμενης στάσης του MCL και της πραγματικής στάσης μπορεί να μειωθεί με τον επιπρόσθετο τρόπο της ευθυγράμμισης εικονικών μετρήσεων που λαμβάνονται εντός του χάρτη  $M$  από την πρώτη με πραγματικές μετρήσεις που λαμβάνονται από τον φυσικό αισθητήρα από την δεύτερη.

### 5.3.2 Μέσω ευθυγράμμισης μετρήσεων με σαρώσεις χάρτη

Στην παρούσα μελέτη επιδιώκουμε να βελτιώσουμε την εκτίμηση ενός φίλτρου σωματιδίων με διάφορα μέσα: στην προηγούμενη ενότητα αναλύσαμε θεωρητικά τον τρόπο με τον οποίο η επιλογή σωματιδίων με μεγάλη βαρύτητα για τον προσδιορισμό της στάσης εξόδου του φίλτρου στρέφει το φίλτρο στον υπολογισμό ακριβέστερων εκτιμήσεων. Σε αυτή την ενότητα όμως η ευθυγράμμιση πραγματικών με εικονικές μετρήσεις μπορεί να χρησιμοποιηθεί προσθετικά στο φίλτρο σωματιδίων (ή σε οποιαδήποτε άλλη τεχνική εντοπισμού μέσω της χρήσης δισδιάστατου αισθητήρα lidar), έτσι ώστε η τελική εκτίμηση του συστήματος να πλησιάζει περισσότερο στην αληθινή στάση του ρομπότ, και συνεπώς να επιλύει το πρόβλημα Π1. Αυτή η τεχνική είναι εμπνευσμένη από το [Vas+16] και καλύπτεται λεπτομερέστερα εδώ για τους λόγους σχολαστικότητας και πληρότητας.

Έστω ότι ένα ρομπότ του πεδίου εφαρμογής ΠΕ φέρει έναν δισδιάστατο αισθητήρα αποστάσεων τύπου lidar, και ότι λειτουργεί σε ένα καθορισμένο περιβάλλον το οποίο αναπαρισταται μέσω ενός χάρτη πλέγματος κατάληψης  $M$ . Έστω επίσης ότι τη χρονική στιγμή  $t$  το φίλτρο σωματιδίων έχει εξάγει μια εκτιμώμενη στάση  $\hat{x}_t(x, y, \theta)$  χρησιμοποιώντας κάποια μέθοδο επιλογής σωματιδίων, και ότι μία μέτρηση  $S_t^R$  μέσω του αισθητήρα, η οποία έχει ληφθεί από την πραγματική στάση του ρομπότ, είναι επίσης διαθέσιμη τη χρονική στιγμή  $t$ . Τότε, αν συλλάβουμε μια εικονική σάρωση  $S_t^V$  από την εκτιμώμενη στάση  $\hat{x}_t$ , η οποία είναι το αποτέλεσμα της προσομοίωσης της αρχής λειτουργίας του πραγματικού αισθητήρα αλλά αντή τη φορά στο χάρτη  $M$  για το ίδιο γωνιακό εύρος και μέγιστη αισθητή απόσταση του, είναι δυνατόν με την ευθυγράμμιση των δύο σαρώσεων (ενότητα 1.2.6) να προκύψει ο μετασχηματισμός  $q_t$  ο οποίος, αν εφαρμοστεί στην εκτίμηση  $\hat{x}_t$ , θα την κάνει συμπίπτει με την πραγματική στάση  $x_t$ .

Ωστόσο, λόγω (α) της παρουσίας ύφορύβου στις μετρήσεις  $S_t^R$  του αισθητήρα, (β) της αναπόφευκτης αναντιστοιχίας μεταξύ του χάρτη  $M$  του περιβάλλοντος λειτουργίας και του ίδιου του περιβάλλοντος, (γ) της διακριτής φύσης του χάρτη (ο  $M$  είναι ένας χάρτης πλέγματος πεπερασμένης ανάλυσης), και (δ) του γεγονότος ότι ο χρησιμοποιούμενος αλγόριθμος ευθυγράμμισης δεν είναι απαραίτητα ένας τέλειος τελεστής, αναμένουμε ότι αυτό που πραγματικά θα συμβαίνει είναι ότι η εφαρμογή του  $q_t$  στην εκτίμηση της στάσης  $\hat{x}_t$  θα μετακινήσει την εκτίμηση αυτή σε μία γειτονιά της πραγματικής στάσης και όχι ακριβώς σε αυτήν. Το

προκύπτον σφάλμα εκτίμησης εξαρτάται από ένα πλήθος παραμέτρων, μεταξύ άλλων, από την ποιότητα της οδομετρίας του ρομπότ, την αντιστοιχία του κινηματικού μοντέλου του ρομπότ με την πραγματική δυναμική του, το μέγεθος του θορύβου του αισθητήρα, την ανάλυση του χάρτη, την ακρίβεια του αλγορίθμου ευθυγράμμισης στην εκτίμηση του μετασχηματισμού μεταξύ των δύο συνόλων σημείων, το μέγεθος του πληθυσμού των σωματιδίων, την κατάσταση του χάρτη σε συνδυασμό με την ικανότητα του αλγορίθμου ευθυγράμμισης στο να απορρίπτει ακραίες ή μη-αντιστοιχούσες τιμές, το μέγιστο εύρος του αισθητήρα σάφωσης, καθώς και το γωνιακό του εύρος.

Ανάλογα με τη διαμόρφωση του MCL, θα θέλαμε να χρησιμοποιήσουμε έναν αλγόριθμο ευθυγράμμισης που να μπορεί να συμβαδίζει με τη συχνότητα των εκτιμήσεων του φίλτρου, δηλαδή να λειτουργεί σε πραγματικό χρόνο ως προς το ρυθμό ανανέωσής τους (επακόλουθο II). Ο αλγόριθμος που επιλέγουμε είναι ο PLICP [Cen08] για τους ακόλουθους λόγους:

- (α) ξεπερνά τους τελευταίας τεχνολογίας αλγορίθμους ευθυγράμμισης σε ακρίβεια, αριθμό επαναλήψεων μέχρι τη σύγκλιση, και μέσο χρόνο εκτέλεσης, και (β) διαθέτει μία πληθώρα ρυθμιστικών παραμέτρων, οι οποίες μπορούν να προσαρμοστούν στον χρησιμοποιούμενο αισθητήρα και γενικότερα στα χαρακτηριστικά των ορισμάτων του προβλήματος ευθυγράμμισης.

Στην επόμενη ενότητα αιτιολογούμε πώς το σφάλμα της εκτιμώμενης στάσης του MCL σε συνδυασμό με έναν αλγόριθμο ευθυγράμμισης πραγματικών και εικονικών σαρώσεων μπορεί να μειωθεί περαιτέρω με την ανάδραση της εκτίμησης του συνολικού τους συστήματος πίσω στον πληθυσμό του φίλτρου σωματιδίων.

### 5.3.3 Μέσω ανάδρασης

Παρόλο που η εξαγώμενη από την τεχνική ευθυγράμμισης πραγματικών με εικονικές σαρώσεις εκτίμηση  $\hat{x}'$  υποφέρει από τις παραπάνω πηγές σφάλματος, είναι, με βάση τη βιβλιογραφία (ενότητα 5.2.2), ακριβέστερη από την εκτίμηση  $\hat{x}$  που εξάγεται από τον MCL. Αυτό σημαίνει ότι το συνολικό σύστημα που αποτελείται από το φίλτρο σωματιδίων και τον αλγόριθμο ευθυγράμμισης κατέχει μια εκτίμηση την οποία αγνοεί το ίδιο το φίλτρο. Συνέπως, καταλήγουμε ότι η εισαγωγή της εκτίμησης  $\hat{x}'$  στον πληθυσμό υποθέσεών του είναι επωφελής, και, στη βιβλιογραφία, αυτό επιτυγχάνεται με δύο τρόπους:

- Ο πρώτος τρόπος ανατροφοδότησης της βελτιωμένης εκτίμησης  $\hat{x}'$  στον MCL είναι η αρχικοποίησή του με αυτή την εκτίμηση. Αυτό σημαίνει ότι ο πληθυσμός σωματιδίων που διατηρείται από το φίλτρο δημιουργείται εκ νέου σε κάθε εκτέλεση, με τα σωματίδια να διασκορπίζονται γύρω από την  $\hat{x}'$  με προκαθορισμένη διακύμανση. Αυτή είναι η προσέγγιση που ακολουθείται στο [Vas+16], και θα αναφέρεται στο υπόλοιπο της παρούσας μελέτης ως **hard loop-closure**.
- Ο δεύτερος τρόπος είναι η εισαγωγή στον πληθυσμό των σωματιδίων μίας επιπρόσθετης διακριτής υπόθεσης που αντιπροσωπεύει την εκτίμηση  $\hat{x}'$ . Αυτή είναι η προσέγγιση που ακολουθείται στο [Pen+18], και θα αναφέρεται στο εξής ως **soft-1 loop-closure**.

Ένα από τα πιθανά προβλήματα μπορεί να δημιουργηθούν με τον πρώτο τρόπο ανάδρασης είναι ότι δεν μπορεί να είναι εύρωστος σε αποτυχίες εντοπισμού: εάν η έξοδος του αλγορίθμου ευθυγράμμισης σαρώσεων είναι ανακριβής (έστω μία φορά και για οποιοδήποτε μέγεθος σφάλματος), τότε το σύνολο του πληθυσμού του MCL θα αρχικοποιηθεί γύρω από αυτή τη στάση, με ενδεχόμενες καταστροφικές επιπτώσεις στον εντοπισμό της πραγματικής στάσης του ρομπότ: καθώς το σφάλμα εκτίμησης του αλγορίθμου ευθυγράμμισης μπορεί να είναι μη φραγμένο, η πρώτη ανακρίβεια εκτίμησης (α) θα μεταφέρει την εκτίμηση του φίλτρου αυτομάτως σε μία κατάσταση απόκλισης, (β) θα θέσει το ρομπότ και το περιβάλλον του σε πιθανό κίνδυνο (ενδέχεται να νομίζει ότι βρίσκεται ολοκληρωτικά αλλού από ότι βρίσκεται), και (γ) θα πρέπει να προκαλέσει εν τέλει τον πρόωρο τερματισμό της πλοιήγησής του (επακόλουθο I).

Επιπλέον, όσον αφορά στον δεύτερο τρόπο ανάδρασης, η εισαγωγή εινός σωματιδίου σε έναν πληθυσμό αρκετών εκατοντάδων σωματιδίων χρειάζεται περισσότερο χρόνο σύγκλισης σε μικρότερα σφάλματα από ότι αν ένα μεγαλύτερο μέρος του πληθυσμού αντικαθίστατο από τη βελτιωμένη εκτίμηση. Συνεπώς, είναι λογικό να υποθέσουμε ότι η εισαγωγή στον πληθυσμό των σωματιδίων της βελτιωμένης εκτίμησης με τη μορφή πλειάδας σωματιδίων θα καταστήσει τη σύγκλισή του πιο ταχεία και βελτιωμένη σε σχέση με την εισαγωγή της μέσω ενός σωματιδίου (με επιφύλαξη για την περίπτωση όπου όλα τα σωματίδια αντικαθίστανται από πολλαπλά αντίγραφα της ίδιας εκτίμησης της στάσης—η επισφάλεια αυτής της προσέγγισης έγκειται στην απουσία της διακύμανσης του φίλτρου και στους πιθανούς κινδύνους που εγκυμονούνται για τον πρώτο τρόπο ανάδρασης).

Παρακινούμενοι από τις παραπάνω υποθέσεις, εισάγουμε μια υβριδική στρατηγική κλεισίματος του βρόχου, όπου η εκτίμηση  $\hat{x}'$  εισάγεται στον πληθυσμό των σωματιδίων ως μια πληθώρα σωματιδίων. Η αναλογία τους στο συνολικό τελικό πληθυσμό είναι σταθερή και έχει οριστεί εκ των προτέρων. Εδώ, υποθέτοντας ότι το μέγιστο μέγεθος του πληθυσμού είναι  $N_{max}$ , ότι το επιθυμητό μέγεθος του εισαγόμενου πληθυσμού σε σύγκριση με το μέγεθος του πληθυσμού μετά την εισαγωγή του είναι  $q \in (0, 1)$ , και ότι τη χρονική στιγμή  $t$  το μέγεθος του πληθυσμού είναι  $N_t$ , διακρίνουμε τρεις περιπτώσεις:

- $N_t = N_{max}$

Όταν ο πληθυσμός βρίσκεται στη μέγιστη χωρητικότητά του, τα σωματίδια ταξινομούνται κατά φυλίουσα βαρύτητα, και τα χαμηλότερα  $\lfloor qN_{max} \rfloor$  σωματίδια διαγράφονται, δίνοντας τη θέση τους σε ίσο αριθμό σωματιδίων, όλα κλώνους της εκτίμησης  $\hat{x}'$ . Είναι προφανές ότι  $qN_{max}/N_{max} = q$ .

- $N_t \leq (1 - q)N_{max}$

Σε αυτή την περίπτωση, δεν διαγράφονται σωματίδια και προστίθενται  $\frac{q}{1 - q}N_t$  σωματίδια. Είναι εύκολο να δούμε ότι

$$\frac{\frac{q}{1-q}N_t}{\frac{q}{1-q}N_t + N_t} = \frac{qN_t}{qN_t + (1-q)N_t} = \frac{qN_t}{N_t} = q$$

- $(1 - q)N_{max} < N_t < N_{max}$

Στην περίπτωση αυτή, ο πληθυσμός των σωματιδίων  $N_t$  ταξινομείται κατά φυλίουσα βαρύτητα, διαγράφονται τα χαμηλότερα  $\lfloor N_t - (1 - q)N_{max} \rfloor$  σωματίδια, και  $\lfloor qN_{max} \rfloor$  αντίγραφα της υπόθεσης που εξάγεται από την ευθυγράμμιση σαρώσεων εισάγονται στο πληθυσμό. Και πάλι ο πληθυσμός που εισάγεται είναι, ως ποσοστό,  $q$  φορές το τελικό μέγεθος του πληθυσμού:

$$\frac{qN_{max}}{N_t - (N_t - (1 - q)N_{max}) + qN_{max}} = \frac{qN_{max}}{N_{max}} = q$$

Η προτεινόμενη στρατηγική ανάδρασης (α) μπορεί να κατευθύνει το σύστημα μακριά από την παγίδα ελαττωματικών εκτιμήσεων στάσης που εξάγονται από την ευθυγράμμιση σαρώσεων—κάτι αναπόφευκτο για την προσέγγιση hard loop-closure—με τη μη αντικατά-

σταση του συνόλου των σωματιδίων στο πληθυσμό του MCL, αλλά αντίθετα διατηρώντας ένα μέρος των καλύτερων εκτιμήσεών του (καλύτερων με την έννοια της υψηλότερης βαρύτητας) από τη μία επανάληψη του φίλτρου στην επόμενη, έτσι ώστε, ακόμη και αν η ευθυγράμμιση σαρώσεων παράγει μια αποκλίνουσα εκτίμηση, το φίλτρο να μπορεί να διατηρήσει την ευστάθεια του λόγω της διατήρησης των προηγούμενων εκτιμήσεων που βρίσκονται κοντά στην πραγματική στάση, και (β) μπορεί να επιταχύνει τη σύγκλιση και να διατηρήσει χαμηλότερα σφάλματα στάση εισάγοντας όχι μόνο ένα σωματίδιο—όπως στην περίπτωση της προσέγγισης soft-1 loop-closure—αλλά ένα πλήθος σωματιδίων χαμηλότερου σφάλματος εκτίμησης από αυτού του ίδιου του φίλτρου.

Η προτεινόμενη στρατηγική ανατροφοδότησης θα αναφέρεται στο εξής ως **soft- $p$  loop-closure**, όπου το το γράμμα  $p$  εκφράζει ποσοστό: π.χ. στο καθεστώς κλεισίματος βρόχου soft-50, κάθε φορά που το φίλτρο σωματιδίων εξάγει ένα αποτέλεσμα στον PLICP, ο τελευταίος βελτιώνει την εκτίμησή του φίλτρου, και ο μηχανισμός ανάδρασης εισάγει—και ενδεχομένως διαγράφει—τόσα σωματίδια όσα απαιτούνται ώστε η τελική αναλογία των αντιγράφων της εξόδου του PLICP να είναι το 50% του τελικού συνολικού πληθυσμού του φίλτρου σωματιδίων. Ο όρος soft-1 loop-closure θα διατηρηθεί για την αναφορά στην αρχική ιδέα της εισαγωγής μόνο ενός σωματιδίου στον πληθυσμό του φίλτρου.

Η αλγορίθμική μορφή του μηχανισμού ανατροφοδότησης απεικονίζεται σε φευδοκάρδια στον αλγόριθμο IV, και η διαδικασία του μηχανισμού ανάδρασης απεικονίζεται σε μορφή μπλοκ στο σχήμα 5.2. Στον αλγόριθμο IV οι ενδείξεις “HARD”, “SOFT\_1”, “SOFT\_P” είναι συντομογραφίες των τριών προαναφερθέντων τρόπων ανάδρασης. Η συντομογραφία “OPEN” εννοεί την έλλειψη ανάδρασης.

### 5.3.4 Το ολικό σύστημα ελάττωσης του σφάλματος εκτίμησης

Η δομή του ολικού συστήματος ελάττωσης του σφάλματος εκτίμησης της στάσης ενός φίλτρου σωματιδίων απεικονίζεται στο σχήμα 5.3. Το προτεινόμενο συνολικό σύστημα είναι πιο ευέλικτο από έναν συνδυασμό φίλτρου σωματιδίων με δειγματοληψία KLD και ευθυγράμμιση μετρήσεων με σαρώσεις, καθώς αυτή είναι μία ειδική περίπτωση του προτεινόμενου συστήματος: επιλέγοντας 100% των σωματιδίων από τον πληθυσμό του MCL για την εξαγωγή της εκτίμησης της στάσης του και δίχως ανατροφοδότηση, το προκύπτον σύστημα μεταβάλλεται στην απλούστερη περίπτωση του εισαγόμενου συστήματος, δηλαδή στον απλό MCL με

---

**Αλγόριθμος IV feedback\_selection**

---

**Input:**  $\mathbf{P}_t \equiv \{(\hat{\mathbf{x}}_t^i, w_t^i)\}$ ,  $q$ ,  $\hat{\mathbf{x}}'_t$ , feedback\_manner

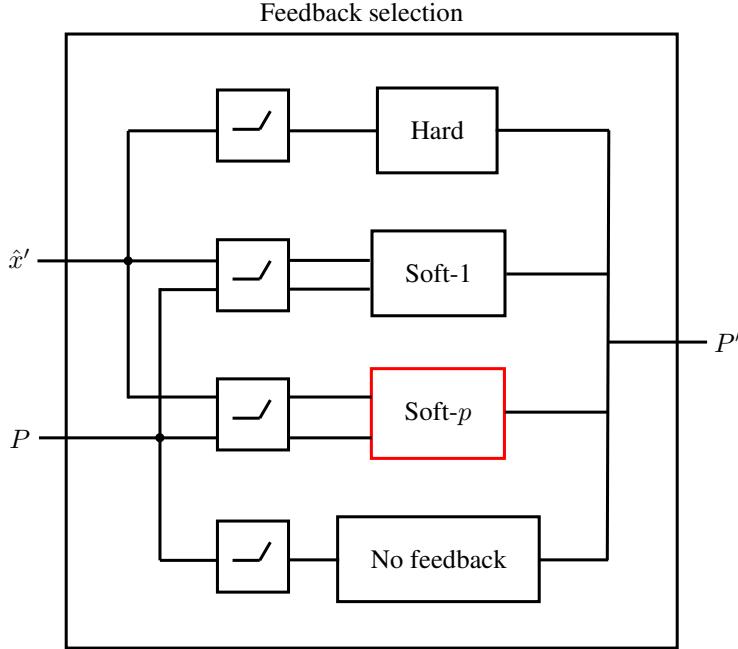
**Output:**  $\mathbf{P}_{t+1}$

```

1: assert
   feedback_manner ∈ {HARD, SOFT_1, SOFT_P, OPEN}
2: if feedback_manner = HARD then
3:    $\mathbf{P}_{t+1} \leftarrow \overbrace{\{\hat{\mathbf{x}}'_t\} \cup \{\hat{\mathbf{x}}'_t\} \cup \dots \{\hat{\mathbf{x}}'_t\}}^{N_{max}}$ 
4:   Perturb  $\mathbf{P}_{t+1} \cdot \hat{\mathbf{x}}_t^i$  according to MCL init params
5: end if
6: if feedback_manner = SOFT_1 then
7:   if  $|\mathbf{P}_t| = N_{max}$  then
8:      $\mathbf{P}_t \leftarrow$  Sort  $\mathbf{P}_t$  by weight, ascending
9:     Delete  $\mathbf{P}_t[0]$ 
10:  end if
11:   $\mathbf{P}_{t+1} \leftarrow \mathbf{P}_t \cup \hat{\mathbf{x}}'_t$ 
12: end if
13: if feedback_manner = SOFT_P then
14:   assert  $q \in (0, 1)$ 
15:    $\mathcal{S} \leftarrow \{\}$ 
16:   if  $|\mathbf{P}_t| \leq (1 - q)N_{max}$  then
17:      $\mathcal{S} \leftarrow \underbrace{\{\hat{\mathbf{x}}'_t\} \cup \{\hat{\mathbf{x}}'_t\} \cup \dots \{\hat{\mathbf{x}}'_t\}}_{\left\lfloor \frac{q}{1-q} |\mathbf{P}_t| \right\rfloor}$ 
18:   else if  $|\mathbf{P}_t| = N_{max}$  then
19:      $\mathbf{P}_t \leftarrow$  Sort  $\mathbf{P}_t$  by weight, ascending
20:     Delete  $\mathbf{P}_t[0 : \lfloor qN_{max} \rfloor - 1]$ 
21:      $\mathcal{S} \leftarrow \underbrace{\{\hat{\mathbf{x}}'_t\} \cup \{\hat{\mathbf{x}}'_t\} \cup \dots \{\hat{\mathbf{x}}'_t\}}_{\lfloor qN_{max} \rfloor}$ 
22:   else
23:      $\mathbf{P}_t \leftarrow$  Sort  $\mathbf{P}_t$  by weight, ascending
24:     Delete  $\mathbf{P}_t[0 : \lfloor |\mathbf{P}_t| - (1 - q)N_{max} \rfloor - 1]$ 
25:      $\mathcal{S} \leftarrow \underbrace{\{\hat{\mathbf{x}}'_t\} \cup \{\hat{\mathbf{x}}'_t\} \cup \dots \{\hat{\mathbf{x}}'_t\}}_{\lfloor qN_{max} \rfloor}$ 
26:   end if
27:    $\mathbf{P}_{t+1} \leftarrow \mathbf{P}_t \cup \mathcal{S}$ 
28: end if
29: if feedback_manner = OPEN then
30:    $\mathbf{P}_{t+1} \leftarrow \mathbf{P}_t$ 
31: end if
32: return  $\mathbf{P}_{t+1}$ 

```

---



Σχήμα 5.2: Εσωτερικά στην τροποποιημένη έκδοση του MCL υπάρχουν τέσσερις διαφορετικοί και αμοιβαίως αποκλειόμενοι τρόποι ανατροφοδότησης. Με  $\hat{x}'$  συμβολίζεται η έξοδος της διαδικασίας ευθυγράμμισης σαρώσεων, με  $P$  ο πληθυσμός σωματιδίων του φίλτρου, και με  $P'$  ο πληθυσμός του φίλτρου μετά την εφαρμογή της ανατροφοδότησης. Το κόκκινο χρώμα χρησιμοποιείται για να προσδιορίσει τη συμβολή της προσέγγισής μας σε σχέση με την ανατροφοδότηση σε συστήματα φίλτρων σωματιδίων συνδυασμένα με ευθυγράμμιση σαρώσεων της τρέχουσας βιβλιογραφίας

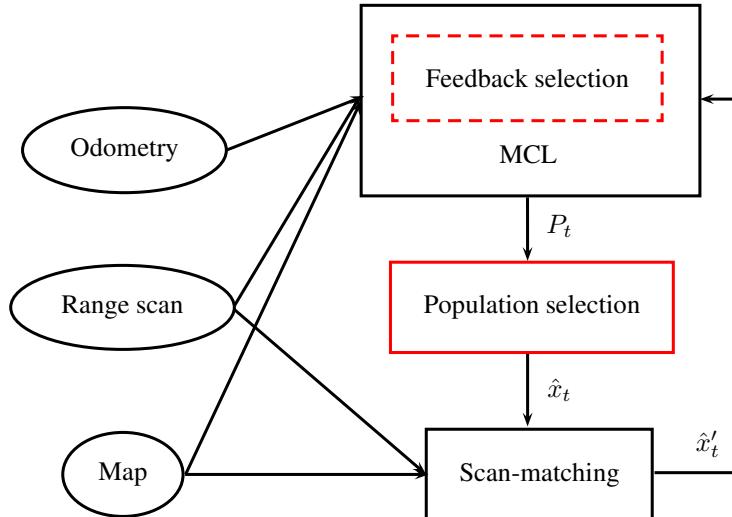
δειγματοληψία KLD. Επιπρόσθετα, οι δύο προσεγγίσεις που παρουσιάζονται στα [Vas+16] και [Pen+18] αποτελούν ειδικές διαμορφώσεις του προτεινόμενου συστήματος. Στη συνέχεια, όταν αναφερόμαστε στην εκτίμηση της στάσης που εξάγεται από τον MCL θα αναφερόμαστε στην  $\hat{x}_t$ , και όταν αναφερόμαστε στην έξοδο του συστήματος, ή του σύνθετου συστήματος, ή του συνολικού συστήματος, θα αναφερόμαστε στην εκτίμηση  $\hat{x}'_t$ .

## 5.4 Πειραματική αξιολόγηση

### 5.4.1 Πειραματική διαδικασία

Το περιεχόμενο της παρούσας ενότητας εξυπηρετεί τον έλεγχο τριών διαχριτών υποθέσεων, όπως αρθρώθηκαν στις ενότητες 5.3.1, 5.3.2, και 5.3.3:

**Τυπόθεση Υ1.** Η επιλογή σωματιδίων υψηλού βάρους από τον πληθυσμό του MCL—ισοδύναμα: η απόρριψη σωματιδίων χαμηλού βάρους από αυτόν—και ο υπολογισμός της εκτίμησης του φίλτρου ως ο σταθμισμένος μέσος όρος των στάσεων τους έχει ως αποτέλεσμα την επιλογή σωματιδίων υψηλού βάρους από τον πληθυσμό του MCL.



**Σχήμα 5.3:** Το συνολικό σύστημα που στοχεύει στην επίλυση του προβλήματος Π1 υπό την παραδοχή II σε δομή μπλοκ. Τα παραλληλόγραμμα υποδεικνύουν υποσυστήματα, ενώ οι ελλείψεις τις εισόδους τους. Το κόκκινο χρώμα χρησιμοποιείται για να προσδιορίσει τα σημεία των συμβολών της προσέγγισής μας στα συστήματα συνδυασμού φλτρων σωματιδίων με ευθυγράμμιση πραγματικών και εικονικών σαρώσεων δισδιάστατου αισθητήρα lidar. Εδώ η ευθυγράμμιση σαρώσεων αντιμετωπίζεται ως προσθετικό σύστημα του MCL. Ο πληθυσμός του MCL  $P_t$  υπόκειται σε πιθανή επιλογή σωματιδίων τη χρονική στιγμή  $t > 0$ . Η εκτίμηση εξόδου του μηχανισμού επιλογής προκύπτει από το σταθμισμένο μέσο όρο των στάσεων των επιλεγμένων στάσεων. Η προκύπτουσα στάση χρησιμοποιείται ως η στάση από την οποία συλλαμβάνεται μία εικονική σάρωση εντός του χάρτη. Η πραγματική και η εικονική σάρωση ευθυγραμμίζονται στη συνέχεια χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο PLICP. Η έξοδος της διαδικασίας ευθυγράμμισης  $\hat{x}'_t$  είναι, καταρχήν, πιο ακριβής από εκείνη του MCL,  $\hat{x}_t$ , το οποίο σημαίνει ότι θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί ως βοηθητικό μέσο ελάττωσης του σφάλματος εκτίμησης του ίδιου το MCL με την ανατροφοδότησή της πίσω στον πληθυσμό του

λεσμα αυξημένη ακρίβεια στάσης σε σύγκριση με την επιλογή όλων των σωματιδίων από τον πληθυσμό.

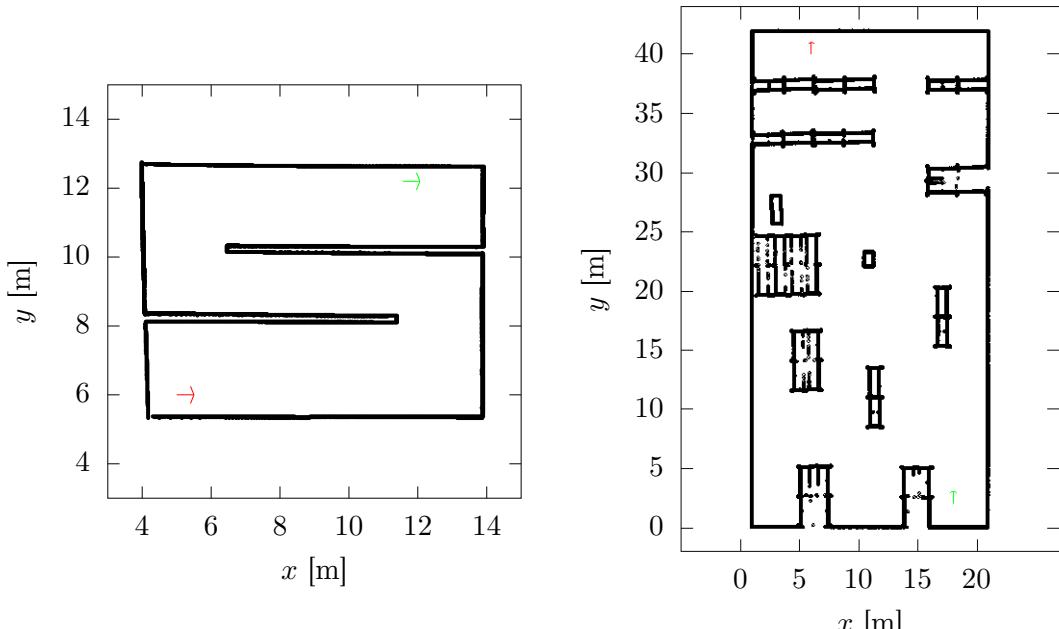
**Τπόθεση Υ2.** Η ευθυγράμμιση μεταξύ α) μιας μέτρησης που λαμβάνεται μέσω του φυσικού αισθητήρα lidar του ρομπότ από την πραγματική του στάση και (β) μιας εικονικής σάρωσης που λαμβάνεται εντός του χάρτη στον οποίο πλοιηγείται το ρομπότ από την εκτιμώμενη στάση του αισθητήρα, και η εφαρμογή του προκύπτοντος μετασχηματισμού στην εκτίμηση της στάσης του MCL έχει ως αποτέλεσμα αυξημένη ακρίβεια στάσης σε σύγκριση με τον MCL απουσία ανατροφοδότησης.

**Τπόθεση Υ3.** Η ανατροφοδότηση της (υποθετικά βελτιωμένης) στάσης στον πληθυσμό του MCL με τη μορφή μιας ομάδας σωματιδίων που αποτελούν το  $p\%$  του τελικού πληθυσμού σωματιδίων, όπου  $p$  είναι αρκετά μικρότερο από 100 και αρκετά μεγαλύτερο από 1, (α) έχει ως αποτέλεσμα αυξημένη ακρίβεια στάσης σε σύγκριση με τον MCL, (β) έχει ως αποτέλεσμα αυξημένη ακρίβεια στάσης σε σύγκριση με την ανατροφοδότηση μόνο ενός σωματιδίου με

την εν λόγω διορθωμένη στάση, και (γ) είναι πιο εύρωστη από την εκ νέου αρχικοποίηση του MCL γύρω από τη μετασχηματισμένη στάση.

Στην τρίτη υπόθεση αναφερόμαστε στην ευρωστία με την έννοια της ικανότητας ενός συστήματος να αποφεύγει την αποτυχία και όχι να ανακάμπτει από αυτήν, η οποία ικανότητα αναφέρεται ως “ανθεκτικότητα” (resilience) [ZB11; TBD11]. Η ικανότητα ανάκαμψης από αποτυχίες είναι μια ιδιότητα του ίδιου του φίλτρου σωματιδίων, ενώ η ικανότητα αποφυγής αποτυχίας (στην προκειμένη περίπτωση η επανεκκίνηση γύρω από μία καταστροφικά λανθασμένη στάση) είναι ιδιότητα της μεθόδου ανατροφοδότησης.

Οι υποθέσεις αυτές δοκιμάζονται σε δύο διακριτά προσομοιωμένα περιβάλλοντα. Το πρώτο περιβάλλον ονομάζεται CORRIDOR, συμβολίζεται με  $M_C$ , και παρουσιάζεται στο σχήμα 5.4(α'). Το δεύτερο ονομάζεται WAREHOUSE, συμβολίζεται με  $M_W$ , και παρουσιάζεται στο σχήμα 5.4(β'). Η ανάλυση και των δύο χαρτών είναι  $0.01 \text{ m} \times 0.01 \text{ m}$  ανά κελί πλέγματος. Ο πρώτος χρησιμοποιείται για να δείξει την αποτελεσματικότητα του προτεινόμενου συστήματος σε μη σύνθετα περιβάλλοντα, όπου όλα τα όριά του βρίσκονται εντός της μέγιστης εμβέλειας του αισθητήρα lidar του ρομπότ ανά πάσα στιγμή. Αντίθετα, το δεύτερο είναι μια μεγάλη αποθήκη, που προορίζεται να θέσει μεγαλύτερη πρόκληση στο σύστημα και συνεπώς στην απόδοσή του: τα εμπόδια βρίσκονται σε μεγαλύτερη απόσταση μεταξύ τους από ότι στο CORRIDOR, πράγμα που σημαίνει ότι είτε δεν φέρουν όλες οι ακτίνες του αισθητήρα αξιοποιήσιμη πληροφορία, είτε αλλοιώνονται περισσότερο από ύδρυβο, καθώς το σφάλμα απόστασης αυξάνεται με την μετρήσιμη απόσταση, ή και τα δύο. Η πρώτη πρόκληση επηρεάζει (α) τον MCL, καθώς πρέπει να βασίζεται περισσότερο στην οδομετρία του, η οποία είναι επιρρεπής στη συσσώρευση σφαλμάτων, και λιγότερο στις μετρήσεις απόστασης και (β) την ευθυγράμμιση σαρώσεων, καθώς υπάρχουν λιγότερα μετρούμενα σημεία σάρωσης και άρα μεγαλύτερη ανεπάρκεια πληροφοριών κατά την ευθυγράμμιση μετρήσεων με σαρώσεις. Η δεύτερη πρόκληση επηρεάζει (α) τον MCL δεδομένου ότι η εκτίμηση της στάσης διαταράσσεται από ύδρυβο μέτρησης, και (β) την ευθυγράμμιση μετρήσεων με σαρώσεις, καθώς ο ύδρυβος αυξάνει την πιθανότητα λανθασμένων αντιστοιχίσεων και, γενικά, της εσφαλμένης ευθυγράμμισης συνολικά. Για το σκοπό αυτό ρυθμίσαμε τον αισθητήρα αποστάσεων ώστε να λειτουργεί με μέγιστη εμβέλεια  $r_{\max} = 10.0$  μέτρα. Σε όλες τις προσομοιώσεις χρησιμοποιήθηκε ο MCL παράλληλα με τη δειγματοληψία KLD, με ελάχιστο και μέγιστο αριθμό σωματιδίων  $N_{\min} = 200$

(α') Χάρτης του CORRIDOR,  $M_C$ (β') Χάρτης του WAREHOUSE,  $M_W$ 

Σχήμα 5.4: Οι χάρτες των περιβαλλόντων CORRIDOR,  $M_C$  και WAREHOUSE  $M_W$ . Η αρχική στάση του ρομπότ φαίνεται με πράσινο χρώμα, ενώ η στάση στόχος του με κόκκινο χρώμα

και  $N_{\max} = 500$ . Οι τρεις ως άνω υποθέσεις δοκιμάζονται κατά τη διαδικασία αυτόνομης πλοήγησης στα δύο ως άνω περιβάλλοντα. Οι αρχικές και τελικές στάσεις για κάθε χάρτη ήταν (α)  $M_C$ :  $x_0^{M_C} \equiv (11.56 \text{ m}, 12.20 \text{ m}, 0.0 \text{ rad})$ , και  $x_G^{M_C} \equiv (5.0 \text{ m}, 6.0 \text{ m}, 0.0 \text{ rad})$ , αντίστοιχα, και (β)  $M_W$ :  $x_0^{M_W} \equiv (17.98 \text{ m}, 2.08 \text{ m}, \pi/2 \text{ rad})$ , και  $x_G^{M_W} \equiv (6.0 \text{ m}, 40.0 \text{ m}, \pi/2 \text{ rad})$  αντίστοιχα. Οι αρχικές και οι τελικές στάσεις για κάθε χάρτη σχεδιάζονται με πράσινο και κόκκινο χρώμα στα αντίστοιχα σχήματα. Το ρομπότ που χρησιμοποιήθηκε κατά την πειραματική διαδικασία είναι το Turtlebot v.2, εξοπλισμένο με αισθητήρα απόστασης γωνιακού εύρους  $\alpha = 260^\circ$ , και αριθμό ακτίνων  $N_s = 640$ , του οποίου οι μετρήσεις αλλοιώνονται από θόρυβο κανονικά κατανεμημένο, με μηδενική μέση τιμή, και τυπική απόκλιση  $\sigma_R = 0.01 \text{ m}$ .

Για να ελέγξουμε την πρώτη υπόθεση πραγματοποιύμε προσομοιώσεις με το σύνθετο σύστημα (σχήματα 5.2 και 5.3) σε λειτουργία ανοικτού βρόχου. Συμβολίζοντας με  $|\mathbf{P}_t|$  το μέγεθος του πληθυσμού σε χρόνο  $t > 0$ , πραγματοποιύμε  $N = 100$  προσομοιώσεις πλοήγησης για κάθε μέθοδο επιλογής σωματιδίων, όπως αυτές ορίστηκαν στην ενότητα 5.3.1: (α)  $100\% \times |\mathbf{P}_t|$  των σωματιδίων (η ονομαστική λειτουργία του MCL), (β) υποσυνόλου σωματιδίων  $\{i\}$  από το  $\mathbf{P}_t$  των οποίων το βάρος  $w_t^i$  είναι μεγαλύτερο από το μέσο βάρος του πληθυσμού  $\overline{W_t}$  τη χρονική στιγμή  $t > 0$ , (γ)  $10\% \times |\mathbf{P}_t|$ , και (δ) μόνο το σωματίδιο με το

μεγαλύτερο βάρος από όλα τα σωματίδια του  $P_t$ .

Για να ελέγξουμε τη δεύτερη υπόθεση παρατηρούμε τα αποτελέσματα όλων των παραπάνω  $2 \times 4 \times N$  προσομοιώσεων (δύο εκτιμήσεις—μία του MCL και μία του σύνθετου συστήματος, και τέσσερις μέθοδοι επιλογής σωματιδίων) που εκτελούνται ανά μέθοδο επιλογής σωματιδίων και σε κατάσταση ανοικτού βρόχου (η ανάδραση του αποτελέσματος της ευθυγράμμισης μετρήσεων με σαρώσεις στον MCL εκ των πραγμάτων αλλοιώνει την τυπική επίδοσή του και, συνεπώς, δεν επιτρέπει την εξαγωγή χρήσιμων συμπερασμάτων για τη συμβολή της ευθυγράμμισης σαρώσεων σε διάκριση με το συνολικό σύστημα σε κατάσταση κλειστού βρόχου).

Για να ελέγξουμε την τρίτη υπόθεση πραγματοποιούμε  $N = 100$  προσομοιώσεις πλοήγησης για κάθε τρόπο ανάδρασης, όπως αυτοί ορίστηκαν στην ενότητα 5.3.3, επιλέγοντας όλα τα σωματίδια  $|P_t|$  για τον υπολογισμό της τελικής στάσης του MCL, δοκιμάζοντας την απόδοση του σύνθετου συστήματος (σχήματα 5.2 και 5.3) όταν ο τρόπος ανάδρασης που χρησιμοποιείται είναι (α) κανένας (ανοικτός βρόχος), (β) soft-1 loop-closure, (γ) soft-50 loop-closure, και (δ) hard loop-closure.

Το κριτήριο στο οποίο στηρίζεται η αξιολόγηση όλων των ελέγχων είναι το πλάτος του συνολικού σφάλματος στάσης (εξίσωση 5.1) όπου  $(\hat{x}, \hat{y}, \hat{\theta})$  είναι η εκτιμώμενη στάση του ρομπότ (η οποία εκτιμάται από τον MCL ή το σύστημα μετά την ευθυγράμμιση σαρώσεων, ανάλογα με τα συμφραζόμενα), και  $(x, y, \theta)$  είναι η πραγματική του στάση, και επιλέχθηκε ως τέτοιο λόγω της έκφρασης του συνολικού σφάλματος της κατάστασης του συστήματος και της ικανότητάς του να παρέχει έναν κεντρικό τόπο που διευκολύνει την άμεση σύγκριση των επιδόσεων της κάθε παραλλαγής του συστήματος όσον αφορά στην ακρίβεια της εκτίμησης της συνολικού διανύσματος κατάστασης.

Σε αντίθεση με τις στάσεις από όπου αξιολογήθηκαν οι επιδόσεις των συστημάτων των [Row+12] και [Vas+16] (τα σφάλματα των συστημάτων τους αξιολογήθηκαν μόνο κοντά σε προκαθορισμένες θέσεις ενδιαφέροντος του περιβάλλοντος), εδώ αξιολογούμε την επίδοση των ανωτέρω διαμορφώσεων κατά μήκος ολόκληρης της διαδρομής από  $x_0$  έως  $x_G$ : αυτό προσφέρει πιο πλήρη εικόνα για την επίδοση των εν λόγω διαμορφώσεων. Για κάθε στάση που εξάγεται από τον MCL σε μία διαδρομή πλοήγησης (συμβολίζεται με  $\hat{x}_t$  στο σχήμα 5.3) και το σύστημα μετά την ευθυγράμμιση σαρώσεων ( $\hat{x}'_t$ ) κατά τη διάρκεια μίας προσομοίωσης, καταγράφουμε τα σφάλματά τους από την πραγματική στάση του ρομπότ με τη μορφή του

συνολικού σφάλματος. Στη συνέχεια καταγράφουμε το μέσο όρο των σφαλμάτων τους για μία προσομοίωση, και αναφέρουμε την κατανομή αυτών των τιμών για όλες τις  $N = 100$  προσομοιώσεις της ίδιας διαμόρφωσης. Η μονάδα μέτρησης του συνολικού σφάλματος κατάστασης είναι  $(m^2 + rad^2)^{1/2}$ , και παραλείπεται στα σχήματα των παρακάτω ενοτήτων για λόγους οικονομίας χώρου.

Οι προσομοιώσεις πραγματοποιήθηκαν στο περιβάλλον προσομοίωσης Gazebo<sup>1</sup> μέσω ROS<sup>2</sup> στο λειτουργικό σύστημα Linux Ubuntu 16.04, με έναν επεξεργαστή 12 νημάτων και συχνότητας 4.00 GHz, χρησιμοποιώντας έως και 32 Gb μνήμης RAM. Για την υλοποίηση του MCL με δειγματοληψία KLD χρησιμοποιήσαμε το ROS πακέτο amcl,<sup>3</sup> το οποίο τροποποιήσαμε προκειμένου για την επιλογή και εισαγωγή σωματιδίων από και στον πληθυσμό του φίλτρου. Το σύστημα καταλαμβάνει δύο διεργασίες επεξεργαστή, περίπου 300MB μνήμης, ενώ η διαδικασία ευθυγράμμισης σαρώσεων χρησιμοποιεί περίπου 5.2% ενός νήματος της CPU.

#### 5.4.2 Αποτελέσματα

Στα σχήματα 5.5(α') και 5.5(β') απεικονίζονται οι κατανομές των μέσων σφαλμάτων στάσης του MCL σε κατάσταση ανοικτού βρόχου και του σύνθετου συστήματος (σχήμα 5.3) ανά διαδρομή του ρουμπότ στα περιβάλλοντα CORRIDOR και WAREHOUSE, ανά μέθοδο επιλογής σωματιδίων. Τα υποκείμενα σφάλματα θέσης και προσανατολισμού απεικονίζονται στα σχήματα του παραρτήματος Ε'.1.

Στα σχήματα 5.6(α') και 5.6(β') απεικονίζονται οι κατανομές των μέσων σφαλμάτων στάσης του MCL κλειστού βρόχου και του σύνθετου συστήματος ανά διαδρομή του ρουμπότ στα περιβάλλοντα CORRIDOR και WAREHOUSE, ανά μέθοδο ανάδρασης. Τα υποκείμενα σφάλματα θέσης και προσανατολισμού απεικονίζονται στα σχήματα του παραρτήματος Ε'.2.

#### 5.4.3 Αξιολόγηση μεθόδων επιλογής σωματιδίων

Όσον αφορά στις μεθόδους επιλογής σωματιδίων εστιάζουμε στα σφάλματα του MCL ανοικτού βρόχου (τα boxplots μαύρου χρώματος του σχήματος 5.5) διότι η επίδοση της κάθε μεθόδου επιλογής σωματιδίων μπορεί να διακριθεί με σαφήνεια, καθώς δεν αλλοιώνεται από

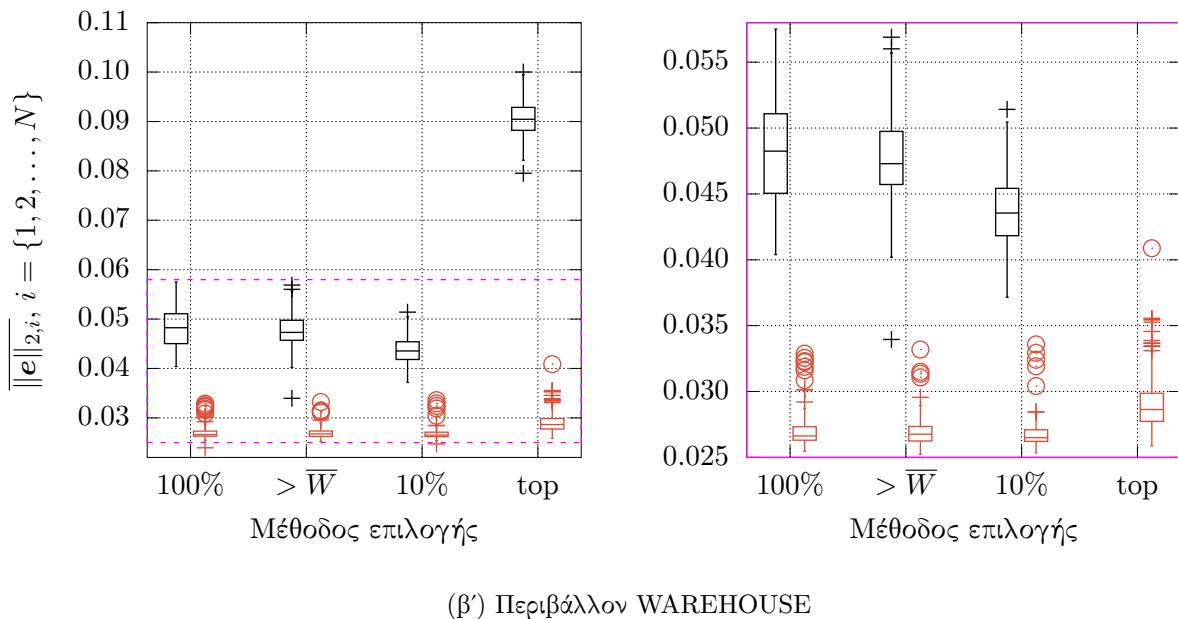
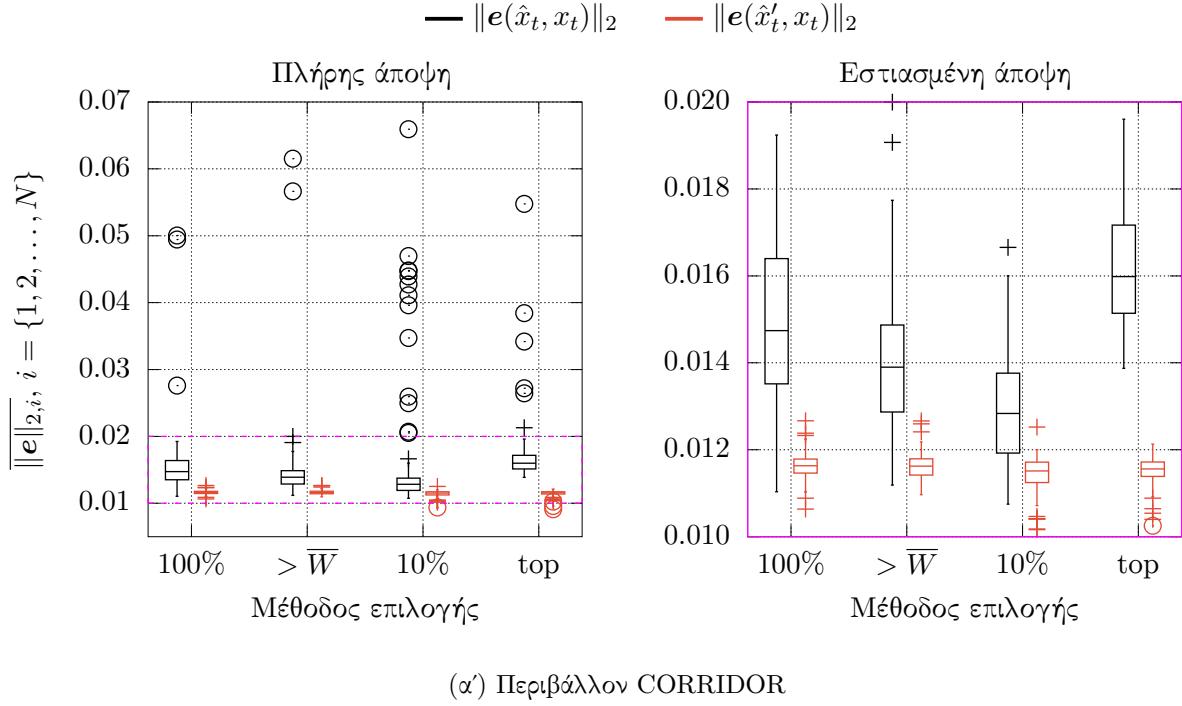
---

<sup>1</sup><http://gazebosim.org/>

<sup>2</sup><https://www.ros.org/>

<sup>3</sup><http://wiki.ros.org/amcl>

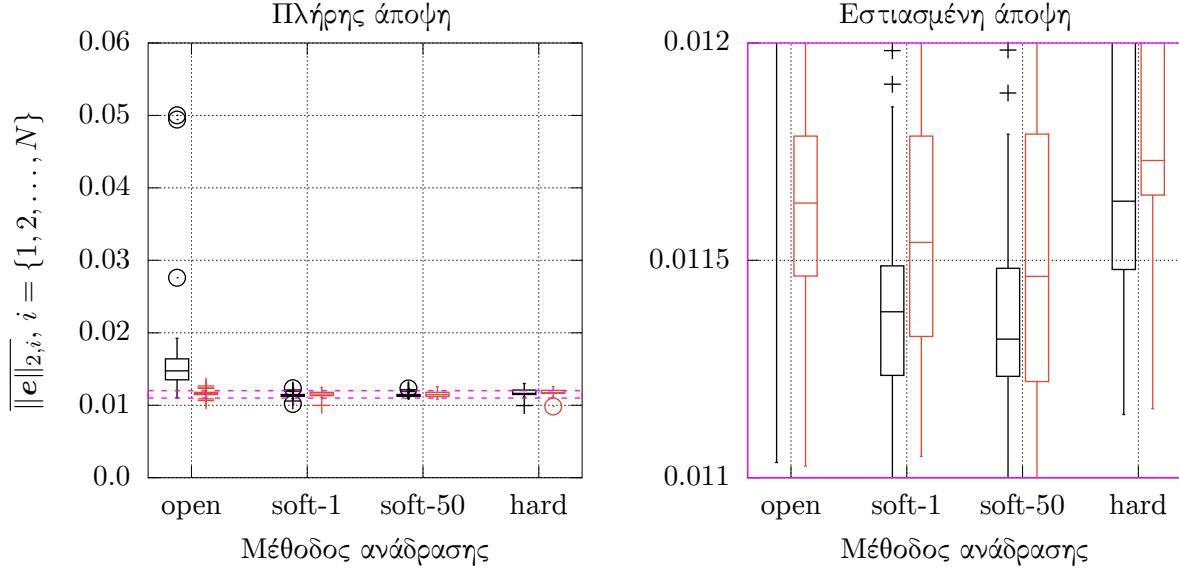
Κατανομή μέσων σφαλμάτων εκτίμησης στάσης ανά μέθοδο επιλογής σωματιδίων



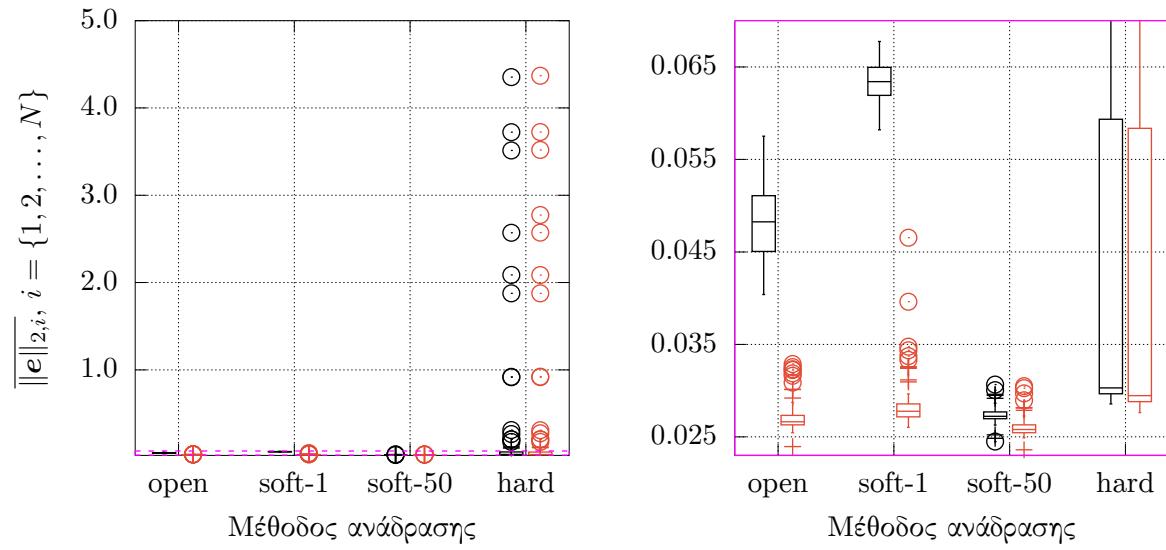
**Σχήμα 5.5:** Η κατανομή του μέσου σφάλματος στάσης ανά διαδρομή πλοϊγησης για τον MCL σε ανοιχτό βρόχο (στα αριστερά κάθε υποδεικνυόμενης μεθόδου επιλογής, με μαύρο χρώμα) και του σύνθετου συστήματος (δεξιά, με κόκκινο), σε  $N = 100$  προσομοιώσεις, ανάλογα με την μέθοδο επιλογής πληθυσμού. Το σύμβολο “100%” υποδηλώνει τη διαμόρφωση του συστήματος όπου όλα τα σωματίδια του συνόλου του πληθυσμού επιλέγονται κατά τη διαδικασία εξαγωγής της εκτίμησης της στάσης του συστήματος, το σύμβολο “>  $\bar{W}$ ” υποδηλώνει εκείνη της επιλογής των σωματιδίων των οποίων το βάρος είναι μεγαλύτερο από το μέσο βάρος του πληθυσμού του φίλτρου, το “10%” εκείνη που μόνο το άνω 10% των βαρύτερων σωματιδίων επιλέγονται, και “top” τη διαμόρφωση όπου επιλέγεται μόνο το σωματίδιο με το μεγαλύτερο βάρος μεταξύ όλων των σωματιδίων του πληθυσμού

Κατανομή μέσων σφαλμάτων εκτίμησης στάσης ανά μέθοδο ανάδρασης

$$\text{— } \|e(\hat{x}_t, x_t)\|_2 \quad \text{— } \|e(\hat{x}'_t, x_t)\|_2$$



(α') Περιβάλλον CORRIDOR



(β') Περιβάλλον WAREHOUSE

**Σχήμα 5.6:** Η κατανομή του μέσου σφάλματος στάσης ανά διαδρομή πλοιήγησης για τον MCL (στα αριστερά κάθε υποδεικνυόμενης μεθόδου ανάδρασης, με μαύρο χρώμα) και του σύνθετου συστήματος (δεξιά, με κόκκινο) σε  $N = 100$  προσομοιώσεις, ανάλογα με τη μέθοδο ανατροφοδότησης του αποτελέσματος της ευθυγράμμισης μετρήσεων με σαρώσεις χάρτη. Η φράση “open” είναι συντομογραφία για την έλλειψη ανάδρασης (ανοιχτός βρόχος), η φράση “soft-1” για τη διαμόρφωση όπου η έξοδος του συνολικού συστήματος επιστρέφει στο φίλτρο σωματιδίων με τη μορφή ενός σωματιδίου, “soft-50” για την περίπτωση που επιστρέφει με τη μορφή τόσων σωματιδίων όσα το μισό μέγεθος του πληθυσμού, και “hard” για τη διαμόρφωση όπου το φίλτρο σωματιδίων αρχικοποιείται γύρω από τη στάση που υπολογίζεται μετά τη διαδικασία ευθυγράμμισης

την ανατροφοδότηση ή την επίδοση της ευθυγράμμισης σαρώσεων. Στρέφοντας την προσοχή μας στα σχήματα διακρίνουμε καταρχάς ότι επιλέγοντας σωματίδια των οποίων το βάρος είναι μεγαλύτερο από το μέσο βάρος του πληθυσμού κατά τη στιγμή της επιλογής τους έχει ως αποτέλεσμα χαμηλότερα σφάλματα στάσης σε σύγκριση με την επιλογή όλων των σωματιδίων, και στα δύο προσομοιωμένα περιβάλλοντα. Το αποτέλεσμα αυτό είναι διαισθητικά λογικό, δεδομένου ότι αναμένει κανείς ότι τα σωματίδια που συμβάλλουν στη συνολική στάση με βάρος μικρότερο από το μέσο βάρος του πληθυσμού έχουν συνολικά αρνητική συνεισφορά στην ακρίβεια της στάσης, η οποία, όπως φαίνεται από τα δεδομένα, είναι σχεδόν αμελητέα. Επιπλέον, σε αντίθεση με τις άλλες δύο πρακτικές επιλογής σωματιδίων που παρουσιάστηκαν, αυτή είναι η λιγότερο καταστροφική, αφού αγκυροβολεί την πρακτική απόρριψης σωματιδίων στη μεταβαλλόμενη μέση τιμή βάρους του πληθυσμού και, επομένως, επιλέγει σωματίδια των οποίων ο αριθμός είναι δυναμικός, αντί να την βασίζει στον αριθμό των βαρύτερων σωματιδίων και να επιλέγει σωματίδια των οποίων ο αριθμός είναι σταθερός.

Τούτου λεχθέντος, η επιλογή του 10% των βαρύτερων σωματιδίων σε κάθε επανάληψη υπερτερεί της επιλογής σωματιδίων των οποίων το βάρος είναι μεγαλύτερο του μέσου βάρους του πληθυσμού. Για την ακρίβεια, το μοτίβο της ελάττωσης του σφάλματος στάσης και στα δύο περιβάλλοντα είναι το ίδιο: η επιλογή του 10% των βαρύτερων σωματιδίων σε κάθε επανάληψη υπερτερεί της επιλογής σωματιδίων των οποίων το βάρος είναι μεγαλύτερο από το μέσο βάρος του πληθυσμού κατά τη στιγμή της επιλογής τους, η οποία, με τη σειρά της, υπερτερεί της τυπικής επιλογής όλων των σωματιδίων.

Αυτό που είναι αντιδιαισθητικό είναι τα αυξημένα σφάλματα στάσης όταν επιλέγεται μόνο το βαρύτερο σωματίδιο ως εκτίμηση της στάσης του φίλτρου, και στα δύο περιβάλλοντα: αυτό που θα περίμενε κανείς είναι ότι το σωματίδιο με το μεγαλύτερο βάρος, δηλαδή το σωματίδιο του οποίου η εκτίμηση στάσης εξηγεί καλύτερα από όλα τα υπόλοιπα σωματίδια του πληθυσμού τις εισερχόμενες μετρήσεις, και το οποίο είναι τότε, θεωρητικά, η καλύτερη εκτίμηση του φίλτρου—θα περίμενε κανείς ότι θα παρουσίαζε το χαμηλότερο σφάλμα στάσης. Στην πραγματικότητα όμως, σύμφωνα με τα δεδομένα αποτελέσματα, το βαρύτερο σωματίδιο είναι λιγότερο ακριβές από τη συλλογική εκτίμηση του φίλτρου. Αυτή η ασυμφωνία υποδηλώνει ότι ίσως υπάρχει ένα κατώφλι αριθμού των βαρύτερων σωματιδίων από το οποίο και άνω

επιβεβαιώνεται η ελεγχόμενη υπόθεση<sup>4</sup> και ότι, δεδομένων των αποδεικτικών στοιχείων, το σωματίδιο που υπολογίζει καλύτερα τις εισερχόμενες μετρήσεις δεν κατέχει την καλύτερη αξιοπιστία σε σύγχριση με εκείνη του πληθυσμού ως συλλογικότητα. Αυτή είναι ουσιαστικά η θεωρία πίσω από τη μη απόρριψη σωματιδίων με χαμηλό βάρος, δεδομένου ότι το καλύτερο σωματίδιο μπορεί να είναι βέλτιστο τοπικά (για τις τελευταίες επαναλήψεις) αλλά όχι σε καθολικό επίπεδο. Αυτή η συμπεριφορά μας ωθεί να θεωρήσουμε ότι ένα φίλτρο σωματιδίων δεν μπορεί να θεωρηθεί ως μια συνάθροιση ξεχωριστών εκτιμήσεων, αλλά μάλλον ως μια καταχερματισμένη εκτίμηση, όπου κανένα κέρμα<sup>5</sup> δεν μπορεί να υποκαταστήσει το σύνολο χωρίς ανεπανόρθωτη απώλεια πληροφορίας και μείωση της ποιότητας της εκτίμησης.<sup>6</sup> Αυτή η αντιστροφή στην ποιότητα της εκτίμησης μπορεί να αποδοθεί στην περιιστροπή της πληροφορίας που φέρει ο υπόλοιπος πληθυσμός, συμπεριλαμβανομένης της τυχαιότητας που εισάγει η δειγματοληψία KLD καθώς δημιουργεί νέα σωματίδια.

Αυτή η συμπεριφορά δεν υποσκάπτει τη μέθοδο επιλογής των κορυφαίων 10% βαρύτερων σωματιδίων, καθώς, αν και αναδεικνύει την πιθανότητα ότι θα είχε την ίδια τύχη αν το μέγιστο μέγεθος του πληθυσμού ήταν σημαντικά μικρότερο, η αξιοπιστία του φίλτρου θα διακυβευόταν επίσης με ένα τόσο χαμηλό μέγιστο μέγεθος—και εν πάσῃ περιπτώσει ένα χαμηλό μέγεθος πληθυσμού μειονεκτεί όσον αφορά τόσο στην ποιότητα της εκτίμησης του συνολικού πληθυσμού (η εξάντληση των σωματιδίων είναι ο κίνδυνος εδώ) όσο και σε ό,τι αφορά εκείνη ενός υποσυνόλου του.

#### 5.4.4 Αξιολόγηση ευθυγράμμισης μετρήσεων με σαρώσεις χάρτη

Όσον αφορά στη συγχριτική επίδοση της ευθυγράμμισης μετρήσεων lidar με σαρώσεις χάρτη σε σχέση με την επίδοση του φίλτρου σωματιδίων, εστιάζουμε στα σφάλματα του συνολικού συστήματος (τα boxplots κόκκινου χρώματος του σχήματος 5.5), και τα μεγέθη τους σε σχέση με τα σφάλματα στάσης του MCL σε κατάσταση ανοικτού βρόχου (τα boxplots μαύρου χρώματος του ιδίου σχήματος).

<sup>4</sup> Αν το βαρύτερο σωματίδιο εμφανίζει υψηλότερο σφάλμα από το συλλογικό πληθυσμό, αλλά το 10% των βαρύτερων σωματιδίων εμφανίζει χαμηλότερο σφάλμα από τον πληθυσμό, τότε, επί της αρχής, υπάρχει ένα κατώφλι αριθμού βαρύτερων σωματιδίων των οποίων ο σταθμισμένος μέσος όρος εκτίμησης εμφανίζει την ίδια ακρίβεια με εκείνον του πληθυσμού, κατ' αναλογία με το θεώρημα Bolzano.

<sup>5</sup> κέρμα, -ατος, τό (κείρω), 1. τεμάχιο· απ' όπου, μικρό νόμισμα, οβολός.

<sup>6</sup> [...] πάντων γάρ όσα πλείω μέρη εχει καὶ μὴ ἔστι οἶν σωρὸς τὸ πᾶν ἀλλ' ἔστι τι τὸ ὅλον παρὰ τὰ μόρια [...]. Αριστοτέλης, Μετά τα Φυσικά

Εν γένει η στάση που εξάγεται μέσω της ευθυγράμμισης μετρήσεων με σαρώσεις είναι λιγότερο εσφαλμένη από εκείνη που εξάγεται από τον MCL για όλες τις διαμορφώσεις μεθόδων επιλογής σωματιδίων σε ανοιχτό βρόχο, με τη μείωση του σφάλματος να κυμαίνεται από 11% έως 27% (στην περίπτωση του απλού χάρτη CORRIDOR) έως 77% (στην περίπτωση του πιο σύνθετου χάρτη WAREHOUSE). Το σύστημα ευθυγράμμισης μετρήσεων με σαρώσεις κατάφερε σε γενικές γραμμές να συμβαδίζει με το ρυθμό ανανέωσης των εκτιμήσεων του MCL σε βαθμό άνω του 99% (ο ρυθμός ανανέωσης εκτιμήσεων είναι δυναμικός καιώς εξαρτάται από τη γωνία περιστροφής και το μήκος μετατόπισης του ρομπότ), και συνεπώς ικανοποίησε τις απαιτήσεις του επακόλουθου II.

#### 5.4.5 Αξιολόγηση μεθόδων ανάδρασης

Όσον αφορά στις μεθόδους ανάδρασης εστιάζουμε στα σφάλματα του MCL (τα boxplots μαύρου χρώματος του σχήματος 5.6). Η διαφορά της επίδοσης μεταξύ της μεθόδου soft-50 loop-closure και του MCL σε κατάσταση ανοιχτού βρόχου είναι εμφανής: τα σφάλματα στάσης της πρώτης είναι περίπου 32% χαμηλότερα από εκείνα του MCL στο περιβάλλον CORRIDOR, και περίπου 89% χαμηλότερα στο περιβάλλον WAREHOUSE. Η διαφορά της επίδοσης της μεθόδου κλεισμάτος βρόχου soft-50 loop-closure σε σύγκριση με εκείνη της soft-1 είναι αμελητέα στο απλό περιβάλλον CORRIDOR, ωστόσο, στο σύνθετο περιβάλλον WAREHOUSE τα σφάλματα της πρώτης μεθόδου είναι μειωμένα κατά σχεδόν 121% έναντι της δεύτερης.

Κατά τη σύγκριση της διαφοράς της επίδοσης των μεθόδων ανατροφοδότησης soft-50 και hard-loop-closure παρατηρούμε ότι στο περιβάλλον CORRIDOR είναι συγκρίσιμες, με την πρώτη να υπερέχει της δεύτερης συνολικά. Αυτό που είναι εντυπωσιακό όμως είναι η διαφορά στις επιδόσεις τους στο περιβάλλον WAREHOUSE (σχήμα 5.6(β'), αριστερά): κατά το κλείσιμο του βρόχου με τη μέθοδο hard-loop-closure το σύστημα δεν μπόρεσε να ανακάμψει από σοβαρά σφάλματα εκτίμησης στάσης μετά την εφαρμογή του αποτελέσματος της ευθυγράμμισης μετρήσεων με σαρώσεις χάρτη, καιώς ο πληθυσμός του φίλτρου αρχικοποιείται εκ νέου σε κάθε στάση που εξάγεται από την τελευταία, ανεξάρτητα από την ακρίβειά της. Αντιθέτως, υποθέτοντας ότι, στατιστικά, ένας αριθμός παρόμοιων σφαλμάτων προέχει στα πειράματα όπου χρησιμοποιήθηκε το κλείσιμο του βρόχου soft-50, αυτή η συμπεριφορά απουσίαζε. Ο λόγος για αυτή την εύρωστη συμπεριφορά είναι ο ακόλουθος: μετά την εισα-

γωγή του αποτελέσματος της ευθυγράμμισης μετρήσεων με σαρώσεις στον πληθυσμό του φίλτρου σωματιδίων ως ένας αριθμός νέων υποθέσεων, το φίλτρο αποδίδει εσωτερικά ένα βάρος σε κάθε μία από αυτές (ενότητα 1.2.3), και, εάν οι στάσεις αυτών των σωματιδίων είναι σοβαρά λανθασμένες, αυτό αντικατοπτρίζεται στις τιμές των βαρών τους, καθώς αυτές οι στάσεις εξηγούν τις εισερχόμενες μετρήσεις μάλλον ανεπαρκώς. Δεδομένου ότι η στάση εξόδου του MCL είναι ο σταθμισμένος μέσος όρος όλων των εκτιμήσεων του πληθυσμού, αυτά τα σωματίδια συμμετέχουν στην τελική ψηφοφορία σε ελάχιστο ποσοστό και, επομένως, η εκτίμηση του φίλτρου είναι σε μεγάλο βαθμό αδιατάραχτη από τις χαμηλής ποιότητας υποθέσεις, παρουσιάζοντας την ίδια εύρωστη συμπεριφορά με τον τυπικό MCL. Το πλεονέκτημα της ενσωμάτωσης της δειγματοληψίας KLD στον MCL είναι ότι τα σωματίδια των οποίων το βάρος είναι ελάχιστο απορρίπτονται στη συνέχεια από τον πληθυσμό, μην αφήνοντάς τους χώρο να επηρεάσουν την συνοχή της εσωτερικής του εκτίμησης στις επόμενες επαναλήψεις. Αντιθέτως, κατά την ανατροφοδότηση του αποτελέσματος της ευθυγράμμισης μετρήσεων με σαρώσεις χάρτη μέσω της μεθόδου ανάδρασης hard-loop-closure, το σύνολο του πληθυσμού των σωματιδίων του φίλτρου μεταφέρεται και διασπείρεται γύρω από την εσφαλμένη στάση, την οποία το φίλτρο εσφαλμένα θεωρεί ως μία στη γειτονιά της πραγματικής στάσης του ρομπότ. Στη συνέχεια, η μέθοδος MCL αδυνατεί να γεφυρώσει μεγάλα κενά είτε στη θέση είτε στον προσανατολισμό ανάμεσα σε διαδοχικές εκτελέσεις, με αποτέλεσμα τον κίνδυνο της ακεραιότητας του ρομπότ, του περιβάλλοντός του, και, εν πάση περιπτώσει, την αδυναμία συνέχισης της πλοήγησής του, και συνεπώς της αποστολής του.

## 5.5 Συμπεράσματα και περαιτέρω έρευνα

### 5.5.1 Συμπεράσματα κεφαλαίου

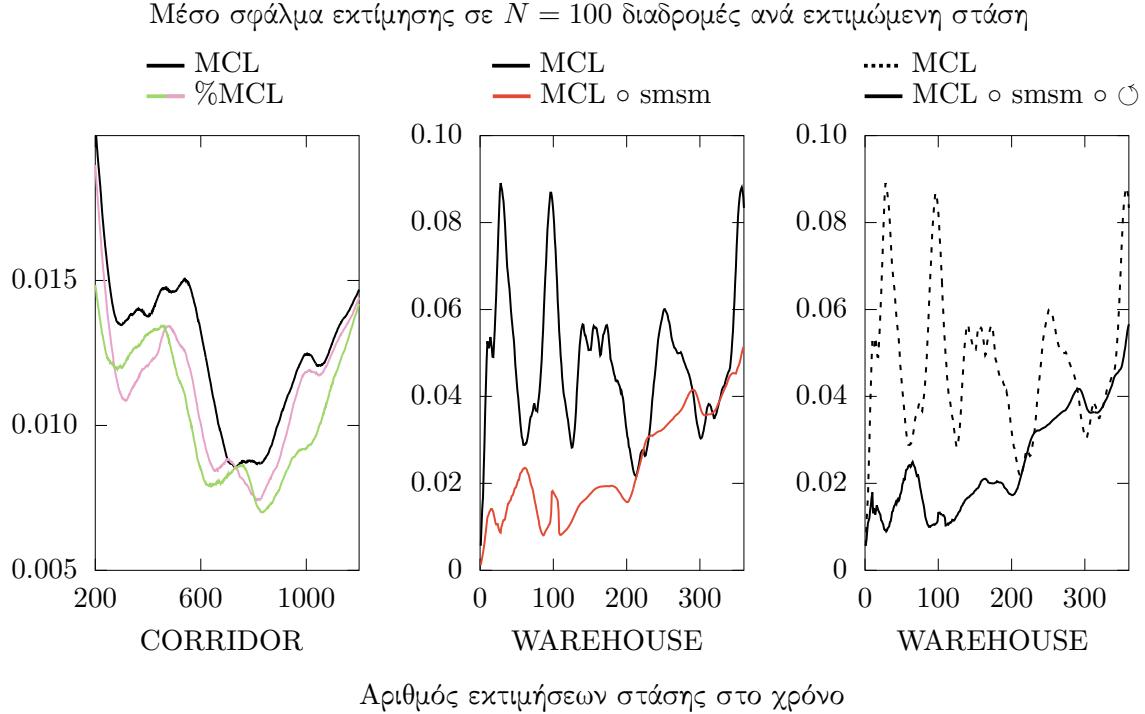
Σε αυτό το κεφάλαιο μάς απασχόλησε η ελάττωση του σφάλματος εκτίμησης στάσης με αιτία τα ευρήματά μας στο προηγούμενο κεφάλαιο (ενότητα 4.5.2). Με δεδομένο τη χρήση του φίλτρου σωματιδίων για το έργο της παρακολούθησης της στάσης ενός ρομπότ, αναλύσαμε τη διαθέσιμη βιβλιογραφία γύρω από την ελάττωση του σφάλματος εκτίμησης του, και προτείναμε δύο επιπρόσθετους τρόπους με τους οποίους είναι δυνατή η επίτευξη του στόχου.

Πιο συγκεκριμένα:

- Επικεντρωθήκαμε στο μοντέλο παρατηρήσεων του φίλτρου, και, σκεπτόμενοι αναλυτικά, θέσαμε την υπόθεση ότι η επιλογή υποσυνόλων από υποθέσεις στάσης του, των οποίων οι αναμενόμενες μετρήσεις από αυτές συμβαδίζουν περισσότερο με τις εισερχόμενες στο φίλτρο μετρήσεις του αισθητήρα αποστάσεων σε σχέση με άλλες υποθέσεις—η επιλογή αυτών των υποθέσεων στάσης ως η εκτίμηση του φίλτρου οφείλει να παράγει χαμηλότερα σφάλματα στάσης (ενότητα 5.3.1). Τα ευρήματά μας επιβεβαιώνουν την υπόθεση, αλλά έως ένα κατώφλι πληθυκότητας αυτών των υποσυνόλων: στο όριο, η μοναδική υπόθεση στάσης που εμφανίζει τη μεγαλύτερη πιθανότητα παρατήρησης των μετρήσεων από αυτήν εμφανίζει μεγαλύτερα σφάλματα στάσης από ότι η συλλογική εκτίμηση του φίλτρου. Βάσει αυτού του ευρήματος συμπεράναμε ότι το φίλτρο σωματιδίων δεν αποτελεί άθροισμα υποθέσεων, αλλά μία κατακερματισμένη μορφή εκτίμησης.
- Ερευνήσαμε και ζητήσαμε να ελέγξουμε την ευστάθεια της υπόθεσης ότι το αποτέλεσμα της εφαρμογής του μετασχηματισμού της ευθυγράμμισης μετρήσεων δισδιάστατου αισθητήρα lidar με σαρώσεις χάρτη από την παραγώμενη εκτίμηση του φίλτρου στην ίδια την εκτίμηση του εμφανίζει χαμηλότερα σφάλματα εκτίμησης στάσης σε σχέση με την αρχική εκτίμηση (ενότητα 5.3.2). Με βάση τη διαμόρφωση της πειραματικής διαδικασίας, τα ευρήματα αποδεικνύουν ότι η εφαρμογή της διαδικασίας ευθυγράμμισης έχει σημαντικά οφέλη στην ελάττωση του σφάλματος εκτίμησης.
- Παρακινούμενοι από ελλείψεις και μειονεκτήματα μεθόδων της τρέχουσας βιβλιογραφίας προτείναμε έναν τρόπο ανάδρασης του αποτελέσματος της ευθυγράμμισης μετρήσεων με σαρώσεις χάρτη στον πληθυσμό του φίλτρου σωματιδίων (ενότητα 5.3.3). Με βάση τα πειραματικά δεδομένα, και δεδομένων ότι το αποτέλεσμα της ευθυγράμμισης (α) είναι πιο ακριβές από την εκτίμηση του φίλτρου και (β) είναι άγνωστο στο ίδιο το φίλτρο, ο μηχανισμός ανάδρασης που προτείναμε (i) προκαλεί πιο γρήγορη σύγκλιση και χαμηλότερα σφάλματα εκτίμησης σε σχέση με έναν μηχανισμό ανάδρασης της βιβλιογραφίας, (ii) προκαλεί την αποφυγή απόκλισης του φίλτρου σε σχέση με έναν δεύτερο μηχανισμό ανάδρασης της βιβλιογραφίας, και (iii) εμφανίζει χαμηλότερα σφάλματα στάσης σε σχέση με το φίλτρο σε κατάσταση ανοιχτού βρόχου.

Στο σχήμα 5.7 απεικονίζονται συνοπτικά οι βελτιώσεις των σφαλμάτων εκτίμησης στάσης ανά εκτιμώμενη στάση στα διενεργηθέντα πειράματα του παρόντος κεφαλαίου, ανά μεθοδο-

λογία ελάττωσης σφάλματος που επιχειρήθηκε.



**Σχήμα 5.7:** Μέσο σφάλμα εκτίμησης ανά στάση στα διενεργηθέντα πειράματα. Αριστερά: με μαύρο χρώμα το αποτέλεσμα του MCL και με άλλα χρώματα το αποτέλεσμα της επιλογής υποσυνόλων σωματιδίων στο περιβάλλον CORRIDOR. Μέση: με μαύρο χρώμα το αποτέλεσμα του MCL και με κόκκινο το αποτέλεσμα της ευθυγράμμισης μετρήσεων δισδιάστατου αισθητήρα lidar με σαρώσεις χάρτη (smsm). Δεξιά: με διακεκομένη γραμμή το αποτέλεσμα του MCL και με συνεχή το αποτέλεσμα του ολικού συστήματος (σχήμα 5.3) μετά την ανατροφοδότηση του αποτελέσματος της ευθυγράμμισης μετρήσεων με σαρώσεις χάρτη στον πληθυσμό του φίλτρου μέσω της προτεινόμενης μεθόδου ανατροφοδότησης

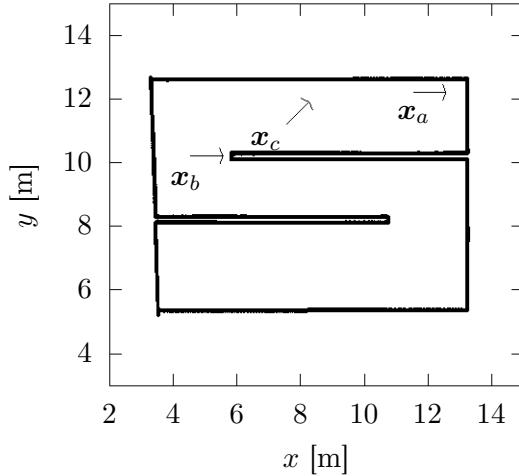
### 5.5.2 Αιτίες περαιτέρω έρευνας

Η κυριότερη αιτία και το πιο γόνιμο έδαφος για περαιτέρω έρευνα αφορά στη μέθοδο ευθυγράμμισης δισδιάστατων μετρήσεων αισθητήρα lidar με σαρώσεις χάρτη. Κατά τη διάρκεια διεξαγωγής της υλοποίησης του σύνθετου συστήματος περάσαμε από το στάδιο ενσωμάτωσης μίας εκ των υλοποιήσεών της, ήτοι του PLICP, και, προτού την ενσωματώσουμε οριστικά στο σύνθετο σύστημα, την υποβάλαμε σε μία σειρά από δοκιμές ώστε να επαληθεύσουμε τη ορθότητά των αποτελεσμάτων που εμφανίζονται στη βιβλιογραφία και αφορούν σε αυτήν, αλλά στα συμφραζόμενα της έρευνας μας. Κατά τη διάρκεια αυτών των δοκιμών καταλήξαμε σε μία σειρά από πορίσματα που στηρίζουν το συμπέρασμα της πρώτης πρότασής μας, τα οποία παρουσιάζουμε παρακάτω.

Ένα κύριο πρόβλημα—αν όχι το κυριότερο—στο οποίο πρέπει να δοθεί προσοχή όσο αφορά στους αλγορίθμους ευθυγράμμισης σαρώσεων είναι η πρακτική της εύρεσης αντιστοιχίσεων ανάμεσα στις ακτίνες των εισόδων τους. Αυτό αφορά σε όλες τις προσεγγίσεις ευθυγράμμισεων σαρώσεων με σαρώσεις (πραγματικών μετρήσεων με πραγματικές μετρήσεις ή με εικονικές μετρήσεις από χάρτη), και όχι μόνο στη μέθοδο ICP και την πληθώρα των παραλλαγών της. Το πρόβλημα εδώ είναι ότι, δεδομένου του υορύβου του αισθητήρα μέτρησης και των αποκλίσεων μεταξύ του χάρτη και περιβάλλοντος που αναπαριστά, η δημιουργία αντιστοιχίσεων μπορεί να οδηγήσει σε αναχριβή αποτελέσματα ή συνολικά σε αποκλίνοντα αποτελέσματα. Στην πράξη, όσον αφορά στις μεθόδους που λειτουργούν απευθείας στο χώρο των μετρήσεων, η αντιστοίχιση πραγματοποιείται μέσω διαδικασιών που εξαρτώνται από την ικανοποίηση παραδοχών-υποθέσεων, και από την ακριβή ρύθμιση εξωτερικά παρεχόμενων παραμέτρων. Αυτές οι παράμετροι περιλαμβάνουν, για παράδειγμα, την εκτίμηση της τυπικής απόκλισης του κανονικά κατανεμημένου υορύβου μηδενικής μέσης τιμής που επιδρά στις μετρήσεις ενός αισθητήρα αποστάσεων—όταν οι μετρήσεις του αισθητήρα μπορεί στην πραγματικότητα να είναι μεροληπτικές (biased), ή να μην ικανοποιούν την παραδοχή της κανονικής κατανομής του υορύβου τους [CRP18]—, ή την εκτίμηση του ποσοστού των ακτίνων που δεν αντιστοιχούν σε άλλες μεταξύ των εισόδων τους (κάτι που είναι εκ των προτέρων υεμελιωδώς άγνωστο και αδύνατο να εκτιμηθεί).

Αυτό μας οδηγεί σε ένα άλλο χρίσιμο σημείο: το ζήτημα της παραμετροποίησης. Η επίδοση της πλειονότητας των μεθόδων ευθυγράμμισης σάρωσης στηρίζεται στον ακριβή καθορισμό της τιμής των παραμέτρων που διέπουν τις εσωτερικές τους διαδικασίες. Γενικά, θεωρείται ορθά ότι οι εν λόγω παράμετροι πρέπει να καθορίζονται για ένα συγκεκριμένο περιβάλλον και για συγκεκριμένο επίπεδο υορύβου, αλλά στην πραγματικότητα, ελλειψεί τις αυτόματης ρύθμισης των παραμέτρων, διαφορετικές παραμετροποιήσεις μπορεί να οδηγήσουν σε ασταθή ή μη διαισθητικά αποτελέσματα—και το αποτέλεσμα αυτό μπορεί να εμφανιστεί ακόμη και για την ίδια στάση στο ίδιο περιβάλλον. Θα αποσαφηνίσουμε αυτές τις ιδιότητες με ένα απλό αλλά χαρακτηριστικό παράδειγμα.

Στο σχήμα 5.8 παρουσιάζεται ο χάρτης του μη σύνθετου περιβάλλοντος CORRIDOR,  $M_C$ , στο οποίο πραγματοποιήσαμε έναν αριθμό πειραμάτων ευθυγράμμισης μετρήσεων lidar με σαρώσεις χάρτη, με τη χρήση ενός πανοραμικού αισθητήρα δισδιάστατων μετρήσεων και του αλγόριθμου ευθυγράμμισης PLICP. Η πειραματική διαδικασία είναι η εξής: μέσα στον ελεύ-



Σχήμα 5.8: Ο χάρτης του περιβάλλοντος CORRIDOR,  $M_C$ , και τρεις στάσεις μέσα σε αυτόν,  $x_a(11.56, 12.2, 0.0)$ ,  $x_b(4.56, 10.2, 0.0)$ , και  $x_c(7.56, 11.2, \pi/4)$

Θερο χώρο του χάρτη διασπέρεται ένας αριθμός από υποθέσεις στάσεων, ενώ η πραγματική στάση του αισθητήρα τίθεται ως  $x_a$  ή  $x_b$ . Στη συνέχεια πραγματοποιούνται τόσες ευθυγραμμίσεις μετρήσεων με σαρώσεις χάρτη όσες αυτές οι υποθέσεις, ανάμεσα στη μέτρηση του πραγματικού αισθητήρα, που λαμβάνεται από την πραγματική του στάση, και εικονικές σαρώσεις που λαμβάνονται από τις στάσεις των υποθέσεων. Ως τελική εκτίμηση λαμβάνεται η διορθωμένη στάση της υπόθεσης για την οποία το σφάλμα ευθυγράμμισης (εξ. 1.4) καταγράφει τη μικρότερη τιμή ανάμεσα σε όλες τις διορθώσεις των στάσεων-υποθέσεων. Ένα αρχικό σύνολο παραμέτρων αποτελεί τη βάση από την οποία τροποποιούνται 8 βασικές παράμετροι για μία φορά και στη συνέχεια τίθενται στην προεπιλεγμένη τιμή τους. Προκειμένου να ερευνηθεί η συμπεριφορά του PLICP εκτελέσαμε την παραπάνω πειραματική διαδικασία για τις στάσεις  $x_a$  και  $x_b$ , και δύο διαφορετικά επίπεδα θορύβου, με σταθερό αριθμό σταθερών στάσεων-υποθέσεων, για 10 φορές, διενεργώντας έτσι  $N = 2 \times 2 \times 14 \times 10 = 560$  πειράματα. Η τοποθέτηση των στάσεων διατηρήθηκε σταθερή ώστε να είναι δυνατή η εκτέλεση άμεσων συγκρίσεων ανάμεσα σε όλες τις διαμορφώσεις. Ο πίνακας 5.1 απεικονίζει τις παραμέτρους υπό τροποποίηση και το συνολικό σφάλμα στάσης για κάθε λύση. Λεπτομέρειες σχετικά με τη σημασία και τη χρήση κάθε παραμέτρου βρίσκονται στα [Cena] και [Cenb].

Θα ξεκινήσουμε την ανάλυση της άστατης συμπεριφοράς του PLICP εστιάζοντας στα αποτελέσματα που αφορούν στην ευθυγράμμιση ελλείψει μετρητικού θορύβου. Για τις δύο συγκεκριμένες στάσεις, του συγκεκριμένου περιβάλλοντος, η τροποποίηση των παραμέτρων που

	Τιμή	Αρχική	Σφάλμα στάσης			
			$\ e(\mathbf{x}_a, \hat{\mathbf{x}}_a^*)\ _2$	$\ e(\mathbf{x}_b, \hat{\mathbf{x}}_b^*)\ _2$	0.0	0.01
Θόρυβος μέτρησης $\mathcal{N}(0, \sigma)$ , $\sigma$ :			0.0065	0.0056	0.0368	0.0377
Αρχικό σύνολο παραμέτρων						
Τροποποιημένη παράμετρος						
<code>use_corr_tricks</code>	<code>true</code>	<code>false</code>	0.0065	0.0064	0.0368	0.0377
<code>restart</code>	<code>true</code>	<code>false</code>	0.0065	0.0074	0.0368	0.0377
<code>clustering_threshold</code>	1.025	0.025	0.0065	0.0060	0.0368	0.0381
<code>do_alpha_test</code>	<code>false</code>	<code>true</code>	0.0065	0.0069	0.0368	0.0384
<code>orientation_neighbourhood</code>	2	20	0.0065	0.0066	0.0368	0.0372
	200		15.425	15.425	9.9153	9.9153
<code>outliers_maxPerc</code>	0.9	1.0	0.0043	0.0060	0.0357	0.0358
	0.8		0.0044	0.0051	0.0359	0.0384
	0.7		4.7091	0.0047	10.298	0.0377
<code>outliers_adaptive_order</code>	0.9	1.0	0.0044	0.0047	0.0355	0.0363
	0.8		0.0043	0.0057	0.0366	0.0368
	0.7		0.0042	0.0040	2.9225	4.4985
<code>outliers_remove_doubles</code>	<code>true</code>	<code>false</code>	0.0062	0.0064	0.0362	0.0367

Πίνακας 5.1: Το σφάλμα στάσης  $\|e(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}^*)\|_2$  της διορθωμένης υπόθεσης  $\hat{\mathbf{x}}^*$  η οποία εμφανίζει το χαμηλότερο σφάλμα ευθυγράμμισης που βρέθηκε από τον PLICP στο περιβάλλον CORRIDOR (εικ. 5.8) σε  $N$  πειράματα, για ένα προεπιλεγμένο σύνολο παραμέτρων και για διαφορετικές τιμές βασικών παραμέτρων, και δύο επίπεδα θορύβου του αισθητήρα, ο οποίος υποτίθεται ότι είναι κανονικά κατανεμημένος με τυπική απόκλιση  $\sigma$  [m]. Η μονάδα του μέτρησης του σφάλματος στάσης είναι  $(\text{m}^2 + \text{rad}^2)^{1/2}$

σχετίζονται με τη χρήση ενισχυμένων μεθόδων εύρεσης αντιστοιχίσεων (`use_corr_tricks`), την επανεκκίνηση όταν μια λύση υπερβαίνει ένα κατώφλι (`restart`), την ομαδοποίηση σημείων (`clustering_threshold`), τη δοκιμή μιας λύσης λαμβάνοντας υπόψη τον προσανατολισμό του κάθετου στην επιφάνεια των σαρώσεων διανύσματος (`do_alpha_test`), και τον αριθμό των γειτονικών ακτίνων που χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση του προσανατολισμού (`orientation_neighbourhood`)—η τροποποίηση αυτών των παραμέτρων έχει μηδενική επίδραση στη λύση του αλγορίθμου, για κάθε στάση του αισθητήρα. Εάν εξετάσουμε το σφάλμα στάσης σε σχέση με αυτές τις παραμέτρους όταν υπάρχει θόρυβος τότε παρατηρούμε ότι η τροποποίηση μιας παραμέτρου μπορεί να έχει θετικό αντίκτυπο στη λύση για μια στάση, αλλά αρνητικό για άλλη (π.χ. `use_corr_tricks`, `clustering_threshold`). Επιπλέον, η τροποποίηση παραμέτρων που αφορούν σε λειτουργικότητες των οποίων ο σκοπός είναι η βελτίωση της επίδοσης της μεθόδου δεν οδηγεί πάντα στο επιλυμητό αποτέλεσμα (π.χ. `use_corr_tricks`, `restart`). Η τροποποίηση άλλων παραμέτρων προς τη θετική κατεύθυνση (δηλαδή τροποποίηση που έχει ως σκοπό τη μείωση του σφάλματος ευθυγράμμισης, π.χ. `outliers_remove_doubles`) παράγει συνεπή αποτελέσματα για όλα τα επίπεδα θορύ-

βου των μετρήσεων του αισθητήρα για μια στάση ( $x_b$ ), ασυνεπή για άλλα ( $x_a$ ), ή συνολικά καταστροφικά λανθασμένα αποτελέσματα (orientation\_neighbourhood = 200).

Η υψηλότερη ευαισθησία των λύσεων του PLICP, ωστόσο, παρουσιάζεται όσον αφορά παραμέτρους που σχετίζονται με το φιλτράρισμα των μη έγκυρων αντιστοιχίσεων, οι οποίες συμβολίζονται με το πρόθεμα outliers\_. Η τιμή 1.0-outliers\_maxPerc καθορίζει το ποσοστό των αντιστοιχίσεων με το μεγαλύτερο σφάλμα που πρέπει να απορριφθούν, ενώ η τιμή outliers\_adaptive\_order καθορίζει το κατώτερο ποσοστό των αντιστοιχίσεων (ανάλογα με το σφάλμα τους) για το οποίο εκτελείται προσαρμοστικός (adaptive) αλγόριθμος για την απόρριψη τους. Όσον αφορά στην πρώτη παράμετρο, αυτό που παρατηρούμε και για τις δύο πραγματικές στάσεις του αισθητήρα είναι ότι η απόρριψη του κορυφαίου 30% των πιο λανθασμένων αντιστοιχίσεων οδηγεί σε καταστροφική αποτυχία ελλείψει όροβου, αλλά ακριβή συμπεριφορά στην αντίθετη περίπτωση. Όσον αφορά σε άλλες τιμές, δεν παρατηρείται συνεπής συμπεριφορά, αν και όλες οδηγούν σε σωστή σύγκλιση. Όσον αφορά στη δεύτερη παράμετρο, η ασυνέπεια μεταξύ των αποτελεσμάτων προκύπτει στο επίπεδο διαφορετικών στάσεων—η ρύθμιση αυτής της παραμέτρου στην τιμή 70% παρουσιάζει αυξημένη ακρίβεια για τη στάση  $x_a$ , αλλά καταστροφική αποτυχία σύγκλισης για την  $x_b$ . Ακόμη και αν όλες οι τιμές που δοκιμάστηκαν είχαν ως αποτέλεσμα τη σωστή σύγκλιση, όταν παρέμενε το ζήτημα της (α-)συνέπειας σε διαφορετικά επίπεδα όροβου του αισθητήρα και διαφορετικές στάσεις εντός του ίδιου χάρτη, και, μαζί με αυτό, το ζήτημα της διαισθητικής ασυνέπειας σχετικά με την επίδρασή τους.

Η παραπάνω ανάλυση καταδεικνύει τις παγίδες στις οποίες μπορεί να βρεθεί μια μέθοδος επίλυσης του προβλήματος VII όταν βασίζεται στην ανάπτυξη αντιστοιχίσεων και τον ακριβή καθορισμό λεπτών εσωτερικών παραμέτρων (οι οποίες αφορούν και σε αυτές). Πιο συγκεκριμένα, με βάση τα παραπάνω αποδεικτικά στοιχεία, καταλήγουμε στα κάτωθι συμπεράσματα:

- Η δυνατότητα προσαρμογής παραμέτρων σε συγκεκριμένες περιστάσεις δεν είναι χωρίς τα πλεονεκτήματά της, αλλά ταυτόχρονα και χωρίς τις παρενέργειές της. Η αύξηση του μεγέθους του συνόλου των παραμέτρων αυξάνει την πολυπλοκότητα του συστήματος, και μειώνει την προβλεψιμότητα και τη συνέπειά των λύσεων του.
- Σε συμφωνία με τα αποτελέσματα της βιβλιογραφίας [DAM17; Ber+21], η μεθοδολογία ευθυγράμμισης συνόλων σημείων που λειτουργεί χωρίς την ανακάλυψη αντιστοιχίσεων

ανάμεσα στις ακτίνες των σαρώσεων εισόδου όταν ήταν άξια ερευνητικής προσπάθειας. Αυτό το συμπέρασμα στηρίζεται στο γεγονός ότι (α) όσο αυξάνει ο θόρυβος μέτρησης τόσο δυσχεραίνεται η διάκριση έγκυρων από άκυρες αντιστοιχίες, και (β) η αφαίρεση αυτής της δομικής βάσης λειτουργίας (δηλαδή της επίλυσης με βάση την ανάπτυξη αντιστοιχιών) μειώνει την πολυπλοκότητα του συστήματος λόγω της ταυτόχρονης αφαίρεσης της ανάγκης καθορισμού των παραμέτρων που αφορούν σε αυτήν και διέπουν την απόκρισή της



## Κεφάλαιο 6

# Εκτίμηση στάσης βάσει καθολικής αβεβαιότητος χωρίς τον υπολογισμό αντιστοιχίσεων

Η έρευνα που παρουσιάζεται στο παρόν κεφάλαιο αντλεί τις πηγές της από τις αιτίες περαιτέρω έρευνας του προηγούμενου κεφαλαίου, όπως αυτές διατυπώθηκαν στην τελευταία του ενότητα. Στο παρόν κεφάλαιο επιζητούμε το σχεδιασμό και την ανάπτυξη μεθόδου ευθυγράμμισης πραγματικών με εικονικές σφράσεις η οποία λειτουργεί (α) χωρίς τον υπολογισμό αντιστοιχίσεων ανάμεσα στις ακτίνες των εισόδων της, (β) με “μικρό” σύνολο ρυθμιζόμενων παραμέτρων, και (γ) με επίδοση ως προς το σφάλμα στάσης τουλάχιστον ισάξια με την καλύτερη μέθοδο ευθυγράμμισης μέσω αντιστοιχιών.

Ερευνώντας τη σχετική βιβλιογραφία ανακαλύψαμε την παντελή έλλειψη μεθόδων που ικανοποιούν ταυτόχρονα τις παραπάνω απαιτήσεις, τις οποίες θεωρήσαμε ως κρίσιμης σημασίας για τον στόχο της εκτίμησης της στάσης ενός οχήματος του πεδίου εφαρμογής ΠΕ. Για αυτόν τον λόγο επεκτείναμε την έρευνά μας σε κλάδους διαφορετικούς από αυτόν της ρομποτικής, ώστε, σκεπτόμενοι και δρώντας ως μηχανικοί, να μεταφράσουμε μεθόδους της ευρύτερης βιβλιογραφίας στα συμφραζόμενα του προβλήματός μας, και να τις μεταγγίσουμε σε συστήματα που το επιλύουν.

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζουμε την προσαρμογή μίας μεθόδου από τον κλάδο της υπολογιστικής όρασης για την επίλυση του προβλήματος της εύρεσης της στάσης ενός ρομπότ

στο δισδιάστατο επίπεδο. Πιο συγκεκριμένα όμως ασχοληθούμε με την επίλυση του προβλήματος βάσει καθολικής αβεβαιότητος. Ο λόγος για τον οποίο δεν συνεχίζουμε σε αυτό το σημείο την επίλυση του προβλήματος βάσει πεπερασμένης αβεβαιότητος (όπως στο προηγούμενο κεφαλαίο) είναι η επιιψυμία δοκιμής της υπόθεσης Υ4 επί της αρχής:

**Τπόθεση Υ4.** Υπάρχει μέθοδος ευθυγράμμισης πραγματικών με εικονικές σαρώσεις που δεν βασίζεται στον υπολογισμό αντιστοιχίσεων για την επίλυση του προβλήματος ευθυγράμμισης, η οποία εμφανίζει ισάξια επίδοση με την καλύτερη μέθοδο ευθυγράμμισης πραγματικών με εικονικές σαρώσεις που χρησιμοποιεί τον υπολογισμό αντιστοιχίσεων.

Αυτό σημαίνει ότι, σε αυτό το προκαταρκτικό στάδιο, ο χρόνος εκτέλεσης της λύσης δεν αποτελεί κριτήριο αξιολόγησης—κάτι απαιτητέο στο πρόβλημα βάσει πεπερασμένης αβεβαιότητος, δεδομένου ότι η επίλυση του πρέπει να γίνεται σε πραγματικό χρόνο. Για αυτόν το λόγο εκμεταλλευόμαστε την παρατήρηση IV και προτείνουμε μία λύση στο πρόβλημα εντοπισμού της στάσης ενός ρομπότ κινητής βάσης του πεδίου εφαρμογής ΠΕ μέσω ευθυγράμμισης πραγματικών με εικονικές σαρώσεις, η οποία ικανοποιεί τις απαιτήσεις της πρώτης παραγράφου του παρόντος κεφαλαίου.

Κατά τη διάρκεια προκαταρκτικής έρευνας επί των ικανοτήτων της μεθόδου που παρουσιάζεται σε αυτό το κεφάλαιο καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι:

**Ισχυρισμός I.** Μία ικανή συνθήκη για την αραίρεση του μηχανισμού υπολογισμού αντιστοιχίσεων είναι η αντικατάστασή του από αναλυτικές και κλειστής μορφής λύσεις του προβλήματος. Εκτιμούμε ότι μία αναγκαία συνθήκη για την ανάπτυξή αυτών των λύσεων είναι η περιοδικότητα των σαρώσεων, δηλαδή η πανοραμικότητα του γωνιακού εύρους των πραγματικών και εικονικών σαρώσεων.

Αποτελεί ανοιχτό ερώτημα εάν η τελευταία συνθήκη είναι αναγκαία ή απλά ικανή.

## 6.1 Στόχοι του κεφαλαίου και δομή

Σε αυτό το κεφάλαιο επιζητούμε τη λύση στο πρόβλημα του εντοπισμού της στάσης ενός ρομπότ του πεδίου εφαρμογής ΠΕ βάσει καθολικής αβεβαιότητας για αυτήν. Πιο συγκεκριμένα επιζητούμε τη λύση της παθητικής έκδοσης του προβλήματος Π2 (ορισμός II), βάσει των παραδοχών III, IV, και V, δεδομένων των παρατηρήσεων III και IV.

**Πρόβλημα Π2.** Έστω ένα ρομπότ κινητής βάσης του πεδίου εφαρμογής ΠΕ, εξόπλισμένο με έναν οριζόντια τοποθετημένο αισθητήρα lidar μετρήσεων δύο διαστάσεων που εκπέμπει  $N_s$  ακτίνες. Έστω επίσης ότι τα ακόλουθα είναι διαθέσιμα ή ευσταθούν:

- Ο χάρτης  $M$  του περιβάλλοντος στο οποίο βρίσκεται το ρομπότ
- Μια δισδιάστατη μέτρηση  $S_R$ , που λαμβάνεται από την—άγνωστη και αναζητούμενη—στάση  $p(l, \theta)$ ,  $l = (x, y)$

Τότε, δεδομένων των παρατηρήσεων III και IV ο στόχος είναι η εκτίμηση της στάσης  $p$  του ρομπότ στο σύστημα αναφοράς του χάρτη  $M$ .

**Παραδοχή III.** Συνέπεια του ισχυρισμού I είναι ότι το γωνιακό εύρος του αισθητήρα lidar ισούται με  $\lambda = 2\pi$  rad.

**Παραδοχή IV.** Η λύση του προβλήματος Π2 δίνεται μέσω ευθυγράμμισης μετρήσεων με σαρώσεις χάρτη.

**Παραδοχή V.** Η επίλυση του προβλήματος της παραδοχής IV δίνεται χωρίς τον υπολογισμό αντιστοιχίσεων ανάμεσα στις εισόδους της μεθόδου επίλυσης.

Το κεφάλαιο αυτό συνεχίζει με την επισκόπηση των μεθόδων επίλυσης του προβλήματος Π2 που απαντώνται στη βιβλιογραφία, και τις χρήσεις που έχει βρει στον χλάδι της ρομποτικής η μέθοδος που προέρχεται από τον χλάδι της υπολογιστικής όρασης (ενότητα 1.2.7) την οποία χρησιμοποιούμε για την ευθυγράμμιση πραγματικών με εικονικές σαρώσεις δύο διαστάσεων.

Στην ενότητα 6.3 αναλύεται ο τρόπος με τον οποίο η μέθοδος της ενότητας 1.2.7 μπορεί να προσαρμοσθεί στα συμφραζόμενα επίλυσης του προβλήματος Π2. Η προτεινόμενη μέθοδος επίλυσης του προβλήματος της εύρεσης της στάσης ενός ρομπότ βάσει καθολικής αβεβαιότητας χρησιμοποιεί την ως άνω μέθοδο για την εκτίμηση του προσανατολισμού του (ενότητα 6.3.2), και για την εκτίμηση της θέσης του μία μέθοδο ανάδρασης που βασίζεται στη διαφορά της γεωμετρίας μίας πραγματικής και μίας εικονικής σάρωσης (ενότητα 6.3.3). Οι δύο μέθοδοι εκτίμησης του προσανατολισμού και της θέσης του ρομπότ εκτελούνται για ένα σύνολο υπο-

θέσεων στάσης που διασπείρονται στον χάρτη, και η διάκριση της αληθώς ορθής υπόθεσης στάσης ανάμεσα στο σύνολο των υποθέσεων πραγματοποιείται μέσω αξιόπιστων μετρικών ομοιότητας που εξάγονται από τη μέθοδο εκτίμησης του προσανατολισμού (ενότητα 6.3.4).

Η ενότητα 6.4 ελέγχει την ευστάθεια της υπόθεσης Υ4 στα συμφραζόμενα του προβλήματος Π2 μέσω πειραματικής διαδικασίας που εκτελείται σε προσομοιωμένα και πραγματικά περιβάλλοντα. Στην ενότητα 6.5 παρουσιάζουμε τα συμπεράσματα της μελέτης μας, και τις αιτίες για περαιτέρω έρευνα στο πεδίο της ευθυγράμμισης δισδιάστατων μετρήσεων αισθητήρα lidar με σαρώσεις χάρτη.

## 6.2 Σχετική βιβλιογραφία

### 6.2.1 Εκτίμηση στάσης βάσει καθολικής αβεβαιότητος

Το πρόβλημα της εκτίμησης της στάσης ενός ρομπότ βάσει καθολικής αβεβαιότητας όπως ορίζεται στην ενότητα 1.2.2 ως διαχριτή συνιστώσα του προβλήματος της εκτίμησης της στάσης ενός ρομπότ κινητής βάσης έχει τύχει εκτεταμένης προσοχής με την πάροδο των ετών. Οι προσεγγίσεις που έχουν υιοθετηθεί για την επίλυσή του, πέρα από την κατηγοριοποίηση τους σε παθητικές και ενεργητικές (ορισμός II), μπορούν επίσης να χωριστούν σε δύο ακόμη κατηγορίες: προσεγγίσεις που λειτουργούν στο χώρο χαρακτηριστικών (features), και προσεγγίσεις που λειτουργούν απευθείας στο χώρο των μετρήσεων. Επιπλέον, οι προσεγγίσεις μπορεί να είναι πιθανοτικές ή ντετερμινιστικές. Ορισμένες προσεγγίσεις λαμβάνουν την μινιμαλιστική οδό, βασιζόμενες αποκλειστικά σε μετρήσεις που εξάγονται από έναν αισθητήρα, ενώ άλλες συγχωνεύουν πληροφορίες από διάφορες πηγές για να επιτύχουν ένα βελτιωμένο αποτέλεσμα.

Οι ενεργείς προσεγγίσεις εκτίμησης της στάσης ενός ρομπότ κινητής βάσης κάνουν την παραδοχή ότι το ρομπότ είναι ικανό να κινείται ελεύθερα στο περιβάλλον του προτού καθοριστεί οριστικά η στάση του—καθιστώντας το έτσι δυνητικά ευάλωτο σε συγκρούσεις με αυτό. Η κίνηση του ρομπότ στο χώρο είναι, κατ' αρχήν, επωφελής για τη λύση του εντοπισμού του, καθώς αυξάνονται οι μετρήσεις από τους αισθητήρες του, και επομένως η πιθανότητα δειγματοληψίας ποικίλων και μοναδικών τμημάτων του περιβάλλοντος. Κατά συνέπεια αυξάνεται η πιθανότητα επιτυχούς εκτίμησης της στάσης του, και η μείωση της αβεβαιότητάς της. Στο [JK01] προτείνεται μια υβριδική προσέγγιση με βάση την θεωρία του Bayes [TBF05] και

την παρακολούθηση πολλαπλών υποθέσεων στάσης με χρήση του φίλτρου Kalman [May79]. Το τελευταίο και ένας τοπολογικός χάρτης του κόσμου χρησιμοποιούνται για τη δημιουργία εντολών κίνησης ώστε να αποκομίζονται επιπρόσθετες πληροφορίες από το περιβάλλον, να αντισταθμίζεται η παρέκκλιση της οδομετρίας, να φιλτράρονται οι τρέχουσες υποθέσεις στάσης, και να επιλύεται η ασάφεια που αφορά στη στάση του ρομπότ. Οι εντολές κίνησης παράγονται ευρηστικά με την κίνηση στις όκρες του τοπολογικού χάρτη (έτσι ώστε το ρομπότ να είναι απίθανο να συγκρουστεί με εμπόδια), αποφεύγοντας να επισκεφθεί το ίδιο μέρος δύο φορές (αφού είναι απίθανο να αποκτηθούν νέες πληροφορίες από την ίδια θέση), και επιλέγοντας να επισκεφθεί τον γειτονικό του κόμβο με τον μέγιστο αριθμό χαρακτηριστικών στην περιοχή του. Τα χαρακτηριστικά γνωρίσματα σε αυτή την περίπτωση εξάγονται από έναν αισθητήρα δισδιάστατων μετρήσεων απόστασης τύπου lidar, και περιλαμβάνουν χαρακτηριστικά πορτών, γραμμών, και ζευγών σημείων, και χρησιμοποιούνται είτε για τη δημιουργία νέων υποθέσεων, είτε για την υποστήριξη των ήδη υπαρχουσών. Κάθε ανιχνευόμενο χαρακτηριστικό δημιουργεί ένα σύνολο πιθανών στάσεων του ρομπότ, οι οποίες αντιμετωπίζονται ως μετρήσεις της πραγματικής στάσης του. Οι εσωτερικές λειτουργίες κάθισε φίλτρου Kalman που συνδέεται με κάθισε υποψήφια στάση στη συνέχεια εξασφαλίζουν ότι η πιθανότητα των έγκυρων υποθέσεων αυξάνεται, ενώ οι λανθασμένες απορρίπτονται μέσω πρόσθετης εφαρμογής ενός εξωτερικά προσδιοριζόμενου κατωφλίου πιθανότητας.

Μια άλλη προσέγγιση ενεργής εκτίμησης βάσει καθολικής αβεβαιότητος [OKa06] εκκινεί από μια ακόμη πιο μινιμαλιστική στάση όσον αφορά στον αριθμό και τον τύπο των αισθητήρων που χρησιμοποιούνται, χρησιμοποιώντας μόνο αισθητήρες οδομετρίας και προφυλακτήρα (bumper sensor). Η προσέγγιση φτάνει στο εκπληκτικό (θεωρητικό) συμπέρασμα ότι, δεδομένου ενός ακριβούς χάρτη, η λύση του προβλήματος μπορεί να επιτευχθεί με τη χρήση μόνο αυτών των δύο τύπων αισθητήρων, παρόλο που το κινηματικό μοντέλο του ρομπότ περιορίζεται στο να είναι χωρίς σφάλματα, και ότι το ρομπότ επιτρέπεται να συγκρούεται με το περιβάλλον του. Η υποκείμενη μέθοδος θέτει το πρόβλημα στον χώρο πληροφορίας του ρομπότ, και επιλύει ένα πρόβλημα σχεδιασμού διακριτού χρόνου, δείχνοντας ότι, με σχετικά συνήθεις περιορισμούς του κόσμου/χάρτη, η εκτίμηση της στάσης του ρομπότ είναι πράγματι δυνατή, αλλά με ένα βαθμό ασάφειας ανάλογο του βαθμού συμμετριών που υπάρχουν στον περιβάλλον.

Στο [Gas+07] για την επίλυση του προβλήματος χρησιμοποιείται ένα φίλτρο σωματι-

δίων λόγω της εγγενούς του ικανότητας του να αναπαριστά αυθαίρετα πολυτροπικές (multi-modal) κατανομές πυκνότητας πιθανότητας της στάσης ενός ρομπότ. Σε αντίθεση με το [JK01] χρησιμοποιείται ένας αισθητήρας σόναρ ως μέσο αντίληψης του περιβάλλοντος, και δεν χρησιμοποιούνται χαρακτηριστικά των μετρήσεων ή του χάρτη. Στη φάση αρχικοποίησης τα σωματίδια διασκορπίζονται ομοιόμορφα εντός του ελεύθερου χώρου του χάρτη, και υπολογίζεται ένα βάρος για το καθένα, σύμφωνα με το σφάλμα ελάχιστης τετραγωνικής απόστασης μεταξύ της πραγματικής μέτρησης του αισθητήρα και της εξόδου του μοντέλου παρατήρησης του αισθητήρα για τη συγκεκριμένη υπόθεση στάσης. Ο αλγόριθμος εκτελείται επαναληπτικά, χωρίς το ρομπότ να κινείται, υλοποιώντας έναν αλγόριθμο βελτιστοποίησης. Προκειμένου να αποφευχθεί η εξάντληση των σωματιδίων σε αυτό το στάδιο, νέα δείγματα δημιουργούνται στη βάση της εξελικτικής θεωρίας, όπου τα επιζώντα σωματίδια—αυτά που δεν έχουν αμελητέα βάροη—χρησιμεύουν ως ο τόπος γύρω από τον οποίο εισάγονται νέα σωματίδια, προκειμένου να ενισχυθεί η παρουσία των σωματιδίων όπου η πιθανότητα εύρεσης του ρομπότ είναι υψηλότερη. Προκειμένου να μειωθεί η πιθανότητα παγίδευσης του φίλτρου σε τοπικά ελάχιστα, νέα σωματίδια που εγγυώνται την ελάχιστη κάλυψη του χώρου εισάγονται τυχαία στο χώρο στάσεων. Ο αλγόριθμος σταματά όταν εντοπιστούν ευσταθείς λύσεις. Αυτές χρησιμοποιούνται στη συνέχεια ως αρχικές θέσεις από τις οποίες εντοπίζεται το πλησιέστερο εμπόδιο σε μια υπόθεση μέσω του αισθητήρα σόναρ, και στην περιοχή του οποίου δίνεται εντολή στο ρομπότ να κινηθεί. Κατά τη διάρκεια της πλοήγησης κάθε υποψήφια υπόθεση παραχολουθείται από ένα Εκτεταμένο φίλτρο Kalman, και ένα τετραγωνικό τεστ χρήση της απόστασης Mahalanobis χρησιμοποιείται για την επικύρωση των υποψηφίων στάσεων κατά τη διάρκεια της συσχέτισης δεδομένων μεταξύ παρατηρούμενων και θεωρητικά αναμενόμενων μετρήσεων.

Η έρευνα στις ενεργές μεθόδους παγκόσμιου εντοπισμού φαίνεται να έχει μειωθεί τα τελευταία χρόνια, με παλαιότερες προσεγγίσεις, συμπεριλαμβανομένων των [MMS88; Kle94; RS96; DRW98; OL05; RDW07], να δίνουν ώθηση στην έρευνα προς την κατεύθυνση της πιο απαιτητικής έκδοσης του προβλήματος, δηλαδή της παθητικής εκτίμησης στάσης. Σε αυτόν τον τρόπο λύσης το ρομπότ δεν εκτελεί κινήσεις πλοήγησης προτού εκτιμηθεί η στάση του, και στερείται πρόσθετες μετρήσεις αισθητήρων εκτός από εκείνες που λαμβάνονται από την άγνωστη αρχική του στάση.

Στο [SLL01] χρησιμοποιείται μια τριοπτρική (trinocular) κάμερα για τη δημιουργία ενός

τρισδιάστατου χάρτη των χαρακτηριστικών SIFT που υπάρχουν στο περιβάλλον του ρομπότ, ο οποίος ενημερώνεται με την πάροδο του χρόνου, ενώ προσαρμόζεται σε δυναμικά περιβάλλοντα, δημιουργώντας, διατηρώντας, και ενημερώνοντας ένα φίλτρο Kalman για κάθε ξεχωριστό ορόσημο-χαρακτηριστικό που ανιχνεύεται στο οπτικό πεδίο της κάμερας ανά καρέ εισόδου. Αυτός ο τρισδιάστατος χάρτης ορόσημων κατασκευάζεται πριν από το χρόνο εκτίμησης της στάσης του ρομπότ. Για την επίλυση του προβλήματος εκτίμησης της στάσης του, τα χαρακτηριστικά SIFT που εξάγονται μέσω της κάμερας του ρομπότ από την πραγματική του στάση αντιστοιχίζονται με εκείνα που είναι ήδη αποθηκευμένα στον τρισδιάστατο χάρτη μέσω καταχεματισμού μετασχηματισμού Hough (Hough Transform Hashing—[Hou60]), προκειμένου να αποκτηθεί μια πρόχειρη εκτίμηση της στάσης του ρομπότ (οι κάδοι-bins του μετασχηματισμού με τις περισσότερες ψήφους αντιστοιχούν σε εκτιμήσεις στάσεων που είναι πιο πιθανό να επιτύχουν μεγαλύτερο αριθμό αντιστοιχίσεων). Στη συνέχεια εκτελείται επαναληπτική ελαχιστοποίηση ελαχίστων τετραγώνων προκειμένου να επιτευχθεί προοδευτικά καλύτερη εκτίμηση της στάσης. Η τελική στάση είναι εκείνη που έχει τον μέγιστο αριθμό ταυτίσεων αντιστοιχίσεων και το μικρότερο σφάλμα ελαχίστων τετραγώνων.

Αντιθέτως, στο [HM06] ο αισθητήρας αντίληψης του περιβάλλοντος είναι ένας αισθητήρας δισδιάστατων μετρήσεων απόσταση τύπου lidar. Σε πρώτη, προεπεξεργαστική φάση, εξάγονται χαρακτηριστικά από το χάρτη του περιβάλλοντος του ρομπότ, και δημιουργείται μία βάση δεδομένων ορατών χαρακτηριστικών από κάθε κελί πλέγματος του χάρτη. Τα χαρακτηριστικά αυτά είναι φυσικά ορόσημα που βρίσκονται τόσο στο χάρτη όσο και στις μετρήσεις του αισθητήρα του ρομπότ, και περιλαμβάνουν τοίχους—που εξάγονται ως ευθύγραμμα τμήματα μέσω της χρήσης του μετασχηματισμού Hough—, κοίλες γωνίες, και ασυνέχειες μεταξύ διαδοχικών ακτίνων σάρωσης. Στη συνέχεια τα ορόσημα και από τις δύο πηγές αντιστοιχίζονται μεταξύ τους με μια διαδικασία δύο βημάτων: ένα αρχικό φίλτρο αφαιρεί το μεγαλύτερο μέρος των λανθασμένων υποθέσεων στάσης μετρώντας τον αριθμό των χαρακτηριστικών που έχουν εξαχθεί από τις μετρήσεις του αισθητήρα τα οποία ταιριάζουν με την απόσταση, τον προσανατολισμό, και τον τύπο του ορόσημου που είναι αποθηκευμένα στη βάση δεδομένων του χάρτη. Στη συνέχεια χρησιμοποιείται ένας τροποποιημένος αλγόριθμος διακριτής χαλάρωσης, χρησιμοποιώντας τις πληροφορίες των χαρακτηριστικών που σχετίζονται με κάθε αποθηκευμένο ορόσημο. Το κελί πλέγματος που αντιστοιχεί στη θέση του ρομπότ προσδιορίζεται μεταξύ των υποθέσεων με τη χρήση ενός κριτηρίου ελαχίστων τετραγώνων της

διαφοράς απόστασης μεταξύ (α) αυτού του κελιού από κάθε ορόσημο του χάρτη, και (β) της απόστασης από ένα ορόσημο που προκύπτει από τη μέτρηση του αισθητήρα, για όλα τα υποψήφια κελιά. Η στάση του ρομπότ υπολογίζεται στη συνέχεια ως η μέση γωνιακή απόκλιση μεταξύ (α) της θέσης του ρομπότ και ενός ορόσημου που έχει εξαχθεί από το διάνυσμα της μέτρησης, και (β) της εκτιμώμενης θέσης του ρομπότ και κάθε ορατό ορόσημου στο χάρτη από το συγκεκριμένο κελί.

Μια γενική μεθοδολογία για την ανάλυση του σχεδιασμού σημείων-κλειδιών (keypoints) για την εκτίμηση στάσης παρουσιάζεται στο [BZ09]. Η μεθοδολογία αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την επίλυση του προβλήματος Π2 στα πλαίσια της πλοήγησης ρομπότ κινητής βάσης και της χαρτογράφησης, και είναι ιδιαίτερα χρήσιμη στη διαδικασία καθορισμού των παραμέτρων για την επιλογή συγκεκριμένων τύπων σημείων-κλειδιών, καθώς δεν είναι όλα αξιόπιστα παρουσία θορύβου ή τυφλών περιοχών (occlusions). Οι συγγραφείς θέτουν το πρόβλημα της εκτίμησης της στάσης ως ένα πρόβλημα αναζήτησης πλησιέστερου γείτονα, επιλέγοντας πρώτα ένα σύνολο σημείων-κλειδιών που εξάγονται από το οπτικό πεδίο ενός αισθητήρα δισδιάστατων μετρήσεων lidar, τα οποία κωδικοποιούν την τοπική περιοχή γύρω από το ρομπότ. Στη συνέχεια αναζητούν σε μια βάση δεδομένων τα σημεία κλειδιά που έχουν προηγουμένως δημιουργηθεί με βάση τον χάρτη, με σκοπό τον εντοπισμό σημείων με κοινά χαρακτηριστικά. Ο χάρτης γύρω από το ρομπότ και τα τμήματα του χάρτη του περιβάλλοντος που εντοπίζονται να έχουν κοινά χαρακτηριστικά τροφοδοτούνται στη συνέχεια σε μία αλυσιδωτή διαδικασία τεσσάρων μεθόδων επαλήθευσης (μία εκ των οποίων είναι η παραδοσιακή μέθοδος ευθυγράμμισης σαρώσεων ICP), οι οποίες φιλτράρουν τα ψευδή θετικά αποτελέσματα, έως ότου βρεθεί η βέλτιστη αντιστοίχιση ανάμεσά τους.

Αν και το [Bre10] ασχολείται με το πρόβλημα της εκτίμησης της στάσης ενός οχήματος σε εξωτερικά περιβάλλοντα, η αρχή λειτουργίας της μεθόδου του είναι ανάλογη με αυτές που χρησιμοποιούνται σε εσωτερικούς χώρους. Ο συγγραφέας υποστηρίζει ότι η ευθυγράμμιση τρισδιάστατων νεφών σημείων που εξάγονται μέσω ενός αισθητήρα lidar με νέφη σημείων που εξάγονται από το χάρτη του περιβάλλοντός του δεν είναι αποδοτική στο πλήρες τρισδιάστατο σενάριο και, ως εκ τούτου, είναι επιθυμητό να κατασκευαστούν αφαιρέσεις (abstractions) με τη μορφή ορόσημων. Το ορόσημα που χρησιμοποιούνται εδώ για την ευθυγράμμιση τους είναι στύλοι, όπως αυτές των πινακίδων κυκλοφορίας, των φαναριών, και τα δέντρων. Τα ευρήματα του συγγραφέα δείχνουν ότι αυτός ο τύπος ορόσημου δεν είναι αξιόπιστος για την εκτίμηση

της στάσης ενός οχήματος βάσει καθολικής ή πεπερασμένης αβεβαιότητος, αφού περίπου το 40% όλων των λαμβανόμενων μετρήσεων δεν περιέχουν στύλους, είτε λόγω πραγματικής απουσίας τους είτε λόγω δημιουργίας ψευδώς θετικών αποτελεσμάτων από τον προτεινόμενο μηχανισμό ανίχνευσης στύλων.

Στο [ZZY11] οι συγγραφείς υποστηρίζουν ότι σε εσωτερικά περιβάλλοντα οι σημαντικότερες δομές είναι οι τοίχοι, οι πόρτες, και τα ντουλάπια, δηλαδή δομές που μπορούν να προσεγγιστούν με ευθείες γραμμές στον δισδιάστατο χώρο. Χρησιμοποιώντας αυτή την παραδοχή κατασκευάζουν μία μέθοδο που αρχικά εκτιμά τον προσανατολισμό του ρομπότ εξάγοντας χαρακτηριστικά γραμμών από το χάρτη του περιβάλλοντος και από έναν αισθητήρα δισδιάστατων μετρήσεων απόστασης, προτού στη συνέχεια ευθυγραμμιστούν με τη χρήση του αλγορίθμου HSM. Η εξαγώμενη εκτίμηση εξαρτάται από την απουσία συμμετριών στο περιβάλλον. Δεδομένης της εκτίμησης του προσανατολισμού του ρομπότ, η θέση του εκτιμάται μέσω του μοντέλου ακραίου σημείου δέσμης [TBF05], όπου υπολογίζεται η πιθανότητα ότι ένα κελί του χάρτη πλέγματος ήταν η θέση από την οποία έγινε η μέτρηση σάρωσης, για όλα τα κελιά του χάρτη. Μετά από αυτήν την εξαντλητική αναζήτηση, το κελί με την υψηλότερη πιθανότητα επιλέγεται ως η εκτίμηση της θέσης του ρομπότ. Στη συνέχεια χρησιμοποιείται ένας αλγόριθμος κατάβασης (gradient descent) για την περαιτέρω εξάλειψη του σφάλματος διακριτοποίησης που προκαλείται από την αναπαράσταση του χάρτη μέσω πλέγματος.

Εκτός από τον χάρτη, η μέθοδος που παρουσιάζεται στο [Xie+10] χρησιμοποιεί προαποθηκευμένες σαρώσεις αναφοράς, οι οποίες εξάγονται μέσω ενός αισθητήρα δισδιάστατων μετρήσεων lidar, και τις στάσεις από τις οποίες αποτυπώθηκαν αυτές στο σύστημα αναφοράς του χάρτη, σε μία φάση πριν από την εκτέλεση του αλγορίθμου εκτίμησης της στάσης του ρομπότ. Κατά την έναρξη της εκτέλεσής του κατασκευάζεται ένας τοπικός χάρτης πλέγματος με βάση την πρώτη μέτρηση από τον πραγματικό αισθητήρα. Στη συνέχεια κατασκευάζεται ένας αριθμός αντιγράφων του μέσω περιστροφής κατά ακέραια πολλαπλάσια τεσσάρων μοιρών, έως ότου σχηματιστεί ένας πλήρης κύκλος. Έπειτα δημιουργείται ένας τοπικός χάρτης πλέγματος από τις προαποθηκευμένες σαρώσεις αναφοράς για κάθε αντίστοιχη στάση αναφοράς, όπου κάθε μία θεωρείται ως μια πιθανή υποψήφια στάση του ρομπότ. Στη συνέχεια τα δύο σύνολα τοπικών χαρτών ευθυγραμμίζονται μεταξύ τους μέσω μιας διαδικασίας βελτιστοποίησης που έχει ως στόχο τη μεγιστοποίηση της επικάλυψης μεταξύ των δύο συνόλων υπο-χαρτών. Η διαδικασία αυτή ξεκινά με χάρτες χαμηλής ανάλυσης, και η ανάλυσή τους σταδιακά αυξάνεται.

Μια εναλλακτική λύση για τη σύγχριση των περιγραφών τόπων (place descriptions) ανά ζεύγη προτείνεται στο [BZ13], η οποία μειώνει τον γραμμικό χρόνο αναζήτησης σε υπο-γραμμικά επίπεδα. Η προτεινόμενη μέθοδος αποσκοπεί στην αντικατάσταση των συγχρίσεων σε επίπεδο περιγραφέα τόπου με περιγραφείς σημείων-κλειδιών, δεδομένου ότι οι τελευταίοι βρίσκονται σε χαμηλότερο επίπεδο από τους πρώτους, και ότι τα αποτελέσματα σε δύο διαστάσεις έχουν δείξει ότι η χρήση τους οδηγεί σε υψηλά ποσοστά αναγνώρισης τόπων. Από μία βάση δεδομένων προ-αποθηκευμένων τοπικών περιγραφέων του χάρτη, ένας σταθερός αριθμός πλησιέστερων γειτόνων ψηφίζει για κάθε σημείο-κλειδί που εξάγεται από τρισδιάστατες μετρήσεις αισθητήρα lidar, και η άθροισή τους καθορίζει τις πιθανές αντιστοιχίες τόπων. Οι συγγραφείς διαπιστώνουν ότι ένα τέτοιο σύστημα οδηγεί σε αποτελέσματα ψηφοφορίας των οποίων η κατανομή ακολουθεί μια λογαριθμο-κανονική κατανομή, και έτσι είναι σε θέση να προσαρμόσουν ένα παραμετρικό μοντέλο υπερπαραμέτρων προκειμένου να καθοριστεί ένα ουσιαστικό κατώφλι ψηφοφορίας, το οποίο μπορεί να διαχρίνει αξιόπιστα μεταξύ αληθινών και ψευδών θετικών αποτελεσμάτων, παρέχοντας έναν αυτόματο τρόπο ρύθμισης κρίσιμων αλγορίθμικών παραμέτρων.

Η πρώτη χρήση της τεχνικής ευθυγράμμισης πραγματικών μετρήσεων με σαρώσεις χάρτη σε δύο διαστάσεις (ενότητα 1.2.6) στα πλαίσια της εκτίμησης της στάσης ρομπότ κινητής βάσης βάσει καθολικής αβεβαιότητας εμφανίζεται στο [PP14]. Η προτεινόμενη μέθοδος παράγει πρώτα το γενικευμένο διάγραμμα Voronoi του δισδιάστατου χάρτη πλέγματος, του οποίου οι κόμβοι λαμβάνονται ως αρχικές υποθέσεις για τη θέση του ρομπότ. Από αυτές τις θέσεις λαμβάνονται εικονικές σαρώσεις σε ένα γωνιακό εύρος 360 μοιρών με τη χρήση δεσμοβολής εντός του χάρτη. Έπειτα υπολογίζονται αντιστοιχίες μεταξύ κάθε εικονικής σάρωσης και της σάρωσης που λαμβάνεται από τον αισθητήρα με τη χρήση της φασματικής τεχνικής [LH05], η οποία βρίσκει γεωμετρικές σχέσεις ανά ζεύγη σαρώσεων. Αυτές οι αντιστοιχίες χρησιμοποιούνται στη συνέχεια για τη δημιουργία δισδιάστατων γεωμετρικών ιστογραμμάτων που κωδικοποιούν ένα μέτρο της ομοιότητας μεταξύ της πραγματικής σάρωσης και όλων των εικονικών σαρώσεων. Οι κόμβοι από τους οποίους αποτυπώθηκαν οι τελευταίες κατατάσσονται στη συνέχεια σύμφωνα με αυτό το μέτρο ομοιότητας, και ένα κατώφλι που βασίζεται στον συντελεστή συσχέτισης όλων των συνδυασμών σαρώσεων χρησιμοποιείται για την εξαγωγή ενός υποσυνόλου υποψήφιων στάσεων. Η τελική εκτίμηση της στάσης είναι εκείνη που επιτυγχάνει τον μέγιστο αριθμό αντιστοιχούντων ζευγών μετά από την ίδια φασματική

μέθοδο ευθυγράμμισης που χρησιμοποιήθηκε στο προηγούμενο βήμα.

Εμπνευσμένη από έρευνα του κλάδου υπολογιστικής όρασης, η μέθοδος που παρουσιάζεται στο [Him+14] χρησιμοποιεί υπογραφές ορόσημων που εξάγονται από δισδιάστατες μετρήσεις αισθητήρα lidar για την εύρεση της στάσης του ρομπότ. Τα ορόσημα που χρησιμοποιούνται είναι σημεία υψηλής καμπυλότητας, τα οποία αποδεικνύεται ότι είναι επαρκώς περιγραφικά στον τομέα των δεδομένων απόστασης [TA10]. Για κάθε σύνολο ορόσημων που εξάγονται και αποθηκεύονται εκ των προτέρων κατά τη διάρκεια της ταυτόχρονης χαρτογράφησης και παραχολούμενης της στάσης του ρομπότ (SLAM), καταγράφεται και αποθηκεύεται η κατανομή των χωρικών σχέσεων μεταξύ τους. Στη συνέχεια δημιουργείται ένα δισδιάστατο ιστόγραμμα από ένα πλέγμα δυαδικών ψηφίδων, στο οποίο οι σχέσεις αυτές κωδικοποιούνται κεντράροντας μια κανονική κατανομή σε κάθε κάδο (bin) του ιστογράμματος. Η υπογραφή κάθε ορόσημου υπολογίζεται ως το άθροισμα όλων των κατανομών για το εν λόγω ορόσημο, και η υπογραφή της σάρωσης υπολογίζεται ως το άθροισμα όλων των υπογραφών των ορόσημων της εν λόγω σάρωσης. Αφού αποθηκευτούν οι υπογραφές σε μια βάση δεδομένων, η εκτίμηση της στάσης πραγματοποιείται με βάση τον κατά προσέγγιση πλησιέστερο γείτονα των υπογραφών που είναι αποθηκευμένες στη βάση δεδομένων με αυτήν που εξάγεται από τον αισθητήρα πραγματικής σάρωσης κατά τη στιγμή της εκτέλεσης του αλγορίθμου εκτίμησης. Η στάση-έξοδος του συστήματος είναι εκείνη της οποίας η υπογραφή έχει τη μικρότερη απόσταση από εκείνη της μέτρησης εισόδου.

Οι συγγραφείς του [KR16] υποστηρίζουν ότι στο [Him+14] οι γεωμετρικές υπογραφές σχέσεων ορόσημων, αν και συμπερασματικά ισχυρές, δεν είναι αναλλοίωτες σε περιστροφές. Η μέθοδος τους χρησιμοποιεί βελτιωμένα σημεία-κλειδιά τύπου falko και γρήγορη σημείο-προς-σημείο αντιστοίχιση των σαρώσεων για την αναγνώριση τόπων. Αν και αυτή η τεχνική περιορίζεται στην αναγνώριση τόπων στο πλαίσιο του κλεισίματος βρόχου κατά τη διάρκεια του SLAM, διαπιστώνουμε ότι θα μπορούσε να επεκταθεί και στην ευθυγράμμιση πραγματικών με εικονικές σαρώσεις για τον εντοπισμό της στάσης του ρομπότ.

Μακριά από τις καθιερωμένες τεχνικές της έρευνας γύρω από την επίλυση του προβλήματος Π2, η μέθοδος που παρουσιάζεται στο [Lyr+14] χρησιμοποιεί νευρωνικά δίκτυα ως μέσο εκτίμησης της στάσης ηρεμίας ενός ρομπότ, και χωρίς τη χρήση χάρτη. Αντ' αυτού, στο αρχικό βήμα, το ρομπότ διασχίζει το περιβάλλον του, και αποθηκεύει σε μια βάση δεδομένων ένα ζεύγος (α) μιας εικόνας από την εμπρόσθια κάμερα RGB του ρομπότ και (β)

μας στάσης από την οποία αποτυπώθηκε. Μετά τη συλλογή όλων των ζευγών ένα νευρωνικό δίκτυο εκπαιδεύεται στις εικόνες που έχουν ληφθεί έτσι ώστε το σύστημα να μάθει να εξάγει τον μοναδικό δείκτη κάθε εικόνας. Κατά τη διαδικασία αυτή κάθε νευρώνας δειγματοληπτεί την εικόνα εισόδου στο σύνολό της, και τη φιλτραρισμένη με φίλτρο κανονικής κατανομής εκδοχή της ίδιας εικόνας, έτσι ώστε να εξαλειφθεί ο θόρυβος υψηλής συχνότητας, αλλά να διατηρούνται οι λεπτομέρειες κάθε σκηνής. Όταν κατά τη διάρκεια της εκτίμησης της στάσης του ρομπότ το σύστημα συλλάβει μια εικόνα, την εισάγει στο νευρωνικό δίκτυο, όπου όλοι οι νευρώνες εξάγουν έναν δείκτη για αυτήν. Η ψηφοφορία για κάθε δείκτη αποφασίζει την τελική εκτίμηση της στάσης του ρομπότ.

Η μέθοδος που παρουσιάζεται στα [Su+17] και [Che+19] εντοπίζει ένα ρομπότ χρησιμοποιώντας έναν οπτικό αισθητήρα RGBD μαζί με έναν αισθητήρα δισδιάστατων μετρήσεων τύπου lidar, χρησιμοποιώντας οπτικά χαρακτηριστικά που εξάγονται από τις μετρήσεις του πρώτου σε βοήθεια της χρήσης των μετρήσεων του τελευταίου. Για το σκοπό αυτό κατά τη διάρκεια κατασκευής του χάρτη του περιβάλλοντος, ταυτόχρονα με τον χάρτη που οικοδομείται από τον αισθητήρα απόστασης, ένας χάρτης οπτικών πληροφοριών κατασκευάζεται σε ένα βήμα προεπεξεργασίας, προτού στη συνέχεια αποθηκευθούν οι στάσεις από τις οποίες καταγράφονται οι οπτικές πληροφορίες. Αυτές αποτελούνται από μια σειρά από χαρέ-κλειδιά και τους αντίστοιχους περιγραφείς GIST τους [Sin10; Azz15]. Όταν εκτελείται ο αλγόριθμος εντοπισμού υπολογίζεται το διάνυσμα GIST από την εικόνα RGB του πραγματικού αισθητήρα της κάμερας, και η απόσταση Minkowski από όλα τα προ-αποθηκευμένα διανύσματα GIST χρησιμοποιείται για την κατάταξη των  $n$  κορυφαίων αντίστοιχίσεων ανάμεσά τους. Αυτές στη συνέχεια ομαδοποιούνται, και ο μετασχηματισμός μεταξύ της στάσης του ρομπότ και του συστήματος αναφοράς του χάρτη προκύπτει από τον υπολογισμό του μετασχηματισμού μεταξύ της εικόνας εισόδου και της πλησιέστερης εικόνας στο κεντροειδές της συστάδας, λαμβάνοντας υπόψη τη στάση από την οποία αποτυπώθηκε η πλησιέστερη σε αυτό εικόνα.

Οι συγγραφείς του [CBD18] παρουσιάζουν έναν νέο περιγραφέα για τρισδιάστατες σαρώσεις αισθητήρων lidar, ο οποίος βασίζεται όχι στη συνιστώσα της απόστασης, αλλά στη συνιστώσα της έντασης (intensity). Αυτός ο περιγραφέας χρησιμοποιείται για κάθε ένα από τα τρισδιάστατα νέφη σημείων που έχουν προ-αποθηκευθεί κατά τη στιγμή της δημιουργίας του χάρτη του περιβάλλοντος, και επίσης για το νέφος σημείων που καταγράφηκε κατά την εκτέλεση του αλγορίθμου εκτίμησης της στάσης του ρομπότ. Το τελευταίο διαιρείται αρχικά

σε κάδους, για τους οποίους υπολογίζεται ένα ιστόγραμμα έντασης. Τα ιστογράμματα αυτά συνδυάζονται στη συνέχεια σε έναν καθολικό περιγραφέα με βάση την ένταση, του οποίου η ομοιότητα συγχρίνεται με εκείνους που εξάγονται από τα προ-αποθηκευμένα νέφη. Όταν ταυτοποιηθεί το περισσότερο όμοιο νέφος σημείων, χρησιμοποιούνται τοπικοί γεωμετρικοί περιγραφές για την εύρεση αντιστοιχίσεων σημείου-κλειδιού-προς-σημείο-κλειδί, και αυτές χρησιμοποιούνται για την παροχή του πλήρους μετασχηματισμού 6 βαθμών ελευθερίας μεταξύ των δύο νεφών σημείων εισόδου.

Η μέθοδος που προτείνεται στο [WMO19], ονομαζόμενη GLFP, δεν βασίζεται σε έναν εκ των προτέρων κατασκευασμένο χάρτη, αλλά σε ένα σχέδιο κάτοψης του περιβάλλοντος στο οποίο το ρομπότ καλείται να εντοπιστεί. Προκειμένου να ξεπεραστεί το χάσμα μεταξύ της απουσίας προηγούμενης επίσκεψης στο περιβάλλον και της διαθεσιμότητας μόνο μιάς κάτοψης του, η GLFP εντοπίζει χαρακτηριστικά που συνυπάρχουν τόσο σε έναν χάρτη χαμηλής ποιότητας της κάτοψης, όσο και στις τρισδιάστατες μετρήσεις του αισθητήρα lidar του ρομπότ. Στη συνέχεια εξάγει τις κάθετες ακμές από το νέφος σημείων εισόδου και τις γωνίες από την κάτοψη του χάρτη. Η συσχέτιση των δεδομένων πραγματοποιείται στη συνέχεια με τη χρήση max-mixtures [OA13] και της μεθόδου αναζήτησης του πλησιέστερου γείτονα. Η στάση του ρομπότ εκτιμάται στη συνέχεια μέσω ενός αλγορίθμου βασισμένου στον γράφο παραγόντων (factor-based graph), ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης όπου και τα δύο ορόσημα και η στάση του ρομπότ αντιμετωπίζονται ως μεταβλητές.

Η μέθοδος που παρουσιάζεται στο [YT19] επεκτείνει τη μέθοδο SA-MCL [ZZL09] για χρήση σε συνθήκες που χρησιμοποιούνται πολλαπλοί δισδιάστατοι ή τρισδιάστατοι αισθητήρες lidar για την εκτίμηση της στάσης ενός ρομπότ κινητής βάσης. Και οι δύο μέθοδοι χρησιμοποιούν τον υποκείμενο μηχανισμό MCL [Gus+02] για την εκτέλεση της εκτίμησης της στάσης του: σωματίδια διασκορπίζονται στο χάρτη και το πεδίο πιθανοφάνειας (likelihood field [TBF05]) χρησιμοποιείται ως μοντέλο μέτρησης προκειμένου να εντοπιστεί το σωματίδιο που εξηγεί καλύτερα τις μετρήσεις μεταξύ όλων των σωματίδων. Ωστόσο, στον SA-MCL τα σωματίδια δεν διασκορπίζονται ομοιόμορφα στο σύνολο του χάρτη, αλλά μόνο σε παρόμοιες ενεργειακά περιοχές: Σε ένα βήμα προεπεξεργασίας, κάθε κελί του χάρτη πλέγματος συσχετίζεται με μια τιμή ενέργειας η οποία κωδικοποιεί την εγγύτητα του ρομπότ σε εμπόδια. Στη συνέχεια, κατά την εκτέλεση της εκτίμησης της στάσης του ρομπότ, υπολογίζεται η ενέργεια της μέτρησης εισόδου και συγχρίνεται με εκείνη όλων των κελιών του πλέγματος. Εκείνα που

βρίσκονται κάτω από ένα ορισμένο όριο που έχει οριστεί χειροκίνητα είναι εκείνα στα οποία θα κατανεμηθούν σωματίδια-υποθέσεις για τη στάση του ρομπότ.

### 6.2.2 Ο μετασχηματισμός Fourier-Mellin στη ρομποτική

Ο μετασχηματισμός Fourier-Mellin (Fourier-Mellin Transform—FMT) έχει λάβει περιορισμένη προσοχή στα πλαίσια του πεδίου εφαρμογής ΠΕ, κυρίως λόγω του περιορισμού εφαρμογής του σε δισδιάστατα πλέγματα-εικόνες. Οι περισσότερες από τις εφαρμογές περιορίζονται συνεπώς σε ρομπότ που φέρουν αισθητήρες των οποίων οι μετρήσεις είναι ή μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να παράγουν δισδιάστατες εικόνες, π.χ. αισθητήρες κάμερας, σόναρ, ή ραντάρ. Επιπλέον, έχει χρησιμοποιηθεί στη συγχώνευση/ευθυγράμμιση ψηφιακών χαρτών, ενώ οι περισσότερες εφαρμογές εκμεταλλεύονται τον FMT για το έργο της χαρτογράφησης ή της εκτίμησης της οδομετρίας ενός οχήματος.

Μία μέθοδος για την εκτίμηση της κίνησης ενός ρομπότ εξοπλισμένο με πανοραμικό αισθητήρα ραντάρ παρουσιάζεται στα [Che+10] και [Viv+13], βασισμένη στην τεχνολογία Συνεχούς Κύματος με Διαμόρφωση Συχνότητας [Mon95], στα πλαίσια εκτέλεσης αλγορίθμου SLAM. Οι συγγραφές υποστηρίζουν ότι η ευαισθησία των αισθητήρων δισδιάστατων μετρήσεων lidar στις ατμοσφαιρικές συνθήκες εξωτερικών χώρων έχει δώσει το έναυσμα για τη διεξαγωγή SLAM με ραντάρ και σόναρ, τα οποία είναι λιγότερο ευαίσθητα σε αυτές. Η έρευνά τους επικεντρώνεται στη χρήση ραντάρ μεγάλης εμβέλειας με χαμηλή ισχύ εκπομπής, και εκμεταλλεύεται την εγγενή ικανότητά τους να εκτιμούν πιο εύκολα τις απότομες μεταβολές των χρονικών μεταβλητών στη συχνότητα παρά στο πεδίο του χρόνου. Η εκτίμηση της κίνησης του ρομπότ με βάση το ραντάρ πραγματοποιείται μέσω του FMT, στον οποίον εισάγονται διαδοχικές εικόνες ραντάρ, και από τον οποίον εξάγεται η σχετική τους μετατόπιση και περιστροφή, οι οποίες παράμετροι είναι ακριβώς εκείνες που αφορούν στη στάση του ρομπότ από την οποία λήφθηκε η δεύτερη εικόνα σε σχέση με εκείνη από την οποία λήφθηκε η πρώτη.

Στα πλαίσια του ελέγχου αυτόνομων υποβρύχιων οχημάτων και χαρτογράφησης σε υποβρύχιες συνθήκες [BPB10], η βασική αρχή του FMT συνδυάζεται με την τεχνική Phase-Only Matched Filtering (POMF, σε αντίθεση με την Symmetric Phase-Only Matched Filtering—SPOMF, ενότητα 1.2.7), λόγω της έλλειψης ανάγκης εξαγωγής της κλίμακας ανάμεσα σε διαδοχικές σαρώσεις απόστασης ενός σόναρ. Οι συγγραφές παρατηρούν ότι ένας βασικός

αλγόριθμος ευθυγράμμισης μετρήσεων σόναρ που κάνει χρήση αντιστοιχίσεων ανάμεσά στις μετρήσεις του, όπως ο ICP ή η ιδιαίτερα αποδοτικότερη παραλλαγή του, ο PLICP, δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν με μετρήσεις απόστασης τύπου σόναρ ως είσοδο, καθώς αυτοί αναφέρουν όχι μόνο μία μέτρηση απόστασης, αλλά ένα πλήθος τιμών, οι οποίες αντιστοιχούν και σε ηχούς σε διαφορετικές αποστάσεις, παραβιάζοντας έτσι τη θεμελιώδη παραδοχή της μοναδικότητας της απόστασης ανά διακριτή μονάδα χώρου που υποθέτει ο ICP και οι παραλλαγές του. Επιπλέον, οι αισθητήρες σόναρ παρουσιάζουν τέτοια επίπεδα θορύβου που προκαλούν τους αλγορίθμους τύπου ICP να εμφανίζουν μη βέλτιστα αποτελέσματα, και συνηθέστερα όταν μια δέσμη σόναρ προσκρούει σε μια επιφάνεια υπό γωνία. Στο [BB11] αυτή η προσέγγιση επεκτείνεται σε τρεις διαστάσεις, και στο [Pfi+10] προσαρμόζεται σε πιθανοτικά πλαίσια, όπου οι πίνακες συνδιακύμανσης προσαρμόζονται γύρω από τις τρεις μετατοπίσεις, περιστροφές, και κλιμακώσεις, ανάλογα με την ένταση σε κάθε παραμετρικό χώρο, και αντιμετωπίζονται ως συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας. Η διαδικασία αυτή ενσωματώνεται σε ένα πλαίσιο χαρτογράφησης μέγιστης πιθανοφάνειας που χρησιμοποιείται για τη δημιουργία χαρτών υποβρύχιων δομών από ακολουθίες μονοπτρικών εικόνων (αντί για αισθητήρες σόναρ) μέσω βελτιστοποίησης γράφων με βάση τη στάση (pose-based graph optimisation).

Η ίδια αρχή εφαρμόζεται στο [BB09] αλλά με μια βελτιωμένη μέθοδο FMT, στο πλαίσιο μη επανδρωμένων εναέριων οχημάτων (Unmanned Aerial Vehicles—UAV), με σκοπό την καταγραφή χαρτών κάτοψης από έναν αισθητήρα κάμερας, μέσω της συρραφής διαδοχικών εικόνων. Η μέθοδος αυτή μπορεί ταυτόχρονα να χρησιμοποιηθεί ως μια μορφή (οπτικής) οδοιμετρίας του οχήματος. Η ίδια μέθοδος χρησιμοποιείται στο [Bir10] για την επίλυση του προβλήματος του εντοπισμού δομικών σφαλμάτων στους χάρτες πλέγματος κατάληψης που παράγονται από αλγορίθμους SLAM που εκτελούνται σε μη επανδρωμένα επίγεια οχήματα (Unmanned Ground Vehicles—UGV). Αυτά προκύπτουν όταν περιοχές του συνολικού χάρτη είναι τοπικά συνεπείς σε σχέση με έναν καθολικό χάρτη, αλλά ασυνεπείς μεταξύ τους, εισάγοντας έτσι την έννοια του σπασίματος (brokenness) ενός χάρτη. Η επίλυση αυτού του προβλήματος είναι ιδιαίτερα χρήσιμη στο έργο χαρτογράφησης πολλαπλών ρομπότ ή κατά τη διάρκεια εκτελέσεων SLAM όπου συμμετρίες στο περιβάλλον οδηγούν σε λανθασμένο κλείσιμο βρόχου. Οι κατατμήσεις της ευθυγράμμισης μεταξύ ενός χάρτη αναφοράς και ενός δυνητικά εσφαλμένα ευθυγράμμισμένου χάρτη ανιχνεύονται με τη χρήση ενός μέτρου ομοιότητας που παρέχεται από αυτή τη βελτιωμένη έκδοση του FMT.

Στο [KG11] ο FMT χρησιμοποιείται για να παρέχει τη μετατόπιση και την περιστροφή ενός UGV σε σχέση με μια παρελθούσα στάση, δηλαδή για την εξαγωγή οδομετρικών πληροφοριών. Αυτές οι παράμετροι εξάγονται με την τροφοδοσία δύο εικόνων που έχουν ληφθεί σε διαδοχικές χρονικές στιγμές από μια κάμερα RGB τοποθετημένη στην κάτω πλευρά ενός οχήματος και στραμμένη προς την έδαφος σε έναν αλγόριθμο POMF, από τον οποίο προκύπτει η μετατόπιση και η περιστροφή της πιο πρόσφατης εικόνας σε σχέση με την προηγούμενη. Στη συνέχεια οι παράμετροι ανά άξονα της εικόνας μετατρέπονται σε κινήσεις του ρομπότ μέσω των εγγενών παραμέτρων βαθμονόμησης του αισθητήρα της κάμερας, και από εκεί εκφράζεται η στάση από την οποία λήφθηκε η δεύτερη εικόνα σε σχέση με εκείνη από την οποία λήφθηκε η πρώτη.

Ομοίως με το [BPB10], ο FMT χρησιμοποιείται σε συνθήκες υποβρύχιας χαρτογράφησης στο [Hur+12]. Οι συγγραφείς σημειώνουν ότι η χρήση οπτικών καμερών είναι απαγορευτική σε υποβρύχιες καταστάσεις λόγω του περιορισμένου εύρους ορατότητάς τους, αλλά οι αισθητήρες σόναρ δεν επηρεάζονται από αυτή την άποψη. Ωστόσο, η εχθρικότητα του περιβάλλοντος, σε συνδυασμό με την ακουστική φύση της αρχής λειτουργίας των αισθητήρων του σόναρ θέτει σοβαρές προκλήσεις, καθώς οι εικόνες του έχουν χαμηλή ανάλυση, χαμηλό λόγο σήματος προς ύδρυβο, ενώ είναι ιδιαίτερα ευαίσθητες σε ανομοιογενή ηχοβολισμό (insonification), και σε αλλοιώσεις της έντασης λόγω αλλαγών της οπτικής γωνίας του αισθητήρα. Οι δυσκολίες αυτές εμποδίζουν την επιτυχή λειτουργία των μεθόδων που βασίζονται σε χαρακτηριστικά [KNI05; Low04], ειδικά όταν πρέπει να δημιουργηθεί ακριβές κλείσιμο βρόχου. Θέτοντας το πρόβλημα χαρτογράφησης με ένα αισθητήρα σόναρ ως πρόβλημα βελτιστοποίησης γράφου με βάση τη στάση, οι συγγραφείς δείχνουν ότι η ευθυγράμμιση εικόνων σόναρ με βάση τον FMT είναι εύρωστη στις προαναφερθείσες πηγές εμποδίων και στην έλλειψη χαρακτηριστικών, με τη μέθοδό τους να παράγει συνολικά συνεπή αποτελέσματα.

Ο FMT χρησιμοποιείται στο [ORD13] στα πλαίσια των δημιουργούμενων από SLAM χαρτών πλέγματος μέσω της χρήσης τυπικών αισθητήρων δισδιάστατων σαρώσεων απόστασης. Ο FMT χρησιμοποιείται για την ευθυγράμμιση υπο-χαρτών μεταξύ τους: κατά τη διάρκεια της χαρτογράφησης, κάθε φορά που ένας σταθερός αριθμός νέων μετρήσεων έχει υποστεί επεξεργασία, δημιουργείται ένας τοπικός υπο-χάρτης ο οποίος αποθηκεύεται σε μια βάση δεδομένων, μαζί με τη στάση του σε σχέση με το σύστημα αναφοράς του συνολικού χάρτη, και τη στάση του ρομπότ σε σχέση με τον υποχάρτη. Όταν χρειάζεται να γίνει κλείσιμο βρόχου ή όταν

δύο χάρτες από δύο διαφορετικές συνεδρίες χαρτογράφησης του ίδιου περιβάλλοντος πρέπει να συγχωνευθούν, ο FMT χρησιμοποιείται για την εκτίμηση του σχετικού μετασχηματισμού μεταξύ του τελευταίου κατασκευασμένου υποχάρτη και ενός υποχάρτη που δημιουργήθηκε από την προηγούμενη φορά που το ρομπότ επισκέψθηκε το ίδιο μέρος, ο οποίος είναι αποθηκευμένος στη μνήμη, ή μεταξύ των υποχαρτών που δημιουργήθηκαν και αποθηκεύτηκαν κατά τη διάρκεια των δύο διαφορετικών συνεδριών, αυξάνοντας έτσι την επιχειρησιακή λειτουργικότητα, την αξιοπιστία, και το χρόνο λειτουργίας ενός τυπικού αλγορίθμου SLAM.

Στο [Roh+16] ο FMT χρησιμοποιείται στα πλαίσια του εντοπισμού ενός οχήματος σε εξωτερικούς χώρους με την χρήση ενός αισθητήρα lidar μετρήσεων τριών διαστάσεων, οδομετρίας, και ενός αισθητήρα GPS, ως μέσο υπολογισμού μιας πρόσθετης πηγής οδομετρίας και της παρακολούθησης της στάσης του οχήματος. Όσον αφορά στην οδομετρία, διαδοχικές τρισδιάστατες σαρώσεις προβάλλονται στο οριζόντιο επίπεδο, μετατρέπονται σε πλέγματα, και ευθυγραμμίζονται μεταξύ τους με τη χρήση FMT-SPOMF. Οι εξαγόμενες παράμετροι μετασχηματισμού του τελευταίου παρέχουν τη μεταπόιηση και την περιστροφή μιας σάρωσης σε σχέση με αυτήν που προηγήθηκε, και επομένως εκείνες μεταξύ των δύο διαδοχικών στάσεων από τις οποίες αποτυπώθηκαν οι μετρήσεις. Όσον αφορά στην εκτίμηση στάσης, μια τρισδιάστατη σάρωση μετατρέπεται σε εικόνα πλέγματος μετά την προβολή της στο οριζόντιο επίπεδο, με κέντρο τη στάση που μετράει ο αισθητήρας GPS. Στη συνέχεια αυτή η εικόνα ευθυγραμμίζεται με έναν χάρτη του οποίου οι διαστάσεις εξαρτώνται από την αβεβαιότητα της στάσης του οχήματος. Η χονδροειδής γνώση της θέσης του αισθητήρα lidar καθιστά δυνατή την εξαγωγή μίας διόρθωσης της εκτίμησης της στάσης που παρέχεται από τον αισθητήρα GPS.

### 6.3 Μεθοδολογία εκτίμησης

Ερευνώντας τρόπους που θα κάνουν την υπόθεση Υ4 να αληθεύει, και συνεπώς τρόπους για την ικανοποίηση των απαιτήσεων λύσης του προβλήματος ευθυγράμμισης πραγματικών με εικονικές σαρώσεις σε δύο διαστάσεις (πρώτη παράγραφος του κεφαλαίου), θεωρούμε ως πρώτη υποψήφια μέθοδο αυτήν της ευθυγράμμισης δισδιάστατων πλεγμάτων μέσω FMI-SPOMF (ενότητα 1.2.7). Η μέθοδος αυτή επιλύει το πρόβλημα της ευθυγράμμισης δύο πλεγμάτων αναλυτικά σε κλειστή μορφή, χωρίς να υπολογίζει αντιστοιχίσεις ανάμεσα τους, και

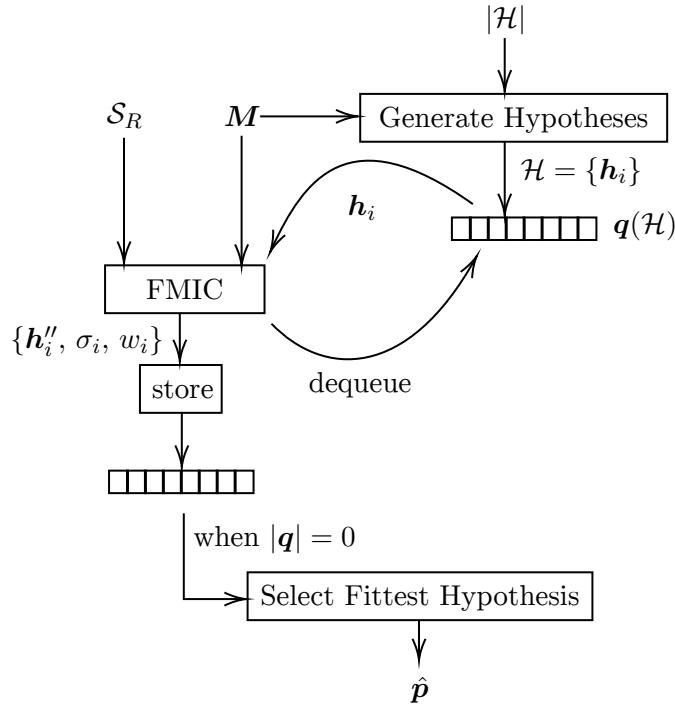
χρησιμοποιείται στο παρόν κεφάλαιο για την εκτίμηση του προσανατολισμού του ρομπότ. Η εκτίμηση της θέσης του γίνεται μέσω ανάδρασης της διαφοράς του χαρακτηριστικού κεντροειδούς των σημείων που απαρτίζουν τα πολύγωνα που σχηματίζονται από τις ακτίνες της πραγματικής και εικονικής σάρωσης στο δισδιάστατο επίπεδο.

Εσωκλείουμε τη λύση του προβλήματος ευθυγράμμισης με τον ως άνω τρόπο στα συμφραζόμενα της επίλυσης του προβλήματος της εύρεσης της στάσης ενός ρομπότ βάσει καθολικής αξεβαιότητος, ως ένα από τα πεδία στα οποία μπορεί να βρει εφαρμογή η προτεινόμενη μέθοδος ευθυγράμμισης.

### 6.3.1 Επισκόπηση

Η δομή του συστήματος που προτείνουμε προς επίλυση του προβλήματος Π2 δεδομένων των παραδοχών III, IV, και V, το οποίο συμβολίζεται με το ακρωνύμιο PGL-FMIC (Passive Global Localisation—Fourier-Mellin Invariant matching with Centroids for translation), απεικονίζεται στο σχήμα 6.1. Το σύστημα απαιτεί ως είσοδο ένα διάνυσμα δισδιάστατων μετρήσεων  $S_R$ , το οποίο λαμβάνεται από τον αισθητήρα lidar του ρομπότ, από την πραγματική του στάση, τον χάρτη  $M$  του περιβάλλοντος του, και έναν αριθμό που προσδιορίζει το πλήθος υποθέσεων στάσης οι οποίες διασκορπίζονται στον ελεύθερο χώρο που οριοθετείται από τα σύνορα του χάρτη,  $|\mathcal{H}|$ .

Αρχικά παράγεται ένα σύνολο υποθέσεων στάσης  $\mathcal{H} = \{\mathbf{h}_i\}$ ,  $i = \{0, 1, \dots, |\mathcal{H}| - 1\}$  εντός του ελεύθερου χώρου του χάρτη, με τυχαίο τρόπο. Οι περιεχόμενες στο σύνολο  $\mathcal{H}$  στάσεις τοποθετούνται σε μια ουρά  $\mathbf{q}$ , και εξάγονται σειριακά από αυτήν προτού εισαχθούν στη βασική μέθοδο, η οποία συμβολίζεται με το ακρωνύμιο FMIC (αναλυτικότερα στις ενότητες 6.3.2 και 6.3.3). Η έξοδός της αναφέρει μια εκτίμηση στάσης  $\mathbf{h}_i''$  του ρομπότ, έναν συντελεστή κλίμακας  $\sigma_i$ , και ένα μέτρο ομοιότητας  $w_i$  για κάθε εκτίμηση—το νόημα των δύο τελευταίων περιγράφεται λεπτομερώς στις ενότητες 1.2.7 και 6.3.2, και η χρησιμότητά τους στην ενότητα 6.3.4. Οι τρεις έξοδοι ανά υπόθεση αποθηκεύονται και, όταν αδειάσει η ουρά, η ολικά καταλληλότερη εκτίμηση στάσης αναφέρεται ως η στάση του ρομπότ από το σύστημα. Αυτό γίνεται μέσω μιας διαδικασίας διαλογής και κατάταξης η οποία απορρίπτει τις υποψήφιες εκτιμήσεις στάσης του συνόλου  $\{\mathbf{h}_i''\}$  με βάση τον αναφερόμενο συντελεστή κλίμακας  $\sigma_i$ , προτού επιλέξει εκείνη της οποίας το μέτρο ομοιότητας  $w_i$  είναι το υψηλότερο μεταξύ όλων των υποψήφιων εκτιμήσεων (ενότητα 6.3.4).

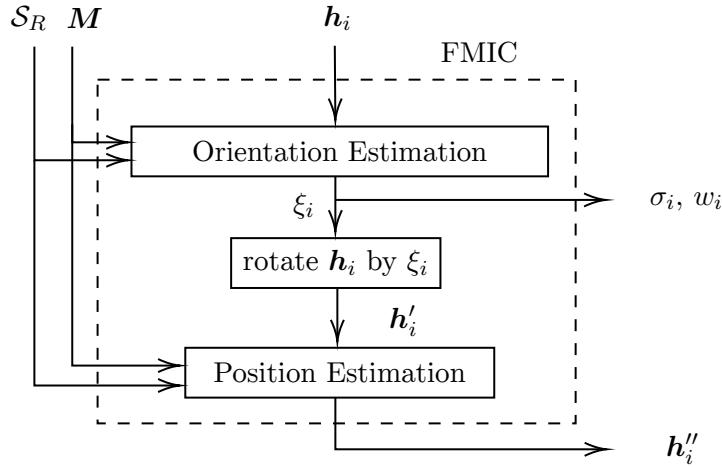


**Σχήμα 6.1:** Η δομή του προτεινόμενου συστήματος PGL-FMIC επίλυσης του προβλήματος Π2. Αφού δημιουργηθεί το σύνολο των υποθέσεων στάσης  $\mathcal{H}$  και εισαχθεί στην ουρά  $\mathbf{q}$ , το περιεχόμενό της τροφοδοτείται ένα προς ένα στο σύστημα εκτίμησης των υποψηφίων στάσεων, FMIC, από το οποίο εξάγονται οι εκτιμήσεις στάσης  $h''_i$  και μετρικές της ποιότητας εκτίμησης  $\sigma_i$  και  $w_i$ . Μετά το τέλος της επεξεργασίας όλων των υποθέσεων στάσης αυτές οι μετρικές χρησιμεύουν για την εξαγωγή της τελικής εκτίμησης στάσης  $\hat{\mathbf{p}}$  του ρομπότ από το σύστημα

Το σχήμα 6.2 απεικονίζει την εσωτερική δομή της βασικής μεθόδου που προτείνεται, ονομαζόμενη FMIC. Μόλις σε αυτήν εισαχθεί μια υπόθεση  $h_i$ , η μέθοδος προσπαθεί να εκτιμήσει πρώτα τον προσανατολισμό του ρομπότ και στη συνέχεια τη θέση του σε σχέση με την υπόθεση, στο σύστημα αναφοράς του χάρτη  $M$ .

### 6.3.2 Εκτίμηση προσανατολισμού

Δεδομένης μιας υπόθεσης στάσης  $h_i$ , της μέτρησης  $S_R$  που λαμβάνεται από τον πανοραμικό αισθητήρα δισδιάστατων μετρήσεων lidar, και του χάρτη  $M$ , το υποσύστημα εκτίμησης του προσανατολισμού του ρομπότ (*Orientation Estimation* στο σχήμα 6.2) προσπαθεί να εκτιμήσει (α) τον σχετικό προσανατολισμό του  $S_R$  σε σχέση με την δισδιάστατη και ομοίως πανοραμική εικονική σάρωση που λαμβάνεται από την υπόθεση στάσης  $h_i$ , (β) τον συντελεστή κλίμακας μεταξύ των δύο σαρώσεων  $\sigma_i$ , και (γ) ένα μέτρο της ομοιότητάς τους  $w_i$ . Στο σχήμα 6.3 απεικονίζονται οι εσωτερικές διεργασίες του υποσυστήματος σε μορφή μπλοκ διαγράμματος.



Σχήμα 6.2: Η δομή της βασικής μεθόδου εκτίμησης στάσης του συστήματος PGL-FMIC, FMIC. Δεδομένου του χάρτη  $M$  του περιβάλλοντος του ρομπότ, της μέτρησης  $S_R$  από έναν πανοραμικό αισθητήρα δισδιάστατων μετρήσεων τύπου lidar που καταγράφεται από την πραγματική στάση του ρομπότ, και μια υπόθεση στάσης  $h_i$ , πρώτα εκτελείται η εκτίμηση του προσανατολισμού  $\xi_i$  του ρομπότ σε σχέση με την  $h_i$ , και υπολογίζονται οι μετρικές  $\sigma_i, w_i$ , οι οποίες καθορίζουν την αξία της στάσης εξόδου  $h''_i$  ως μια υποψήφια στάση του ρομπότ. Στη συνέχεια προσδιορίζεται η θέση της εκτίμησης στάσης του

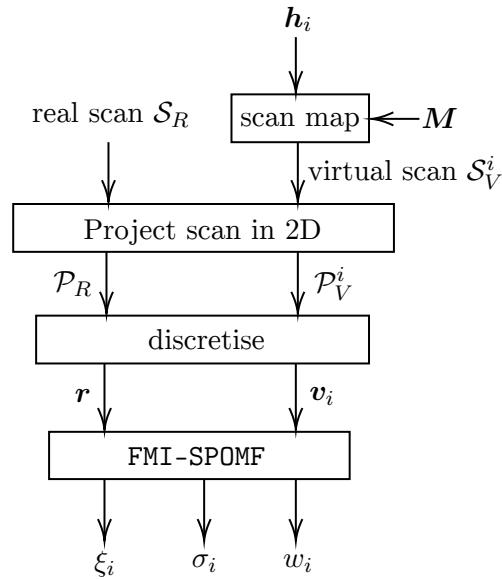
Το υποσύστημα υπολογίζει πρώτα την εικονική σάρωση  $S_V^i$  από τη στάση  $h_i$  εντός του χάρτη  $M$ . Σε αυτό το σημείο είναι διαθέσιμες δύο σαρώσεις: μία από τον φυσικό αισθητήρα του ρομπότ, η οποία έχει ληφθεί από την πραγματική του στάση (ορισμός III), και μία από έναν εικονικό αισθητήρα, που καταγράφεται από την τυχαία στάση  $h_i$  (ορισμός VI). Στη συνέχεια τα τελικά σημεία των ακτίνων των δύο σαρώσεων προβάλλονται στο επίπεδο  $x - y$ :

$$x_n = x_0 + d_n \cos\left(\frac{2\pi n}{N_s} - \pi + \theta_0\right) \quad (6.1)$$

$$y_n = y_0 + d_n \sin\left(\frac{2\pi n}{N_s} - \pi + \theta_0\right) \quad (6.2)$$

όπου  $(x_n, y_n)$  είναι οι συντεταγμένες του τελικού σημείου της ακτίνας  $n = \{0, 1, \dots, N_s - 1\}$ ,  $d_n$  η μέτρηση απόστασης που αφορά στην ακτίνα  $n$ , και  $N_s$  ο αριθμός των ακτίνων που εκπέμπονται από τον αισθητήρα lidar. Το διάνυσμα  $(x_0, y_0, \theta_0) \triangleq (0, 0, 0)$ , δηλαδή τα τελικά σημεία και των δύο σαρώσεων προβάλλονται στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων του κάθε αισθητήρα. Από τη διαδικασία προβολής των δύο σαρώσεων προκύπτουν δύο σύνολα σημείων στον δισδιάστατο χώρο,  $P_R$  και  $P_V^i$ . Τα σύνολα σημείων  $P_R$  και  $P_V^i$  υπόκεινται στη συνέχεια σε διακριτοποίηση με ένα σταθερό μέγεθος πλέγματος  $N_G \times N_G$  (το οποίο συνιστάται να είναι δύναμη του δύο:  $N_G = 2^c$ , όπου  $c \in \mathbb{Z}^+$ , λόγω της αποτελεσματικότητας του FFT

στην εκτέλεση πράξεων με πίνακες δύο διαστάσεων των οποίων το μέγεθος είναι δύναμη του δύο [BPB10]), η οποία παράγει τα δισδιάστατα πλέγματα-εικόνες  $r$  και  $v_i$  αντίστοιχα. Τα πλέγματα αυτά στη συνέχεια εισάγονται στη διαδικασία FMI-SPOMF (αλγόριθμος II), η οποία εξάγει τη γωνία περιστροφής  $\xi_i$ , τον συντελεστή κλίμακας  $\sigma_i$ , και το μέτρο ομοιότητας  $w_i$  μεταξύ των δύο εικόνων  $r$  και  $v_i$ , και συνεπώς μεταξύ των σαρώσεων  $S_R$  και  $S_V^i$ .



Σχήμα 6.3: Η εσωτερική δομή του υποσυστήματος εκτίμησης περιστροφής και κλίμακας του συστήματος FMIC (σχήμα 6.2)

Η εφαρμοσμότητα του FMI-SPOMF σε σχέση με τις διακριτοποιημένες εκδόσεις των συνόλων σημείων  $P_R$  και  $P_V^i$  είναι εφικτή και έγκυρη τόσο στην περίπτωση όπου μια υπόθεση στάσης βρίσκεται κοντά στην πραγματική στάση του ρομπότ, όσο και σε αυτήν που αυτό δεν ισχύει:

- Στην πρώτη περίπτωση τα δύο σύνολα σημείων αποτελούνται από μία πλειοψηφία από σημεία που αντιπροσωπεύουν τμήματα του περιβάλλοντος/χάρτη που είναι ορατά και από τις δύο στάσεις, και από μία μειοψηφία σημείων που είναι ορατά αποκλειστικά από τη μία αλλά όχι από την άλλη. Αυτό το γεγονός αποδίδεται αποκλειστικά στη μετατόπιση της ψέσης της υπόθεσης σε σχέση με την πραγματική ψέση του ρομπότ. Τα σημεία της πρώτης κατηγορίας σχετίζονται μεταξύ τους μέσω μετατόπισης και περιστροφής λόγω της αναπαράστασης του περιβάλλοντος σε χάρτη (με την κλίμακα να παίζει ρόλο, η βαρύτητα του οποίου είναι αντιστρόφως ανάλογη της ανάλυσης του χάρτη). Τα σημεία της δεύτερης κατηγορίας μπορούν να θεωρηθούν ως υόρυθμοις ή μη γραμμικές παραμορφώ-

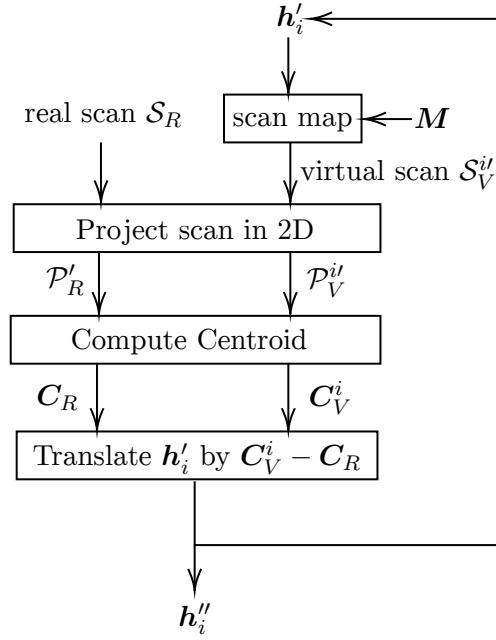
σεις, έχοντας έτσι φθίνουσα επίδραση στο μέτρο ομοιότητας μεταξύ των εικόνων που αντιστοιχούν στα δύο σύνολα σημείων. Ανεξάρτητα από αυτό το είδος της ασυμφωνίας, η ομοιότητα μεταξύ των δύο εικόνων και η ποιότητα της εκτίμησης της μετατόπισης, περιστροφής, και κλίμακας, είναι ανάλογες με το ποσοστό των σημείων της πρώτης κατηγορίας σε σχέση με εκείνο της δεύτερης—ένα αποτέλεσμα που σε μεγάλο βαθμό αποδίδεται στην τεκμηριωμένη ευρωστία του FMI-SPOMF [QDD94].

- Στην δεύτερη περίπτωση η έξοδος των αλγορίθμων I και II, και, κυρίως, η τιμή του μέτρου ομοιότητας ω είναι αυθαίρετες—ωστόσο, αν μια δεύτερη υπόθεση στάσης τυγχάνει να βρίσκεται πλησίον της πραγματικής στάσης του ρομπότ, τότε, επιπροσθέτως, το μέτρο ομοιότητας που αφορά στην πρώτη (λανθασμένη) υπόθεση είναι μικρότερο σε μέγεθος από εκείνο της δεύτερης, καθιστώντας έτσι εφικτή τη διάκριση μεταξύ των δύο.

Παρόλο που ο FMI-SPOMF είναι σε θέση να εξάγει τη μετατόπιση μεταξύ δύο εικόνων, το γεγονός ότι στα συμφραζόμενα του κεφαλαίου (α) αυτές έχουν ληφθεί από το τοπικό σύστημα αναφοράς κάθε αισθητήρα, και (β) η πραγματική θέση του ρομπότ είναι άγνωστη—αυτά τα δύο καθιστούν το εξαγώμενο διάνυσμα μετατόπισης χωρίς φυσική σημασία. Ωστόσο, εάν η υπόθεση στάσης  $\mathbf{h}_i$  βρίσκεται σε μία γειτονιά της πραγματικής θέσης του ρομπότ, αφού περιστραφεί κατά  $\xi_i$ , μπορεί να εξαχθεί μια εκτίμηση της μετατόπισής της σε σχέση με την πραγματική του στάση. Η διαδικασία διόρθωσης της θέσης περιγράφεται στην ενότητα 6.3.3.

### 6.3.3 Εκτίμηση θέσης

Μετά την περιστροφή της υπόθεσης  $\mathbf{h}_i$  κατά τη γωνία που υπολογίστηκε από το υποσύστημα εκτίμησης προσανατολισμού  $\xi_i$ , η προκύπτουσα στάση-υπόθεση, η οποία συμβολίζεται στη συνέχεια με  $\mathbf{h}'_i$ , εισάγεται στο υποσύστημα εκτίμησης θέσης, το μπλοκ διάγραμμα του οποίου απεικονίζεται στο σχήμα 6.4. Δεδομένης της περιεστραμμένης υπόθεσης στάσης  $\mathbf{h}'_i$ , της μέτρησης  $\mathcal{S}_R$  που λαμβάνεται από τον πανοραμικό αισθητήρα δισδιάστατων μετρήσεων lidar, και του χάρτη  $\mathbf{M}$ , το υποσύστημα εκτίμησης της θέσης του  $\mathcal{S}_R$  σε σχέση με την δισδιάστατη και ομοίως πανοραμική εικονική σάρωση που λαμβάνεται από την υπόθεση στάσης  $\mathbf{h}'_i$ .



Σχήμα 6.4: Η εσωτερική δομή του υποσυστήματος εκτίμησης θέσης του συστήματος FMIC (σχήμα 6.2)

Αρχικά υπολογίζεται μια νέα σάρωση χάρτη  $S_V^{i''}$  από τη διορθωμένη κατά γωνία υπόθεση στάσης  $h'_i$ . Τα τελικά της σημεία, μαζί με εκείνα του διανύσματος μέτρησης του φυσικού αισθητήρα  $S_R$ , προβάλλονται εκ νέου στο επίπεδο  $x - y$ , με τη χρήση των εξισώσεων (6.1) και (6.2). Σε αυτές τις εξισώσεις, έχοντας ήδη εκτιμήσει τον προσανατολισμό του ρομπότ, η τιμή της μεταβλητής  $\theta_0$  αντικαθίσταται από την εκτίμηση προσανατολισμού του,  $\theta_{h'_i} = \theta_{h_i} + \xi_i$ . Τα δύο σύνολα σημείων που προκύπτουν,  $P'_R$  και  $P_V^{i''}$ , είναι τώρα ευθυγραμμισμένα ως προς τον προσανατολισμό, και κεντραρισμένα γύρω από την αρχή  $O(0, 0)$ . Στη συνέχεια υπολογίζεται το κεντροειδές κάθε πολυγώνου με κορυφές  $P'_R$  και  $P_V^{i''}$  μέσω των εξισώσεων (1.15) και (1.16). Η θέση της υπόθεσης στάσης  $h'_i$  διορθώνεται στη συνέχεια με την πρόσθεση σε αυτήν της διαφοράς θέσης μεταξύ των δύο κεντροειδών  $C_V^i$  και  $C_R$ , και η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται έως ότου επιτευχθεί σύγκλιση ή συμπληρωθεί ένας μέγιστος αριθμός επαναλήψεων. Εάν η θέση της υπόθεσης  $h'_i$  βρίσκεται σε μία γειτονιά της πραγματικής θέσης του ρομπότ, τότε η διαφορά των συντεταγμένων των κεντροειδών προσεγγίζει τη διαφορά των δύο αυτών θέσεων—λόγω των παρατηρήσεων VII και XII—συν κάποια επιπρόσθετη μετατόπιση που προκαλείται από τα σημεία τα οποία είναι ορατά από τη μία θέση αλλά όχι από την άλλη. Αυτό οφείλεται και πάλι στο γεγονός ότι διαφορετικά μέρη του περιβάλλοντος/χάρτη καθίστανται (μη) ορατά από διαφορετικές θέσεις. Αντιθέτως, εάν η υπόθεση  $h_i$

δεν είναι ορθή, η θέση της υπόθεσης  $\mathbf{h}'_i$  θα μετατοπιστεί σε μία τυχαία θέση. Η έξοδος της παραπάνω διαδικασίας είναι η τελική εκτίμηση της στάσης  $\mathbf{h}''_i$ .

#### 6.3.4 Επιλογή βέλτιστης υπόθεσης

Μετά την επεξεργασία του συνόλου των υποθέσεων  $\mathcal{H}$  έχει εξαχθεί μια συλλογή από ίσες σε αριθμό τριπλέτες  $\{\mathbf{h}''_i, \sigma_i, w_i\}$ ,  $i = 0, 1, \dots, |\mathcal{H}| - 1$ . Προκειμένου να προσδιοριστεί η τελική εκτίμηση της στάσης του ρομπότ θα πρέπει η εκτίμηση της κάθεμίας να αξιολογηθεί ως προς τις μετρικές ευθυγράμμισης που εξήχθησαν κατά την εκτίμηση του προσανατολισμού της υπόθεσης  $\mathbf{h}_i$ . Θεωρητικά, για την πλησιέστερη στο ρομπότ υπόθεση στάσης  $\mathbf{h}_c$ , ο FMI-SPOMF θα πρέπει να αναφέρει έναν συντελεστή κλίμακας  $\sigma_c = 1.0$ , και τον υψηλότερο μεταξύ όλων των υποθέσεων στάσης βαθμό ομοιότητας  $w_c = \max\{w_0, w_1, \dots, w_{|\mathcal{H}|-1}\}$ . Ωστόσο, στην πράξη μπορεί να προκύψει παραβίαση αυτών των εικασιών, για παράδειγμα λόγω ασάφειας που προκύπτει από ομοιότητες μεταξύ διακριτών τμημάτων του χάρτη.<sup>1</sup>

Αν και η σχετική βιβλιογραφία δεν λαμβάνει υπόψη της τον συντελεστή κλίμακας (δεδομένου ότι το περιβάλλον, οι πραγματικές σαρώσεις που προκύπτουν σε αυτό, ο χάρτης του, και οι εικονικές σαρώσεις εντός του είναι όλα της ίδιας κλίμακας), διαπιστώσαμε ότι λόγω σφαλμάτων διακριτοποίησης,<sup>2</sup> θόρυβο του αισθητήρα μέτρησης lidar, αποκλίσεις του χάρτη σε σχέση με το μοντελοποιημένο περιβάλλον, και της προσεγγιστικής ανάλυσης του χάρτη—διαπιστώσαμε ότι ο συντελεστής κλίμακας κυμαίνεται γύρω από την τιμή 1.0 ακόμη και για υποθέσεις που βρίσκονται σε μία γειτονιά της πραγματικής θέσης του ρομπότ. Για τις θέσεις υποθέσεων σε μία γειτονιά της πραγματικής, οι τιμές των αντίστοιχων συντελεστών κλίμακας μπορεί να είναι πιο κοντά στη μονάδα από ό,τι για εκείνες τις στάσεις που δεν είναι. Επομένως ένα αρχικό φιλτράρισμα των υποψηφίων στάσεων συνίσταται στην απόρριψη υποθέσεων  $\mathbf{h}_i$  για τις οποίες:  $\sigma_i \notin [\underline{\sigma}, \bar{\sigma}]$ , όπου  $\underline{\sigma} \leq 1.0$  και  $\bar{\sigma} \geq 1.0$ . Όσον αφορά στις υπόλοιπες υποθέσεις, η τιμή του βαθμού ομοιότητας  $w_i$  μεταξύ των εικόνων  $r$  και  $v_i$  είναι, θεωρητικά, ανάλογη της ομοιότητας τους. Επομένως, το ίδιο ισχύει και μεταξύ των δύο σαρώσεων  $S_R$

<sup>1</sup> Έστω για παράδειγμα ένας χάρτης δύο κενών δωματίων, πανομοιότυπων σε αναλογίες αλλά όχι σε μήκος και πλάτος. Οι συντελεστές ομοιότητας που αναφέρονται για δύο υποθέσεις που βρίσκονται στο κέντρο κάθε δωματίου μπορεί να είναι ίσοι, αλλά ο συντελεστής κλίμακας μεταξύ τους θα διαφέρει, και η υπόθεση στάσης που θα πρέπει να αναφερθεί ως εκτίμηση της στάσης του ρομπότ θα πρέπει να είναι εκείνη για την οποία ο συντελεστής κλίμακας είναι πλησιέστερος στην τιμή 1.0.

<sup>2</sup> Σφάλματα διακριτοποίησης προκύπτουν λόγω (α) των τομών των ακτίνων με τον χάρτη κατά τον υπολογισμό μιας εικονικής σάρωσης όταν ο χάρτης αναπαρίσταται από ένα πλέγμα κατάληψης το οποίο είναι πεπερασμένης ανάλυσης, και (β) της απώλειας ανάλυσης κατά τη διακριτοποίηση που λαμβάνει χώρα όταν μια σάρωση μετατρέπεται σε δισδιάστατο πλέγμα

και  $S_V^i$ , και συνεπώς για την εγγύτητα μεταξύ της πραγματικής στάσης του ρομπότ και της υπόθεσης  $h_i$ . Κατά συνέπεια, η υπόθεση με τον υψηλότερο βαθμό ομοιότητας, μετά από κατάλληλη περιστροφή και μετατόπιση, είναι η αναφερόμενη τελική εκτίμηση της στάσης  $\hat{p}$  του συστήματος PGL-FMIC. Ένα παράδειγμα της διαδικασίας ευθυγράμμισης που ακολουθεί η προτεινόμενη μέθοδος παρατίθεται στο παρότρημα Γ'.1 στην εικόνα Γ'.1.

## 6.4 Πειραματική αξιολόγηση

### 6.4.1 Πειραματική διαδικασία

Προκειμένου να ελεγχθεί η υπόθεση Υ4 και η αποτελεσματικότητα της προτεινόμενης μεθόδου πραγματοποιούμε προσομοιώσεις και πειράματα σε διαφορετικά—δομημένα και αδόμητα—περιβάλλοντα, και υπό διαφορετικές αναλύσεις των χαρτών τους. Προκειμένου να ελεγχθεί η ευρωστία της προτεινόμενης μεθόδου στην επίδραση διαταραχών, εκτελούμε την πειραματική διαδικασία έναντι επιπέδων ύφορύβων που φέρουν διαθέσιμοι εμπορικά αισθητήρες. Το ρομπότ που χρησιμοποιήθηκε σε όλες τις προσομοιώσεις ήταν ένα Turtlebot v.2, εξοπλισμένο με έναν αισθητήρα lidar μέγιστου ακτινικού εύρους 10.0 μέτρων, ο οποίος αναφέρει  $N_s = 720$  μετρήσεις δύο διαστάσεων, σε γωνιακό εύρος 360 μοιρών. Η μέγιστη ανιχνευόμενη ακτινική απόσταση ορίστηκε σε αυτή την τιμή προκειμένου να περιορίζεται ο όγκος των πληροφοριών που είναι διαθέσιμες σε κάθε μέθοδο ευθυγράμμισης, ώστε να ελεγχθεί ταυτόχρονα η ευρωστία τους στην απουσία πληροφοριών, πέραν αυτής που αφορά στην αβεβαιότητα τους. Για να ελεγχθεί η επίδοση της προτεινόμενης μεθόδου σε πραγματικές συνθήκες χρησιμοποιήθηκε ο αισθητήρας YDLIDAR TG30. Η μέγιστη ανιχνευόμενη ακτινική απόστασή του είναι 30.0 m, και ο αριθμός των εκπεμπόμενων ακτίνων είναι  $N_s = 2019$  [YDL]. Παράλληλα, η επίδοση της προτεινόμενης μεθόδου PGL-FMIC αντιπαραβάλεται με τον αλγόριθμο PLICP σε μια προσπάθεια να καταγραφούν τα συγχριτικά πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα των δύο μεθόδων. Ο τρόπος με τον οποίο ο PLICP μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την επίλυση του προβλήματος της εκτίμησης της στάσης ενός ρομπότ του πεδίου εφαρμογής ΠΕ βάσει καθολικής αβεβαιότητος περιγράφηκε στην ενότητα 5.5.2.

Και οι δύο αλγόριθμοι δοκιμάστηκαν σε πέντε προσομοιωμένα περιβάλλοντα, τα οποία ονομάζονται CORRIDOR, HOME, WAREHOUSE, WILLOWGARAGE, και LANDFILL, για συνολικά 38 στάσεις ρομπότ, και για τρία επίπεδα ύφορύβου του αισθητήρα απόστασης



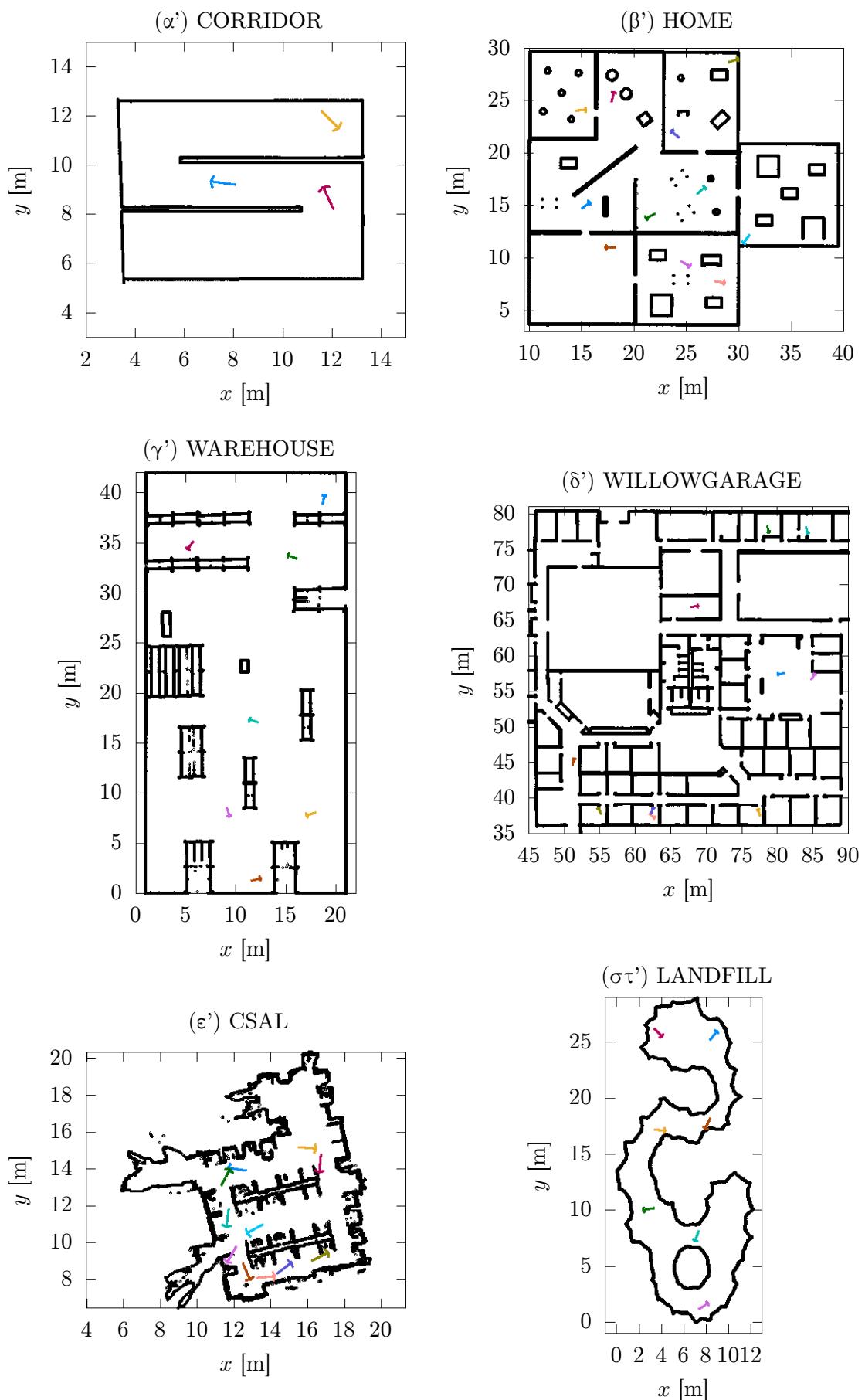
Σχήμα 6.5: Το ρομπότ τύπου turtlebot και ο πανοραμικός αισθητήρας αποστάσεων τύπου LIDAR δισδιάστατων μετρήσεων που χρησιμοποιήθηκαν κατά την πειραματική διαδικασία

για κάθε στάση. Ο θόρυβος που διαταράσσει τις μετρήσεις του είναι κανονικά κατανεμημένος με τυπική απόκλιση  $d \in \mathcal{D} = \{0.01, 0.02, 0.05\}$  m και μηδενική μέση τιμή. Οι αποστάσεις των εικονικών σαρώσεων διαταράσσονται αναλογικά με την παραποίηση του περιβάλλοντος στο οποίο αντιστοιχεί ο χάρτης. Οι χάρτες των περιβαλλόντων CORRIDOR ( $M_C$ ), HOME ( $M_H$ ), WAREHOUSE ( $M_W$ ), και LANDFILL ( $M_L$ ) κατασκευάστηκαν με το ίδιο ρομπότ, του οποίου οι μετρήσεις διαταράσσονται από θόρυβο κανονικά κατανεμημένο, με μηδενική μέση τιμή, και τυπική απόκλιση  $d = 0.01$  m. Το περιβάλλον από το οποίο δημιουργήθηκε ο χάρτης  $M_L$  κατασκευάστηκε από μοντέλα του συνόλου δεδομένων 3DGEMS [RT17], ενώ ο χάρτης  $M_G$  λήφθηκε από το [WIL]. Οι δύο αλγόριθμοι δοκιμάστηκαν επίσης σε ένα πραγματικό περιβάλλον, σε 11 πραγματικές στάσεις του ρομπότ. Τα πειράματα σε πραγματικές συνθήκες πραγματοποιήθηκαν στο Εργαστήριο Αρχιτεκτονικής Συστημάτων Υπολογιστών (CSAL) του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης (ΑΠΘ). Ο χάρτης του CSAL  $M_A$  κατασκευάστηκε με τη χρήση ενός Turtlebot v.2, το οποίο απεικονίζεται μαζί με τον πανοραμικό αισθητήρα lidar που φέρει στην εικόνα 6.5.

Για τον προσδιορισμό κάθε στάσης του ρομπότ κάθε προσομοίωση πραγματοποιήθηκε  $N = 100$  φορές για κάθε αλγόριθμο για λόγους αξιοπιστίας των συμπερασμάτων. Ο συνολικός αριθμός των προσομοιώσεων που πραγματοποιήθηκαν για κάθε μέθοδο ήταν επομένως  $38 \times 100 \times 3 \sim \mathcal{O}(4)$ . Για τον προσδιορισμό κάθε στάσης του ρομπότ στο πραγματικό περιβάλλον κάθε πείραμα πραγματοποιήθηκε  $N = 5$  φορές.

Τα πέντε προσομοιωμένα και το ένα πραγματικό περιβάλλον απεικονίζονται στο σχήμα 6.6. Το σχήμα 6.6(α') απεικονίζει ένα απλό και σχεδόν συμμετρικό περιβάλλον που χρησιμοποιείται για προκαταρκτική αξιολόγηση και σκοπούς διάκρισης στάσεων λόγω της συμμετρίας του. Το σχήμα 6.6(β') απεικονίζει ένα τυπικό οικιακό ή εμπορικό χώρο διάσπαρτο από καρέκλες, τραπέζια, στήλες, και ορθογώνια έπιπλα. Το σχήμα 6.6(γ') απεικονίζει ένα τυπικό περιβάλλον αποθήκης, με μεγάλους ανοιχτούς χώρους, στους οποίους δοκιμάζεται η ικανότητα των μεθόδων να ανταπεξέλθουν σε ελλιπείς πληροφορίες. Στο σχήμα 6.6(δ') απεικονίζεται ένα μεγάλο συγκρότημα που ομοιάζει με σύμπλεγμα γραφείων, όπου οι μέθοδοι αξιολογούνται περισσότερο προσεκτικά ως προς την ικανότητά τους να επιλύουν ασάφειες στάσης λόγω επανάληψης της γεωμετρίας των μερών του. Το σχήμα 6.6(στ') απεικονίζει ένα μη δομημένο περιβάλλον παρόμοιο με αυτό μίας χωματερής, το οποίο χρησιμοποιείται για να διαπιστωθεί η εγκυρότητα του ισχυρισμού ότι η επίδοση του PGL-FMIC δεν κάνει διάκριση μεταξύ δομημένων και μη περιβαλλόντων. Οι χάρτες των δύο τελευταίων περιβαλλόντων (WILLOWGARAGE και LANDFILL) έχουν ανάλυση  $0.05 \times 0.05 \text{ m}^2$ , ενώ εκείνοι των άλλων τριών  $0.01 \times 0.01 \text{ m}^2$ . Ο χάρτης του εργαστηρίου CSAL απεικονίζεται στο σχήμα 6.6(ε') και η ανάλυση του είναι  $0.05 \times 0.05 \text{ m}^2$ .

Οι θέσεις στις οποίες τοποθετήθηκε το ρομπότ σε κάθε περιβάλλον καθορίστηκαν από το σκοπό της αξιολόγησης του στόχου: στο περιβάλλον CORRIDOR το ρομπότ τοποθετήθηκε κοντά στο ένα άκρο του ώστε να αξιολογηθεί η απόκριση των μεθόδων σε συμμετρία του περιβάλλοντος, κοντά στη μέση ώστε να αξιολογηθεί η απόκρισή τους σε σχέση με την ασάφεια του προσανατολισμού, και κοντά σε μια στροφή ώστε να αξιολογηθεί η επίδραση της ανομοιομορφίας του περιβάλλοντος. Στο περιβάλλον HOME το ρομπότ τοποθετήθηκε τυχαία και σε θέσεις που να αποτελούν προκλήσεις για τις μεθόδους ευθυγράμμισης, κοντά ή μακριά από αντικείμενα, και σε θέσεις των οποίων η γεωμετρία του περιβάλλοντος χώρου ήταν σχεδόν παρόμοια με αυτήν άλλων μερών του περιβάλλοντος. Στο περιβάλλον WAREHOUSE τοποθετήθηκε σε στάσεις τέτοιες που θα περίμενε κανείς ότι το ρομπότ θα εκκινούσε τη λειτουργία του, και σε θέσεις τέτοιες που αποτελούν πρόκληση για την απόκριση των μεθόδων ευθυγράμμισης λόγω έλλειψης χρήσιμων μετρήσεων (ένας τυπικός αισθητήρας LIDAR αναφέρει ένδειξη μέγιστης εμβέλειας όταν η εν λόγω ακτίνα δεν συναντά αντικείμενα στην πορεία της). Στο περιβάλλον WILLOWGARAGE το ρομπότ τοποθετήθηκε σε δωμάτια που ήταν είτε πανομοιότυπα είτε σχεδόν πανομοιότυπα με άλλα, και τυχαία. Ο προσανατολισμός της



Σχήμα 6.6: Οι χάρτες των περιβαλλόντων στα οποία διενεργήθηκε η πειραματική διαδικασία

πραγματικής θέσης του ρομπότ δεν έχει σημασία δεδομένου ότι ο αισθητήρας απόστασης είναι πανοραμικός, και καθορίστηκε τυχαία μέσω δειγματοληψίας από μια ομοιόμορφη κατανομή  $U(-\pi, \pi)$ . Στον πίνακα 6.1 παρατίθενται οι πραγματικές στάσεις στις οποίες τοποθετήθηκε το ρομπότ σε κάθε προσομοιωμένο περιβάλλον/χάρτη, μαζί με τους δείκτες τους και το χρώμα με το οποίο σημειώνονται στοιχεία που αφορούν σε κάθε στάση στα επερχόμενα σχήματα. Στον πίνακα 6.2 παρατίθενται οι πραγματικές στάσεις του ρομπότ στο περιβάλλον/χάρτη του CSAL. Λόγω της έλλειψης υποδομής που θα μπορούσε να μετρήσει τη στάση του ρομπότ στο πραγματικό περιβάλλον CSAL (π.χ. ένα σύστημα MoCap), η στάση του ρομπότ εκτιμήθηκε με τη χρήση ενός φίλτρου σωματιδίων (MCL) και ως εκ τούτου η εκτίμησή της μπορεί να υπόκειται σε αναπόφευκτα σφάλματα εκτίμησης.

Δεδομένης της παρατήρησης III, μια λύση στάσης θεωρείται ως οριθή όταν η απόκλιση της θέσης από τη θέση της πραγματικής στάσης είναι μικρότερη από  $d_c = 1.0 \text{ m}$ .<sup>3,4</sup> Όσες λύσεις βρέθηκαν εκτός αυτής της ακτίνας ονομάζονται στο εξής άκυρες λύσεις.

Όσον αφορά στο μέγεθος του συνόλου  $\mathcal{H}$  των υποθέσεων που διασπέρονται σε κάθε περιβάλλον, σε συνέπεια με την παρατήρηση XIX, καμία μέθοδος δεν στερήθηκε υποθέσεων σε κανένα περιβάλλον: για τα περιβάλλοντα CORRIDOR, LANDFILL, και CSAL  $|\mathcal{H}_C| = |\mathcal{H}_L| = |\mathcal{H}_A| = 100$ . Για τα περιβάλλοντα περιβάλλοντα HOME και WAREHOUSE  $|\mathcal{H}_H| = |\mathcal{H}_W| = 200$ , και για το περιβάλλον WILLOWGARAGE  $|\mathcal{H}_G| = 500$ . Τα όρια που αφορούν τον συντελεστή κλίμακας τέθηκαν σε  $(\underline{\sigma}, \bar{\sigma}) = (0.9, 1.2)$ . Το μήκος και το πλάτος των εικόνων που εισάγονται στο FMI-SPOMF ορίστηκε σε  $N_G = 2^8$ : δοκιμές έδειξαν ότι αυτή η ρύθμιση είναι το κατώτατο όριο ακριβούς διάκρισης μεταξύ αληθών και ψευδών θετικών λύσεων. Υψηλότερες τιμές του  $N_G$  αυξάνουν την ευαισθησία της μεθόδου όσον

<sup>3</sup>Η τιμή της διακριτικής απόστασης ανάμεσα σε έγκυρες και άκυρες λύσεις ορίστηκε ως τέτοια μετά από πειράματα σε πραγματικές συνθήκες με το ίδιο ρομπότ, όπου χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος Monte Carlo Localisation (MCL) για την παρακολούθηση της στάσης του. Η μεθοδολογία ήταν η εξής: αρχικά το ρομπότ τοποθετήθηκε σε στάση σε δεδομένη απόσταση από την πραγματική του θέση. Στη συνέχεια στο ρομπότ δόθηκε εντολή να πλοηγηθεί αυτόνομα σε μία στάση στο χάρτη χρησιμοποιώντας την εκτίμηση της στάσης του MCL ως πραγματική στάση του ρομπότ. Εάν αυτό δεν κατάφερε να πλοηγηθεί στην καθορισμένη στάση τότε η απόσταση ανάμεσα στην θεωρούμενη ως πραγματική του στάση και την πραγματική του στάση μειωνόταν έως ότου το ρομπότ κατάφερε να πλοηγηθεί στην προκαθορισμένη στάση.

<sup>4</sup>Ως προς τον προσανατολισμό δεν τέθηκε κάποιος περιορισμός, καθώς στην περίπτωση ορθής λύσης ως προς τη θέση του ρομπότ δεν είναι βέβαιο ότι μία πιθανοτική μεθόδος παρακολούθησης της στάσης του (η οποία χρησιμοποιείται στη συνέχεια της λύσης του προβλήματος της εύρεσης της στάσης του βάσει καθολικής αβεβαιότητας) δεν είναι σε θέση να μειώσει στο πέρασμα του χρόνου το σφάλμα προσανατολισμού καθώς κινείται το ρομπότ. Σε κάθε περίπτωση, μετά την εύρεση της στάσης του ρομπότ είναι δυνατόν να εκτελεστεί για μία τελική φορά ο αλγόριθμος ευθυγράμμισης για την τελική εκτίμωμενη στάση, με αποτέλεσμα ακριβέστερη εκτίμηση στην περίπτωση έγκυρης λύσης, και αδιάφορα εσφαλμένης εκτίμησης σε περίπτωση άκυρης λύσης (αν η θέση είναι εσφαλμένη τότε δεν έχει σημασία ο προσανατολισμός της).

$\Sigma$ ημαίνον	$x$ [m]	$y$ [m]	$\theta$ [rad]	Χρώμα
CORRIDOR				
$p_a^C$	11.56	12.2	-0.79	█
$p_b^C$	12.06	8.2	2.01	█
$p_c^C$	8.06	9.20	-3.28	█
HOME				
$p_a^H$	14.44	24.04	0.065	█
$p_b^H$	17.84	24.84	1.33	█
$p_c^H$	15.0	14.68	0.68	█
$p_d^H$	22.0	14.22	-2.66	█
$p_e^H$	26.0	16.10	0.69	█
$p_f^H$	24.46	9.68	-0.49	█
$p_g^H$	18.26	11.02	-3.10	█
$p_h^H$	27.64	7.78	-0.14	█
$p_i^H$	24.28	21.44	2.41	█
$p_j^H$	29.0	28.64	0.31	█
$p_k^H$	31.0	12.2	-2.19	█
WAREHOUSE				
$p_a^W$	8.08	3.02	-2.85	█
$p_b^W$	35.16	15.25	-2.20	█
$p_c^W$	38.81	2.35	1.36	█
$p_d^W$	33.42	4.92	2.78	█
$p_e^W$	17.08	8.75	2.83	█
$p_f^W$	8.63	11.93	-1.26	█
$p_g^W$	1.27	9.5	0.239	█
WILLOWGARAGE				
$p_a^G$	77.56	37.48	-1.27	█
$p_b^G$	67.85	66.90	0.13	█
$p_c^G$	81.0	57.60	-2.97	█
$p_d^G$	78.55	78.35	-1.31	█
$p_e^G$	84.0	78.15	0.94	█
$p_f^G$	84.75	56.65	1.02	█
$p_g^G$	51.15	44.65	1.29	█
$p_h^G$	61.95	37.80	-0.58	█
$p_i^G$	62.20	37.76	-1.22	█
$p_j^G$	55.20	37.76	0.91	█
LANDFILL				
$p_a^L$	3.34	17.19	-0.082	█
$p_b^L$	3.34	26.19	-0.78	█
$p_c^L$	8.34	25.19	0.90	█
$p_d^L$	3.34	10.19	-2.97	█
$p_e^L$	7.34	8.19	-1.93	█
$p_f^L$	7.34	1.19	0.58	█
$p_g^L$	8.34	18.19	-2.02	█

Πίνακας 6.1: Οι πραγματικές στάσης του ρομπότ στα πέντε προσομοιωμένα περιβάλλοντα και το χρώμα με το οποίο σημειώνονται στοιχεία για αυτές στα σχήματα

Σημαίνον	$x$ [m]	$y$ [m]	$\theta$ [rad]	Χρώμα
CSAL AUTH				
$p_a^A$	15.47	15.19	-0.09	■
$p_b^A$	16.72	14.81	-1.67	■
$p_c^A$	12.67	13.91	2.98	■
$p_d^A$	11.30	13.10	1.08	■
$p_e^A$	11.71	11.83	-1.70	■
$p_f^A$	12.12	9.80	-2.08	■
$p_g^A$	12.47	8.89	-1.14	■
$p_h^A$	13.22	8.08	0.10	■
$p_i^A$	14.32	8.31	0.65	■
$p_j^A$	16.22	9.01	0.47	■
$p_k^A$	13.56	10.99	-2.63	■

Πίνακας 6.2: Οι πραγματικές στάσης του ρομπότ στο πραγματικό περιβάλλον CSAL και το χρώμα με το οποίο σημειώνονται στουχεία για αυτές στα σχήματα

αφορά τη διάκριση μεταξύ θέσεων, αλλά με κόστος την αύξηση του χρόνου εκτέλεσης. Ο αριθμός των επαναλήψεων του συστήματος εκτίμησης της θέσης του FMIC και ο αριθμός των επαναλήψεων του PLICP ανά υπόθεση τέθηκαν σε  $I = 10$ . Από τη ρύθμιση των τιμών των παραπάνω μεταβλητών σημειώνουμε ότι η προτεινόμενη μέθοδος ευθυγράμμισης απαιτεί μικρότερο σύνολο μεταβλητών από αυτές του PLICP (βλ. ενότητα 5.5.2), ικανοποιώντας την απαίτηση (β) της πρώτης παραγράφου του κεφαλαίου.

Όλες οι προσομοιώσεις πραγματοποιήθηκαν στο περιβάλλον προσομοίωσης Gazebo, μέσω ROS, σε C++ και Ubuntu 16.04, με ένα επεξεργαστή δώδεκα νημάτων, που λειτουργεί στα 4.00 GHz, χρησιμοποιώντας έως και 32 Gb μνήμης RAM. Οι χάρτες των προσομοιωμένων περιβαλλόντων κατασκευάστηκαν χρησιμοποιώντας το πακέτο χαρτογράφησης slam\_karto του ROS.<sup>5</sup> Όλα τα πειράματα πραγματοποιήθηκαν με έναν επεξεργαστή τεσσάρων νημάτων, με συχνότητα 2.30 GHz, χρησιμοποιώντας έως και 8 Gb μνήμης RAM. Ο χάρτης του περιβάλλοντος CSAL κατασκευάστηκε με τη χρήση του πακέτου χαρτογράφησης ROS gmapping.<sup>6</sup> Σημειώνουμε ότι όσον αφορά στους χάρτες και τη χαρτογράφηση, το αποτέλεσμα του αλγορίθμου χαρτογράφησης μπορεί να είναι ατελές με την έννοια ότι είναι δυνατή η εισαγωγή ελεύθερου χώρου στη συνοχή ακόμη και ενός μεμονωμένου εμποδίου.<sup>7</sup> Αυτό το είδος δο-

<sup>5</sup>[http://wiki.ros.org/slam\\_karto](http://wiki.ros.org/slam_karto)

<sup>6</sup><http://wiki.ros.org/gmapping>

<sup>7</sup> Ατέλειες αυτού του τύπου οφείλονται στη διακριτή φύση του αισθητήρα απόστασης όσον αφορά τη γωνιακή δειγματοληψία, στην ανάλυση του χάρτη, και στο χρόνο εκτέλεσης του αλγορίθμου σε σύγκριση με τον όγκο των πληροφοριών εισόδου.

μικού σφράλματος μπορεί να αλλοιώσει το αποτέλεσμα της ευθυγράμμισής πραγματικών με εικονικές σαρώσεις, και ως εκ τούτου πρέπει να δοθεί προσοχή ώστε είτε οι χάρτες να είναι ορθοί ως αποτέλεσμα της χαρτογράφησης, ή να διορθώνεται ο λανθασμένα εισαχθέντας ελεύθερος χώρος.<sup>8</sup> Για την υλοποίηση του δισδιάστατου μετασχηματισμού Fourier-Mellin χρησιμοποιήθηκε το σύστημα `imgreg_dft` γλώσσας `python`.<sup>9</sup> Όσον αφορά στις εισόδους του, αυτές ήταν δισδιάστατες εικόνες που παρήχθησαν μέσω του `GNU Octave v.4.0.0`:<sup>10</sup> οι πραγματικές και εικονικές σαρώσεις απεικονίστηκαν σε μέγεθος πλέγματος  $N_G \times N_G$  μέσω προβολής και διαχριτοποίησης στο δισδιάστατο επίπεδο, και στη συνέχεια γράφτηκαν στο δίσκο ως εικόνες μορφής `.png`. Εικόνες των μορφών `.gif`, `.jpg`, και `.tiff` δεν παρήγαγαν επαρκή αποτελέσματα. Για την επεξεργασία μίας υπόθεσης στάσης ήταν απαραίτητη η εισαγωγή χρονικής καθυστέρησης ανάμεσα σε αυτήν και την παραγωγή της εικόνας που αφορά στο διάνυσμα εικονικών μετρήσεων που λήφθηκε από αυτήν, λόγω ανάγκης αποθήκευσης της εικόνας στο δίσκο του υπολογιστή: οι χρόνοι εκτέλεσης του PGL-FMIC στην ενότητα 6.4.2 αντικατοπτρίζουν τους ωρέλιμους χρόνους εκτέλεσης του αλγορίθμου ανά υπόθεση. Το υπολογιστικό κόστος της προτεινόμενης μεθόδου είναι 483 MB (συμπεριλαμβανομένων όλων των τμημάτων λογισμικού) στη μνήμη, και περίπου 25% σε χρήση ενός πυρήνα CPU.

Στις επόμενες ενότητες παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων και των πειραμάτων που πραγματοποιήθηκαν με την προτεινόμενη μέθοδο (PGL-FMIC) και τον αλγόριθμο PLICP για την επίλυση προβλήματος Π2 υπό τις παραδοχές III και IV, υπό συνθήκες ακινησίας του ρομπότ, στα παραπάνω έξι περιβάλλοντα, και υπό τις συνθήκες που περιγράφηκαν σε αυτή την ενότητα.

#### 6.4.2 Αποτελέσματα

Στα ραβδογράμματα του σχήματος 6.7 απεικονίζονται τα ποσοστά όκυρων λύσεων (εκτιμήσεων των οπίων η θέση έχει απόσταση από την πραγματική θέση του ρομπότ άνω του

<sup>8</sup> Έστω για παράδειγμα η περίπτωση όπου ένας τοίχος χωρίζει έναν δωμάτιο από ένα άλλο. Στην περίπτωση ενός χάρτη πλέγματος η εισαγωγή του ελεύθερου χώρου ως “ρωγμή” στον τοίχο θα οδηγούσε σε μια κατάσταση όπου, εάν μία εικονική σάρωση γίνεται σε απόσταση από τον τοίχο που βρίσκεται εντός του μέγιστου εύρους του αισθητήρα, τουλάχιστον μία ακτίνα μπορεί να διαρρέψει μέσα από τη ρωγμή και να αναφέρει λανθασμένη μέτρηση απόστασης. Η συμπεριφορά αυτή μπορεί να επιδεινωθεί εάν ο τοίχος αυτός διαχωρίζει τη χαρτογραφημένη περιοχή από τη μη χαρτογραφημένη και η ρουτίνα εύρεσης τομών δεν έχει σχεδιαστεί για να χειρίζεται μη χαρτογραφημένο χώρο.

<sup>9</sup>[https://pypi.org/project/imreg\\_dft/](https://pypi.org/project/imreg_dft/)

<sup>10</sup><https://www.gnu.org/software/octave/>

$d_c = 1.0$  m) για τον PLICP και την προτεινόμενη μέθοδο, για όλα τα περιβάλλοντα, στάσεις, και επίπεδα διαταραχών μετρήσεων.

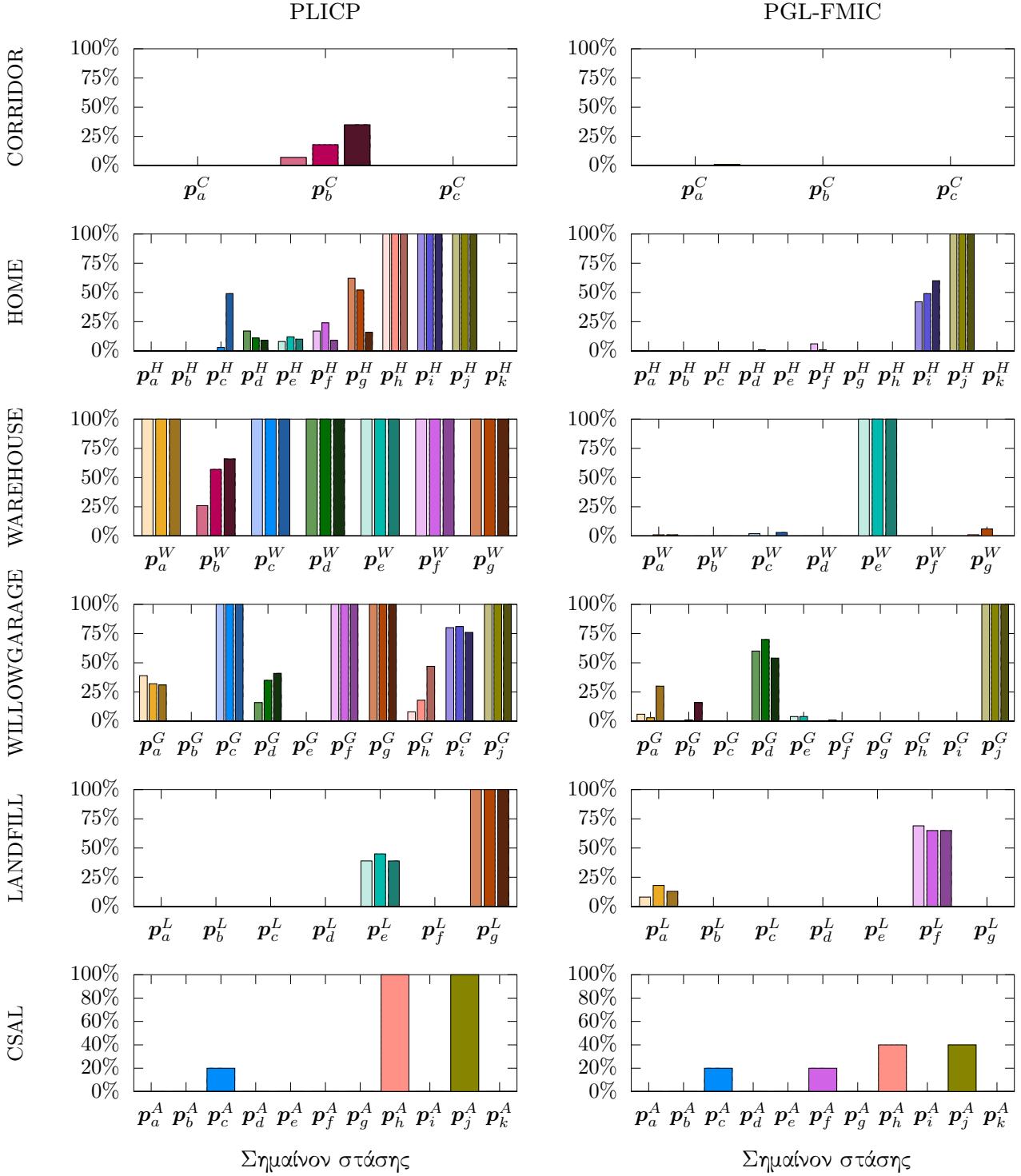
Τα διαγράμματα του σχήματος 6.8 απεικονίζουν τη μέση τιμή σφάλματος στάσης για τους δύο αλγόριθμους ανά περιβάλλον προσομοίωσης, στάση, και επίπεδο διαταραχών μετρήσεων (αριστερά), και τους αντίστοιχους μέσους χρόνους εκτέλεσης (δεξιά). Η μονάδα μετρησης του σφάλματος στάσης είναι  $(m^2 + rad^2)^{1/2}$  και παραλείπεται στα διαγράμματα της ενότητας για λόγους ευαναγνωσιμότητας και οικονομίας χώρου. Τα διαγράμματα του σχήματος 6.9 απεικονίζουν τις ίδιες μετρικές, αλλά όσο αφορά στα πειράματα στο πραγματικό περιβάλλον CSAL. Τα σχήματα Γ'.2 και Γ'.3 του παραρτήματος Γ'.2 απεικονίζουν τα αντίστοιχα μέσα σφάλματα προσανατολισμού και θέσης.

#### 6.4.3 Αξιολόγηση

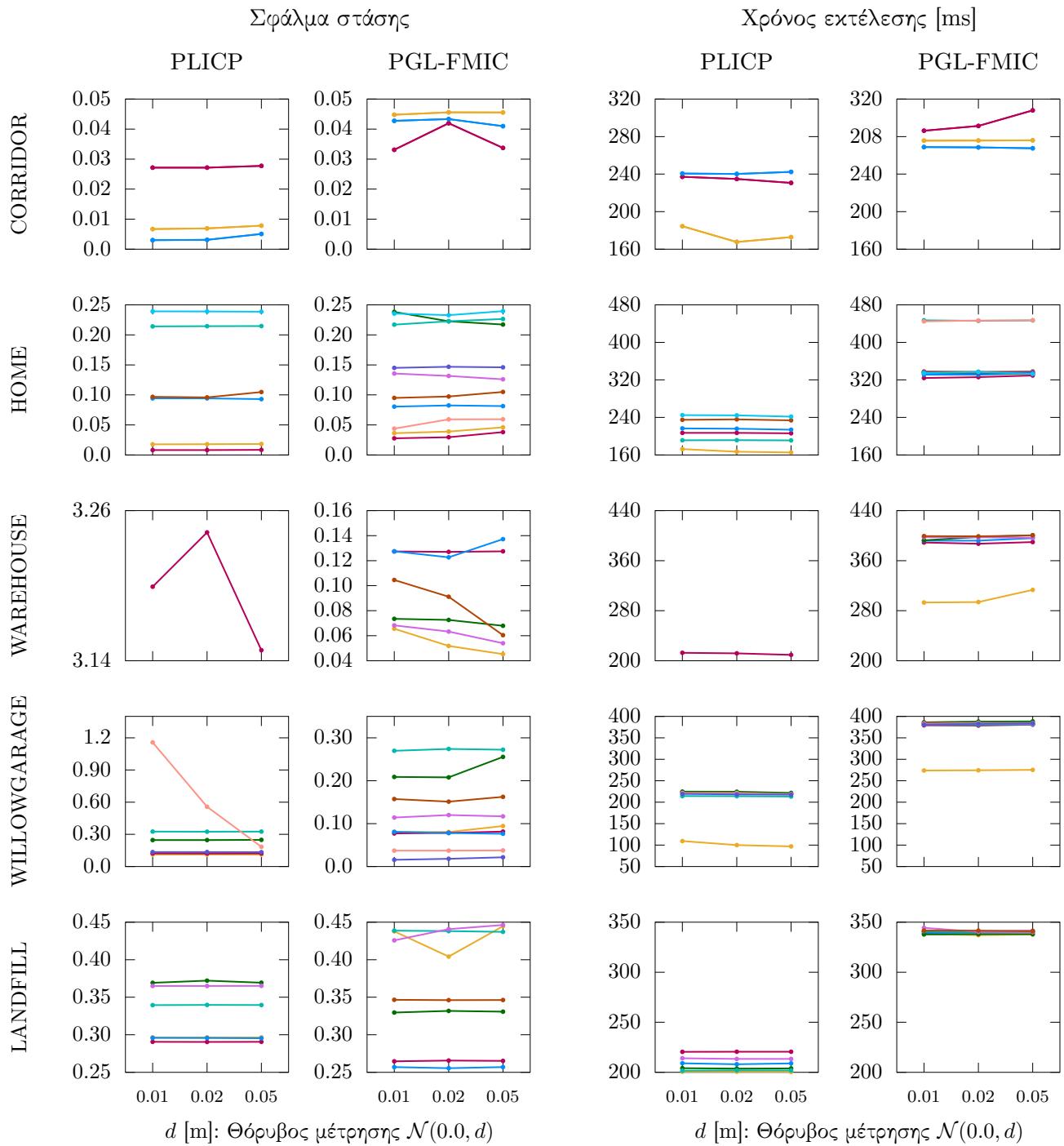
Όσον αφορά τα μεγέθη των σφαλμάτων εκτίμησης των δύο μεθόδων, δεν υπάρχει σαφής μοτίβο χυριαρχίας του ενός αλγορίθμου έναντι του άλλου, και, δεδομένου του μικρότερου μεγέθους μεταβλητών των οποίων η τιμή πρέπει να καθοριστεί, η υπόθεση Υ4 ευσταθεί: η μέθοδος FMIC δεν χρησιμοποιεί τον υπολογισμό αντίστοιχίσεων για την ευθυγράμμιση πραγματικών και εικονικών δισδιάστατων σαρώσεων, και εμφανίζει παρόμοια σφάλματα στάσης με την καλύτερη μέθοδο ευθυγράμμισης πραγματικών με εικονικές σαρώσεις, PLICP.

Για τον PGL-FMIC το μέγιστο σφάλμα θέσης ήταν 0.45 m, και εξαρτάται, όπως και για τον PLICP, από τη γεωμετρία του περιβάλλοντος γύρω από την πραγματική στάση του ρομπότ. Ο καθαρός χρόνος εκτέλεσής του προτεινόμενου συστήματος ήταν περίπου 50% μεγαλύτερος από τον ολικό χρόνο εκτέλεσης του PLICP για χαμηλό αριθμό ακτίνων αισθητήρων (720). Η σχέση αυτή αντιστρέφεται όταν ο αριθμός των ακτίνων τριπλασιάζεται σε μέγευθος (περιβάλλον CSAL).

Η μεγάλη διαφορά μεταξύ των επιδόσεων των δύο μεθόδων αποκαλύπτεται στο επίπεδο των ορθών λύσεων (σχήμα 6.7). Οι εκτιμήσεις του PGL-FMIC περιλαμβάνουν μικρότερο αριθμό άκυρων λύσεων από εκείνες του PLICP. Στο περιβάλλον CORRIDOR ο πρώτος παρήγαγε μία μη έγκυρη λύση σε  $3 \times 4 \times 100 = 1200$  προσομοιώσεις, ενώ ο PLICP απέτυχε περίπου σε μία στις τέσσερις προσπάθειες επίλυσης του προβλήματος όταν το ρομπότ ήταν τοποθετημένο στο σημείο  $p_b^C$ , μη μπορώντας να διαχρίνει μεταξύ του δύο σχεδόν πανομοιότυπων διακλαδώσεων του περιβάλλοντος. Η επανάληψη της γεωμετρίας του περιβάλλοντος γύρω



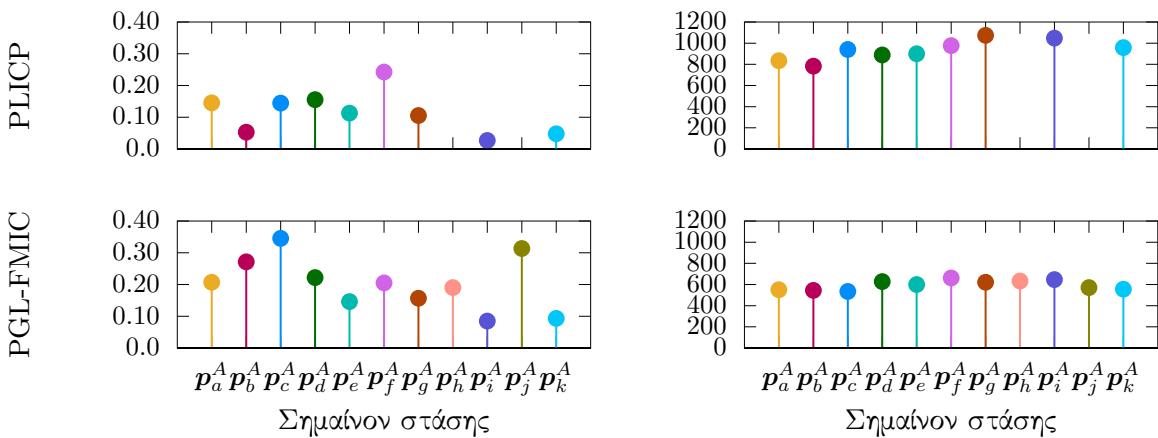
Σχήμα 6.7: Ποσοστά άκυρων λύσεων ανά αλγόριθμο, περιβάλλον ελέγχου, πραγματική στάση του ρομπότ, και επίπεδο διαταραχών μετρήσεων του αισθητήρα αποστάσεων. Κάθε τριάδα ράβδων απεικονίζει τα ποσοστά άκυρων λύσεων για χανονικά κατανευμένο θόρυβο μέτρησης, μηδενικής μέσης τιμής, και τυπικής απόκλισης  $\sigma = 0.01, 0.02, 0.05$  m



Σχήμα 6.8: Μέση τιμή σφάλματος στάσης ορθών λύσεων (αριστερά) και μέση τιμή χρόνου εκτέλεσης ανά υπόθεση (δεξιά) ανά περιβάλλον προσομοίωσης, στάση, και τυπική απόκλιση θορύβου μέτρησης

## Σφάλμα στάσης

Χρόνος εκτέλεσης [ms]



Σχήμα 6.9: Μέση τιμή σφάλματος στάσης ορθών λύσεων (αριστερά) και μέση τιμή χρόνου εκτέλεσης ανά υπόθεση (δεξιά) ανά στάση στο περιβάλλον CSAL

από τη στάση  $p_j^H$  στο περιβάλλον HOMER προκάλεσε την αποτυχία και των δύο αλγορίθμων να εντοπίσουν το ρομπότ.

Στο περιβάλλον WAREHOUSE η ανεπάρκεια της μέγιστης εμβέλειας του αισθητήρα αποστάσεων σε σχέση με τις αποστάσεις μεταξύ των αντικειμένων του περιβάλλοντος είχε ως αποτέλεσμα ο PLICP να μην είναι σε θέση να εντοπίσει το ρομπότ για όλες τις στάσεις εκτός από μία. Συγχριτικά, ο PGL-FMIC επηρεάστηκε λιγότερο από την επίδραση των ελλιπών πληροφοριών, αδυνατώντας να εντοπίσει το ρομπότ μόνο όταν η στάση του ήταν η  $p_e^W$ . Στο περιβάλλον WILLOWGARAGE ο PLICP δεν μπόρεσε να εντοπίσει το ρομπότ για τέσσερις από τις δέκα στάσεις που δοκιμάστηκαν. Για αυτές τις τέσσερις στάσεις μόνο ένας περιορισμένος αριθμός ακτίνων έφερε ελλιπείς πληροφορίες. Ίσως αυτό το αποτέλεσμα, σε συνδυασμό με την εικασία ότι οι ακτίνες που φέρουν ελλιπείς πληροφορίες πρέπει να αποκλειστούν από τον υπολογισμό αντιστοιχίσεων—και επομένως ότι οι παράμετροι που σχετίζονται με την απόρριψη ακραίων τιμών πρέπει να ρυθμιστούν αναλόγως—οδήγησε στην ανεπάρκεια του PLICP σε αυτό το περιβάλλον. Κατά συνέπεια, εάν εφαρμοστεί η ίδια λογική, το ίδιο θα μπορούσε να ειπωθεί και για τις προσομοιώσεις στο περιβάλλον WAREHOUSE, ωστόσο, ο στόχος μας εδώ είναι να αποφύγουμε τον καθορισμό παραμέτρων με ad hoc τρόπο ή σε βάση ανά-τοποθεσία ή περιβάλλον, όπως εξηγείται στην ενότητα 5.5.2. Αντιθέτως, ο PGL-FMIC δεν μπόρεσε να εντοπίσει το ρομπότ μόνο σε μία περίπτωση ( $p_j^G$ ), για την οποία και οι δύο αλγόριθμοι δεν μπόρεσαν να επιλύσουν την οκταπλή ασάφεια του περιβάλλοντος χώρου της πραγματικής στάσης. Δεδομένου ότι τα αποτελέσματα για αυτό το περιβάλλον, όπου η

ανάλυση του χάρτη είναι πιο χονδροειδής από ό,τι στις τρεις περιπτώσεις που προηγήθηκαν, δεν υπάρχουν στοιχεία που να υποστηρίζουν ότι η μεταβολή της ανάλυσης επιδεινώνει (ή βελτιώνει) τις εκτιμήσεις των δύο μεθόδων. Στο περιβάλλον LANDFILL ο PGL-FMIC παρουσίασε ξανά λιγότερες άκυρες λύσεις από τον PLICP. Η μη δομημένη φύση του περιβάλλοντος επηρέασε την απόδοση της PGL-FMIC περισσότερο από τα άλλα (δομημένα) περιβάλλοντα—περισσότερο όσον αφορά στα σφάλματα θέσης και λιγότερο στα σφάλματα προσανατολισμού του.

Στο πραγματικό περιβάλλον του CSAL τα μέσα σφάλματα θέσης και προσανατολισμού του PGL-FMIC δεν ξεπέρασαν τα 0.35 m και 0.11 rad αντίστοιχα. Όσον αφορά στους χρόνους εκτέλεσης, αυτοί ήταν αυξημένοι και για τις δύο μεθόδους λόγω του αυξημένου αριθμού ακτίνων του αισθητήρα YDLIDAR σε σύγκριση με αυτόν του αισθητήρα που χρησιμοποιήθηκε στις προσομοιώσεις (2019 έναντι 720). Οι χρόνοι της προτεινόμενης μεθόδου ήταν αυξημένοι κατά περίπου δύο φορές, ενώ οι χρόνοι της PLICP αυξήθηκαν κατά τέσσερις φορές. Κατά συνέπεια, συμπεραίνουμε ότι ο χρόνος εκτέλεσης του PGL-FMIC είναι ανάλογος του αριθμού των ακτίνων του αισθητήρα απόστασης, ενώ παρουσιάζει ασθενέστερη εξάρτηση από αυτόν σε σύγκριση με τον PLICP.

Συνολικά, όσον αφορά στα κριτήρια διάλκρισης λύσεων—ο συντελεστής κλίμακας σ και ο βαθμός ομοιότητας  $w$ —, αυτά επέδειξαν, εντός λογικών ορίων, συνεπή και ορθή συμπεριφορά διαχωρισμού μεταξύ της ορθότητας εκτίμησης υποθέσεων στάσης. Η αποτυχία του PGL-FMIC όσον αφορά στις ορθές λύσεις οφείλεται α) στην αποτυχία επίλυσης της ασάφειας σε ό,τι αφορά πανομοιότυπα ή παρόμοια περιβάλλοντα, β) στην μεγάλη έλλειψη πληροφοριών απόστασης και γ) στον υπερβολικό ύδρυσθο μετρήσεων.

## 6.5 Συμπεράσματα και περαιτέρω έρευνα

### 6.5.1 Συμπεράσματα κεφαλαίου

Σε αυτό το κεφάλαιο μάς απασχόλησε η δημιουργία μεθόδου ευθυγράμμισης πραγματών με εικονικές δισδιάστατες σαρώσεις, η οποία δεν υπολογίζει αντιστοιχίσεις μεταξύ των ακτίνων των εισόδων, με αιτία τα ευρήματά μας στο προηγούμενο κεφάλαιο (ενότητα 5.5.2). Δοκιμάσαμε την επίδοσή της όσο αφορά στην επίλυση του προβλήματος της εύρεσης της στάσης ενός οχήματος βάσει καθολικής αβεβαιότητας, και, αντιπαραβάλλοντας την με αυτήν

του αλγορίθμου που χρησιμοποιήσαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο—τον οποίο επιζητούμε να αντικαταστήσουμε λόγω του μηχανισμού υπολογισμού αντιστοιχίσεων που χρησιμοποιεί— συμπεραίνουμε ότι οι δύο μέθοδοι δεν εμφανίζουν διαχριτή διαφορά όσο αφορά στα σφάλματα εκτιμήσεων που εξάγουν.

Πιο συγκεκριμένα, το προτεινόμενο σύστημα εμφανίζει χαμηλότερους ρυθμούς αναφοράς ψευδών θετικών στάσεων σε σχέση με το σύστημα που προτάθηκε για λύση του προβλήματος εκτίμησης στάσης βάσει καθολικής αβεβαιότητος στην ενότητα 5.5.2 και δοκιμάστηκε στην πειραματική διαδικασία της προηγούμενης ενότητας. Δεδομένου ότι στα δύο συστήματα δόθηκε ως όρισμα ο ίδιος αριθμός υποθέσεων, σε συνέπεια με τα ευρήματα της βιβλιογραφίας (π.χ. [Ols09; Ber+21]), καταλήγουμε ότι τα σφάλματα στάσης εξόδου του (PL)ICP εξαρτώνται από την απόσταση των θέσεων από τις οποίες συνελήφθησαν οι είσοδοί του. Για τον δε FMIC, εάν εξαρτώνται από αυτήν, τότε εξαρτώνται σε μικρότερο βαθμό σε σχέση με τον PLICP. Αυτές οι παρατηρήσεις είναι σημαντικές, καθώς σημαίνουν ότι

- Στο έργο της ευθυγράμμισης μετρήσεων με σκοπό την παραγωγή οδομετρίας (παρατήρηση VI), ο (PL)ICP μπορεί να λειτουργήσει με αξιοπιστία μόνο σε χαμηλές ταχύτητες κίνησης, ενώ ο FMIC, εάν εκτελείτο σε πραγματικό χρόνο ( $< 50$  ms), θα λειτουργούσε με αξιοπιστία σε μεγαλύτερες ταχύτητες κίνησης, και
- Στο έργο της ευθυγράμμισης πραγματικών με εικονικές σαρώσεις με σκοπό την ελάττωση του σφάλματος εκτίμησης στάσης κατά την παρακολούθηση της τροχιάς ενός ρομπότ (παρατήρηση VII), ο FMIC—εάν εκτελείτο σε πραγματικό χρόνο ως προς το ρυθμό εξαγωγής εκτιμήσεων της βασική μεθόδου παρακολούθησης ( $< 500$  ms)—θα λειτουργούσε με αξιοπιστία σε υψηλότερα επίπεδα αβεβαιότητας στάσης, θορύβου μετρησης ή/και διαφυγούρας του χάρτη σε σχέση με το περιβάλλον που αναπαριστά σε σχέση με τον (PL)ICP

Εν κατακλείδι, οι στόχοι που τέθηκαν στην αρχή του κεφαλαίου επετεύχθησαν: σε αυτό το κεφάλαιο αναπτύξαμε μία μέθοδο

“ευθυγράμμισης πραγματικών με εικονικές σαρώσεις η οποία λειτουργεί (α) χωρίς τον υπολογισμό αντιστοιχίσεων ανάμεσα στις ακτίνες των εισόδων της, (β) με ‘μικρό’ σύνολο ρυθμιζόμενων παραμέτρων, και (γ) με επίδοση ως προς το σφάλμα

στάσης τουλάχιστον ισάξια με την καλύτερη μέθοδο ευθυγράμμισης μέσω αντιστοιχιών.” (Αρχή κεφαλαίου)

### 6.5.2 Αιτίες περαιτέρω έρευνας

Η κυριότερη αιτία περαιτέρω έρευνας αφορά στο χρόνο εκτέλεσης της μεθόδου που εισαγάγαμε σε αυτό το κεφάλαιο: καθώς αυτή γίνεται σε χρόνο μεγαλύτερο από αυτόν με τον οποίο παράγονται εκτιμήσεις από μία μέθοδο παρακολούθησης στάσης, ο κυριότερος περιορισμός της είναι η αδυναμία της να εφαρμοσθεί στα συμφραζόμενα της παρακολούθησης της τροχιάς ενός ρομπότ καθώς αυτό κινείται, δηλαδή στα συμφραζόμενα του προηγούμενου κεφαλαίου.

Επιπρόσθετα, η μεταφορά του προβλήματος ευθυγράμμισης πραγματικών με εικονικές μετρήσεις στο πεδίο της συχνότητας ίσως αποτελεί την αιτία της ευρωστίας της προτεινόμενης σε αυτό το κεφάλαιο μεθόδου (α) στην απόσταση στάσεων από τις οποίες συλλαμβάνονται οι προς ευθυγράμμιση σαρώσεις, (β) στο ύδρυβο μέτρησης και (γ) στη διαφυλορά του χάρτη ως προς το περιβάλλον που αναπαριστά. Αυτό το ενδεχόμενο τροχιοδεικνύει την πορεία περαιτέρω έρευνας: σωρευτικά, με βάση τις συνθήκες στις οποίες αναπτύχθηκε η προτεινόμενη μέθοδος του παρόντος κεφαλαίου και τα συμπεράσματα που εξαγάγαμε, οι νέοι μας στόχοι είναι η ανάπτυξη μεθόδων ευθυγράμμισης πραγματικών με εικονικές σαρώσεις, οι οποίες:

- λειτουργούν χωρίς τον υπολογισμό αντιστοιχίσεων μεταξύ των ακτίνων των εισόδων
- απαιτούν τη ρύθμιση “μικρού” συνόλου παραμέτρων
- εμφανίζουν επίδοση ως προς το σφάλμα στάσης τουλάχιστον ισάξια με την καλύτερη μέθοδο ευθυγράμμισης μέσω αντιστοιχιών
- δέχονται ως εισόδους σαρώσεις γωνιακού εύρους 360 μοιρών
- εκτελούνται σε χρόνο τέτοιο που να συμβαδίζει με το ρυθμό εξαγωγής εκτιμήσεων από μία τυπική βασική μέθοδο εκτίμησης στάσης
- βασίζονται στον μετασχηματισμό Fourier και τις ιδιότητές του



## Κεφάλαιο 7

# Μέθοδοι ευθυγράμμισης πραγματικών με εικονικές σαρώσεις χωρίς τον υπολογισμό αντιστοιχίσεων

Η έρευνα που παρουσιάζεται στο παρόν κεφάλαιο αντλεί τις πηγές της από τις αιτίες περαιτέρω έρευνας του προηγούμενου κεφαλαίου, όπως αυτές διατυπώθηκαν στην τελευταία του ενότητα. Στο παρόν κεφάλαιο επιζητούμε το σχεδιασμό και την κατασκευή μεθόδων ευθυγράμμισης πραγματικών με εικονικές σαρώσεις οι οποίες, σε αντίθεση με τη μέθοδο που παρουσιάσθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο, εκτελούνται σε χρόνο τέτοιο ώστε να μπορούν να εφαρμοσθούν και στα συμφραζόμενα της παραχολούθησης της τροχιάς ενός ρομπότ του πεδίου εφαρμογής ΠΕ, δηλαδή στα συμφραζόμενα της προσθετικής μεθόδου που παρουσιάσθηκε στο κεφάλαιο 5.

### 7.1 Στόχοι του κεφαλαίου και δομή

Στόχος του παρόντος κεφαλαίου είναι η επίλυση του προβλήματος ΙΙ3:

**Πρόβλημα Π3.** Έστω ένα ρομπότ κινητής βάσης του πεδίου εφαρμογής ΠΕ, ικανό να κινείται στο επίπεδο  $x - y$ , εξοπλισμένο με έναν οριζόντια τοποθετημένο αισθητήρα lidar μετρήσεων δύο διαστάσεων που εκπέμπει  $N_s$  ακτίνες. Έστω επίσης ότι τα ακόλουθα είναι διαθέσιμα ή ευσταθούν:

- Ο χάρτης  $M$  του περιβάλλοντος στο οποίο κινείται το ρομπότ
- Μια δισδιάστατη μέτρηση  $S_R$  μεγέθους  $N_s$ , που λαμβάνεται από την—άγνωστη και αναζητούμενη—στάση  $p(l, \theta)$ ,  $l = (x, y)$
- Μια εκτίμηση της θέσης του αισθητήρα  $\hat{p}(\hat{l}, \hat{\theta})$  στο σύστημα αναφοράς του χάρτη, όπου  $\hat{l} = (\hat{x}, \hat{y})$  είναι σε μία γειτονιά του  $l$

Τότε ο στόχος είναι να μειωθεί το μέτρο του σφάλματος στάσης του αισθητήρα  $e(p, \hat{p}) \triangleq p - \hat{p}$  από την αρχική του τιμή  $\|e(p, \hat{p})\|_2$  βελτιώνοντας την εκτίμηση της στάσης του αισθητήρα σε  $\hat{p}'(\hat{x}', \hat{y}', \hat{\theta}')$  έτσι ώστε

$$\|e(p, \hat{p}')\|_2 < \|e(p, \hat{p})\|_2 \quad (*)$$

δεδομένων των κάτωθι παραδοχών και περιορισμών:

- Το γωνιακό εύρος του αισθητήρα lidar ισούται με  $\lambda = 2\pi$  (Παραδοχή III)
- Η λύση του προβλήματος δίνεται μέσω ευθυγράμμισης πραγματικών με εικονικές σφρώσεις (Παραδοχή IV)
- Η επίλυση του προβλήματος γίνεται χωρίς τον υπολογισμό αντιστοιχίσεων ανάμεσα στις εισόδους της μεθόδου επίλυσης (Παραδοχή V)
- Η εκτέλεση της επίλυσης του προβλήματος πρέπει γίνεται σε χρόνο που να συμβαδίζει με το ρυθμό ανανέωσης εκτιμήσεων στάσης που παρέχει η βασική μέθοδος εκτίμησης στάσης (Επακόλουθο II)

Σε αυτό το κεφάλαιο θα προσεγγίσουμε τη λύση του παραπάνω προβλήματος αποσυνθέτοντάς το σε τρία διακριτά προβλήματα.

Το πρώτο είναι η εκτίμηση του προσανατολισμού της πραγματικής στάσης του αισθη-

τήρα δεδομένου ότι η πραγματική θέση και η εκτιμώμενη θέση συμπίπτουν. Προς αυτήν την κατεύθυνση αναπτύσσουμε τρεις κύριες μεθόδους εκτίμησης, οι οποίες παρουσιάζονται στην ενότητα 7.2. Οι δύο πρώτες μέθοδοι προκύπτουν μέσω του διαχριτού μετασχηματισμού Fourier: η πρώτη αποτελεί την προσαρμογή της δισδιάστατης μεθόδου SPOMF σε μία διάσταση, ενώ η δεύτερη εφορμάται από πρώτες αρχές και είναι καινοφανής. Η τρίτη μέθοδος έχει την απαρχή της στο πεδίο της χρυσταλλογραφίας και, όπως ακριβώς και η πρώτη, και σε αντίθεση με τη δεύτερη, λειτουργεί στον διαχριτό γωνιακό χώρο. Λόγω αυτού του τελευταίου γεγονότος το τελικό σφάλμα των δύο αυτών μεθόδων είναι, εν γένει, μη μηδενικό, και εξαρτάται από την κατά γωνία διαχριτική ικανότητα του φυσικού αισθητήρα lidar. Για την ελάττωση αυτού του σφάλματος σχεδιάζουμε μία διαδικασία η οποία εγγυάται την φραγή του εντός ανωφλίου το οποίο ορίζεται εκ των προτέρων.

Το δεύτερο πρόβλημα είναι η εκτίμηση της θέσης της πραγματικής στάσης του αισθητήρα δεδομένου ότι ο πραγματικός προσανατολισμός και ο εκτιμώμενος προσανατολισμός συμπίπτουν. Προς αυτή την κατεύθυνση υιοθετούμε μία μέθοδο εκτίμησης θέσης η οποία βασίζεται στο διαχριτό μετασχηματισμό Fourier, λειτουργεί στον συνεχή δισδιάστατο χώρο, και εφορμάται από πρώτες αρχές. Η εν λόγω μέθοδος παρουσιάζεται στην ενότητα 7.3.

Το τρίτο πρόβλημα προκύπτει από την ασυμβατότητα των δύο παραπάνω συνθηκών, των οποίων το χάσμα<sup>6</sup> γεφυρώνουμε προσεγγίζοντας το πρόβλημα κατ' αναλογία με τη φύση του προβλήματος της ευθυγράμμισης πραγματικών με εικονικές σαρώσεις (Παρατήρηση VIII), δηλαδή με τρόπο επαναληπτικό: σε κάθε επανάληψη διενεργείται πρώτα εκτίμηση του προσανατολισμού, και στη συνέχεια εκτίμηση της θέσης, με αποτέλεσμα τη σταδιακή μείωση και των δύο. Η σχετική λύση αναλύεται και αιτιολογείται στην ενότητα 7.4.

Ταυτόχρονα σε αυτό το κεφάλαιο κατασκευάζουμε μεθόδους που απευθύνονται σε αισθητήρες που διαθέτουν “μικρό” αριθμό ακτίνων, δηλαδή αισθητήρες που δειγματοληπτούν αραιά το χώρο, κάτι που έχει ως αποτέλεσμα τη δυσχέρεια εκτίμησης του προσανατολισμού και συνεπώς της θέσης του αισθητήρα και του ρομπότ.

Στην ενότητα 7.5 δοκιμάζουμε εκ νέου την υπόθεση Υ4 για τις τρεις εκδόσεις της κατασκευασθείσας μεθόδου, και συγκρίνουμε τις επιδόσεις τους με καθιερωμένους και τρέχοντες αλγορίθμους της βιβλιογραφίας. Στην ενότητα 7.6 παρέχουμε κύρια χαρακτηριστικά γνωρίσματα και βασικούς περιορισμούς της κατασκευασθείσας μεθόδους. Η τελευταία ενότητα (7.7) ανακεφαλαιώνει και παρέχει αιτίες για περαιτέρω έρευνα.

## 7.2 Μεθοδολογία ευθυγράμμισης προσανατολισμού

Έστω οι παραδοχές του προβλήματος Η3. Έστω επιπλέον ότι  $\hat{l} = l$ , δηλαδή μόνο ο προσανατολισμός του αισθητήρα πρέπει να εκτιμηθεί. Τότε ας υπολογιστεί η εικονική σάρωση  $S_V$  μέσω δεσμοβολής (raycasting) από την εκτίμηση  $\hat{r}$  στον χάρτη  $M$ . Η εκτίμηση της περιστροφής της εικονικής σάρωσης  $S_V$  σε σχέση με την πραγματική σάρωση  $S_R$  μπορεί να βρεθεί μέσω των μεθόδων που παρουσιάζονται στις ενότητες 7.2.1, 7.2.2, και 7.2.3. Το σφάλμα της εκτίμησης προσανατολισμού μπορεί να μειωθεί περαιτέρω μέσω της μεθόδου που παρουσιάζεται στην ενότητα 7.2.6.

Στα συμφραζόμενα του παρόντος κεφαλαίου, έστω  $\mathcal{F}\{\mathcal{S}\}$  ο διακριτός μετασχηματισμός Fourier του σήματος  $\mathcal{S}$ ,  $\mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{S}\}$  ο αντίστροφός του,  $\mathcal{F}_1\{\mathcal{S}\}$  ο πρώτος όρος του (υποθέτοντας αριθμηση από το μηδέν),  $c^*$  ο συζυγής του μιγαδικού αριθμού  $c$ ,  $|c|$  το μέτρο του, και  $i$  η φανταστική μονάδα.

### 7.2.1 Η μέθοδος Fourier-Mellin σε μία διάσταση

Έστω ότι ο χώρος δειγματοληπτείται επαρκώς πυκνά γωνιακά, τότε για  $k, \xi \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$ :  $k, \xi \in [0, N_s - 1]$ :

$$\begin{aligned} S_V[k] &\simeq S_R[(k - \xi) \mod N_s] \Rightarrow \\ \mathcal{F}\{S_V\}(u) &\simeq e^{-i2\pi\xi u/N_s} \cdot \mathcal{F}\{S_R\}(u) \end{aligned}$$

και, επομένως, αφού  $2\pi \frac{\xi}{N_s} = \xi \frac{2\pi}{N_s} = \xi\gamma$ , όπου  $\gamma$  είναι η διακριτική γωνία του αισθητήρα:

$$\begin{aligned} Q_{S_V, S_R}(u) &\triangleq \frac{\mathcal{F}\{S_V\}^* \cdot \mathcal{F}\{S_R\}}{|\mathcal{F}\{S_V\}| \cdot |\mathcal{F}\{S_R\}|} \\ &\simeq \frac{e^{-i\xi\gamma u} \cdot \mathcal{F}\{S_R\}^* \cdot \mathcal{F}\{S_R\}}{|e^{-i\xi\gamma u} \cdot \mathcal{F}\{S_R\}^*| \cdot |\mathcal{F}\{S_R\}|} \\ &= e^{-i\xi\gamma u} \cdot \frac{\mathcal{F}\{S_R\}^* \cdot \mathcal{F}\{S_R\}}{|\mathcal{F}\{S_R\}| \cdot |\mathcal{F}\{S_R\}|} \\ &= e^{-i\xi\gamma u} \end{aligned} \tag{7.1}$$

Ο αντίστροφος διακριτός μετασχηματισμός Fourier του  $Q_{S_V, S_R}$  είναι μία Kronecker δ-

συνάρτηση  $q_{S_V, S_R} = \mathcal{F}^{-1}\{Q_{S_V, S_R}\}$  με κέντρο  $\xi$ :

$$\xi = \arg \max_u q_{S_V, S_R}(u) \quad (7.2)$$

Εάν η διαφορά του προσανατολισμού μεταξύ των στάσεων από τις οποίες ελήφθησαν οι σαρώσεις  $S_R$  και  $S_V$  είναι  $\Delta\theta = \theta - \hat{\theta}$ , τότε  $\Delta\theta = \xi\gamma + \phi$ , όπου  $\mod(\Delta\theta, \gamma) = \phi \in [-\frac{\gamma}{2}, +\frac{\gamma}{2}]$ . Τα παραπάνω μάς οδηγούν στη διατύπωση του Λήμματος I:

**Λήμμα I.** Έστω οι παραδοχές του προβλήματος Η3 και  $\hat{l} = l$ . Έστω επίσης ότι (α) οι μετρήσεις του φυσικού αισθητήρα δεν φέρουν διαταραχές, και (β) ο χάρτης  $M$  αναπαριστά το περιβάλλον τέλεια. Τότε ενημερώνοντας την εκτίμηση προσανατολισμού  $\hat{\theta}$  σε  $\hat{\theta}'$ :

$$\hat{\theta}' = \hat{\theta} + \xi\gamma \quad (7.3)$$

όπου  $\xi$  δίνεται από την εξίσωση (7.2), οδηγεί σε ένα επίλοιπο σφάλμα προσανατολισμού  $\phi$ :

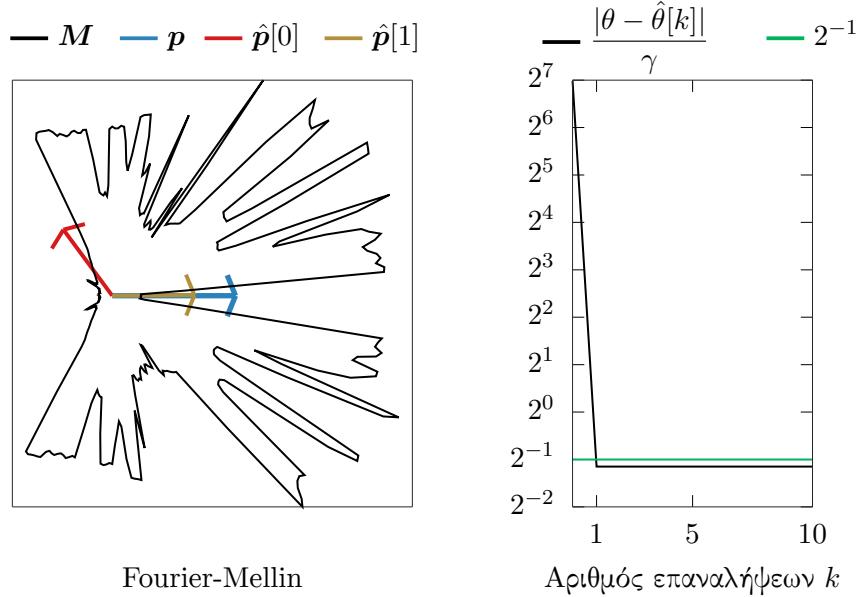
$$|\phi| \leq \frac{\gamma}{2} \quad (7.4)$$

**Επακόλουθο III.** Ο στόχος (‡) επιτυγχάνεται υπό την προϋπόθεση ότι  $|\theta - \hat{\theta}| > \frac{\gamma}{2}$ .

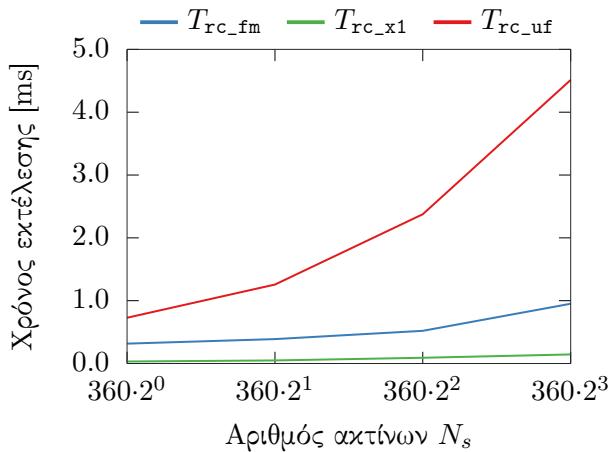
Η παραπάνω μέθοδος εκτίμησης του προσανατολισμού της στάσης  $p(x, y, \theta)$  ονομάζεται στο εξής μέθοδος Fourier-Mellin σε μία διάσταση. Στο σχήμα 7.1 απεικονίζεται η αρχική και τελική συνθήκη ευθυγράμμισης προσανατολισμού με εφαρμογή της μεθόδου Fourier-Mellin μίας διάστασης για έναν αισθητήρα δισδιάστατων πανοραμικών σαρώσεων με  $\gamma = 2\pi/360$ , σε ένα μη δομημένο περιβάλλον, του οποίου ο χάρτης το αναπαριστά τέλεια, ενώ οι μετρήσεις του αισθητήρα δεν διαταράσσονται από ωρούβο. Το σχήμα 7.2 απεικονίζει το μέσο χρόνο εκτέλεσης μίας επανάληψης της μεθόδου σε δέκα εκτελέσεις για αυξανόμενο μέγεθος σαρώσεων  $N_s$ . Ο Αλγόριθμος V παρουσιάζει σε ψευδοκώδικα τη διαδικασία διόρθωσης προσανατολισμού με βάση την εν λόγω μέθοδο.

### 7.2.2 Η μέθοδος Πρώτων Αρχών

Έστω μία δισδιάστατη σάρωση  $S$  που έχει ληφθεί από τη στάση  $(x, y, \theta)$  σε κάποιο σύστημα συντεταγμένων (Ορισμός III). Έστω ότι το γωνιακό εύρος της  $S$  είναι  $\lambda = 2\pi$ . Οι



Σχήμα 7.1: Αριστερά: η αρχική  $\hat{p}[0] \equiv (\mathbf{l}, \hat{\theta}[0])$  και τελική  $\hat{p}[1] \equiv (\mathbf{l}, \hat{\theta}[1])$  εκτίμηση στάσης του αισθητήρα σε ένα περιβάλλον με χάρτη  $M$ , για πραγματική στάση  $\mathbf{p}(\mathbf{l}, \theta)$ , ως συνέπεια της εφαρμογής της μεθόδου γωνιακής ευθυγράμμισης Fourier-Mellin μίας διάστασης. Δεξιά: το σφάλμα εκτίμησης προσανατολισμού ως συνάρτηση της διαχριτικής γωνίας γ του αισθητήρα



Σχήμα 7.2: Ο μέσος χρόνος εκτέλεσης μίας επανάληψης των μεθόδων Fourier-Mellin μίας διάστασης (μπλε), Πρώτων Αρχών (πράσινο), και Προχρούστη (κόκκινο), για δέκα εκτελέσεις, ανά μέγεθος σαρώσεων εισόδου  $N_s$

συντεταγμένες του τελικού σημείου της  $n$ -οστής ακτίνας της  $\mathcal{S}$ ,  $n = 0, 1, \dots, N_s - 1$ , στο σύστημα συντεταγμένων είναι  $(x_n, y_n)$ :

$$x_n - x = d_n \cos\left(\theta + \frac{2\pi n}{N_s} - \pi\right) = -d_n \cos\left(\theta + \frac{2\pi n}{N_s}\right) \quad (7.5)$$

$$y_n - y = d_n \sin\left(\theta + \frac{2\pi n}{N_s} - \pi\right) = -d_n \sin\left(\theta + \frac{2\pi n}{N_s}\right) \quad (7.6)$$

**Αλγόριθμος  $V_{rc\_fm}$** **Input:**  $\mathcal{S}_R, \mathcal{S}_V, \hat{\mathbf{p}}(x, y, \hat{\theta}), \gamma$ **Output:**  $\hat{\theta}', q_{\max}$ 

- 1:  $q_{\mathcal{S}_V, \mathcal{S}_R} \leftarrow \mathcal{F}^{-1}\{Q_{\mathcal{S}_V, \mathcal{S}_R}\}$  (εξ. 7.1)
- 2:  $\xi = \arg \max q_{\mathcal{S}_V, \mathcal{S}_R}$
- 3:  $q_{\max} \leftarrow q_{\mathcal{S}_V, \mathcal{S}_R}[\xi] = \max q_{\mathcal{S}_V, \mathcal{S}_R}$
- 4:  $\hat{\theta}' \leftarrow \hat{\theta} + \xi \gamma$
- 5: **return**  $(\hat{\theta}', q_{\max})$

Εδώ παρατηρούμε ότι  $-(x_n - x)$  και  $(y_n - y)$  είναι αντίστοιχα το πραγματικό και το φανταστικό μέρος της μιγαδικής ποσότητας

$$d_n e^{-i(\theta + \frac{2\pi n}{N_s})} = d_n \cos(\theta + \frac{2\pi n}{N_s}) - i \cdot d_n \sin(\theta + \frac{2\pi n}{N_s}) \stackrel{(7.5),(7.6)}{=} -(x_n - x) + i \cdot (y_n - y) \quad (7.7)$$

και, επομένως

$$d_n e^{-i2\pi n/N_s} = e^{i\theta}(-(x_n - x) + i \cdot (y_n - y)) \quad (7.8)$$

Ανθροίζοντας τα δύο μέλη της εξίσωσης (7.8) επί του συνόλου των  $N_s$  ακτίνων λαμβάνουμε τον πρώτο όρο του διακριτού μετασχηματισμού Fourier του σήματος  $\{d_n\}$ ,  $n = 0, 1, \dots, N_s - 1$ ,  $\mathcal{F}_1\{\mathcal{S}\} = \mathcal{F}\{\mathcal{S}\}[1]$ :

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_1\{\mathcal{S}\} &= \sum_{n=0}^{N_s-1} d_n \cdot e^{-i2\pi n/N_s} \stackrel{(7.8)}{=} \sum_{n=0}^{N_s-1} e^{i\theta}(-(x_n - x) + i \cdot (y_n - y)) \\ &= e^{i\theta} \sum_{n=0}^{N_s-1} [(x - i \cdot y) + (-x_n + i \cdot y_n)] \\ &= e^{i\theta} N_s (x - i \cdot y) - e^{i\theta} \Delta \end{aligned} \quad (7.9)$$

όπου  $\Delta \triangleq \sum_{n=0}^{N_s-1} (x_n - i \cdot y_n)$ .

Συμβολίζοντας με το γράμμα  $R$  τις ποσότητες που αντιστοιχούν στην πραγματική σάρωση  $\mathcal{S}_R$ , η οποία έχει ληφθεί από την πραγματική στάση του φυσικού αισθητήρα  $\mathbf{p}(x, y, \theta)$ , και με  $V$  εκείνες που αντιστοιχούν στην εικονική σάρωση  $\mathcal{S}_V$ , η οποία έχει ληφθεί από την εκτίμηση

της στάσης του  $\hat{p}(x, y, \hat{\theta})$ :

$$\mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_R\} = \sum_{n=0}^{N_s-1} d_n^R \cdot e^{-i2\pi n/N_s} \stackrel{(7.9)}{=} N_s e^{i\theta}(x - i \cdot y) - e^{i\theta} \Delta_R \quad (7.10)$$

$$\mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_V\} = \sum_{n=0}^{N_s-1} d_n^V \cdot e^{-i2\pi n/N_s} \stackrel{(7.9)}{=} N_s e^{i\hat{\theta}}(x - i \cdot y) - e^{i\hat{\theta}} \Delta_V \quad (7.11)$$

Έστω τώρα ότι

$$\begin{aligned} \Delta_R - \Delta_V &= \sum_{n=0}^{N_s-1} (x_n^R - x_n^V) - i \cdot \sum_{n=0}^{N_s-1} (y_n^R - y_n^V) \\ &= N_s(\delta_x - i \cdot \delta_y) \end{aligned} \quad (7.12)$$

όπου

$$\delta_x \triangleq \frac{1}{N_s} \sum_{n=0}^{N_s-1} (x_n^R - x_n^V) \quad (7.13)$$

$$\delta_y \triangleq \frac{1}{N_s} \sum_{n=0}^{N_s-1} (y_n^R - y_n^V) \quad (7.14)$$

τότε

$$\Delta_V = \Delta_R - N_s(\delta_x - i \cdot \delta_y) \quad (7.15)$$

Ο πρώτος όρος του διαχριτού μετασχηματισμού Fourier του σήματος που αποτελείται από τη διαφορά των δύο σημάτων (7.10) και (7.11) είναι:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_R\} - \mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_V\} &= \sum_{n=0}^{N_s-1} (d_n^R - d_n^V) \cdot e^{-i2\pi n/N_s} \\ &\stackrel{(7.10),(7.11)}{=} N_s(x - i \cdot y)(e^{i\theta} - e^{i\hat{\theta}}) - e^{i\theta} \Delta_R + e^{i\hat{\theta}} \Delta_V \\ &\stackrel{(7.15)}{=} N_s(x - i \cdot y)(e^{i\theta} - e^{i\hat{\theta}}) - e^{i\theta} \Delta_R + e^{i\hat{\theta}}(\Delta_R - N_s(\delta_x - i \cdot \delta_y)) \\ &= N_s(x - i \cdot y)(e^{i\theta} - e^{i\hat{\theta}}) - \Delta_R(e^{i\theta} - e^{i\hat{\theta}}) - N_s e^{i\hat{\theta}}(\delta_x - i \cdot \delta_y) \\ &= (e^{i\theta} - e^{i\hat{\theta}})[N_s(x - i \cdot y) - \Delta_R] - N_s e^{i\hat{\theta}}(\delta_x - i \cdot \delta_y) \\ &\stackrel{(7.10)}{=} (e^{i\theta} - e^{i\hat{\theta}}) \frac{\mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_R\}}{e^{i\theta}} - N_s e^{i\hat{\theta}}(\delta_x - i \cdot \delta_y) \\ &= (1 - e^{-i(\theta - \hat{\theta})}) \mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_R\} - N_s e^{i\hat{\theta}}(\delta_x - i \cdot \delta_y) \end{aligned}$$

άρα

$$\begin{aligned} -\mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_V\} &= -e^{-i(\theta-\hat{\theta})}\mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_R\} - N_s e^{i\hat{\theta}}(\delta_x - i \cdot \delta_y) \\ e^{-i(\theta-\hat{\theta})} &= \frac{\mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_V\}}{\mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_R\}} - \frac{N_s e^{i\hat{\theta}}}{\mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_R\}}(\delta_x - i \cdot \delta_y) \end{aligned} \quad (7.16)$$

Χρησιμοποιώντας την πολική αναπαράσταση  $\mathbf{A} = |\mathbf{A}|e^{i\angle \mathbf{A}}$ :

$$e^{-i(\theta-\hat{\theta})} = \frac{|\mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_V\}|}{|\mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_R\}|} e^{-i(\angle \mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_R\} - \angle \mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_V\})} - \frac{e^{-i(\angle \mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_R\} - \hat{\theta})}}{|\mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_R\}|}(N_s \delta_x - i \cdot N_s \delta_y) \quad (7.17)$$

Λόγω του γεγονότος ότι ο προσανατολισμός  $\theta$  του αισθητήρα είναι άγνωστος, τα τελικά σημεία  $\{(x_n^R, y_n^R)\}$  καθίστανται ομοίως άγνωστα, και το ίδιο ισχύει συνεπώς και για τις ποσότητες  $\delta_x, \delta_y$ . Προκειμένου να αποκτήσουμε μια αρχική διαίσθηση ως προς τα μέτρα των τελευταίων κάνουμε την παρατήρηση ότι, εξ ορισμού, οι ποσότητες  $N_s \delta_x$  και  $N_s \delta_y$  ποσοτικοποιούν τη διαφορά της προσέγγισης των επικαμπύλιων ολοκληρωμάτων επί των καμπύλων που ορίζονται από τα τελικά σημεία των δύο σαρώσεων στους δύο κύριους άξονες  $x$  και  $y$ . Η προσέγγιση αυτή οφείλεται στο πεπερασμένο μέγεθος των εκπεμπόμενων ακτίνων  $N_s$ . Επομένως υπό τις υποθέσεις ότι (α) ο χάρτης του περιβάλλοντος είναι τέλεια αναπαράστασή του και (β) οι μετρήσεις του φυσικού αισθητήρα δεν επηρεάζονται από διαταραχές: καθώς  $N_s \rightarrow \infty$ ,  $N_s \delta_x, N_s \delta_y \rightarrow 0$ , τα οποία με τη σειρά τους σημαίνουν λόγω της εξίσωσης (7.17) ότι  $\frac{|\mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_V\}|}{|\mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_R\}|} \rightarrow 1$  και  $\theta - \hat{\theta} \rightarrow \angle \mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_R\} - \angle \mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_V\}$ . Η παραπάνω ανάλυση μάς οδηγεί στη διατύπωση του Λήμματος II:

**Λήμμα II.** Έστω οι παραδοχές του προβλήματος Π3 και  $\hat{l} = l$ . Έστω επίσης ότι (α) οι μετρήσεις του φυσικού αισθητήρα δεν φέρουν διαταραχές, και (β) ο χάρτης  $M$  αναπαριστά το περιβάλλον τέλεια. Τότε ενημερώνοντας την εκτίμηση προσανατολισμού σε  $\hat{\theta}'$ :

$$\hat{\theta}' = \hat{\theta} + \angle \mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_R\} - \angle \mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_V\} \quad (7.18)$$

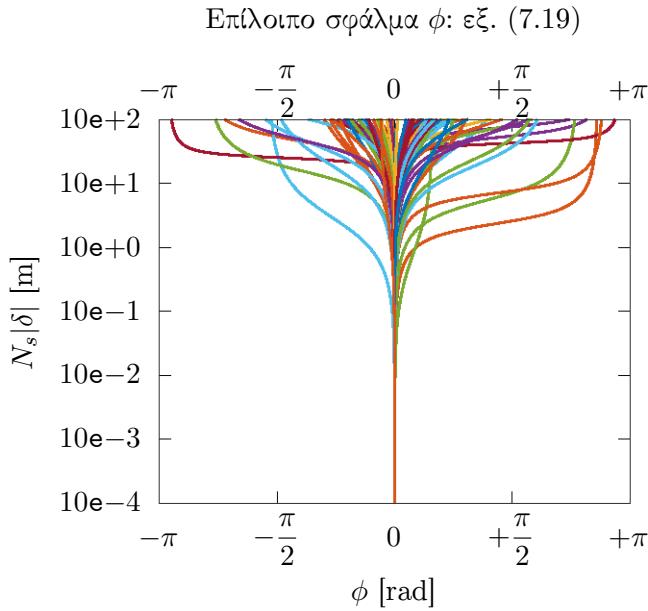
όπου  $\mathcal{F}_1\{\cdot\} = \mathcal{F}\{\cdot\}[1]$ , οδηγεί σε ένα επίλοιπο σφάλμα προσανατολισμού  $\phi$ :

$$\phi = \angle \mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_V\} - \tan^{-1} \frac{|\mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_V\}| \sin(\angle \mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_V\}) - N_s |\delta| \sin(\hat{\theta} + \angle \delta)}{|\mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_V\}| \cos(\angle \mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_V\}) - N_s |\delta| \cos(\hat{\theta} + \angle \delta)} \quad (7.19)$$

όπου  $\delta = \delta_x - i \cdot \delta_y$ .

Η απόδειξη βρίσκεται στο παράρτημα Ζ'.1.

**Επακόλουθο IV.** Το μέτρο του σφάλματος  $|\phi|$  είναι αντιστρόφως ανάλογο του αριθμού των ακτίνων  $N_s$  που εκπέμπει ο αισθητήρας στην περίπτωση που τόσο η πραγματική μέτρηση  $S_R$  όσο και η εικονική σάφωση  $S_V$  δεν διαταράσσονται από θόρυβο (σχήμα 7.3).

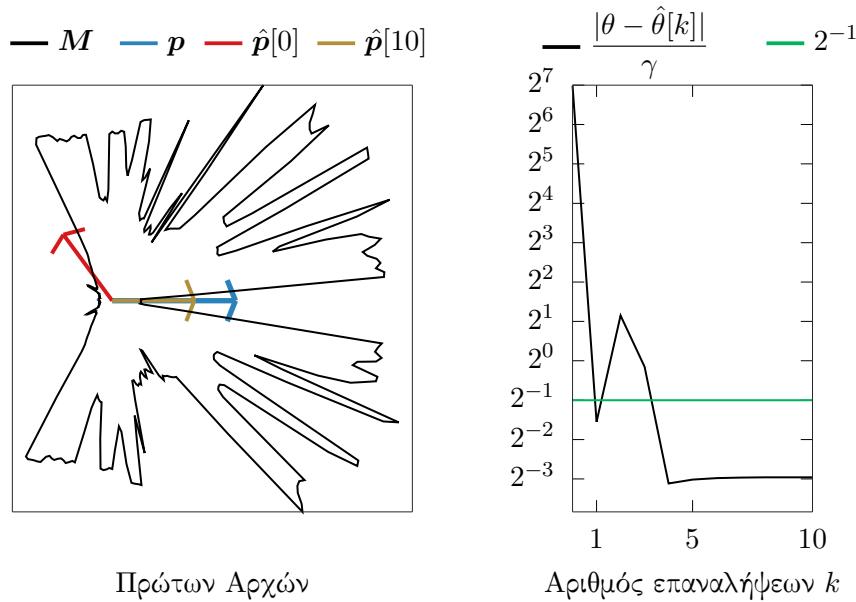


Σχήμα 7.3: Θεωρητικές τιμές του επίλοιπου σφάλματος  $\phi$  (εξ. 7.19) σε εκατό προσομοιώσεις για μεταβλητές τιμές  $N_s|\delta|$ . Το μέτρο  $|\mathcal{F}_1\{S_V\}|$  είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο στο διάστημα  $[0.0, 200.0]$ , το μέγεθος  $N_s|\delta|$  στο διάστημα  $[10^{-4}, 10^{+2}]$ , και τα ορίσματα  $\angle \mathcal{F}_1\{S_V\}$ ,  $\angle \delta$  στο  $[-\pi, \pi)$ . Το επίλοιπο σφάλμα  $\phi \rightarrow 0$  καθώς  $N_s \rightarrow \infty \Rightarrow N_s|\delta| \rightarrow 0$

Η παραπάνω μέθοδος εκτίμησης του προσανατολισμού της στάσης  $p(x, y, \theta)$  ονομάζεται στο εξής μέθοδος Πρώτων Αρχών. Στο σχήμα 7.4 απεικονίζεται η αρχική και τελική συνθήκη ευθυγράμμισης προσανατολισμού με εφαρμογή της μεθόδου Πρώτων αρχών για έναν αισθητήρα δισδιάστατων πανοραμικών σαρώσεων με  $\gamma = 2\pi/360$ , υπό τις ίδιες συνθήκες διεξαγωγής μείωσης του σφάλματος προσανατολισμού με αυτές που παρουσιάζονται στο σχήμα 7.1. Το σχήμα 7.2 απεικονίζει το μέσο χρόνο εκτέλεσης μίας επανάληψης της μεθόδου σε δέκα εκτελέσεις για αυξανόμενο μέγεθος σαρώσεων  $N_s$ . Ο Αλγόριθμος VI παρουσιάζει σε ψευδοχώδικα τη διαδικασία διόρθωσης προσανατολισμού με βάση την εν λόγω μέθοδο.

### 7.2.3 Η μέθοδος του Προκρούστη

Έστω ότι η προβολή των τελικών σημείων των ακτίνων της σάφωσης  $S_V$  γύρω από τη στάση  $\hat{p}(x, y, \hat{\theta})$  παράγει το σύνολο σημείων  $P_V$  στο οριζόντιο επίπεδο. Έστω ότι η ίδια



**Σχήμα 7.4:** Αριστερά: η αρχική  $\hat{p}[0] \equiv (\mathbf{l}, \hat{\theta}[0])$  και τελική  $\hat{p}[1] \equiv (\mathbf{l}, \hat{\theta}[1])$  εκτίμηση στάσης του αισθητήρα σε ένα περιβάλλον με χάρτη  $M$ , για πραγματική στάση  $p(\mathbf{l}, \theta)$ , ως συνέπεια της εφαρμογής της μεθόδου γωνιακής ευθυγράμμισης Πρώτων Αρχών. Δεξιά: το σφάλμα εκτίμησης προσσανατολισμού ως συνάρτηση της διακριτικής γωνίας  $\gamma$  του αισθητήρα

Αλγόριθμος VI rc\_x1

**Input:**  $\mathcal{S}_R$ ,  $\mathcal{S}_V$ ,  $\hat{p}(x, y, \hat{\theta})$

**Output:**  $\hat{\theta}'$

- ```

1:  $\mathbf{R} = \mathcal{F}\{\mathcal{S}_R\}[1]$ 
2:  $\mathbf{V} = \mathcal{F}\{\mathcal{S}_V\}[1]$ 
3:  $\hat{\theta}' \leftarrow \hat{\theta} + \arg(\mathbf{R}) - \arg(\mathbf{V})$ 
4: return  $\hat{\theta}'$ 

```

προβολή για τη σάρωση  $S_R$  ως προς τη στάση  $p(x, y, \theta)$  παράγει το σύνολο  $P_R$ . Η περιστροφή της στάσης  $\hat{p}$  που ευθυγραμμίζει βέλτιστα το σύνολο σημείων  $P_V$  σε σχέση με το  $P_R$  μπορεί να βρεθεί από τη λύση του Ορθογώνιου Προσκρούστειου προβλήματος [Sch66] για πίνακες εισόδου  $P_V$  και  $P_R$ . Στην περίπτωση που ο πίνακας μετασχηματισμού περιορίζεται στο να έχει τη δομή πίνακα περιστροφής  $R$ :  $\det(R) = 1$ , το πρόβλημα ευθυγράμμισης ονομάζεται Περιορισμένο Ορθογώνιο Προσκρούστειο πρόβλημα.

Σε αυτή την ενότητα αναζητούμε την λύση αυτού του τελευταίου προβλήματος ως μέσο επίλυσης του προβλήματος ΙΙΙ δεδομένου ότι  $\hat{l} = l$ , διότι ο περιορισμός του πίνακα μετασχηματισμού σε πίνακα περιστροφής δίνει τη δυνατότητα προσδιορισμού της γωνίας περιστροφής της εκτίμησης στάσης από την οποία το εικονικό διάνυσμα σαρώσεων εμφανίζει τη βέλτιστη

ευθυγράμμιση με το πραγματικό διάνυσμα  $S_R$ . Η λύση του Περιορισμένου Ορθογώνιου Προσκρούστειου προβλήματος δίνεται στο [Ume91] και περιγράφεται παρακάτω.

Δεδομένου ότι στα συμφραζόμενα του προβλήματος ΙΙΙ η θέση  $\mathbf{l}$  είναι άγνωστη, τα τελικά σημεία  $\mathbf{P}_R$  και  $\mathbf{P}_V$  των σαρώσεων  $S_R$  και  $S_V$  λαμβάνονται με την προβολή των μετρήσεών τους στο επίπεδο  $x - y$  σύμφωνα με το τοπικό σύστημα αναφοράς της κάθεμίας, δηλαδή σαν να είχε ληφθεί η κάθε μιά από το  $O(0, 0, 0)$ . Ο πίνακας περιστροφής  $\mathbf{R}$  που ευθυγραμμίζει βέλτιστα το σύνολο  $\mathbf{P}_V$  με το  $\mathbf{P}_R$  είναι ο πίνακας που ελαχιστοποιεί την απόκλιση των περιεστραμμένων σημείων  $\mathbf{R}\mathbf{P}_V$  από το  $\mathbf{P}_R$ :

$$\arg \min_{\mathbf{R}} \|\mathbf{P}_R - \mathbf{R} \cdot \mathbf{P}_V\|_F^2$$

όπου  $\|\mathbf{A}\|_F = (\mathbf{A}^\top \mathbf{A})^{1/2}$  δηλώνει το μέτρο Frobenius του πίνακα πραγματικών τιμών  $\mathbf{A}$ . Έστω ότι ο τελεστής  $\text{tr}(\mathbf{A})$  δηλώνει το ίχνος του πίνακα  $\mathbf{A}$ . Τότε

$$\|\mathbf{P}_R - \mathbf{R}\mathbf{P}_V\|_F^2 = \text{tr}(\mathbf{P}_R^\top \mathbf{P}_R + \mathbf{P}_V^\top \mathbf{P}_V) - 2 \text{tr}(\mathbf{R}\mathbf{P}_R \mathbf{P}_V^\top) \quad (7.20)$$

Δεδομένου ότι μόνο ο δεύτερος όρος της δεξιάς πλευράς εξαρτάται από τον πίνακα  $\mathbf{R}$ , για την ελαχιστοποίηση της (7.20) ως προς  $\mathbf{R}$  αρκεί να βρεθεί ο πίνακας περιστροφής  $\mathbf{R}$  που μεγιστοποιεί το ίχνος  $\text{tr}(\mathbf{R}\mathbf{P}_V \mathbf{P}_R^\top)$ . Ο βέλτιστος πίνακας  $\mathbf{R}$  δίνεται από το Λήμμα III:

**Λήμμα III.** Έστω  $\mathbf{P}_R$  και  $\mathbf{P}_V$  πίνακες διαστάσεων  $2 \times N_s$ ,  $\mathbf{R}$  πίνακας διαστάσεων  $2 \times 2$ , και  $\mathbf{UDV}^\top$  η αποσύνθεση του  $\mathbf{P}_R \mathbf{P}_V^\top$  σε ιδιάζουσες τιμές (Singular Value Decomposition—SVD). Τότε ο πίνακας  $\mathbf{R}$  που ελαχιστοποιεί το μέτρο  $\|\mathbf{P}_R - \mathbf{R} \cdot \mathbf{P}_V\|_F^2$  δίνεται από τη σχέση  $\mathbf{R} = \mathbf{USV}^\top$ , όπου  $\mathbf{S} = \text{diag}(1, \det(\mathbf{UV}))$ .

**Επακόλουθο V.** Η τιμή του μέγιστου ίχνους  $T(\mathbf{P}_R, \mathbf{P}_V) \triangleq \max \text{tr}(\mathbf{R}\mathbf{P}_R \mathbf{P}_V^\top)$  είναι

$$\max \text{tr}(\mathbf{R}\mathbf{P}_R \mathbf{P}_V^\top) = \text{tr}(\mathbf{DS}) \quad (7.21)$$

Το Λήμμα III παρέχει τον βέλτιστο πίνακα περιστροφής  $\mathbf{R}$  υπό την προϋπόθεση ότι τόσο το σύνολο  $\mathbf{P}_R$  όσο και το  $\mathbf{P}_V$  είναι γνωστά. Ωστόσο, στα συμφραζόμενα του προβλήματος ΙΙΙ τα τελικά σημεία  $\mathbf{P}_R$  υπολογίζονται από έναν αυθαίρετο προσανατολισμό επειδή ο επιθυμητός προσανατολισμός είναι θεμελιωδώς άγνωστος. Επομένως ο υπολογισμός του πίνακα  $\mathbf{R}$  και

η εξαγωγή του σχετικού προσανατολισμού του  $\mathbf{P}_V$  σε σχέση με το  $\mathbf{P}_R$  από τον πίνακα  $\mathbf{R}$  σε ένα βήμα είναι αδύνατη. Αυτό που μπορεί να γίνει για την εκτίμηση του προσανατολισμού της στάσης  $\mathbf{p}$  ως προς τον προσανατολισμό της στάσης  $\hat{\mathbf{p}}$  είναι το εξής. Υπολογίζεται το γινόμενο  $\mathbf{R}\mathbf{P}_R\mathbf{P}_V^\top$  σε  $O(N_s^2)$ , η αποσύνθεσή του σε ιδιάζουσες τιμές σε  $O(1)$ , καταγράφεται η τιμή του ίχνους  $\text{tr}(\mathbf{DS})$  σε  $O(1)$ , μετατοπίζεται ο πίνακας  $\mathbf{P}_V$  κατά στήλες προς τα αριστερά μία φορά, και επαναλαμβάνεται η διαδικασία  $N_s - 1$  φορές. Έστω ότι η επανάληψη  $\psi \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$  καταγράφει το μέγιστο ίχνος: τότε η περιστροφή της στάσης  $\hat{\mathbf{p}}$  κατά  $\psi$  μεγιστοποιεί το ίχνος  $\text{tr}(\mathbf{R}\mathbf{P}_R\mathbf{P}_V^\top)$  και ελαχιστοποιεί το μέτρο του σφάλματος ευθυγράμμισης (7.20) για μία δεδομένη διακριτική γωνία  $\gamma$ . Η παραπάνω διαδικασία αποδίδει τη βέλτιστη περιστροφή επειδή το ίχνος  $\text{tr}(\mathbf{DS})$  ουσιαστικά αναλαμβάνει το ρόλο ενός μέτρου ευθυγράμμισης μεταξύ των συνόλων σημείων  $\mathbf{P}_V$  και  $\mathbf{P}_R$ .

Η παραπάνω διαδικασία καταγραφής  $N_s$  ιχνών μπορεί να υπολογιστεί είτε με ευθύ τρόπο, πολυπλοκότητας  $O(N_s^3)$ , είτε μέσω με της μεθόδου που παρουσιάζεται στο [DBH15] με σημαντικά μειωμένη πολυπλοκότητα  $O(N_s \log N_s)$ . Η μέθοδος αυτή θα αναφέρεται στο εξής ως μέθοδος DBH και περιγράφεται παρακάτω.

Έστω  $\tilde{\mathbf{A}}$  ο πίνακας  $\mathbf{A}$  με αντίστροφη σειρά στηλών,  $\mathbf{P}_R = [\mathbf{p}_R^x; \mathbf{p}_R^y]$ ,  $\tilde{\mathbf{P}}_V = [\mathbf{p}_V^x; \mathbf{p}_V^y]$ . Έστω επίσης ότι ο τελεστής  $\odot$  υποδηλώνει τον πολλαπλασιασμό κατά στοιχείο. Τότε υπολογίζονται τέσσερα διανύσματα μεγέθους  $N_s$ :

$$\mathbf{m}_{11} = \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}\{\mathbf{p}_R^x\} \odot \mathcal{F}\{\mathbf{p}_V^x\}\}$$

$$\mathbf{m}_{12} = \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}\{\mathbf{p}_R^y\} \odot \mathcal{F}\{\mathbf{p}_V^x\}\}$$

$$\mathbf{m}_{21} = \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}\{\mathbf{p}_R^x\} \odot \mathcal{F}\{\mathbf{p}_V^y\}\}$$

$$\mathbf{m}_{22} = \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}\{\mathbf{p}_R^y\} \odot \mathcal{F}\{\mathbf{p}_V^y\}\}$$

Μετά τον υπολογισμό των διανυσμάτων  $\mathbf{m}_{kl}$ ,  $k, l = 1, 2$ , υπολογίζονται  $N_s$  πίνακες  $\mathbf{M}_j$ , μεγέθους  $2 \times 2$ , σύμφωνα με:

$$\mathbf{M}_j = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{11}^j & \mathbf{m}_{12}^j \\ \mathbf{m}_{21}^j & \mathbf{m}_{22}^j \end{bmatrix} \quad (7.22)$$

όπου  $j = 0, \dots, N - 1$ , και  $\mathbf{m}_{kl}^j$  είναι το  $j$ -οστό στοιχείο του διανύσματος  $\mathbf{m}_{kl}$ . Ο πίνακας

$\mathbf{M}_j$  είναι ίσος με τον πίνακα  $\mathbf{P}_R(\mathbf{P}_V^{N_s-1-j})^\top$ , όπου ο συμβολισμός  $\mathbf{A}^k$  δηλώνει τον πίνακα  $\mathbf{A}$  του οποίου οι στήλες έχουν μετατοπιστεί  $k$  φορές προς τα αριστερά. Η απόδειξη χρησιμοποιεί το Θεώρημα Κυκλικής Συνέλιξης του DFT και παραλείπεται.

Αφού υπολογιστούν και σχηματιστούν όλοι οι  $N_s \mathbf{M}_j$  πίνακες, κάθε ένας αποσυντίθεται σε ιδιάζουσες τιμές. Το ίχνος κάθε πίνακα  $\mathbf{R}_j \mathbf{M}_j$  καταγράφεται με την εφαρμογή του Λήμματος III και του Επακόλουθου V. Έστω ότι το μέγιστο ίχνος καταγράφεται για τον δείκτη  $J$ , τότε η περιστροφή της στάσης  $\hat{\mathbf{p}}$  κατά  $(N_s - 1 - J)\gamma = \psi$  επιτυγχάνει το ίδιο αποτέλεσμα με την ευθεία μέθοδο υψηλότερης πολυπλοκότητας για μία δεδομένη διαχριτική γωνία  $\gamma$ . Εάν η διαφορά του προσανατολισμού μεταξύ των στάσεων από τις οποίες ελήφθησαν οι σφρώσεις  $S_R$  και  $S_V$  είναι  $\Delta\theta = \theta - \hat{\theta}$ , τότε  $\Delta\theta = (N_s - 1 - J)\gamma + \phi$ , όπου  $\mod(\Delta\theta, \gamma) = \phi \in [-\frac{\gamma}{2}, +\frac{\gamma}{2}]$ .

Τα παραπάνω μας οδηγούν στη διατύπωση του Λήμματος IV:

**Λήμμα IV.** Έστω οι παραδοχές του προβλήματος ΙΙΙ και  $\hat{l} = l$ . Έστω επίσης ότι (α) οι μετρήσεις του φυσικού αισθητήρα δεν φέρουν διαταραχές, και (β) ο χάρτης  $\mathbf{M}$  αναπαριστά το περιβάλλον τέλεια. Τότε ενημερώνοντας την εκτίμηση προσανατολισμού σε  $\hat{\theta}'$ :

$$\hat{\theta}' = \hat{\theta} + \psi \quad (7.23)$$

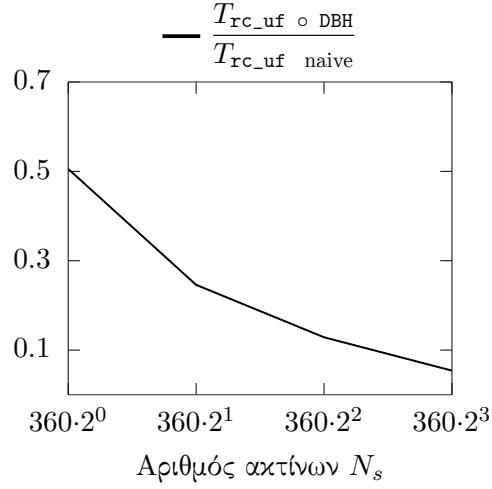
όπου  $\psi$  δίνεται από τη γραμμή 5 του Αλγορίθμου VII, οδηγεί σε ένα επίλοιπο σφάλμα προσανατολισμού  $\phi$ :

$$|\phi| \leq \frac{\gamma}{2} \quad (7.24)$$

**Επακόλουθο VI.** Ο στόχος (\*) επιτυγχάνεται υπό την προϋπόθεση ότι  $|\theta - \hat{\theta}| > \frac{\gamma}{2}$ .

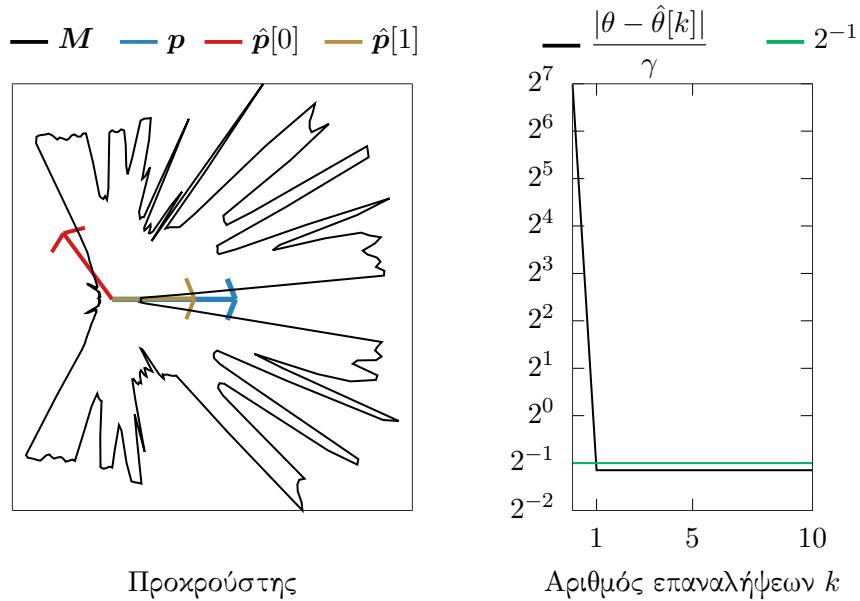
Η παραπάνω μέθοδος εκτίμησης του προσανατολισμού της στάσης  $\mathbf{p}(x, y, \theta)$  ονομάζεται στο εξής μέθοδος του Προκρούστη. Στο σχήμα 7.5 απεικονίζεται το κλάσμα του χρόνου εκτέλεσης της εφαρμογής της μεθόδου DBH έναντι της αφελούς μεθόδου για αύξοντες αριθμούς εκπεμπών από τον αισθητήρα σάρωσης ακτίνων  $N_s$ .

Στο σχήμα 7.6 απεικονίζεται η αρχική και τελική συνυθήκη ευθυγράμμισης προσανατολισμού με εφαρμογή της μεθόδου Προκρούστη για έναν αισθητήρα δισδιάστατων πανοραμικών σφρώσεων με  $\gamma = 2\pi/360$ , στο ίδιο μη δομημένο περιβάλλον με αυτό των σχημάτων 7.1 και 7.4, του οποίου ο χάρτης το αναπαριστά τέλεια. Οι μετρήσεις του αισθητήρα δεν διαταράσ-



Σχήμα 7.5: Το χλάσμα του χρόνου εκτέλεσης της μεθόδου ευθυγράμμισης Προκρούστη με την εφαρμογή της μεθόδου DBH προς το χρόνο εκτέλεσης χωρίς την εφαρμογή της, για αυξανόμενο αριθμό εκπεμπόμενων ακτίνων του αισθητήρα σάρωσης

σονται από θόρυβο. Το σχήμα 7.2 απεικονίζει το μέσο χρόνο εκτέλεσης μίας επανάληψης της μεθόδου σε δέκα εκτελέσεις για αυξανόμενο μέγεθος σαρώσεων  $N_s$ . Ο Αλγόριθμος VII παρουσιάζει σε ψευδοχώδικα τη διαδικασία διόρθωσης προσανατολισμού με βάση την εν λόγω μέθοδο. Ο Αλγόριθμος VIII παρουσιάζει σε ψευδοχώδικα τη μέθοδο DBH.



Σχήμα 7.6: Αριστερά: η αρχική  $\hat{p}[0] \equiv (\mathbf{l}, \hat{\theta}[0])$  και τελική  $\hat{p}[1] \equiv (\mathbf{l}, \hat{\theta}[1])$  εκτίμηση στάσης του αισθητήρα σε ένα περιβάλλον με χάρτη  $M$ , για πραγματική στάση  $p(\mathbf{l}, \theta)$ , ως συνέπεια της εφαρμογής της μεθόδου γωνιακής ευθυγράμμισης Προκρούστη. Δεξιά: το σφάλμα εκτίμησης προσανατολισμού ως συνάρτηση της διαχριτικής γωνίας γ του αισθητήρα

---

**Αλγόριθμος VII rc\_uf**

---

**Input:**  $\mathcal{S}_R, \mathcal{S}_V, \hat{\mathbf{p}}(x, y, \hat{\theta}), \gamma$ **Output:**  $\hat{\theta}', T$ 

- 1:  $\mathbf{P}_R \leftarrow \text{project}(\mathcal{S}_R, (0, 0, 0))$
  - 2:  $\mathbf{P}_V \leftarrow \text{project}(\mathcal{S}_V, (0, 0, 0))$
  - 3:  $(J, T) \leftarrow \text{rc_uf_core}(\mathbf{P}_R, \mathbf{P}_V)$  (Αλγόριθμος VIII)
  - 4:  $N_s = 2\pi/\gamma$
  - 5:  $\psi = N_s - 1 - J$
  - 6:  $\hat{\theta}' \leftarrow \hat{\theta} + \psi\gamma$
  - 7: **return**  $(\hat{\theta}', T)$
- 

---

**Αλγόριθμος VIII rc\_uf\_core**

---

**Input:**  $\mathbf{P}_R, \mathbf{P}_V$ **Output:**  $J, T(\mathbf{P}_R, \mathbf{P}_V)$ 

- 1: **reverse**( $\mathbf{P}_V$ )
  - 2:  $\mathbf{p}_R^x \leftarrow \text{first row of } \mathbf{P}_R$
  - 3:  $\mathbf{p}_R^y \leftarrow \text{second row of } \mathbf{P}_R$
  - 4:  $\mathbf{p}_V^x \leftarrow \text{first row of } \mathbf{P}_V$
  - 5:  $\mathbf{p}_V^y \leftarrow \text{second row of } \mathbf{P}_V$
  - 6:  $\mathbf{m}_{11} \leftarrow \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}\{\mathbf{p}_R^x\} \odot \mathcal{F}\{\mathbf{p}_V^x\}\}$
  - 7:  $\mathbf{m}_{12} \leftarrow \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}\{\mathbf{p}_R^y\} \odot \mathcal{F}\{\mathbf{p}_V^x\}\}$
  - 8:  $\mathbf{m}_{21} \leftarrow \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}\{\mathbf{p}_R^x\} \odot \mathcal{F}\{\mathbf{p}_V^y\}\}$
  - 9:  $\mathbf{m}_{22} \leftarrow \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}\{\mathbf{p}_R^y\} \odot \mathcal{F}\{\mathbf{p}_V^y\}\}$
  - 10:  $\mathbf{T} \leftarrow \{\emptyset\}$
  - 11: **for**  $j = 0 : N_s - 1$  **do**
  - 12:      $\mathbf{M}_j \leftarrow \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{11}(j) & \mathbf{m}_{12}(j) \\ \mathbf{m}_{21}(j) & \mathbf{m}_{22}(j) \end{bmatrix}$
  - 13:      $(\mathbf{U}, \mathbf{D}, \mathbf{V}) \leftarrow \text{SVD}(\mathbf{M}_j)$
  - 14:     append  $\text{trace}(\mathbf{D} \cdot \text{diag}(1, \det(\mathbf{U}\mathbf{V})))$  to  $\mathbf{T}$
  - 15: **end for**
  - 16: **reverse**( $\mathbf{T}$ )
  - 17:  $J \leftarrow \arg \max \mathbf{T}$
  - 18:  $T_{\max} \leftarrow \max\{\mathbf{T}\} = \mathbf{T}[J]$
  - 19: **return**  $(J, T_{\max})$
-

### 7.2.4 Η κλίνη της διακριτικής γωνίας του αισθητήρα

Η μέθοδος Fourier-Mellin σε μία διάσταση (ενότητα 7.2.1) και η μέθοδος του Προκρούστη (ενότητα 7.2.3), σε αντίθεση με την μέθοδο Πρώτων Αρχών (ενότητα 7.2.2), είναι διακριτές μέθοδοι εκτίμησης υπό την έννοια ότι λειτουργούν μειώνοντας την αρχική εκτίμηση προσανατολισμού κατά ακέραια πολλαπλάσια της αμετάβλητης διακριτικής γωνίας γ, με αποτέλεσμα αυθαίρετα επίλοιπα σφάλματα προσανατολισμού φ όπως ορίζονται από τα Λήμματα I και IV. Αυτός ο περιορισμός μπορεί να ιδωθεί ως μία έτερη Προκρούστεια ιδιότητα,<sup>1</sup> που αφορά σε δύο μεθόδους αυτή τη φορά, υπό την έννοια ότι το αρχικό σφάλμα προσανατολισμού  $|\theta - \hat{\theta}| \in \mathbb{R}_{\geq 0}$  τεμαχίζεται στην κλίνη  $K\gamma, K \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$ , στη βάση διακριτής και εξωτερικής λογικής:—το αρχικό σφάλμα προσαρμόζεται στη μέθοδο, αντί η μέθοδος να είναι προσαρμόσιμη στο αρχικό σφάλμα.

Επιπρόσθετα, σύμφωνα με τα Λήμματα I, II, και IV τα τελικά σφάλματα προσανατολισμού των τριών ως άνω μεθόδων εξαρτώνται από τον αμετάβλητο αριθμό των εκπεμπόμενων από τον φυσικό αισθητήρα απόστασης ακτίνων, ή, ισοδύναμα, από την αμετάβλητη διακριτική του γωνία γ. Το πεπερασμένο και αμετάβλητο των εκπεμπόμενων ακτίνων του φυσικού αισθητήρα, σε συνδυασμό με το αυθαίρετο του ρυθμού των αλλαγών του περιβάλλοντος (σχήμα 5.1), μπορούν να οδηγήσουν σε υποδειγματοληψία τμημάτων του περιβάλλοντος ή/και του χάρτη του, με συνέπεια τη μη βέλτιστη σύγκλιση της εκτίμησης προσανατολισμού.

Οι δύο παραπάνω παρατηρήσεις αφορούν στα σφάλματα στάσης της συνολικής μεθόδου ευθυγράμμισης, όχι μόνο λόγω των μη επιλύσιμων σφαλμάτων προσανατολισμού αυτών καθευατά, αλλά και λόγω της διάδοσής τους στην διαδεχόμενη της μεθόδου ευθυγράμμισης προσανατολισμού μέθοδο ευθυγράμμισης της θέσης (Παρατήρηση VIII): λόγω σύζευξης των δύο ειδών ευθυγράμμισης, η μέθοδος εκτίμησης θέσης απαιτεί επί της αρχής μηδενικά σφάλματα προσανατολισμού. Κατ' ελάχιστον, όμως, στην περίπτωση των δύο ως άνω Προκρούστειων μεθόδων, το τελικό σφάλμα προσανατολισμού τους μπορεί να έχει τιμή έως και  $\gamma/2$ . Για την επίλυση αυτού του προβλήματος εξετάζουμε δύο υποψήφιες μεθόδους, οι οποίες παρουσιάζονται στις επόμενες δύο ενότητες.

<sup>1</sup>Στη μυθολογία ο Πολυπήμων, γνωστότερος ως Προκρούστης, ήταν ένας απαγωγέας ξένων, και μάστιγα της Ιεράς Οδού της Αττικής. Αφού φιλοξενούσε τα θύματά του προστέροντάς τούς ένα πλούσιοπάροχο δείπνο, τα προσκαλούσε να ξαπλώσουν σε ένα κρεβάτι διαστάσεων τέτοιων που το ύψος του θύματος καλείτο να προσαρμοστεί στο μήκος του κρεβατιού, είτε μέσω τεμαχισμού του σώματός του, είτε μέσω τάνυσής του. Ο Πολυπήμων είχε την ατυχία να απαγάγει τον Θησέα, ο οποίος, άρτι αφιχθείς από τη δολοφονία του Μινώταυρου, τον τιμώρησε χρησιμοποιώντας την τεχνική του εναντίον τού.

### 7.2.5 Η μέθοδος του Πιτυοκάμπη Σίνι

Προτού εισάγουμε τη μέθοδο που ελαττώνει τα σφάλματα εκτίμησης προσανατολισμού που προτείνουμε, πρέπει να εξετάσουμε το λόγο για την πολυπλοκότητά και την επιτυχία της σε σχέση με την αφελή μέθοδο επιχείρησης ελάττωσης του σφάλματος εκτίμησης του προσανατολισμού, η οποία παρουσιάζεται στην παρούσα ενότητα.

Δεδομένων ότι

- το τελικό σφάλμα εκτίμησης προσανατολισμού των τριών ως άνω μεθόδων είναι αντιστρόφως ανάλογο του αριθμού εκπεμπομένων ακτίνων  $N_s$
- ο τελευταίος είναι αμετάβλητος όσο αφορά στον φυσικό αισθητήρα αποστάσεων (με την έννοια ότι δεν μπορεί να προσδώσει περισσότερες μετρήσεις από  $N_s = 2\pi/\gamma$ )
- ο τελευταίος είναι μεταβλητός όσο αφορά στον εικονικό αισθητήρα αποστάσεων (με την έννοια ότι, εφόσον οι εικονικές σαρώσεις είναι υπολογιστέες μέσω του χάρτη, μπορεί να υπολογιστεί ένας αυθαίρετος αριθμός εικονικών ακτίνων εντός του)

ένας αφελής τρόπος επίλυσης του προβλήματος ελάττωσης του σφάλματος προσανατολισμού συνίσταται στην αύξηση των εκπεμπόμενων ακτίνων

- του φυσικού αισθητήρα με την παρεμβολή των τιμών των ακτίνων της πραγματικής σάρωσης
- του εικονικού αισθητήρα με την δεσμοβολή ισάριθμων ακτίνων της πραγματικής σάρωσης εντός του χάρτη  $M$

Σε αυτή την περίπτωση η αύξηση του αριθμού των ακτίνων της πραγματικής σάρωσης μέσω παρεμβολής γίνεται με διχοτόμηση όλων των  $N_s$  γωνιών μεταξύ γειτονικών ακτίνων, και εισαγωγή ακτίνων σε γωνίες  $n\gamma + \gamma/2$ ,  $n = 0, 1, \dots, N_s - 1$ , των οποίων η αναφερόμενη απόσταση τίθεται σε  $\mathcal{S}_R'^{\text{interp}}[n] = \frac{1}{2}(\mathcal{S}_R[n] + \mathcal{S}_R[n + 1])$ , όπου  $\mathcal{S}_R[N_s] = \mathcal{S}_R[0]$ . Με αυτόν τον τρόπο η προκύπτουσα διακριτική γωνία καθίσταται  $\gamma' = \gamma/2$ . Αυτή διαδικασία μπορεί να επαναληφθεί περαιτέρω, έως ότου η τελική διακριτική γωνία φτάσει σε ένα αποδεκτά χαμηλό επίπεδο  $\gamma^{(\nu)} = \gamma/2^\nu$ ,  $\nu \in \mathbb{Z}_{>0}$ . Όσο αφορά στην εικονική σάρωση, δεδομένου ότι παράγεται από το χάρτη, δεν απαιτεί τη χρήση παρεμβολής—ο αριθμός των απαιτούμενων εικονικών ακτίνων  $N'_s$  καθορίζεται από το μέγεθος της πραγματικής σάρωσης:  $N'_s = 2^\nu N_s$ . Λόγω

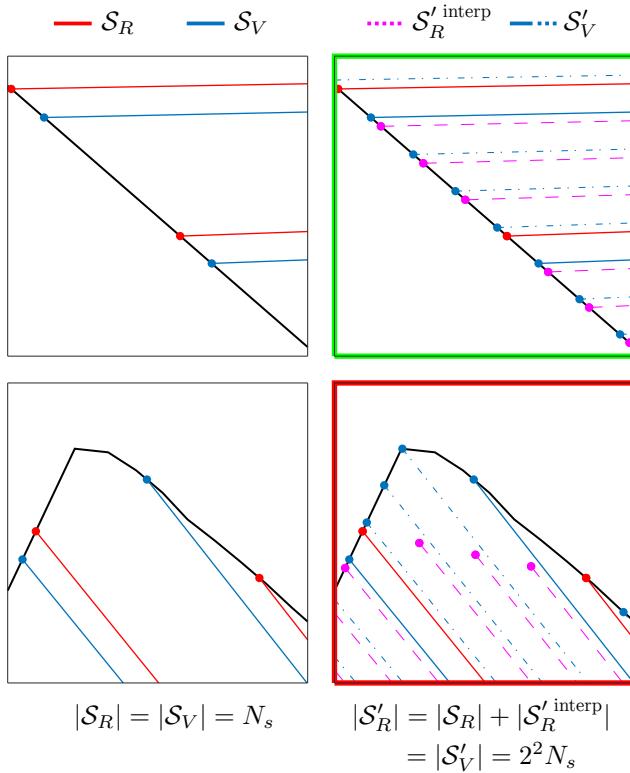
της χρήσης της τεχνικής διχοτόμησης ακτίνων ονομάζουμε αυτή τη μέθοδο ως μέθοδο του Πιτυοκάμπτη Σίνι.<sup>2</sup>

**Παρατήρηση XIII.** Κατά τη διάρκεια αυτής της μεθόδου ελάττωσης του σφάλματος προσανατολισμού η πραγματική σάρωση και ο χάρτης δειγματοληπτούνται με ρυθμό δειγματοληψίας  $2^N_s$ , με αποτέλεσμα μία πραγματική σάρωση και μία εικονική σάρωση, αποτελούμενες από  $2^N_s$  ακτίνες. Η διόρθωση προσανατολισμού εκτελείται μία φορά, και έχει ως αποτέλεσμα μία εκτίμηση προσανατολισμού.

Στο σχήμα 7.7 απεικονίζεται μία μεγέθυνση των δύο περιοχών του σχήματος 5.1 που περικλείονται σε κόκκινα και πράσινα πλαίσια. Η παραπάνω μεθοδολογία υπερδειγματοληψίας προσομοιώνει τέλεια τις επιπρόσθετες αποστάσεις που θα λάμβανε ένας αισθητήρας με  $2^N_s$  ακτίνες σε σχέση με έναν αισθητήρα  $N_s$  ακτίνων σε γραμμικά τμήματα του περιβάλλοντος (επάνω σειρά). Όμως, σε μη γραμμικά ή απότομα μεταβαλλόμενα τμήματα του περιβάλλοντος (κάτω σειρά), η μέθοδος παρεμβολής αστοχεί στην προσομοίωση των επιπρόσθετων αποστάσεων λόγω εισαγωγής σφαλμάτων απόστασης που οφείλονται στην επινόηση τεχνητών μετρήσεων. Το μέγεθος αυτών των σφαλμάτων εξαρτάται από το μέγεθος της διακριτικής γωνίας του αισθητήρα, τον ρυθμό υπερδειγματοληψίας, και το περιβάλλον ως ανεξάρτητη μεταβλητή.

Αυτό σημαίνει ότι η εισαγωγή παρεμβαλλόμενων ακτίνων έχει το αμετάβλητο και ακούσιο αποτέλεσμα η λύση να εισάγει τα δικά της σφάλματα στην επιζητούμενη εκτίμηση. Επιπλέον, αυτό το σφάλμα δεν μπορεί να ελεγχθεί, και, κατά συνέπεια, είναι αναγκαία εναλλακτική προσέγγιση λύσης του προβλήματος. Για του λόγου το αληθές, στο σχήμα 7.8 εκτίθεται το μέγεθος, η τυχαιότητα, και η αστάθεια αυτών των σφαλμάτων. Όπως και πριν απεικονίζονται οι αρχικές και τελικές συνθήκες ευθυγράμμισης προσανατολισμού για έναν αισθητήρα δισδιάστατων πανοραμικών σαρώσεων με  $\gamma = 2\pi/360$ , σε ένα μη δομημένο περιβάλλον του οποίου ο χάρτης το αναπαριστά τέλεια, ενώ οι μετρήσεις του αισθητήρα δεν διαταράσσονται από θόρυβο. Η μέθοδος του Πιτυοκάμπτη Σίνι εφαρμόζεται επί των μεύδων Fourier-Mellin μίας διάστασης (άνω) και Προκρούστη (κάτω). Εδώ ο βαθμός υπερδειγματοληψίας  $\nu$  έχει αρχική τιμή  $\nu = \nu_{min} = 0$  και αυξάνει διαδοχικά κάθε φορά που η εκτίμηση προσανατολισμού

<sup>2</sup>Ο Σίνις, επονομαζόμενος Πιτυοκάμπτης, ήταν γιος του Προκρούστη Πολυπήμωνος. Σε συνέχεια της γενεαλογίας του ο Σίνις απήγαγε ξένους, των οποίων τα όγκρα έδενε σε δύο λυγισμένα πεύκα (κεκαμμένες πιτύες) προτού αφήσει τα τελευταία να πάρουν τη φυσική τους κλίση, διχοτομώντας έτσι τα σώματά των θυμάτων του. Για κακή του τύχη εξοντώθηκε επίσης από τον Θησέα.



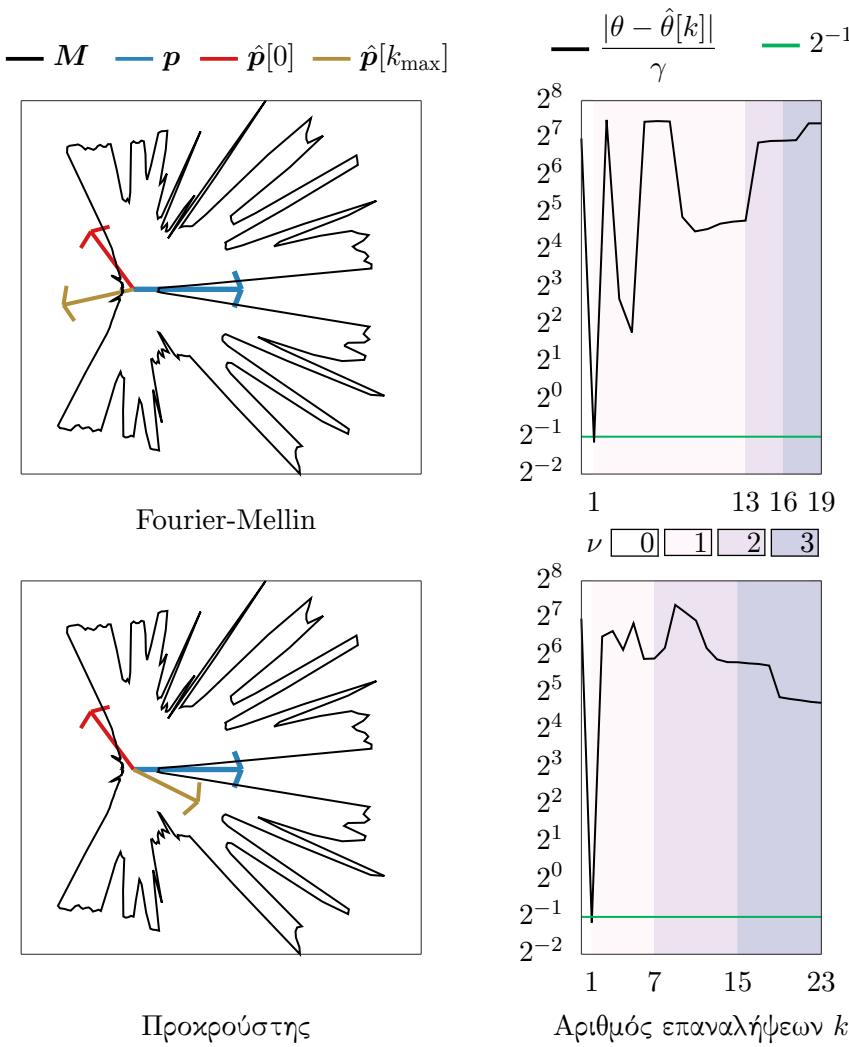
Σχήμα 7.7: Μεγέθυνση των δύο περιοχών που περικλείονται με κόκκινο και πράσινο χρώμα στο σχήμα 5.1. Οι κόκκινες γραμμές υποδηλώνουν ακτίνες της πραγματικής μέτρησης  $S_R$ . Οι μπλε γραμμές υποδηλώνουν ακτίνες της εικονικής μέτρησης  $S_V$ . Οι διακεκομένες φούξια γραμμές απεικονίζουν τις παρεμβαλλόμενες ακτίνες του πραγματικού αισθητήρα. Οι διακεκομένες μπλε γραμμές απεικονίζουν τις πρόσθετες ακτίνες του εικονικού αισθητήρα. Εδώ ο ρυθμός υπερδειγματοληψίας είναι  $\mu = 2^\nu$ ,  $\nu = 2$ . Τα σχήματα στην αριστερή πλευρά δείχνουν τις αρχικές σαρώσεις μεγέθους  $N_s$ . Τα δεξιά σχήματα δείχνουν την παρεμβαλλόμενη πραγματική σάρωση και την εικονική σάρωση ίσου μεγέθους  $N'_s = 2^\nu N_s$ . Η παρεμβολή των ακτίνων της πραγματικής σάρωσης είναι ακριβής σε γραμμικά τμήματα. Σε μη γραμμικά τμήματα, όμως, οι αποστάσεις των παρεμβαλλόμενων ακτίνων είναι αυθαίρετα λανθασμένες, και δεν μπορεί να διασφαλιστεί ότι το σφάλμα προσανατολισμού φράσσεται άνωθεν από την τιμή  $\gamma/2^{\nu+1}$ .

δεν εμφανίζει μεταβολή ως προς την προηγούμενη τιμή της πάνω από  $\gamma/2$  rad, έως ότου  $\nu = \nu_{\max} = 3$ .

Στην επόμενη ενότητα παρουσιάζουμε τη μέθοδο που, σε αντίθεση με τη μέθοδο του Πιτυοκάμπτη Σίνι, ελαττώνει το σφάλμα εκτίμησης προσανατολισμού με τρόπο ευσταθή, προβλεπόμενο, και αναλογικό ως προς το ρυθμό δειγματοληψίας  $\mu = 2^\nu$  του χάρτη  $M$ .

### 7.2.6 Η μέθοδος του Θησέα

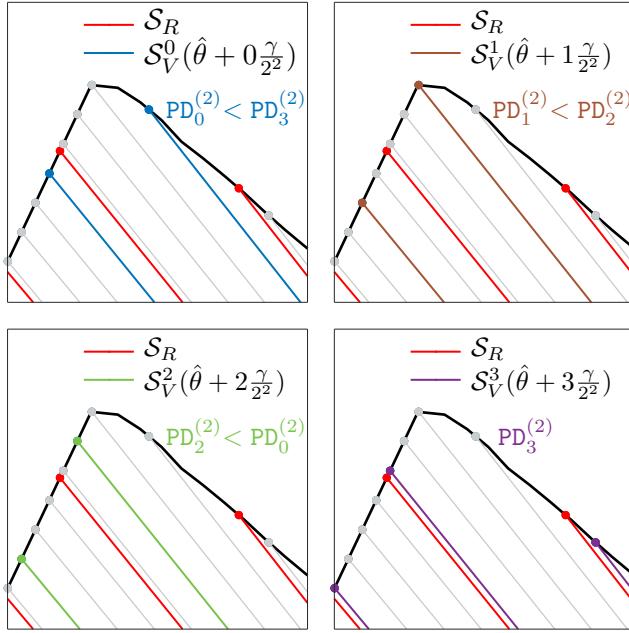
Από την παραπάνω ανάλυση γίνεται κατανοητό ότι οποιαδήποτε προσπάθεια μείωσης του σφάλματος εκτίμησης προσανατολισμού θα πρέπει να περιοριστεί από την απαγόρευση εφεύρεσης πραγματικών μετρήσεων. Στο σχήμα 7.9 απεικονίζεται η μεθοδολογία που εισάγουμε, η



Σχήμα 7.8: Η λανθασμένη προσέγγιση ελάττωσης του γωνιακού σφάλματος εκτίμησης της μεθόδου Πιτυοκάμπτη Σίνι για διαδοχική υπερδειγματοληψία βαθμών  $(\nu_{\min}, \nu_{\max}) = (0, 3)$ . Το σφάλμα εκτίμησης προσανατολισμού  $\phi^{(\nu)}$  φράσσεται από την ποσότητα  $\gamma/2^{1+\nu}$  μόνο στο τέλος του βήματος δειγματοληψίας  $\nu = 0$

οποία εγγυάται ότι το τελικό σφάλμα προσανατολισμού  $|\phi| \in [0, \gamma/2^{1+\nu}]$  στην περίπτωση που οι μετρήσεις του φυσικού αισθητήρα δεν διαταράσσονται από θόρυβο και ο χάρτης αναπαριστά το περιβάλλον τέλεια, για  $\nu = 2$  και  $\gamma = 2\pi/360$ .

Αντί της κατασκευής μίας εικονικής σάρωσης  $2^\nu N_s$  ακτίνων, και της εκτέλεσης διόρθωσης του προσανατολισμού μία φορά (Παρατήρηση XIII), το βέλτιστο σφάλμα προσανατολισμού  $|\phi| \in [0, \gamma/2^{1+\nu}]$  για έναν δεδομένο ρυθμό δειγματοληψίας  $\mu = 2^\nu$  και διαχριτική γωνία  $\gamma$  μπορεί να επιτευχθεί με τον υπολογισμό  $2^\nu$  εικονικών σαρώσεων μεγέθους  $N_s$ , εκτελώντας διόρθωση προσανατολισμού  $2^\nu$  φορές. Η διόρθωση προσανατολισμού πραγματοποιείται μία φορά μεταξύ της ανόθευτης πραγματικής σάρωσης και της εικονικής σάρωσης  $S_V^k$ , η οποία



Σχήμα 7.9: Μεγέθυνση της μη γραμμικής περιοχής που περικλείεται με κόκκινο χρώμα στο σχήμα 5.1. Οι κόκκινες γραμμές υποδηλώνουν ακτίνες της πραγματικής σάρωσης  $S_R$ . Οι μπλε, καφέ, πράσινες, και μωβ γραμμές υποδηλώνουν ακτίνες  $2^\nu = 2^2$  διαχριτών εικονικών σαρώσεων που λαμβάνονται από την εκτίμηση στάσης  $\hat{p}(x, y, \hat{\theta})$  σε  $\gamma/2^\nu$ ,  $\nu = 2$  γωνιακά βήματα, ξεκινώντας από τον εκτιμώμενο προσανατολισμό του αισθητήρα  $\hat{\theta}$ . Η εικονική σάρωση που συμβολίζεται με μωβ χρώμα σημειώνει την υψηλότερη τιμή της μετρικής Ποσοστού Διάχρισης (PD) μεταξύ όλων των  $2^\nu$  εικονικών σαρώσεων. Χρησιμοποιώντας τη μετρική PD και επιλέγοντας την εκτίμηση προσανατολισμού που αντιστοιχεί στην εικονική σάρωση με τη μέγιστη τιμή PD, το σφάλμα εκτίμησης προσανατολισμού φράσσεται εγγυημένα άνωθεν από την τιμή  $\gamma/2^{\nu+1}$  στην περίπτωση όπου οι μετρήσεις του φυσικού αισθητήρα δεν διαταράσσονται από θόρυβο και ο χάρτης αναπαριστά το περιβάλλον τέλεια

λαμβάνεται από τη στάση  $\hat{p}(x, y, \hat{\theta}_k)$ :

$$\hat{\theta}_k = \hat{\theta} + k \cdot \gamma/2^\nu, \quad k = 0, \dots, 2^\nu - 1 \quad (7.25)$$

για συνολικά  $2^\nu$  φορές, με αποτέλεσμα  $2^\nu$  εκτιμήσεις προσανατολισμού.

Όσο αφορά στις μεθόδους Fourier-Mellin μίας διάστασης και τη μέθοδο του Προκρούστη, η μετρική ευθυγράμμισης μεταξύ της  $k$ -οστής εικονικής σάρωσης και της πραγματικής σάρωσης υπολογίζεται σύμφωνα το Ποσοστό Διάχρισης (Percent Discrimination—PD). Η μετρική του Ποσοστού Διάχρισης για την  $k$ -οστή εικονική σάρωση  $PD_k \in [0, 1]$ , και είναι ανάλογη του βαθμού ευθυγράμμισης μεταξύ των σαρώσεων  $S_R$  και  $S_V^k$  για όλες τις  $2^\nu$  σαρώσεις  $S_V^k$ . Το Ποσοστό Διάχρισης ανάμεσα στην πραγματική μέτρηση  $S_R$  και την εικονική

σάρωση  $\mathcal{S}_V^k$  ορίζεται ως:

$$\text{PD}_k = \frac{2 \Phi(\Psi, \Omega_k)}{\Phi(\Psi, \Psi) + \Phi(\Omega_k, \Omega_k)} \quad (7.26)$$

Για τη μεν περίπτωση της μεθόδου Fourier-Mellin:  $\Phi = \max q$ , όπου  $q = \mathcal{F}^{-1}\{Q\}$ , με τον όρο  $Q$  να ορίζεται από την εξίσωση (7.1) με ορίσματα τα διανύσματα σαρώσεων εισόδου  $\Psi = \mathcal{S}_R$  και  $\Omega_k = \mathcal{S}_V^k$ .

Για τη δε περίπτωση της μεθόδου του Προκρούστη:  $\Phi = T$ , όπου  $T$  είναι το μέγιστο ίχνος με ορίσματα τους πίνακες  $\Psi = \mathbf{P}_R$  και  $\Omega_k = \mathbf{P}_{V_k}$  (Επακόλουθο V). Εδώ το σύνολο σημείων  $\mathbf{P}_R$  κατέχει τις συντεταγμένες των τελικών σημείων των ακτίνων της πραγματικής σάρωσης  $\mathcal{S}_R$  προβεβλημένες στο επίπεδο  $x - y$  από την αρχή  $\mathbf{O}(0, 0, 0)$  όπως προηγουμένως, και το σύνολο  $\mathbf{P}_{V_k}$  κατέχει τις συντεταγμένες των τελικών σημείων της  $k$ -οστής εικονικής σάρωσης, επίσης προβεβλημένες στο επίπεδο  $x - y$  από το  $\mathbf{O}$ .

Όσο αφορά στη μέθοδο Πρώτων Αρχών η σύγκριση ανάμεσα στις σαρώσεις  $\mathcal{S}_R$  και  $\mathcal{S}_V^k$  δεν είναι δόκιμη, καθώς αυτή αποτελεί μέθοδο συνεχούς χώρου, και συνεπώς δεν ορίζεται μετρική ευθυγράμμισης.

Έστω τώρα ότι  $k_{\max} \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$ :  $k_{\max} \in [0, 2^{\nu-1}]$  συμβολίζει το δείκτη της  $k$ -οστής εικονικής σάρωσης  $\mathcal{S}_V^{k_{\max}}$  που σημειώνει τον υψηλότερο δείκτη ευθυγράμμισης  $\text{PD}_k$ :  $\text{PD}_{k_{\max}} = \max\{\text{PD}_k\}$ . Έστω επίσης  $I \in \mathbb{Z}$  το ακέραιο πολλαπλάσιο κατά το οποίο εάν πολλαπλασιαστεί η διακριτική γωνία  $\gamma$  τότε η σάρωση  $\mathcal{S}_V^{k_{\max}}$  ευθυγραμμίζεται με την  $\mathcal{S}_R$  με τρόπο τέτοιο που παράγεται η μετρική ευθυγράμμισης  $\text{PD}_{k_{\max}}$ . Τότε εάν η εκτίμηση προσανατολισμού του αισθητήρα ενημερωθεί σε  $\hat{\theta}'$

$$\hat{\theta}' = \hat{\theta} + I \cdot \gamma + k_{\max} \cdot \frac{\gamma}{2^\nu} \quad (7.27)$$

το επίλοιπο σφάλμα εκτίμησης προσανατολισμού  $\phi$  φράσσεται από:

$$|\phi| = \mod(|\theta - \hat{\theta}'|, \gamma) \leq \frac{\gamma}{2^{1+\nu}} < \frac{\gamma}{2} \quad (7.28)$$

για  $\nu \in \mathbb{Z}_{>0}$ .

Ο στόχος (\*) επιτυγχάνεται με τη μέθοδο που εισαγάγαμε σε αυτή την ενότητα για

τη μέθοδο Fourier-Mellin μίας διάστασης (ενότητα 7.2.1) και τη μέθοδο του Προκρούστη (ενότητα 7.2.3) υπό τις προϋποθέσεις ότι (α)  $\mathbf{l} = \hat{\mathbf{l}}$ , (β) το αρχικό σφάλμα προσανατολισμού είναι  $|\theta - \hat{\theta}| > \gamma/2^{1+\nu}$  για δεδομένο βαθμό δειγματοληψίας  $\nu$ , (γ) οι μετρήσεις του φυσικού αισθητήρα δεν διαταράσσονται από θόρυβο, και (δ) ο χάρτης του περιβάλλοντος το αναπαριστά τέλεια.

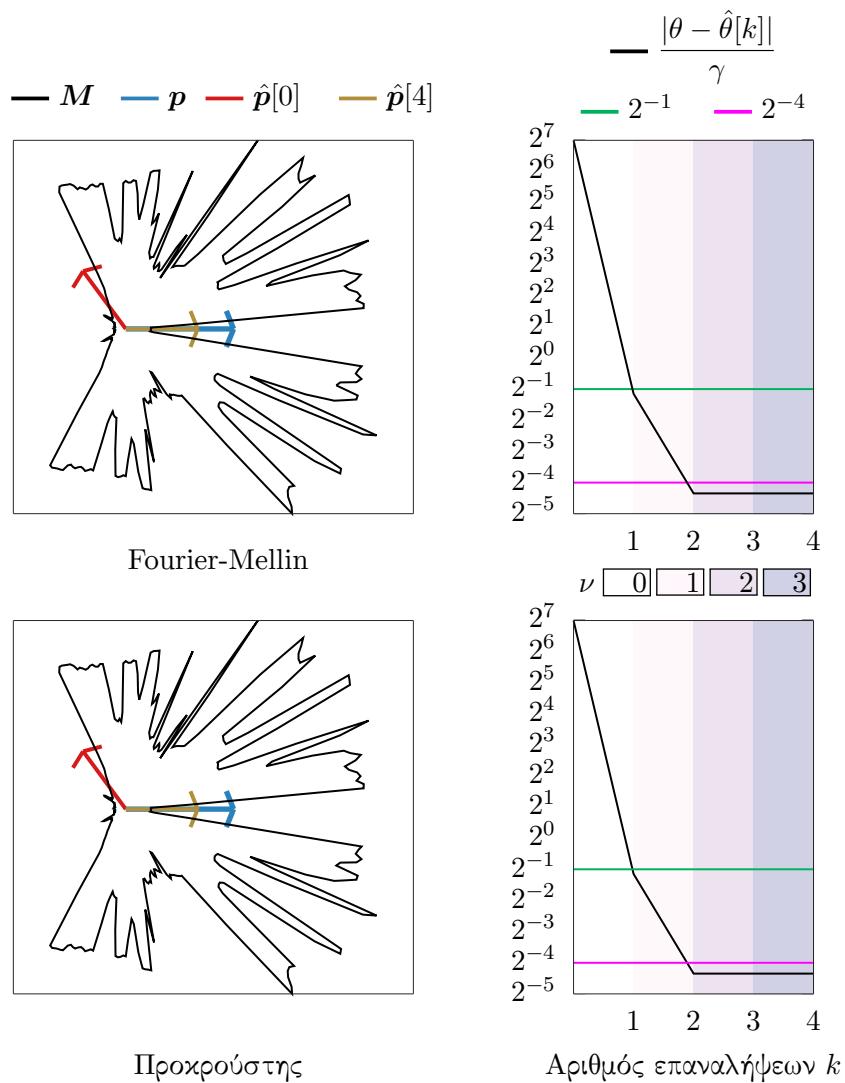
Στο σχήμα 7.10 απεικονίζονται οι ίδιες αρχικές συνθήκες με αυτές της διαμόρφωσης του σχήματος 7.8. Η ευθυγράμμιση προσανατολισμού εκτελείται και πάλι διαδοχικά για βαθμούς δειγματοληψίας του χάρτη  $M$  ( $\nu_{\min}, \nu_{\max}$ ) = (0, 3), αλλά αυτή τη φορά το σφάλμα εκτίμησης προσανατολισμού  $\phi^{(\nu)}$  φράσσεται στο τέλος κάθε βήματος δειγματοληψίας  $\nu$  από την ποσότητα  $\frac{\gamma}{2^{1+\nu}}$ . Στο σχήμα 7.11 απεικονίζεται ο μέσος χρόνος εκτέλεσης της μεθόδου Fourier-Mellin μίας διάστασης με χρήση της επιπρόσθετης μεθόδου του Θησέα για αυξανόμενο αριθμό ακτίνων  $N_s$  με βάση την ίδια διαμόρφωση.

Στο σχήμα 7.12 η άνω σειρά απεικονίζει τα πραγματικά δεδομένα Ποσοστών Διάκρισης και επίλοιπων σφαλμάτων των υποψήφιων προσανατολισμών ανά βαθμό δειγματοληψίας, τα οποία παρήχθησαν κατά την εφαρμογή της μεθόδου Θησέα επί των μεθόδων γωνιακής ευθυγράμμισης Fourier-Mellin και Προκρούστη που παρουσιάζονται στην εικόνα 7.10. Στην αριστερή πλευρά της κάτω σειράς απεικονίζεται σχηματικά η εξέλιξη της ημίσειας κατάτμησης του επίλοιπου σφαλματος προσανατολισμού ανά βαθμό δειγματοληψίας, και στη δεξιά το Ποσοστό Διάκρισης που αντιστοιχεί σε κάθε σφάλμα. Συγκεκριμένα, με γκρι χρώμα σημειώνεται η μετρική που εμφανίζει τη μέγιστη τιμή ανάμεσα σε όλες εκείνες του ίδιου βαθμού δειγματοληψίας. Αντιπαραβάλλοντας αυτές με τα δεδομένα της δεξιάς στήλης της άνω σειράς και στη συνέχεια αυτά με εκείνα της αριστερής στήλης της ίδιας σειράς παρατηρούμε ότι τα ελάχιστα επίλοιπα σφαλματα εμφανίζουν τα μέγιστα ποσοστά διάκρισης, σε συνέπεια με την εξίσωση (7.28) και την ανάλυση της παρούσας ενότητας.

Ο Αλγόριθμος IX παρουσιάζει τη μέθοδο διόρθωσης προσανατολισμού που προτείνουμε σε μορφή ψευδοκώδικα, για ορίσματα  $rc = \{rc\_fm, rc\_uf\}$  (Αλγόριθμοι V και VII).

### 7.2.7 Περιορισμοί και ιδιότητες υπό γενικές συνθήκες

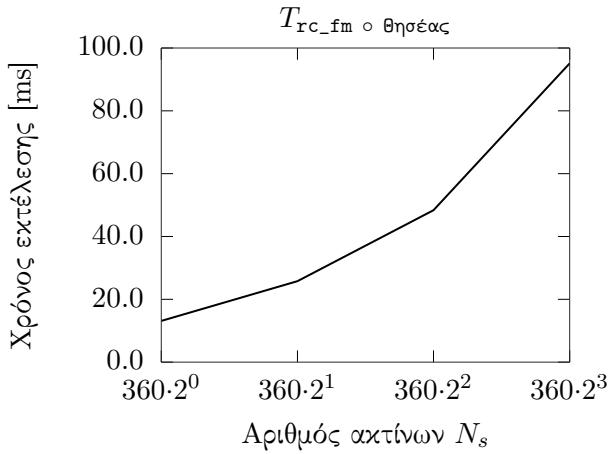
Οι μέθοδοι εκτίμησης του προσανατολισμού της στάσης  $\hat{\mathbf{r}}$  που παρουσιάστηκαν στις προηγούμενες ενότητες εμφανίζουν σε πραγματικές συνθήκες—δηλαδή σε συνθήκες μη σύμπτωσης της πραγματικής με την εκτιμώμενη θέση, διαταραχών των μετρήσεων του φυσικού



**Σχήμα 7.10:** Η ορθή προσέγγιση ελάττωσης του γωνιακού σφάλματος εκτίμησης της μεθόδου Θησέα για διαδοχική υπερδειγματοληψία βαθμών  $(\nu_{\min}, \nu_{\max}) = (0, 3)$ . Το σφάλμα εκτίμησης προσανατολισμού  $\phi^{(\nu)}$  των δύο μεθόδων φράσσεται στο τέλος κάθε βήματος δειγματοληψίας  $\nu$  από την ποσότητα  $\gamma/2^{1+\nu}$ .

αισθητήρα, και διαφυγάς του χάρτη ως προς το περιβάλλον που αναπαριστά—διαφορετική συμπεριφορά ως προς τις ιδεατές συνθήκες που παρουσιάσθηκαν μέχρι σε αυτό το σημείο, και λόγω αυτής της διαφοράς επιφέρονται περιορισμοί ως προς το σφάλμα της τελικής τους εκτίμησης.

Η μέθοδος Πρώτων Αρχών (ενότητα 7.2.2) πάσχει σε γενικές συνθήκες από δύο αιτίες. Η πρώτη αφορά στο σφάλμα εκτίμησής της σε συνθήκες μη σύμπτωσης της εκτίμησης θέσης με την πραγματική θέση. Το αριστερό γράφημα του σχήματος 7.13 απεικονίζει το σφάλμα



Σχήμα 7.11: Μέσος χρόνος εκτέλεσης της μεθόδου Fourier-Mellin μίας διάστασης με χρήση της μεθόδου του Θησέα για  $(\nu_{\min}, \nu_{\max}) = (0, 3)$ , για αυξανόμενο αριθμό ακτίνων  $N_s$

---

### Αλγόριθμος IX rc\_thesaurus

---

**Input:**  $\text{rc}$ ,  $M$ ,  $S_R$ ,  $\hat{p}(x, y, \hat{\theta})$ ,  $\gamma$ ,  $N_s$ ,  $\nu$

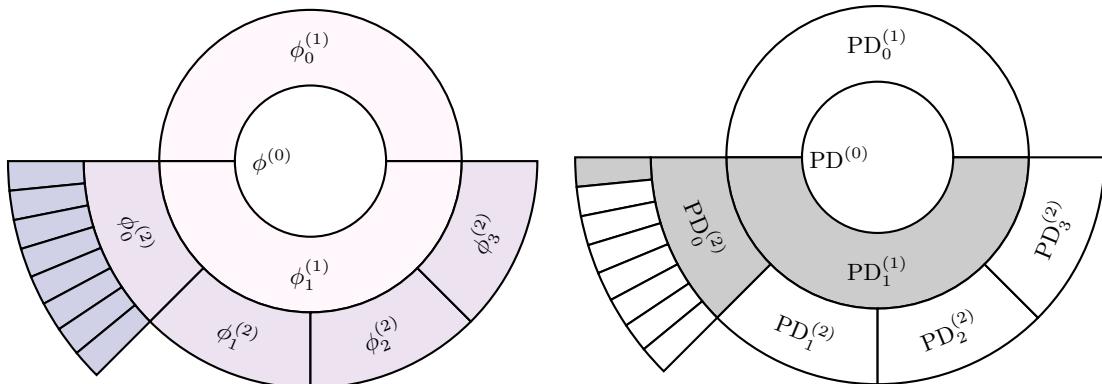
**Output:**  $\hat{\theta}'$

- 1:  $(\hat{\Theta}, \text{PD}) \leftarrow \text{rc_thesaurus\_core}(\text{rc}, M, S_R, \hat{p}(x, y, \hat{\theta}), \gamma, N_s, \nu)$  (Αλγόριθμος X)
  - 2:  $k_{\max} \leftarrow \arg \max \text{PD}$
  - 3:  $\hat{\theta}' \leftarrow \hat{\Theta}[k_{\max}]$
  - 4: **return**  $\hat{\theta}'$
- 

εκτίμησης προσανατολισμού για αυτή την περίπτωση με κίτρινο και μαύρο χρώμα, και με γκρι την περίπτωση όπου η εκτίμηση θέσης και η πραγματική θέση είναι ίσες.

Επιπρόσθετα, η μέθοδος Πρώτων Αρχών εμφανίζει μη προβλέψιμη και ασταθή συμπεριφορά όταν ο χάρτης του περιβάλλοντος δεν το αναπαριστά τέλεια. Στο σχήμα 7.14 απεικονίζεται το μέσο σφάλμα προσανατολισμού της μεθόδου Πρώτων Αρχών και η τυπική του απόκλιση σε εκατό επαναλήψεις πειραμάτων με ένα σύνολο δεδομένων 778 περιβαλλόντων και χαρτών. Στο αριστερό σχήμα ο χάρτης αναπαριστά στην εντέλεια το περιβάλλον, σε αντίθεση με το δεξιό σχήμα, στο οποίο ο χάρτης είναι διεφυλαρμένος. Εδώ παρατηρούμε ότι ενώ στην πρώτη περίπτωση το σφάλμα προσανατολισμού αυξάνεται με συνέπεια για αυξανόμενο επίπεδο διαταραχών και μειώνεται με συνέπεια για αυξανόμενο αριθμό εκπεμπόμενων ακτίνων, στη δεύτερη δεν εμφανίζει καμία συνέπεια. Ταυτόχρονα παρατηρούμε τον μεγαλύτερο περιορισμό της μεθόδου, ήτοι την αδιαφορία του σφάλματος ως προς τον αριθμό εκπεμπόμενων ακτίνων όταν ο χάρτης δεν αναπαριστά τέλεια το περιβάλλον, η οποία είναι η γενική περίπτωση.

|                                                     |                                                      |
|-----------------------------------------------------|------------------------------------------------------|
| $ \phi^{(0)} /\frac{\gamma}{2^0} = 0.45 < 2^{-1}$   | $\text{PD}^{(0)} = 0.99101$                          |
| $ \phi_0^{(1)} /\frac{\gamma}{2^1} = 0.45$          | $\text{PD}_0^{(1)} = 0.99101$                        |
| $ \phi_1^{(1)} /\frac{\gamma}{2^1} = 0.22 < 2^{-1}$ | $\text{PD}_1^{(1)} = 0.99986 \geq \text{PD}_*^{(1)}$ |
| $ \phi_0^{(2)} /\frac{\gamma}{2^2} = 0.19 < 2^{-1}$ | $\text{PD}_0^{(2)} = 0.99986 \geq \text{PD}_*^{(2)}$ |
| $ \phi_0^{(3)} /\frac{\gamma}{2^3} = 0.39 < 2^{-1}$ | $\text{PD}_0^{(3)} = 0.99986 \geq \text{PD}_*^{(3)}$ |
| $ \phi_1^{(3)} /\frac{\gamma}{2^3} = 1.39$          | $\text{PD}_1^{(3)} = 0.99721$                        |
| $ \phi_2^{(3)} /\frac{\gamma}{2^3} = 2.39$          | $\text{PD}_2^{(3)} = 0.98130$                        |
| $ \phi_3^{(3)} /\frac{\gamma}{2^3} = 3.39$          | $\text{PD}_3^{(3)} = 0.98516$                        |
| $ \phi_4^{(3)} /\frac{\gamma}{2^3} = 3.60$          | $\text{PD}_4^{(3)} = 0.99101$                        |
| $ \phi_5^{(3)} /\frac{\gamma}{2^3} = 2.60$          | $\text{PD}_5^{(3)} = 0.99575$                        |
| $ \phi_6^{(3)} /\frac{\gamma}{2^3} = 1.60$          | $\text{PD}_6^{(3)} = 0.99835$                        |
| $ \phi_7^{(3)} /\frac{\gamma}{2^3} = 0.60$          | $\text{PD}_7^{(3)} = 0.99973$                        |
| $ \phi_1^{(2)} /\frac{\gamma}{2^2} = 1.195$         | $\text{PD}_1^{(2)} = 0.98130$                        |
| $ \phi_2^{(2)} /\frac{\gamma}{2^2} = 1.80$          | $\text{PD}_2^{(2)} = 0.99101$                        |
| $ \phi_3^{(2)} /\frac{\gamma}{2^2} = 0.80$          | $\text{PD}_3^{(2)} = 0.99835$                        |



Σχήμα 7.12: Τα πραγματικά δεδομένα Ποσοστών Διάκρισης  $\text{PD}_{0:2^\nu-1}^{(\nu)}$  και επίλοιπων σφαλμάτων  $\phi_{0:2^\nu-1}^{(\nu)}$  των υποψήφιων προσανατολισμών που αφορούν στα επίπεδα δειγματοληψίας  $\nu$ , τα οποία προέκυψαν κατά την εφαρμογή της μεθόδου Θησέα επί των μεθόδων γωνιακής ευθυγράμμισης Fourier-Mellin και Προορούστη που παρουσιάζονται στην εικόνα 7.10. Η κάτω σειρά απεικονίζει σχηματικά: στα αριστερά την αναδρομική εξέλιξη της κατάτμησης του αρχικού επίλοιπου σφάλματος  $\phi^{(0)}$  σε ημίσεια σφάλματα, και στα δεξιά τα αντιστοιχούντα μέγιστα ποσοστά διάκρισης ανά βαθμό δειγματοληψίας. Παρατηρήστε πως υπάρχει ευθεία αντιστοιχία του μέγιστου ποσοστού ποσοστού διάκρισης (γκρι) με το ελάχιστο επίλοιπο σφάλμα προσανατολισμού

---

**Αλγόριθμος X rc\_theseus\_core**

---

**Input:**  $\text{rc}$ ,  $M$ ,  $\mathcal{S}_R$ ,  $\hat{p}(x, y, \hat{\theta})$ ,  $\gamma$ ,  $N_s$ ,  $\nu$ **Output:**  $\hat{\Theta}$ , PD

```

1:  $\hat{\Theta}, \text{PD} \leftarrow \{\emptyset\}$ 
2: for  $k = 0 : 2^\nu - 1$  do
3:    $\hat{p}_k \leftarrow (x, y, \hat{\theta} + k \cdot \gamma / 2^\nu)$ 
4:    $\mathcal{S}_V^k \leftarrow \text{scan\_map}(M, \hat{p}_k, N_s)$  (Αλγόριθμος XI)
5:    $(\hat{\theta}', w_k) \leftarrow \text{rc}(\mathcal{S}_R, \mathcal{S}_V^k, \hat{p}_k, \gamma)$ 
6:   append  $\hat{\theta}_k = \hat{\theta}' + k \cdot \gamma / 2^\nu$  to  $\hat{\Theta}$ 
7:    $(\cdot, w_k^R) \leftarrow \text{rc}(\mathcal{S}_R, \mathcal{S}_R, \hat{p}_k, \gamma)$ 
8:    $(\cdot, w_k^V) \leftarrow \text{rc}(\mathcal{S}_V^k, \mathcal{S}_V^k, \hat{p}_k, \gamma)$ 
9:   append  $\frac{2w_k}{w_k^R + w_k^V}$  to  $\text{PD}$ 
10:   $k \leftarrow k + 1$ 
11: end for
12: return  $(\hat{\Theta}, \text{PD})$ 

```

---

**Αλγόριθμος XI scan\_map**

---

**Input:**  $M, p(x, y, \theta), N_s$ **Output:**  $\mathcal{S}_V$ 

```

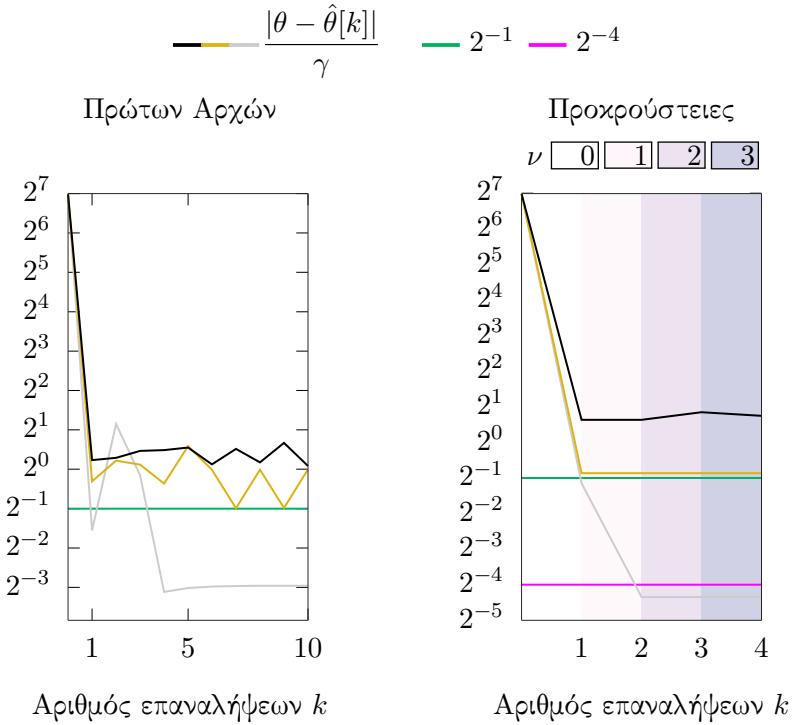
1:  $\mathcal{S}_V \leftarrow \{\emptyset\}$ 
2: for  $n = 0 : N_s - 1$  do
3:    $\lambda_n \leftarrow -\pi + \frac{2\pi}{N_s}n$ 
4:    $\theta_n \leftarrow \lambda_n + \hat{\theta}$ 
5:    $(x_n, y_n) \leftarrow \text{intersect}(M, (x, y, \theta_n))$ 
6:    $d_n \leftarrow \|(x - x_n, y - y_n)\|_2$ 
7:   append  $(d_n, \lambda_n)$  to  $\mathcal{S}_V$ 
8: end for
9: return  $\mathcal{S}_V$ 

```

---

Αυτή η ιδιότητα είναι κρίσιμη γιατί η μέθοδος λειτουργεί στον συνεχή γωνιακό χώρο και, σε αντίθεση με τις Προκρούστειες μεθόδους των ενοτήτων 7.2.1 και 7.2.3, δεν είναι δυνατή η εφαρμογή εσωτερικής μεθόδου επιπρόσθετης μείωσης των σφαλμάτων της, όπως η μέθοδος του Θησέα.

Οι μέθοδοι διακριτού χώρου Fourier-Mellin και Προκρούστη, με και δίχως τη χρήση της

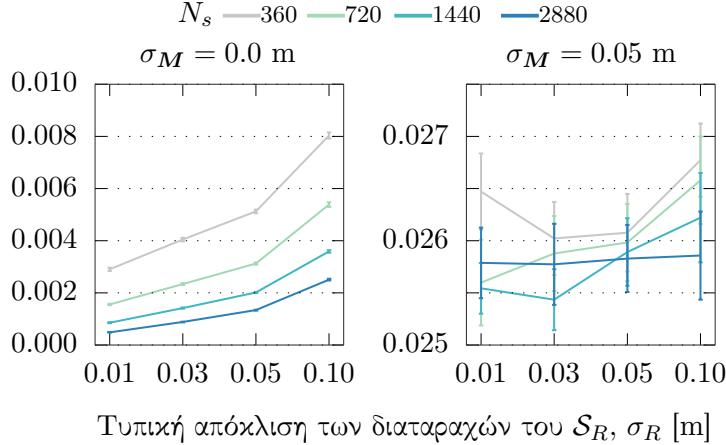


**Σχήμα 7.13:** Τα αποτελέσματα των ίδιων πειραμάτων με αυτά που εκτίθενται στα σχήματα 7.4 (στα αριστερά στο παρόν σχήμα) και 7.10 (δεξιά), για την ίδια εκτίμηση στάσης, μετατοπισμένη όμως κατά  $-0.06$  m (χίτρινο χρώμα) και  $-0.12$  m (μαύρο) στον οριζόντιο άξονα. Στο αριστερό γράφημα παρατηρούμε πως σε περίπτωση μη σύμπτωσης της εκτίμησης θέσης με την πραγματική θέση το μέτρο του σφάλματος εκτίμησης προσανατολισμού της μεθόδου Πρώτων Αρχών είναι σημαντικά αυξημένο σε σχέση με αυτό της ειδικής περίπτωσης του αρχικού πειράματος (γκρι). Στο δεξιό γράφημα παρατηρούμε πως στην ίδια περίπτωση το μέτρο του σφάλματος εκτίμησης προσανατολισμού των Προκρούστειων μεθόδων δεν ήταν δυνατό να μειωθεί λιγότερο από  $\gamma/2$  για κανένα βαθμό δειγματοληψίας, σε αντίθεση με την περίπτωση σύμπτωσης θέσεων (γκρι)

μεθόδου του Θησέα, επηρεάζονται από διαφορετικά προβλήματα που αναδύονται στη γενική περίπτωση, η οποία αφορά εδώ συγκεκριμένα στη γενική συνυθήκη όπου η εκτίμηση θέσης δεν συμπίπτει με την πραγματική θέση. Όσο αφορά στην πρώτη περίπτωση (δίχως τη χρήση της μεθόδου του Θησέα), το σφάλμα εκτίμησης προσανατολισμού δεν είναι δυνατό να μειωθεί κάτω από  $\gamma/2$  σε ένα βήμα λόγω του γεγονότος ότι από διαφορετικές θέσεις είναι ορατά διαφορετικά σημεία του περιβάλλοντος και του χάρτη, με συνέπεια μεγαλύτερη αναντιστοιχία μεταξύ των σαρώσεων εισόδου, όπως ακριβώς και στην περίπτωση της μεθόδου Πρώτων Αρχών. Αυτός ο περιορισμός εκτίθεται στο δεξιό γράφημα του σχήματος 7.13.

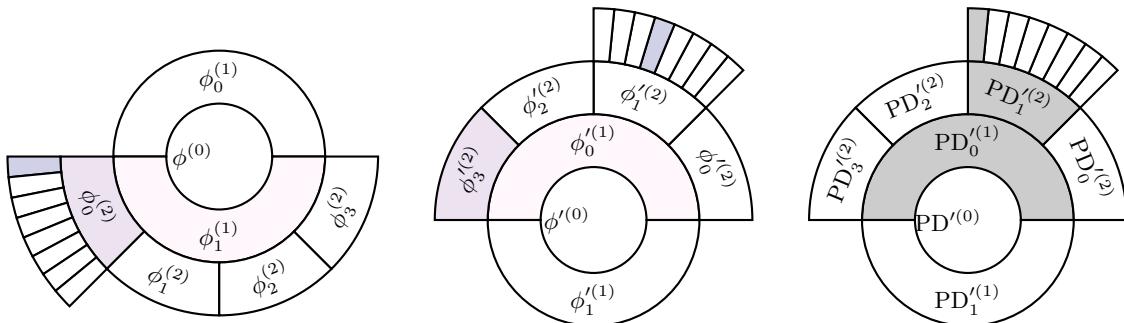
Στη δεύτερη περίπτωση, όταν δηλαδή χρησιμοποιείται η μέθοδος του Θησέα για την περαιτέρω μείωση του σφάλματος προσανατολισμού, το αναδυόμενο πρόβλημα είναι μεγαλύτερης βαρύτητας διότι η μη σύμπτωση των δύο θέσεων διαταράσσει την ευθεία αντιστοιχία ανάμεσα

Μέσο σφάλμα προσανατολισμού [rad],  $\bar{\delta}_\theta = \pi$  rad



Σχήμα 7.14: Μέσο σφάλμα προσανατολισμού της μεθόδου Πρώτων Αρχών και η τυπική του απόκλιση σε εκατό πειράματα, όπου το αρχικό σφάλμα προσανατολισμού  $\Delta\theta = \theta - \hat{\theta}$  εξήχθη από ομοιόμορφη κατανομή  $\Delta\theta \in U(-\bar{\delta}_\theta, +\bar{\delta}_\theta)$ , όπου  $\bar{\delta}_\theta = \pi$ . Τα δύο σχήματα απεικονίζουν τα σφάλματα προσανατολισμού για αυξανόμενη τυπική απόκλιση  $\sigma_R$  των κανονικά κατανεμημένων και μηδενικής μέσης τιμής διαταραχών της πραγματικής σάφωσης  $S_R$ ,  $\sigma_R \in \{0.01, 0.03, 0.05, 0.10\}$  m, και αυξανόμενο αριθμό εκπεμπόμενων ακτίνων  $N_s$ . Στο αριστερό σχήμα ο χάρτης αναπαριστά στην εντέλεια το περιβάλλον, σε αντίθεση με το δεξιό σχήμα, στο οποίο ο χάρτης είναι διεφθαρμένος

στις αύξουσες τιμές του Ποσοστού Διάκρισης των σφαλμάτων προσανατολισμού και τα φύτνοντα μέτρα των τελευταίων. Με άλλα λόγια, στη γενική περίπτωση, όπου η εκτίμηση θέσης δεν ισούται με την πραγματική θέση, το υψηλότερο Ποσοστό Διάκρισης δεν αντιστοιχεί στο ελάχιστο σφάλμα προσανατολισμού. Αυτό το πρόβλημα εκτίθεται στο σχήμα 7.15.



Σχήμα 7.15: Στα αριστερά παρατίθεται η βέλτιστη πορεία κατάτμησης του αρχικού επίλοιπου σφάλματος (σχήμα 7.12). Στη μέση παρατίθεται η κατάτμηση των επίλοιπων σφαλμάτων προσανατολισμού ανά βαθμό δειγματοληψίας  $\nu$  με βάση τη μέθοδο του Θησέα στο πείραμα που αφορά στο δεξί γράφημα του σχήματος 7.13, και με χρώμα τα πραγματικά ελάχιστα σφάλματα. Στα δεξιά παρατίθενται με γκρι τα αντιστοιχούντα μέγιστα ποσοστά διάκρισης ανά βαθμό δειγματοληψίας. Παρατηρήστε πως πλέον, όχι μόνο δεν υφίσταται ευθεία αντιστοιχία του μέγιστου ποσοστού διάκρισης με το ελάχιστο επίλοιπο σφάλμα προσανατολισμού, αλλά και τα τελευταία δεν αντιστοιχούν στα βέλτιστα σφάλματα προσανατολισμού του αριστερού γραφήματος

Κατά συνέπεια ανακεφαλαιώνουμε τους περιορισμούς των μεθόδων εκτίμησης προσανατολισμού στις εξής παρατηρήσεις:

**Παρατήρηση XIV.** Χωρίς βλάβη της γενικότητας, μετά την εφαρμογή των μεθόδων εκτίμησης προσανατολισμού Πρώτων Αρχών, Fourier-Mellin, και Προκρούστη, το σφάλμα εκτίμησης προσανατολισμού είναι ανάλογο του σφάλματος θέσης.

**Παρατήρηση XV.** Στη μέθοδο Πρώτων Αρχών είναι αδόκιμη η εφαρμογή μεθόδου υπερδειγματοληψίας του χάρτη και εσωτερικής ιεράρχησης των σφαλμάτων προσανατολισμού—σε αντιστοιχία με τη μέθοδο του Θησέα—για την περαιτέρω μείωση του σφάλματος προσανατολισμού, λόγω της συνεχούς φύσεώς της.

**Παρατήρηση XVI.** Επιπρόσθετα, ακόμα και να ήταν δυνατή η εφαρμογή τέτοιας μεθόδου, η μη φθίνουσα σχέση του σφάλματος εκτίμησης προσανατολισμού με τον αύξοντα βαθμό δειγματοληψίας στη γενική συνθήκη όπου ο χάρτης του περιβάλλοντος δεν το αναπαριστά τέλεια θα καθιστούσε οποιαδήποτε εσωτερική σύγκριση πρακτικά αδιάφορη.

**Παρατήρηση XVII.** Υπό γενικές συνθήκες, στις Προκρούστεις μεθόδους με εφαρμογή της μεθόδου του Θησέα η εσωτερική σύγκριση μεταξύ των τιμών της μετρικής του Ποσοστού Διάκρισης οδηγεί σε μη βέλτιστα σφάλματα προσανατολισμού, ακόμα και όταν ο χάρτης αναπαριστά το περιβάλλον τέλεια και ο αισθητήρας σαρώσεων δεν επηρεάζεται από διαταραχές.

Κατά συνέπεια, υπό γενικές συνθήκες, λόγω των παραπάνω διαπιστώσεων είναι αναγκαία η εφεύρεση επιπρόσθετων μεθόδων, και εξωτερικών ως προς τις παραπάνω προσεγγίσεις για τη σύγκλιση στο βέλτιστο κατά περίπτωση σφάλμα προσανατολισμού.

## 7.3 Μεθοδολογία ευθυγράμμισης θέσης

Έστω τώρα το αντίστροφο ως προς την προηγούμενη ενότητα πρόβλημα: έστω ότι η πραγματική και η εκτιμώμενη στάση είναι ίσες ως προς τον προσανατολισμό  $\hat{\theta} = \theta$ , αλλά άνισες ως προς τη θέση  $\hat{l} \neq l$ .

### 7.3.1 Η μέθοδος Πρώτων Αρχών

Εάν ο χάρτης αναπαριστά το περιβάλλον τέλεια και ο φυσικός αισθητήρας αναφέρει μετρήσεις χωρίς διαταραχές, τότε η εκτίμηση της θέσης του αισθητήρα μπορεί να οδηγηθεί

αυθαίρετα κοντά στην πραγματική θέση. Σε πραγματικές συνθήκες, όταν οι ακτίνες των πραγματικών σαρώσεων ή/και των εικονικών σαρώσεων αλλοιώνονται από προσθετικό θόρυβο πεπερασμένου μέγιστου μέτρου, η εκτίμηση θέσης μπορεί να φραχθεί σε μια γειτονιά της πραγματικής θέσης του αισθητήρα. Το Θεώρημα I τυποποιεί αυτή τη δήλωση [Fil22].

**Θεώρημα I.** Έστω ότι ισχύουν οι υποθέσεις του Προβλήματος ΙΙ3, και ότι  $\hat{\theta} = \theta$ .

Έστω επίσης ότι η εικονική σάρωση  $\mathcal{S}_V$  που συλλαμβάνεται από τη στάση  $\hat{\mathbf{p}}$  εντός του χάρτη  $M$  συμβολίζεται με  $\mathcal{S}_V|_{\hat{\mathbf{p}}}$ . Έστω ακόμα ότι οι δισδιάστατες σαρώσεις  $\mathcal{S}_R$  και  $\mathcal{S}_V$  είναι απαλλαγμένες από διαταραχές, δηλαδή ότι οι αποστάσεις που καταγράφουν οι ακτίνες της πραγματικής σάρωσης προς τα γύρω του εμπόδια αντιστοιχούν στις πραγματικές αποστάσεις του αισθητήρα από τα εν λόγω εμπόδια, και ότι ο χάρτης του περιβάλλοντος το αναπαριστά τέλεια. Αντιμετωπίζοντας την εκτίμηση της θέσης του αισθητήρα ως μεταβλητή κατάστασης  $\hat{\mathbf{l}}[k] = [\hat{x}[k], \hat{y}[k]]^\top$  και ενημερώνοντάς την σύμφωνα με την εξίσωση διαφορών

$$\hat{\mathbf{l}}[k+1] = \hat{\mathbf{l}}[k] + \mathbf{u}[k] \quad (7.29)$$

όπου  $\hat{\mathbf{l}}[0] = \hat{\mathbf{l}} = [\hat{x}, \hat{y}]^\top$ , (δηλαδή η παρεχόμενη αρχική εκτίμηση της θέσης),  $\mathbf{u}$  είναι ένα διάνυσμα διαστάσεων  $2 \times 1$  που στο εξής θα αναφέρεται ως διάνυσμα ελέγχου:

$$\mathbf{u}[k] = \frac{1}{N_s} \begin{bmatrix} \cos \hat{\theta} & \sin \hat{\theta} \\ \sin \hat{\theta} & -\cos \hat{\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{1,r}(\mathcal{S}_R, \mathcal{S}_V|_{\hat{\mathbf{p}}[k]}) \\ X_{1,i}(\mathcal{S}_R, \mathcal{S}_V|_{\hat{\mathbf{p}}[k]}) \end{bmatrix} \quad (7.30)$$

όπου  $X_{1,r}(\cdot)$  και  $X_{1,i}(\cdot)$  είναι, αντίστοιχα, το πραγματικό και φανταστικό μέρος της μιγαδικής ποσότητας  $X_1$ :

$$\begin{aligned} X_1(\mathcal{S}_R, \mathcal{S}_V|_{\hat{\mathbf{p}}[k]}) &= X_{1,r}(\mathcal{S}_R, \mathcal{S}_V|_{\hat{\mathbf{p}}[k]}) + i \cdot X_{1,i}(\mathcal{S}_R, \mathcal{S}_V|_{\hat{\mathbf{p}}[k]}) \\ &= \sum_{n=0}^{N_s-1} (\mathcal{S}_R[n] - \mathcal{S}_V[n]|_{\hat{\mathbf{p}}[k]}) \cdot e^{-i \frac{2\pi n}{N_s}} \end{aligned} \quad (7.31)$$

όπου  $\mathcal{S}_R[n]$  και  $\mathcal{S}_V[n]|_{\hat{\mathbf{p}}[k]}$  είναι, αντίστοιχα, οι αναφερόμενες αποστάσεις της  $n$ -οστής ακτίνας της πραγματικής  $\mathcal{S}_R$  και εικονικής σάρωσης  $\mathcal{S}_V|_{\hat{\mathbf{p}}[k]}$ , και  $\hat{\mathbf{p}}[k] = (\hat{\mathbf{l}}[k], \hat{\theta})$ —τότε

η εκτίμηση θέσης  $\hat{\mathbf{l}}[k]$  συγκλίνει ομοιόμορφα ασυμπτωτικά στην πραγματική θέση  $\mathbf{l}$  καθώς  $k \rightarrow \infty$ .

**Επακόλουθο VII.** Μια λύση που ικανοποιεί το στόχο (\*) είναι αυστηρά εγγυημένη για κάθε αρχική θέση  $\hat{\mathbf{l}}[0]$  στην περίπτωση που οι μετρήσεις του φυσικού αισθητήρα δεν φέρουν διαταραχές και ο χάρτης  $M$  δεν είναι διεφθαρμένος ως προς το περιβάλλον που αναπαριστά.

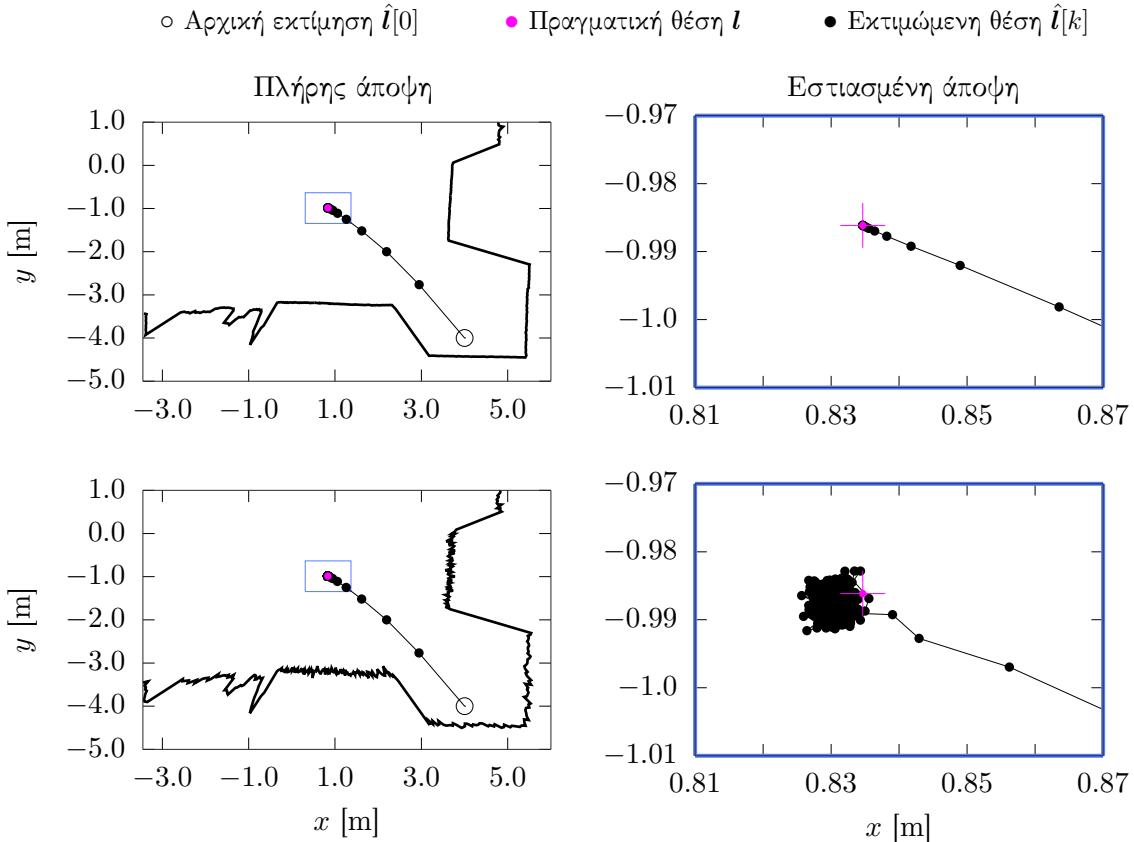
Στην πράξη το σύστημα ελέγχου (7.29, 7.30) αφήνεται να επαναληφθεί είτε έως ότου το μέτρο του διανύσματος ελέγχου  $u[k]$  φτάσει σε ένα επαρκώς μικρό μέγεθος  $\|u[k]\|_2 < \varepsilon_u$ , όπου  $\varepsilon_u$  είναι επαρκώς μικρό—π.χ.  $\varepsilon_u < 10^{-3}$ —ή για  $I_T > 0$  επαναλήψεις (ένα αρκετά μεγάλο, εξωτερικά παρεχόμενο όριο μέγιστων επαναλήψεων—π.χ.  $I_T \geq 20$ ). Επομένως, συμβολίζοντας με  $k_{stop} \in (0, I_T]$  τον δείκτη της τελευταίας επανάληψης, και με  $\hat{\mathbf{l}}' = \hat{\mathbf{l}}[k_{stop}]$  τότε  $\|\mathbf{e}(\mathbf{l}, \hat{\mathbf{l}}')\|_2 < \|\mathbf{e}(\mathbf{l}, \hat{\mathbf{l}}[0])\|_2$ , και επομένως ο στόχος (\*) ικανοποιείται.

Στο σχήμα 7.16 απεικονίζονται οι τροχιές της εκτίμησης θέσης βάσει εφαρμογής του Θεωρήματος I για έναν αισθητήρα  $N_s = 360$  ακτίνων, με θέση  $\mathbf{l} = (0.83, -0.98)$  [m] και αρχική εκτίμηση θέσης  $\hat{\mathbf{l}} = (4.0, -4.0)$  [m]. Οι ακτίνες της πραγματικής σάρωσης  $S_R$  και των εικονικών σαρώσεων  $S_V$  διαταράσσονται από ύφρυβο κανονικά κατανεμημένο με μηδενική μέση τιμή και τυπική απόκλιση  $\sigma_R$  και  $\sigma_V$  αντίστοιχα. Η άνω σειρά απεικονίζει τις τροχιές εκτίμησης για τυπικές αποκλίσεις  $\sigma_R = \sigma_V = 0.0$  m, και η κάτω σειρά για  $\sigma_R = \sigma_V = 0.05$  m.

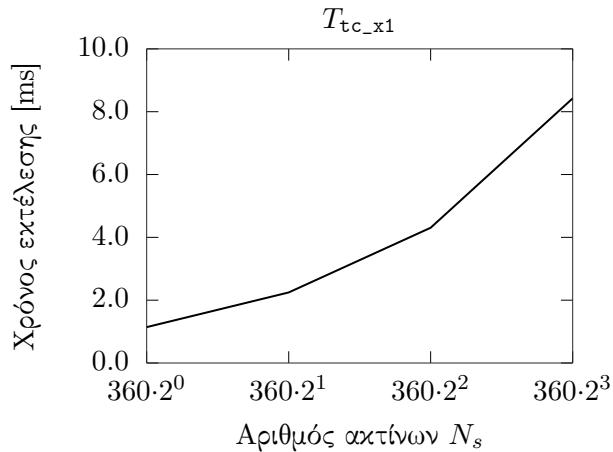
Το σχήμα 7.17 απεικονίζει το μέσο χρόνο εκτέλεσης μίας επανάληψης της μεθόδου διόρθωσης της εκτίμησης θέσης σε δέκα εκτελέσεις για μέγιστο αριθμό εσωτερικών επαναλήψεων  $I_T = 20$ , για αυξανόμενο μέγεθος σαρώσεων  $N_s$ . Ο αλγόριθμος XII παραθέτει σε ψευδοκώδικα τη μέθοδο εκτίμησης της θέσης για δεδομένη και γνωστή εκτίμηση προσανατολισμού.

### 7.3.2 Ιδιότητες υπό γενικές συνθήκες

Σε αντιστοιχία με τις μεθόδους ευθυγράμμισης προσανατολισμού, το σφάλμα θέσης της μεθόδου ευθυγράμμισης θέσης Πρώτων Αρχών αυξάνει σε γενικές συνθήκες μη σύμπτωσης της εκτίμησης προσανατολισμού με τον πραγματικό προσανατολισμό του αισθητήρα, και σε συνθήκες διαταραχών των μετρήσεων του φυσικού αισθητήρα και μη απολύτου σύμπτωσης του χάρτη με το περιβάλλον που αναπαριστά.



Σχήμα 7.16: Οι τροχιές της εκτίμησης θέσης βάσει εφαρμογής του Θεωρήματος I για επίπεδο διαταραχών αποστάσεων  $\sigma_R = \sigma_V = 0.0$  m (άνω σειρά) και  $\sigma_R = \sigma_V = 0.05$  m (κάτω σειρά). Τα τελικά σφάλματα εκτίμησης θέσης είναι  $2.04\text{e-}07$  m και  $5.72\text{e-}03$  m αντίστοιχα. Η εκτίμηση θέσης συγκλίνει ομοιόμορφα ασυμπτωτικά στην πρώτη περίπτωση (Θεώρημα I), ενώ στη δεύτερη είναι ομοιόμορφα φραγμένη σε μία γειτονιά της πραγματικής θέσης (Θεώρημα II)



Σχήμα 7.17: Ο μέσος χρόνος εκτέλεσης μίας επανάληψης της μεθόδου διόρθωσης της εκτίμησης θέσης για δέκα εκτελέσεις, ανά μέγεθος σαρώσεων εισόδου  $N_s$

---

**Αλγόριθμος XII tc\_x1**

---

**Input:**  $M, \mathcal{S}_R, \hat{\mathbf{p}}(\hat{x}, \hat{y}, \hat{\theta}), k_{max}, \varepsilon_u, N_s$ **Output:**  $\hat{\mathbf{p}}'(\hat{x}', \hat{y}', \hat{\theta})$ 

```

1:  $k \leftarrow 0$ 
2: while  $k < k_{max}$  do
3:    $\mathcal{S}_V \leftarrow \text{scan\_map}(M, \hat{\mathbf{p}}, N_s)$  (Αλγόριθμος XI)
4:    $X_1 \leftarrow \text{diff\_dft}(\mathcal{S}_R, \mathcal{S}_V)$  (Αλγόριθμος XIII)
5:    $(X_{1,r}, X_{1,i}) \leftarrow (\text{re}(X_1), \text{im}(X_1))$ 
6:    $\mathbf{u}_k = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix} = \frac{1}{N_s} \begin{bmatrix} \cos \hat{\theta} & \sin \hat{\theta} \\ \sin \hat{\theta} & -\cos \hat{\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{1,r} \\ X_{1,i} \end{bmatrix}$ 
7:    $\hat{\mathbf{p}} \leftarrow \hat{\mathbf{p}} + \mathbf{u}_k$ 
8:   if  $\|\mathbf{u}_k\|_2 < \varepsilon_u$  then
9:     break
10:  end if
11:   $k \leftarrow k + 1$ 
12: end while
13:  $\hat{\mathbf{p}}' \leftarrow \hat{\mathbf{p}}$ 
14: return  $\hat{\mathbf{p}}'$ 

```

---

**Αλγόριθμος XIII diff\_dft**

---

**Input:**  $\mathcal{S}_R, \mathcal{S}_V$ **Output:**  $X_1$ 

```

1: assert  $|\mathcal{S}_R| = |\mathcal{S}_V|$ 
2:  $N_s \leftarrow |\mathcal{S}_R|$ 
3:  $\Delta \leftarrow \{\emptyset\}$ 
4: for  $n = 0 : N_s - 1$  do
5:    $d_n \leftarrow \mathcal{S}_R[n] - \mathcal{S}_V[n]$ 
6:   append  $d$  to  $\Delta$ 
7: end for
8:  $\mathbf{X} \leftarrow \mathcal{F}\{\Delta\}$ 
9:  $X_1 \leftarrow \mathbf{X}[1]$ 
10: return  $X_1$ 

```

---

Σε πραγματικές συνθήκες, όταν οι ακτίνες των πραγματικών σαρώσεων ή/και των εικονικών σαρώσεων αλλοιώνονται από προσθετικό θόρυβο πεπερασμένου μέγιστου μέτρου, η εκτίμηση θέσης δεν είναι ικανή να προσεγγίσει ασυμπτωτικά την πραγματική θέση με την

εφαρμογή του Θεωρήματος I. Παρ' όλα αυτά, η εκτίμηση θέσης μπορεί να φραχθεί σε μια γειτονιά της πραγματικής θέσης του αισθητήρα. Το Θεώρημα II τυποποιεί αυτή τη δήλωση [Fil22].

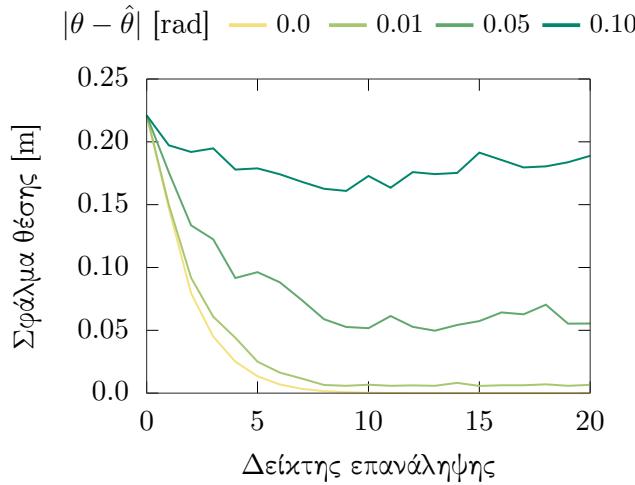
**Θεώρημα II.** Έστω ότι ισχύουν οι υποθέσεις του Θεωρήματος I. Έστω επιπλέον ότι η αποστάσεις που αναφέρονται από την πραγματική  $S_R$  και εικονική  $S_V$  σάρωση επηρεάζονται από προσθετικές διαταραχές με πεπερασμένο μέγιστο μέτρο. Τότε η εκτίμηση θέσης  $\hat{l}[k]$  είναι ομοιόμορφα φραγμένη για  $k \geq k_0$  και ομοιόμορφα τελικά φραγμένη σε μια γειτονιά της πραγματικής θέσης  $l$ . Το μέγεθος της γειτονιάς εξαρτάται από τα δύο μέγιστα μέτρα (με την έννοια της infinity norm) των διαταραχών που αλλοιώνουν τις πραγματικές τιμές των δύο σαρώσεων.

**Επακόλουθο VIII.** Σε σύγκριση με την περίπτωση που δεν υπάρχουν διαταραχές, μια λύση που ικανοποιεί το στόχο (\*) δεν είναι αυστηρά εγγυημένη για κάθε αρχική θέση  $\hat{l}[0]$  στην περίπτωση που οι μετρήσεις του φυσικού αισθητήρα φέρουν διαταραχές ή/και ο χάρτης  $M$  είναι διεφθαρμένος ως προς το περιβάλλον που αναπαριστά.

Ας συμβολίσουμε και πάλι με  $k_{stop} \in (0, I_T]$  τον δείκτη της τελευταίας επανάληψης, με  $\hat{l}' = \hat{l}[k_{stop}]$  την τελική εκτίμηση της θέσης του αισθητήρα, και με  $B$  το τελικό φράγμα (ultimate bound) του σφάλματος θέσης. Εάν  $\|e(l, \hat{l}[0])\|_2 > B$ , το Θεώρημα II εγγυάται την ικανοποίηση του στόχου (\*) εάν  $k_{stop} \geq k_0$ . Εάν, από την άλλη πλευρά, εάν  $\|e(l, \hat{l}[0])\|_2 \leq B$ , δεν είναι βέβαιο ότι  $\|e(l, \hat{l}')\|_2 < \|e(l, \hat{l}[0])\|_2$ —αυτό που είναι βέβαιο σε αυτή την περίπτωση, όμως, είναι ότι  $\|e(l, \hat{l}[k])\|_2 \not> B$  για όλα κάθε  $k \geq 0$ .

Επιπρόσθετα, σε γενικές συνθήκες δεν υφίσταται σύμπτωση της εκτίμησης προσανατολισμού και του πραγματικού προσανατολισμού. Το σχήμα 7.18 απεικονίζει την εξέλιξη του μέτρου του σφάλματος εκτίμησης θέσης για αυξανόμενες τιμές του σφάλματος εκτίμησης προσανατολισμού  $|\theta - \hat{\theta}|$  σε ένα πείραμα όπου το αρχικό σφάλμα θέσης είναι  $[-0.1165, 0.188]$  m.

**Παρατήρηση XVIII.** Χωρίς βλάβη της γενικότητας, μετά την εφαρμογή του Θεωρήματος I το σφάλμα θέσης είναι ανάλογο με το σφάλμα προσανατολισμού.



Σχήμα 7.18: Η εξέλιξη του μέτρου σφάλματος εκτίμησης θέσης για αυξανόμενες τιμές του μέτρου του σφάλματος εκτίμησης προσανατολισμού. Το τελικό σφάλμα θέσης είναι ανάλογο του αρχικού σφάλματος προσανατολισμού

## 7.4 Μεθοδολογία ευθυγράμμισης από κοινού

Οι δύο προηγούμενες ενότητες περιγράφουν μεθόδους ελάττωσης (α) του σφάλματος εκτίμησης προσανατολισμού όταν η εκτίμηση θέσης συμπίπτει με τη θέση του αισθητήρα, και (β) του σφάλματος εκτίμησης θέσης όταν η εκτίμηση προσανατολισμού ισούται με τον προσανατολισμό του αισθητήρα. Ωστόσο στη γενική περίπτωση καμία ισότητα δεν ισχύει. Επιπρόσθετα, στη γενική περίπτωση διαταραχές επηρεάζουν τις μετρήσεις του φυσικού αισθητήρα αποστάσεων και το βαθμό ταύτισης του χάρτη  $M$  ως προς το περιβάλλον που αναπαριστά.

Οι τελευταίες δύο προτάσεις είναι κρίσιμης σημασίας για την από κοινού επίδοση των μεθόδων που παρουσιάστηκαν στις προηγούμενες δύο ενότητες, λόγω των περιορισμών των ενοτήτων 7.2.7 και 7.3.2, και της Παρατήρησης VIII.

### 7.4.1 Αντιμετώπιση των υπό γενικές συνθήκες γωνιακών περιορισμών

Η παράκαμψη ή ο μετριασμός των επιδράσεων των περιορισμών που εμφανίζουν οι μέθοδοι ευθυγράμμισης σε γενικές συνθήκες ανισότητας στάσεων και διαταραχών στοχεύει στη λύση δύο ειδών προβλημάτων, δεδομένων των ιδιοτήτων των Παρατηρήσεων XIV και XVIII:

- Το πρώτο αφορά αποκλειστικά στη μέθοδο εκτίμησης προσανατολισμού Πρώτων Αρχών, και περιγράφεται στην Παρατήρηση XV

- Το δεύτερο πρόβλημα αφορά στις συγγενείς Παρατηρήσεις XVI και XVII

Δεδομένου ότι όλες οι μέθοδοι εκτίμησης προσανατολισμού επηρεάζονται από την έλλειψη μηχανισμού σύγκρισης εκτιμήσεων ως προς το σφάλμα τους, προσεγγίζουμε τη λύση των τριών πρώτων προβλημάτων με τον ακόλουθο κοινό τρόπο.

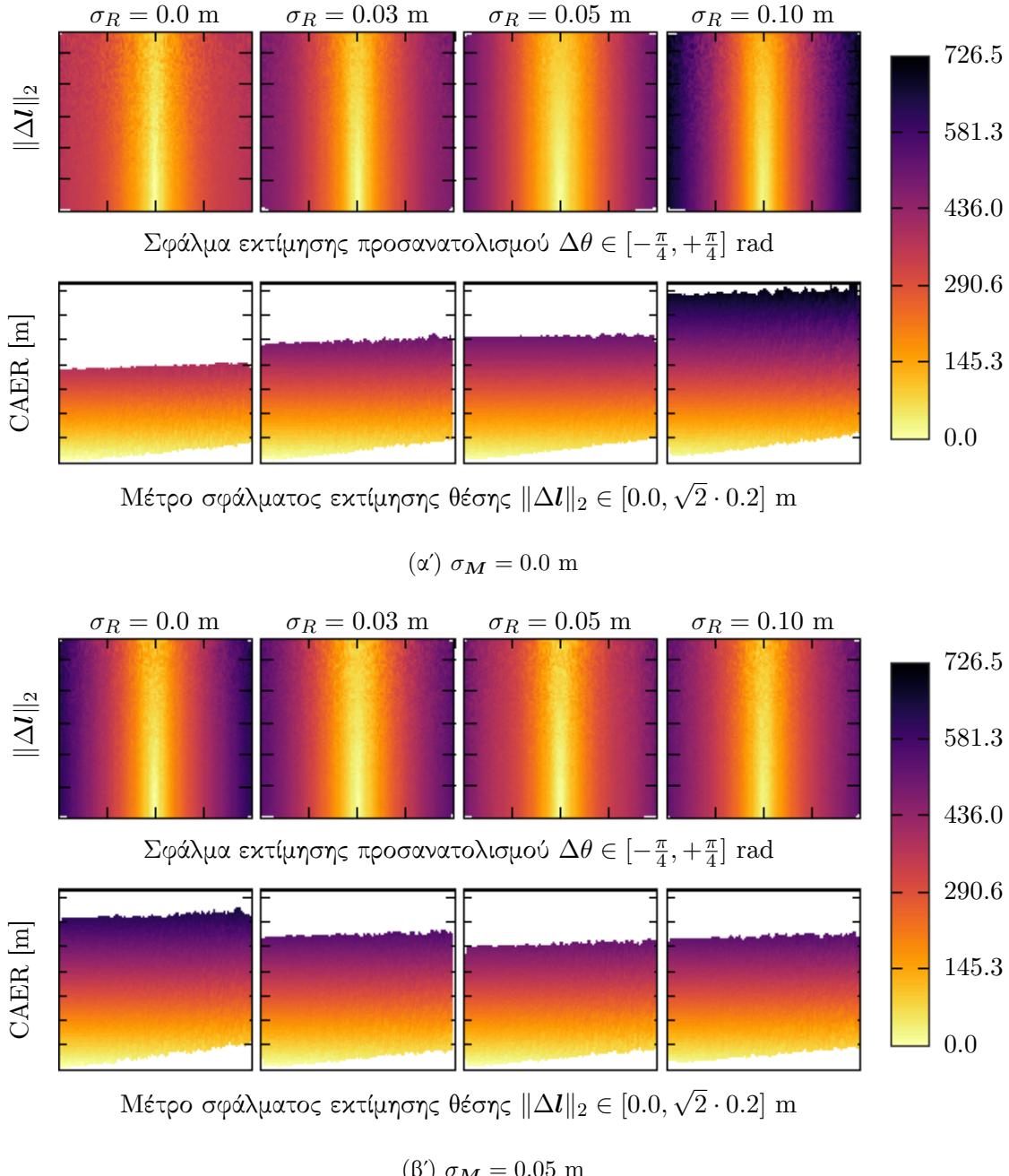
Έστω ότι προσθέτουμε στη μέθοδο εκτίμησης προσανατολισμού Πρώτων Αρχών την λειτουργία δειγματοληψίας του χάρτη που παρουσιάστηκε στην ενότητα 7.2.6. Έστω επίσης ότι αφαιρούμε από τη μέθοδο του Θησέα τη λειτουργία υπολογισμού και σύγκρισης των τιμών της μετρικής Ποσοστού Διάκρισης για κάθε εκτιμώμενη εκτίμηση προσανατολισμού (λόγω της σε γενικές συνθήκες μη αύξουσας αντιστοιχίας του μέγιστου ποσοστού διάκρισης στο ελάχιστο σφάλμα εκτίμησης προσανατολισμού—Παρατήρηση XVII). Τότε οι τρεις μέθοδοι γίνονται εναλλάξιμες υπό την έννοια ότι, για μία δεδομένη εκτίμησης στάσης και ένα δεδομένο βαθμό δειγματοληψίας  $\nu$ , καθεμία παράγει ένα σύνολο εκτιμήσεων στάσης μεγέθους  $2^\nu$ .

Αυτό που επιζητούμε σε αυτό το στάδιο είναι η εφεύρεση ενός μέτρου σύγκρισης των  $2^\nu$  εκτιμήσεων προσανατολισμού ως προς το (άγνωστο) σφάλμα τους. Το μέτρο σύγκρισης θα πρέπει να αντικατοπτρίζει τις ιδιότητες που περιγράφονται από τις παρατηρήσεις XIV και XVIII, και συνεπώς τα κριτήρια που πρέπει να ικανοποιεί αυτή η μετρική θα είναι, με βάση τα παραπάνω, τα ακόλουθα δύο:

- (K1) Δεδομένης της παρατήρησης XVIII, η μετρική θα πρέπει για δεδομένο σφάλμα θέσης να αυξάνει για αυξανόμενο μέτρο σφάλματος προσανατολισμού
- (K2) Δεδομένης της παρατήρησης XIV, η μετρική θα πρέπει για δεδομένο σφάλμα προσανατολισμού να αυξάνει για αυξανόμενο μέτρο σφάλματος θέσης

Για την ικανοποίηση των K1 και K2 εισάγουμε τη μετρική Cummulative Absolute Error per Ray (CAER), η οποία δίνεται από την εξίσωση (7.32), και παριστάνεται γραφικά στο σχήμα 7.19 για μεταβλητές τιμές διαταραχών των μετρήσεων του φυσικού αισθητήρα και επίπεδα διαφύοράς του χάρτη ως προς το περιβάλλον που αναπαριστά, σε αντιστοιχία με το σχήμα 7.14.

$$\text{CAER}(\mathcal{S}_R, \mathcal{S}_V) \triangleq \sum_{n=0}^{N_s-1} \left| \mathcal{S}_R[n] \Big|_{(x,y,\theta)} - \mathcal{S}_V[n] \Big|_{(\hat{x},\hat{y},\hat{\theta})} \right| \quad (7.32)$$



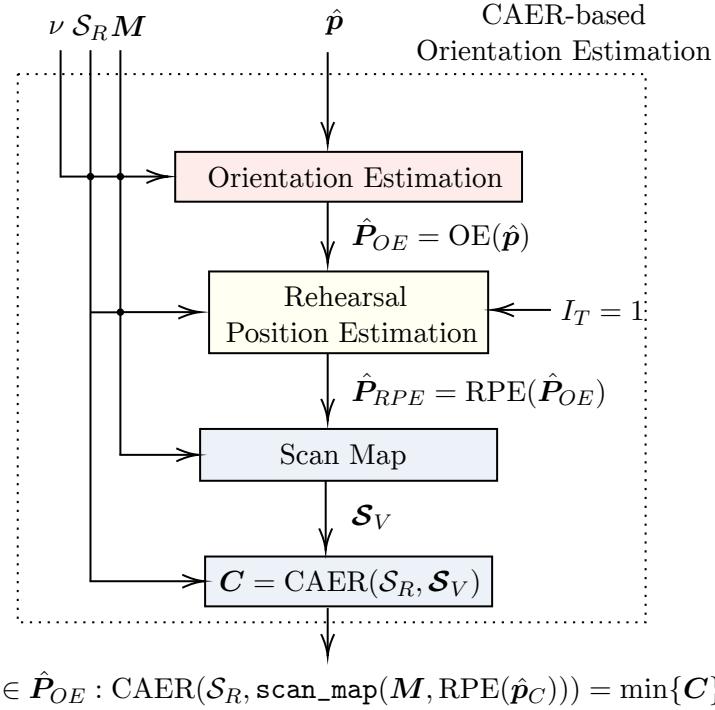
Σχήμα 7.19: Κατόφεις (πρώτη και τρίτη σειρά) και πλάγιες όψεις (δεύτερη και τέταρτη) της μετρικής CAER (εξίσωση 7.32) από  $10^5$  ζεύγη μίας σάρωσης σταθερής στάσης και εικονικών σαρώσεων που συνελήφθησαν από τυχαίες στάσεις, ανάλογα με την απόσταση  $\|\Delta l\|_2 = (\Delta x^2 + \Delta y^2)^{1/2}$ ,  $\Delta x, \Delta y \in [-0.2, +0.2]$  m, και το σχετικό προσανατολισμό  $\Delta\theta \in [-\pi/4, +\pi/4]$  rad των στάσεων από όπου αυτές καταγράφηκαν, για αυξανόμενες τιμές της τυπικής απόκλισης των διαταραχών των πραγματικών μετρήσεων  $\sigma_R$ , και διαφθοράς του χαρτη  $\sigma_M$ . Οι εκτιμήσεις στάσεις που είναι πιο κοντά στην πραγματική στάση από άποψη (α) προσανατολισμού και (β) θέσης παρουσιάζουν χαμηλότερες τιμές CAER από εκείνες που απέχουν περισσότερο από αυτήν

Με την εισαγωγή της λειτουργίας δειγματοληψίας κατά Θησέα στη μέθοδο εκτίμησης προσανατολισμού Πρώτων Αρχών, την αφαίρεση του υπολογισμού και σύγκρισης των τιμών του Ποσοστού Διάκρισης, και την εισαγωγή της μετρικής CAER, καταφέρνουμε να χτυπήσουμε με ένα σμπάρο δύο τριγώνια για όλες τις μεθόδους εκτίμησης προσανατολισμού, διότι με αυτόν τον τρόπο:

- Ιδρύουμε έναν ορθολογικό μηχανισμό σύγκρισης των εκτιμήσεων προσανατολισμού της μεθόδου εκτίμησης προσανατολισμού Πρώτων Αρχών (Παρατηρήσεις XV και XVI)
- παρακάμπτουμε τον ύφαλο που δημιουργεί η σύγκριση τους μέσω της μετρικής Ποσοστού Διάκρισης για τις Προκριόστειες μεθόδους σε συνθήκες μη σύμπτωσης θέσεων (Παρατήρηση XVII )

Καθώς κάθε μέθοδος εξάγει πλέον 2<sup>ν</sup> εκτιμήσεις προσανατολισμού, όλες με την ίδια εκτίμηση θέσης, συλλαμβάνοντας από την κάθε μία μία εικονική σάρωση εντός του *M*, και εισάγοντας την στη μετρική CAER, παράγεται μία τιμή που αυξάνει για αυξανόμενο σφάλμα προσανατολισμού (σχήμα 7.19, πρώτη και τρίτη σειρά) — και αυτή η ιδιότητα διατηρείται στη γενική συνθήκη όπου οι μετρήσεις του φυσικού αισθητήρα και η ταύτιση του χάρτη με το περιβάλλον που αναπαριστά διαφυγείρονται από θόρυβο.

Σε αυτό το σημείο έχουμε εκμεταλλευτεί μόνο την ιδιότητα της παρατήρησης XIV. Για τον επιπρόσθετο διαχωρισμό ανάμεσα στις εκτιμήσεις προσανατολισμού εκμεταλλευόμαστε την καμπυλότητα της CAER και την ιδιότητα της παρατήρησης XVIII με τον εξής τρόπο: δεδομένου ότι εκτιμήσεις στάσης μεγαλύτερου σφάλματος προσανατολισμού οδηγούν σε (α) υψηλότερα σφάλματα θέσης όταν εισαχθούν στη μέθοδο εκτίμησης θέσης Πρώτων Αρχών (Παρατήρηση XVIII), και (β) υψηλότερες τιμές CAER, αν εισάγουμε τις 2<sup>ν</sup> εκτιμήσεις στάσης που έχουν προέλθει από τις τρεις μεθόδους εκτίμησης προσανατολισμού στη μέθοδο εκτίμησης θέσης για έναν περιορισμένο αριθμό επαναλήψεων, τότε οι περισσότερο ανακριβείς ως προς τον προσανατολισμό στάσεις θα οδηγηθούν σε περισσότερο ανακριβείς θέσεις, και, κατά συνέπεια, οι εικονικές σαρώσεις που συλλαμβάνονται από αυτές θα οδηγήσουν σε μεγαλύτερες τιμές CAER σε σχέση με τις λιγότερο ανακριβείς κατά προσανατολισμό στάσεις. Αυτό το στάδιο δεν διενεργείται ώστε να υπολογισθεί η τελική εκτίμηση θέσης, αλλά ως πρόβα αυτής, με τον αποκλειστικό σκοπό της διάκρισης της εκτίμησης στάσης της οποίας το



**Σχήμα 7.20:** Το μπλοκ διάγραμμα του τελικού συστήματος εκτίμησης προσανατολισμού του συστήματος ευθυγράμμισης πραγματικών με εικονικές σφράσεις FSMSM

σφάλμα προσανατολισμού είναι το μικρότερο ανάμεσα σε όλες τις  $2^\nu$  εκτιμήσεις προσανατολισμού. Με αυτόν τον τρόπο γίνεται εφικτό να εισαχθεί μόνο μία εκτίμηση στάσης από τις  $2^\nu$  στη μέθοδο εκτίμησης θέσης (αυτή με τη χαμηλότερη τιμή CAER), με αποτέλεσμα χαμηλότερο χρόνο εκτέλεσης της από κοινού μεθόδου ευθυγράμμισης από ότι εάν εισάγονταν όλες οι εκτιμήσεις στάσης στη μέθοδο εκτίμησης θέσης Πρώτων Αρχών.

Πιο συγκεκριμένα: έστω τα δεδομένα του Προβλήματος Π3. Έστω επίσης ένας βαθμός δειγματοληψίας του χάρτη  $\nu \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$ . Τότε το τελικό σύστημα εκτίμησης προσανατολισμού CAER-based Orientation Estimation, το οποίο απεικονίζεται σε μπλοκ διάγραμμα στο σχήμα 7.20 και σε ψευδοκώδικα στον Αλγόριθμο XIV, υπολογίζει πρώτα  $2^\nu$  εκτιμήσεις στάσης, οι οποίες αποτελούν διατεταγμένα στοιχεία του συνόλου  $\hat{\mathbf{P}}_{OE} = \{(\hat{x}, \hat{y}, \hat{\theta}_k)\}, k = 0, \dots, 2^\nu - 1$ . Όλες οι στάσεις του  $\hat{\mathbf{P}}_{OE}$  έχουν ίσες εκτιμήσεις θέσης, αλλά διαφορετικές εκτιμήσεις προσανατολισμού. Η τελική εκτίμηση προσανατολισμού για κάθε υποψήφια αρχική εκτίμηση προσανατολισμού  $\hat{\theta}_k = \hat{\theta} + k \cdot \gamma / 2^\nu$  μεσολαβείται χρησιμοποιώντας έναν από τους βασικούς αλγορίθμους των ενοτήτων 7.2.1, 7.2.2, και 7.2.3, και ο δείκτης  $k$  είναι ο δείκτης που καθορίζει τη διάταξή τους στο σύνολο  $\hat{\mathbf{P}}_{OE}$ .

Προκειμένου να δημιουργηθεί μία ευχρινώς διαχωρισμένη ιεραρχία τιμών μετρικών αξιο-

---

**Αλγόριθμος XIV caer-based\_orientation\_estimation**


---

**Input:**  $\text{rc}$ ,  $M$ ,  $\mathcal{S}_R$ ,  $\hat{\mathbf{p}}(\hat{x}, \hat{y}, \hat{\theta})$ ,  $\gamma$ ,  $N_s$ ,  $\nu$

**Output:**  $\hat{\mathbf{p}}_C(\hat{x}, \hat{y}, \hat{\theta}_C)$

```

1:  $\hat{\mathbf{P}}_{OE} \leftarrow \{\emptyset\}$ 
2: for  $k = 0 : 2^\nu - 1$  do
3:    $\hat{\mathbf{p}}_k \leftarrow (\hat{x}, \hat{y}, \hat{\theta} + k \cdot \gamma / 2^\nu)$  (εξ. 7.25)
4:    $\mathcal{S}_V^k \leftarrow \text{scan\_map}(M, \hat{\mathbf{p}}_k, N_s)$  (Αλγόριθμος XI)
5:    $\hat{\theta}' \leftarrow \text{rcm}(\mathcal{S}_R, \mathcal{S}_V, \hat{\mathbf{p}}_k, \gamma)$  (Αλγόριθμος XV)
6:    $\hat{\theta}_k \leftarrow \hat{\theta}' + k \cdot \gamma / 2^\nu$ 
7:   append  $(\hat{x}, \hat{y}, \hat{\theta}_k)$  to  $\hat{\mathbf{P}}_{OE}$ 
8:    $k \leftarrow k + 1$ 
9: end for

10:  $\hat{\mathbf{P}}_{RPE} \leftarrow \{\emptyset\}$ 
11: for  $k = 0 : 2^\nu - 1$  do
12:    $\hat{\mathbf{p}}'_k \leftarrow \text{tc_x1}(M, \mathcal{S}_R, \hat{\mathbf{P}}_{OE}[k], 1, \infty, N_s)$  (Αλγόριθμος XII)
13:   append  $\hat{\mathbf{p}}'_k$  to  $\hat{\mathbf{P}}_{RPE}$ 
14: end for

15:  $C \leftarrow \{\emptyset\}$ 
16: for  $k = 0 : 2^\nu - 1$  do
17:    $\mathcal{S}_V^{k'} \leftarrow \text{scan_map}(M, \hat{\mathbf{P}}_{RPE}[k], N_s)$ 
18:   append CAER( $\mathcal{S}_R, \mathcal{S}_V^{k'}$ ) to  $C$  (εξ. 7.32)
19: end for

20:  $k_{\min} \leftarrow \arg \min\{C\}$ 
21:  $\hat{\mathbf{p}}_C(\hat{x}, \hat{y}, \hat{\theta}_C) \leftarrow \hat{\mathbf{P}}_{OE}[k_{\min}]$ 
22: return  $\hat{\mathbf{p}}_C$ 

```

---

## Αλγόριθμος XV rcm

**Input:**  $\text{rc}, \mathcal{S}_R, \mathcal{S}_V, \hat{\mathbf{p}}(\hat{x}, \hat{y}, \hat{\theta}), \gamma$

**Output:**  $\hat{\theta}'$

1: if  $rc = rc\_fm$  then

$$2: \quad (\hat{\theta}', \cdot) \leftarrow \texttt{rc\_fm}(\mathcal{S}_R, \mathcal{S}_V, \hat{\mathbf{p}}(\hat{x}, \hat{y}, \hat{\theta}), \gamma)$$

### (Αλγόριθμος V)

3: else if  $rc = rc\_x1$  then

$$4: \quad \hat{\theta}' \leftarrow \text{rc\_x1}(\mathcal{S}_R, \mathcal{S}_V, \hat{\mathbf{p}}(\hat{x}, \hat{y}, \hat{\theta}))$$

(Αλγόριθμος VI)

5: else if  $rc = rc_{-uf}$  then

$$6: \quad (\hat{\theta}', \cdot) \leftarrow \texttt{rc\_uf}(\mathcal{S}_R, \mathcal{S}_V, \hat{\mathbf{p}}(\hat{x}, \hat{y}, \hat{\theta}), \gamma)$$

(Αλγόριθμος VII)

7: end if

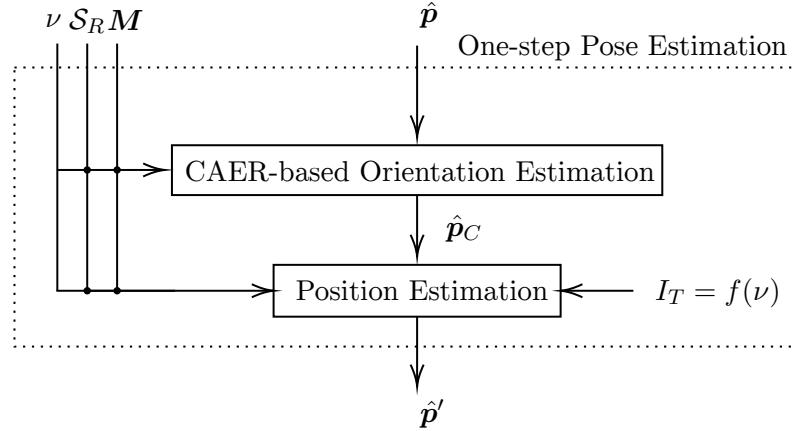
8: **return**  $\hat{\theta}'$

λόγησης του σφάλματος των εκτιμήσεων προσανατολισμού, κάθε εκτίμηση στάσης του  $\hat{\mathbf{P}}_{OE}$  μεταφέρεται στο σύστημα εκτίμησης θέσης, όπου η θέση κάθε εκτίμησης στάσης μετατοπίζεται μία φορά ( $I_T = 1$ ), σύμφωνα με τον Αλγόριθμο XII. Αυτή η λειτουργία, η οποία συμβολίζεται με τον τελεστή  $RPE(\cdot)$  στο σχήμα 7.20, παράγει το σύνολο  $\hat{\mathbf{P}}_{RPE} = \{(\hat{x}_k, \hat{y}_k, \hat{\theta}_k)\}$ ,  $|\hat{\mathbf{P}}_{RPE}| = 2^v$ . Με την πρόβα εκτίμησης θέσης κάθε εκτίμησης στάσης του  $\hat{\mathbf{P}}_{OE}$  και την καταγραφή της τιμής CAER για κάθε μια από τις μετατοπισμένες εκτιμήσεις στάσης του  $\hat{\mathbf{P}}_{RPE}$ , είναι δυνατόν να καθοριστεί μια κατάταξη σφάλματος στάσης μεταξύ όλων των εκτιμήσεων του συνόλου  $\hat{\mathbf{P}}_{OE}$ , και ταυτόχρονα να διατηρείται μόνο μία εκτίμηση στάσης για την επόμενη επανάληψη της συνολικής μεθόδου εκτίμησης.<sup>3</sup> Η εκτίμηση στάσης  $\hat{\mathbf{p}}_C \in \hat{\mathbf{P}}_{OE}$  η οποία όταν μετατοπιστεί μία φορά καταγράφει την ελάχιστη τιμή CAER μεταξύ όλων των παρομοίων μεταχειρισθέντων εκτιμήσεων στάσης του  $\hat{\mathbf{P}}_{OE}$  είναι αυτή που εξάγεται από το τελικό σύστημα εκτίμησης προσανατολισμού.

#### 7.4.2 Το σύστημα από κοινού ευθυγράμμισης

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζουμε το τελικό γενικό σύστημα που στοχεύει στην επίλυση του προβλήματος Π3 και το οποίο είναι ικανό να ενσωματώσει τη μέθοδο εκτίμησης προσανατολισμού της προηγούμενης ενότητας και τη μέθοδο εκτίμησης θέσης (ενότητα 7.3). Το προτεινόμενο σύστημα εκτιμά αρχικά τον προσανατολισμό του αισθητήρα (ισοδύναμα του

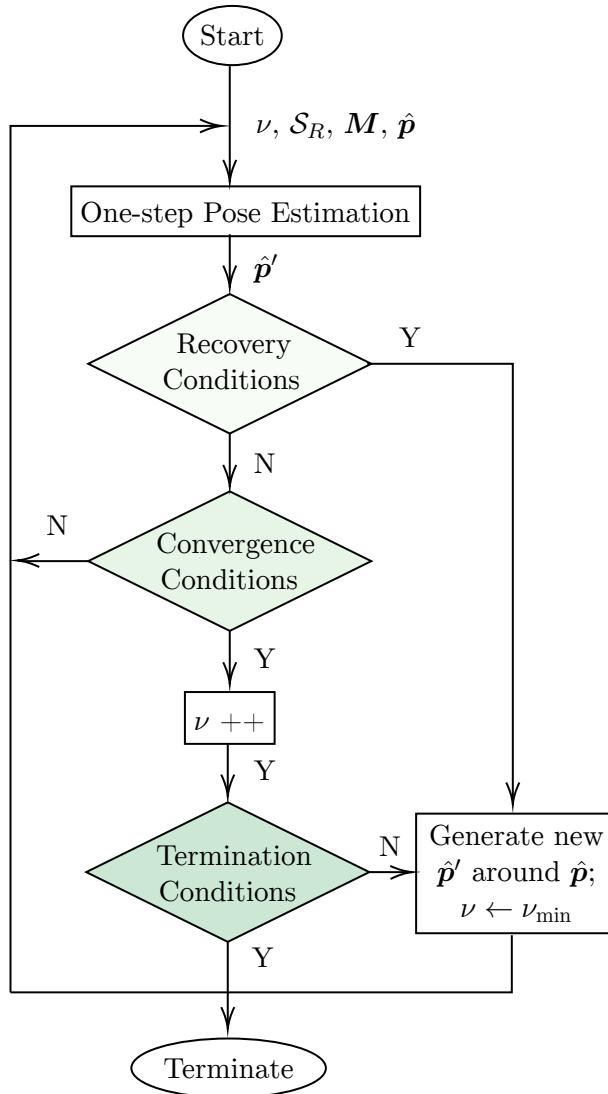
<sup>3</sup>Σε αντίθετη περίπτωση η διόρθωση της θέσης των 2<sup>ν</sup> εκτιμήσεων στάσης και η επανατροφοδότησή τους στο σύστημα θα προκαλούσε εκθετικό κόστος σε χρόνο εκτέλεσης.



Σχήμα 7.21: Η κεντρική μέθοδος εκτίμησης στάσης του FSMSM, One-step Pose Estimation

ρομπότ στον οποίο είναι προσαρτημένος—Παρατήρηση VII), και στη συνέχεια τη ψέση του, ως προς το σύστημα συντεταγμένων του χάρτη  $M$ . Ως συνέπεια της παρατήρησης VIII η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι την ικανοποίηση συνθήκης τερματισμού. Η μέθοδος αυτή περιγράφεται στα ακόλουθα.

Έστω οι προϋποθέσεις του προβλήματος ΙΙ3, δηλαδή η αρχική εκτίμηση εισόδου  $\hat{p}(\hat{x}, \hat{y}, \hat{\theta})$ , η πραγματική σάρωση  $S_R$ , και ο χάρτης  $M$ . Τότε η μέθοδος ελάττωσης του συνολικού σφάλματος εκτίμησης στάσης που προτείνουμε, την οποία ονομάζουμε Fourier Scan-to-Map-Scan Matching (FSMSM) και η οποία παρουσιάζεται στο σχήμα 7.22—η μέθοδος μειώνει το σφάλμα εκτίμησης με την επαναληπτική εκτέλεση της διαδικασίας εκτίμησης στάσης ενός βήματος (One-step Pose Estimation, OPE—σχήμα 7.21), μέχρι να ικανοποιηθεί ένα σύνολο συνθηκών τερματισμού. Η FSMSM ξεκινά με ένα αρχικό βαθμό δειγματοληψίας του χάρτη  $\nu = \nu_{\min}$ . Η εκτίμηση της στάσης εισόδου επεξεργάζεται από την OPE, και η έξοδός της  $\hat{p}'$  εξετάζεται ως προς συνθήκες απόκλισης και σύγκλισης. Εάν η προκύπτουσα εκτίμηση στάσης βρεθεί εκτός του χάρτη  $M$  τότε δημιουργείται με τυχαίο τρόπο μια νέα εκτίμηση από την αρχική εκτίμηση  $\hat{p}$ , και η διαδικασία επανεκκινεί, με αρχική εκτίμηση τη νέα. Εάν δεν παρατηρείται σημαντική διόρθωση της εκτίμησης  $\|\hat{p}' - \hat{p}\|_2 < \varepsilon_{\delta_p}$ , τότε ο βαθμός δειγματοληψίας του χάρτη  $\nu$  αυξάνεται και η τελευταία εκτίμηση της OPE της τροφοδοτείται ως νέα αρχική συνθήκη. Η αύξησή του βαθμού δειγματοληψίας χρησιμεύει ως μέσο μείωσης του σφάλματος προσανατολισμού και συνεπώς του σφάλματος εκτίμησης ψέσης (Παρατηρήσεις XIV και XVIII). Διαφορετικά η παραπάνω διαδικασία επαναλαμβάνεται με νέα αρχική εκτίμηση την τελευταία της OPE έως ότου δεν παρατηρηθεί σημαντική διόρθωση. Η διαδικασία επανα-



Σχήμα 7.22: Το διάγραμμα ροής του FSMSM. Η εκτέλεση αρχίζει με έναν αρχικό ελάχιστο βαθμό δειγματοληψίας του χάρτη  $\nu_{\min}$ , τη σάρωση  $S_R$  που καταγράφεται από τον φυσικό αισθητήρα, και το χάρτη  $M$  του περιβάλλοντος στο οποίο βρίσκεται το ρομπότ. Η αρχική εκτίμηση της στάσης παρέχεται από έναν παρατηρητή κατά τη διάρκεια εκτίμησης στάσης βάσει περιορισμένης αβεβαιότητος, ή με τη μορφή μιας υπόθεσης κατά τη διάρκεια εκτίμησης στάσης βάσει καθολικής αβεβαιότητος. Η εσωτερική μέθοδος One-step Pose Estimation (σχήμα 7.21) καλείται επαναληπτικά, ενημερώνοντας την εκτίμηση στάσης μέχρι να επιτευχθεί ένας μέγιστος βαθμός δειγματοληψίας, σύγκλιση της εκτίμησης, και ικανοποίηση κριτηρίων σύγκλισης. Σε περίπτωση απόκλισης, όπως για παράδειγμα στην περίπτωση που η εκτίμηση στάσης έχει μετατοπισθεί εκτός των ορίων του χάρτη, και σε περίπτωση που η τελική εκτίμηση δεν ικανοποιεί συνθήκες τερματισμού, τότε δημιουργείται με τυχαίο τρόπο μία νέα εκτίμηση στάσης και η διαδικασία εκτίμησης επανεκκινεί ως μη γενόμενη.

λαμβάνεται έως ότου επιτευχθεί μέγιστος βαθμός δειγματοληψίας χάρτη  $\nu = \nu_{\max}$ , οπότε η FSMSM τερματίζει εάν πληρούται μια τελική συνθήκη. Αυτή η τελική συνθήκη διευκολύνει την αποφυγή τοπικών μεγίστων. Στην περίπτωση που αυτή η συνθήκη δεν ικανοποιείται, δημιουργείται και πάλι με τυχαίο τρόπο μία νέα στάση και η διαδικασία επανεκκινεί.

Η κεντρική μέθοδος One-step Pose Estimation χρησιμοποιεί τη μέθοδο εκτίμησης προσανατολισμού της ενότητας 7.4.1 και τη μέθοδο εκτίμησης θέσης της ενότητας 7.3. Στην τελευταία ο αριθμός των επαναλήψεων  $I_T$  είναι αύξουσα συνάρτηση του βαθμού δειγματοληψίας του χάρτη  $\nu$  ( $I_T = f(\nu)$  στο σχήμα 7.21).<sup>4</sup> Το σύστημα εκτίμησης θέσης παράγει την εκτίμηση στάσης  $\hat{p}'$ , η οποία στη συνέχεια τροφοδοτείται πίσω στο σύστημα εκτίμησης προσανατολισμού με τη μορφή της νέας του εκτίμησης στάσης:  $\hat{p} \leftarrow \hat{p}'$ . Στην πράξη το σύνολο στάσεων  $\hat{P}_{OE}$  συμπληρώνεται με μία στάση της οποίας η θέση είναι ίση με  $\hat{p}$ , και της οποίας ο προσανατολισμός είναι ίσος με τον προσανατολισμό της  $\hat{p}_C$  που παράγει την ελάχιστη τιμή CAER με την πάροδο του χρόνου. Αυτή η προσθήκη εισάγει μια μορφή μνήμης στο σύστημα, η οποία το βοηθά στην αποφυγή αποκλίσεων και η οποία, ως εκ τούτου, ωφελεί την ταχύτητα εκτέλεσης. Ο αλγόριθμος XVI παρουσιάζει σε ψευδοχώδικα τα βήματα εκτέλεσης του FSMSM.

## 7.5 Πειραματική αξιολόγηση

Στην παρούσα ενότητα δοκιμάζεται εκ νέου η Υπόθεση Υ4, αυτή τη φορά στα συμφραζόμενα της εύρεσης της στάσης του ρομπότ υπό περιορισμένη αβεβαιότητα, και πιο συγκεκριμένα με στόχο την επίλυση του Προβλήματος Π3, δεδομένων των παραδοχών και περιορισμών του. Προς αυτόν τον στόχο δοκιμάζεται η επίδοση της μεθόδου FSMSM στο έργο της ευθυγράμμισης πραγματικών με εικονικές σαρώσεις. Ταυτόχρονα η επίδοσή της δοκιμάζεται έναντι αυτής των πιο διαδεδομένων αλγορίθμων ευθυγράμμισης σαρώσεων της βιβλιογραφίας, οι οποίοι δύνανται να χρησιμοποιηθούν για την επίλυση του ίδιου προβλήματος. Σημειώνουμε

<sup>4</sup>Η λογική της αλυσιδωτής σύνδεσης του αριθμού των επαναλήψεων της με το βαθμό δειγματοληψίας του χάρτη  $\nu$  είναι η ακόλουθη. Δεδομένου ότι το σφάλμα προσανατολισμού είναι αντιστρόφως ανάλογο του  $\nu$ , σε χαμηλούς βαθμούς δειγματοληψίας χάρτη, όταν το σφάλμα εκτίμησης θέσης είναι στα υψηλότερά του επίπεδα, εάν ο αριθμός των επαναλήψεων ήταν υψηλός τότε η εκτίμηση της θέσης θα ήταν ευάλωτη σε απόκλιση. Επομένως ο αριθμός των επαναλήψεων διατηρείται χαμηλός στα αρχικά στάδια έτσι ώστε να υπάρχει ισορροπία μεταξύ της μείωσης του σφάλματος θέσης και της απόκλισης της εκτίμησης θέσης. Σε υψηλότερες τιμές του  $\nu$  το σφάλμα εκτίμησης προσανατολισμού έχει μειωθεί, και στη συνέχεια η απόκλιση περιορίζεται ή/και επιτυγχάνεται σε υψηλότερες τιμές επανάληψης  $I_T$ . Καθώς η εκτίμηση προσανατολισμού γίνεται όλο και πιο ακριβής, το σύστημα εκτίμησης θέσης αφήνεται να επαναλάβει τη διαδικασία του περισσότερες φορές ώστε να είναι εφικτή η περαιτέρω μείωση του σφάλματος θέσης.

---

**Αλγόριθμος XVI** FSMSM

---

**Input:**  $\mathcal{S}_R$ ,  $\mathbb{M}$ ,  $\hat{\mathbf{p}}$ ,  $\text{rc}$ ,  $\gamma$ ,  $N_s$ ,  $\nu_{\min}$ ,  $\nu_{\max}$ ,  $I_T$ ,  $\varepsilon_{\delta p}$ ,  $\bar{c}$

**Output:**  $\hat{\mathbf{p}}(\hat{x}, \hat{y}, \hat{\theta})$

```

1:  $\nu \leftarrow \nu_{\min}$ 
2: while  $\nu \leq \nu_{\max}$  do
3:    $\hat{\mathbf{p}}_C \leftarrow \text{caer-based\_orientation\_estimation}(\text{rc}, M, \mathcal{S}_R, \hat{\mathbf{p}}, \gamma, N_s, \nu)$  (Αλγ. XIV)
4:    $\hat{\mathbf{p}}' \leftarrow \text{tc\_x1}(M, \mathcal{S}_R, \hat{\mathbf{p}}_C, I_T, \infty, N_s)$  (Αλγόριθμος XII)
5:   if  $\hat{\mathbf{p}}'$  not in  $M$  then
6:     generate new  $\hat{\mathbf{p}}$ ;  $\nu \leftarrow \nu_{\min}$ ; continue
7:   end if
8:   if  $\|\hat{\mathbf{p}}' - \hat{\mathbf{p}}\| < \varepsilon_{\delta p}$  then
9:      $\nu \leftarrow \nu + 1$ 
10:  end if
11:  if  $\nu = \nu_{\max}$  then
12:    if  $\text{CAER}(\mathcal{S}_R, \text{scan\_map}(M, \hat{\mathbf{p}}')) \not\leq \bar{c}$  then
13:      generate new  $\hat{\mathbf{p}}$ ;  $\nu \leftarrow \nu_{\min}$ ; continue
14:    else
15:       $\hat{\mathbf{p}} \leftarrow \hat{\mathbf{p}}'$ ; break
16:    end if
17:  end if
18:   $\hat{\mathbf{p}} \leftarrow \hat{\mathbf{p}}'$ 
19: end while
20: return  $\hat{\mathbf{p}}$ 

```

---

| Σύνολο δεδομένων | Πληθικότητα |
|------------------|-------------|
| aces             | 7373        |
| fr079            | 4933        |
| intel            | 13630       |
| mit_csaill       | 1987        |
| mit_killian      | 17479       |

Πίνακας 7.1: Η ονομασία και το μέγεθος κάθε συνόλου δεδομένων που χρησιμοποιήθηκε για την αξιολόγηση των επιδόσεων αλγορίθμων της βιβλιογραφίας και της παρούσας διατριβής στην επίλυση του προβλήματος της ευθυγράμμισης πραγματικών με εικονικές σαρώσεις χάρτη Π3

ότι στο σύνολό τους οι τελευταίες λειτουργούν υπολογίζοντας αντιστοιχίσεις ανάμεσα στις ακτίνες των σαρώσεων εισόδου, ενώ η FSMSM δεν υπολογίζει σε κανένα στάδιο της επεξεργασίας της αντιστοιχίσεις.

### 7.5.1 Πειραματική διάταξη

Η πειραματική διαδικασία διεξάγεται με τη χρήση πέντε καθιερωμένων και διαθέσιμων συνόλων δεδομένων αναφοράς που παραχωρούνται από το Τμήμα Επιστήμης της Πληροφορικής του πανεπιστημίου του Freiburg.<sup>5</sup> Κάθε σύνολο δεδομένων αποτελείται από μία συλλογή δισδιάστατων μετρήσεων αποστάσεων από έναν αισθητήρα αποστάσεων lidar και τη στάση  $r(x, y, \theta)$  από την οποία πραγματοποιήθηκε η κάθε μία. Οι μετρήσεις του κάθε συνόλου δεδομένων παρήχθησαν από αισθητήρες διαφορετικού μέγιστου εύρους και αριθμού ακτίνων. Η ονομασία και το μέγεθος κάθε συνόλου δεδομένων που χρησιμοποιείται για την πειραματική διαδικασία παρουσιάζεται στον πίνακα 7.1.

Η πειραματική διάταξη είναι η ακόλουθη. Οι ακτίνες κάθε δείγματος του συνόλου δεδομένων  $D_k^d$ ,  $k \in \{0, 1, \dots, 4\}$ ,  $d \in \{0, 1, \dots, |D_k|\}$  πρώτα προβάλλονται στο επίπεδο  $x - y$  γύρω από τη στάση  $r_k^d$ . Οι σαρώσεις των συνόλων δεδομένων δεν είναι πανοραμικές, επομένως ο υπόλοιπος γωνιακός χώρος συμπληρώνεται με ένα ημικυκλικό τόξο που ενώνει τις δύο ακραίες ακτίνες της κάθε σάρωσης. Η ακτίνα του ημικυκλίου ορίζεται ως η ελάχιστη των δύο ακραίων ακτίνων του  $D_k^d$ . Διαφορετικοί τρόποι για το κλείσιμο του περιβάλλοντος (π.χ. μέσω καθρεφτισμού των μετρήσεων κατά  $x$  ή  $y$ , ή ένωσης των δύο ακραίων ακτίνων μέσω ευθύγραμμου τμήματος) έχουν βρεθεί ισοδύναμοι όσον αφορά στην επίδοση των υπό δοκιμής μεθόδων. Το σύνολο σημείων που προκύπτει θεωρείται ως ο περιβάλλοντος χώρος  $W_k^d$

<sup>5</sup>Tα σύνολα δεδομένων είναι διαθέσιμα στη διεύθυνση <http://ais.informatik.uni-freiburg.de/slamevaluation/datasets.php>

του αισθητήρα αποστάσεων (π.χ. το περιβάλλον του σχήματος 5.1). Τότε ο χάρτης  $M_k^d$  του περιβάλλοντος  $W_k^d$  τίθεται ως  $M_k^d \equiv W_k^d$ . Προκειμένου να προκληθούν παραμορφώσεις στο χάρτη κάθιε συντεταγμένη όλων των σημείων του  $M_k^d$  διαταράσσεται από σφάλματα που εξάγονται από την κανονική κατανομή  $N_M \sim (0, \sigma_M^2)$ . Η πραγματική στάση του αισθητήρα  $p_k^d$  παράγεται τυχαία εντός του πολυγώνου που σχηματίζεται από το σύνολο σημείων  $W_k^d$ . Η σάρωση που θεωρείται στο εξής και αναφέρεται ως πραγματική,  $S_{R,k}^d$ , η οποία θεωρείται ότι αναφέρεται από τον φυσικό αισθητήρα, υπολογίζεται μέσω δεσμοβολής  $N_s$  ακτίνων από τη στάση  $p_k^d$  προς τις ακμές του πολυγώνου που σχηματίζεται από τα σημεία του συνόλου  $W_k^d$ , σε ένα γωνιακό πεδίο όρασης  $\lambda = 2\pi$ . Η αρχική εκτίμηση της στάσης του αισθητήρα  $\hat{p}_k^d$  λαμβάνεται μέσω διαταραχής των συνιστώσων της πραγματικής στάσης  $p_k^d$  με ποσότητες που εξάγονται από ομοιόμορφες κατανομές σφαλμάτων  $U_{xy}(-\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_{xy})$ ,  $U_\theta(-\bar{\delta}_\theta, \bar{\delta}_\theta)$ :  $\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ .

Προκειμένου να ελεγχθεί η επίδοση των αλγορίθμων σε πραγματικές συνθήκες δοκιμάζονται πέντε επίπεδα θορύβου με επίδραση στις μετρήσεις της πραγματικής σάρωσης  $S_{R,k}^d$ : κάθιε μέτρηση διαταράσσεται από θόρυβο  $N_R \sim (0, \sigma_R^2)$ :  $\sigma_R \in \{0.01, 0.03, 0.05, 0.10, 0.20\}$  m. Οι τιμές των τυπικών αποκλίσεων υπολογίστηκαν από εμπορικά διαθέσιμους πανοραμικούς αισθητήρες lidar, προσδιορίζοντας το μέγεθος της μέγιστης αναφερόμενης τιμής των σφαλμάτων απόστασης τους και διαιρώντας το με τον συντελεστή τρία. Το σκεπτικό είναι ότι 99.73% των σφαλμάτων εντοπίζονται εντός 3σ γύρω από την πραγματική απόσταση μεταξύ μιας ακτίνας και ενός εμποδίου, υποθέτοντας ότι τα σφάλματα κατανέμονται κανονικά. Η ελάχιστη τιμή  $\sigma_R = 0.01$  m αναφέρεται για ακριβείς πανοραμικούς αισθητήρες μεγάλου κόστους VELODYNE [Vel], και οι υπόλοιπες για πανοραμικούς αισθητήρες με ελκυστική τιμή, αλλά αυξημένα επίπεδα διαταραχών, π.χ. RPLIDAR A2M8, YDLIDAR G4, G6, TG30 και X4 [RPL; YDL]. Επιπλέον, δοκιμάζονται δύο επίπεδα διαφυγούς χάρτη:  $\sigma_M \in \{0.0, 0.05\}$  m. Οι μέγιστες κατά θέση και προσανατολισμό μετατοπίσεις  $\bar{\delta}_{xy}$  και  $\bar{\delta}_\theta$  ορίζονται σε  $\bar{\delta}_{xy} = 0.20$  m και  $\bar{\delta}_\theta = \pi/4$  rad. Η τιμή της μεταβλητής  $\bar{\delta}_{xy}$  επιλέχθηκε ως τέτοια από αναφορές σφαλμάτων θέσης σε πραγματικές συνθήκες [Pen+18]. Η τιμή της μεταβλητής  $\bar{\delta}_\theta$  επιλέχθηκε ως τέτοια προκειμένου να συμπεριληφθούν σφάλματα προσανατολισμού στο στάδιο αρχικοποίησης της παρακολούθησης στάσης, και σφάλματα που προκαλούνται λόγω αποκλινουσών ενδείξεων οδομετρίας. Το μέγεθος της πραγματικής σάρωσης εισόδου ορίστηκε σε  $N_s = 360$  ακτίνες.

Διαχρίνουμε τον FSMSM σε τρεις υλοποιήσεις, ανάλογα με τη μέθοδο που χρησιμο-

ποιείται για την εκτίμηση του προσανατολισμού της στάσης του φυσικού αισθητήρα. Σε ό,τι ακολουθεί σημειώνουμε τον FSMSM με τη χρήση της μεθόδου (α) Πρώτων Αρχών ως  $x_1$ , (β) Προκρούστη ως  $uf$ , και (γ) Fourier-Mellin μίας διάστασης ως  $fm$ . Ο ελάχιστος και ο μέγιστος ρυθμός υπερδειγματοληψίας του χάρτη για τις μεθόδους  $fm$  και  $uf$  ορίστηκαν σε  $(\mu_{\min}, \mu_{\max}) \equiv (2^{\nu_{\min}}, 2^{\nu_{\max}}) \equiv (2^2, 2^5)$ , ενώ για τη μέθοδο  $x_1$ :  $(\mu_{\min}, \mu_{\max}) \equiv (2^{\nu_{\min}}, 2^{\nu_{\max}}) \equiv (2^2, 2^4)$ . Για τις δύο πρώτες ο αριθμός των επαναλήψεων της συνιστώσας εκτίμησης θέσης ορίστηκε σε  $I_T = 1 + \nu$ ,  $\nu \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$ :  $\nu \in [\nu_{\min}, \nu_{\max}]$ , ενώ για την τελευταία σε  $I_T = 2$ . Το χριτήριο σύγκλισης για όλες τις μεθόδους εφαρμόσθηκε μόνο ως προς την διαφορά εκτίμησης του προσανατολισμού:  $\varepsilon_{dp} = 10^{-5}$ . Η συνθήκη τερματισμού ορίστηκε σε  $CAER(\mathcal{S}_R, \text{scan\_map}(\mathbf{M}, \hat{\mathbf{p}}')) \leq \bar{c} = (\hat{\sigma}_R + \hat{\sigma}_V)^{1/2}$ , όπου  $\hat{\sigma}_R$  και  $\hat{\sigma}_V$  είναι εκτιμήσεις της τυπικής απόκλισης του θορύβου που επιδρά στις ακτίνες των πραγματικών μετρήσεων  $\mathcal{S}_R$  και εικονικών σαρώσεων  $\mathcal{S}_V$  αντίστοιχα. Για λόγους περιορισμού του χρόνου εκτέλεσης του FSMSM τέθηκε άνω όριο στον αριθμό επανεκκινήσεων, με τιμή  $R_{\max} = 100$  επανεκκινήσεις.

Για σκοπούς σύγκρισης με τις μεθόδους ευθυγράμμισης σαρώσεων που μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην ευθυγράμμιση πραγματικών με εικονικές σαρώσεις η πειραματική διαδικασία διενεργείται έναντι των μεθόδων ευθυγράμμισης Μετασχηματισμού Κανονικών Κατανομών (Normal Distributions Transform—NDT) [BS03; Devc], FastGICP [SHT09; Deva], και PLICP [Cen08; Devd]. Οι NDT, FastGICP και PLICP ανήκουν στις καθιερωμένες μεθόδους ευθυγράμμισης σαρώσεων [Koi+21; Xu+18; Sob+19; Pis+19; QJ19b; Pha+21]. Επιπλέον, για λόγους σύγκρισης έναντι σύγχρονων αλγορίθμων, οι πειραματική διαδικασία επεκτείνεται στους αλγορίθμους FastVGICP [Koi+21; Deva], NDT-PSO [BBA21; Devb], και TEASER [YSC21; Deve].

Για κάθε πείραμα οι μέθοδοι PLICP, NDT, FastGICP, FastVGICP,  $x_1$ ,  $uf$ , και  $fm$  εκτελέσθηκαν για  $E = 10$  φορές για όλα τα δείγματα των  $D_k \in \mathcal{D} \equiv \{\text{aces, fr079, intel, mit\_csail, mit\_killian}\}$ ,  $k \in \{0, 1, \dots, 4\}$ . Επομένως κάθε μέθοδος δοκιμάστηκε συνολικά  $N_{tot} = 10 \times 2 \times 5 \times \sum |D_k| \approx 4.5 \cdot 10^6$  φορές. Λόγω της παρατήρησης VIII κάθε ένας από αυτούς του αλγορίθμους επανέλαβε τη διαδικασία ευθυγράμμισης με βάση την ανανεωμένη εκτίμηση στάσης του προηγούμενου βήματος για  $I = 10$  φορές καθώς (α) η εσωτερική μετρική ευθυγράμμισης του καθενός, η οποία βασίζεται στην απόσταση ανάμεσα σε αντιστοιχισμένες ακτίνες, βρέθηκε ότι δεν αποτελεί φθίνουσα συνάρτηση ως προς το σφάλμα εκτίμησης (ώστε η μετρική να τεθεί ως αξιόπιστο χριτήριο τερματισμού—όπως φαίνεται και

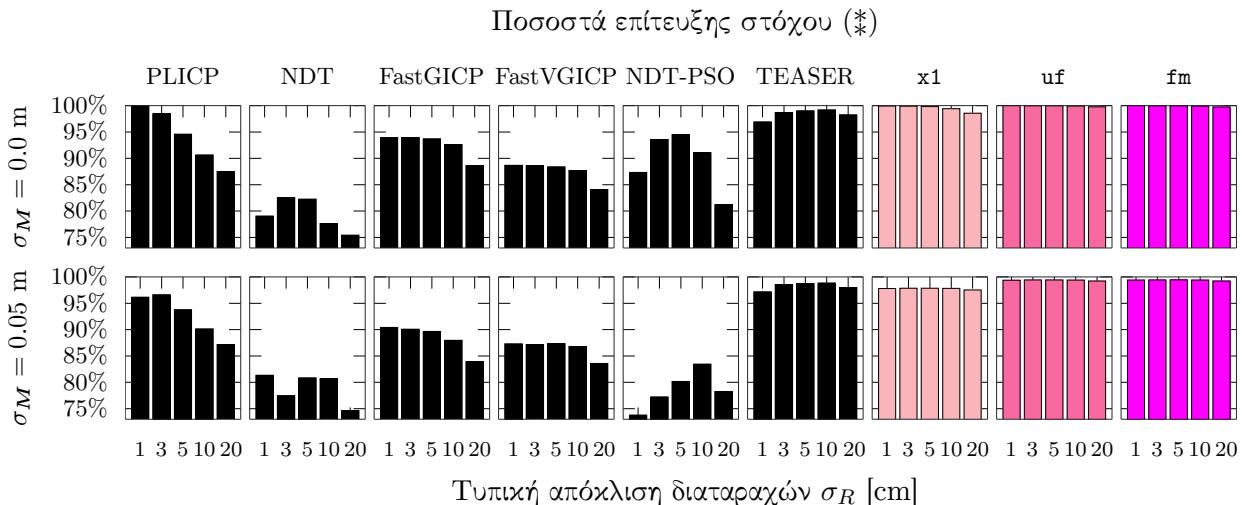
από το σχήμα 8.9) και (β) βρέθηκε ότι για  $I > 10$  δεν επιφέρεται περαιτέρω μείωση του σφάλματος εκτίμησης σε σχέση με την κατάσταση όπου  $I = 10$ . Ως προς τους NDT-PSO και TEASER, οι χρόνοι εκτέλεσής τους μετρήθηκαν στην τάξη των δευτερολέπτων ανά στάση εισόδου—περίπου μια τάξη μεγέθους μεγαλύτερη από το χρόνο εκτέλεσης του FSMSM: η πειραματική διαδικασία επί των NDT-PSO και TEASER εκτελέστηκε  $E = 1$  φορά για κάθε δείγμα του  $D$ , για  $I = 10$  και  $I = 1$  αντίστοιχα.

Για κάθε τελική εκτίμηση στάσης  $\hat{p}_{k,e}^{ld}$  που εξάγεται από κάθε αλγόριθμο,  $d = 1, 2, \dots, |D_k|$ ,  $k \in \{0, 1, \dots, 4\}$ ,  $e = 1, 2, \dots, E$ , καταγράφεται η απόκλισή της από την πραγματική στάση  $p_{k,e}^d$  με τη μορφή του ολικού μέτρου σφάλματος στάσης. Το κριτήριο στο οποίο στηρίζεται η αξιολόγηση όλων των δοκιμών είναι το μέτρο του τελικού συνολικού σφάλματος στάσης—εξ. (5.1), για  $p \leftarrow p_{k,e}^d$  και  $\hat{p} \leftarrow \hat{p}_{k,e}^{ld}$  όπου  $\hat{p}$  είναι η αρχική εκτίμηση στάσης, και  $\hat{p}'$  είναι η έξοδος κάθε υπό δοκιμή αλγορίθμου. Η μονάδα μέτρησης του είναι  $(m^2 + rad^2)^{1/2}$  και, όπου παραλείπεται στα σχήματα, αυτό έχει γίνει για λόγους οικονομίας χώρου και αναγνωσιμότητας.

Τα πειράματα επί των FSMSM, FastGICP, FastVGICP, PLICP, και NDT πραγματοποιήθηκαν σε ένα μόνο νήμα, σε υπολογιστή με συχνότητα CPU 4.0 GHz. Οι NDT-PSO και TEASER είναι παράλληλες υλοποιήσεις: τα πειράματά τους διεξήχθησαν σε τέσσερα νήματα, σε υπολογιστή με συχνότητα CPU 2.2 GHz.

### 7.5.2 Αποτελέσματα

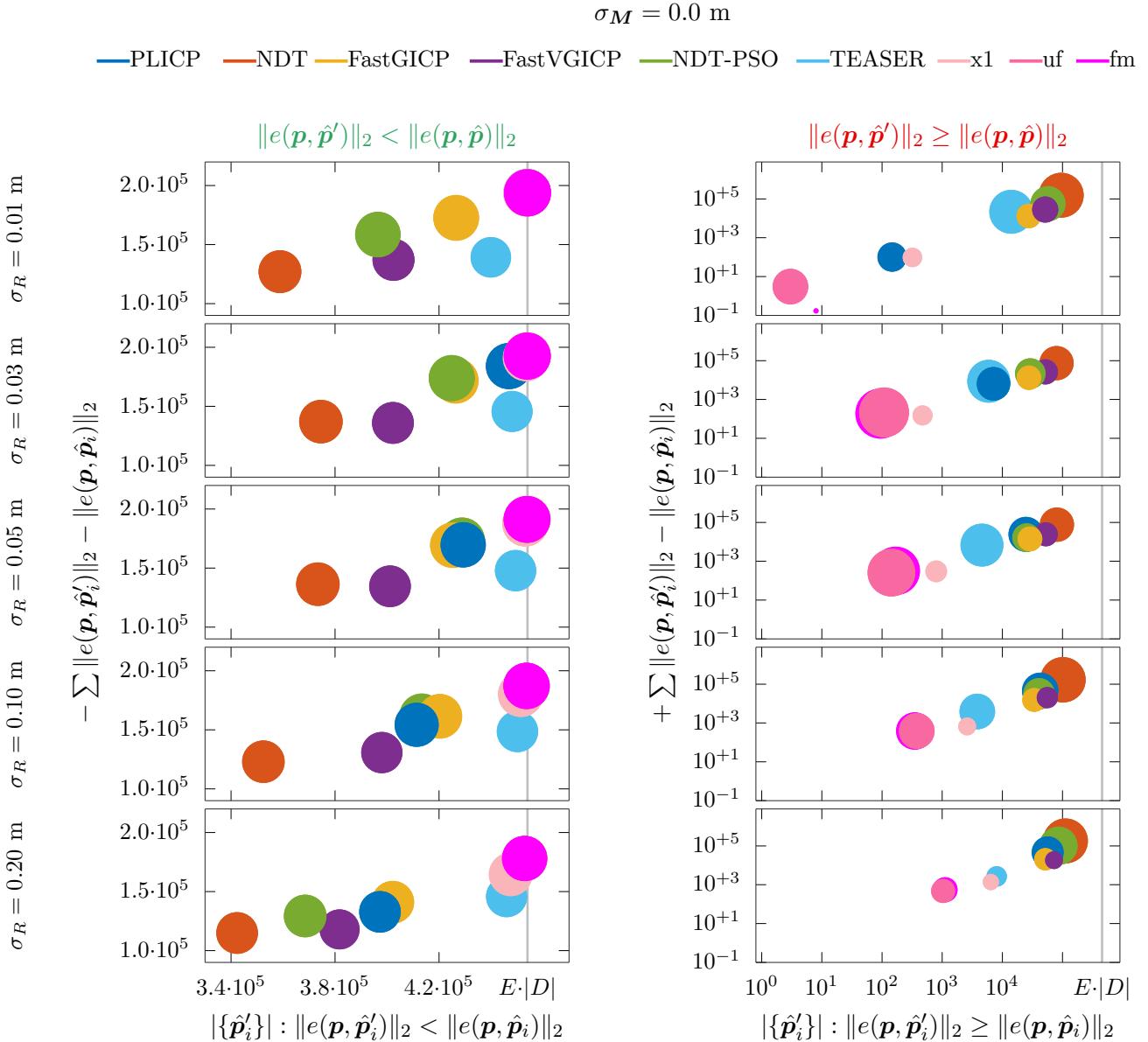
Το σχήμα 7.23 απεικονίζει το ποσοστό των εκτιμήσεων στάσης εισόδου για τις οποίες επετεύχθη ο στόχος (\*) ανά υπό εξέταση αλγόριθμο, επίπεδο διαταραχών των μετρήσεων του φυσικού αισθητήρα, και διαφυγόρας του χάρτη—ήτοι το κλάσμα του αριθμού των εκτιμήσεων στάσης των οποίων το σφάλμα μειώθηκε έπειτα από την εφαρμογή της κάθε μεθόδου προς τον ολικό αριθμό τροφοδοτηθέντων εκτιμήσεων στάσης. Στα αριστερά διαγράμματα των σχημάτων 7.24 και 7.25 απεικονίζεται η συνολική μείωση του σφάλματος εκτίμησης στάσης, ο συνολικός αριθμός εισόδων για τις οποίες το σφάλμα εκτίμησης μειώθηκε ως συνέπεια της εφαρμογής κάθε μεθόδου, και η μέση μείωση του σφάλματος ανά είσοδο για την οποία το σφάλμα εκτίμησης μειώθηκε. Στα δεξιά διαγράμματα απεικονίζεται η συνολική αύξηση του σφάλματος εκτίμησης στάσης, ο συνολικός αριθμός εισόδων για τις οποίες το σφάλμα εκτίμη-



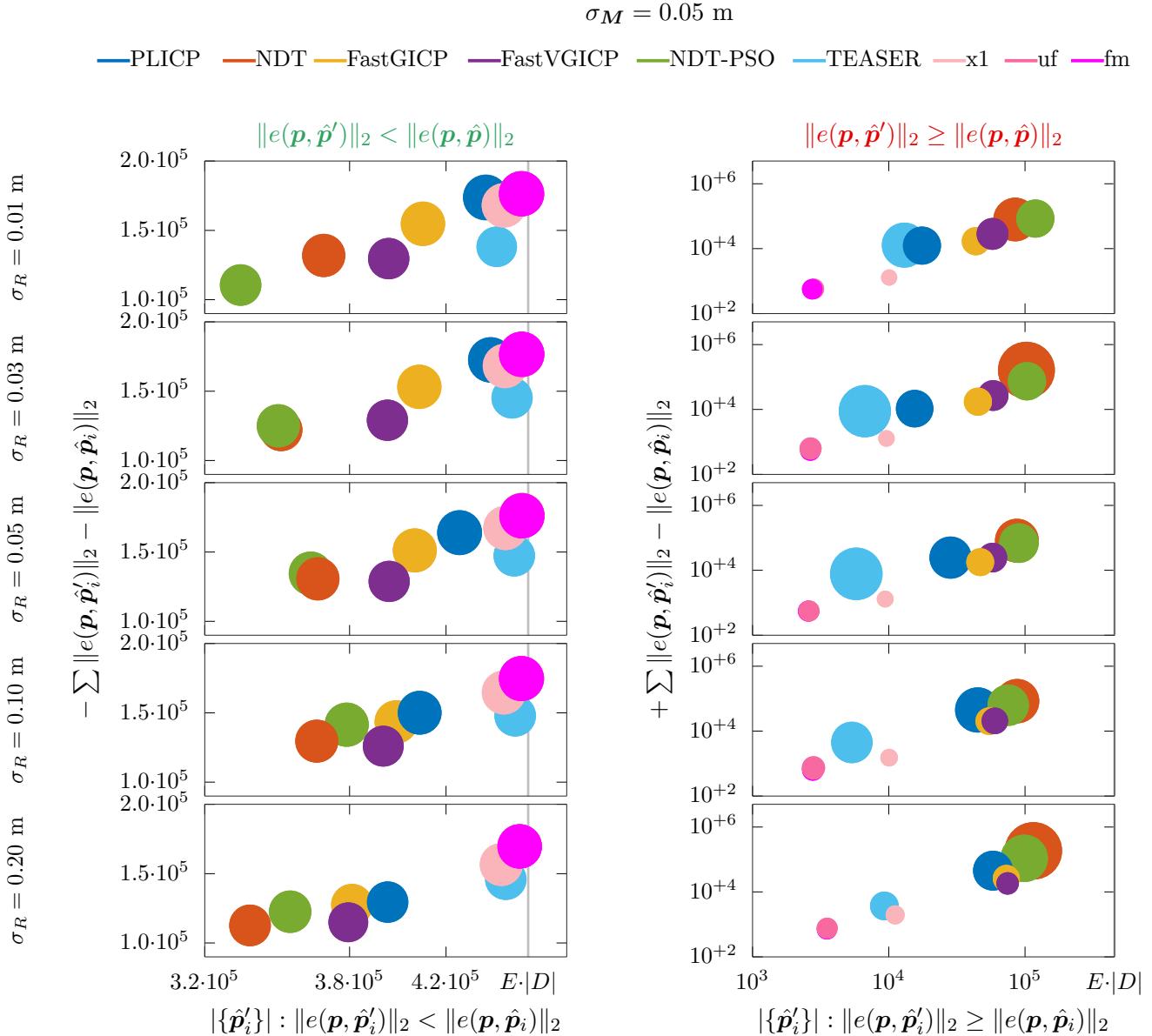
Σχήμα 7.23: Τα ποσοστά επίτευξης του στόχου (\*) ανά αλγόριθμο υπό δοκιμή, τυπική απόκλιση διαταραχών που επιδρούν στις πραγματικές μετρήσεις  $\sigma_R$ , και τυπική απόκλιση διαταραχών των συντεταγμένων του χάρτη  $\sigma_M$ . Το διάγραμμα αυτό απαντάει στην ερώτηση: “Από τον συνολικό αριθμό εκτιμήσεων στάσης που εισήχθησαν σε κάθε μέθοδο, ποιο είναι το ποσοστό των εκτιμήσεων των οποίων το σφάλμα μειώθηκε ως αποτέλεσμα της εφαρμογής της κάθε μίας;”. Κάθε ράβδος αντιστοιχεί σε  $\approx 4.5 \cdot 10^5$  πειράματα ευθυγράμμισης, για όλες τις μεθόδους εκτός των NDT-PSO και TEASER, οι οποίες δοκιμάσθηκαν στο ένα δέκατο αυτής της τιμής λόγω του υπέρογκου χρόνου εκτέλεσής τους. Σ.τ.Σ.: Αυτό το διάγραμμα είναι το σημαντικότερο του κεφαλαίου και ίσως το σημαντικότερο της διατριβής: οι σχεδιασθέντες σε αυτήν μέθοδοι διατηρούν την ενδωστία των αριθμούν εκτιμήσεων στάσης των οποίων το σφάλμα ελάττωσαν κατά μήκος των διαταραχών που επιδρούν στις μετρήσεις των φυσικού αισθητήρα δεδομένον ενός επιπέδου διαφοροφάσης χαρτη και εκτελούνται σε πραγματικό χρόνο, σε αντίθεση με όλους τους υπό δοκιμή αλγορίθμους της βιβλιογραφίας

στης αυξήθηκε ως συνέπεια της εφαρμογής κάθε μεθόδου, και η μέση αύξηση του σφάλματος ανά είσοδο για την οποία το σφάλμα εκτίμησης αυξήθηκε.

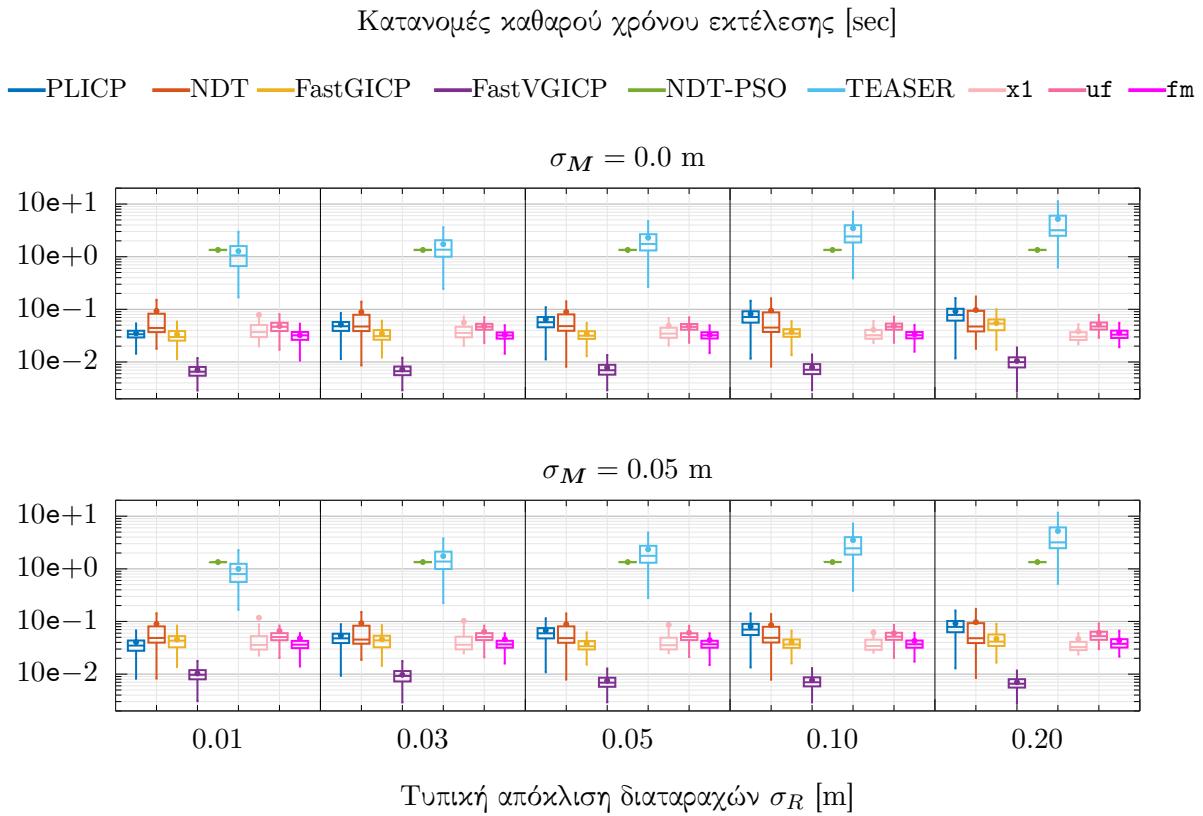
Στο σχήμα 7.26 απεικονίζονται οι κατανομές των καθαρών χρόνων εκτέλεσης του κάθε αλγορίθμου, δηλαδή ο ολικός χρόνος εκτέλεσης των άνευ του χρόνου εκτέλεσης υπολογισμού εικονικών σαρώσεων. Στην άνω σειρά του σχήματος 7.27 απεικονίζεται η κατανομή του αριθμού των εικονικών σαρώσεων που συνέλαβαν οι τρεις όψεις του FSMSM, και στη μεσαία ο ολικός χρόνος εκτέλεσής τους για τη διαμόρφωση που περιγράφηκε στην ενότητα 7.5.1. Στην τελευταία σειρά απεικονίζονται οι χρόνοι εκτέλεσης των τριών μεθόδων για την ίδια διαμόρφωση, εάν όμως η αναπαράσταση του χάρτη γινόταν μέσω χάρτη πλέγματος. Η διαφορά ανάμεσα στους δύο χρόνους εκτέλεσης έγκειται στο γεγονός ότι ο υπολογισμός εικονικών σαρώσεων σε χάρτες πλέγματος γίνεται σε πολύ μικρότερο χρόνο ( $\approx 30\%$ ) σε σχέση με την υλοποίηση που ακολουθήσαμε [WK18]. Με βάση τα στοιχεία του σχήματος 7.28, ο λόγος για τις αυξημένες τιμές χρόνου εκτέλεσης της μεθόδου x1 σε σχέση με αυτές των uf και fm οφείλεται στον αυξημένο αριθμό επανεκκινήσεων της πρώτης. Στο τελευταίο διάγραμμα



Σχήμα 7.24: Η συνολική μείωση (αριστερά, στον κάθετο άξονα) και αύξηση (δεξιά) του σφάλματος εκτίμησης στάσης συναρτήσει του αριθμού των δειγμάτων των οποίων το μέτρο σφάλματος εκτίμησης στάσης μειώθηκε (αριστερά, στον οριζόντιο άξονα) και αυξήθηκε (δεξιά), για  $\sigma_M = 0.0 \text{ m}$ . Η ακτίνα των κύκλων είναι ανάλογη της μέσης μείωσης (αύξησης) ανά στάση για την οποία το σφάλμα μειώθηκε (αυξήθηκε) ως αποτέλεσμα της εφαρμογής κάθε μεθόδου. Στο αριστερό διάγραμμα τιμές σε υψηλότερα επίπεδα είναι καλύτερες από τιμές σε χαμηλότερα, ενώ στο δεξιό ισχύει το αντίθετο. Αυτό το διάγραμμα απαντάει στις εξής ερωτήσεις: (α) “Όταν ο χάρτης αντιστοιχεί τέλεια στο περιβάλλον, από τον συνολικό αριθμό εκτιμήσεων στάσης που εισήχθησαν σε κάθε μέθοδο, πόσων το σφάλμα κατάφερε η κάθε μέθοδος να μειώσει, και σε πόσες απέτυχε;”, (β) “Από τον συνολικό αριθμό εκτιμήσεων στάσης που εισήχθησαν σε κάθε μέθοδο, πόσο είναι το συνολικό σφάλμα που κατάφερε να μειώσει η καθεμία;”, (γ) “Από τον συνολικό αριθμό εκτιμήσεων στάσης που εισήχθησαν σε κάθε μέθοδο, πόσο είναι το συνολικό σφάλμα που επέφερε η καθεμία όταν δεν κατάφερε να μειώσει το σφάλμα της αρχικής εκτίμησης;”, και (δ) “Ποιοί είναι το μέσο σφάλμα κατά το οποίο μειώθηκε (αυξήθηκε) μία αρχική εκτίμηση για αυτές τις οποίων το σφάλμα μειώθηκε (αυξήθηκε);”



Σχήμα 7.25: Η συνολική μείωση (αριστερά, στον κάθετο άξονα) και αύξηση (δεξιά) του σφάλματος εκτίμησης στάσης συναρτήσει του αριθμού των δειγμάτων των οποίων το μέτρο σφάλματος εκτίμησης στάσης μειώθηκε (αριστερά, στον οριζόντιο άξονα) και αυξήθηκε (δεξιά), για  $\sigma_M = 0.05 \text{ m}$ . Η ακτίνα των κύκλων είναι ανάλογη της μέσης μείωσης (αύξησης) ανά στάση για την οποία το σφάλμα μειώθηκε (αυξήθηκε) ως αποτέλεσμα της εφαρμογής κάθε μεθόδου. Στο αριστερό διάγραμμα τιμές σε υψηλότερα επίπεδα είναι καλύτερες από τιμές σε χαμηλότερα, ενώ στο δεξιό ισχύει το αντίθετο. Αυτό το διάγραμμα απαντάει στις εξής ερωτήσεις: (α) “Όταν ο χάρτης δεν αντιστοιχεί τέλεια στο περιβάλλον, από τον συνολικό αριθμό εκτιμήσεων στάσης που εισήχθησαν σε κάθε μέθοδο, πόσων το σφάλμα κατάφερε η κάθε μέθοδος να μειώσει, και σε πόσες απέτυχε;”, (β) “Από τον συνολικό αριθμό εκτιμήσεων στάσης που εισήχθησαν σε κάθε μέθοδο, πόσο είναι το συνολικό σφάλμα που κατάφερε να μειώσει η καθεμία;”, (γ) “Από τον συνολικό αριθμό εκτιμήσεων στάσης που εισήχθησαν σε κάθε μέθοδο, πόσο είναι το συνολικό σφάλμα που επέφερε η καθεμία όταν δεν κατάφερε να μειώσει το σφάλμα της αρχικής εκτίμησης;”, και (δ) “Ποιό είναι το μέσο σφάλμα κατά το οποίο μειώθηκε (αυξήθηκε) μία αρχική εκτίμηση για αυτές τις οποίων το σφάλμα μειώθηκε (αυξήθηκε);”

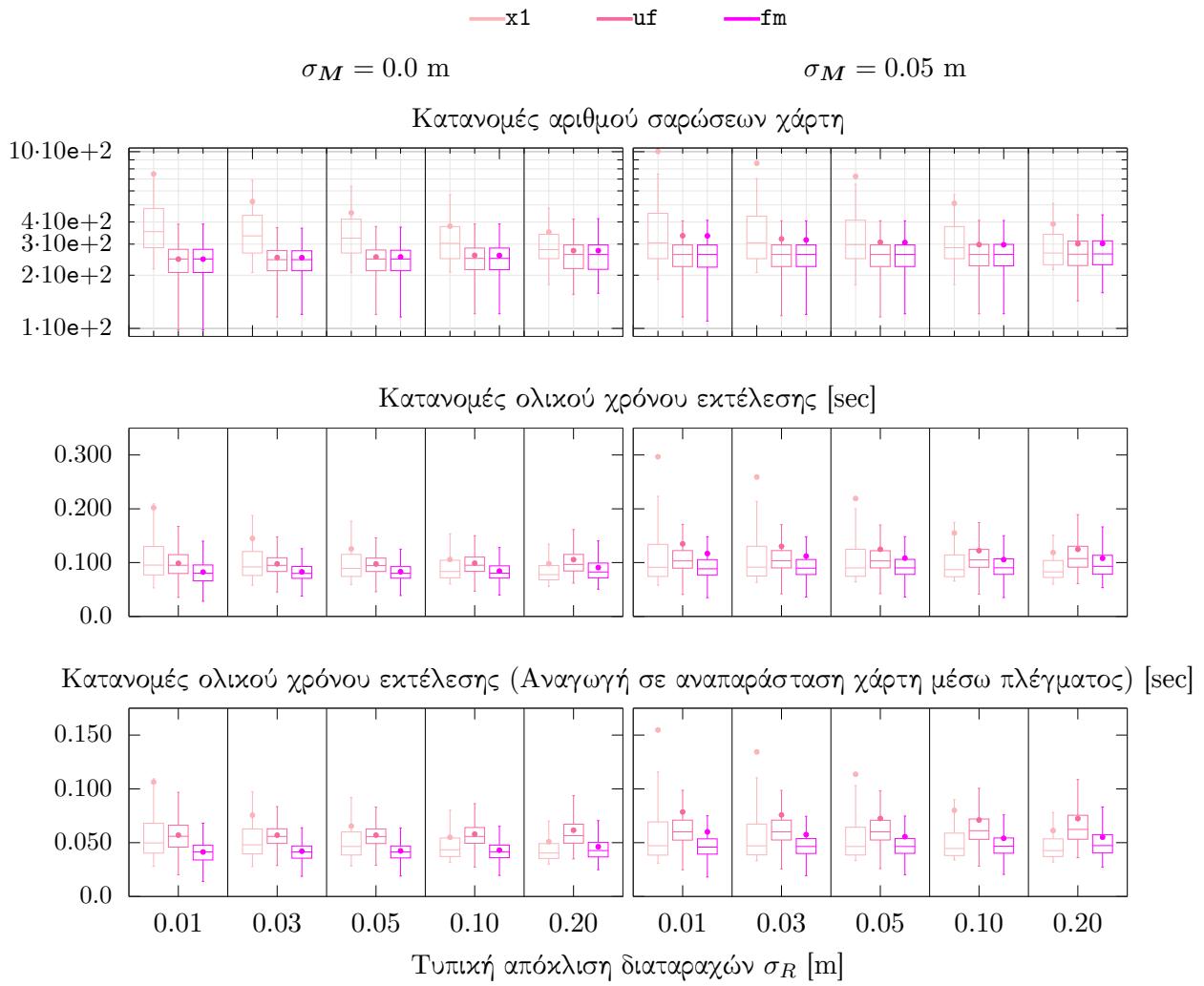


**Σχήμα 7.26:** Οι κατανομές των χρόνων εκτέλεσης όλων των αλγορίθμων χωρίς να συνυπολογίζεται ο χρόνος υπολογισμού σαρώσεων χάρτη. Για τους  $x1$ ,  $uf$ , και  $fm$ , ο ολικός χρόνος εκτέλεσης με βάση τη διαμόρφωση της ενότητας 7.5.1 απεικονίζεται στο σχήμα 7.27. Παρατηρήστε πως η εκτέλεση των μεθόδων NDT-PSO και TEASER σε τέσσερα επεξεργαστικά νήματα έχει ως αποτέλεσμα χρόνους εκτέλεσης άνω του ενός δευτερολέπτου, δηλαδή η εκτέλεσή τους γίνεται σε μη πραγματικό χρόνο

απεικονίζεται ο αριθμός επανεκκινήσεων των τριών όψεων της μεθόδου FSMSM συναρτήσει των αρχικών μετατοπίσεων κατά προσανατολισμό και απόσταση από την πραγματική στάση του αισθητήρα, ανά επίπεδο διαταραχών των μετρήσεών του και επίπεδο διαφύοράς του χάρτη.

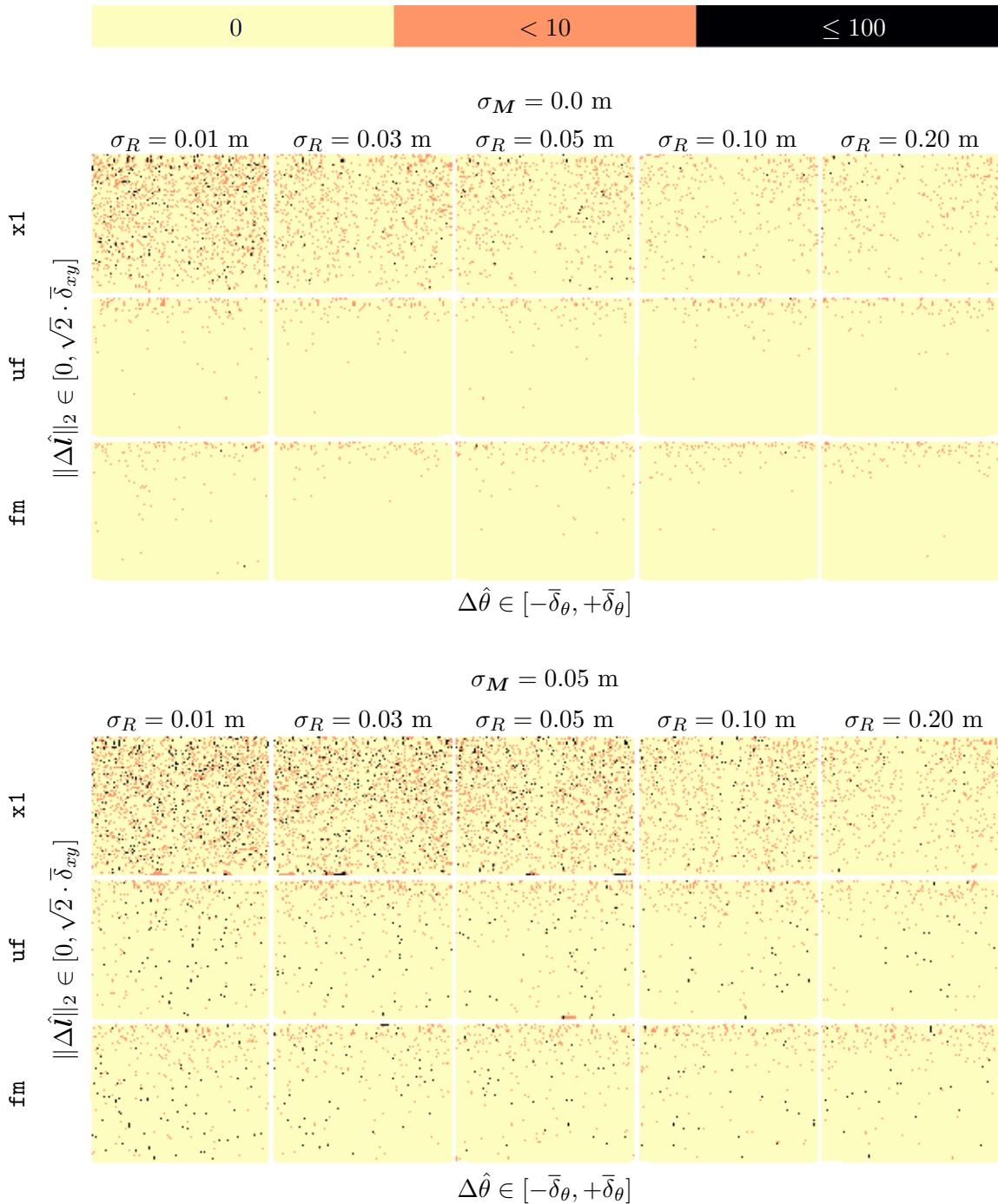
Τα σχήματα 7.29, 7.30, και 7.31 απεικονίζουν αντίστοιχα τα ποσοστά επίτευξης του στόχου (\*) ως προς (α) τη συνιστώσα του προσανατολισμού ανά μονάδα αρχικού σφάλματος προσανατολισμού και (β) τη συνιστώσα της θέσης, ανά μονάδα αρχικού σφάλματος εκτίμησης (i) θέσης και (ii) προσανατολισμού.

Στο σχήμα 7.32 απεικονίζονται οι κατανομές των μέτρων των σφαλμάτων στάσης όλων των αλγορίθμων για τις διάφορές τιμές των διαταραχών μετρήσεων και διαφύοράς χάρτη. Στην πρώτη και τρίτη σειρά εμφανίζονται σε πλήρη άποψη οι κατανομές για  $\sigma_M = 0.0 \text{ m}$  και  $\sigma_M = 0.05 \text{ m}$  αντίστοιχα, ενώ στην δεύτερη και τέταρτη εμφανίζονται οι ίδιες κατανομές αλλά εστιασμένες προς τις ελάχιστες παρατηρούμενες τιμές. Στα σχήματα Z'.1 και Z'.2

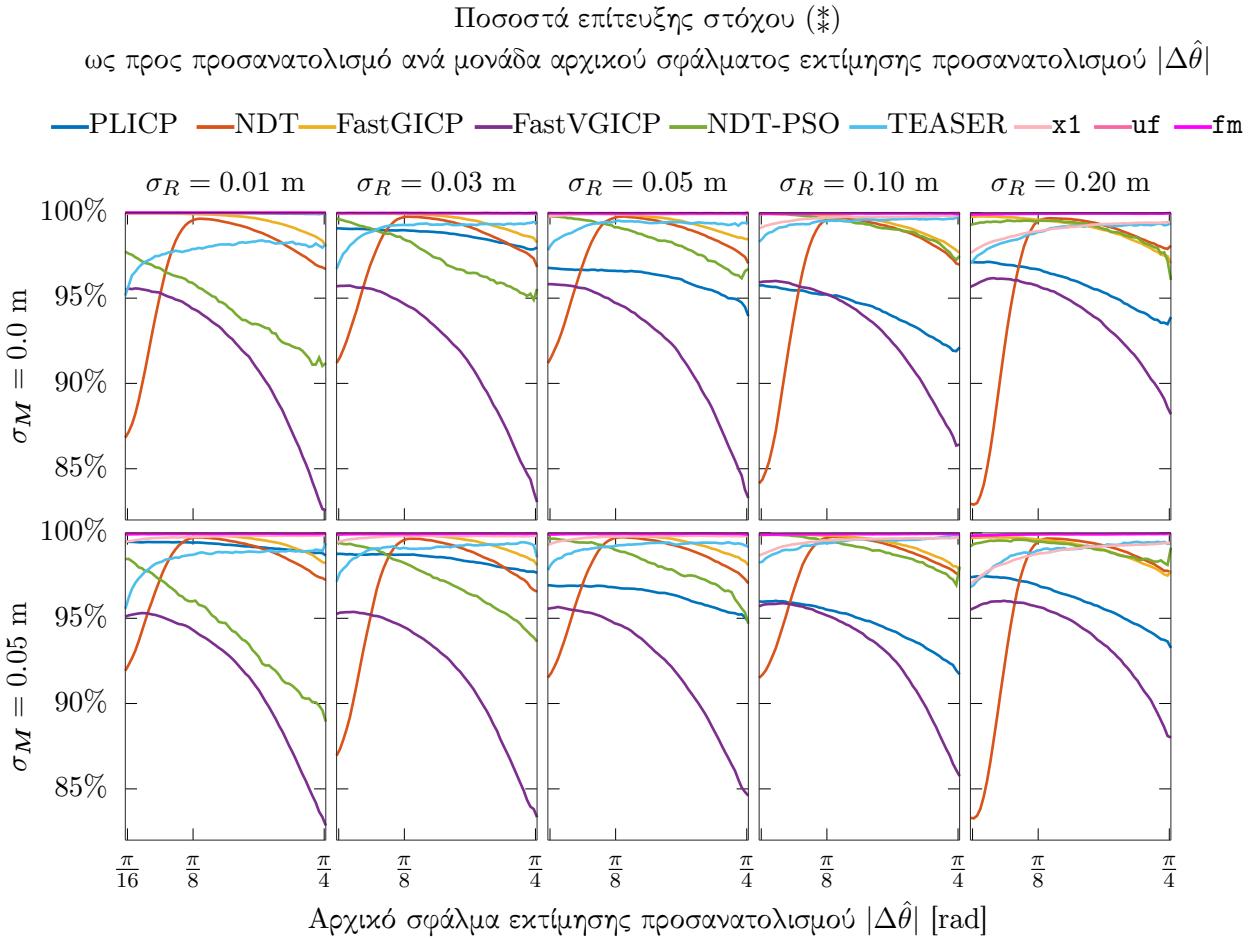


Σχήμα 7.27: Οι κατανομές του αριθμού των συλληφθέντων σαρώσεων χάρτη (άνω σειρά), των ολικών χρόνων εκτέλεσης με βάση τη διαμόρφωση της ενότητας 7.5.1 (μεσαία), και του ανηγμένου χρόνου εκτέλεσης εάν ο χάρτης του κάθε περιβάλλοντος αναπαρίστατο μέσω πλέγματος

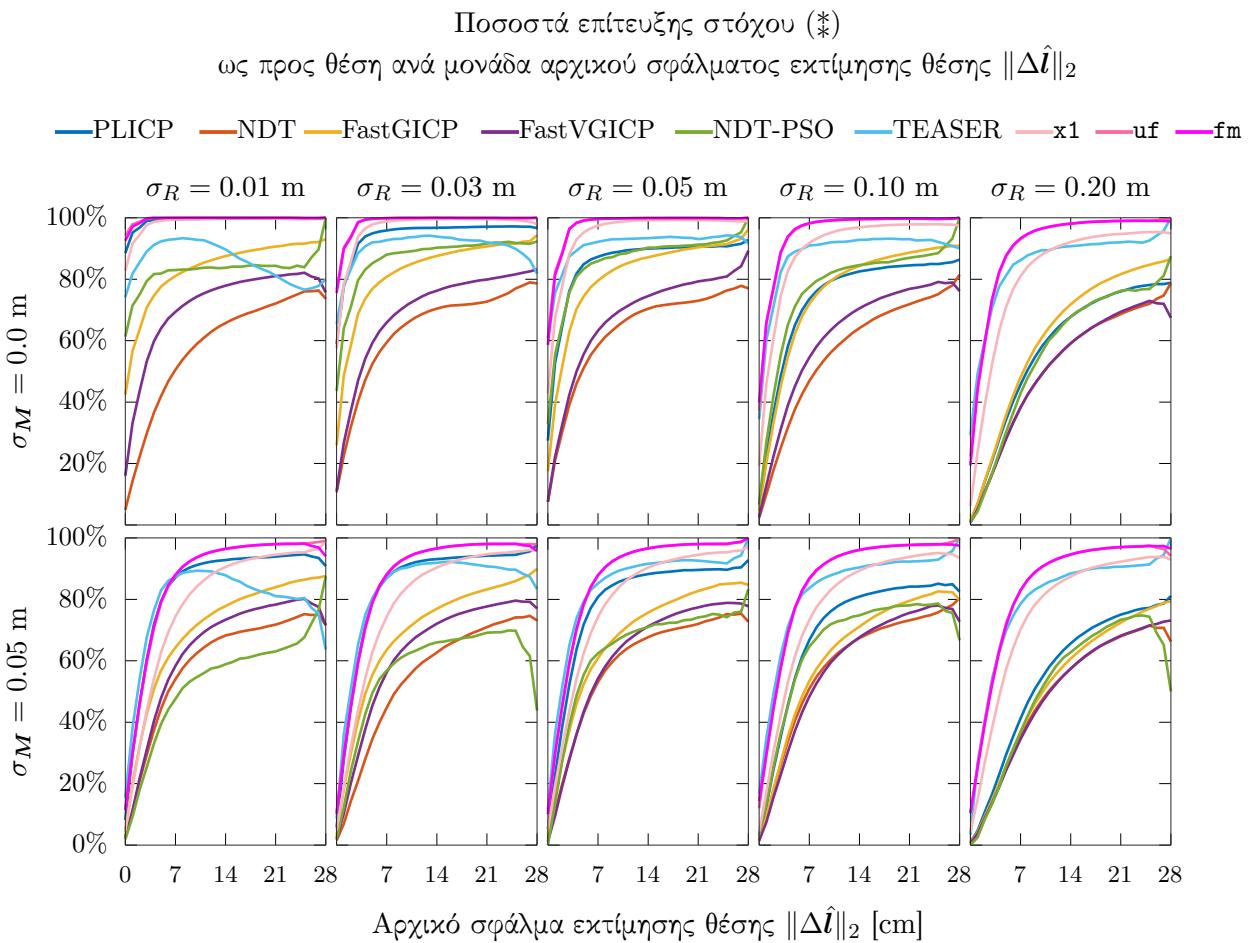
Αριθμός επανεκκινήσεων ως προς αρχικές συνθήκες



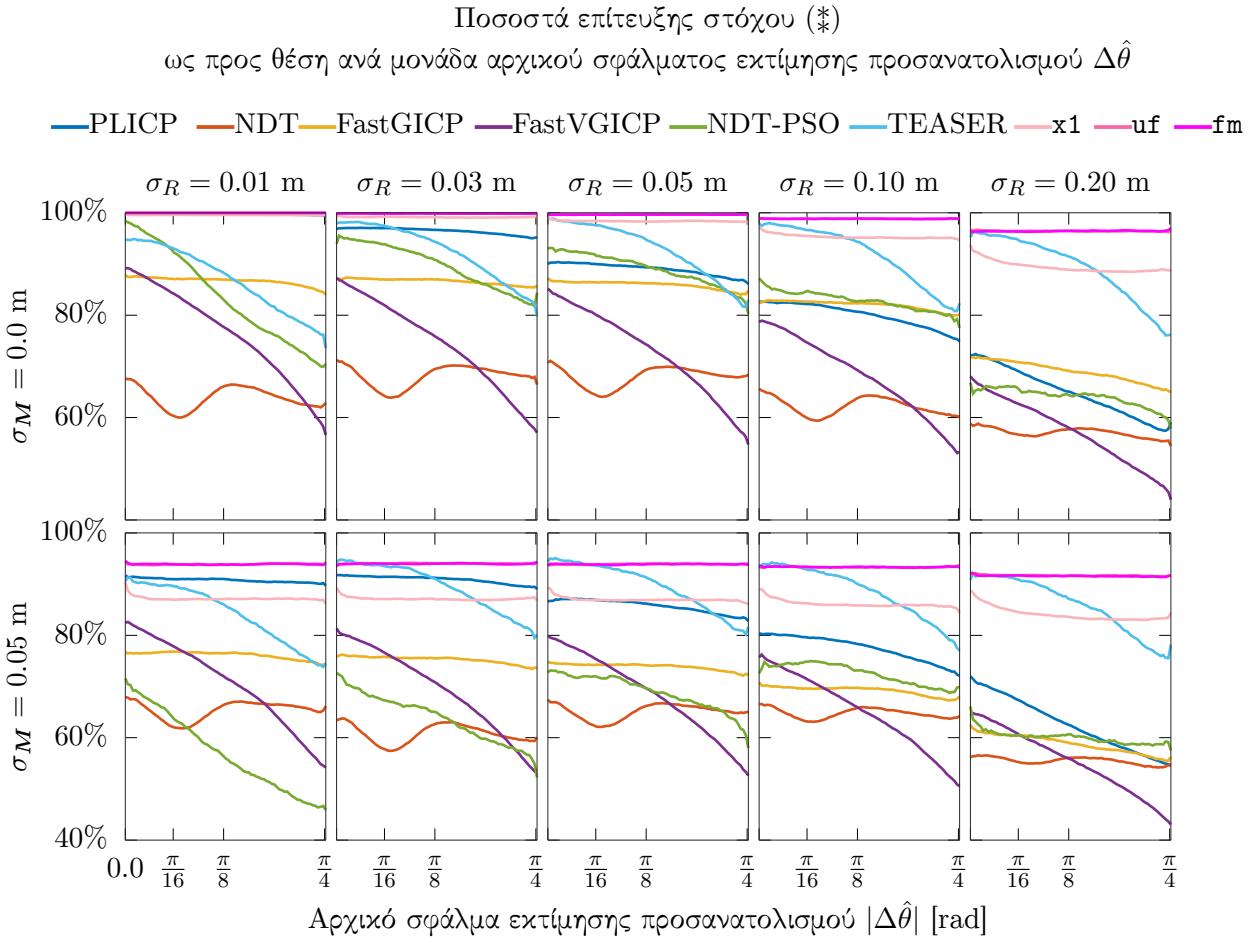
Σχήμα 7.28: Χάρτες θερμότητας του αριθμού των επανεκκινήσεων των μεθόδων  $x_1$ ,  $u_f$ , και  $f_m$  ανά επίπεδο διαταραχών των μετρήσεων της πραγματικής σάρωσης  $\sigma_R$  και διαφθοράς του χάρτη  $\sigma_M$ . Ο οριζόντιος άξονας κάθε χάρτη θερμότητας αναφέρεται στο σφάλμα εκτίμησης προσανατολισμού  $\Delta\hat{\theta} = \theta - \hat{\theta}$  της αρχικής εκτίμησης  $\hat{\mathbf{p}}(\hat{x}, \hat{y}, \hat{\theta})$ , ενώ ο κάθετος άξονας στο μέτρο του αρχικού σφάλματος εκτίμησης θέσης  $\|\Delta\hat{l}\|_2$ ,  $\Delta\hat{l} = (x - \hat{x}, y - \hat{y})$



Σχήμα 7.29: Οι καμπύλες εξέλιξης των ποσοστών επίτευξης του στόχου (\*) ως προς τη συνιστώσα του προσανατολισμού συναρτήσει του μέτρου του αρχικού σφάλματος εκτίμησης προσανατολισμού για όλες τις διαμορφώσεις της πειραματικής διαδικασίας. Το διάγραμμα απαντάει στην ερώτηση: “Πώς μεταβάλλεται το ποσοστό ικανοποίησης του στόχου (\*) ως προς τη συνιστώσα του προσανατολισμού καθώς αυξάνει το αρχικό σφάλμα προσανατολισμού;”



Σχήμα 7.30: Οι καμπύλες εξέλιξης των ποσοστών επίτευξης του στόχου (\*) ως προς τη συνιστώσα της θέσης συναρτήσει του μέτρου του αρχικού σφάλματος εκτίμησης για όλες τις διαμορφώσεις της πειραματικής διαδικασίας. Το διάγραμμα απαντάει στην ερώτηση: “Πώς μεταβάλλεται το ποσοστό ικανοποίησης του στόχου (\*) ως προς τη συνιστώσα της θέσης καθώς αυξάνει το αρχικό σφάλμα θέσης;”



Σχήμα 7.31: Οι καμπύλες εξέλιξης των ποσοστών επίτευξης του στόχου (\*) ως προς τη συνιστώσα της θέσης συναρτήσει του μέτρου του αρχικού σφάλματος εκτίμησης προσανατολισμού για όλες τις διαφορφώσεις της πειραματικής διαδικασίας. Το διάγραμμα απαντάει στην ερώτηση: “Πώς μεταβάλλεται το ποσοστό ικανοποίησης του στόχου (\*) ως προς τη συνιστώσα της θέσης καθώς αυξάνει το αρχικό σφάλμα προσανατολισμού;”

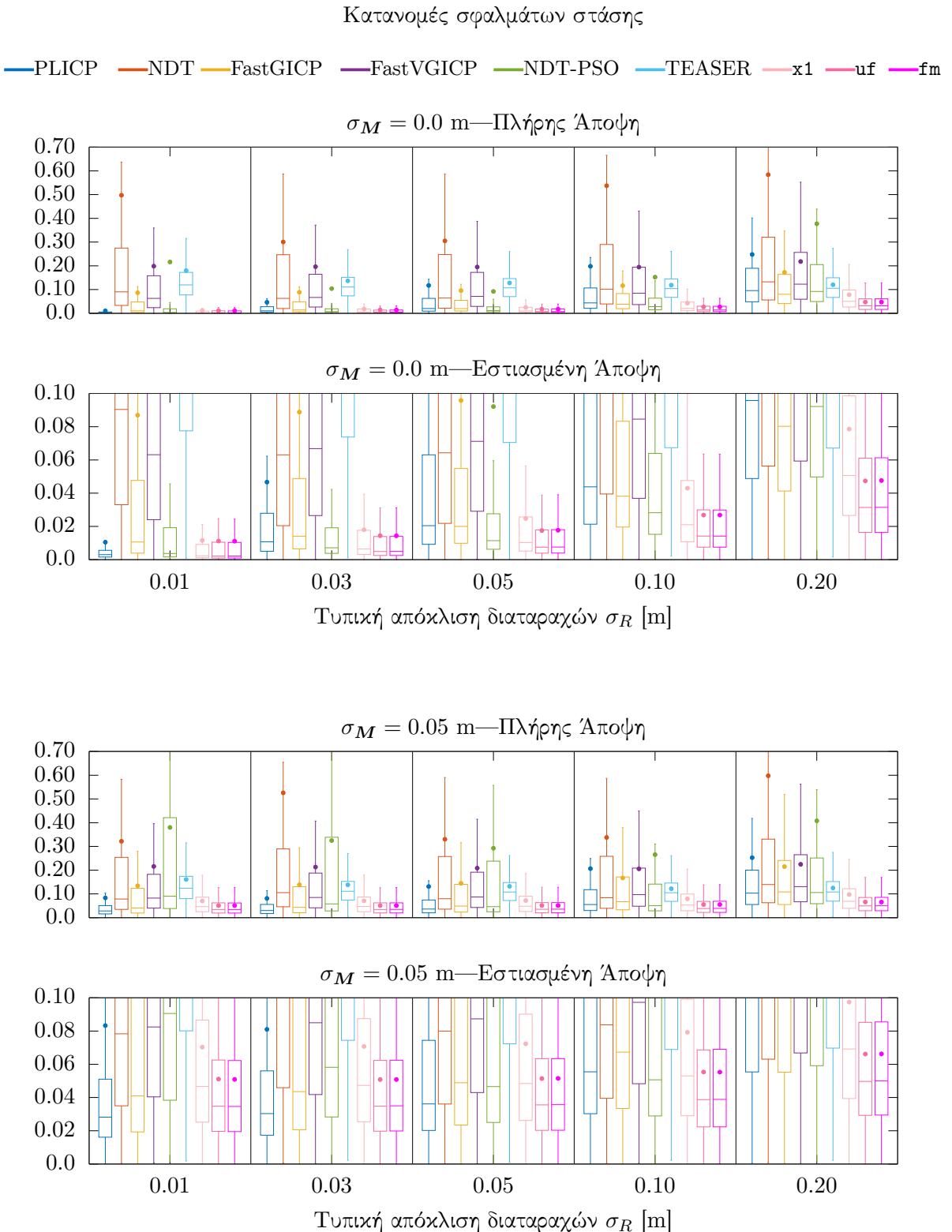
του παραρτήματος Ζ'.2 απεικονίζονται οι κατανομές των συνιστώντων σφαλμάτων θέσης και προσανατολισμού.

Τα σχήματα 7.33, 7.34, 7.35, και 7.36 αναπαριστούν τα μέτρα των τελικών σφαλμάτων εκτίμησης στάσης ως προς τα αρχικά σφάλματα εκτίμησης προσανατολισμού (οριζόντιος άξονας) και θέσης (κάθυστος). Συγκεκριμένα, στα πρώτα δύο σχήματα απεικονίζονται τα τελικά σφάλματα για  $\sigma_M = 0.0$  m  $\sigma_M = 0.05$  αντίστοιχα, κατακερματισμένα σε ομάδες μέτρων σφαλμάτων εκτίμησης. Στα δύο τελευταία σχήματα απεικονίζονται τα ίδια σφάλματα αλλά εστιασμένα ως προς τις ελάχιστες τιμές τελικού σφαλμάτων εκτίμησης, με άνω όριο τον μέσο όρο σφαλμάτων εκτίμησης στάσης όλων των αλγορίθμων, ανά επίπεδο διαφυλοράς χάρτη.

Το σχήμα 7.37 απεικονίζει για τις τρεις διαμορφώσεις του FSMSM και κάθε πειραματική διαμόρφωση τα ποσοστά των τελικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού τα οποία έχουν μέτρο μικρότερο από  $\gamma/2^{\nu+1}$ , για  $\nu = 0, 1, \dots, \nu_{\max} = 5$ .

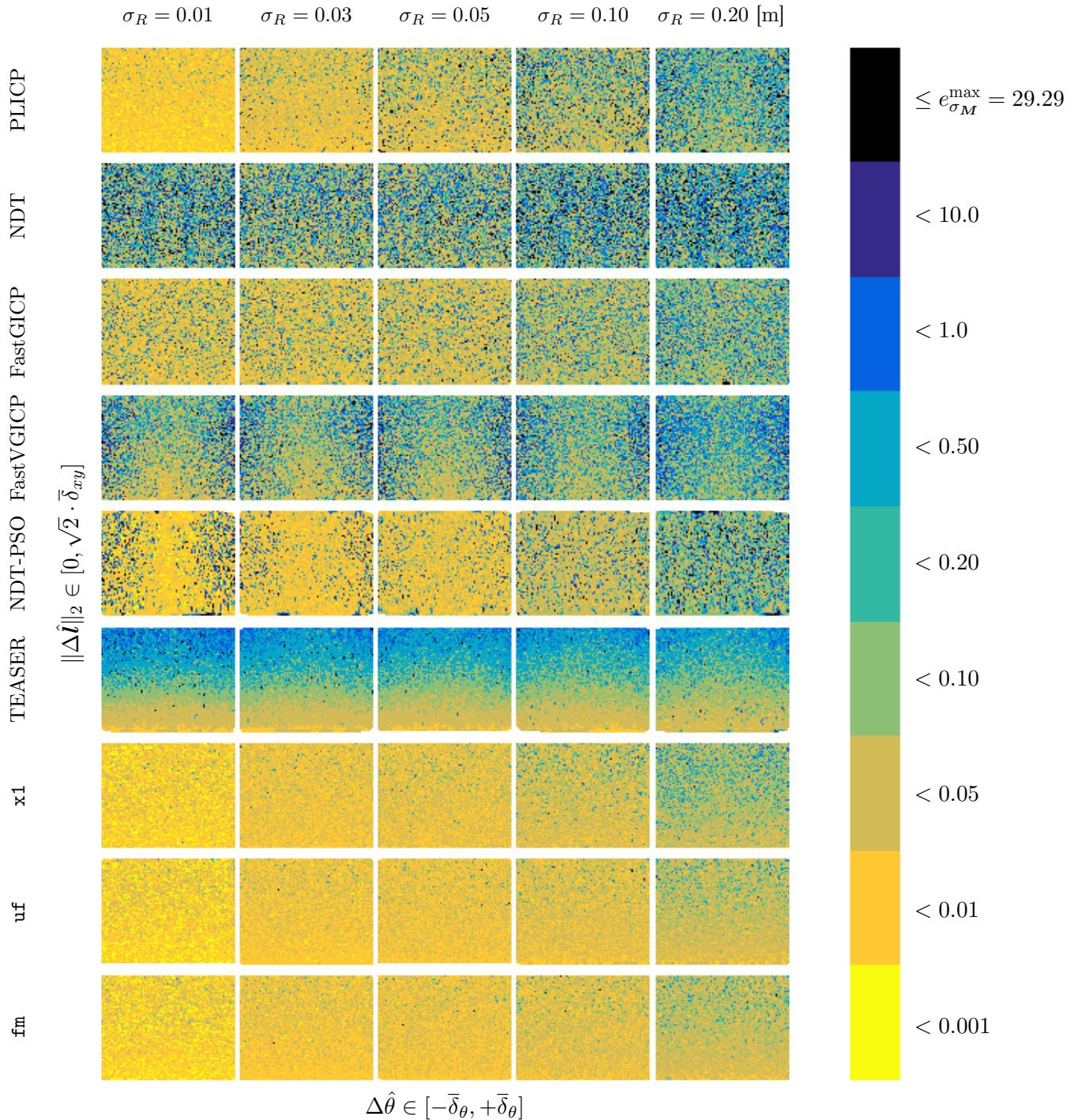
### 7.5.3 Εξέταση και αξιολόγηση αποτελεσμάτων

Με βάση τα πειραματικά αποτελέσματα, ξεκινώντας από το σχήμα 7.23 παρατηρούμε πως τα ποσοστά επίτευξης του στόχου (\*) φύλνουν για τις εκδόσεις του ICP, με διαφορετικούς βαθμούς καθώς αυξάνει το επίπεδο των διαταραχών που επιδρούν στις μετρήσεις του φυσικού αισθητήρα. Ο PLICP είναι ο καλύτερος εκ των τριών εκδόσεων του ICP, ενώ ο FastVGICP, ο οποίος, θεωρητικά, αποτελεί βελτίωση του FastGICP, εμφανίζει τα χαμηλότερα ποσοστά επίτευξης του στόχου. Σε αντίθεση ο NDT-PSO βελτιώνει πράγματι τον NDT όταν ο χάρτης του περιβάλλοντος το αναπαριστά στην εντέλεια, αλλά η διαφορά τους δεν εμφανίζει το ίδιο πρότυπο στην αντίθετη περίπτωση. Σε σχέση με αυτές τις μεθόδους ο TEASER εμφανίζει τα μεγαλύτερα ποσοστά περιπτώσεων όπου το σφάλμα εκτίμησης μειώθηκε, αλλά, όπως φαίνεται από τα σχήματα 7.26 και 7.32, αυτή η βελτίωση γίνεται σε βάρος του χρόνου εκτέλεσης (ο οποίος ξεκινάει περίπου από το ένα δευτερόλεπτο και καταλήγει σχεδόν στα επτά δευτερόλεπτα), και χωρίς σημαντικές μειώσεις στο τελικό σφάλμα εκτίμησης. Τα ποσοστά επίτευξης του στόχου (\*) που εμφανίζει ο TEASER είναι, παρ' όλα αυτά, υψηλά, καθώς το σχήμα 7.23 είναι ποιοτικό ως προς το τελικό σφάλμα εκτίμησης: η μείωση του σφαλμάτου μίας εκτίμησης συνεισφέρει το ίδιο στο ποσοστό επίτευξης του στόχου είτε μία μέθοδος το μείωσε κατά  $10^{-4}$  ( $m^2 + rad^2$ ) $^{1/2}$  είτε κατά  $10^{-1}$ . Επιπρόσθετα, τα ποσοστά επίτευξης του στόχου από τον TEASER είναι εύρωστα υπό την έννοια της διατήρησης του υψηλού τους επιπέδου κατά



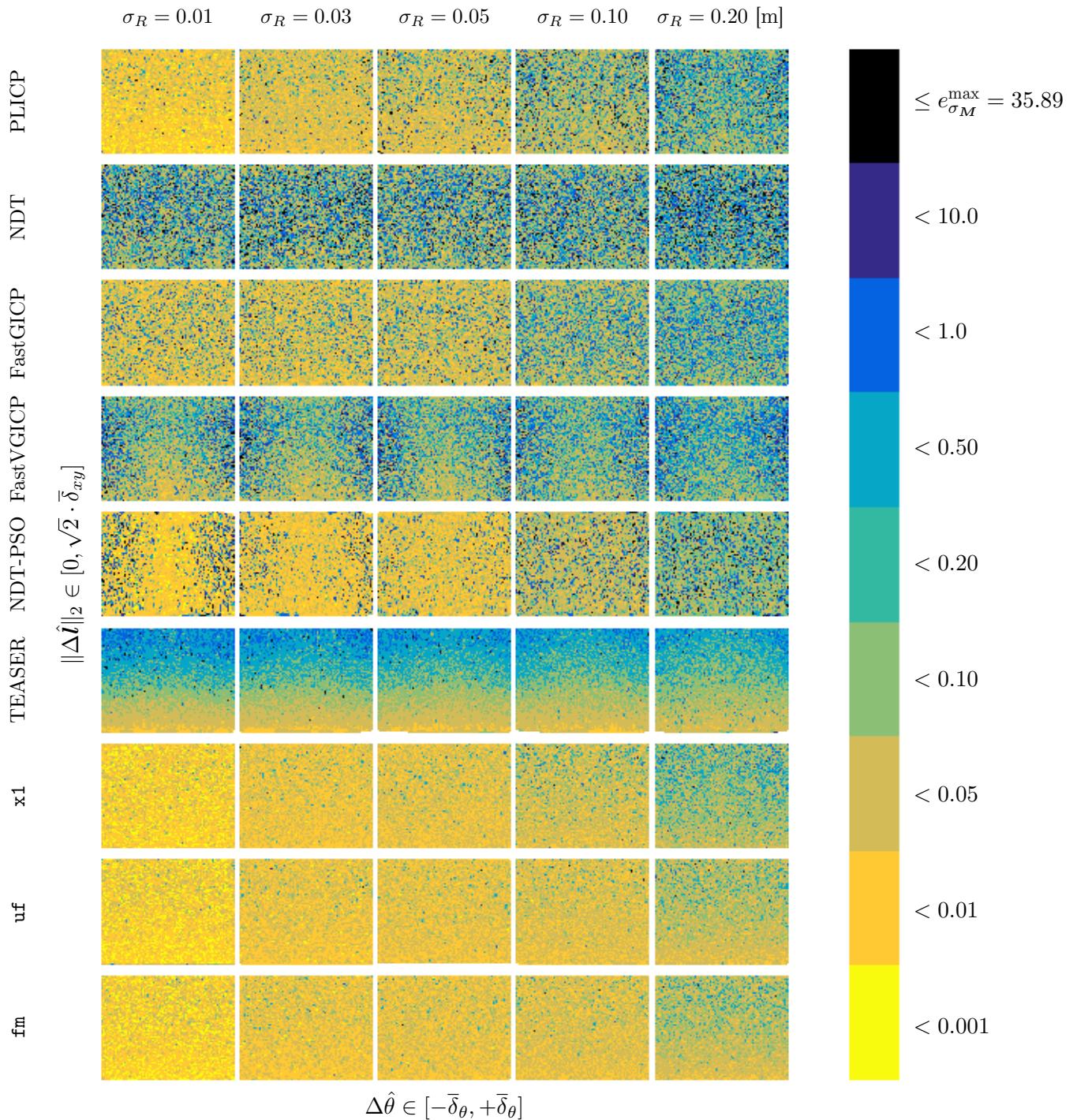
**Σχήμα 7.32:** Οι κατανομές των σφαλμάτων εκτίμησης στάσης για κάθε αλγόριθμο με βάση την πειραματική διάταξη της ενότητας 7.5.1. Κάθε ορθογώνιο αντιπροσωπεύει τα στατιστικά  $\approx 4.5 \cdot 10^5$  ευθυγραμμίσεων, με την εξαίρεση των μεθόδων NDT-PSO και TEASER οι οποίες δοκιμάστηκαν  $\approx 4.5 \cdot 10^4$  φορές. Οι κουκκίδες αντιπροσωπεύουν ολικά μέσα σφάλματα εκτίμησης

Τελικά σφάλματα εκτίμησης στάσης ως προς αρχικά σφάλματα εκτίμησης όταν  $\sigma_M = 0.0$  m



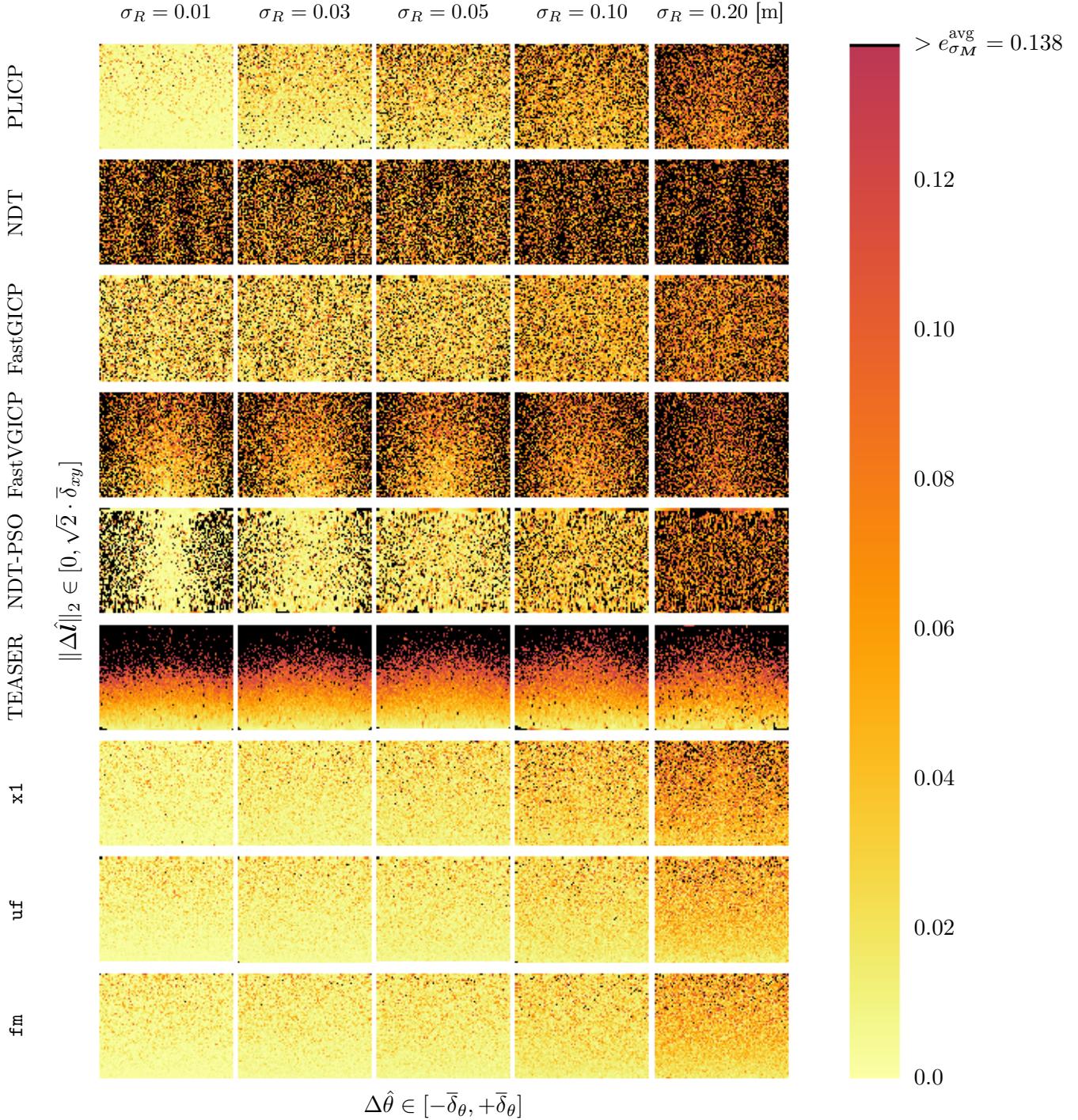
Σχήμα 7.33: Χάρτες θερμότητας των μέτρων των τελικών σφαλμάτων εκτίμησης στάσης συναρτήσει των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού  $\Delta \hat{\theta}$  (στον οριζόντιο άξονα) και των μέτρων των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης  $\| \Delta \hat{i} \|_2$  (στον κάθετο άξονα) για όλα τα διενεργηθέντα πειράματα, ανά αλγόριθμο και ανά τυπική απόκλιση διαταραχών του φυσικού αισθητήρα, για  $\sigma_M = 0.0$  m

Τελικά σφάλματα εκτίμησης στάσης ως προς αρχικά σφάλματα εκτίμησης όταν  $\sigma_M = 0.05$  m



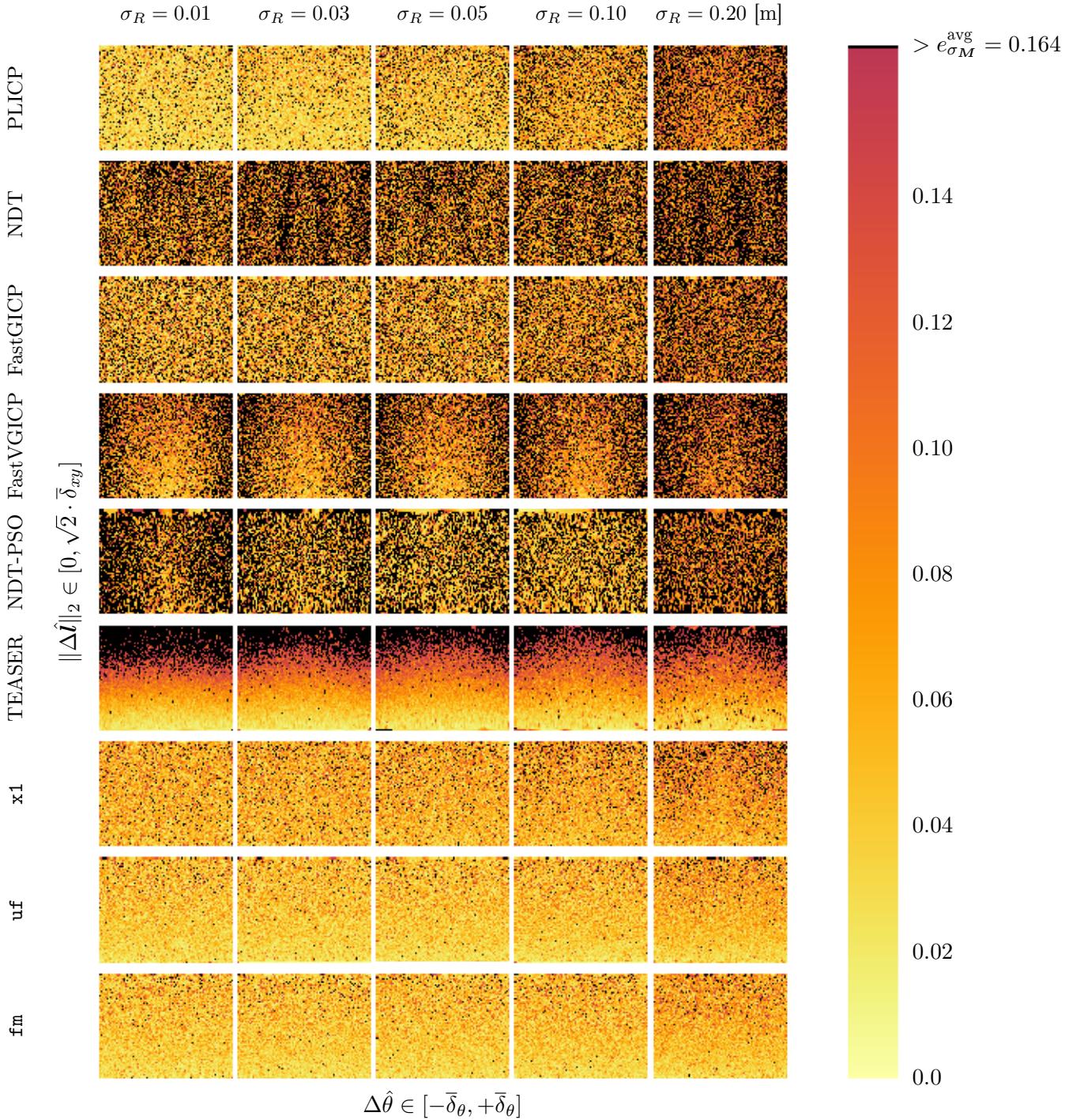
Σχήμα 7.34: Χάρτες θερμότητας των μέτρων των τελικών σφαλμάτων εκτίμησης στάσης συναρτήσει των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού  $\Delta \hat{\theta}$  (στον οριζόντιο άξονα) και των μέτρων των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης  $\| \Delta \hat{\theta} \|_2$  (στον κάθετο άξονα) για όλα τα διενεργηθέντα πειράματα, ανά αλγόριθμο και ανά τυπική απόκλιση διαταραχών του φυσικού αισθητήρα, για  $\sigma_M = 0.05$  m

Τελικά σφάλματα εκτίμησης στάσης ως προς αρχικά σφάλματα εκτίμησης όταν  $\sigma_M = 0.0$  m

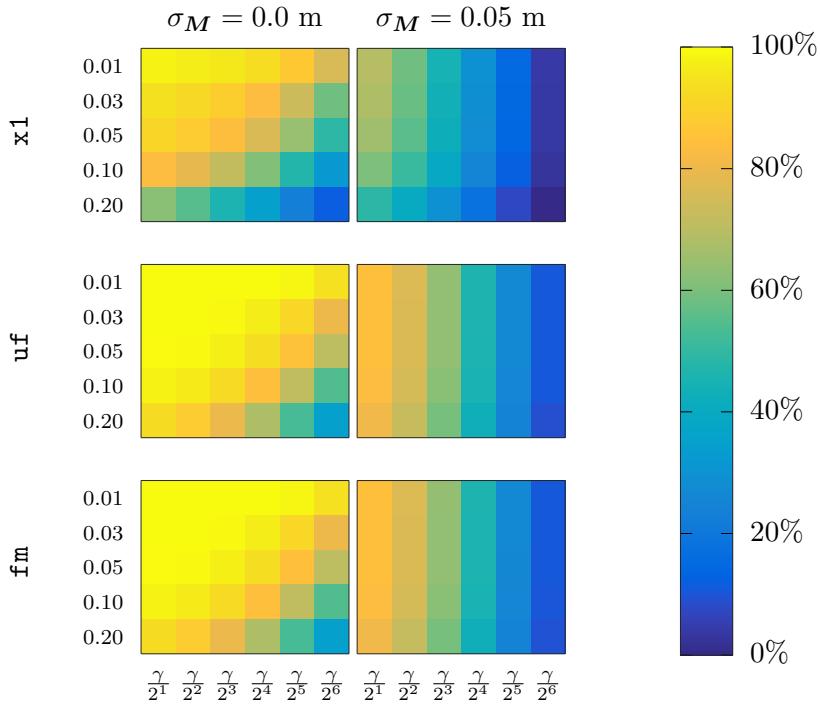


Σχήμα 7.35: Χάρτες θερμότητας των μέτρων των τελικών σφαλμάτων εκτίμησης στάσης συναρτήσει των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού  $\Delta \hat{\theta}$  (στον οριζόντιο άξονα) και των μέτρων των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης  $\|\Delta \hat{l}\|_2$  (στον κάθετο άξονα) για όλα τα διενεργηθέντα πειράματα, ανά αλγόριθμο και ανά τυπική απόκλιση διαταραχών του φυσικού αισθητήρα, εστιασμένοι στο διάστημα  $[0, e_{\sigma_M}^{\text{avg}}]$ , όπου με  $e_{\sigma_M}^{\text{avg}}$  σημειώνεται ο μέσος όρος σφάλματος εκτίμησης στάσης όλων των μεθόδων, για κάθε επεξεργασθέν δείγμα, και κάθε τιμή τυπικής απόκλισης των διαταραχών που επιδρούν στις μετρήσεις του φυσικού αισθητήρα, για  $\sigma_M = 0.0$  m. Τιμές μέτρου σφάλματος εκτίμησης άνω του μέσου όρου σημειώνονται με μαύρο χρώμα

Τελικά σφάλματα εκτίμησης στάσης ως προς αρχικά σφάλματα εκτίμησης όταν  $\sigma_M = 0.05$  m



Σχήμα 7.36: Χάρτες θερμότητας των μέτρων των τελικών σφαλμάτων εκτίμησης στάσης συναρτήσει των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού  $\Delta \hat{\theta}$  (στον οριζόντιο άξονα) και των μέτρων των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης  $\|\Delta \hat{\theta}\|_2$  (στον κάθετο άξονα) για όλα τα διενεργηθέντα πειράματα, ανά αλγόριθμο και ανά τυπική απόκλιση διαταραχών του φυσικού αισθητήρα, εστιασμένοι στο διάστημα  $[0, e_{\sigma_M}^{\text{avg}}]$ , όπου με  $e_{\sigma_M}^{\text{avg}}$  σημειώνεται ο μέσος όρος σφάλματος εκτίμησης στάσης όλων των μεθόδων, για κάθε επεξεργασθέν δείγμα, και κάθε τιμή τυπικής απόκλισης των διαταραχών που επιδρούν στις μετρήσεις του φυσικού αισθητήρα, για  $\sigma_M = 0.05$  m. Τιμές μέτρου σφάλματος εκτίμησης άνω του μέσου όρου σημειώνονται με μαύρο χρώμα



Σχήμα 7.37: Ποσοστά τελικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού των τριών διαμορφώσεων του FSMSM με μέτρο μικρότερο από  $\gamma/2^{\nu+1}$ , για  $\nu = 0, 1, \dots, \nu_{\max} = 5$ , για όλες τις διαμορφώσεις τις πειραματικής διαδικασίας

μήκος των επιπέδων διαταραχών των μετρήσεων του φυσικού αισθητήρα. Τούτων λεχθέντων, η μέθοδος  $x1$  εμφανίζει υψηλότερα ποσοστά επίτευξης του στόχου (\*) από τον TEASER όταν  $\sigma_M = 0.0$  m, και συγκρίσιμα όταν  $\sigma_M = 0.05$  m. Οι μέθοδοι  $uf$  και  $fm$  καταφέρνουν να μειώσουν το αρχικό σφάλμα εκτίμησης σε περισσότερες περιπτώσεις από τις άλλες μεθόδους, για κάθε επίπεδο διαταραχής των μετρήσεων του φυσικού αισθητήρα και κάθε επίπεδο διαφυλάρας του χάρτη, ενώ τα ποσοστά τους εξαρτώνται από το αρχικό σφάλμα εκτίμησης σε μικρότερο βαθμό από κάθε άλλη μέθοδο (σχήματα 7.29-7.31). Η ισχύς της πρώτης πρότασης (με την εξαίρεση όπου  $\sigma_R = 0.01$  m και  $\sigma_M = 0.0$ , όπου οι μέθοδοι PLICP,  $x1$ ,  $uf$ , και  $fm$  είναι ισοδύναμες ως προς τον αριθμό στάσεων των οποίων το σφάλμα μειώθηκε και τη συνολική μείωση του σφάλματος εκτίμησης) φαίνεται με μεγαλύτερη ευχρίνεια στα αριστερά διαγράμματα των σχημάτων 7.24 και 7.25, όπου ο οριζόντιος άξονας καταγράφει τον συνολικό αριθμό στάσεων εισόδου των οποίων το σφάλμα μειώθηκε ως συνέπεια της εφαρμογής της κάθε μεθόδου υπό δοκιμή, και ο κάθετος τη συνολική μείωση του σφάλματος εκτίμησης.

Σε αυτά τα σχήματα παρατηρούμε πως οι μέθοδοι  $uf$  και  $fm$  μείωσαν το σφάλμα περισσότερων εκτιμήσεων στάσης από όλες τις υπόλοιπες μεθόδους, και πως επέφεραν τις μεγαλύτερες

μειώσεις σφάλματος ως προς αυτές τις εκτιμήσεις, για κάθε επίπεδο διαταραχών μετρήσεων και διαφοράς χάρτη. Η μέθοδος x1 τις ακολουθεί από κοντά όντας υποδεέστερη (α) της PLICP ως προς τη συνολική μείωση σφάλματος όταν  $\sigma_R = \{0.01, 0.03\}$  m και  $\sigma_M = 0.0$  m, και (β) της TEASER ως προς τον συνολικό αριθμό εκτιμήσεων των οποίων το σφάλμα μειώθηκε όταν  $\sigma_R \geq 0.03$  m και  $\sigma_M = 0.05$  m. Παρ' όλα αυτά, στο δεξιό γράφημα του σχήματος 7.25 παρατηρούμε πως η x1 εμφάνισε μικρότερη μέση αύξηση του σφάλματος εκτίμησης από την TEASER<sup>6</sup> για τις περιπτώσεις όπου το σφάλμα εκτίμησης αυξήθηκε. Σε αυτό το γράφημα οι μέθοδοι  $mf$  και  $f_m$  φαίνεται ότι εμφάνισαν τη δεύτερη μικρότερη μέση αύξηση σφάλματος μετά την x1. Στο ομόλογο διάγραμμα του σχήματος 7.24 παρατηρούμε πως οι δύο αυτές μέθοδοι εμφανίζουν τη μεγαλύτερη μέση αύξηση του σφάλματος εκτίμησης για τις εκτιμήσεις εκείνες των οποίων το σφάλμα δεν κατάφεραν να μειώσουν, με τις τιμές αυτές να φύνουν καθώς αυξάνει το επίπεδο διαταραχών των μετρήσεων του φυσικού αισθητήρα, αν και ο  $f_m$  εμφανίζει τη μικρότερη μέση αύξηση από όλες τις μεθόδους υπό δοκιμή όταν  $\sigma_R = 0.01$  m. Ένας τρόπος για την εξάλειψη αυτών των αυξήσεων θα ήταν η σύγκριση της τιμής της μετρικής CAER πριν την ευθυγράμμιση μετρήσεων με εικονικές σαρώσεις με αυτήν μετά από την ευθυγράμμιση, ώστε η στάση εξόδου να τεθεί στην τιμή της στάσεως εισόδου στην περίπτωση που η δεύτερη τιμή της CAER βρεθεί μεγαλύτερη από την πρώτη.

Ως προς τους χρόνους εκτέλεσης: οι υλοποιήσεις όλων των μεθόδων εκτελούνται σε πραγματικό χρόνο,<sup>7</sup> εξαιρέσει των NDT-PSO και TEASER, οι οποίες, στην συγκεκριμένη υλοποίηση, χρησιμοποιώντας τέσσερα επεξεργαστικά νήματα (τα οποία σημειώνουμε ότι ίσως δεν είναι διαθέσιμα σε πραγματικές συνθήκες), κατέγραψαν χρόνους άνω του ενός δευτερολέπτου (σχήμα 7.26). Για τη μεν πρώτη μέθοδο, η εκτέλεση εμφανίζει ντετερμινιστικό χρόνο, ενώ για τη δεύτερη μεταβαλλόμενο και ανάλογο της τυπικής απόκλισης των διαταραχών που επιδρούν στις μετρήσεις του φυσικού αισθητήρα. Ο χρόνος εκτέλεσης των τριών όψεων του FSMSM εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τον αριθμό των εικονικών σαρώσεων που συλλαμ-

<sup>6</sup>Λόγω του αριθμού των επαναλήψεων των πειραμάτων των NDT-PSO και TEASER (ο οποίος οφείλεται στον αυξημένο χρόνο εκτέλεσης τους), τα στατιστικά τους στα σχήματα 7.24 και 7.25 είναι ανηγμένα ως προς τον ονομαστικό αριθμό επαναλήψεων  $E = 10$ .

<sup>7</sup>Η έννοια του πραγματικού χρόνου στα συμφραζόμενα των προσθετικών μεθόδων επί κυρίων μεθόδων παρακολούθησης της στάσης ενός κινούμενου οχήματος του πεδίου εφαρμογής ΠΕ αναφέρεται στην απαίτηση η προσθετική μέθοδος να επεξεργάζεται μία προς μία κάθε έξοδο της κυρίας μεθόδου. Συνεπώς εξαρτάται από το ρυθμό με τον οποίο η τελευταία παράγει εξόδους. Στον MCL, για παράδειγμα, αυτός ο ρυθμός είναι ευμετάβλητος, και εξαρτάται από την ταχύτητα του οχήματος, καθώς είναι δυνατόν να τεθούν κατώφλια μεταβολής της εκτίμησης της θέσης και του προσανατολισμού του οχήματος (μέσω οδομετρίας) για την εκαίνηση της επεξεργασίας των εισόδων του. Σε κάθε περίπτωση, στα συμφραζόμενα της παρούσας διατριβής ορίζουμε ως εκτέλεση σε πραγματικό χρόνο την εκτέλεση σε αυστηρά λιγότερο από το μισό του ενός δευτερολέπτου.

βάνει η καθεμία (σχήμα 7.27), και συνεπώς από τον χρόνο που απαιτείται για τον υπολογισμό τους. Η  $f_m$  είναι ισοδύναμη με την  $uf$  ως προς τον αριθμό των υπολογιζόμενων εικονικών σαρώσεων όμως, λόγω του μικρότερου χρόνου εκτέλεσης της αρχής λειτουργίας της (σχήμα 7.2), η πρώτη εμφανίζει χαμηλότερο ολικό χρόνο εκτέλεσης. Η μέθοδος  $x1$  εμφανίζει γενικά υψηλότερο αριθμό απαιτητέων εικονικών σαρώσεων, κυρίως λόγω του αριθμού των επανεκκινήσεων της μεθόδου (σχήμα 7.28), ο οποίος οφείλεται στη μη ικανοποίηση του κριτηρίου τερματισμού της—από την οποία παρατήρηση συμπεραίνουμε ότι σε χαμηλά επίπεδα διαταραχών η  $x1$  εμφανίζει υψηλότερα σφάλματα εκτίμησης σε σχέση με τις  $uf$  και  $f_m$ . Το ίδιο παρατηρείται και μέσω των κατανομών του ολικού σφάλματος εκτίμησης, στο σχήμα 7.32.

Από το σχήμα 7.28 συμπεραίνουμε πως για τις μεθόδους  $uf$  και  $f_m$  ο αριθμός επανεκκινήσεων εξαρτάται κυρίως από την απόσταση ανάμεσα στην πραγματική και την εκτιμώμενη θέση του αισθητήρα (το οποίο φαίνεται από τα πειραματικά αποτελέσματα ευκρινέστερα στο άνω σκέλος του σχήματος, όπου ο αριθμός των επανεκκινήσεων όταν  $\|\Delta\hat{t}\|_2 \approx \sqrt{2} \cdot \bar{\delta}_{xy}$  είναι μεγαλύτερος από αυτόν σε κάθε άλλη περίπτωση), ενώ, εν αντιθέσει, για τη μέθοδο  $x1$  εξαρτάται επιπρόσθετα και από το σφάλμα εκτίμησης προσανατολισμού (παρατηρήστε πως σε μία στενή γειτονιά γύρω από τον πραγματικό προσανατολισμό του αισθητήρα υπάρχει έλλειψη επανεκκινήσεων).

Στο σχήμα 7.29 παρατηρείται πως το ποσοστό ικανοποίησης του στόχου (\*) ως προς τη συνιστώσα του προσανατολισμού

- μειώνεται για τις μεθόδους PLICP, NDT, NDT-PSO, FastGICP, και FastVGICP
- αυξάνει για τις μεθόδους TEASER και  $x1$
- παραμένει αμετάβλητο για τις μεθόδους  $uf$  και  $f_m$

καθώς αυξάνει το αρχικό σφάλμα εκτίμησης προσανατολισμού. Ταυτόχρονα οι τελευταίες δύο μέθοδοι καταγράφουν τα υψηλότερα ποσοστά ικανοποίησης του στόχου ως προς τη συνιστώσα του προσανατολισμού ανάμεσα σε όλες τις υπό δοκιμή μεθόδους, για όλα τα επίπεδα διαταραχής των μετρήσεων του φυσικού αισθητήρα και διαφύορας χάρτη.

Στο σχήμα 7.30 παρατηρείται πως το ποσοστό ικανοποίησης του στόχου (\*) ως προς τη συνιστώσα της θέσης αυξάνει για όλες τις υπό δοκιμή μεθόδους καθώς αυξάνει το αρχικό σφάλμα εκτίμησης θέσης. Αυτό είναι βεβαίως αναμενόμενο: όσο αυξάνει το αρχικό σφάλμα

εκτίμησης θέσης τόσο είναι ευκολότερη η μείωσή του. Αντιθέτως η μείωσή του είναι τόσο δυσκολότερη όσο πιο μικρό είναι το σφάλμα εκτίμησης θέσης. Σε χαμηλά επίπεδα σφάλματος θέσης οι μέθοδοι TEASER, *uf*, και *fm* είναι συγχρίσιμες, ενώ όσο αυξάνει το σφάλμα εκτίμησης οι τελευταίες δύο εμφανίζουν τα υψηλότερα ποσοστά ικανοποίησης του στόχου ανάμεσα σε όλες τις υπό δοκιμή μεθόδους, για όλα τα επίπεδα διαταραχής των μετρήσεων του φυσικού αισθητήρα και διαφυλοράς χάρτη. Η μέθοδος *x1* υπερτερεί εν γένει της TEASER για τιμές αρχικού σφάλματος εκτίμησης θέσης πάνω από ένα κατώφλι σφάλματος θέσης, το οποίο είναι συνάρτηση του επιπέδου διαταραχών των μετρήσεων του αισθητήρα και της διαφυλοράς του χάρτη.

Το μεγαλύτερο ενδιαφέρον, όμως, εμφανίζει η επίδραση του αρχικού σφάλματος εκτίμησης προσανατολισμού στο τελικό ποσοστό ικανοποίησης του στόχου (⌘) ως προς τη συνιστώσα της θέσης (σχήμα 7.31). Εδώ παρατηρούμε πως

- οι μέθοδοι *uf* και *fm* είναι οι πιο εύρωστες και οι πιο ακριβείς για κάθε επίπεδο διαταραχών μετρήσεων του φυσικού αισθητήρα και διαφυλοράς του χάρτη
- η μέθοδος *x1* είναι εύρωστη αλλά λιγότερο ακριβής από (α) την TEASER σε χαμηλές τιμές αρχικού σφάλματος εκτίμησης προσανατολισμού και (β) από την PLICP σε χαμηλά επίπεδα διαταραχών των μετρήσεων του φυσικού αισθητήρα όταν ο χάρτης είναι διεφυλαρμένος
- οι μέθοδοι PLICP, NDT, NDT-PSO, FastGICP, FastVGIP, και TEASER δεν είναι εύρωστες ως προς το ποσοστό ικανοποίησης του στόχου (⌘) ως προς τη συνιστώσα της θέσης καθώς αυξάνει το αρχικό σφάλμα εκτίμησης προσανατολισμού

Ως προς τα ολικά τελικά σφάλμα εκτίμησης στάσης (σχήμα 7.32) παρατηρούμε πως οι τρεις όψεις του FSMSM εμφανίζουν χαμηλότερα σφάλματα ως προς το μέσο όρο, τη μέγιστη τιμή τους, τη διάμεση τιμή, και το εύρος της κατανομής τους γύρω από αυτήν σε σχέση με τους PLICP, NDT, NDT-PSO, FastGICP, FastVGICP, και TEASER, για κάθε επίπεδο διαταραχών των μετρήσεων του φυσικού αισθητήρα όταν  $\sigma_M = 0.0$  m. Το ίδιο παρατηρείται και όταν  $\sigma_M = 0.05$  m, με την εξαίρεση της μέγιστης και διάμεσης τιμής, και του εύρους της κατανομής των σφαλμάτων (α) των *uf* και *fm* όταν  $\sigma_R = 0.01$  m, και (β) της *x1* για  $\sigma_R \leq 0.05$  m. Σε αυτές τις περιπτώσεις η μέθοδος PLICP εμφανίζει ελαφρά χαμηλότερες

τιμές σφαλμάτων εκτίμησης στάσης, όμως, λόγω της ύφεσης της μέσης τιμής των σφαλμάτων της εκτός του ενδοτεταρτημοριακού εύρους (interquartile range—IQR), συμπεραίνουμε πως η PLICP εξάγει έναν αρκούντως μεγάλο αριθμό από εξωκείμενες τιμές σφαλμάτων εκτίμησης στάσης (outliers). Οι κατανομές των τελευταίων αναπαριστώνται ευχρινέστερα συναρτήσει των αρχικών συνυθηκών σφάλματος ανά συνιστώσα ύφεσης και προσανατολισμού στα σχήματα 7.33 και 7.34.

Οι χάρτες ύερμότητας αυτών των σχημάτων μάς ενημερώνουν για την αντίθεση ανάμεσα στις εξωκείμενες τιμές της PLICP και των τριών όψεων της FSMSM παρατηρώντας πως η χρωματική αναπαράσταση των σφαλμάτων των τελευταίων είναι λιγότερο σκούρη (οι τιμές εκτίμησης σφάλματος εκτείνονται από χαμηλές σε υψηλές τιμές σε αντίστροφη αναλογία με τη φωτεινότητα των χρωμάτων) σε σχέση με αυτήν της PLICP καθώς αυξάνεται η τυπική απόκλιση των διαταραχών που επιδρούν στις μετρήσεις του φυσικού αισθητήρα. Παράλληλα, σε αυτά τα διαγράμματα διακρίνεται το πώς επιδρά η αύξηση των αρχικών σφαλμάτων ύφεσης και προσανατολισμού στο τελικό σφάλμα εκτίμησης στάσης. Για τις τρεις όψεις της μεθόδου FSMSM τα σφάλματα εκτίμησης στάσης εξαρτώνται αποκλειστικά από τη συνιστώσα ύφεσης, όπως και για τη μέθοδο TEASER. Άλλες μέθοδοι εξαρτώνται από το αρχικό σφάλμα εκτίμησης προσανατολισμού (NDT-PSO και FastVGICP, με την τελευταία σε μεγαλύτερο βαθμό από την πρώτη), ή από κανένα από τα δύο (PLICP, NDT, FastGICP). Τα ίδια συμπεράσματα συνάγονται και για τη σχέση των τελικών συνιστώντων σφαλμάτων εκτίμησης από τις αρχικές συνυθήκες μετατόπισης για τις τιμές σφαλμάτων υπό του συνολικού μέσου όρου σφάλματος (σχήματα 7.35 και 7.36).

Στο σχήμα 7.37 παρατηρείται πως τα ποσοστά των τελικών σφαλμάτων προσανατολισμού των τριών όψεων της μεθόδου FSMSM με μέτρο υπό του ορίου  $\gamma/2^{\nu+1}$  εξαρτώνται από το επίπεδο των διαταραχών που επιδρούν στις πραγματικές μετρήσεις όταν ο χάρτης ανταποκρίνεται πλήρως στο αναπαριστώμενο περιβάλλον, αλλά αυτή η αναλογία παύει να υφίσταται για τις μεθόδους *mf* και *fm* στην αντίθετη περίπτωση.

## 7.6 Χαρακτήρας και περιορισμοί

Σε αυτή την ενότητα δοκιμάζουμε τον FSMSM με τρόπους τέτοιους ώστε να αποκαλυφθούν κύρια χαρακτηριστικά και περιορισμοί του.

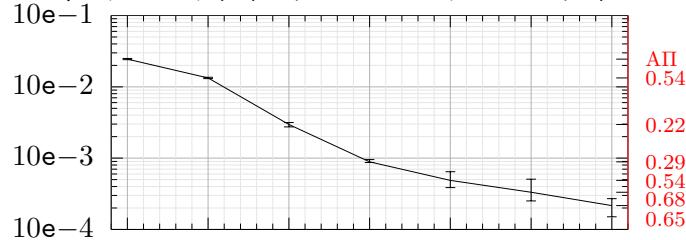
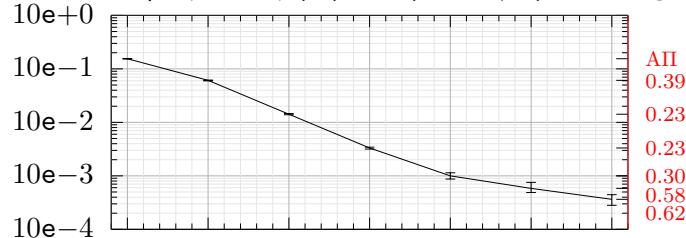
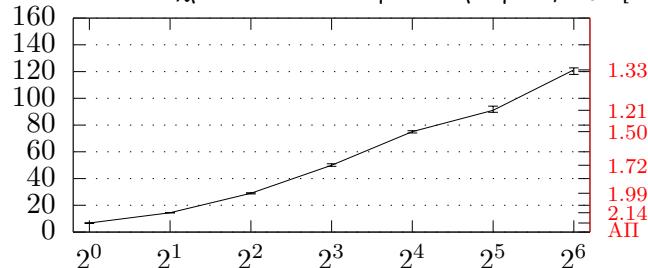
Αρχικά διενεργούμε μία σειρά πειραμάτων με βάση την πειραματική διάταξη της ενότητας 7.5.1 για αυξανόμενο μέγιστο ρυθμό υπερδειγματοληψίας  $\mu_{\max} = 2^{\nu_{\max}}$  ώστε να ερευνήσουμε την απόκριση της μεθόδου  $uf$  (και συνεπώς, λόγω της πρακτικά ταυτόσημης συμπεριφοράς της με τη μέθοδο  $f_m$ , την απόκριση της  $f_m$ ) σε ό,τι αφορά τα σφάλματα εκτίμησης προσανατολισμού, και κατά συνέπεια τα σφάλματα εκτίμησης θέσης, δεδομένων των παρατηρήσεων XVIII και XIV. Για αυτόν τον λόγο διενεργούμε εκατό επαναλήψεις της μεθόδου πάνω στο σύνολο δεδομένων *laserazos*,<sup>8</sup> το οποίο διαθέτει 778 δείγματα πραγματικών δισδιάστατων σαρώσεων. Η πειραματική διαδικασία που ακολουθήθηκε είναι η ίδια με αυτήν που περιγράφεται στην ενότητα 7.5.1—σε αντίθεση όμως με αυτήν, εδώ έχουμε θέσει  $\sigma_R = \sigma_M = 0.0$  m, και ο μέγιστος ρυθμός δειγματοληψίας κυμαίνεται από  $\mu_{\max} = 2^0$  έως  $\mu_{\max} = 2^6$ . Κατά συνέπεια για να προκύψει το σχήμα 7.38 διενεργήθηκαν  $100 \times 778 \times |\{0, 1, \dots, 6\}| \approx 5.4 \cdot 10^5$  ευθυγραμμίσεις πραγματικών με εικονικές σαρώσεις. Το σχήμα αυτό απεικονίζει το μέσο όρο σφάλματος εκτίμησης ανά επανάληψη εκτέλεσης πάνω στο σύνολο δεδομένων και την τυπική απόκλιση γύρω από αυτόν, για τα σφάλματα εκτίμησης προσανατολισμού και θέσης (άνω και μεσαία σειρά), και το μέσο χρόνο εκτέλεσης ανά ευθυγράμμιση (χάτω σειρά).

Σε αυτά τα διαγράμματα παρατηρούμε πως ο διπλασιασμός του ρυθμού υπερδειγματοληψίας επιφέρει μεταβλητή μείωση των σφαλμάτων και μεταβλητή αύξηση του χρόνου εκτέλεσης, πάντα όμως γύρω από τον παράγοντα δύο. Τα άνω δύο διαγράμματα επιβεβαιώνουν την παρατήρηση XVIII, δηλαδή πως χαμηλότερα σφάλματα εκτίμησης προσανατολισμού οδηγούν σε χαμηλότερα σφάλματα εκτίμησης θέσης, και την παρατήρηση XIV, δηλαδή το αντίστροφο. Ταυτόχρονα παρατηρείται πως, εν γένει, η αύξηση του ρυθμού υπερδειγματοληψίας οδηγεί σε επιβράδυνση της αύξησης του μέσου σφάλματος και του χρόνου εκτέλεσης: όσο αυξάνεται ο ρυθμός υπερδειγματοληψίας τόσο αυξάνεται το κλάσμα ανάμεσα σε διαδοχικές τιμές των μετρικών μέσου σφάλματος και χρόνου εκτέλεσης.

Στο σχήμα 7.39 παρατίθεται ένα τυπικό παράδειγμα εξέλιξης της ευθυγράμμισης μίας πραγματικής δισδιάστατης πανοραμικής σάρωσης με εικονικές σαρώσεις μέσω της μεθόδου FSMSM, και συγκεκριμένα μέσω της μεθόδου x1. Εδώ η πραγματική σάρωση επιβαρύνεται με διαταραχές τυπικής απόκλισης  $\sigma_R = 0.05$  m, και οι εικονικές σαρώσεις προκύπτουν από χάρτη ο οποίος αναπαριστά στην εντέλεια το περιβάλλον του αισθητήρα lidar ( $\sigma_M = 0.0$  m).

---

<sup>8</sup>To σύνολο δεδομένων είναι διαθέσιμο στη διεύθυνση <https://censi.science/pub/research/2007-plicp/laserazosSM3.log.gz>

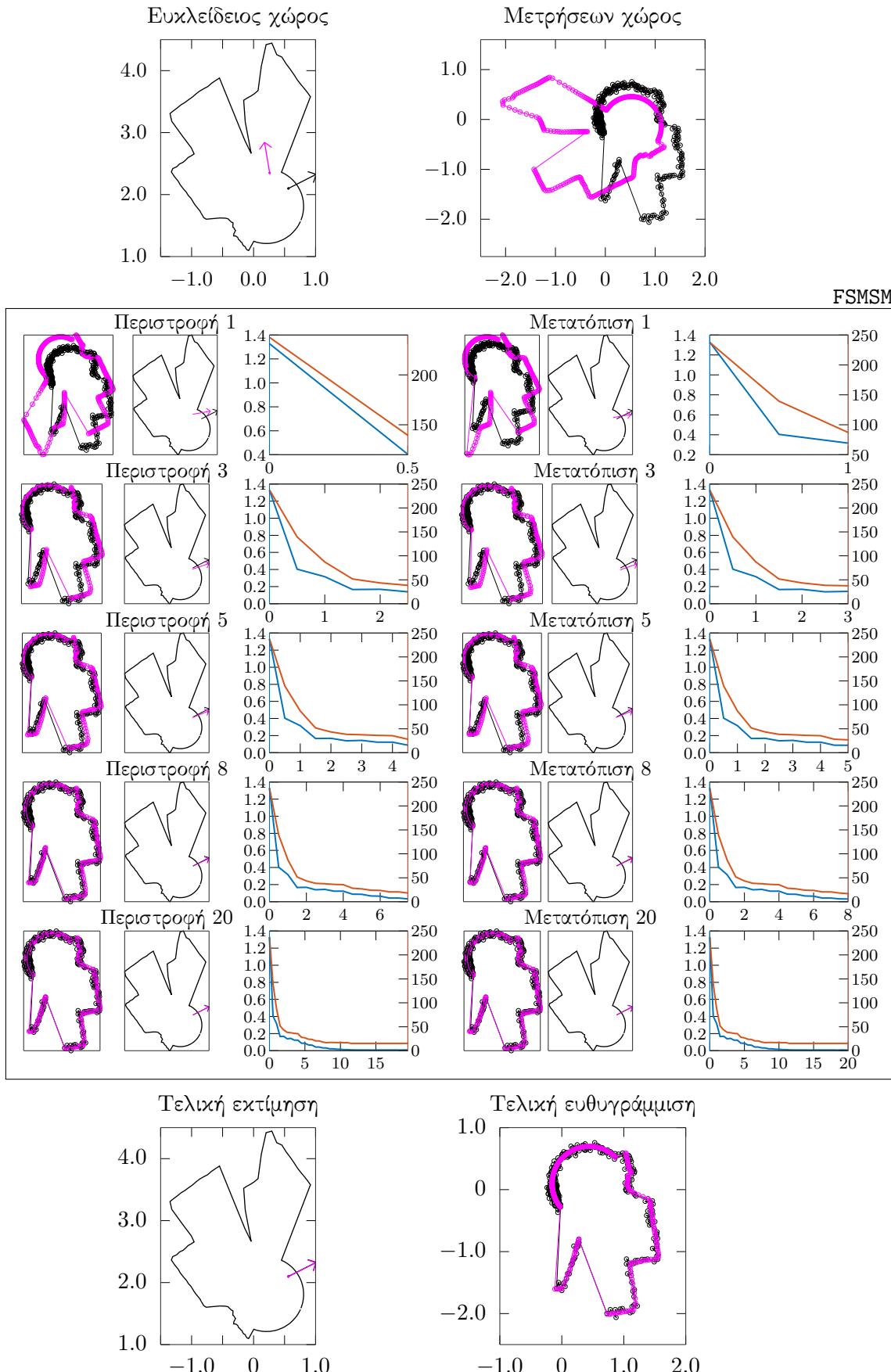
Μέσο σφάλμα εκτίμησης προσανατολισμού συναρτήσει  $\mu_{\max}$  [rad]Μέσο σφάλμα εκτίμησης θέσης συναρτήσει  $\mu_{\max}$  [m]Μέσος ολικός χρόνος εκτέλεσης συναρτήσει  $\mu_{\max}$  [ms]

$$\mu_{\max} : (\mu_{\min}, \mu_{\max}) = (2^0, 2^{\nu_{\max}})$$

Σχήμα 7.38: Κύρια στατιστικά της μεθόδου αf σε εκατό επαναλήψεις πάνω στο σύνολο δεδομένων laserazos. Στον δεξιό κάθετο άξονα σημειώνονται οι τιμές των κλασμάτων μετρικών διαδοχικών ρυθμών υπερδειγματοληψίας—π.χ.  $\frac{e_{\theta}|_{\mu_{\max}=2^1}}{e_{\theta}|_{\mu_{\max}=2^0}} = 0.54$ ,  $\frac{e_{xy}|_{\mu_{\max}=2^1}}{e_{xy}|_{\mu_{\max}=2^0}} = 0.39$ , και  $\frac{T|_{\mu_{\max}=2^1}}{T|_{\mu_{\max}=2^0}} = 2.14$ . Η συντομογραφία ΑΠ σημαίνει την απροσδιοριστία

Η άνω σειρά του σχήματος παρουσιάζει την αρχική συνθήκη ευθυγράμμισης στο χάρτη που σημειώνεται με μαύρο περίγραμμα στα αριστερά, δηλαδή την πραγματική στάση του αισθητήρα (μαύρο χρώμα) και την αρχική εκτιμώμενή του στάση (ματζέντα). Η πραγματική στάση του αισθητήρα είναι  $\mathbf{p} = [0.563, 2.1, 0.47]^\top$  και η αρχική εκτίμησή της  $\hat{\mathbf{p}} = [0.26, 2.35, 1.738]^\top$ . Στα δεξιά παρουσιάζεται η πραγματική σάρωση με μαύρο χρώμα, και η εικονική σάρωση που υπολογίζεται από την αρχική εκτίμηση της στάσης του αισθητήρα με ματζέντα, στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων της κάθε μίας. Στην πρώτη στήλη του περιγεγραμμένου διαγράμματος παρουσιάζονται το πραγματικό διάνυσμα μετρήσεων (μαύρο) και το εικονικό διάνυσμα μετρήσεων αμέσως μετά την εφαρμογή του βήματος εκτίμησης του προσανατολισμού της πραγματικής στάσης του αισθητήρα (με ματζέντα—Αλγόριθμος XIV). Στη δεύτερη στήλη παρουσιάζονται η πραγματική στάση του αισθητήρα και οι αντιστοιχούσες εκτιμήσεις της FSMSM για αυτή. Στην τρίτη στήλη παρουσιάζονται τα διαγράμματα εξέλιξης του ολικού σφάλματος εκτίμησης (με μπλε χρώμα) και της τιμής της μετρικής CAER (χόκκινο). Οι υπόλοιπες στήλες παρουσιάζουν τα ίδια περιεχόμενα αμέσως μετά την εφαρμογή του βήματος εκτίμησης της θέσης της πραγματικής στάσης του αισθητήρα (Αλγόριθμος XII). Η τελευταία σειρά του σχήματος παρουσιάζει το αποτέλεσμα του FSMSM στον Ευκλείδειο χώρο (αριστερά)—δηλαδή την τελική εκτίμηση της στάσης του αισθητήρα—και στο χώρο μετρήσεων—δηλαδή την ευθυγράμμιση της εικονικής σάρωσης από την τελική εκτίμηση στάσης με την πραγματική σάρωση. Η τελική εκτίμηση της FSMSM είναι  $\hat{\mathbf{p}} = [0.55854, 2.09692, 0.46509]^\top$ , με σφάλμα εκτίμησης θέσης  $e_{xy} = 0.00542$  m και σφάλμα εκτίμησης προσανατολισμού  $e_\theta = 0.00491$  rad.

Στο σχήμα 7.40 παρουσιάζονται τα ίδια στοιχεία όπως και στο σχήμα 7.39, για μία ανεπιτυχή όμως ευθυγράμμιση. Εδώ η εκτίμηση της στάσης του αισθητήρα ισούται με την πραγματική του στάση, μετατοπισμένη όμως κατά ένα μέτρο στον οριζόντιο άξονα προς τα αριστερά. Ο λόγος για τον οποίον η ευθυγράμμιση αποτυγχάνει είναι γιατί η εκτίμηση του προσανατολισμού αποκλίνει κιόλας από το πρώτο βήμα, το οποίο γεγονός οφείλεται στην αδυναμία της μεθόδου x1 να εκτιμήσει τον προσανατολισμό της πραγματικής στάσης του αισθητήρα, και όχι σε κάποια μη γραμμικότητα της μετρικής CAER. Η αιτία αυτής της αδυναμίας οφείλεται στο “μεγάλο” σφάλμα εκτίμησης θέσης, το οποίο, όπως διαχρίνεται και από το σχήμα, αλλοιώνει τη μορφή των δύο σαρώσεων. Αυτή η αλλοίωση οφείλεται στο γεγονός ότι από διαφορετικές θέσεις είναι εν γένει ορατές διαφορετικές περιοχές του περιβάλλοντος. Η επιτυχία ή αποτυχία κάθε μεθόδου εξαρτάται συνεπώς και από την απόσταση μεταξύ της πραγματικής



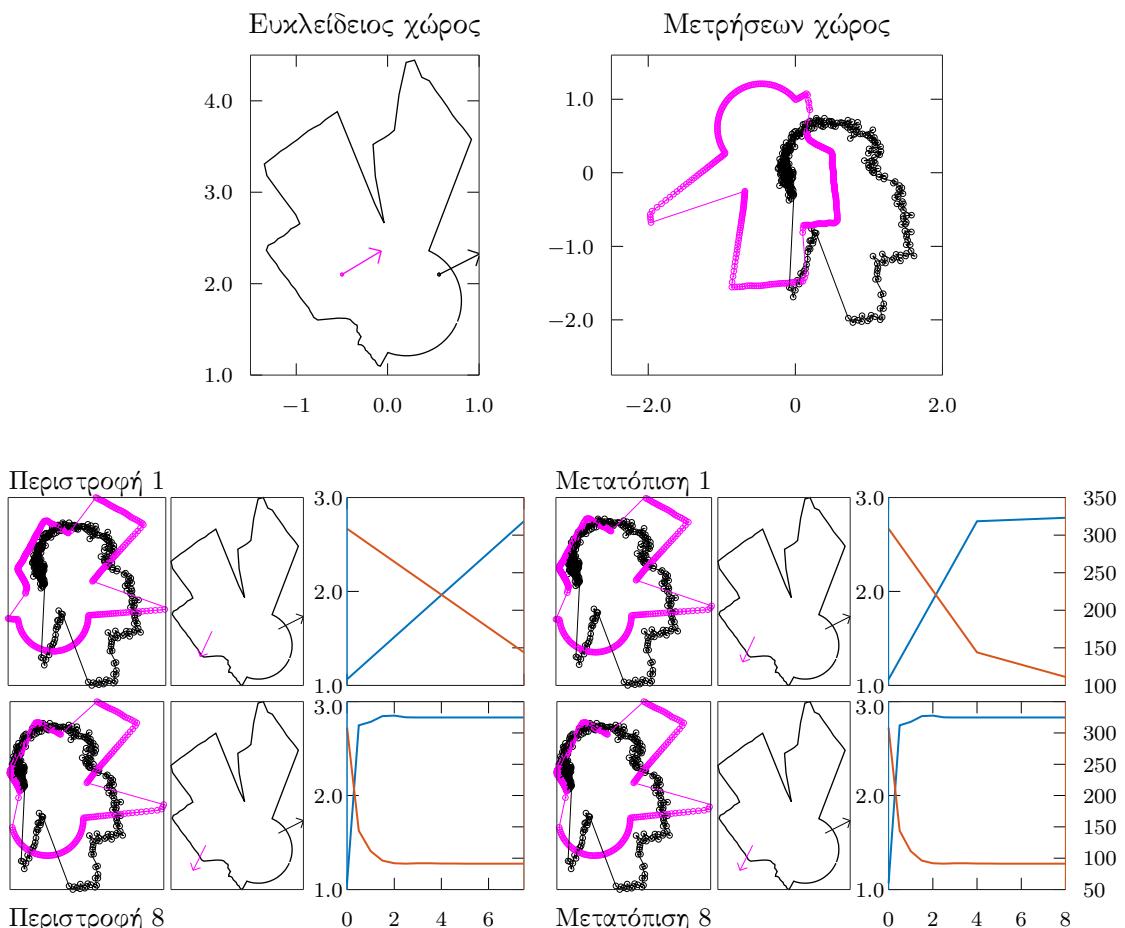
Σχήμα 7.39: Παράδειγμα εξέλιξης επιτυχούς ευθυγράμμισης πραγματικής με εικονικές σαρώσεις μέσω της μεθόδου FSMSM. Η πραγματική στάση του αισθητήρα και η πραγματική σάρωση απεικονίζονται με μαύρο χρώμα, ενώ η εκτίμηση της στάσης και οι εικονικές σαρώσεις με ματζέντα. Τα διαγράμματα της τρίτης και έκτης στήλης απεικονίζουν με μπλε το ολικό σφάλμα εκτίμησης στάσης, και με κόκκινο την τιμή της μετρικής CAER.

με την εκτιμώμενη θέση, και από το ίδιο το περιβάλλον ως ανεξάρτητη μεταβλητή. Αυτού του είδους τα σφάλματα ενεργούν ως δυσχέρειες στην ευθυγράμμιση λόγω του γεγονότος ότι οι μέθοδοι εκτίμησης του προσανατολισμού της FSMSM λειτουργούν απευθείας στο χώρο των μετρήσεων χωρίς τον υπολογισμό αντιστοιχίσεων, σε αντίθεση με τις υπόλοιπες μεθόδους ευθυγράμμισης που είδαμε στην προηγούμενη ενότητα. Ως αναφορά παραθέτουμε πως η μέθοδος PLICP, στο συγκεκριμένο παράδειγμα, είναι ικανή να εκτιμήσει την πραγματική στάση με τελικό σφάλμα εκτίμησης περίπου δύο εκατοστών.<sup>9</sup> Τέτοιου μέτρου αρχικά σφάλματα θέσης δεν αναφέρονται στη βιβλιογραφία (—ούτε υπάρχουν στην εμπειρία του συγγραφέα)—παρ' όλα αυτά αναφέρουμε τον περιορισμό της μεθόδου FSMSM όσο αφορά σε τέτοια σφάλματα θέσης ως έναν παράγοντα οριοθέτησης της απόχρισης της μεθόδου ως θεωρητικό κατασκεύασμα. Σε αυτό το παράδειγμα παρατηρούμε πως μετά την απόκλιση της εκτίμησης προσανατολισμού το σφάλμα εκτίμησης της θέσης αυξάνει, με αποτέλεσμα την επιπρόσθετη επιβάρυνση του συστήματος εκτίμησης προσανατολισμού στην επόμενη επανάληψη. Σε αυτό το σημείο η εκτίμηση στάσης έχει αποκλίνει περαιτέρω, και έχει παγιδευτεί ες αεί σε όλως διόλου εσφαλμένη εκτίμηση. Και σε αυτήν την περίπτωση, εάν καταγράφετο η τιμή της μετρικής CAER πριν και μετά τη διενέργεια της ευθυγράμμισης, θα ήταν δυνατή η σύγκριση των δύο τιμών, και κατά συνέπεια η αποφυγή, κατ' ελάχιστον, της απόκλισης της εκτίμησης.

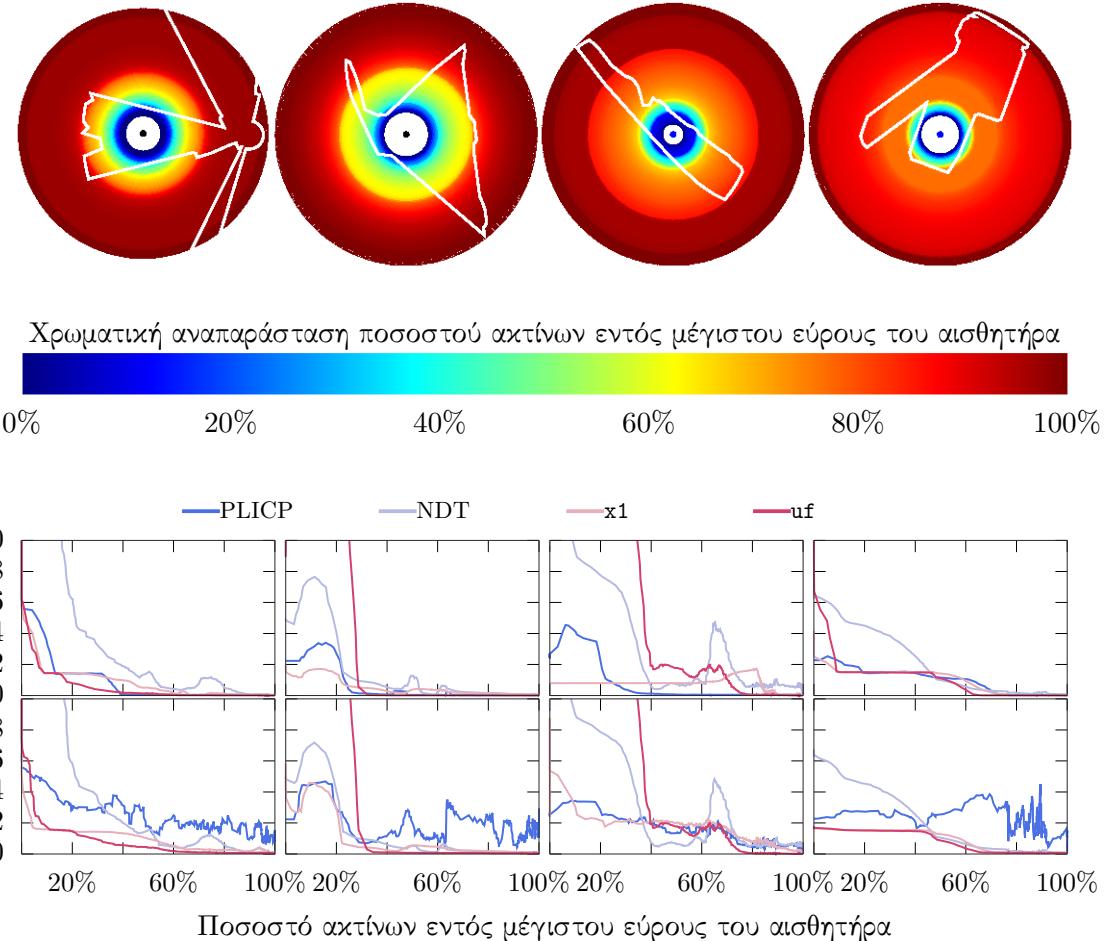
Οι κύριοι περιορισμοί της απόχρισης των προσθετικών μεθόδων ευθυγράμμισης πραγματικών με εικονικές σαρώσεις αφορούν στα αμετάβλητα χαρακτηριστικά μεγέθη του ίδιου του φυσικού αισθητήρα σαρώσεων, τα οποία είναι δυο. Το πρώτο είναι το μέγεθος των διαταραχών που επιδρούν στις μετρήσεις του, την απόχριση επί του οποίου εξετάσαμε για διάφορες τιμές στην ενότητα 7.5. Το δεύτερο είναι το βεληνεκές του αισθητήρα, δηλαδή η μέγιστη απόσταση μέχρι την οποία μπορεί να ανιχνεύσει την παρουσία αντικειμένων.

Στην άνω σειρά του σχήματος 7.41 εμφανίζονται με λευκό χρώμα τέσσερα διαφορετικά περιβάλλοντα, μέσα στα οποία τοποθετείται ένας αισθητήρας στις θέσεις που σημειώνονται με κουκκίδες βαθύ μπλε χρώματος. Οι θέσεις αυτές είναι τα κέντρα των ομόκεντρων κύκλων που εμφανίζονται στην ίδια σειρά. Η πειραματική διάταξη που ακολουθεί στοχεύει στην καταγραφή

<sup>9</sup> Εδώ πρέπει να επισημάνουμε πως η σύγκλιση σε καταστάσεις “μεγάλων” σφαλμάτων θέσης δεν είναι κάποιο αποκλειστικό χαρακτηριστικό των μεθόδων που χρησιμοποιούν αντιστοιχίες, δύος ακριβώς και η απόκλιση δεν είναι αποκλειστικό χαρακτηριστικό της FSMSM. Όπως θα δούμε σε αντίστοιχο παράδειγμα στο επόμενο κεφάλαιο (σχήμα 8.9) δεν υπάρχει κάποιος ευδιάκριτος παράγοντας που διακρίνει εκ-των-προτέρων την απόχριση των δύο οικογενειών μεθόδων.



Σχήμα 7.40: Παράδειγμα εξέλιξης ανεπιτυχούς ευθυγράμμισης πραγματικής με εικονικές σαρώσεις μέσω της μεθόδου FSMSM. Η πραγματική στάση του αισθητήρα και η πραγματική σάρωση απεικονίζονται με μαύρο χρώμα, ενώ η εκτίμηση της στάσης και οι εικονικές σαρώσεις με ματζέντα. Τα διαγράμματα της τρίτης και έκτης στήλης απεικονίζουν με μπλε το ολικό σφάλμα εκτίμησης στάσης, και με κόκκινο την τιμή της μετρικής CAER.



Σχήμα 7.41: Πειράματα απόκρισης του σφάλματος εκτίμησης των PLICP, NDT, x1 και uf σε συνθήκες μειούμενου βεληνεκούς-μέγιστου εύρους για δύο τιμές τυπικής απόκλισης των διαταραχών που επιδρούν στις μετρήσεις του φυσικού αισθητήρα όταν  $\sigma_M = 0.0 \text{ m}$ . Η απόκριση της μεθόδου fm είναι παρόμοια αυτής της μεθόδου uf.

της απόκρισης τεσσάρων χυρίων μεθόδων, ήτοι των PLICP, NDT, x1, και uf, σε πειράματα όπου το βεληνεκές του αισθητήρα μεταβάλλεται έτσι ώστε οι μετρήσεις του να περιλαμβάνουν όλα τα εμπόδια του περιβάλλοντος, μειούμενο μέχρι που να μην περιλαμβάνουν κανένα. Το βεληνεκές του αισθητήρα είναι η ακτίνα των κύκλων της πρώτης σειράς του σχήματος, και το χρώμα αυτών αναπαριστά το ποσοστό των ακτίνων που φέρουν χωρική πληροφορία, βάσει της χρωματικής λωρίδας που παρουσιάζεται στη δεύτερη σειρά. Στις δύο τελευταίες σειρές παρατίθενται οι μέσοι όροι των ολικών σφαλμάτων εκτίμησης στάσης σε δέκα επαναλήψεις, για κάθε μεθόδο και περιβάλλον, για  $\sigma_R = \{0.01, 0.05\} \text{ m}$  και  $\sigma_M = 0.0 \text{ m}$ . Η εκτίμηση θέσης και προσανατολισμού παράγεται τυχαία για κάθε πείραμα μέσω διαταραχής των αντίστοιχων συνιστωσών της πραγματικής στάσης του αισθητήρα με ποσότητες που εξάγονται από τις ομοιόμορφες κατανομές  $U_{xy}(-0.20, +0.20) \text{ m}$  και  $U_\theta(-\pi/4, +\pi/4) \text{ rad}$ .

Στα διαγράμματα των τελευταίων δύο σειρών παρατηρούμε πως: (α) δεν υφίσταται ομοιόμορφη απόκριση για οποιαδήποτε μέθοδο όσο αφορά σε κάθε περιβάλλον: συνεπώς η απόκριση κάθε μεθόδου εξαρτάται και από τα χαρακτηριστικά του εκάστοτε περιβάλλοντος, (β) η απόκριση της μεθόδου *uf* είναι παρόμοια με την ονομαστική για ποσοστό αριθμού ακτίνων εντός του βεληνεκούς έως και 80% για κάθε περιβάλλον και επίπεδο διαταραχών υπό δοκιμή, (γ) η απόκριση της μεθόδου *x1* εμφανίζει κατά μέσο όρο τα χαμηλότερα σφάλματα όταν λαμβάνεται υπόψη ολόκληρο το εύρος των ποσοστών ακτίνων ([0%, 100%]) εντός του βεληνεκούς, (δ) το σφάλμα εκτίμησης της μεθόδου PLICP είναι το μέγιστο ανάμεσα σε όλες τις υπό δοκιμή μεθόδους στο διάστημα [50%, 100%] των ακτίνων όταν  $\sigma_R = 0.05$  m για τρία από τα τέσσερα περιβάλλοντα, (ε) το σφάλμα εκτίμησης της μεθόδου NDT αυξάνει με συνέπεια σε κάθε περιβάλλον και επίπεδο διαταραχών υπό δοκιμή καθώς μειώνεται το ποσοστό των ακτίνων των οποίων οι μετρήσεις βρίσκονται εντός του μέγιστου εύρους. Τούτων αναφεριθέντων, δεν είναι δυνατό να προκύψει κάποιο συμπέρασμα που για δεδομένο ποσοστό ακτίνων εντός μέγιστου εύρους καθορίζει με συνέπεια την περισσότερο ακριβή μέθοδο ευθυγράμμισης. Με βάση τα παραπάνω πειραματικά αποτελέσματα, η πιο συνετή κίνηση όσο αφορά σε όλες τις προσθετικές μεθόδους ευθυγράμμισης είναι ο πρότερος της ευθυγράμμισης υπολογισμός του ποσοστού των ακτίνων εντός του βεληνεκούς του αισθητήρα, και η λήψη απόφασης ευθυγράμμισης ή μη, αναλόγως με το είδος του περιβάλλοντος (δύσκολο έως αδύνατον) ή το είδος της μεθόδου (π.χ. οι μέθοδοι *x1* και *uf* συμπεριφέρονται κατά προσέγγιση ονομαστικά ως το 70% των ακτίνων να βρίσκονται εντός του βεληνεκούς σε τρία από τα τέσσερα υπό δοκιμή περιβάλλοντα, για κάθε επίπεδο διαταραχών των μετρήσεων).

## 7.7 Συμπεράσματα και περαιτέρω έρευνα

### 7.7.1 Συμπεράσματα κεφαλαίου

Στο παρόν κεφάλαιο επιζητήσαμε την κατασκευή μεθόδων ευθυγράμμισης πραγματικών με εικονικές σαρώσεις, των οποίων η δράση είναι προσθετική ως προς μία κύρια μέθοδο παρακολούθησης της στάσης ενός ρομπότ του πεδίου εφαρμογής ΠΕ, με σκοπό τη μείωση του σφάλματος εκτίμησής της (στόχος (\*))—όπως ακριβώς στο κεφάλαιο 5—αλλά χωρίς τον υπολογισμό αντιστοιχίσεων ανάμεσα στα διανύσματα εισόδου. Προς αυτήν την κατεύθυνση σκεφθήκαμε ορθολογικά, μελετώντας το πρόβλημα και λύσεις της ευρύτερης επιστημονικής

βιβλιογραφίας, και σχεδιάσαμε τη μέθοδο FSMSM, η οποία διακρίνεται σε τρεις εκδόσεις ανάλογα με την υποκείμενη μέθοδο εκτίμησης περιστροφής. Αυτές ονομάστηκαν  $x_1$ ,  $uf$ , και  $fm$ .

Με βάση τα πειραματικά αποτελέσματα που εκτίθενται στην ενότητα 7.5.2 δεδομένης της πειραματικής διάταξης της ενότητας 7.5.1, τα χαρακτηριστικά, και τους περιορισμούς της μεθόδου FSMSM (ενότητα 7.6), συνάγουμε τα εξής συμπεράσματα:

- Ο στόχος (\*), ο οποίος τέθηκε στην αρχή του παρόντος κεφαλαίου, ικανοποιείται για τη μέθοδο  $x_1$  σε ποσοστό άνω του 97.5% για  $\sigma_R \in [0.01, 0.20]$  m και  $\sigma_M \in [0.0, 0.05]$  m, και για τις  $uf$  και  $fm$  σε ποσοστό άνω του 99.2% (σχήμα 7.23)
- Τα ποσοστά των στάσεων των οπίων το σφάλμα εκτίμησης μειώθηκε ως αποτέλεσμα της εφαρμογής των μεθόδων  $x_1$ ,  $uf$ , και  $fm$  είναι εύρωστα ως προς τις διαταραχές που επιδρούν στις μετρήσεις εμπορικά διαθέσιμων πανοραμικών αισθητήρων, και διαφυλορές του χάρτη—σε αντίθεση με τις εκδόσεις των μεθόδων ICP και NDT
- Οι τρεις σχεδιασθείσες μέθοδοι εκτελούνται σε πραγματικό χρόνο για αριθμό ακτίνων  $N_s = 360$ , αλλά η  $x_1$  υπολείπεται σε χρόνο εκτέλεσης σε χαμηλά επίπεδα διαταραχών των μετρήσεων του φυσικού αισθητήρα lidar (σχήμα 7.27)
- Το μέσο σφάλμα εκτίμησης στάσης των  $x_1$ ,  $uf$ , και  $fm$  έχει για άνω όριο το ελάχιστο μέσο σφάλμα της καλύτερης ανά διαμόρφωση μεθόδου της βιβλιογραφίας (σχήμα 7.32)
- Οι τρεις όψεις της μεθόδου FSMSM εμφανίζουν χαμηλότερα επίπεδα υπέρογκων σφαλμάτων στάσης σε σχέση με τις μεθόδους της βιβλιογραφίας (σχήματα 7.33 και 7.34)
- Οι μέθοδοι  $uf$  και  $fm$  είναι πρακτικά ισοδύναμες ως προς όλες τις μετρικές αξιολόγησης (ποσοστό επιτυχίας, σφάλματα εκτίμησης θέσης και προσανατολισμού, αριθμός επανεκκινήσεων, χρόνο εκτέλεσης)
- Το ποσοστό ικανοποίησης του στόχου (\*) ως προς το τελικό σφάλμα προσανατολισμού των  $uf$  και  $fm$  είναι ανεξάρτητο από το αρχικό σφάλμα προσανατολισμού για ένα δεδομένο επίπεδο διαταραχών μετρήσεων και διαφυλοράς χάρτη, της  $x_1$  είναι αντιστρόφως ανάλογο, ενώ των ICP εκδόσεων ανάλογο πέραν ενός κατωφλίου (σχήμα 7.29)

- Το ποσοστό ικανοποίησης του στόχου (\*) ως προς το τελικό σφάλμα θέσης των  $uf$  και  $fm$  είναι υψηλότερο από αυτό των μεθόδων της βιβλιογραφίας που εκτελούνται σε πραγματικό χρόνο ως προς τα αρχικά σφάλματα θέσης (σχήμα 7.30)
- Το ποσοστό ικανοποίησης του στόχου (\*) ως προς το τελικό σφάλμα θέσης των  $uf$  και  $fm$  είναι αναλλοίωτο του αρχικού σφάλματος προσανατολισμού, σε αντίθεση με όλες τις μεθόδους της βιβλιογραφίας, των οποίων το ποσοστό φύνει για αυξανόμενα σφάλματα αρχικού σφάλματος προσανατολισμού (σχήμα 7.31)
- Το τελικό σφάλμα εκτίμησης προσανατολισμού και θέσης των μεθόδων  $uf$  και  $fm$  μειώνεται όσο αυξάνει ο βαθμός δειγματοληψίας του χάρτη, αλλά ο ρυθμός με τον οποίο μειώνεται φύνει όσο αυτός αυξάνει (σχήμα 7.38)
- Για συνθήκες αρχικών σφαλμάτων θέσης  $e_{xy} \leq \sqrt{2} \cdot 0.20$  m η εκτίμηση στάσης της μεθόδου FSMSM εν γένει συγκλίνει, αλλά υπάρχουν συνθήκες αρχικών σφαλμάτων θέσης οι οποίες καθιστούν την εκτίμηση προσανατολισμού της μεθόδου FSMSM αποκλίνουσα (π.χ. όταν  $e_{xy} \gg \sqrt{2} \cdot 0.20$  m—σχήμα 7.40)
- Σε συνθήκες όπου η γεωμετρία του περιβάλλοντος του φυσικού αισθητήρα lidar είναι τέτοια ώστε οι μετρήσεις του αισθητήρα δεν φέρουν όλες χωρική πληροφορία, η συμπεριφορά της μεθόδου  $x1$  εξαρτάται σε μεγαλύτερο βαθμό από το ποσοστό των ακτίνων που φέρουν πληροφορία από ότι αυτή των  $uf$  και  $fm$ . Οι τελευταίες δείχνουν ότι λειτουργούν ονομαστικά έως ότου ο φυσικός αισθητήρας χάσει για πρώτη φορά και ταυτόχρονα χωρική πληροφορία που αφορά σε αντιδιαμετρικά σημεία του περιβάλλοντος (σχήμα 7.41)
- Δεδομένης της απόκλισης της λύσης της FSMSM στο παράδειγμα του σχήματος 7.40 παρατηρούμε πως η υπόθεση<sup>10</sup> που διαμορφώσαμε στην ενότητα 6.5.2 είναι εσφαλμένη: η ευρωστία της PGL-FMIC όσο αφορά στα “μεγάλα” αρχικά σφάλματα εκτίμησης οφείλεται στη δισδιάστατη φύση του μετασχηματισμού Fourier-Mellin της μεθόδου της προηγούμενης ενότητος, και όχι στη μεταφορά του προβλήματος στο πεδίο της συχνότητος

<sup>10</sup>“[...] η μεταφορά του προβλήματος ευθυγράμμισης πραγματικών με εικονικές μετρήσεις στο πεδίο της συχνότητας [σως αποτελεί την αιτία της ευρωστίας της προτεινόμενης σε αυτό το κεφάλαιο μεθόδου (α) στην απόσταση στάσεων από τις οποίες συλλαμβάνονται οι προς ευθυγράμμιση σφρώσεις [...]”

### 7.7.2 Αιτίες περαιτέρω έρευνας

Το πρόβλημα της ευθυγράμμισης πραγματικών με εικονικές σαρώσεις έχει ως αντικείμενο την εκτίμηση της στάσης ενός αισθητήρα υπό τη συνθήκη ότι ο χάρτης του περιβάλλοντος του χώρου είναι διαθέσιμος. Συνεπώς η ευθυγράμμιση πραγματικών με εικονικές σαρώσεις είναι χρήσιμη στην επίλυση των προβλημάτων της εύρεσης της στάσης ενός ρομπότ βάσει καθολικής (κεφ. 6) και περιορισμένης αβεβαιότητος (κεφ. 5 και 7)—και αχριβώς λόγω αυτής της απαίτησης δεν είναι δυνατό να χρησιμοποιηθεί στα συμφραζόμενα του γενικότερου, σημαντικότερου, και θεμελιώδους προβλήματος της ρομποτικής, δηλαδή της κατασκευής χάρτη από ένα ρομπότ και της ταυτόχρονης εύρεσης της στάσης του σε αυτόν. Σε αυτό το πρόβλημα η εύρεση-εκτίμηση της στάσης του αισθητήρα lidar γίνεται μέσω δύο οδών: (α) βάσει οδομετρικών μετρήσεων μέσω κωδικοποιητών, ή (β) βάσει ευθυγράμμισης σαρώσεων (ενότητα 1.2.5).<sup>11</sup>

Δεδομένων (α) της συγγένειας (ενότητα 1.2.6) του προβλήματος της ευθυγράμμισης πραγματικών με εικονικές σαρώσεις (Ορισμός VII) με το πρόβλημα της ευθυγράμμισης καθαρά πραγματικών σαρώσεων (Ορισμός V), (β) της απουσίας από τη βιβλιογραφία οποιασδήποτε μεθόδου ευθυγράμμισης πραγματικών σαρώσεων που δεν υπολογίζει αντιστοιχίσεις και που να έχει επίδοση τουλάχιστον ισοδύναμη με τις μεθόδους της βιβλιογραφίας, και (γ) των ενθαρρυντικών αποτελεσμάτων επίδοσης των μεθόδων που παρουσιάσθηκαν στο παρόν κεφαλαίο: μία σημαντική κατεύθυνση περαιτέρω έρευνας είναι η προσπάθεια εύρεσης κατάλληλων μετασχηματισμών (των μεθόδων και των εισόδων τους) που να καθιστούν δυνατή την επίλυση του προβλήματος της ευθυγράμμισης σαρώσεων μέσω της επίλυσης του προβλήματος της ευθυγράμμισης πραγματικών με εικονικές σαρώσεις.

<sup>11</sup> Η πρώτη οδός είναι ευκολότερη αλλά επιφερέστερη σε σφάλματα λόγω των απρόβλεπτων συνθηκών τριβής ανάμεσα στο οδόστρωμα και τα άκρα του ρομπότ που έρχονται σε επαφή με αυτό για σκοπούς κίνησης. Αυτή η ευμεταβλητότητα (με άλλα λόγια ο τυχαίος θόρυβος αγνώστου μέτρου) της αντίληψης του ρομπότ για το περιβάλλον του έρχεται σε αντιπαραβολή με την προβλεψιμότητα της θέσης των αντικειμένων ενός στατικού περιβάλλοντος και το πεπερασμένο του μέτρου του θορύβου των αισθητήρων απόστασης τύπου lidar. Αυτοί οι λόγοι παρείχαν ιστορικά το κίνητρο για την αντικατάσταση της οδομετρίας μέσω του οριζόντιου επιπέδου με το αποτέλεσμα της ευθυγράμμισης διαδοχικών σαρώσεων επί των μη οριζόντιων δομών του περιβάλλοντός του.

## Κεφάλαιο 8

# Μέθοδοι ευθυγράμμισης πραγματικών σαρώσεων χωρίς τον υπολογισμό αντιστοιχίσεων

Η έρευνα που παρουσιάζεται στο παρόν κεφάλαιο αντλεί τις πηγές της από τις αιτίες περαιτέρω έρευνας του προηγούμενου κεφαλαίου, όπως αυτές διατυπώθηκαν στην τελευταία του ενότητα. Στο παρόν κεφάλαιο επιζητούμε το σχεδιασμό και την κατασκευή μεθόδων ευθυγράμμισης πραγματικών σαρώσεων για το σκοπό της εκτίμησης της στάσης ενός ρομπότ που φέρει δισδιάστατο πανοραμικό αισθητήρα lidar στα συμφραζόμενα της απουσίας εσωτερικής αναπαράστασης του περιβάλλοντός του.

### 8.1 Στόχοι του κεφαλαίου και δομή

Στόχος του παρόντος κεφαλαίου είναι η επίλυση του προβλήματος Π4:

**Πρόβλημα Π4.** Έστω ένα ρομπότ κινητής βάσης του πεδίου εφαρμογής ΠΕ, ικανό να κινείται στο επίπεδο  $x - y$ , εξοπλισμένο με έναν οριζόντια τοποθετημένο αισθητήρα lidar μετρήσεων δύο διαστάσεων που εκπέμπει  $N_s$  ακτίνες. Έστω επίσης ότι τα ακόλουθα είναι διαθέσιμα:

- Μια δισδιάστατη μέτρηση  $S_0$

- Μια δισδιάστατη μέτρηση  $S_1$

Τότε ο στόχος είναι η εκτίμηση της στάσης από την οποία συνελήφθη η μέτρηση  $S_1$  σε σχέση με τη στάση από την οποία συνελήφθη η μέτρηση  $S_1$  δεδομένων των κάτωθι παραδοχών και περιορισμών:

- Το γωνιακό εύρος του αισθητήρα lidar ισούται με  $\lambda = 2\pi$
- Η επίλυση του προβλήματος γίνεται χωρίς τον υπολογισμό αντιστοιχίσεων ανάμεσα στις εισόδους της μεθόδου επίλυσης
- Η εκτέλεση της επίλυσης του προβλήματος πρέπει γίνεται σε χρόνο που να συμβαδίζει με το ρυθμό ανανέωσης των μετρήσεων που παρέχει ο φυσικός αισθητήρας lidar

## 8.2 Μεθοδολογία

Η επίλυση του προβλήματος Π4, δηλαδή της ευθυγράμμισης πραγματικών σαρώσεων, μέσω της ευθυγράμμισης πραγματικών με εικονικές σαρώσεις είναι δυνατή και βασίζεται εξ ολοκλήρου στην εξής παρατήρηση:

Έστω οι προϋποθέσεις του προβλήματος Π3 και  $M$  ο δεδομένος χάρτης, του οποίου το μέγεθος ας είναι αυθαίρετα μεγάλο. Έστω  $\hat{p}_0 = \hat{p}$  και  $\hat{p}_N = \hat{p}'$  η αρχική και τελική εκτίμηση της στάσης του αισθητήρα αντίστοιχα, και  $\hat{P}_{\odot} = \{\hat{p}_1, \hat{p}_2, \dots, \hat{p}_{N-1}\}$  το σύνολο των ενδιάμεσων εκτιμήσεων στάσης που παράγονται στο εσωτερικό των μεθόδων ευθυγράμμισης πραγματικών με εικονικές σαρώσεις. Τότε, εάν η τελική εκτίμηση είναι συγκλίνουσα, δεδομένης—και ακριβώς λόγω—της προϋπόθεσης ότι η θέση της εκτίμησης  $\hat{p}_0$  βρίσκεται σε μία γειτονιά της πραγματικής θέσης του αισθητήρα, όλες οι εικονικές σαρώσεις που υπολογίζονται από τις εκτιμήσεις του συνόλου  $\hat{p}_0 \cup \hat{P}_{\odot} \cup \hat{p}_N$  υπολογίζονται με κέντρο μία γειτονιά της πραγματικής θέσης, και συνεπώς (αναλόγως και της γεωμετρίας των περιβάλλοντος) αποτελούν προσεγγίσεις της πραγματικής σάρωσης. Κατά συνέπεια ο χάρτης  $M$  μπορεί να αντικατασταθεί από την προβολή της μίας εκ των δύο σαρώσεων στο δισδιάστατο επίπεδο, η οποία συνιστά μία τοπική προσέγγιση  $\widetilde{M}$  του περιβάλλοντος στο οποίο αντιστοιχεί ο  $M$ .

Κατά συνέπεια το πρόβλημα Π4 είναι επιλύσιμο μέσω της λύσης του προβλήματος Π3, και επομένως είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί οποιαδήποτε όψη  $rc = \{x_1, u_f, f_m\}$  της μεθόδου FSMSM που σχεδιάσαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Ο αλγόριθμος XVII παρουσιάζει σε φευδοκώδικα τα βήματα εκτέλεσης του Fourier Scan Matcher (FSM), δηλαδή της μεθόδου που έχει ως στόχο την επίλυση του προβλήματος Π4. Ο αλγόριθμος XVII είναι ίδιος με τον αλγόριθμο XVI, αλλά διαφέρει σε τρία σημεία: (α) οι είσοδοι του καθορίζονται από τα δεδομένα του προβλήματος Π4, και όχι από αυτά του Π3, (β) ο επονομαζόμενος και λειτουργών ως χάρτης  $\widetilde{M}$  είναι υπολογιστέος από τη σάρωση  $S_0$  (γραμμή 2), και (γ) εκλείπει το κριτήριο τερματισμού (Αλγόριθμος XVI:11-17). Η αφαίρεση του τελευταίου έχει γίνει για λόγους οικονομίας πράξεων και οδηγείται από την απαίτηση υπολογισμού της εκτίμησης του μετασχηματισμού  $T = p_1|_{S_1} - p_0|_{S_0}$  σε χρόνο τέτοιο που να συμβαδίζει με το ρυθμό ανανέωσης των μετρήσεων του φυσικού αισθητήρα, ο οποίος είναι εν γένει σημαντικά μεγαλύτερος από αυτόν με τον οποίο μία μέθοδος παραχολούσθηκε της στάσης ενός ρομπότ ανανεώνει τις εκτιμήσεις της,<sup>1</sup> όπου με  $p_1|_{S_1}$  και  $p_0|_{S_0}$  σημειώνονται οι στάσεις από τις οποίες συνελήφθησαν οι μετρήσεις  $S_1$  και  $S_0$  αντίστοιχα. Στον αλγόριθμο XVII η τελική εκτίμηση  $\hat{p}_1 = \hat{T}$ , δεδομένου ότι η αρχική εκτίμηση  $\hat{p}_1 = (0, 0, 0)$  (γραμμή 1).

### 8.3 Πειραματική αξιολόγηση

Στην παρούσα ενότητα δοκιμάζεται η Υπόθεση Υ5 με στόχο την επίλυση του Προβλήματος Π4, δεδομένων των παραδοχών και περιορισμών του:

**Υπόθεση Υ5.** Υπάρχει μέθοδος ευθυγράμμισης πραγματικών δισδιάστατων πανοραμικών σαρώσεων που δεν βασίζεται στον υπολογισμό αντιστοιχίσεων για την επίλυση του προβλήματος ευθυγράμμισης, η οποία εμφανίζει ισάξια επίδοση με την καλύτερη μέθοδο ευθυγράμμισης πραγματικών σαρώσων που χρησιμοποιεί τον υπολογισμό αντιστοιχίσεων.

Προς αυτόν τον στόχο δοκιμάζεται η επίδοση της μεθόδου FSM στο έργο της ευθυγράμμισης πραγματικών σαρώσεων. Ταυτόχρονα η επίδοσή της δοκιμάζεται έναντι αυτής των πιο διαδεδομένων αλγορίθμων ευθυγράμμισης σαρώσεων της βιβλιογραφίας. Σημειώνουμε ότι

<sup>1</sup>Η συχνότητα ανανέωσης των αισθητήρων απόστασης κυμαίνεται από 10 έως 20 Hz [Vel; RPL; YDL], και συνεπώς από μία οποιαδήποτε μέθοδο ευθυγράμμισης σαρώσεων απαιτείται να είναι ικανή να εκτελείται σε λιγότερο από 50 ms.

---

**Αλγόριθμος XVII fsm**


---

**Input:**  $\mathcal{S}_0, \mathcal{S}_1, \gamma, N_s, \text{rc}, \nu_{\min}, \nu_{\max}, I_T, \varepsilon_{\delta p}$

**Output:**  $\hat{\mathbf{p}}_1(\hat{x}_1, \hat{y}_1, \hat{\theta}_1)$

```

1:  $\hat{\mathbf{p}}_1 \leftarrow (0, 0, 0)$ 
2:  $\widetilde{\mathbf{M}} \leftarrow \text{project\_to\_2d}(\mathcal{S}_0, \hat{\mathbf{p}}_1)$ 
3:  $\nu \leftarrow \nu_{\min}$ 
4: while  $\nu \leq \nu_{\max}$  do
5:    $\hat{\mathbf{p}}_1^C \leftarrow \text{caer-based\_orientation\_estimation}(\text{rc}, \widetilde{\mathbf{M}}, \mathcal{S}_1, \hat{\mathbf{p}}_1, \gamma, N_s, \nu)$  (Αλγ. XIV)
6:    $\hat{\mathbf{p}}'_1 \leftarrow \text{tc\_x1}(\widetilde{\mathbf{M}}, \mathcal{S}_1, \hat{\mathbf{p}}_1^C, I_T, \infty, N_s)$  (Αλγόριθμος XII)
7:   if  $\hat{\mathbf{p}}'_1$  not in  $\widetilde{\mathbf{M}}$  then
8:     generate new  $\hat{\mathbf{p}}_1$ ;  $\nu \leftarrow \nu_{\min}$ ; continue
9:   end if
10:  if  $\|\hat{\mathbf{p}}'_1 - \hat{\mathbf{p}}_1\| < \varepsilon_{\delta p}$  then
11:     $\nu \leftarrow \nu + 1$ 
12:  end if
13:   $\hat{\mathbf{p}}_1 \leftarrow \hat{\mathbf{p}}'_1$ 
14: end while
15: return  $\hat{\mathbf{p}}_1$ 

```

---

στο σύνολό τους οι τελευταίες λειτουργούν υπολογίζοντας αντιστοιχίσεις ανάμεσα στις ακτίνες των σαρώσεων εισόδου, ενώ η FSM δεν υπολογίζει σε κανένα στάδιο της επεξεργασίας της αντιστοιχίσεις.

### 8.3.1 Πειραματική διάταξη

Η πειραματική διαδικασία διεξάγεται με τη χρήση των ίδιων πέντε συνόλων δεδομένων αναφοράς  $D = \{D_k\}$ ,  $k \in \{0, 1, \dots, 4\}$  τα οποία χρησιμοποιήθηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο για τη δοκιμή και εξακρίβωση της επίδοσης των αλγορίθμων που κατασκευάσαμε και των αλγορίθμων της βιβλιογραφίας (Πίνακας 7.1).

Η πειραματική διάταξη είναι η ακόλουθη. Οι ακτίνες κάθε δείγματος του συνόλου δεδομένων  $D_k^d$ ,  $k \in \{0, 1, \dots, 4\}$ ,  $d \in \{0, 1, \dots, |D_k|\}$  πρώτα προβάλλονται στο επίπεδο  $x - y$  γύρω από τη στάση  $r_k^d$ . Οι σαρώσεις των συνόλων δεδομένων δεν είναι πανοραμικές, επομένως ο υπόλοιπος γωνιακός χώρος συμπληρώνεται με ένα ημικυκλικό τόξο που ενώνει τις δύο ακραίες ακτίνες της κάθε σάρωσης. Η ακτίνα του ημικυκλίου ορίζεται ως η ελάχιστη των δύο ακραίων ακτίνων του  $D_k^d$ . Διαφορετικοί τρόποι για το κλείσιμο του περιβάλλοντος (π.χ. μέσω καθρεφτισμού των μετρήσεων κατά  $x$  ή  $y$ , ή ένωσης των δύο ακραίων ακτίνων μέσω

ευθύγραμμου τμήματος) έχουν βρεθεί ισοδύναμοι όσον αφορά στην επίδοση των υπό δοκιμής μεθόδων. Το σύνολο σημείων που προκύπτει θεωρείται ως ο περιβάλλον χώρος  $\mathbf{W}_k^d$  του αισθητήρα αποστάσεων. Η πρώτη πραγματική στάση του αισθητήρα  $\mathbf{p}_{0,k}^d$  παράγεται τυχαία εντός του πολυγώνου που σχηματίζεται από το σύνολο σημείων  $\mathbf{W}_k^d$ . Η σάρωση  $S_{0,k}^d$  υπολογίζεται μέσω δεσμοβολής  $N_s$  ακτίνων από τη στάση  $\mathbf{p}_{0,k}^d$  προς τις ακμές του πολυγώνου που σχηματίζεται από τα σημεία του συνόλου  $\mathbf{W}_k^d$ , σε ένα γωνιακό πεδίο όρασης  $\lambda = 2\pi$ . Η δεύτερη στάση του αισθητήρα  $\mathbf{p}_{1,k}^d$  λαμβάνεται μέσω διαταραχής των συνιστωσών της στάσης  $\mathbf{p}_{0,k}^d$  με ποσότητες που εξάγονται από ομοιόμορφες κατανομές σφαλμάτων  $U_{xy}(-\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_{xy})$ ,  $U_\theta(-\bar{\delta}_\theta, \bar{\delta}_\theta)$ :  $\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ . Η σάρωση  $S_{1,k}^d$  υπολογίζεται ομοίως μέσω δεσμοβολής  $N_s$  ακτίνων από τη στάση  $\mathbf{p}_{1,k}^d$  προς τις ακμές του  $\mathbf{W}_k^d$ , σε ένα γωνιακό πεδίο όρασης  $\lambda = 2\pi$ . Για την αξιολόγηση της επίδοσης των αλγορίθμων υπό δοκιμή ως προς τις αρχικές συνθήκες μετατόπισης συμμορφωνόμαστε με, και υιοθετούμε, την πειραματική διάταξη του Censi [Cen08], η οποία συνίσταται στην προοδευτική αύξηση της απόστασης μεταξύ των συνιστωσών των δύο στάσεων. Οι εν λόγω διαμορφώσεις παρατίθενται στον πίνακα 8.1.

Προκειμένου να ελεγχθεί η επίδοση των αλγορίθμων σε πραγματικές συνθήκες δοκιμάζονται πέντε επίπεδα θορύβου με επίδραση στις μετρήσεις των σαρώσεων  $S_{0,k}^d, S_{1,k}^d$ : κάθε μέτρηση διαταράσσεται από θόρυβο  $\mathcal{N}_R \sim (0, \sigma_R^2)$ :  $\sigma_R \in \{0.01, 0.03, 0.05, 0.10, 0.20\}$  m. Οι τιμές των τυπικών αποκλίσεων υπολογίστηκαν από εμπορικά διαθέσιμους πανοραμικούς αισθητήρες lidar, προσδιορίζοντας το μέγεθος της μέγιστης αναφερόμενης τιμής των σφαλμάτων απόστασης τους και διαιρώντας το με τον συντελεστή τρία. Το σκεπτικό είναι ότι 99.73% των σφαλμάτων εντοπίζονται εντός 3σ γύρω από την πραγματική απόσταση μεταξύ μιας ακτίνας και ενός εμποδίου, υποθέτοντας ότι τα σφάλματα κατανέμονται κανονικά. Η ελάχιστη τιμή  $\sigma_R = 0.01$  m αναφέρεται για ακριβείς πανοραμικούς αισθητήρες μεγάλου κόστους VELODYNE [Vel], και οι υπόλοιπες για πανοραμικούς αισθητήρες με ελκυστική τιμή, αλλά αυξημένα επίπεδα διαταραχών, π.χ. RPLIDAR A2M8, YDLIDAR G4, G6, TG30 και X4 [RPL; YDL]. Το μέγεθος των σαρώσεων εισόδου ορίστηκε σε  $N_s = 360$  ακτίνες.

Για την ικανοποίηση της απαίτησης εκτέλεσης σε πραγματικό χρόνο χρησιμοποιούμε την όψη του FSMSM που κατέγραψε το χαμηλότερο μέσο χρόνο εκτέλεσης στα πειράματα του προηγούμενου κεφαλαίου (σχήμα 7.27), ήτοι τη μέθοδο fmp. Ο ελάχιστος και ο μέγιστος ρυθμός υπερδειγματοληψίας του χάρτη για τη μέθοδο FSM ορίστηκε σε  $(\mu_{\min}, \mu_{\max}) \equiv (2^{\nu_{\min}}, 2^{\nu_{\max}}) \equiv (2^0, 2^3)$ , και ο αριθμός των επαναλήψεων της συνιστώσας εκτίμησης θέ-

| Συντομογραφία | Διαμόρφωση (m,rad)                                         |
|---------------|------------------------------------------------------------|
| $\Delta_0$    | $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.05, 0.035)$ |
| $\Delta_1$    | $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.10, 0.070)$ |
| $\Delta_2$    | $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.15, 0.150)$ |
| $\Delta_3$    | $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.20, 0.300)$ |
| $\Delta_4$    | $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.20, 0.560)$ |
| $\Delta_5$    | $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.20, \pi/4)$ |

Πίνακας 8.1: Οι διαμορφώσεις των μέγιστων αποστάσεων μεταξύ οποιωνδήποτε δύο στάσεων του αισθητήρα με βάση τις οποίες δοκιμάσθηκε η απόκριση όλων των μεθόδων. Οι δύο στάσεις έχουν απόσταση κατά συνιστώσα θέσης  $U_{xy}(-\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_{xy})$ , και κατά προσανατολισμό  $U_\theta(-\bar{\delta}_\theta, \bar{\delta}_\theta)$ , όπου με  $U(\alpha, \beta)$  συμβολίζεται η ομοιόμορφη συνεχής κατανομή

σης ορίστηκε σε  $I_T = 5(1 + \nu)$ ,  $\nu \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$  :  $\nu \in [\nu_{\min}, \nu_{\max}]$ . Το κριτήριο σύγκλισης για όλες τις μεθόδους εφαρμόσθηκε μόνο ως προς την διαφορά εκτίμησης του προσανατολισμού:  $\varepsilon_{\delta p} = 10^{-5}$ . Σε αντίθεση με τον FSMSM ο FSM δεν υιοθετεί κριτήριο τερματισμού (Αλγόριθμος XVI:11-17) για λόγους εξοικονόμησης χρόνου εκτέλεσης. Για τον ίδιο λόγο τέθηκε άνω όριο στον αριθμό επανεκκινήσεων λόγω μετατόπισης της εκτίμησης θέσης εκτός του χάρτη  $\widetilde{M}$ , με τιμή  $R_{\max} = 10$  επανεκκινήσεις.

Για σκοπούς σύγκρισης της επίδοσης του FSM με μεθόδους ευθυγράμμισης σαρώσεων η πειραματική διαδικασία διενεργείται έναντι των μεθόδων ευθυγράμμισης Μετασχηματισμού Κανονικών Κατανομών (Normal Distributions Transform—NDT) [BS03; Devc], FastGICP [SHT09; Deva], και PLICP [Cen08; Devd]. Οι NDT, FastGICP και PLICP ανήκουν στις καθιερωμένες μεθόδους ευθυγράμμισης σαρώσεων [Koi+21; Xu+18; Sob+19; Pis+19; QJ19b; Pha+21]. Επιπλέον, για λόγους σύγκρισης έναντι σύγχρονων αλγορίθμων, οι πειραματική διαδικασία επεκτείνεται στους αλγορίθμους FastVGICP [Koi+21; Deva] και NDT-PSO [BBA21; Devb]. Η πειραματική διαδικασία δεν περιλαμβάνει αυτή τη φορά τη μέθοδο TEASER λόγω της αδυναμίας εκτέλεσής της σε χρόνους τέτοιους που να συμβαδίζουν με το ρυθμό ανανέωσης μετρήσεων από έναν τυπικό αισθητήρα lidar.

Για κάθε πείραμα όλες οι μέθοδοι εκτελέσθηκαν για  $E = 10$  φορές για όλα τα δείγματα των  $D_k \in D \equiv \{\text{aces, fr079, intel, mit\_csail, mit\_killian}\}$ ,  $k \in \{0, 1, \dots, 4\}$ , για κάθε διαμόρφωση μέγιστων αποστάσεων στάσεων (πίνακας 8.1), και κάθε επίπεδο θορύβου  $\sigma_R$ . Επομένως κάθε μέθοδος επιχείρησε συνολικά  $N_{tot} = 10 \times 6 \times 5 \times \sum |D_k| \approx 1.36 \cdot 10e+7$  ευθυγραμμίσεις.

Για κάθε τελική εκτίμηση στάσης  $\hat{p}'^d_{1,k,e}$  που εξάγεται από κάθε αλγόριθμο,  $d = 1, 2, \dots, |D_k|$ ,

$k \in \{0, 1, \dots, 4\}$ ,  $e = 1, 2, \dots, E$ , καταγράφεται η απόκλισή της από την πραγματική στάση  $p_{1,k,e}^d$  με τη μορφή του μέτρου σφάλματος θέσης και προσανατολισμού.

Τα πειράματα επί των PLICP, NDT, FastGICP, FastVGICP, και FSM πραγματοποιήθηκαν σε ένα μόνο νήμα, σε υπολογιστή με συχνότητα CPU 4.0 GHz. Ο NDT-PSO είναι παράλληλη υλοποίηση: τα πειράματά του διεξήχθησαν σε τέσσερα νήματα, σε υπολογιστή με συχνότητα CPU 2.2 GHz.

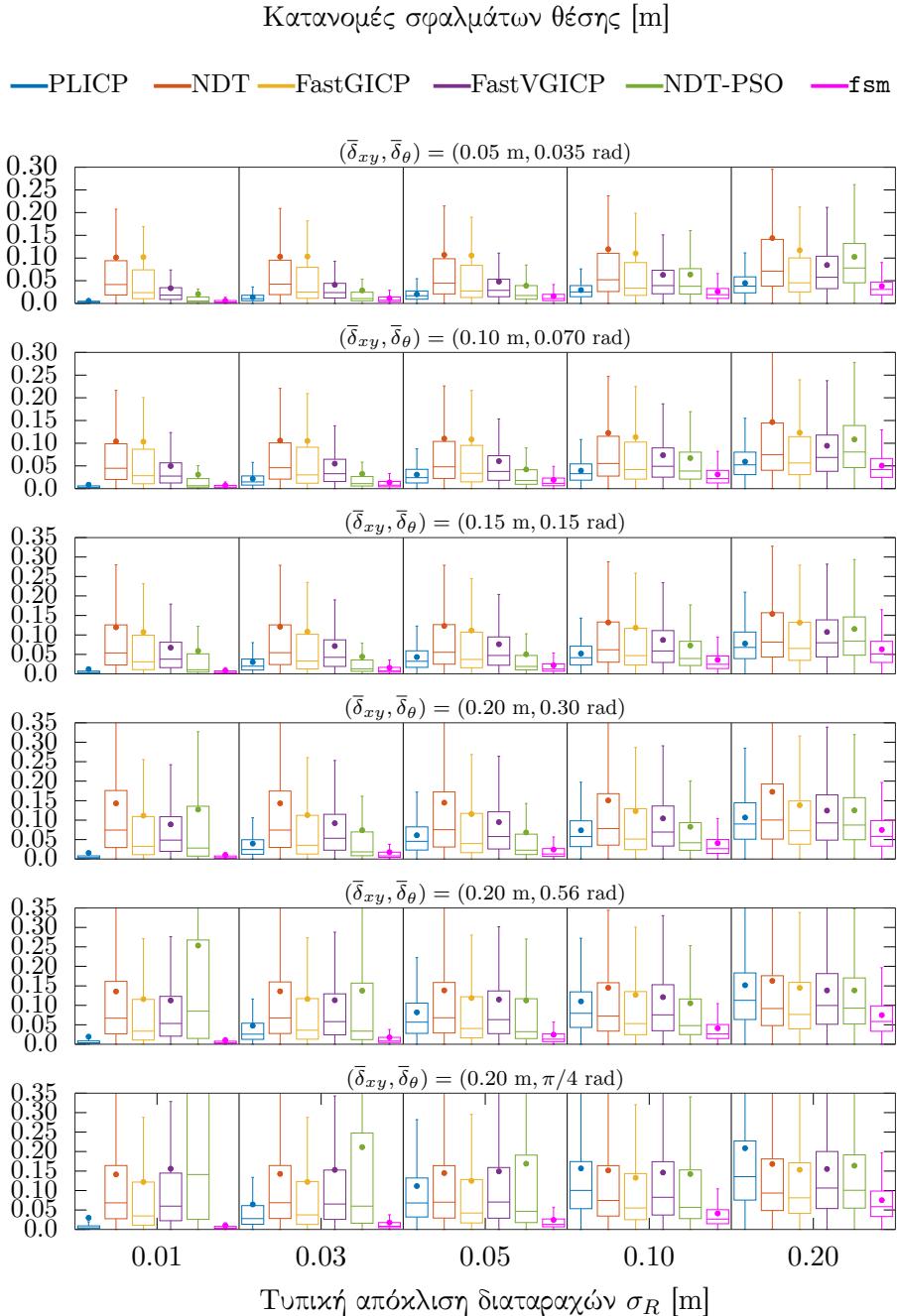
### 8.3.2 Αποτελέσματα

Τα σχήματα 8.1 και 8.2 παρουσιάζουν τις κατανομές σφαλμάτων θέσης και προσανατολισμού αντίστοιχα, για κάθε αλγόριθμο, επίπεδο διαταραχών που επιδρούν στις μετρήσεις του αισθητήρα, και διαμόρφωση αρχικών συνθηκών  $\Delta_*$  (πίνακας 8.1), κατά μήκος όλων των εκτιμήσεων στάσης που προέκυψαν μέσω της πειραματικής διαδικασίας. Το σχήμα 8.3 παρουσιάζει τις κατανομές των χρόνων εκτέλεσης για τις ίδιες διατάξεις. Τα σχήματα 8.4 και 8.5 παρουσιάζουν τη σχέση ανάμεσα στις αρχικές συνθήκες μετατόπισης και τις τελικές συνθήκες σφαλμάτων για τη συνιστώσα της θέσης και τη συνιστώσα του προσανατολισμού αντίστοιχα, για τη διαμόρφωση όπου  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.20, \pi/4)$  [m,rad], για κάθε επίπεδο διαταραχών που επιδρούν στις μετρήσεις του αισθητήρα. Τα σχήματα H'.1-H'.12 απεικονίζουν την ίδια σχέση για όλες τις υπό δοκιμή διαμορφώσεις  $\Delta_*$ . Τα σχήματα 8.6 και 8.7 απεικονίζουν την ίδια σχέση, αλλά με εστίαση στο κάτω όριο σφαλμάτων, με άνω όριο τον μέσο όρο σφάλματος όλων των μεθόδων για τη διαμόρφωση όπου  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.20, \pi/4)$  [m,rad]. Τα σχήματα H'.13-H'.24 απεικονίζουν την ίδια συνθήκη για όλες τις υπό δοκιμή διαμορφώσεις  $\Delta_*$ . Το σχήμα 8.8 απεικονίζει τον αριθμό των επανεκκινήσεων της μεθόδου FSM συναρτήσει των αρχικών συνθηκών μετατόπισης για όλα τα δοκιμασθέντα επίπεδα διαταραχών μέτρησης και όλες τις διαμορφώσεις αρχικών συνθηκών μέγιστης μετατόπισης.

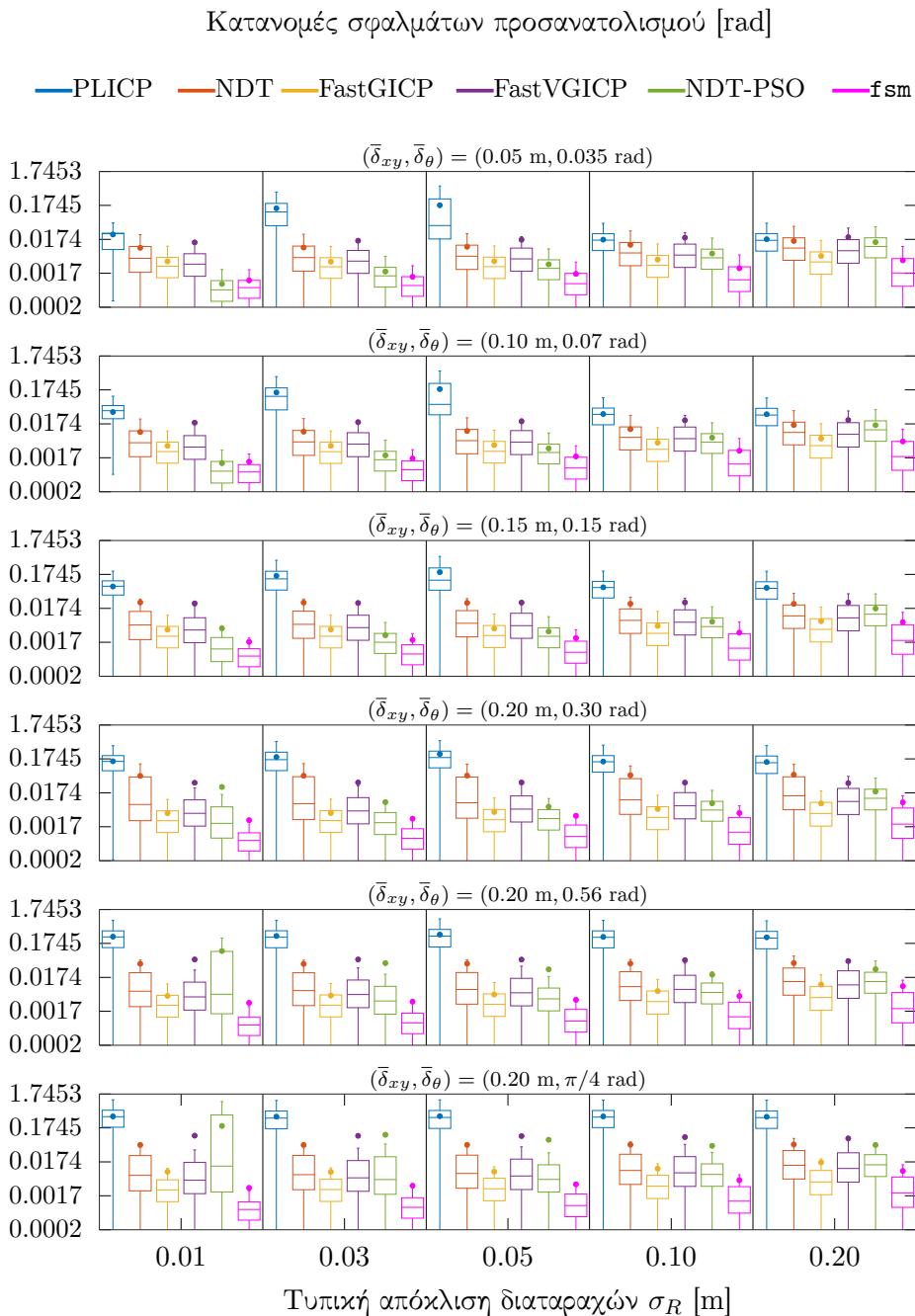
### 8.3.3 Εξέταση και αξιολόγηση αποτελεσμάτων

Με βάση τα πειραματικά αποτελέσματα των σχημάτων 8.1, 8.2, και 8.3, δεδομένης της πειραματικής διάταξης της ενότητος 8.3.2, παρατηρούμε πως:

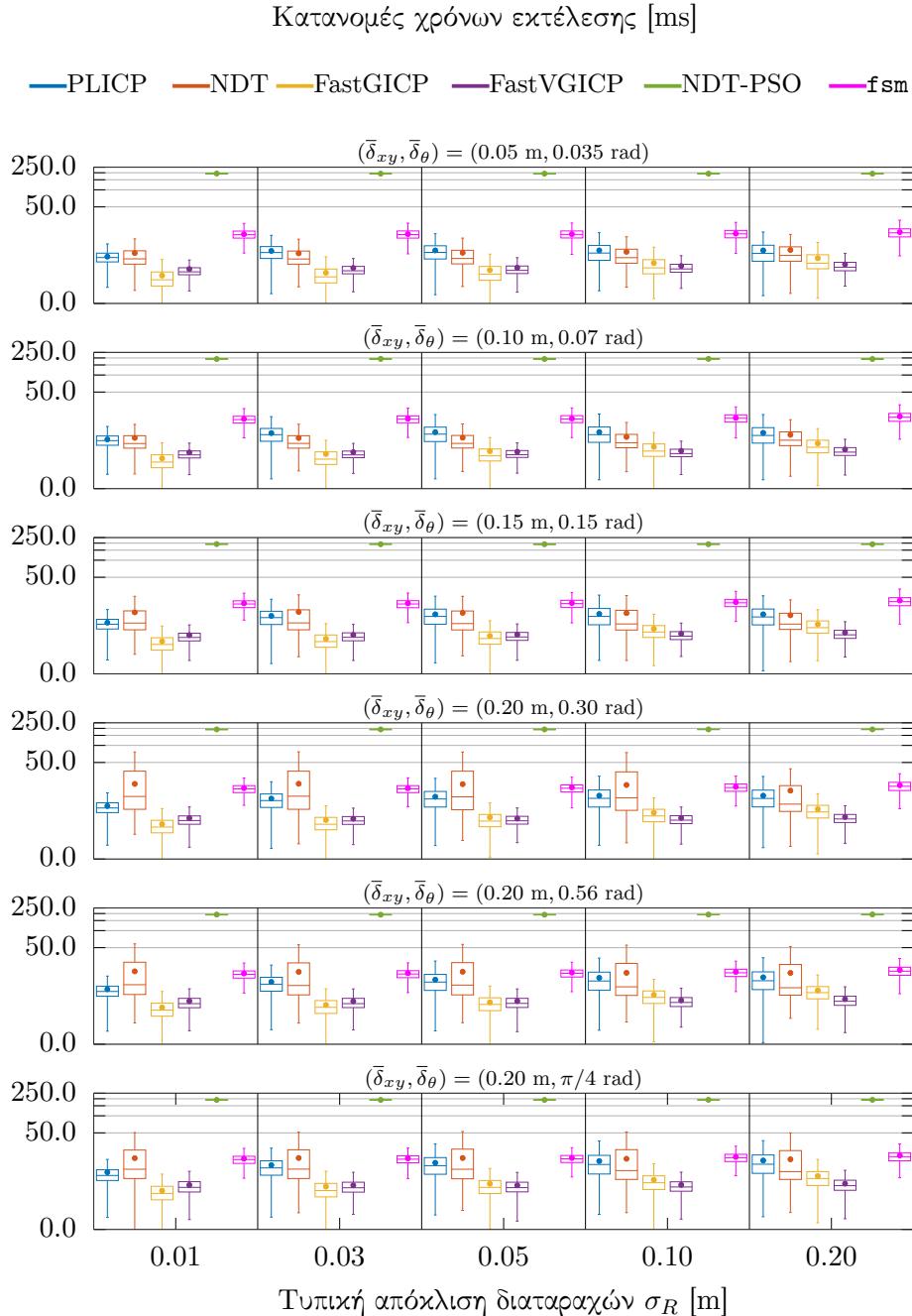
- Τα σφάλματα εκτίμησης θέσης της μεθόδου FSM εμφανίζουν το χαμηλότερο μέσο όρο, τη χαμηλότερη διάμεση τιμή, και το μικρότερο ενδοτεταρτημοριακό εύρος σε σχέση με



**Σχήμα 8.1:** Οι κατανομές των σφαλμάτων εκτίμησης θέσης για κάθε αλγόριθμο με βάση την πειραματική διάταξη της ενότητας 8.3.1. Κάθε ορθογώνιο αντιπροσωπεύει τα στατιστικά  $\approx 4.5 \cdot 10^5$  ευθυγραμμίσεων. Οι κουκκίδες αντιπροσωπεύουν ολικά μέσα σφάλματα εκτίμησης



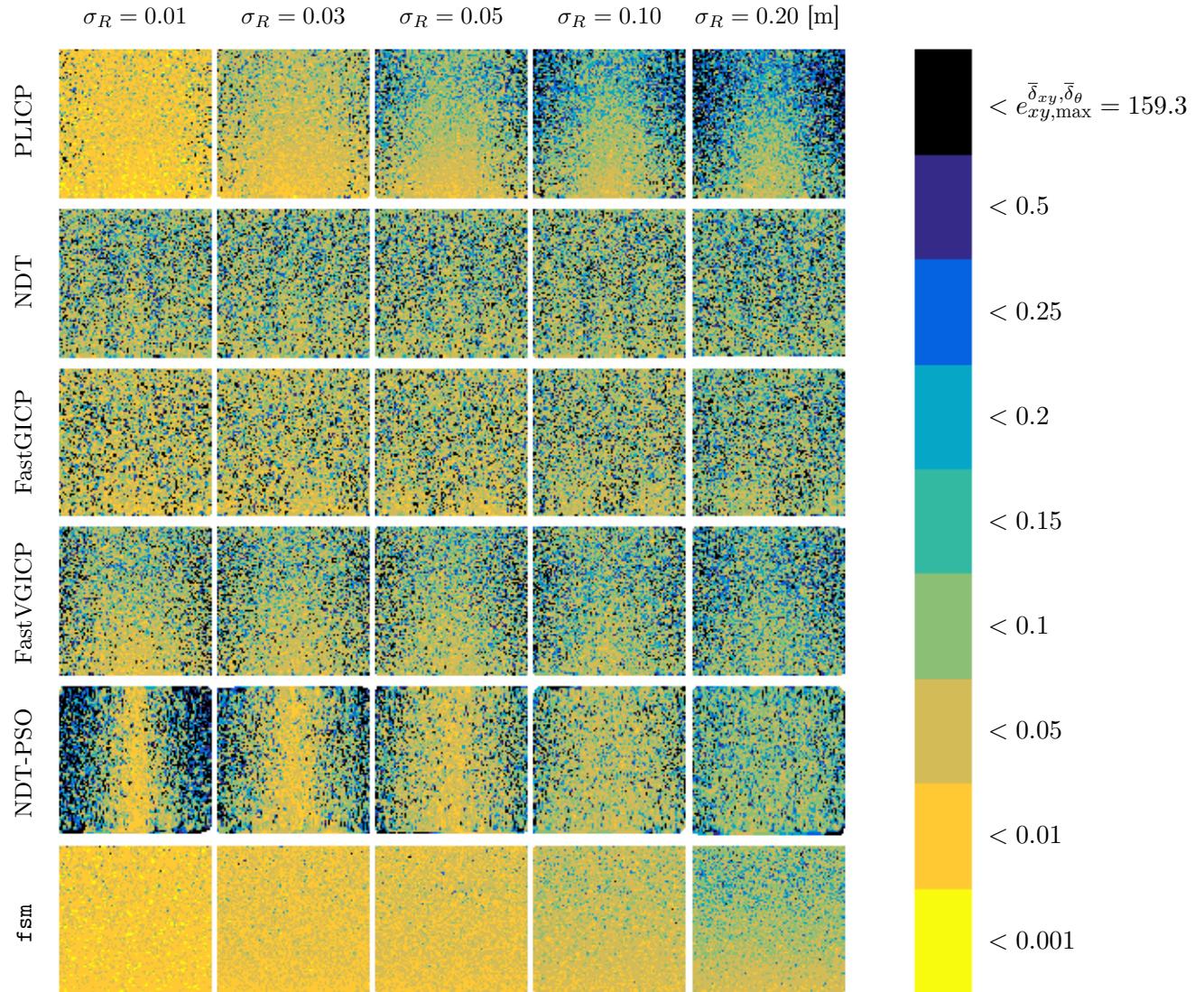
Σχήμα 8.2: Οι κατανομές των σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού για κάθε αλγόριθμο με βάση την πειραματική διάταξη της ενότητας 8.3.1. Κάθε ορθογώνιο αντιπροσωπεύει τα στατιστικά  $\approx 4.5 \cdot 10^5$  ευθυγραμμίσεων. Οι κουκάδες αντιπροσωπεύουν ολικά μέσα σφάλματα εκτίμησης



**Σχήμα 8.3:** Οι κατανομές των χρόνων εκτέλεσης κάθε αλγορίθμου με βάση την πειραματική διάταξη της ενότητας 8.3.1. Κάθε ορθογώνιο αντιπροσωπεύει τα στατιστικά  $\approx 4.5 \cdot 10^5$  ευθυγραμμίσεων. Οι κουκκίδες αντιπροσωπεύουν ολικούς μέσους χρόνους εκτέλεσης

Τελικά σφάλματα εκτίμησης θέσης ως προς αρχικές συνθήκες μεταπόπισης [m]

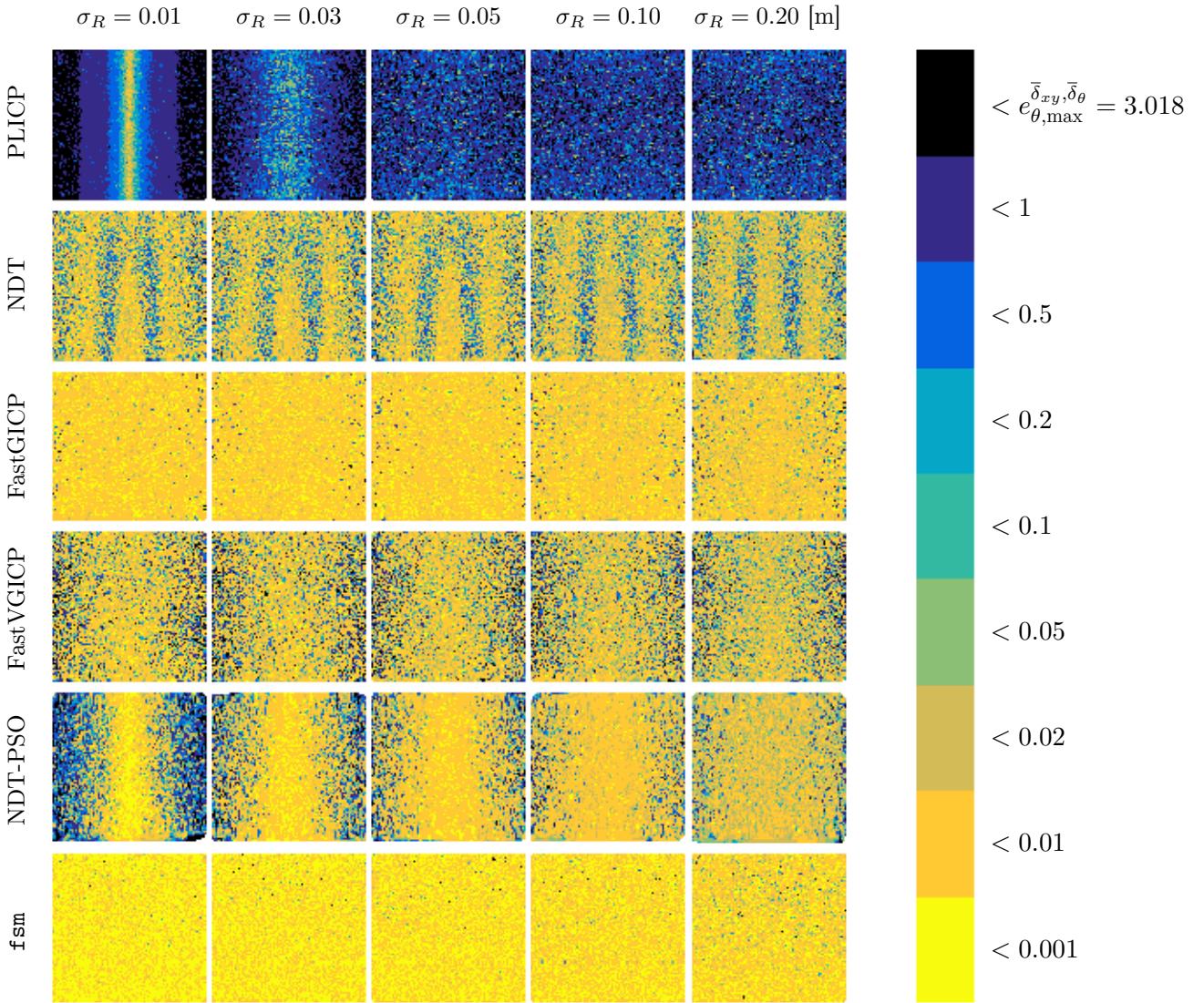
$$(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.20 \text{ m}, \pi/4 \text{ rad})$$



Σχήμα 8.4: Χάρτες θερμότητας των μέτρων των τελικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης συναρτήσει των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού  $\Delta\hat{\theta} \in [-\bar{\delta}_\theta, +\bar{\delta}_\theta]$  (στον οριζόντιο άξονα) και των μέτρων των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης  $\|\Delta\hat{l}\|_2 \in [0, \sqrt{2} \cdot \bar{\delta}_{xy}]$  (στον κάθετο άξονα) για όλα τα διενεργηθέντα πειράματα, ανά αλγόριθμο και ανά τυπική απόκλιση διαταραχών του φυσικού αισθητήρα, για τη διάταξη  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.20, \pi/4)$  [m,rad]

Τελικά σφάλματα εκτίμησης προσανατολισμού ως προς αρχικές συνθήκες μετατόπισης [rad]

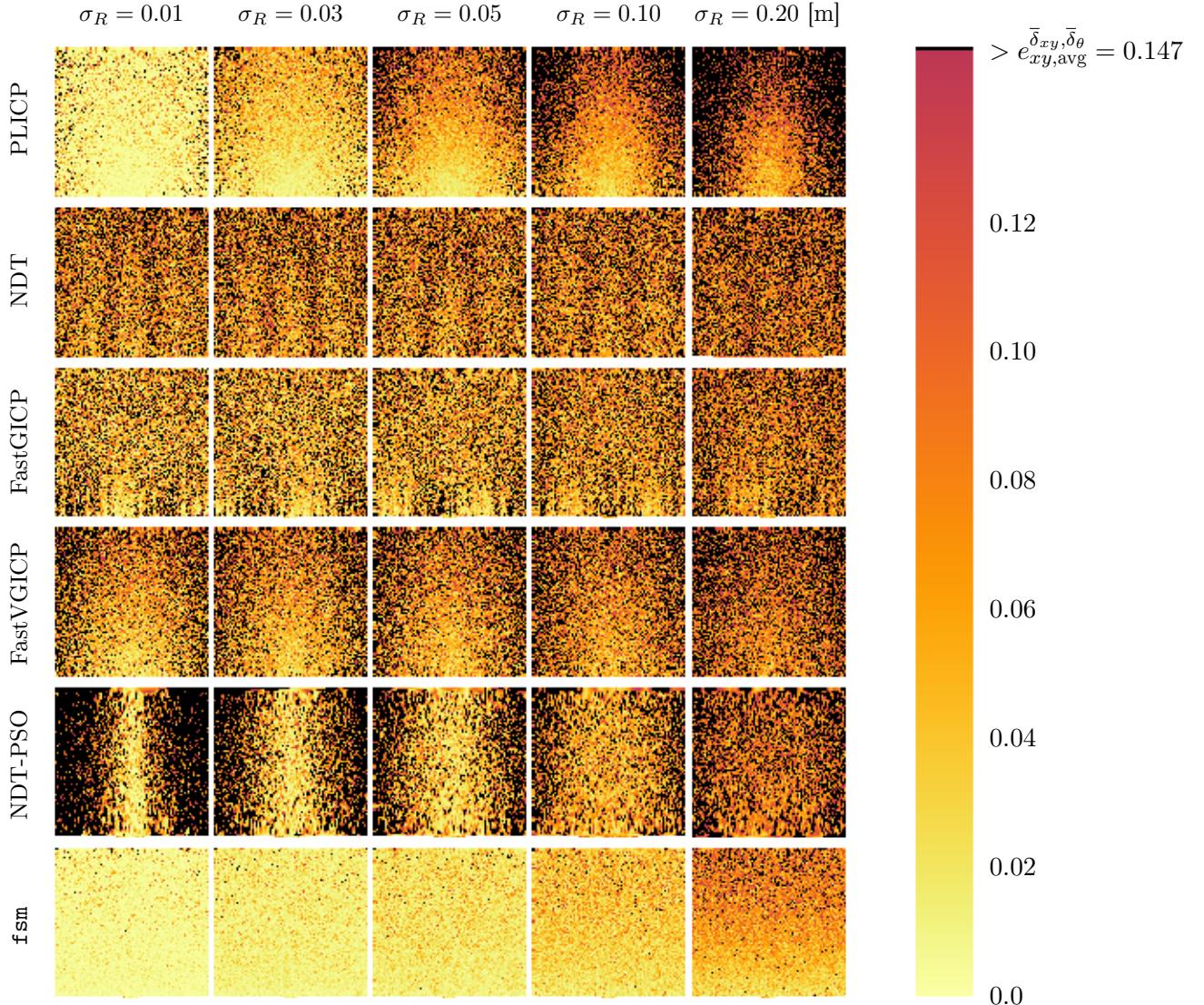
$$(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.20 \text{ m}, \pi/4 \text{ rad})$$



Σχήμα 8.5: Χάρτες θερμότητας των μέτρων των τελικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού συναρτήσει των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού  $\Delta\hat{\theta} \in [-\bar{\delta}_\theta, +\bar{\delta}_\theta]$  (στον οριζόντιο άξονα) και των μέτρων των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης  $\|\Delta\hat{l}\|_2 \in [0, \sqrt{2} \cdot \bar{\delta}_{xy}]$  (στον κάθετο άξονα) για δύλα τα διενεργηθέντα πειράματα, ανά αλγόριθμο και ανά τυπική απόκλιση διαταραχών του φυσικού αισθητήρα, για τη διάταξη με  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.20, \pi/4)$  [m,rad]

Τελικά σφάλματα εκτίμησης θέσης ως προς αρχικές συνθήκες μετατόπισης [m]

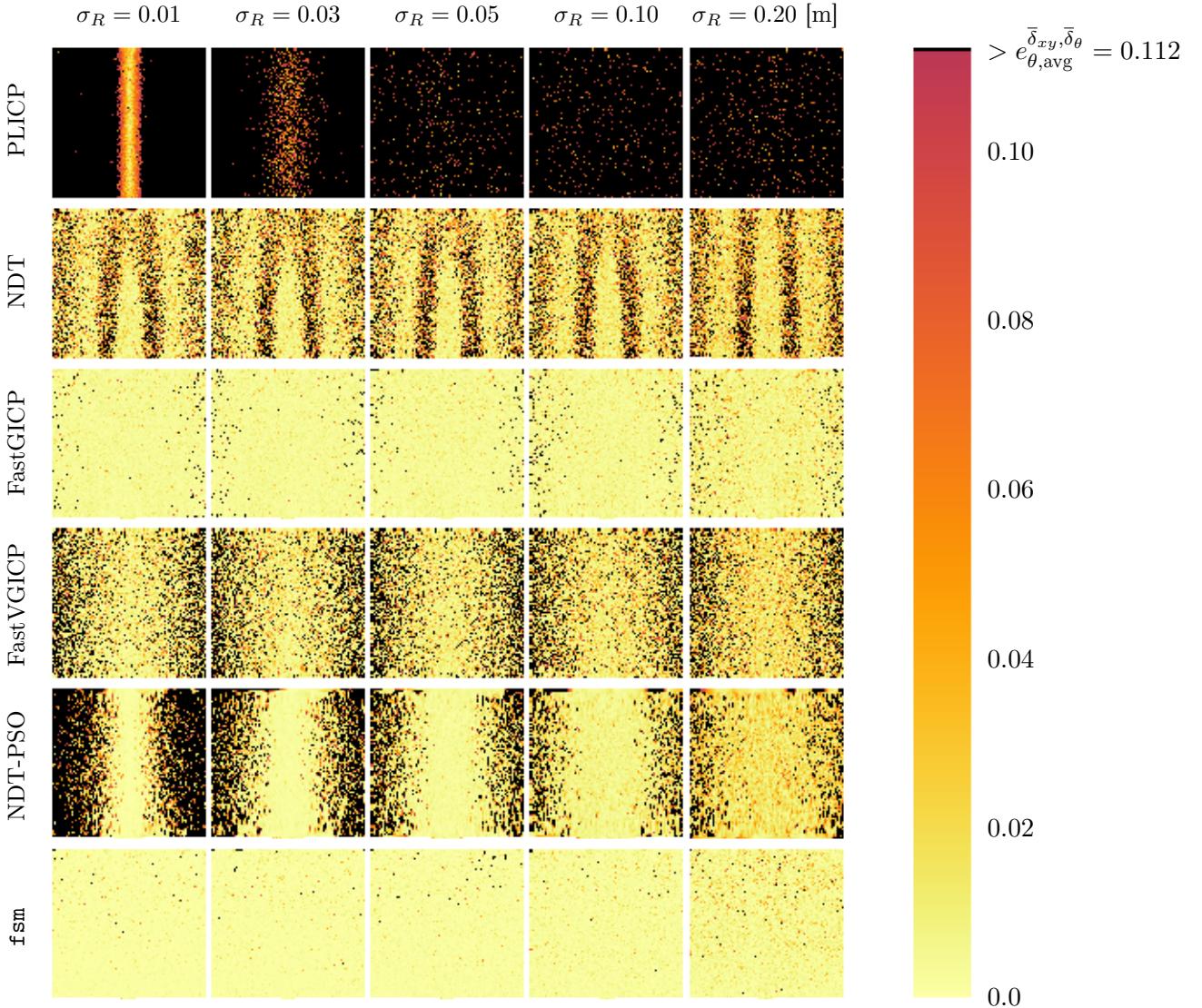
$$(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.20 \text{ m}, \pi/4 \text{ rad})$$



Σχήμα 8.6: Χάρτες θερμότητας των μέτρων των τελικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης συναρτήσει των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού  $\hat{\Delta\theta} \in [-\bar{\delta}_\theta, +\bar{\delta}_\theta]$  (στον οριζόντιο άξονα) και των μέτρων των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης  $\|\hat{\Delta\vec{l}}\|_2 \in [0, \sqrt{2} \cdot \bar{\delta}_{xy}]$  (στον κάθετο άξονα) για όλα τα διενεργηθέντα πειράματα, ανά αλγόριθμο και ανά τυπική απόκλιση διαταραχών του φυσικού αισθητήρα, για τη διάταξη με  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.20, \pi/4)$  [m,rad], εστιασμένοι στο διάστημα  $[0, e_{xy,\text{avg}}^{\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta}]$ , όπου με  $e_{xy,\text{avg}}^{\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta}$  σημειώνεται ο μέσος όρος σφαλμάτων εκτίμησης στάσης όλων των μεθόδων, για κάθε επεξεργασθέν δείγμα, και κάθε τιμή τυπικής απόκλισης των διαταραχών που επιδρούν στις μετρήσεις του φυσικού αισθητήρα, για τη διαμόρφωση  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta)$ . Τιμές μέτρου σφαλμάτων εκτίμησης άνω του μέσου όρου σημειώνονται με μαύρο χρώμα

Τελικά σφάλματα εκτίμησης προσανατολισμού ως προς αρχικές συνθήκες μετατόπισης [rad]

$$(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.20 \text{ m}, \pi/4 \text{ rad})$$



Σχήμα 8.7: Χάρτες θερμότητας των μέτρων των τελικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού συναρτήσει των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού  $\Delta\hat{\theta} \in [-\bar{\delta}_\theta, +\bar{\delta}_\theta]$  (στον οριζόντιο άξονα) και των μέτρων των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης  $\|\Delta\hat{l}\|_2 \in [0, \sqrt{2} \cdot \bar{\delta}_{xy}]$  (στον κάθετο άξονα) για όλα τα διενεργηθέντα πειράματα, ανά αλγόριθμο και ανά τυπική απόκλιση διαταραχών του φυσικού αισθητήρα, για τη διάταξη με  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.20, \pi/4)$  [m,rad], εστιασμένοι στο διάστημα  $[0, e_{xy,\text{avg}}^{\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta}]$ , όπου με  $e_{xy,\text{avg}}^{\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta}$  σημειώνεται ο μέσος όρος σφαλματος εκτίμησης στάσης όλων των μεθόδων, για κάθε επεξεργασθέν δείγμα, και κάθε τιμή τυπικής απόκλισης των διαταραχών που επιδρούν στις μετρήσεις του φυσικού αισθητήρα, για τη διαμόρφωση  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta)$ . Τιμές μέτρου σφαλματος εκτίμησης άνω του μέσου όρου σημειώνονται με μαύρο χρώμα



Σχήμα 8.8: Χάρτες θερμότητας του αριθμού των επανεκκινήσεων της μεθόδου FSM ανά επίπεδο διαταραχών των μετρήσεων της πραγματικής σάρωσης  $\sigma_R$  για κάθε διαμόρφωση αρχικών συνθηκών  $\Delta_*$  (Πίνακας 8.1), συναρτήσει των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού  $\Delta\hat{\theta} \in [-\bar{\delta}_\theta, +\bar{\delta}_\theta]$  (στον οριζόντιο άξονα) και των μέτρων των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης  $\|\Delta\hat{l}\|_2 \in [0, \sqrt{2} \cdot \bar{\delta}_{xy}]$  (στον κάθετο άξονα) για όλα τα διενεργηθέντα πειράματα

όλους τους υπό δοκιμή αλγορίθμους της βιβλιογραφίας, για κάθε διαμόρφωση αρχικών συνθηκών μετατόπισης  $\Delta_*$  και κάθε επίπεδο ύφορύβου που επιδρά στις μετρήσεις του αισθητήρα

- Τα σφάλματα εκτίμησης προσανατολισμού της μεθόδου FSM εμφανίζουν το χαμηλότερο μέσο όρο και τη χαμηλότερη διάμεση τιμή σε σχέση με όλους τους υπό δοκιμή αλγορίθμους της βιβλιογραφίας, για κάθε διαμόρφωση αρχικών συνθηκών μετατόπισης  $\Delta_*$  και κάθε επίπεδο ύφορύβου που επιδρά στις μετρήσεις του αισθητήρα, με εξαίρεση τις μέσες τιμές σφάλματος των διαμορφώσεων  $\Delta_0, \Delta_1$  όπου  $\sigma_R = 0.01$  m όσο αφορά στη μέθοδο NDT-PSO
- Εξαιρέσει της μεθόδου NDT-PSO, όλες οι μέθοδοι εκτελούνται σε πραγματικό χρόνο ( $< 50$  ms)

Τα σχήματα 8.4-8.7 παρέχουν πληροφορίες για την κατανομή των σφαλμάτων εκτίμησης θέσης και προσανατολισμού ανάλογα με την απόσταση των στάσεων κατά θέση και προσανατολισμό από τις οποίες συνελήφθησαν σαρώσεις κατά την πειραματική διαδικασία, και πιο συγκεκριμένα όσο αφορούν στην πιο απαιτητική διαμόρφωση  $\Delta_5$ . Στα σχήματα 8.4 και 8.5 απεικονίζονται αντίστοιχα οι κατανομές όλων σφαλμάτων εκτίμησης θέσης και προσανατολισμού, ενώ στα σχήματα 8.6 και 8.7 απεικονίζονται με μαύρο χρώμα όλα τα σφάλματα εκτίμησης θέσης και προσανατολισμού των οποίων το μέτρο υπερβαίνει το συνολικό μέσο σφάλματος εκτίμησης θέσης και προσανατολισμού αντίστοιχα. Οι δύο ομάδες παρουσιάζουν τα ίδια μοτίβα ανά κατηγορία σφάλματος για όλες τις δοκιμασθέντες διαμορφώσεις (σχήματα Η'.13-Η'.24, τα οποία αποτελούν στην ουσία μεγεθύνσεις των σχημάτων 8.4-8.7 ανά συγκεκριμένα διαστήματα αρχικής μετατόπισης κατά θέση και προσανατολισμό).

Όσο αφορά στα μεν σφάλματα εκτίμησης θέσης η μέθοδος FSM είναι τουλάχιστον ισοδύναμη με την καλύτερη μέθοδο όταν  $\sigma_R = 0.01$  m, δηλαδή την PLICP, καθώς το σφάλμα της πρώτης είναι αναλλοίωτο κατά αυθαίρετα μεγάλα σφάλματα προσανατολισμού για ένα δεδομένο επίπεδο ύφορύβου μέτρησης, εν αντιθέσει με το σφάλμα της δεύτερης. Το ίδιο πρότυπο παρατηρείται για τις ίδιες μεθόδους καθώς αυξάνει το επίπεδο ύφορύβου μέτρησης και η αρχική απόσταση κατά προσανατολισμό των στάσεων από τις οποίες συνελήφθησαν οι είσοδοι: για την μεν PLICP όσο αυξάνει ο ύφορυβος τόσο πιο δύσκολη καθίσταται η ακριβής εκτίμηση της θέσης για αυξανόμενες αρχικές διαφορές κατά προσανατολισμό, σε αντίθεση με την FSM.

Το σφάλμα θέσης της τελευταίας αυξάνει με χαμηλότερο ρυθμό από ότι για οποιαδήποτε άλλη υπό δοκιμή μέθοδο καιών αυξάνει ο θόρυβος μέτρησης, και αποτελεί συνάρτηση της απόστασης κατά θέση των αρχικών στάσεων από τις οποίες συνελήφθησαν οι είσοδοι (πέραν της συνάρτησης του θορύβου μέτρησης, το οποίο ισχύει για όλες τις υπό δοκιμή μεθόδους).

Τα σφάλματα θέσης των NDT, FastGICP, και FastVGICP φαίνεται ότι είναι σχεδόν ανεξάρτητα από τις αρχικές συνθήκες μετατόπισης, ενώ η NDT-PSO είναι ικανή για ακρίβεια πολύ περισσότερο όταν ο αρχικός και τελικός προσανατολισμός του αισθητήρα αποστάσεων έχουν μικρή απόσταση μεταξύ τους από ότι στην αντίθετη περίπτωση. Το ίδιο ισχύει για τη μέθοδο PLICP όσο αφορά όμως στο τελικό σφάλμα προσανατολισμού.

Όσο αφορά στα τελευταία η FastGICP είναι η μόνη που μπορεί να συγκριθεί με την FSM, καιών τα σφάλματα της πρώτης επηρεάζονται σε μικρότερο βαθμό από το θόρυβο μέτρησης και τις αρχικές συνθήκες μετατόπισης σε σχέση με τις μεθόδους PLICP, NDT, FastVGICP, και NDT-PSO. Η τελευταία φαίνεται ότι παρουσιάζει χαμηλότερα σφάλματα προσανατολισμού για αυξανόμενες αρχικές συνθήκες διαφοράς προσανατολισμού όσο αυξάνει ο θόρυβος μέτρησης, ενώ το σφάλμα προσανατολισμού της FastVGICP φαίνεται να είναι σχεδόν αναλλοίωτο σε αυτόν. Η NDT παρουσιάζει το ίδιο πρότυπο που παρουσίασε και στα σχήματα 7.33-7.36, δηλαδή την ύπαρξη ζωνών αρχικής διαφοράς προσανατολισμού εντός των οποίων εμφανίζει μεγαλύτερα σφάλματα προσανατολισμού (και θέσης) από ότι εκτός, ωσόν να υπάρχουν πόλοι προσανατολισμού στη συνάρτηση μεταφοράς του. Τα σφάλματα εκτίμησης προσανατολισμού της μεθόδου FSM είναι αναλλοίωτα των αρχικών συνθηκών μετατόπισης κατά προσανατολισμό και επηρεάζονται πολύ λιγότερο από την αρχική μετατόπιση κατά θέση από ότι τα τελικά σφάλματα θέσης. Ανάμεσα σε όλες τις υπό δοκιμή μεθόδους η FSM είναι η μόνη της οποίας τόσο τα σφάλματα θέσης όσο και προσανατολισμού είναι αναλλοίωτα των αρχικών συνθηκών διαφοράς προσανατολισμού.

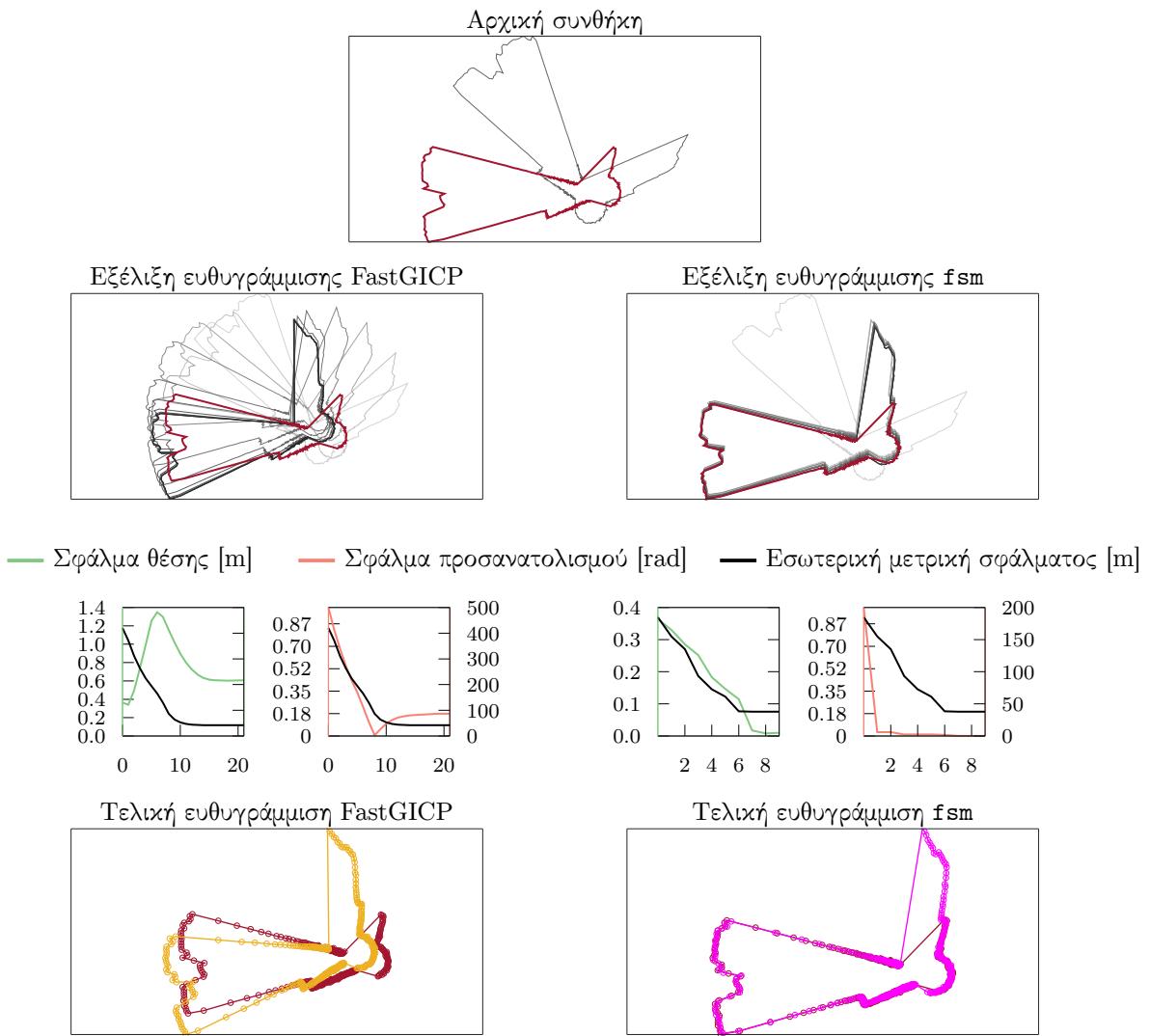
Όσο αφορά, τέλος, στον αριθμό επανεκκινήσεων της μεθόδου FSM, στο σχήμα 8.8 παρατηρούμε πως αυτός αυξάνει καιών αυξάνει ο θόρυβος μέτρησης και—δεδομένης της αναλλοιωσιμότητας της μεθόδου ως προς την αρχική απόσταση στάσεων κατά προσανατολισμό—η αρχική απόσταση στάσεων κατά θέση, με τον πρώτο να έχει μεγαλύτερη επίδραση από τη δεύτερη.

## 8.4 Χαρακτήρας και περιορισμοί

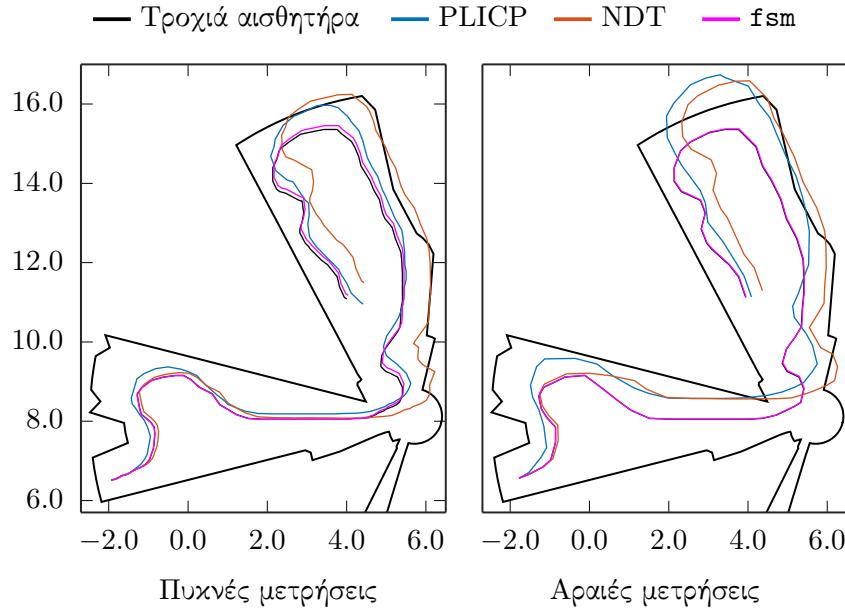
Στο σχήμα 8.9 απεικονίζεται η διαδικασία ευθυγράμμισης δύο πανοραμικών δισδιάστατων σαρώσεων που συνελήφθησαν σε ένα περιβάλλον του συνόλου δεδομένων *laserazos*<sup>8</sup> μέσω των μεθόδων FastGICP και FSM. Εδώ παρατηρούμε πως ο πρώτος—όπως και όλες οι εκδόσεις του ICP—εκτιμούν σταδιακά τον προσανατολισμό ανάμεσα στις δύο στάσεις από τις οποίες συνελήφθησαν οι δύο σαρώσεις, σε αντίθεση με τον FSM, ο οποίος το κάνει σε ένα βήμα—από εκεί και πέρα παρέχει όλο και πιο ακριβείς εκτιμήσεις μέσω της υπερδειγματοληψίας του χάρτη  $\widetilde{M}$ . Ο FastGICP χρησιμοποιεί αντιστοιχίσεις για τα δύο σκέλη της ευθυγράμμισης, και ως εσωτερική μετρική το μέτρο της εξ. (1.4), ενώ ο FSM δεν χρησιμοποιεί αντιστοιχίσεις όλως διόλου, και η εσωτερική μετρική του είναι η μετρική CAER (εξ. (7.32), όπου  $S_R \leftarrow S_1$ ,  $S_V \leftarrow S_0$ ,  $(x, y, \theta) \leftarrow p_1$ , και  $(\hat{x}, \hat{y}, \hat{\theta}) \leftarrow p_0$ ). Από τα αποτελέσματα παρατηρούμε πως το σφάλμα εκτίμησης θέσης του FastGICP δεν ακολουθεί την (μειούμενη) τροχιά της εσωτερικής του μετρικής, σε αντίθεση με αυτό του FSM, και πως αυξάνεται προτού στη συνέχεια μειωθεί, με αποτέλεσμα την παγίδευση της εκτίμησης θέσης σε τοπικό ελάχιστο. Δεδομένου ότι οι συχνότητα ανανέωσης μετρήσεων από τους εμπορικά διαθέσιμους πανοραμικούς αισθητήρες lidar κυμαίνεται από 10-20 Hz, με βάση την απόσταση των στάσεων από τις οποίες συνελήφθησαν οι δύο μετρήσεις, συμπεραίνουμε πως ο FSM είναι ικανός εκτίμησης της τροχιάς ενός ρομπότ το οποίο κινείται με ακτινική ταχύτητα 7.28 m/s ( $\approx 25$  km/h), και γωνιακή ταχύτητα 6π rad/s.

Στο σχήμα 8.10 απεικονίζεται η χρησιμότητα της ευθυγράμμισης σαρώσεων: σε συνθήκες απουσίας χάρτη του περιβάλλοντος (όπως π.χ. κατά την επίλυση του προβλήματος SLAM) μία μέθοδος ευθυγράμμισης σαρώσεων δρα ως παρατηρητής της στάσης ενός ρομπότ. Στο πρόβλημα της ευθυγράμμισης πραγματικών με εικονικές σαρώσεις (κεφ. 7) ο χάρτης δρα ως μέσο ανάδρασης λόγω της αντιστοιχίας του με το περιβάλλον και του σταθερού συστήματος αναφοράς που ο ίδιος παρέχει—η απουσία του εδώ, συνεπώς, αρμαρεί και τη δυνατότητα φραγής του σφάλματος εκτίμησης.<sup>2</sup> Στο σχήμα 8.10 παρατηρούμε πως σε ιδανικές συνθήκες ( $\sigma_R = 0.0$  m) οι PLICP και NDT εισάγουν οι ίδιες σφάλματα εκτίμησης—πιθανότατα λόγω αποστάσεων θέσης και προσανατολισμού με μέτρο μεγαλύτερο από ότι μπορούν να διορθώσουν με μεγαλύτερη ακρίβεια. Σε συνθήκες όπου ο αισθητήρας λαμβάνει αραιότερα δείγματα

<sup>2</sup>Η ίδια απουσία σταθερού συστήματος αναφοράς βαραίνει και την εκτίμηση της στάσης του ρομπότ μέσω κωδικοποιητών.



Σχήμα 8.9: Η εξέλιξη της διαδικασίας ευθυγράμμισης των δύο σαρώσεων του σχήματος της όνω σειράς μέσω του FastGICP (αριστερά) και του FSM (δεξιά). Οι δύο σαρώσεις διαταράσσονται από θόρυβο  $\mathcal{N} \sim (0, 0.03^2)$  [m, m<sup>2</sup>] και συλλαμβάνονται από στάσεις με διαφορά  $\Delta = (0.35, 0.10, -\pi/3)$  [m, m, rad]. Τα τελικά σφάλματα θέσης και προσανατολισμού του FastGICP είναι 0.61 m και 0.173 rad αντίστοιχα, ενώ του FSM 0.0098 m και 0.0014 rad.



**Σχήμα 8.10:** Η ευθυγράμμιση σαρώσεων ως μέσο παρατήρησης της τροχιάς του αισθητήρα, ή αλλιώς ως “laser odometry”: το ρομπότ κινείται από την κάτω αριστερά περιοχή του περιβάλλοντος προς την άνω δεξιά, συλλαμβάνοντας μετρήσεις καθ’ οδόν. Οι χρωματισμένες γραμμές απεικονίζουν τις εκτιμώμενες τροχιές του αισθητήρα από κάθε μέθοδο. Ο FSM διατηρεί την ακρίβειά του σε συνθήκες αραιούς χωρικά δειγματοληψίας λόγω της ικανότητάς του να διοθρώνει “μεγάλες” αποστάσεις μεταξύ θέσεων, και λόγω της αναλλοιωσιμότητας της ικανότητας εκτίμησης προσανατολισμού κατά μήκος όλων των δυνατών προσανατολισμών. Τα σφάλματα εκτίμησης του FSM κατά μήκος της τροχιάς του αισθητήρα είναι μεγαλύτερα σε συνθήκες πυκνής δειγματοληψίας από ότι σε συνθήκες αραιούς (σε αντίθεση με αυτά των PLICP και NDT) λόγω της ενσωμάτωσης περισσότερων εκτιμήσεων (και συνεπώς περισσότερων σφαλμάτων εκτίμησης)

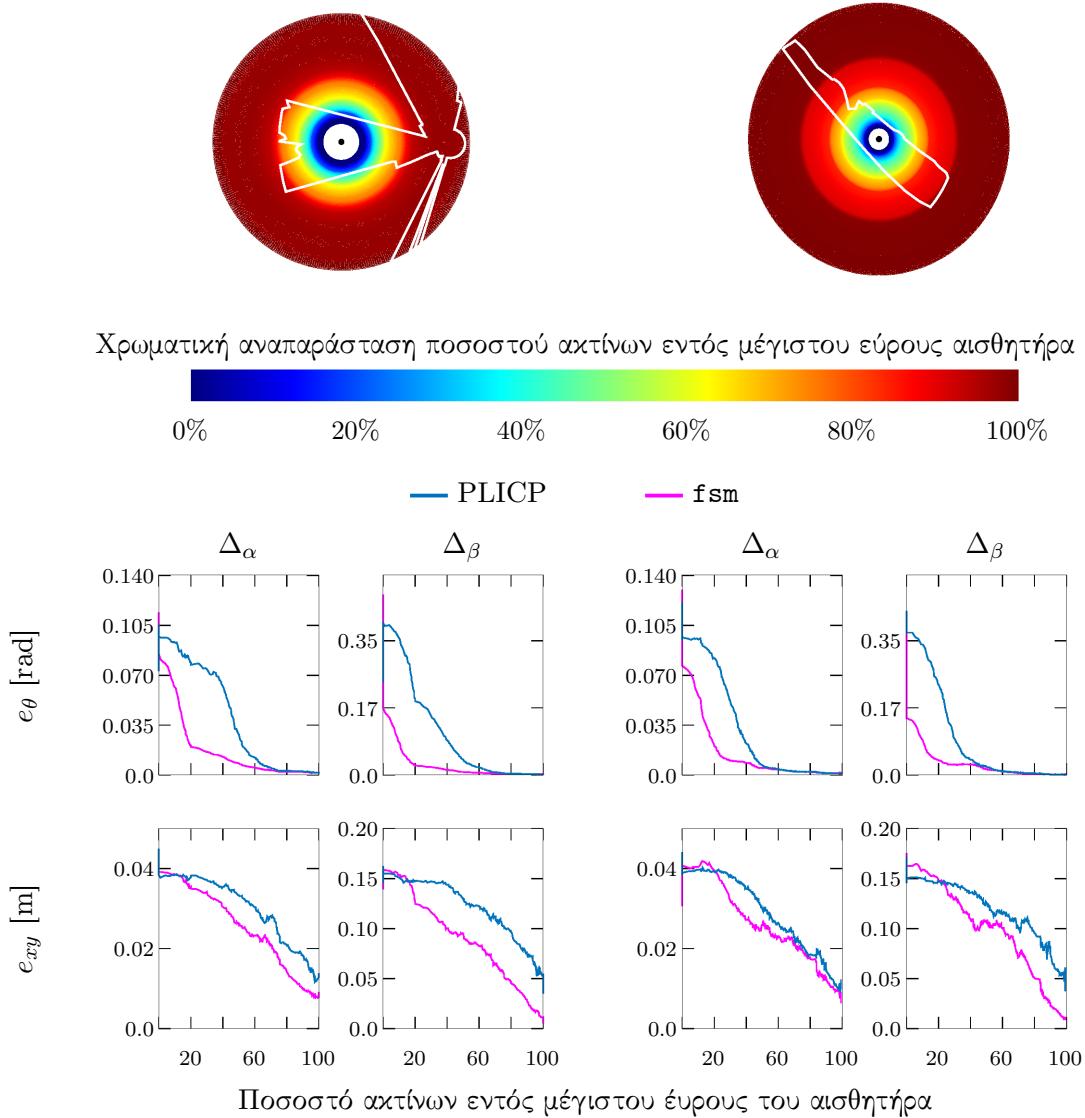
στο χώρο αυτές οι αποστάσεις αυξάνουν, με αποτέλεσμα αυξημένα σφάλματα. Σε αντίθεση ο FSM είναι ικανός να παρατηρήσει την τροχιά του αισθητήρα με μεγαλύτερη ακρίβεια.

Οι κύριοι περιορισμοί της απόκρισης των μεθόδων ευθυγράμμισης σαρώσεων είναι οι ίδιοι με αυτούς των προσθετικών μεθόδων ευθυγράμμισης πραγματικών με εικονικές σαρώσεις. Αυτοί αφορούν στα αμετάβλητα χαρακτηριστικά μεγέθη του φυσικού αισθητήρα σαρώσεων, τα οποία είναι δυο. Το πρώτο είναι το μέγεθος των διαταραχών που επιδρούν στις μετρήσεις του, την απόκριση επί του οποίου εξετάσαμε για διάφορες τιμές στην ενότητα 8.3. Το δεύτερο είναι το βεληνεκές του αισθητήρα, δηλαδή η μέγιστη απόσταση μέχρι την οποία μπορεί να ανιχνεύσει την παρουσία αντικειμένων.

Στην άνω σειρά του σχήματος 8.11 εμφανίζονται με λευκό χρώμα δύο διαφορετικά πε-

ριβάλλοντα, μέσα στα οποία τοποθετείται ένας αισθητήρας στις ύφεσεις που σημειώνονται με κουκκίδες βαθύ μπλε χρώματος. Οι ύφεσεις αυτές είναι τα κέντρα των ομόκεντρων κύκλων που εμφανίζονται στην ίδια σειρά. Η πειραματική διάταξη που ακολουθεί στοχεύει στην καταγραφή της απόκρισης των μεθόδων PLICP και FSM σε πειράματα όπου το βεληνεκές του αισθητήρα μεταβάλλεται έτσι ώστε οι μετρήσεις του να περιλαμβάνουν όλα τα εμπόδια του περιβάλλοντος, μειούμενο μέχρι που να μην περιλαμβάνουν κανένα. Το βεληνεκές του αισθητήρα είναι η ακτίνα των κύκλων της πρώτης σειράς του σχήματος, και το χρώμα αυτών αναπαριστά το ποσοστό των ακτίνων που φέρουν χωρική πληροφορία, βάσει της χρωματικής λωρίδας που παρουσιάζεται στη δεύτερη σειρά. Στις δύο τελευταίες σειρές παρατίθενται οι μέσοι όροι των σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού και ύφεσης σε δέκα επαναλήψεις, για κάθε μέθοδο και περιβάλλον, για  $\sigma_R = 0.05$  m. Η δεύτερη στάση του αισθητήρα παράγεται τυχαία για κάθε μέθοδο πειραματικά αποτελέσματα παρατηρούμε πως το σφάλμα εκτίμησης προσανατολισμού του FSM είναι συγχρόνιμο με το ονομαστικό σε συνθήκες όπου έως το 80% των ακτίνων δεν φέρουν χωρική πληροφορία, σε αντίθεση με το σφάλμα εκτίμησης ύφεσης, το οποίο είναι επί της αρχής αντιστρόφως ανάλογο του ποσοστού των ακτίνων που φέρουν χωρική πληροφορία. Σε χαμηλότερα ποσοστά του 80% ο FSM επιδεικνύει χαμηλότερα σφάλματα εκτίμησης προσανατολισμού από τον PLICP, ενώ τα σφάλματα εκτίμησης ύφεσης του γίνονται μεγαλύτερα από εκείνα του PLICP όταν περίπου μόνο το 20% των ακτίνων φέρουν ουσιαστική πληροφορία, παρ' όλο που ο PLICP χρησιμοποιεί αντιστοιχίσεις (και συνεπώς θα ήταν περισσότερο λογικό να είναι ικανός να αντιστοιχίσει μεμονωμένες περιοχές των σαρώσεων μεταξύ τους).

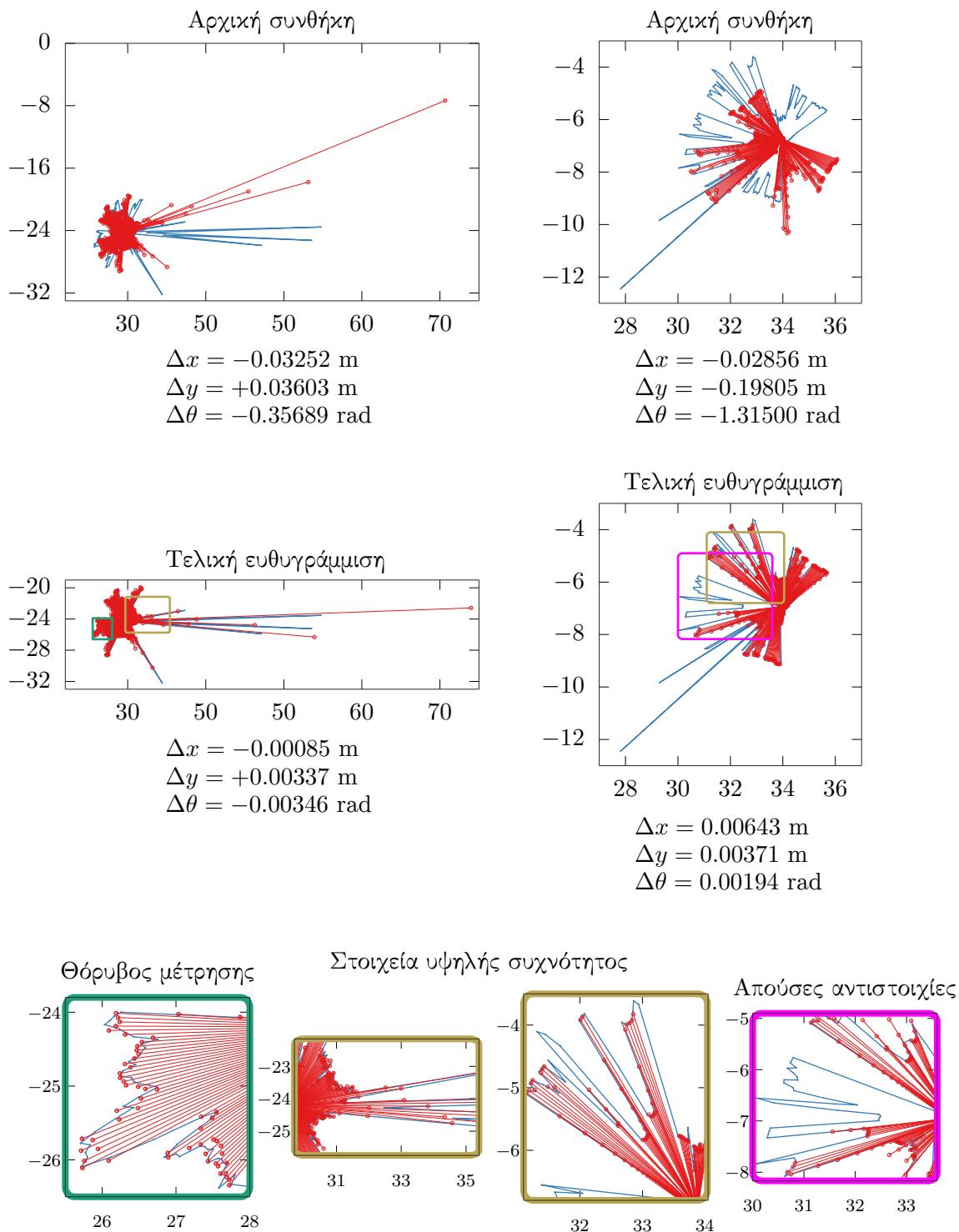
Στο σχήμα 8.12 απεικονίζονται διαφορετικές όψεις της ευρωστίας της μεθόδου FSM σε πραγματικές συνθήκες. Τα σχήματα της άνω σειράς αναπαριστούν δύο αρχικές συνθήκες ευθυγράμμισης δισδιάστατων πανοραμικών σαρώσεων, ενώ της μεσαίας τις τελικές ευθυγραμμίσεις που προέκυψαν μέσω της εφαρμογής της FSM. Στην αριστερή συνθήκη η τυπική απόκλιση του θορύβου μέτρησης είναι  $\sigma_R = 0.05$  m, ενώ στη δεξιά  $\sigma_R = 0.0$  m. Η τελευ-



Σχήμα 8.11: Πειράματα απόκρισης του σφάλματος εκτίμησης των PLICP και FSM σε συνθήκες μειούμενου βεληνεκούς-μέγιστου εύρους για τυπική απόκλιση των διαταραχών που επιδρούν στις μετρήσεις του φυσικού αισθητήρα όταν  $\sigma_R = 0.05$  m. Η διαμόρφωση  $\Delta_\alpha : (\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.05, 0.174)$  [m,rad]. Η διαμόρφωση  $\Delta_\beta : (\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.20, \pi/4)$  [m,rad]

ταία σειρά εστιάζει σε σημεία ενδιαφέροντος, ήτοι σε περιοχές που εκθέτουν την ευρωστία της μεθόδου ως προς το θόρυβο μέτρησης, αλλαγές περιβάλλοντος απρόβλεπτου μέτρου, και ατελείς επικαλύψεις ανάμεσα στις εισόδους.

## 8.5 Συμπεράσματα



Σχήμα 8.12: Παραδείγματα ευθυγράμμισης σαρώσεων που εκθέτουν τις αρετές του FSM σε καταστάσεις πραγματικών συνθηκών: ο FSM είναι ταυτόχρονα εύρωστος σε θόρυβο μέτρησης, απρόβλεπτα μεγάλες αλλαγές στο περιβάλλον από το οποίο συλλαμβάνονται οι σαρώσεις εισόδου του, και σε συνθήκες μερικής επικάλυψης

**Μέρος III**

**Συμπεράσματα**



Μέρος IV

Παραπομπές



- [Rie51] Bernhard Riemann. “Grundlagen für eine allgemeine Theorie der Functionen einer veränderlichen complexen Grösse”. PhD thesis. 1851.
- [Fré06] M. Maurice Fréchet. “Sur quelques points du calcul fonctionnel”. In: *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo* 22.1 (Dec. 1906), pp. 1–72. ISSN: 0009-725X. DOI: 10.1007/BF03018603. URL: <http://link.springer.com/10.1007/BF03018603>.
- [Hou60] Paul V C Hough. *Method and means for recognizing complex patterns*. 1960. URL: <https://patents.google.com/patent/US3069654A/en>.
- [Sch66] Peter H. Schönemann. “A generalized solution of the orthogonal procrustes problem”. In: *Psychometrika* 31.1 (Mar. 1966), pp. 1–10. ISSN: 0033-3123. DOI: 10.1007/BF02289451. URL: <http://link.springer.com/10.1007/BF02289451>.
- [CP76] David Casasent and Demetri Psaltis. “Position, rotation, and scale invariant optical correlation”. In: *Applied Optics* 15.7 (July 1976), p. 1795. ISSN: 0003-6935. DOI: 10.1364/AO.15.001795. URL: <https://opg.optica.org/abstract.cfm?URI=ao-15-7-1795>.
- [LW79] Tomás Lozano-Pérez and Michael A. Wesley. “An algorithm for planning collision-free paths among polyhedral obstacles”. In: *Communications of the ACM* 22.10 (Oct. 1979), pp. 560–570. ISSN: 0001-0782. DOI: 10.1145/359156.359164. URL: <https://dl.acm.org/doi/10.1145/359156.359164>.
- [May79] Peter S. Maybeck. “Stochastic models, estimation, and control - Introduction”. In: *Stochastic models, estimation, and control*. Vol. 1. 1979.
- [Rou84] Peter J. Rousseeuw. “Least Median of Squares Regression”. In: *Journal of the American Statistical Association* 79.388 (Dec. 1984), pp. 871–880. ISSN: 0162-1459. DOI: 10.1080/01621459.1984.10477105. URL: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/01621459.1984.10477105>.
- [MMS88] Mark Manasse, Lyle McGeoch, and Daniel Sleator. “Competitive algorithms for on-line problems”. In: *Proceedings of the twentieth annual ACM symposium on Theory of computing - STOC '88*. New York, New York, USA: ACM Press,

- 1988, pp. 322–333. ISBN: 0897912640. DOI: 10.1145/62212.62243. URL: <http://portal.acm.org/citation.cfm?doid=62212.62243>.
- [BK91] J. Borenstein and Y. Koren. “The vector field histogram-fast obstacle avoidance for mobile robots”. In: *IEEE Transactions on Robotics and Automation* 7.3 (June 1991), pp. 278–288. ISSN: 1042296X. DOI: 10.1109/70.88137. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/88137/>.
- [Gri91] W. Eric L. Grimson. *Object Recognition by Computer*. 1991. ISBN: 9780262071307. URL: <https://mitpress.mit.edu/books/object-recognition-computer>.
- [KB91] Y. Koren and J. Borenstein. “Potential field methods and their inherent limitations for mobile robot navigation”. In: *Proceedings. 1991 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE Comput. Soc. Press, 1991, pp. 1398–1404. ISBN: 0-8186-2163-X. DOI: 10.1109/ROBOT.1991.131810. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/131810/>.
- [Lat91] Jean-Claude Latombe. *Robot Motion Planning*. 1991. ISBN: 978-1-4615-4022-9.
- [Ume91] S. Umeyama. “Least-squares estimation of transformation parameters between two point patterns”. In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 13.4 (Apr. 1991), pp. 376–380. ISSN: 01628828. DOI: 10.1109/34.88573. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/88573/>.
- [BM92] P.J. Besl and Neil D. McKay. “A method for registration of 3-D shapes”. In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 14.2 (Feb. 1992), pp. 239–256. ISSN: 0162-8828. DOI: 10.1109/34.121791. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/121791/>.
- [SG92] A. F. M. Smith and A. E. Gelfand. “Bayesian Statistics without Tears: A Sampling–Resampling Perspective”. In: *The American Statistician* 46.2 (May 1992), pp. 84–88. ISSN: 0003-1305. DOI: 10.1080/00031305.1992.10475856. URL: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00031305.1992.10475856>.
- [QK93] S. Quinlan and O. Khatib. “Elastic bands: connecting path planning and control”. In: *[1993] Proceedings IEEE International Conference on Robotics and*

- Automation*. IEEE Comput. Soc. Press, 1993, pp. 802–807. ISBN: 0-8186-3450-2. DOI: 10.1109/ROBOT.1993.291936. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/291936/>.
- [FM94] Feng Lu and Milios. “Robot pose estimation in unknown environments by matching 2D range scans”. In: *Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition CVPR-94*. IEEE Comput. Soc. Press, 1994, pp. 935–938. ISBN: 0-8186-5825-8. DOI: 10.1109/CVPR.1994.323928. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/323928/>.
- [Kle94] J.M. Kleinberg. “The localization problem for mobile robots”. In: *Proceedings 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science*. IEEE Comput. Soc. Press, 1994, pp. 521–531. ISBN: 0-8186-6580-7. DOI: 10.1109/SFCS.1994.365739. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/365739/>.
- [QDD94] Qin-Sheng Chen, M. Defrise, and F. Deconinck. “Symmetric phase-only matched filtering of Fourier-Mellin transforms for image registration and recognition”. In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 16.12 (1994), pp. 1156–1168. ISSN: 01628828. DOI: 10.1109/34.387491. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/387491/>.
- [Mon95] Villard Monod. “Frequency Modulated Radar : a new sensor for natural environment and mobile robotics”. PhD thesis. 1995.
- [Kav+96] L.E. Kavraki et al. “Probabilistic roadmaps for path planning in high-dimensional configuration spaces”. In: *IEEE Transactions on Robotics and Automation* 12.4 (1996), pp. 566–580. ISSN: 1042296X. DOI: 10.1109/70.508439. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/508439/>.
- [RC96] B.S. Reddy and B.N. Chatterji. “An FFT-based technique for translation, rotation, and scale-invariant image registration”. In: *IEEE Transactions on Image Processing* 5.8 (Aug. 1996), pp. 1266–1271. ISSN: 1057-7149. DOI: 10.1109/83.506761. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/506761/>.
- [RS96] Kathleen Romanik and Sven Schuierer. “Optimal robot localization in trees”. In: *Proceedings of the twelfth annual symposium on Computational geometry - SCG '96*. New York, New York, USA: ACM Press, 1996, pp. 264–273. ISBN:

0897918045. DOI: 10.1145/237218.237395. URL: <http://portal.acm.org/citation.cfm?doid=237218.237395>.
- [FBT97] D. Fox, W. Burgard, and S. Thrun. “The dynamic window approach to collision avoidance”. In: *IEEE Robotics & Automation Magazine* 4.1 (Mar. 1997), pp. 23–33. ISSN: 10709932. DOI: 10.1109/100.580977. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/580977/>.
- [DRW98] Gregory Dudek, Kathleen Romanik, and Sue Whitesides. “Localizing a Robot with Minimum Travel”. In: *SIAM Journal on Computing* 27.2 (Apr. 1998), pp. 583–604. ISSN: 0097-5397. DOI: 10.1137/S0097539794279201. URL: <http://pubs.siam.org/doi/10.1137/S0097539794279201>.
- [Lav98] S. Lavalle. *Rapidly-exploring random trees : a new tool for path planning*. Tech. rep. 1998, p. 4.
- [RW98] R. Tyrrell Rockafellar and Roger J. B. Wets. *Variational Analysis*. 1998. ISBN: 978-3-642-02431-3.
- [UB98] I. Ulrich and J. Borenstein. “VFH+: reliable obstacle avoidance for fast mobile robots”. In: *Proceedings. 1998 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.98CH36146)*. Vol. 2. IEEE, 1998, pp. 1572–1577. ISBN: 0-7803-4300-X. DOI: 10.1109/ROBOT.1998.677362. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/677362/>.
- [Del+99] F. Dellaert et al. “Monte Carlo localization for mobile robots”. In: *Proceedings 1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.99CH36288C)*. Vol. 2. IEEE, 1999, pp. 1322–1328. ISBN: 0-7803-5180-0. DOI: 10.1109/ROBOT.1999.772544. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/772544/>.
- [GK99] J.-S. Gutmann and K. Konolige. “Incremental mapping of large cyclic environments”. In: *Proceedings 1999 IEEE International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation. CIRA'99 (Cat. No.99EX375)*. IEEE, 1999, pp. 318–325. ISBN: 0-7803-5806-6. DOI: 10.1109/CIRA.1999.810068. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/810068/>.

- [NSL99] C. Nissoux, T. Simeon, and J.-P. Laumond. “Visibility based probabilistic roadmaps”. In: *Proceedings 1999 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Human and Environment Friendly Robots with High Intelligence and Emotional Quotients (Cat. No.99CH36289)*. Vol. 3. IEEE, 1999, pp. 1316–1321. ISBN: 0-7803-5184-3. DOI: 10.1109/IROS.1999.811662. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/811662/>.
- [BK00] R. Bohlin and L.E. Kavraki. “Path planning using lazy PRM”. In: *Proceedings 2000 ICRA. Millennium Conference. IEEE International Conference on Robotics and Automation. Symposia Proceedings (Cat. No.00CH37065)*. IEEE, 2000, 521–528 vol.1. ISBN: 0-7803-5886-4. DOI: 10.1109/ROBOT.2000.844107. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/844107/>.
- [GC00] S.S. Ge and Y.J. Cui. “New potential functions for mobile robot path planning”. In: *IEEE Transactions on Robotics and Automation* 16.5 (2000), pp. 615–620. ISSN: 1042296X. DOI: 10.1109/70.880813. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/880813/>.
- [MM00] J. Minguez and L. Montano. “Nearness diagram navigation (ND): a new real time collision avoidance approach”. In: *Proceedings. 2000 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2000) (Cat. No.00CH37113)*. Vol. 3. IEEE, 2000, pp. 2094–2100. ISBN: 0-7803-6348-5. DOI: 10.1109/IROS.2000.895280. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/895280/>.
- [UB00] I. Ulrich and J. Borenstein. “VFH\*: local obstacle avoidance with look-ahead verification”. In: *Proceedings 2000 ICRA. Millennium Conference. IEEE International Conference on Robotics and Automation. Symposia Proceedings (Cat. No.00CH37065)*. Vol. 3. IEEE, 2000, pp. 2505–2511. ISBN: 0-7803-5886-4. DOI: 10.1109/ROBOT.2000.846405. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/846405/>.
- [Fox01] Dieter Fox. *KLD-Sampling: Adaptive Particle Filters and Mobile Robot Localization*. Tech. rep. 2001. URL: <https://www.semanticscholar.org/paper/>

- KLD-Sampling%7B%5C%7D3A-Adaptive-Particle-Filters-and-Mobile-Fox/bc83280b12828a45366368294001f5890c07e02b.
- [JK01] P. Jensfelt and S. Kristensen. “Active global localization for a mobile robot using multiple hypothesis tracking”. In: *IEEE Transactions on Robotics and Automation* 17.5 (2001), pp. 748–760. ISSN: 1042296X. DOI: 10.1109/70.964673. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/964673/>.
- [Sch+01] D. Schulz et al. “Tracking multiple moving targets with a mobile robot using particle filters and statistical data association”. In: *Proceedings 2001 ICRA. IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.01CH37164)*. Vol. 2. IEEE, 2001, pp. 1665–1670. ISBN: 0-7803-6576-3. DOI: 10.1109/ROBOT.2001.932850. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/932850/>.
- [SLL01] S. Se, D. Lowe, and J. Little. “Local and global localization for mobile robots using visual landmarks”. In: *Proceedings 2001 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Expanding the Societal Role of Robotics in the Next Millennium (Cat. No.01CH37180)*. Vol. 1. IEEE, 2001, pp. 414–420. ISBN: 0-7803-6612-3. DOI: 10.1109/IROS.2001.973392. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/973392/>.
- [BV02] J. Bruce and M. Veloso. “Real-time randomized path planning for robot navigation”. In: *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and System*. Vol. 3. IEEE, 2002, pp. 2383–2388. ISBN: 0-7803-7398-7. DOI: 10.1109/IRDS.2002.1041624. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1041624/>.
- [Che+02] D. Chetverikov et al. “The Trimmed Iterative Closest Point algorithm”. In: *Object recognition supported by user interaction for service robots*. Vol. 3. IEEE Comput. Soc, 2002, pp. 545–548. DOI: 10.1109/ICPR.2002.1047997. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1047997/>.
- [Gus+02] Fredrik Gustafsson et al. “Particle filters for positioning, navigation, and tracking”. In: *IEEE Transactions on Signal Processing* 50.2 (2002). ISSN: 1053587X. DOI: 10.1109/78.978396.

- [Lac+02] Simon Lacroix et al. “Autonomous Rover Navigation on Unknown Terrains: Functions and Integration”. In: *The International Journal of Robotics Research* 21.10-11 (Oct. 2002), pp. 917–942. ISSN: 0278-3649. DOI: 10.1177/0278364902021010841. URL: <http://journals.sagepub.com/doi/10.1177/0278364902021010841>.
- [Pfi+02] S.T. Pfister et al. “Weighted range sensor matching algorithms for mobile robot displacement estimation”. In: *Proceedings 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.02CH37292)*. Vol. 2. IEEE, 2002, pp. 1667–1674. ISBN: 0-7803-7272-7. DOI: 10.1109/ROBOT.2002.1014782. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1014782/>.
- [Thr02] Sebastian Thrun. “Particle Filters in Robotics”. In: *Smithsonian* 1.4 (2002). ISSN: 00222275.
- [BS03] P. Biber and W. Strasser. “The normal distributions transform: a new approach to laser scan matching”. In: *Proceedings 2003 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2003) (Cat. No.03CH37453)*. Vol. 3. IEEE, 2003, pp. 2743–2748. ISBN: 0-7803-7860-1. DOI: 10.1109/IROS.2003.1249285. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1249285/>.
- [CTT03] Chieh-Chih Wang, C. Thorpe, and S. Thrun. “Online simultaneous localization and mapping with detection and tracking of moving objects: theory and results from a ground vehicle in crowded urban areas”. In: *2003 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.03CH37422)*. Vol. 1. IEEE, 2003, pp. 842–849. ISBN: 0-7803-7736-2. DOI: 10.1109/ROBOT.2003.1241698. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1241698/>.
- [Hah+03] D. Hahnel et al. “An efficient fastslam algorithm for generating maps of large-scale cyclic environments from raw laser range measurements”. In: *Proceedings 2003 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2003) (Cat. No.03CH37453)*. Vol. 1. IEEE, 2003, pp. 206–211. ISBN: 0-7803-7860-1. DOI: 10.1109/IROS.2003.1250629. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1250629/>.

- [LGT03] Maxim Likhachev, Geoff Gordon, and Sebastian Thrun. “ARA\*: Anytime A\* with Provable Bounds on Sub-Optimality”. In: *Proceedings of (NeurIPS) Neural Information Processing Systems*. 2003.
- [SM03] Endre Süli and David F. Mayers. *An Introduction to Numerical Analysis*. Cambridge University Press, Aug. 2003. ISBN: 9780511801181. DOI: 10.1017/CBO9780511801181. URL: <https://www.cambridge.org/core/product/identifier/9780511801181/type/book>.
- [XLX03] Xu Zezhong, Liu Jilin, and Xiang Zhiyu. “Scan matching based on CLS relationships”. In: *IEEE International Conference on Robotics, Intelligent Systems and Signal Processing, 2003. Proceedings. 2003*. Vol. 1. IEEE, 2003, pp. 99–104. ISBN: 0-7803-7925-X. DOI: 10.1109/RISSP.2003.1285556. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1285556/>.
- [Low04] David G. Lowe. “Distinctive Image Features from Scale-Invariant Keypoints”. In: *International Journal of Computer Vision* 60.2 (Nov. 2004), pp. 91–110. ISSN: 0920-5691. DOI: 10.1023/B:VISI.0000029664.99615.94. URL: <http://link.springer.com/10.1023/B:VISI.0000029664.99615.94>.
- [MMM04] J. Minguez, L. Montesano, and L. Montano. “An architecture for sensor-based navigation in realistic dynamic and troublesome scenarios”. In: *2004 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS) (IEEE Cat. No.04CH37566)*. Vol. 3. IEEE, 2004, pp. 2750–2756. ISBN: 0-7803-8463-6. DOI: 10.1109/IROS.2004.1389825. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1389825/>.
- [MOM04] J. Minguez, J. Osuna, and L. Montano. “A ”divide and conquer” strategy based on situations to achieve reactive collision avoidance in troublesome scenarios”. In: *IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2004. Proceedings. ICRA '04. 2004*. IEEE, 2004, 3855–3862 Vol.4. ISBN: 0-7803-8232-3. DOI: 10.1109/ROBOT.2004.1308869. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1308869/>.

- [Phi04] Roland Philippsen. “Motion planning and obstacle avoidance for mobile robots in highly cluttered dynamic environments”. PhD thesis. EPFL, 2004. DOI: [10.5075/epfl-thesis-3146](https://doi.org/10.5075/epfl-thesis-3146).
- [CIG05] A. Censi, L. Iocchi, and G. Grisetti. “Scan Matching in the Hough Domain”. In: *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE, 2005, pp. 2739–2744. ISBN: 0-7803-8914-X. DOI: [10.1109/ROBOT.2005.1570528](https://doi.org/10.1109/ROBOT.2005.1570528). URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1570528/>.
- [DK05] A. Dosi and L. Kleeman. “Laser scan matching in polar coordinates with application to SLAM”. In: *2005 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE, 2005, pp. 3317–3322. ISBN: 0-7803-8912-3. DOI: [10.1109/IROS.2005.1545181](https://doi.org/10.1109/IROS.2005.1545181). URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1545181/>.
- [HSZ05] D. Hsu, G. Sanchez-Ante, and Zheng Sun. “Hybrid PRM Sampling with a Cost-Sensitive Adaptive Strategy”. In: *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE, 2005, pp. 3874–3880. ISBN: 0-7803-8914-X. DOI: [10.1109/ROBOT.2005.1570712](https://doi.org/10.1109/ROBOT.2005.1570712). URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1570712/>.
- [KNI05] K. Kim, N. Neretti, and N. Intrator. “Mosaicing of acoustic camera images”. In: *IEE Proceedings - Radar, Sonar and Navigation* 152.4 (2005), p. 263. ISSN: 13502395. DOI: [10.1049/ip-rsn:20045015](https://doi.org/10.1049/ip-rsn:20045015). URL: [https://digital-library.theiet.org/content/journals/10.1049/ip-rsn\\_20045015](https://digital-library.theiet.org/content/journals/10.1049/ip-rsn_20045015).
- [LH05] M. Leordeanu and M. Hebert. “A spectral technique for correspondence problems using pairwise constraints”. In: *Tenth IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV'05) Volume 1*. IEEE, 2005, 1482–1489 Vol. 2. ISBN: 0-7695-2334-X. DOI: [10.1109/ICCV.2005.20](https://doi.org/10.1109/ICCV.2005.20). URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1544893/>.
- [Lik+05] Maxim Likhachev et al. “Anytime Dynamic A\*: An Anytime, Replanning Algorithm”. In: *Proceedings of 15th International Conference on Automated Planning and Scheduling*. 2005.

- [Lin+05] Kai Lingemann et al. “High-speed laser localization for mobile robots”. In: *Robotics and Autonomous Systems* 51.4 (June 2005), pp. 275–296. ISSN: 09218890. DOI: 10.1016/j.robot.2005.02.004. URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0921889005000254>.
- [Mik05] Alonzo Kelly Mikhail Pivtoraiko. “Efficient constrained path planning via search in state lattices”. In: *Proceedings of 8th International Symposium on Artificial Intelligence, Robotics and Automation in Space*. 2005.
- [MLM05] J. Minguez, F. Lamiraux, and L. Montesano. “Metric-Based Scan Matching Algorithms for Mobile Robot Displacement Estimation”. In: *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE, 2005, pp. 3557–3563. ISBN: 0-7803-8914-X. DOI: 10.1109/ROBOT.2005.1570661. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1570661/>.
- [MMM05] L. Montesano, J. Minguez, and L. Montano. “Probabilistic scan matching for motion estimation in unstructured environments”. In: *2005 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE, 2005, pp. 3499–3504. ISBN: 0-7803-8912-3. DOI: 10.1109/IROS.2005.1545182. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1545182/>.
- [OL05] J.M. O’Kane and S.M. LaValle. “Almost-Sensorless Localization”. In: *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE, 2005, pp. 3764–3769. ISBN: 0-7803-8914-X. DOI: 10.1109/ROBOT.2005.1570694. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1570694/>.
- [TBF05] Sebastian Thrun, Wolfram Burgard, and Dieter Fox. *Probabilistic robotics*. Cambridge, Mass.: MIT Press, 2005. ISBN: 9780262201629. URL: <http://www.amazon.de/gp/product/0262201623/102-8479661-9831324?v=glance%7B%5C&%7Dn=283155%7B%5C&%7Dn=507846%7B%5C&%7Ds=books%7B%5C&%7Dv=glance>.
- [TGL05] Benjamín Tovar, Luis Guilamo, and Steven M. LaValle. “Gap Navigation Trees: Minimal Representation for Visibility-based Tasks”. In: Oct. 2005, pp. 425–440. DOI: 10.1007/10991541\_29. URL: [http://link.springer.com/10.1007/10991541\\_29](http://link.springer.com/10.1007/10991541_29).

- [Cen06] A. Censi. “Scan matching in a probabilistic framework”. In: *Proceedings 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2006. ICRA 2006*. IEEE, 2006, pp. 2291–2296. ISBN: 0-7803-9505-0. DOI: 10.1109/ROBOT.2006.1642044. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1642044/>.
- [Gar+06] Santiago Garrido et al. “Path Planning for Mobile Robot Navigation using Voronoi Diagram and Fast Marching”. In: *2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE, Oct. 2006, pp. 2376–2381. ISBN: 1-4244-0258-1. DOI: 10.1109/IROS.2006.282649. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/4058742/>.
- [HM06] Sergio Hernandez-alamilla and Eduardo Morales. “Global Localization of Mobile Robots for Indoor Environments Using Natural Landmarks”. In: *2006 IEEE Conference on Robotics, Automation and Mechatronics*. IEEE, Dec. 2006, pp. 1–6. ISBN: 1-4244-0024-4. DOI: 10.1109/RAMECH.2006.252692. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/4018808/>.
- [OKa06] J.M. O’Kane. “Global localization using odometry”. In: *Proceedings 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2006. ICRA 2006*. IEEE, 2006, pp. 37–42. ISBN: 0-7803-9505-0. DOI: 10.1109/ROBOT.2006.1641158. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1641158/>.
- [BG07] Priyadarshi Bhattacharya and Marina L. Gavrilova. “Voronoi diagram in optimal path planning”. In: *4th International Symposium on Voronoi Diagrams in Science and Engineering (ISVD 2007)*. IEEE, July 2007, pp. 38–47. ISBN: 0-7695-2869-4. DOI: 10.1109/ISVD.2007.43. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/4276103/>.
- [Gas+07] Andrea Gasparri et al. “A Hybrid Active Global Localisation Algorithm for Mobile Robots”. In: *Proceedings 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE, Apr. 2007, pp. 3148–3153. ISBN: 1-4244-0602-1. DOI: 10.1109/ROBOT.2007.363958. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/4209576/>.
- [Gho07] Subir Kumar Ghosh. *Visibility Algorithms in the Plane*. Cambridge: Cambridge University Press, 2007. ISBN: 9780511543340. DOI: 10.1017/CBO9780511543340.

- URL: <https://www.cambridge.org/core/product/identifier/9780511543340/type/book>.
- [GSB07] Giorgio Grisetti, Cyrill Stachniss, and Wolfram Burgard. “Improved Techniques for Grid Mapping With Rao-Blackwellized Particle Filters”. In: *IEEE Transactions on Robotics* 23.1 (Feb. 2007), pp. 34–46. ISSN: 1552-3098. DOI: 10.1109/TRO.2006.889486. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/4084563/>.
- [KF07] Hanna Kurniawati and Thierry Fraichard. “From path to trajectory deformation”. In: *IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE, Oct. 2007, pp. 159–164. ISBN: 1424409128. DOI: 10.1109/IROS.2007.4399235. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/4399235/>.
- [LSK07] Henry. G. Liddell, Robert Scott, and A. Κωνσταντινίδου. *Επιτομή των μεγάλου λεξικού της ελληνικής γλώσσης*. 2007.
- [MLD07] Martin Magnusson, Achim Lilienthal, and Tom Duckett. “Scan registration for autonomous mining vehicles using 3D-NDT”. In: *Journal of Field Robotics* 24.10 (Oct. 2007), pp. 803–827. ISSN: 15564959. DOI: 10.1002/rob.20204. URL: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/rob.20204>.
- [MWS07] Sean R. Martin, Steve E. Wright, and John W. Sheppard. “Offline and Online Evolutionary Bi-Directional RRT Algorithms for Efficient Re-Planning in Dynamic Environments”. In: *2007 IEEE International Conference on Automation Science and Engineering*. IEEE, Sept. 2007, pp. 1131–1136. ISBN: 978-1-4244-1153-5. DOI: 10.1109/COASE.2007.4341761. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/4341761/>.
- [RDW07] Malvika Rao, Gregory Dudek, and Sue Whitesides. “Randomized Algorithms for Minimum Distance Localization”. In: *The International Journal of Robotics Research* 26.9 (Sept. 2007), pp. 917–933. ISSN: 0278-3649. DOI: 10.1177/0278364907081234. URL: <http://journals.sagepub.com/doi/10.1177/0278364907081234>.

- [Cen08] Andrea Censi. “An ICP variant using a point-to-line metric”. In: *2008 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE, May 2008, pp. 19–25. ISBN: 978-1-4244-1646-2. DOI: 10.1109/ROBOT.2008.4543181. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/4543181/>.
- [DB08] J.W. Durham and F. Bullo. “Smooth Nearness-Diagram Navigation”. In: *2008 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE, Sept. 2008, pp. 690–695. ISBN: 978-1-4244-2057-5. DOI: 10.1109/IROS.2008.4651071. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/4651071/>.
- [MMM08] Luis Montesano, Javier Minguez, and Luis Montano. “Modeling dynamic scenarios for local sensor-based motion planning”. In: *Autonomous Robots* 25.3 (Oct. 2008), pp. 231–251. ISSN: 0929-5593. DOI: 10.1007/s10514-008-9092-9. URL: <http://link.springer.com/10.1007/s10514-008-9092-9>.
- [NH08] J. W. Nicholson and A. J. Healey. “The present state of Autonomous Underwater Vehicle (AUV) applications and technologies”. In: *Marine Technology Society Journal* 42.1 (2008), pp. 44–51. ISSN: 00253324. DOI: 10.4031/002533208786861272.
- [BZ09] Michael Bosse and Robert Zlot. “Keypoint design and evaluation for place recognition in 2D lidar maps”. In: *Robotics and Autonomous Systems* 57.12 (Dec. 2009), pp. 1211–1224. ISSN: 09218890. DOI: 10.1016/j.robot.2009.07.009. URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0921889009000992>.
- [BB09] Heiko Bulow and Andreas Birk. “Fast and robust photomapping with an Unmanned Aerial Vehicle (UAV)”. In: *2009 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE, Oct. 2009, pp. 3368–3373. ISBN: 978-1-4244-3803-7. DOI: 10.1109/IROS.2009.5354505. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/5354505/>.
- [GFC09] Julien Guittot, Jean-Loup Farges, and Raja Chatila. “Cell-RRT: Decomposing the environment for better plan”. In: *2009 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE, Oct. 2009, pp. 5776–5781. ISBN: 978-1-4244-3803-7. DOI: 10.1109/IROS.2009.5354106. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/5354106/>.

- [Ng09] Morgan Quigley; Ken Conley; Brian Gerkey; Josh Faust; Tully Foote; Jeremy Leibs; Rob Wheeler; Andrew Y. Ng. *ROS: an open-source Robot Operating System*. 2009.
- [Ols09] E.B. Olson. “Real-time correlative scan matching”. In: *2009 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE, May 2009, pp. 4387–4393. ISBN: 978-1-4244-2788-8. DOI: 10.1109/ROBOT.2009.5152375. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/5152375/>.
- [SWW09] David Sandberg, Krister Wolff, and Mattias Wahde. “A Robot Localization Method Based on Laser Scan Matching”. In: 2009, pp. 171–178. DOI: 10.1007/978-3-642-03983-6\_21. URL: [http://link.springer.com/10.1007/978-3-642-03983-6\\_21](http://link.springer.com/10.1007/978-3-642-03983-6_21).
- [SHT09] A. Segal, D. Haehnel, and S. Thrun. “Generalized-ICP”. In: *Robotics: Science and Systems V*. Robotics: Science and Systems Foundation, June 2009. ISBN: 9780262514637. DOI: 10.15607/RSS.2009.V.021. URL: <http://www.roboticsproceedings.org/rss05/p21.pdf>.
- [ZZL09] Lei Zhang, Rene Zapata, and Pascal Lepinay. “Self-adaptive Monte Carlo localization for mobile robots using range sensors”. In: *2009 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE, Oct. 2009, pp. 1541–1546. ISBN: 978-1-4244-3803-7. DOI: 10.1109/IROS.2009.5354298. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/5354298/>.
- [Bir10] Andreas Birk. “Using recursive spectral registrations to determine brokenness as measure of structural map errors”. In: *2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE, May 2010, pp. 3472–3477. ISBN: 978-1-4244-5038-1. DOI: 10.1109/ROBOT.2010.5509322. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/5509322/>.
- [Bre10] Claus Brenner. “Vehicle localization using landmarks obtained by a lidar mobile mapping system”. In: *PCV 2010 - Photogrammetric Computer Vision And Image Analysis*. 2010. DOI: 28061230.

- [BPB10] Heiko Bülow, Max Pfingsthorn, and Andreas Birk. “Using Robust Spectral Registration for Scan Matching of Sonar Range Data”. In: *IFAC Proceedings Volumes* 43.16 (2010), pp. 611–616. ISSN: 14746670. DOI: 10.3182/20100906-3-IT-2019.00105. URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1474667016351254>.
- [Che+10] Paul Checchin et al. “Radar Scan Matching SLAM Using the Fourier-Mellin Transform”. In: 2010, pp. 151–161. DOI: 10.1007/978-3-642-13408-1\_14. URL: [http://link.springer.com/10.1007/978-3-642-13408-1\\_14](http://link.springer.com/10.1007/978-3-642-13408-1_14).
- [JCS10] Léonard Jaillet, Juan Cortés, and T Siméon. “Sampling-Based Path Planning on Configuration-Space Costmaps”. In: *IEEE Transactions on Robotics* 26.4 (Aug. 2010), pp. 635–646. ISSN: 1552-3098. DOI: 10.1109/TRO.2010.2049527. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/5477164/>.
- [KF10] S. Karaman and E. Frazzoli. “Incremental Sampling-based Algorithms for Optimal Motion Planning”. In: *Robotics: Science and Systems VI*. Robotics: Science and Systems Foundation, June 2010. ISBN: 9780262516815. DOI: 10.15607/RSS.2010.VI.034. URL: <http://www.roboticsproceedings.org/rss06/p34.pdf>.
- [LCV10] Somchaya Liemhetcharat, Brian Coltin, and Manuela Veloso. “Vision-Based Cognition of a Humanoid Robot in Standard Platform Robot Soccer”. In: *Proceedings of the 5th Workshop on Humanoid Soccer Robots*. Nashville USA, 2010.
- [Pfi+10] Max Pfingsthorn et al. “Maximum likelihood mapping with spectral image registration”. In: *2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE, May 2010, pp. 4282–4287. ISBN: 978-1-4244-5038-1. DOI: 10.1109/ROBOT.2010.5509366. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/5509366/>.
- [Sin10] Gautam Singh. “Visual Loop Closing using Gist Descriptors in Manhattan World”. In: 2010.

- [TA10] Gian Diego Tipaldi and Kai O Arras. “FLIRT - Interest regions for 2D range data”. In: *2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE, May 2010, pp. 3616–3622. ISBN: 978-1-4244-5038-1. DOI: 10.1109/ROBOT.2010.5509864. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/5509864/>.
- [Xie+10] Jianping Xie et al. “A real-time robust global localization for autonomous mobile robots in large environments”. In: *2010 11th International Conference on Control Automation Robotics & Vision*. IEEE, Dec. 2010, pp. 1397–1402. ISBN: 978-1-4244-7814-9. DOI: 10.1109/ICARCV.2010.5707329. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/5707329/>.
- [BB11] Heiko Bülow and Andreas Birk. “Spectral registration of noisy sonar data for underwater 3D mapping”. In: *Autonomous Robots* 30.3 (Apr. 2011), pp. 307–331. ISSN: 0929-5593. DOI: 10.1007/s10514-011-9221-8. URL: <http://link.springer.com/10.1007/s10514-011-9221-8>.
- [KG11] Tim Kazik and Ali Haydar Goktogan. “Visual odometry based on the Fourier-Mellin transform for a rover using a monocular ground-facing camera”. In: *2011 IEEE International Conference on Mechatronics*. IEEE, Apr. 2011, pp. 469–474. ISBN: 978-1-61284-982-9. DOI: 10.1109/ICMECH.2011.5971331. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/5971331/>.
- [KKK11] Jungtae Kim, Munsang Kim, and Daijin Kim. “Variants of the Quantized Visibility Graph for Efficient Path Planning”. In: *Advanced Robotics* 25.18 (Jan. 2011), pp. 2341–2360. ISSN: 0169-1864. DOI: 10.1163/016918611X603855. URL: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1163/016918611X603855>.
- [NB11] Noboru Noguchi and Oscar C. Barawid. “Robot Farming System Using Multiple Robot Tractors in Japan Agriculture”. In: *IFAC Proceedings Volumes* 44.1 (Jan. 2011), pp. 633–637. ISSN: 14746670. DOI: 10.3182/20110828-6-IT-1002.03838. URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1474667016436815>.
- [PL11] Mike Phillips and Maxim Likhachev. “SIPP: Safe interval path planning for dynamic environments”. In: *2011 IEEE International Conference on Robotics*

- and Automation*. IEEE, May 2011, pp. 5628–5635. ISBN: 978-1-61284-386-5. DOI: 10.1109/ICRA.2011.5980306. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/5980306/>.
- [TBD11] Majid Tavana, Timothy E. Busch, and Eleanor L. Davis. “Fuzzy Multiple Criteria Workflow Robustness and Resiliency Modeling with Petri Nets”. In: *International Journal of Knowledge-Based Organizations* 1.4 (Oct. 2011), pp. 72–90. ISSN: 2155-6393. DOI: 10.4018/ijkbo.2011100105. URL: <http://services.igi-global.com/resolveddoi/resolve.aspx?doi=10.4018/ijkbo.2011100105>.
- [ZZY11] Jihua Zhu, Nanning Zheng, and Zejian Yuan. “An Improved Technique for Robot Global Localization in Indoor Environments”. In: *International Journal of Advanced Robotic Systems* 8.1 (Mar. 2011), p. 7. ISSN: 1729-8814. DOI: 10.5772/10525. URL: <http://journals.sagepub.com/doi/10.5772/10525>.
- [ZB11] Quanyan Zhu and Tamer Basar. “Robust and resilient control design for cyber-physical systems with an application to power systems”. In: *IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*. IEEE, Dec. 2011, pp. 4066–4071. ISBN: 978-1-61284-801-3. DOI: 10.1109/CDC.2011.6161031. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/6161031/>.
- [CSC12] Sachin Chitta, Ioan Sucan, and Steve Cousins. “MoveIt! [ROS Topics]”. In: *IEEE Robotics & Automation Magazine* 19.1 (Mar. 2012), pp. 18–19. ISSN: 1070-9932. DOI: 10.1109/MRA.2011.2181749. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/6174325/>.
- [Hur+12] Natalia Hurtos et al. “Fourier-based registrations for two-dimensional forward-looking sonar image mosaicing”. In: *2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE, Oct. 2012, pp. 5298–5305. ISBN: 978-1-4673-1736-8. DOI: 10.1109/IROS.2012.6385813. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/6385813/>.
- [Oli+12] Ayrton Oliver et al. “Using the Kinect as a navigation sensor for mobile robotics”. In: *Proceedings of the 27th Conference on Image and Vision Computing New Zealand - IVCNZ '12*. New York, New York, USA: ACM Press,

- 2012, pp. 509–514. ISBN: 9781450314732. DOI: 10.1145/2425836.2425932.  
 URL: <http://dl.acm.org/citation.cfm?doid=2425836.2425932>.
- [Rös+12] Christoph Rösmann et al. “Trajectory modification considering dynamic constraints of autonomous robots”. In: *7th German Conference on Robotics, ROBOTIK 2012*. 2012, pp. 74–79.
- [Row+12] Jorg Rowekamper et al. “On the position accuracy of mobile robot localization based on particle filters combined with scan matching”. In: *2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE, Oct. 2012, pp. 3158–3164. ISBN: 978-1-4673-1736-8. DOI: 10.1109/IROS.2012.6385988.  
 URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/6385988/>.
- [BZ13] Michael Bosse and Robert Zlot. “Place recognition using keypoint voting in large 3D lidar datasets”. In: *2013 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE, May 2013, pp. 2677–2684. ISBN: 978-1-4673-5643-5.  
 DOI: 10.1109/ICRA.2013.6630945. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/6630945/>.
- [CV13] Brian Coltin and Manuela Veloso. “Multi-observation sensor resetting localization with ambiguous landmarks”. In: *Autonomous Robots* 35.2-3 (Oct. 2013), pp. 221–237. ISSN: 0929-5593. DOI: 10.1007/s10514-013-9347-y. URL: <http://link.springer.com/10.1007/s10514-013-9347-y>.
- [GG13] Subir K. Ghosh and Partha P. Goswami. “Unsolved problems in visibility graphs of points, segments, and polygons”. In: *ACM Computing Surveys* 46.2 (Nov. 2013), pp. 1–29. ISSN: 0360-0300. DOI: 10.1145/2543581.2543589.  
 URL: <https://dl.acm.org/doi/10.1145/2543581.2543589>.
- [ORD13] Jan Oberlander, Arne Roennau, and Rudiger Dillmann. “Hierarchical SLAM using spectral submap matching with opportunities for long-term operation”. In: *2013 16th International Conference on Advanced Robotics (ICAR)*. IEEE, Nov. 2013, pp. 1–7. ISBN: 978-1-4799-2722-7. DOI: 10.1109/ICAR.2013.6766479. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/6766479/>.

- [Ok+13] Kyel Ok et al. “Path planning with uncertainty: Voronoi Uncertainty Fields”. In: *2013 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE, May 2013, pp. 4596–4601. ISBN: 978-1-4673-5643-5. DOI: 10.1109/ICRA.2013.6631230. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/6631230/>.
- [OA13] Edwin Olson and Pratik Agarwal. “Inference on networks of mixtures for robust robot mapping”. In: *The International Journal of Robotics Research* 32.7 (June 2013), pp. 826–840. ISSN: 0278-3649. DOI: 10.1177/0278364913479413. URL: <http://journals.sagepub.com/doi/10.1177/0278364913479413>.
- [Viv+13] Damien Vivet et al. “Mobile Ground-Based Radar Sensor for Localization and Mapping: An Evaluation of two Approaches”. In: *International Journal of Advanced Robotic Systems* 10.8 (Aug. 2013), p. 307. ISSN: 1729-8814. DOI: 10.5772/56636. URL: <http://journals.sagepub.com/doi/10.5772/56636>.
- [BFR14] Jenay M Beer, Arthur D Fisk, and Wendy A Rogers. “Toward a Framework for Levels of Robot Autonomy in Human-Robot Interaction”. In: *Journal of Human-Robot Interaction* 3.2 (June 2014), p. 74. ISSN: 2163-0364. DOI: 10.5898/JHRI.3.2.Beer. URL: <http://dl.acm.org/citation.cfm?id=3109833>.
- [Him+14] Marian Himstedt et al. “Large scale place recognition in 2D LIDAR scans using Geometrical Landmark Relations”. In: *2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE, Sept. 2014, pp. 5030–5035. ISBN: 978-1-4799-6934-0. DOI: 10.1109/IROS.2014.6943277. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/6943277/>.
- [Lyr+14] Lauro J. Lyrio et al. “Image-based global localization using VG-RAM Weightless Neural Networks”. In: *2014 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN)*. IEEE, July 2014, pp. 3363–3370. ISBN: 978-1-4799-1484-5. DOI: 10.1109/IJCNN.2014.6889888. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/6889888/>.
- [MDM14] Tanwi Mallick, Partha Pratim Das, and Arun Kumar Majumdar. “Characterizations of Noise in Kinect Depth Images: A Review”. In: *IEEE Sensors Journal*

- 14.6 (June 2014), pp. 1731–1740. ISSN: 1530-437X. DOI: 10.1109/JSEN.2014.2309987. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/6756961/>.
- [PP14] Soonyong Park and Sung-Kee Park. “Global localization for mobile robots using reference scan matching”. In: *International Journal of Control, Automation and Systems* 12.1 (Feb. 2014), pp. 156–168. ISSN: 1598-6446. DOI: 10.1007/s12555-012-9223-0. URL: <http://link.springer.com/10.1007/s12555-012-9223-0>.
- [Azz15] Charbel Azzi. “Efficient Image-Based Localization Using Context”. PhD thesis. 2015. URL: <https://www.semanticscholar.org/paper/Efficient-Image-Based-Localization-Using-Context-Azzi/1c7125987fe893d78cbbfa7e0ba1ec019feda8af>.
- [DBH15] Günay Doğan, Javier Bernal, and Charles Hagwood. “FFT-based Alignment of 2D Closed Curves with Application to Elastic Shape Analysis”. In: *Proceedings of the Proceedings of the 1st International Workshop on DIFFerential Geometry in Computer Vision for Analysis of Shapes, Images and Trajectories 2015*. British Machine Vision Association, 2015, pp. 12.1–12.10. ISBN: 1-901725-56-1. DOI: 10.5244/C.29.DIFFCV.12. URL: <http://www.bmva.org/bmvc/2015/diffcv/papers/paper012/index.html>.
- [FCR15] Chen Friedman, Inderjit Chopra, and Omri Rand. “Perimeter-Based Polar Scan Matching (PB-PSM) for 2D Laser Odometry”. In: *Journal of Intelligent & Robotic Systems* 80.2 (Nov. 2015), pp. 231–254. ISSN: 0921-0296. DOI: 10.1007/s10846-014-0158-y. URL: <http://link.springer.com/10.1007/s10846-014-0158-y>.
- [Ols15] Edwin Olson. “M3RSM: Many-to-many multi-resolution scan matching”. In: *2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. IEEE, May 2015, pp. 5815–5821. ISBN: 978-1-4799-6923-4. DOI: 10.1109/ICRA.2015.7140013. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/7140013/>.
- [DB16] Murat Dikmen and Catherine M. Burns. “Autonomous Driving in the Real World”. In: *Proceedings of the 8th International Conference on Automotive User Interfaces and Interactive Vehicular Applications*. New York, NY, USA:

- ACM, Oct. 2016, pp. 225–228. ISBN: 9781450345330. DOI: 10.1145/3003715.3005465. URL: <https://dl.acm.org/doi/10.1145/3003715.3005465>.
- [KR16] Fabjan Kallasi and Dario Lodi Rizzini. “Efficient loop closure based on FALKO lidar features for online robot localization and mapping”. In: *2016 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. IEEE, Oct. 2016, pp. 1206–1213. ISBN: 978-1-5090-3762-9. DOI: 10.1109/IROS.2016.7759202. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/7759202/>.
- [Kon+16] Jaromir Konecny et al. “Novel Point-to-Point Scan Matching Algorithm Based on Cross-Correlation”. In: *Mobile Information Systems* 2016 (2016), pp. 1–11. ISSN: 1574-017X. DOI: 10.1155/2016/6463945. URL: <http://www.hindawi.com/journals/misy/2016/6463945/>.
- [Li+16] Jiayuan Li et al. “Feature-Based Laser Scan Matching and Its Application for Indoor Mapping”. In: *Sensors* 16.8 (Aug. 2016), p. 1265. ISSN: 1424-8220. DOI: 10.3390/s16081265. URL: <http://www.mdpi.com/1424-8220/16/8/1265>.
- [Par16] Jong Jin Park. “Graceful Navigation for Mobile Robots in Dynamic and Uncertain Environments”. PhD thesis. University of Michigan, Horace H. Rackham School of Graduate Studies, 2016.
- [Roh+16] Jan Rohde et al. “Precise vehicle localization in dense urban environments”. In: *2016 IEEE 19th International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)*. IEEE, Nov. 2016, pp. 853–858. ISBN: 978-1-5090-1889-5. DOI: 10.1109/ITSC.2016.7795655. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/7795655/>.
- [Vas+16] Goran Vasiljević et al. “High-accuracy vehicle localization for autonomous warehousing”. In: *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 42 (Dec. 2016), pp. 1–16. ISSN: 07365845. DOI: 10.1016/j.rcim.2016.05.001. URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0736584515300314>.
- [DAM17] F.A. Donoso, K.J. Austin, and P.R. McAree. “How do ICP variants perform when used for scan matching terrain point clouds?” In: *Robotics and Autonomous Systems* 87 (Jan. 2017), pp. 147–161. ISSN: 09218890. DOI: 10.

- 1016/j.robot.2016.10.011. URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0921889016301282>.
- [GPG17] Dhiraj Gandhi, Lerrel Pinto, and Abhinav Gupta. “Learning to fly by crashing”. In: *2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. IEEE, Sept. 2017, pp. 3948–3955. ISBN: 978-1-5386-2682-5. DOI: 10.1109/IROS.2017.8206247. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/8206247/>.
- [Li+17] Jiaxin Li et al. “Deep learning for 2D scan matching and loop closure”. In: *2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. IEEE, Sept. 2017, pp. 763–768. ISBN: 978-1-5386-2682-5. DOI: 10.1109/IROS.2017.8202236. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/8202236/>.
- [Moh+17] Haytham Mohamed et al. “A Novel Real-Time Reference Key Frame Scan Matching Method”. In: *Sensors* 17.5 (May 2017), p. 1060. ISSN: 1424-8220. DOI: 10.3390/s17051060. URL: <http://www.mdpi.com/1424-8220/17/5/1060>.
- [RT17] Amir Rasouli and John K. Tsotsos. “The Effect of Color Space Selection on Detectability and Discriminability of Colored Objects”. In: (Feb. 2017). arXiv: 1702.05421. URL: <http://arxiv.org/abs/1702.05421>.
- [RHB17] Christoph Rosmann, Frank Hoffmann, and Torsten Bertram. “Kinodynamic trajectory optimization and control for car-like robots”. In: *2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. IEEE, Sept. 2017, pp. 5681–5686. ISBN: 978-1-5386-2682-5. DOI: 10.1109/IROS.2017.8206458. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/8206458/>.
- [Su+17] Zerong Su et al. “Global localization of a mobile robot using lidar and visual features”. In: *2017 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO)*. IEEE, Dec. 2017, pp. 2377–2383. ISBN: 978-1-5386-3742-5. DOI: 10.1109/ROBIO.2017.8324775. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/8324775/>.

- [Zha+17] Qibin Zhang et al. “Mobile Robot Global Localization Using Particle Swarm Optimization with a 2D Range Scan”. In: *Proceedings of the 2017 International Conference on Robotics and Artificial Intelligence - ICRAI 2017*. New York, New York, USA: ACM Press, 2017, pp. 105–109. ISBN: 9781450353588. DOI: 10.1145/3175603.3175618. URL: <http://dl.acm.org/citation.cfm?doid=3175603.3175618>.
- [Zho+17] Bo Zhou et al. “A LiDAR Odometry for Outdoor Mobile Robots Using NDT Based Scan Matching in GPS-denied environments”. In: *2017 IEEE 7th Annual International Conference on CYBER Technology in Automation, Control, and Intelligent Systems (CYBER)*. IEEE, July 2017, pp. 1230–1235. ISBN: 978-1-5386-0490-8. DOI: 10.1109/CYBER.2017.8446588. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8446588/>.
- [CRP18] Matthew Cooper, John Raquet, and Rick Patton. “Range Information Characterization of the Hokuyo UST-20LX LIDAR Sensor”. In: *Photonics* 5.2 (May 2018), p. 12. ISSN: 2304-6732. DOI: 10.3390/photonics5020012. URL: <http://www.mdpi.com/2304-6732/5/2/12>.
- [CBD18] Konrad P Cop, Paulo V K Borges, and Renaud Dube. “Delight: An Efficient Descriptor for Global Localisation Using LiDAR Intensities”. In: *2018 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. IEEE, May 2018, pp. 3653–3660. ISBN: 978-1-5386-3081-5. DOI: 10.1109/ICRA.2018.8460940. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8460940/>.
- [Jia+18] Guolai Jiang et al. “FFT-Based Scan-Matching for SLAM Applications with Low-Cost Laser Range Finders”. In: *Applied Sciences* 9.1 (Dec. 2018), p. 41. ISSN: 2076-3417. DOI: 10.3390/app9010041. URL: <http://www.mdpi.com/2076-3417/9/1/41>.
- [Lim+18] Pedro F. Lima et al. “Experimental validation of model predictive control stability for autonomous driving”. In: *Control Engineering Practice* 81 (Dec. 2018), pp. 244–255. ISSN: 09670661. DOI: 10.1016/j.conengprac.2018.09.021. URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0967066118305926>.

- [Pen+18] Gang Peng et al. “An Improved AMCL Algorithm Based on Laser Scanning Match in a Complex and Unstructured Environment”. In: *Complexity* 2018 (Dec. 2018), pp. 1–11. ISSN: 1076-2787. DOI: 10.1155/2018/2327637. URL: <https://www.hindawi.com/journals/complexity/2018/2327637/>.
- [WK18] Corey H. Walsh and Sertac Karaman. “CDDT: Fast Approximate 2D Ray Casting for Accelerated Localization”. In: *2018 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. IEEE, May 2018, pp. 3677–3684. ISBN: 978-1-5386-3081-5. DOI: 10.1109/ICRA.2018.8460743. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8460743/>.
- [Wan+18] Yun-Ting Wang et al. “A Single LiDAR-Based Feature Fusion Indoor Localization Algorithm”. In: *Sensors* 18.4 (Apr. 2018), p. 1294. ISSN: 1424-8220. DOI: 10.3390/s18041294. URL: <http://www.mdpi.com/1424-8220/18/4/1294>.
- [Wen+18] Jian Wen et al. “A Novel 2D Laser Scan Matching Algorithm for Mobile Robots Based on Hybrid Features”. In: *2018 IEEE International Conference on Real-time Computing and Robotics (RCAR)*. IEEE, Aug. 2018, pp. 366–371. ISBN: 978-1-5386-6869-6. DOI: 10.1109/RCAR.2018.8621744. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8621744/>.
- [WHZ18] Weisong Wen, Li-Ta Hsu, and Guohao Zhang. “Performance Analysis of NDT-based Graph SLAM for Autonomous Vehicle in Diverse Typical Driving Scenarios of Hong Kong”. In: *Sensors* 18.11 (Nov. 2018), p. 3928. ISSN: 1424-8220. DOI: 10.3390/s18113928. URL: <http://www.mdpi.com/1424-8220/18/11/3928>.
- [Wil+18] Kenneth H. Williford et al. “The NASA Mars 2020 Rover Mission and the Search for Extraterrestrial Life”. In: *From Habitability to Life on Mars*. Elsevier, 2018, pp. 275–308. DOI: 10.1016/B978-0-12-809935-3.00010-4. URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/B9780128099353000104>.
- [Xu+18] Pei Xu et al. “Non-iterative multiple data registration method based on the motion screw theory and trackable features”. In: *2018 24th International Conference on Pattern Recognition (ICPR)*. IEEE, Aug. 2018, pp. 2428–2432.

- ISBN: 978-1-5386-3788-3. DOI: 10.1109/ICPR.2018.8545473. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8545473/>.
- [YZD18] Heng Yu, Yadan Zeng, and Houde Dai. “A Novel Scan Matching Method for Mobile Robot Based on Phase Only Matched Filtering \*”. In: *2018 IEEE International Conference on Information and Automation (ICIA)*. IEEE, Aug. 2018, pp. 391–394. ISBN: 978-1-5386-8069-8. DOI: 10.1109/ICInfA.2018.8812336. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8812336/>.
- [BAJ19] Guillaume Bresson, Zayed Alsayed, and Sylvain Jonchery. “Graph-based Map-Aided Localization using Cadastral Maps as Virtual Laser Scans”. In: *2019 IEEE Intelligent Transportation Systems Conference (ITSC)*. IEEE, Oct. 2019, pp. 4074–4080. ISBN: 978-1-5386-7024-8. DOI: 10.1109/ITSC.2019.8917506. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8917506/>.
- [CHM19] Weili Chen, Ting Huang, and Allam Maalla. “Research on Adaptive Monte Carlo Location Method Based on Fusion Posture Estimation”. In: *2019 IEEE 3rd Advanced Information Management, Communicates, Electronic and Automation Control Conference (IMCEC)*. IEEE, Oct. 2019, pp. 1209–1213. ISBN: 978-1-7281-0513-0. DOI: 10.1109/IMCEC46724.2019.8983808. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8983808/>.
- [Che+19] Yonggang Chen et al. “A Study of Sensor-Fusion Mechanism for Mobile Robot Global Localization”. In: *Robotica* 37.11 (Nov. 2019), pp. 1835–1849. ISSN: 0263-5747. DOI: 10.1017/S0263574719000298. URL: [https://www.cambridge.org/core/product/identifier/S0263574719000298/type/journal\\_article](https://www.cambridge.org/core/product/identifier/S0263574719000298/type/journal_article).
- [CJK19] Baehoon Choi, HyungGi Jo, and Euntai Kim. “Normal Distribution Mixture Matching based Model Free Object Tracking Using 2D LIDAR”. In: *2019 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. IEEE, Nov. 2019, pp. 455–461. ISBN: 978-1-7281-4004-9. DOI: 10.1109/IROS40897.2019.8967876. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8967876/>.

- [Kow19] Wojciech Kowalczyk. “Rapid Navigation Function Control for Two-Wheeled Mobile Robots”. In: *Journal of Intelligent & Robotic Systems* 93.3-4 (Mar. 2019), pp. 687–697. ISSN: 0921-0296. DOI: 10.1007/s10846-018-0879-4. URL: <http://link.springer.com/10.1007/s10846-018-0879-4>.
- [Liu+19] Xiaohui Liu et al. “Research on Improved Localization and Navigation Algorithm for Automatic Guided Vehicle”. In: *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering* 611.1 (Oct. 2019), p. 012076. ISSN: 1757-8981. DOI: 10.1088/1757-899X/611/1/012076. URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/611/1/012076>.
- [Pis+19] Ahmad Pishehvari et al. “Radar Scan Matching Using Navigation Maps”. In: *2019 Third IEEE International Conference on Robotic Computing (IRC)*. IEEE, Feb. 2019, pp. 204–211. ISBN: 978-1-5386-9245-5. DOI: 10.1109/IRC.2019.00038. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8675691/>.
- [QJ19a] Wang Qingshan and Zhang Jun. “Point Cloud Registration Algorithm Based on Combination of NDT and PLICP”. In: *2019 15th International Conference on Computational Intelligence and Security (CIS)*. IEEE, Dec. 2019, pp. 132–136. ISBN: 978-1-7281-6092-4. DOI: 10.1109/CIS.2019.00036. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9023760/>.
- [QJ19b] Wang Qingshan and Zhang Jun. “Point Cloud Registration Algorithm Based on Combination of NDT and PLICP”. In: *2019 15th International Conference on Computational Intelligence and Security (CIS)*. IEEE, Dec. 2019, pp. 132–136. ISBN: 978-1-7281-6092-4. DOI: 10.1109/CIS.2019.00036. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9023760/>.
- [Sim+19] Jesse R. Simpson et al. “An estimation of the future adoption rate of autonomous trucks by freight organizations”. In: *Research in Transportation Economics* 76 (Sept. 2019), p. 100737. ISSN: 07398859. DOI: 10.1016/j.retrec.2019.100737. URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0739885919302495>.
- [Sob+19] Héber Sobreira et al. “Map-Matching Algorithms for Robot Self-Localization: A Comparison Between Perfect Match, Iterative Closest Point and Normal

- Distributions Transform". In: *Journal of Intelligent & Robotic Systems* 93.3-4 (Mar. 2019), pp. 533–546. ISSN: 0921-0296. DOI: 10.1007/s10846-017-0765-5. URL: <http://link.springer.com/10.1007/s10846-017-0765-5>.
- [VKA19] Juan P. Vasconez, George A. Kantor, and Fernando A. Auat Cheein. "Human–robot interaction in agriculture: A survey and current challenges". In: *Biosystems Engineering* 179 (Mar. 2019), pp. 35–48. ISSN: 15375110. DOI: 10.1016/j.biosystemseng.2018.12.005. URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1537511017309625>.
- [Wan+19] L. Wang et al. "Symbiotic human-robot collaborative assembly". In: *CIRP Annals* 68.2 (2019), pp. 701–726. ISSN: 00078506. DOI: 10.1016/j.cirp.2019.05.002. URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0007850619301593>.
- [WMO19] Xipeng Wang, Ryan J. Marcotte, and Edwin Olson. "GLFP: Global Localization from a Floor Plan". In: *2019 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. IEEE, Nov. 2019, pp. 1627–1632. ISBN: 978-1-7281-4004-9. DOI: 10.1109/IROS40897.2019.8968061. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8968061/>.
- [YT19] Abdurrahman Yilmaz and Hakan Temeltas. "Self-adaptive Monte Carlo method for indoor localization of smart AGVs using LIDAR data". In: *Robotics and Autonomous Systems* 122 (Dec. 2019), p. 103285. ISSN: 09218890. DOI: 10.1016/j.robot.2019.103285. URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0921889019302106>.
- [BBA20] Sara Bouraine, Abdelhak Bougouffa, and Ouahiba Azouaoui. "NDT-PSO, a New NDT based SLAM Approach using Particle Swarm Optimization". In: *2020 16th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision (ICARCV)*. IEEE, Dec. 2020, pp. 321–326. ISBN: 978-1-7281-7709-0. DOI: 10.1109/ICARCV50220.2020.9305519. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9305519/>.
- [KSL20] Zeashan Hameed Khan, Afifa Siddique, and Chang Won Lee. "Robotics Utilization for Healthcare Digitization in Global COVID-19 Management". In:

- International Journal of Environmental Research and Public Health* 17.11 (May 2020), p. 3819. ISSN: 1660-4601. DOI: 10.3390/ijerph17113819. URL: <https://www.mdpi.com/1660-4601/17/11/3819>.
- [Lee+20] Sumyeong Lee et al. “Robust 3-Dimension Point Cloud Mapping in Dynamic Environment Using Point-Wise Static Probability-Based NDT Scan-Matching”. In: *IEEE Access* 8 (2020), pp. 175563–175575. ISSN: 2169-3536. DOI: 10.1109/ACCESS.2020.3025537. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9201452/>.
- [LW20] Zhichao Li and Naiyan Wang. “DMLO: Deep Matching LiDAR Odometry”. In: *2020 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. IEEE, Oct. 2020, pp. 6010–6017. ISBN: 978-1-7281-6212-6. DOI: 10.1109/IROS45743.2020.9341206. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9341206/>.
- [Qi+20] Xianyu Qi et al. “Building semantic grid maps for domestic robot navigation”. In: *International Journal of Advanced Robotic Systems* 17.1 (Jan. 2020). ISSN: 1729-8814. DOI: 10.1177/1729881419900066. URL: <http://journals.sagepub.com/doi/10.1177/1729881419900066>.
- [SCD20] Kyle H. Sheetz, Jake Claflin, and Justin B. Dimick. “Trends in the Adoption of Robotic Surgery for Common Surgical Procedures”. In: *JAMA Network Open* 3.1 (Jan. 2020), e1918911. ISSN: 2574-3805. DOI: 10.1001/jamanetworkopen.2019.18911. URL: <https://jamanetwork.com/journals/jamanetworkopen/fullarticle/2758472>.
- [Ber+21] Lukas Bernreiter et al. “PHASER: A Robust and Correspondence-Free Global Pointcloud Registration”. In: *IEEE Robotics and Automation Letters* 6.2 (2021), pp. 855–862.
- [BBA21] Sara Bouraine, Abdelhak Bougouffa, and Ouahiba Azouaoui. “Particle swarm optimization for solving a scan-matching problem based on the normal distributions transform”. In: *Evolutionary Intelligence* (Jan. 2021). ISSN: 1864-5909. DOI: 10.1007/s12065-020-00545-y. URL: <http://link.springer.com/10.1007/s12065-020-00545-y>.

- [Che+21] Cheng Chen et al. “The adoption of self-driving delivery robots in last mile logistics”. In: *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review* 146 (Feb. 2021), p. 102214. ISSN: 13665545. DOI: 10.1016/j.tre.2020.102214. URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1366554520308565>.
- [Dim+21] Antonis Dimitriou et al. “Autonomous Robots, Drones and Repeaters for Fast, Reliable, Low-Cost RFID Inventorying & Localization”. In: *2021 6th International Conference on Smart and Sustainable Technologies (SpliTech)*. IEEE, Sept. 2021, pp. 01–06. ISBN: 978-953-290-112-2. DOI: 10.23919/SpliTech52315.2021.9566425. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9566425/>.
- [Koi+21] Kenji Koide et al. “Voxelized GICP for Fast and Accurate 3D Point Cloud Registration”. In: *2021 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. IEEE, May 2021, pp. 11054–11059. ISBN: 978-1-7281-9077-8. DOI: 10.1109/ICRA48506.2021.9560835. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9560835/>.
- [PB21] Prabin Kumar Panigrahi and Sukant Kishoro Bisoy. “Localization strategies for autonomous mobile robots: A review”. In: *Journal of King Saud University - Computer and Information Sciences* (Mar. 2021). ISSN: 13191578. DOI: 10.1016/j.jksuci.2021.02.015. URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1319157821000550>.
- [Pha+21] Quang-Ha Pham et al. “Online Robust Sliding-Windowed LiDAR SLAM in Natural Environments”. In: *2021 International Symposium on Electrical and Electronics Engineering (ISEE)*. IEEE, Apr. 2021, pp. 172–177. ISBN: 978-1-6654-1487-6. DOI: 10.1109/ISEE51682.2021.9418728. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9418728/>.
- [SSC21] Bogdan Ilie Sighencea, Rareş Ion Stanciu, and Cătălin Daniel Căleanu. “A Review of Deep Learning-Based Methods for Pedestrian Trajectory Prediction”. In: *Sensors* 21.22 (Nov. 2021), p. 7543. ISSN: 1424-8220. DOI: 10.3390/s21227543. URL: <https://www.mdpi.com/1424-8220/21/22/7543>.
- [smp21] smprobotics. 2021. URL: [https://smprobotics.com/security\\_robot](https://smprobotics.com/security_robot).

- [Wan+21] Zhong Wang et al. “Global Localization With a Single-Line LiDAR by Dense 2D Signature and 1D Registration”. In: *IEEE Sensors Journal* 21.10 (May 2021), pp. 11497–11506. ISSN: 1530-437X. DOI: 10.1109/JSEN.2020.3021049. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9184826/>.
- [YSC21] Heng Yang, Jingnan Shi, and Luca Carlone. “TEASER: Fast and Certifiable Point Cloud Registration”. In: *IEEE Transactions on Robotics* 37.2 (Apr. 2021), pp. 314–333. ISSN: 1552-3098. DOI: 10.1109/TR0.2020.3033695. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9286491/>.
- [Fil22] Alexandros Filotheou. “Correspondenceless scan-to-map-scan matching of homoriented 2D scans for mobile robot localisation”. In: *Robotics and Autonomous Systems* 149 (Mar. 2022), p. 103957. ISSN: 09218890. DOI: 10.1016/j.robot.2021.103957. URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0921889021002323>.
- [rev22] revfine. 2022. URL: <https://www.revfine.com/hotel-robots/>.
- [Cena] Andrea Censi. *PLICP code headers*. URL: <https://github.com/AndreaCensi/csm/blob/master/sm/csm/algos.h>.
- [Cenb] Andrea Censi. *PLICP manual*. URL: [https://github.com/AndreaCensi/csm/blob/master/csm\\_manual.pdf](https://github.com/AndreaCensi/csm/blob/master/csm_manual.pdf).
- [Deva] FastGICP Developers. Σύνδεσμός προς την υλοποίηση των FastGICP και FastVG-ICP. URL: [https://github.com/SMRT-AIST/fast%7B%5C\\_%7Dgicp](https://github.com/SMRT-AIST/fast%7B%5C_%7Dgicp).
- [Devb] NDT-PSO Developers. Σύνδεσμός προς την υλοποίηση του NDT-PSO. URL: [https://github.com/abougouffa/ndtpso%7B%5C\\_%7Dslam](https://github.com/abougouffa/ndtpso%7B%5C_%7Dslam).
- [Devc] PCL Developers. Σύνδεσμός προς την υλοποίηση του NDT. URL: <https://pointclouds.org/>.
- [Devd] PLICP Developers. Σύνδεσμός προς την υλοποίηση του PLICP. URL: <https://github.com/AndreaCensi/csm>.
- [Deve] TEASER Developers. Σύνδεσμός προς την υλοποίηση του TEASER. URL: <https://github.com/MIT-SPARK/TEASER-plusplus>.

- [RPL] RPLIDAR. *RPLIDAR A2M8 datasheet*. URL: [https://cdn.sparkfun.com/assets/e/a/f/9/8/LD208%7B%5C\\_%7DSLAMTEC%7B%5C\\_%7Drplidar%7B%5C\\_%7Ddatasheet%7B%5C\\_%7DA2M8%7B%5C\\_%7Dv1.0%7B%5C\\_%7Den.pdf](https://cdn.sparkfun.com/assets/e/a/f/9/8/LD208%7B%5C_%7DSLAMTEC%7B%5C_%7Drplidar%7B%5C_%7Ddatasheet%7B%5C_%7DA2M8%7B%5C_%7Dv1.0%7B%5C_%7Den.pdf).
- [staa] statista.com. URL: <https://www.statista.com/statistics/430086/automotive-sales-of-automotive-lidar-systems-worldwide/>.
- [stab] statista.com. URL: <https://www.statista.com/statistics/880147/global-robotic-vehicle-sensors-market-size-by-segment/>.
- [Vel] Velodyne. *Velodyne sensors' datasheet*. URL: <https://visimind.com/wp-content/uploads/2018/12/LiDAR-Product-Brochure.pdf>.
- [WIL] WILLOWGARAGE. Χάρτης των περιβάλλοντος WILLOWGARAGE. URL: [https://github.com/CognitiveRobotics/jarves/tree/master/jarves%7B%5C\\_%7Dgazebo/worlds/maps](https://github.com/CognitiveRobotics/jarves/tree/master/jarves%7B%5C_%7Dgazebo/worlds/maps).
- [YDL] YDLIDAR. *YDLIDAR datasheets*. URL: <https://www.manualshelf.com/brand/ydlidar>.



## **Part V**

**Παραρτήματα**



## Appendix A'

# Αξιολόγηση αλγορίθμων αυτόνομης πλοήγησης

### A'.1 Τύποι αναλογικότητας μετρικών αξιολόγησης μεθόδων αυτόνομης πλοήγησης

Σχετικά με την τιμή-αξία ενός συνδυασμού αλγορίθμου χάραξης μονοπατιών και ελεγκτή κίνησης που αφορά στις μετρικές αξιολόγησης ενός **global planner** του κάνουμε τις εξής παραδοχές. Η αξία ενός συνδυασμού είναι:

- υψηλότερη όσο πιο σύντομο σε μήκος είναι ένα σχέδιο μονοπατιού—ένα ρομπότ που το διασχίζει σε σταθερή ταχύτητα χρειάζεται λιγότερο χρόνο για να φτάσει από την αρχική στάση στην τελική
- υψηλότερη όσο υψηλότερη είναι η ανάλυση του σχεδιασθέντος μονοπατιού—όσο πιο λεπτομερής είναι η ανάλυση ενός μονοπατιού τόσο περισσότερο πιο πιθανό είναι να υπάρχει ένας (υπο)στόχος εντός του ορίζοντα του τοπικού χάρτη κόστους, και τόσο πιο ομαλή μπορεί να είναι η διαδρομή
- υψηλότερη όσο πιο ομαλό είναι το σχεδιασθέν μονοπάτι—όσο πιο ομαλό είναι το μονοπάτι τόσο πιο πιθανό είναι ότι το ρομπότ χρειάζεται λιγότερο χρόνο για να διασχίσει τη διαδρομή από την αρχική στάση μέχρι τη στάση-στόχο (η πιστή τήρηση του συνολικού

σχεδίου είναι θέμα του ελεγκτή κίνησης ως προς το πόσο κατάλληλο και εφικτό θεωρεί το μονοπάτι προς ακολούθηση)

- τόσο υψηλότερη όσο μεγαλύτερη είναι η μέση ελάχιστη απόστασή των στάσεων που το απαρίζουν από τα εμπόδια του χάρτη—ώστε οι συγκρούσεις με εμπόδια να είναι λιγότερο πιθανό να συμβούν
- υψηλότερη όσο μεγαλύτερη είναι η ολική ελάχιστη απόστασή του μονοπατιού από τα εμπόδια σε ένα χάρτη σε όλα τα πειράματα και τις προσομοιώσεις, και
- χαμηλότερη όσο πιο μεγάλη είναι η διακύμανση της τιμής κάθε μετρικής—έτσι ώστε ένας μηχανικός ρομποτικής να μπορεί να υπολογίζει στην προβλεψιμότητά της

Σχετικά με την τιμή-αξία ενός συνδυασμού αλγορίθμου χάραξης μονοπατιών και ελεγκτή κίνησης που αφορά στις μετρικές αξιολόγησης ενός **local planner** του κάνουμε τις εξής παραδοχές. Η αξία ενός συνδυασμού είναι:

- χαμηλότερη όσο υψηλότερος είναι ο μέσος αριθμός των ματαιωμένων αποστολών κατά το σύνολο των πειραμάτων και προσομοιώσεων
- χαμηλότερη όσο υψηλότερος είναι ο μέσος αριθμός ανακτήσεων με περιστροφή που εκτελέστηκαν
- χαμηλότερη όσο υψηλότερος είναι ο μέσος αριθμός εκτελούμενων εκκαθαρίσεων χαρτών κόστους
- χαμηλότερη όσο υψηλότερος είναι ο μέσος αριθμός αποτυχιών διαδρομής
- χαμηλότερη όσο υψηλότερος είναι ο σχετικός αριθμός αποτυχιών διαδρομής, και
- χαμηλότερη όσο πιο μεγάλη είναι η διακύμανση των τιμών της κάθε μετρικής

Όπως είναι προφανές όλες οι παραπάνω μετρικές είναι ανεξάρτητες από την επιτυχία ή την αποτυχία των συνδυασμών των αλγορίθμων κατασκευής μονοπατιών και ελεγκτών κίνησης στην επίτευξη της πλοήγησης στην στάση-στόχο  $p_G$  από την αρχική  $p_0$ . Συνεπώς οι τιμές τους περιλαμβάνονται στον υπολογισμό της αξίας κάθε συνδυασμού ανεξάρτητα από το αν ο εν λόγω συνδυασμός απέτυχε να ολοκληρώσει όλες τις αποστολές.

#### **A'.1. ΤΥΠΟΙ ΑΝΑΛΟΓΙΚΟΤΗΤΑΣ ΜΕΤΡΙΚΩΝ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΜΕΘΟΔΩΝ ΑΥΤΟΝΟΜΗΣ ΠΛΟΗΓΗΣ**

Σχετικά με την τιμή-αξία ενός συνδυασμού αλγορίθμου χάραξης μονοπατιών και ελεγκτή κίνησης που αφορά στις μετρικές αξιολόγησης του **συνδυασμού** τους κάνουμε τις εξής παραδοχές. Η αξία ενός συνδυασμού είναι:

- χαμηλότερη όσο μεγαλύτερη είναι η μέση απόκλιση των πραγματικών διαδρομών που ακολουθήσε το ρομπότ ως αποτέλεσμα της δράσης του ελεγκτή κίνησης από τα μονοπάτια που ο αλγόριθμος κατασκευής μονοπατιών σχεδίασε για να ακολουθήσει
- χαμηλότερη όσο μεγαλύτερη είναι η μέση συνολική απόκλιση των πρώτων από τα δεύτερα
- χαμηλότερη όσο μεγαλύτερη είναι η μέση απόσταση Frechet των πρώτων από τα δεύτερα
- υψηλότερη όσο χαμηλότερος είναι ο χρόνος διαδρομής από την αρχική προς την τελική-επιθυμητή στάση
- υψηλότερη όσο μικρότερη σε μήκος είναι η πραγματική διαδρομή που ακολουθήσε το ρομπότ
- χαμηλότερη όσο λιγότερο ομαλές είναι οι πραγματικές διαδρομές που ακολουθήσε το ρομπότ
- υψηλότερη όσο μεγαλύτερη είναι η μέση ελάχιστη απόσταση του ρομπότ από τα εμπόδια του χάρτη
- υψηλότερη όσο μεγαλύτερη είναι η ολική ελάχιστη απόσταση του ρομπότ από τα εμπόδια σε έναν χάρτη σε όλες τις προσομοιώσεις και τα πειράματα, και
- χαμηλότερη όσο πιο μεγάλη η διακύμανση της τιμής της κάθε μετρικής

Οι παραπάνω μετρικές εξαρτώνται από την επιτυχία ή την αποτυχία του συνδυασμού των αλγορίθμων κατασκευής μονοπατιών και ελεγκτών κίνησης στην επίτευξη της πλοήγησης στην στάση-στόχο και, επομένως, δεν συμπεριλαμβάνονται στον υπολογισμό της τιμής-αξίας ενός συνδυασμού εάν ο συνδυασμός αυτός απέτυχε να πλοηγηθεί μέχρι την επιθυμητή στάση για κάθε προσομοίωση ή πείραμα που συνέβη αυτό.

## A'.2 Λεπτομέρειες αξιολόγησης μεθόδων αυτόνομους πλοήγησης

### A'.2.1 Στοιχεία αξιολόγησης στο περιβάλλον CORRIDOR

#### A'.2.1.1 Σχετικά με τους αλγορίθμους κατασκευής μονοπατιών

Οι πίνακες Α'.1 και Α'.2 καταγράφουν τις τιμές των ποσοτικών μετρικών που αφορούν στους αλγορίθμους κατασκευής μονοπατιών που ορίζονται στον πίνακα 4.2 και που προέχουν κατά τις  $N = 10$  προσομοιώσεις στο περιβάλλον CORRIDOR.

Όσον αφορά στα παραγόμενα μονοπάτια ο `global_planner` παρήγαγε διαδρομές με το μικρότερο μήκος (πίνακας Α'.1), ο `sbpl_lattice_planner` εκείνα με το μεγαλύτερο μήκος και τη μικρότερη ανάλυση αλλά με τη μεγαλύτερη ομαλότητα (μικρότεροι αριθμοί υποδηλώνουν υψηλότερη ομαλότητα), και ο `navfn` παρήγαγε τα λιγότερο πυκνά μονοπάτια αλλά με τη χαμηλότερη ομαλότητα. Οι επιδόσεις του `sbpl_lattice_planner` σε σχέση με το μήκος είναι λογικές, δεδομένου ότι λαμβάνει υπόψη το κινηματικό μοντέλο του ρομπότ, το οποίο, όντας διαφορικής κίνησης, και επομένως μη ολόνομικό (non-holonomic), περιορίζεται στην κίνησή του. Αντίθετα, οι `navfn` και `global_planner` δεν λαμβάνουν υπόψη τέτοιους περιορισμούς και, καθώς ο τελευταίος είναι ο διάδοχος του πρώτου, παράγουν ελαφρώς παρόμοια μονοπάτια (αυτό παρατηρείται επίσης όταν εξετάζονται τα στοιχεία των δύο παραγόμενων μονοπατιών: φαίνονται σχεδόν πανομοιότυπα με γυμνό μάτι, σε πλήρη αντίθεση με εκείνα του `sbpl_lattice_planner`). Μια άλλη παρατηρήσιμη διαφορά στο σχήμα 4.5 είναι ότι τα μονοπάτια που χαράζει ο `navfn` και τα περισσότερα του `sbpl_lattice_planner` είναι ντετερμινιστικά: δεδομένης μιας αρχικής στάσης  $p_0$ , μιας θέσης στόχου  $p_G$ , και ενός χάρτη, αυτά παράγουν το ίδιο μονοπάτι κάθε φορά, ενώ ο `global_planner` εισάγει έναν μικρό βαθμό τυχαιότητας, το οποίο εξηγεί γιατί η τυπική απόκλιση των σχεδίων του είναι μη μηδενική σε σύγκριση με τους άλλους δύο αλγορίθμους.

Όσον αφορά στην κρίσιμη ικανότητα ενός αλγορίθμου κατασκευής μονοπατιών να σχεδιάζει γύρω από εμπόδια (πίνακας Α'.2), ο `global_planner` παρήγαγε διαδρομές που δεν λαμβάνουν πλήρως υπόψη τους το αποτύπωμα του ρομπότ στο οριζόντιο επίπεδο (η αφαίρεση της ακτίνας του ρομπότ από την ολικά ελάχιστη απόσταση των μονοπατιών του από το πλησιέστερο εμπόδιο δίνει  $-0.02$  m), και επομένως ένας ελεγκτής κίνησης πλήρους πιστότητας στο σχεδιασθέν

| Μετρικές επίδοσης αλγορίθμων χάραξης μονοπατιών |       |                          |                             |                                  |                            |                               |
|-------------------------------------------------|-------|--------------------------|-----------------------------|----------------------------------|----------------------------|-------------------------------|
| GP                                              | LP    | $\mu_l(\mathcal{G})$ [m] | $\sigma_l(\mathcal{G})$ [m] | $\mu_r(\mathcal{G})$ [στάσεις/m] | $\mu_s(\mathcal{G})$ [rad] | $\sigma_s(\mathcal{G})$ [rad] |
| navfn                                           | dwa   | 19.63                    | 0.00                        | 76.18                            | 2.42                       | 0.00                          |
| navfn                                           | eband | 19.63                    | 0.00                        | 76.18                            | 2.42                       | 0.00                          |
| navfn                                           | teb   | 19.61                    | 0.02                        | 76.20                            | 2.42                       | 0.00                          |
| global_planner                                  | dwa   | 19.60                    | 0.01                        | 74.43                            | 2.40                       | 0.00                          |
| global_planner                                  | eband | 19.59                    | 0.01                        | 74.70                            | 2.40                       | 0.00                          |
| global_planner                                  | teb   | 19.60                    | 0.01                        | 74.70                            | 2.40                       | 0.00                          |
| sbpl                                            | dwa   | 22.92                    | 0.00                        | 53.25                            | 2.39                       | 0.00                          |
| sbpl                                            | eband | 22.92                    | 0.00                        | 53.41                            | 2.39                       | 0.00                          |
| sbpl                                            | teb   | 22.92                    | 0.00                        | 53.33                            | 2.39                       | 0.00                          |

Table A'.1: Μέσο συνολικό μήκος μονοπατιών  $\mu_l(\mathcal{G})$  και τυπική απόκλιση  $\sigma_l(\mathcal{G})$ , μέση ανάλυση μονοπατιών  $\mu_r(\mathcal{G})$ , μέση τιμή ομαλότητας  $\mu_s(\mathcal{G})$ , και τυπική απόκλιση  $\sigma_s(\mathcal{G})$ , για  $N = 10$  προσομοιώσεις στο περιβάλλον CORRIDOR

μονοπάτι θα ανάγκαζε, με βεβαιότητα, το ρομπότ να ματαιώσει την αποστολή του (μέχρι να τεθεί ίσως ένας νέος στόχος), ή ακόμη και να συγκρουστεί με εμπόδια στο περιβάλλον του. Οι δύο εναπομείναντες αλγόριθμοι παρήγαγαν διαδρομές που θα ανάγκαζαν το ρομπότ να συγκρουστεί με εμπόδια τουλάχιστον μία φορά. Επιπλέον, ο sbpl\_lattice\_planner θέτει το ρομπότ να κινηθεί παράλληλα με τοίχους, μια συμπεριφορά που μπορεί στην πραγματικότητα να υπαγορευτεί στον αλγόριθμο (ο οποίος ρυθμίστηκε έτσι ώστε το ρομπότ να προτιμά να κινείται σε ευθείες γραμμές), το οποίο μπορεί να θεωρηθεί πλεονέκτημα, δεδομένου ότι υπάρχει πάντα ένα εμπόδιο αρκετά κοντά ώστε να μπορεί να αξιοποιηθεί ως σημείο αναφοράς κατά τη διάρκεια χαρτογράφησης ή εντοπισμού της στάσης ενός ρομπότ.

### A'.2.1.2 Σχετικά με τους ελεγκτές κίνησης

Ο πίνακας A'.3 καταγράφει τις τιμές των ποσοτικών μετρικών που αφορούν στους ελεγκτές κίνησης που ορίζονται στον πίνακα 4.3 και που προέκυψαν κατά τις  $N = 10$  προσομοιώσεις στο περιβάλλον CORRIDOR.

Κανένας από τους συνδυασμούς του ελεγκτή κίνησης dwa\_local\_planner με αλγορίθμους χάραξης μονοπατιών δεν ολοκλήρωσε αποστολή, και αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι ο ελεγκτής ξόδεψε τον περισσότερο χρόνο του εκτελώντας συμπεριφορές ανάκτησης (έχει τον υψηλότερο μέσο όρο ανακτήσεων με περιστροφή και εκκαθαρίσεων χαρτών κόστους μεταξύ

| GP             | LP    | Μετρικές επίδοσης αλγορίθμων χάραξης μονοπατιών σχετικές με εμπόδια |                                |                                   |
|----------------|-------|---------------------------------------------------------------------|--------------------------------|-----------------------------------|
|                |       | $\inf(d(\mathcal{G}, M_C))$ [m]                                     | $\mu(d(\mathcal{G}, M_C))$ [m] | $\sigma(d(\mathcal{G}, M_C))$ [m] |
| navfn          | dwa   | 0.00                                                                | 0.52                           | 0.32                              |
| navfn          | eband | 0.00                                                                | 0.52                           | 0.32                              |
| navfn          | teb   | 0.00                                                                | 0.52                           | 0.32                              |
| global_planner | dwa   | 0.00 (-0.02)                                                        | 0.48                           | 0.31                              |
| global_planner | eband | 0.00 (-0.02)                                                        | 0.48                           | 0.31                              |
| global_planner | teb   | 0.00 (-0.02)                                                        | 0.48                           | 0.32                              |
| sbpl           | dwa   | 0.00                                                                | 0.29                           | 0.20                              |
| sbpl           | eband | 0.00                                                                | 0.29                           | 0.20                              |
| sbpl           | teb   | 0.00                                                                | 0.29                           | 0.20                              |

Table A'.2: Ολικά ελάχιστη απόσταση μονοπατιών  $\mathcal{G}$  από οποιοδήποτε εμπόδιο  $\inf(d(\mathcal{G}, M_C))$ , μέση ελάχιστη απόσταση  $\mu(d(\mathcal{G}, M_C))$  και τυπική απόκλιση  $\sigma(d(\mathcal{G}, M_C))$  από όλα τα εμπόδια, για  $N = 10$  προσομοιώσεις στο περιβάλλον CORRIDOR

των τριών ελεγκτών). Αυτό το γεγονός είχε ως αποτέλεσμα είτε τη ματαίωση των αποστολών, είτε την αποτυχία λόγω χρονικού time-out. Εν τέλει αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι ο dwa\_local\_planner ακολουθεί τα σχεδιασθέντα μονοπάτια με υψηλή πιστότητα, τα οποία όμως είναι στην πραγματικότητα ανέφικτα, αφού η ολικά ελάχιστη απόσταση από τα εμπόδια είναι το πολύ μηδέν (πίνακας A'.2). Επιπλέον, διαθέτει την υψηλότερη αναλογία αποτυχιών διαδρομής ανά σύνολο κλήσεών του.

Ο ελεγκτής eband\_local\_planner είχε καλύτερες επιδόσεις από τον dwa\_local\_planner: δεν διέκοψε ποτέ αποστολή, και δεν εκτέλεσε συμπεριφορές ανάκτησης. Η τελική αποτυχία του είναι ότι δεν προκαλεί κινήσεις σε εύλογα χρονικά διαστήματα (αυτό μπορεί να παρατηρηθεί στους μέσους χρόνους διαδρομής που παρουσιάζονται στον πίνακα A'.4—υπενθυμίζουμε ότι  $t_C^{max} = 120$  sec), δηλαδή η προσέγγισή του είναι υπερβολικά ασφαλής. Ο συνδυασμός του με τον αλγόριθμο sbpl\_lattice\_planner ήταν ο χειρότερος, κάτι που θα μπορούσε θεωρητικά να αποδοθεί εν μέρει στο γεγονός ότι ο τελευταίος παράγει τα πιο πυκνά και μακρύτερα σχέδια, αλλά στην πραγματικότητα οφείλεται σε ένα άγνωστο ζήτημα που προκαλεί τον ελεγκτή να ανακηρύξει ότι το ρομπότ έφτασε στο στόχο του ενώ στην πραγματικότητα εξακολουθεί να βρίσκεται στη μέση της διαδρομής σε ορισμένες προσομοιώσεις (αυτός είναι ο δεύτερος λόγος για τον οποίο στον sbpl\_lattice\_planner δόθηκε κατάσταση ανεπάρκειας στον πίνακα 4.5—ο πρώτος είναι το σφάλμα που βρέθηκε και επιλύθηκε που αναφέρθηκε στην

ενότητα 4.4.1).

Αντίθετα, ο ελεγκτής κίνησης `teb_local_planner` είχε την καλύτερη επίδοση ανά μετρική: δεν ματαίωσε ποτέ αποστολή, δεν εκτέλεσε ούτε μία συμπεριφορά ανάκτησης, δεν απέτυχε ποτέ να υπολογίσει έγκυρες ταχύτητες κινητήρων, και ποτέ δεν απέτυχε στο να οδηγήσει το ρομπότ στη στάση-στόχο μέσα στο προκαθορισμένο χρονικό όριο.

|                             |                    | Μετρικές επίδοσης ελεγκτών κίνησης |            |               |            |               |            |               |                      |  |
|-----------------------------|--------------------|------------------------------------|------------|---------------|------------|---------------|------------|---------------|----------------------|--|
| GP                          | LP                 | $\mu_A/N$                          | $\mu_{RR}$ | $\sigma_{RR}$ | $\mu_{CC}$ | $\sigma_{CC}$ | $\mu_{PF}$ | $\sigma_{PF}$ | $\mu_{PF}/\mu_{LPC}$ |  |
| <code>navfn</code>          | <code>dwa</code>   | 0.90                               | 2.90       | 0.57          | 3.30       | 0.67          | 53.50      | 17.35         | 0.11                 |  |
| <code>global_planner</code> | <code>dwa</code>   | 0.90                               | 3.30       | 1.16          | 2.70       | 0.95          | 58.90      | 22.29         | 0.10                 |  |
| <code>sbpl</code>           | <code>dwa</code>   | 0.50                               | 3.30       | 0.67          | 3.00       | 1.41          | 8.50       | 5.58          | 0.02                 |  |
| <code>navfn</code>          | <code>eband</code> | 0.00                               | 0.00       | 0.00          | 0.00       | 0.00          | 1.10       | 1.66          | N/A                  |  |
| <code>global_planner</code> | <code>eband</code> | 0.00                               | 0.00       | 0.00          | 0.00       | 0.00          | 1.60       | 1.84          | N/A                  |  |
| <code>sbpl</code>           | <code>eband</code> | 0.00                               | 0.00       | 0.00          | 0.00       | 0.00          | 0.20       | 0.42          | N/A                  |  |
| <code>navfn</code>          | <code>teb</code>   | 0.00                               | 0.00       | 0.00          | 0.00       | 0.00          | 0.00       | 0.00          | 0.00                 |  |
| <code>global_planner</code> | <code>teb</code>   | 0.00                               | 0.00       | 0.00          | 0.00       | 0.00          | 0.00       | 0.00          | 0.00                 |  |
| <code>sbpl</code>           | <code>teb</code>   | 0.00                               | 0.00       | 0.00          | 0.00       | 0.00          | 0.00       | 0.00          | 0.00                 |  |

Table A'.3: Μέσος αριθμός ματαιωμένων αποστολών επί του αριθμού των προσομοιώσεων που πραγματοποιήθηκαν  $\mu_A/N$ , μέσος αριθμός ανακτήσεων με περιστροφή  $\mu_{RR}$  και η τυπική τους απόκλιση  $\sigma_{RR}$ , μέσος αριθμός εκκαθαρίσεων χαρτών κόστους  $\mu_{CC}$  και η τυπική τους απόκλιση  $\sigma_{CC}$ , μέσος αριθμός αποτυχιών διαδρομής  $\mu_{PF}$  και η τυπική τους απόκλιση  $\sigma_{PF}$ , και μέσος αριθμός αποτυχιών διαδρομής επί του μέσου αριθμού των κλήσεων του ελεγκτή κίνησης  $\mu_{PF}/\mu_{LPC}$ , για όλους τους συνδυασμούς αλγορίθμων χάραξης μονοπατιών και ελεγκτών κίνησης που παρουσιάζονται στον πίνακα ??, για  $N = 10$  προσομοιώσεις στο περιβάλλον CORRIDOR

#### A'.2.1.3 Σχετικά με το συνδυασμό τους

Οι πίνακες A'.4, A'.5, A'.6, και A'.7 καταγράφουν τις τιμές των ποσοτικών μετρικών που αφορούν στους συνδυασμούς αλγορίθμων χάραξης μονοπατιών και ελεγκτών κίνησης που ορίζονται στον πίνακα 4.4, και που προέκυψαν κατά τις  $N = 10$  προσομοιώσεις στο περιβάλλον CORRIDOR.

Σε όρους χρόνου που απαιτείται για την επίτευξη πλοιόγησης από την αρχική στάση στην στάση-στόχο (πίνακας A'.4), όλοι οι συνδυασμοί των αλγορίθμων χάραξης μονοπατιών με τον `dwa_local_planner` αποκλείονται από αξιολόγηση (αφού αποτελεί προϋπόθεση το ρομπότ να φτάσει στο στόχο του), και το ίδιο ισχύει και για το συνδυασμό των `sbpl_lattice_planner` και `eband_local_planner`. Για τους υπόλοιπους συνδυασμούς (α) η χρήση του `teb_local_planner`

επιφέρει τις χαμηλότερου χρόνου διαδρομές (πράγμα αναμενόμενο, αφού προσεγγίζει το πρόβλημα της πλοήγησης με όρους βελτιστοποίησης σε σχέση με το χρόνο), (β) ο eband\_local\_planner είναι ο πιο αργός μεταξύ των δύο—με σημαντική διαφορά, αφού χρειάζεται περισσότερο από το διπλάσιο χρόνο για να ολοκληρώσει μια αποστολή, και (γ) οι διαδρομές του πρώτου είναι οι πιο συνεπείς μεταξύ τους. Το γεγονός ότι ο sbpl\_lattice\_planner παράγει μονοπάτια μεγαλύτερου μήκους—περίπου 17% μακρύτερα από εκείνα των άλλων δύο αλγορίθμων (πίνακας A'.1)—έκανε τον συνδυασμό του με τον teb\_local\_planner να εμφανίσει χρόνους πλοήγησης με διαφορά άνω των δύο δευτερολέπτων, το οποίο μεταφράζεται σε περίπου 10% αύξηση του χρόνου διαδρομής σε σύγκριση με εκείνους του teb\_local\_planner με τον navfn και τον global\_planner.

| Μετρικές που αφορούν στον χρόνο πραγματικής διαδρομής |       |               |                  |
|-------------------------------------------------------|-------|---------------|------------------|
| GP                                                    | LP    | $\mu_t$ [sec] | $\sigma_t$ [sec] |
| navfn                                                 | dwa   | 47.53         | 14.85            |
| global_planner                                        | dwa   | 55.98         | 24.87            |
| sbpl                                                  | dwa   | 78.72         | 25.80            |
| navfn                                                 | eband | <b>107.52</b> | <b>0.81</b>      |
| global_planner                                        | eband | <b>106.86</b> | <b>1.00</b>      |
| sbpl                                                  | eband | 70.80         | 17.93            |
| navfn                                                 | teb   | <b>44.89</b>  | <b>0.44</b>      |
| global_planner                                        | teb   | <b>44.83</b>  | <b>0.44</b>      |
| sbpl                                                  | teb   | <b>46.61</b>  | <b>0.24</b>      |

Table A'.4: Μέσος χρόνος διαδρομής  $\mu_t$  από την αρχική στην τελική στάση και τυπική απόκλιση  $\sigma_t$  για  $N = 10$  προσομοιώσεις στο περιβάλλον CORRIDOR. Οι συνδυασμοί που ολοκλήρωσαν όλες τις αποστολές και οι τιμές των αντίστοιχων μετρικών σημειώνονται με έντονη γραφή

Όσον αφορά στο μέσο μήκος των διανυόμενων διαδρομών (πίνακας A'.5), οι ίδιοι συνδυασμοί global planners με τους eband\_local\_planner και teb\_local\_planner έκαναν το ρομπότ να διανύσει μεγαλύτερα μήκη σε σύγκριση με τα σχεδιασθέντα μονοπάτια τους: και οι δύο προσεγγίσεις παραμορφώνουν το παγκόσμιο σχέδιο προκειμένου να κερδίσουν μεγαλύτερη απόσταση από εμπόδια, και αυτός είναι ο λόγος για τον οποίο ο dwa\_local\_planner αποτυγχάνει σε κάθε προσομοίωση. Επιπλέον, οι διαδρομές που ο teb\_local\_planner υπαγόρευσε στο ρομπότ ήταν οι μακρύτερες αλλά οι πιο συνεπείς, και η πιο συνεπής από όλες παρατηρήθηκε όταν χρησιμοποιήθηκε ο navfn ως αλγόριθμος χάραξης μονοπατιών, κάτι που είναι αναμενόμενο,

αφού τα σχεδιασθέντα μονοπάτια του είναι ντετερμινιστικά. Όσον αφορά στην ομαλότητα των διαδρομών, ο συνδυασμός του `sbpl_lattice_planner` με τον `teb_local_planner` παρουσίασε την υψηλότερη τιμή και τη μικρότερη διακύμανση.

| GP                          | LP                 | Μετρικές σχετικές με τις διανυθείσες διαδρομές |                             |                            |                               |
|-----------------------------|--------------------|------------------------------------------------|-----------------------------|----------------------------|-------------------------------|
|                             |                    | $\mu_l(\mathcal{P})$ [m]                       | $\sigma_l(\mathcal{P})$ [m] | $\mu_s(\mathcal{P})$ [rad] | $\sigma_s(\mathcal{P})$ [rad] |
| <code>navfn</code>          | <code>dwa</code>   | 9.24                                           | 3.37                        | 1.56                       | 0.16                          |
| <code>global_planner</code> | <code>dwa</code>   | 8.62                                           | 3.23                        | 1.66                       | 0.15                          |
| <code>sbpl</code>           | <code>dwa</code>   | 9.12                                           | 3.01                        | 1.60                       | 0.23                          |
| <code>navfn</code>          | <code>eband</code> | <b>20.15</b>                                   | <b>0.09</b>                 | <b>2.36</b>                | <b>0.01</b>                   |
| <code>global_planner</code> | <code>eband</code> | <b>20.04</b>                                   | <b>0.07</b>                 | <b>2.36</b>                | <b>0.01</b>                   |
| <code>sbpl</code>           | <code>eband</code> | 12.79                                          | 3.52                        | 1.78                       | 0.27                          |
| <code>navfn</code>          | <code>teb</code>   | <b>20.87</b>                                   | <b>0.03</b>                 | <b>1.66</b>                | <b>0.06</b>                   |
| <code>global_planner</code> | <code>teb</code>   | <b>20.88</b>                                   | <b>0.04</b>                 | <b>1.69</b>                | <b>0.09</b>                   |
| <code>sbpl</code>           | <code>teb</code>   | <b>22.99</b>                                   | <b>0.06</b>                 | <b>1.65</b>                | <b>0.02</b>                   |

Table A'.5: Μέσο μήκος διαδρομής  $\mu_l(\mathcal{P})$  και τυπική απόκλιση  $\sigma_l(\mathcal{P})$ , και μέση τιμή ομαλότητας διαδρομής  $\mu_s(\mathcal{P})$  και τυπική απόκλιση  $\sigma_s(\mathcal{P})$  για  $N = 10$  προσομοιώσεις στο περιβάλλον CORRIDOR. Συνδυασμοί που ολοκλήρωσαν όλες τις αποστολές σημειώνονται με έντονη γραφή

Όσον αφορά στην απόσταση από τα εμπόδια στο χάρτη  $M_C$  (πίνακας A'.6), ο συνδυασμός του `eband_local_planner` με τον `sbpl_lattice_planner` δεν επέφερε συγκρούσεις με εμπόδια, ενώ οι αποστάσεις του από αυτά ήταν χαμηλότερες από εκείνες του `teb_local_planner`. Η δυνατότητα παραμετροποίησης του τελευταίου όσον αφορά στην ελάχιστη απόσταση από τα εμπόδια (που ορίστηκε σε 0.10m) έπαιξε σαφώς σημαντικό ρόλο στην απόσταση του ρομπότ από τα εμπόδια: όντας 0.18 m σε όλα τα πειράματα έδωσε στο ρομπότ τη μεγαλύτερη ελάχιστη απόσταση από εμπόδια σε σύγκριση με τους άλλους ελεγκτές (αυτός ήταν ένας ακόμη λόγος για τον οποίο σημείωσε τέτοια βαθμολογία όσον αφορά στην ποιοτική μετρική της παραμετροποιησιμότητας στον πίνακα 4.5). Επιπλέον, το ίδιο παρατηρείται όσον αφορά στη μέση απόσταση κάθε στάσης του ρομπότ από το πλησιέστερο εμπόδιο στο χάρτη του κόσμου CORRIDOR, ενώ η διακύμανσή της είναι η μικρότερη (σε σύγκριση με τους συνδυασμούς που ολοκλήρωσαν την αποστολή). Παρεμπιπτόντως, ο ελεγκτής `dwa_local_planner` απέτυχε να αποφύγει εμπόδιο τουλάχιστον μία φορά σε  $N$  προσομοιώσεις όταν ο αντίστοιχος αλγόριθμος χάραξης μονοπατιών που χρησιμοποιήθηκε λειτουργεί με άγνοια του κινηματικού μοντέλου του ρομπότ. Από την άλλη πλευρά, όταν χρησιμοποιήθηκε ως αλγόριθμος χάραξης μονοπατιών

ο `sbpl_lattice_planner` το ρομπότ δεν συγχρούστηκε ούτε μία φορά με εμπόδιο. Επιπλέον, η μέση απόστασή του από εμπόδια ήταν η υψηλότερη μεταξύ των αλγορίθμων χάραξης μονοπατιών που χρησιμοποιήθηκαν, ενώ η τυπική της απόκλιση ήταν η χαμηλότερη.

| GP                          | LP                 | Μετρικές που αφορούν στα εμπόδια και τις πραγματικές διαδρομές |                                |                                   |
|-----------------------------|--------------------|----------------------------------------------------------------|--------------------------------|-----------------------------------|
|                             |                    | $\inf(d(\mathcal{P}, M_C))$ [m]                                | $\mu(d(\mathcal{P}, M_C))$ [m] | $\sigma(d(\mathcal{P}, M_C))$ [m] |
| <code>navfn</code>          | <code>dwa</code>   | 0.00 (-0.02)                                                   | 0.17                           | 0.19                              |
| <code>global_planner</code> | <code>dwa</code>   | 0.00 (-0.02)                                                   | 0.15                           | 0.18                              |
| <code>sbpl</code>           | <code>dwa</code>   | 0.06                                                           | 0.21                           | 0.16                              |
| <code>navfn</code>          | <code>eband</code> | <b>0.07</b>                                                    | <b>0.55</b>                    | <b>0.27</b>                       |
| <code>global_planner</code> | <code>eband</code> | <b>0.09</b>                                                    | <b>0.53</b>                    | <b>0.27</b>                       |
| <code>sbpl</code>           | <code>eband</code> | 0.10                                                           | 0.40                           | 0.17                              |
| <code>navfn</code>          | <code>teb</code>   | <b>0.18</b>                                                    | <b>0.64</b>                    | <b>0.19</b>                       |
| <code>global_planner</code> | <code>teb</code>   | <b>0.18</b>                                                    | <b>0.64</b>                    | <b>0.20</b>                       |
| <code>sbpl</code>           | <code>teb</code>   | <b>0.18</b>                                                    | <b>0.49</b>                    | <b>0.16</b>                       |

Table A'.6: Ολικά ελάχιστη απόσταση των πραγματικών διαδρομών  $\mathcal{P}$  που διήγυνε το ρομπότ από οποιοδήποτε εμπόδιο σε όλες τις προσομοιώσεις  $\inf(d(\mathcal{P}, M_C))$ , μέση ελάχιστη απόσταση  $\mu(d(\mathcal{P}, M_C))$  από όλα τα εμπόδια για  $N = 10$  προσομοιώσεις στο χάρτη CORRIDOR  $M_C$ , και μέση τυπική απόκλιση  $\sigma(d(\mathcal{P}, M_C))$ . Συνδυασμοί που ολοκλήρωσαν όλες τις αποστολές σημειώνονται με έντονη γραφή

Όσον αφορά στην απόκλιση των διανυθέντων μονοπατιών από τα αντίστοιχα σχεδιασθέντα μονοπάτια (πίνακας A'.7), ο ελεγκτής κίνησης `dwa_local_planner` παρουσίασε τη χαμηλότερη μέση απόκλιση θέσης στους συνδυασμούς του με αλγορίθμους χάραξης μονοπατιών που δεν λαμβάνουν υπόψη τους το κινηματικό μοντέλο του ρομπότ, κάτι που είναι αναμενόμενο, καθώς, όπως συζητήθηκε προηγουμένως, είναι ο ελεγκτής με τη μεγαλύτερη πιστότητα στο σχεδιασθέν μονοπάτι μεταξύ των τριών ελεγκτών. Ωστόσο, λόγω της αδυναμίας του να ολοκληρώσει έστω και μία αποστολή, όλοι οι συνδυασμοί του με αλγορίθμους χάραξης μονοπατιών αποκλείονται από την αξιολόγηση, και το ίδιο ισχύει και για τον συνδυασμό του `sbpl_lattice_planner` με τον `eband_local_planner`. Από τους υπόλοιπους συνδυασμούς, εκείνοι που χρησιμοποιούν τον `teb_local_planner` παρουσιάζουν τη μικρότερη μέση απόκλιση κάθε στάσης σε σχέση με το συνολικό σχέδιο, και, ειδικότερα, ο συνδυασμός του με τον `sbpl_lattice_planner` παρουσιάζει τη μικρότερη συνολική απόκλιση μεταξύ όλων των άλλων συνδυασμών. Επιπλέον, η μέση διακριτή απόσταση Frechet ήταν σταθερά χαμηλότερη από εκείνη του `eband_local_planner`.

| GP             | LP    | Μετρικές σχετικές με την απόκλιση διαδρομών από σχεδιασθέντα μονοπάτια |                                            |                                              |
|----------------|-------|------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------|----------------------------------------------|
|                |       | $\mu_\delta(\mathcal{P}, \mathcal{G})$ [m]                             | $\mu_\delta(\mathcal{P}, \mathcal{G})$ [m] | $\mu_\delta^F(\mathcal{P}, \mathcal{G})$ [m] |
| navfn          | dwa   | 0.04                                                                   | 45.98                                      | 5.58                                         |
| global_planner | dwa   | 0.04                                                                   | 39.39                                      | 5.28                                         |
| sbpl           | dwa   | 0.09                                                                   | 101.28                                     | 5.08                                         |
| navfn          | eband | <b>0.10</b>                                                            | <b>104.96</b>                              | <b>0.38</b>                                  |
| global_planner | eband | <b>0.13</b>                                                            | <b>139.69</b>                              | <b>0.47</b>                                  |
| sbpl           | eband | 0.13                                                                   | 145.06                                     | 5.06                                         |
| navfn          | teb   | <b>0.07</b>                                                            | <b>81.96</b>                               | <b>0.26</b>                                  |
| global_planner | teb   | <b>0.08</b>                                                            | <b>89.89</b>                               | <b>0.29</b>                                  |
| sbpl           | teb   | <b>0.07</b>                                                            | <b>73.59</b>                               | <b>0.26</b>                                  |

Table A'.7: Μέση απόκλιση  $\mu_\delta(\mathcal{P}, \mathcal{G})$ , μέση συνολική απόκλιση  $\mu_\Delta(\mathcal{P}, \mathcal{G})$ , και μέση απόσταση Frechet  $\mu_\delta^F(\mathcal{P}, \mathcal{G})$  μεταξύ των πραγματικών διαδρομών  $\mathcal{P}$  που ακολούθησε το ρομπότ και των αντίστοιχων σχεδιασθέντων μονοπατιών  $\mathcal{G}$  για  $N = 10$  προσομοιώσεις στο χάρτη CORRIDOR  $M_C$ . Συνδυασμοί που ολοκλήρωσαν τουλάχιστον μία αποστολή σημειώνονται με έντονη γραφή.

## A'.2.2 Στοιχεία αξιολόγησης στο περιβάλλον WILLOWGARAGE

### A'.2.2.1 Σχετικά με τους αλγορίθμους κατασκευής μονοπατιών

Οι πίνακες A'.8 και A'.9 καταγράφουν τις τιμές των ποσοτικών μετρικών που αφορούν στους αλγορίθμους κατασκευής μονοπατιών που ορίζονται στον πίνακα 4.2 και που προέκυψαν κατά τις  $N = 10$  προσομοιώσεις στο περιβάλλον WILLOWGARAGE.

Όσον αφορά στα παραγόμενα μονοπάτια (πίνακας A'.8), και σε σχέση με τις μετρικές που αφορούν την αξιολόγηση των αλγορίθμων χάραξης μονοπατιών, τίποτα δεν άλλαξε σε σύγκριση με εκείνες που αφορούν στο περιβάλλον CORRIDOR: ο global\_planner παρήγαγε και πάλι μονοπάτια με το μικρότερο μήκος, ο sbpl\_lattice\_planner εκείνα με το μεγαλύτερο μήκος και τη χαμηλότερη ανάλυση αλλά με τη μεγαλύτερη ομαλότητα, και ο navfn παρήγαγε τα λιγότερο πυκνά μονοπάτια, αλλά με τη χαμηλότερη ομαλότητα.

Αυτό που άλλαξε ήταν η ολικά ελάχιστη απόσταση των μονοπατιών του sbpl\_lattice\_planner από τα εμπόδια (πίνακας A'.9): ενώ στο χάρτη του κόσμου CORRIDOR δεν σχεδίασε ούτε μία φορά μέσα από εμπόδια, στο χάρτη του κόσμου WILLOWGARAGE το έκανε—όπως έκανε και πάλι ο global\_planner. Εκτός από αυτό, παρουσίασε και πάλι τη χαμηλότερη μέση ελάχιστη απόσταση από εμπόδια και τη μεγαλύτερη συνέπεια απόστασης γύρω από τη μέση τιμή. Από την άλλη πλευρά, ο navfn κέρδισε, κατά μέσο όρο, ένα εκατοστό απόστασης,

| Μετρικές επίδοσης αλγορίθμων χάραξης μονοπατιών |       |                          |                             |                                  |                            |                               |
|-------------------------------------------------|-------|--------------------------|-----------------------------|----------------------------------|----------------------------|-------------------------------|
| GP                                              | LP    | $\mu_l(\mathcal{G})$ [m] | $\sigma_l(\mathcal{G})$ [m] | $\mu_r(\mathcal{G})$ [στάσεις/m] | $\mu_s(\mathcal{G})$ [rad] | $\sigma_s(\mathcal{G})$ [rad] |
| navfn                                           | dwa   | 44.50                    | 0.02                        | 37.15                            | 1.99                       | 0.00                          |
| navfn                                           | eband | 44.50                    | 0.02                        | 37.15                            | 1.99                       | 0.00                          |
| navfn                                           | teb   | 44.53                    | 0.04                        | 37.10                            | 1.99                       | 0.00                          |
| global_planner                                  | dwa   | 44.48                    | 0.00                        | 36.76                            | 1.97                       | 0.00                          |
| global_planner                                  | eband | 44.49                    | 0.01                        | 36.61                            | 1.97                       | 0.00                          |
| global_planner                                  | teb   | 44.49                    | 0.01                        | 36.64                            | 1.97                       | 0.00                          |
| sbpl                                            | dwa   | 48.01                    | 0.00                        | 30.93                            | 2.02                       | 0.00                          |
| sbpl                                            | eband | 48.01                    | 0.00                        | 30.93                            | 2.02                       | 0.00                          |
| sbpl                                            | teb   | 48.01                    | 0.01                        | 30.95                            | 2.02                       | 0.00                          |

Table A'.8: Μέσο συνολικό μήκος μονοπατιών  $\mu_l(\mathcal{G})$  και τυπική απόκλιση  $\sigma_l(\mathcal{G})$ , μέση ανάλυση μονοπατιών  $\mu_r(\mathcal{G})$ , μέση τιμή ομαλότητας  $\mu_s(\mathcal{G})$ , και τυπική απόκλιση  $\sigma_s(\mathcal{G})$ , για  $N = 10$  προσομοιώσεις στο περιβάλλον WILLOWGARAGE

και η απόδοσή του σε σχέση με τη μέση ελάχιστη απόσταση κάθε στάσης από εμπόδια ήταν ισοδύναμη με εκείνη του global\_planner, όπως ήταν επίσης και η τυπική του απόκλιση.

| Μετρικές επίδοσης αλγορίθμων χάραξης μονοπατιών σχετικές με εμπόδια |       |                                 |                                |                                   |
|---------------------------------------------------------------------|-------|---------------------------------|--------------------------------|-----------------------------------|
| GP                                                                  | LP    | $\inf(d(\mathcal{G}, M_W))$ [m] | $\mu(d(\mathcal{G}, M_W))$ [m] | $\sigma(d(\mathcal{G}, M_W))$ [m] |
| navfn                                                               | dwa   | 0.01                            | 0.51                           | 0.52                              |
| navfn                                                               | eband | 0.01                            | 0.51                           | 0.52                              |
| navfn                                                               | teb   | 0.01                            | 0.51                           | 0.52                              |
| global_planner                                                      | dwa   | 0.00 (-0.02)                    | 0.51                           | 0.53                              |
| global_planner                                                      | eband | 0.00 (-0.02)                    | 0.51                           | 0.53                              |
| global_planner                                                      | teb   | 0.00 (-0.02)                    | 0.51                           | 0.53                              |
| sbpl                                                                | dwa   | 0.00 (-0.02)                    | 0.35                           | 0.43                              |
| sbpl                                                                | eband | 0.00 (-0.02)                    | 0.35                           | 0.43                              |
| sbpl                                                                | teb   | 0.00 (-0.02)                    | 0.35                           | 0.43                              |

Table A'.9: Ολικά ελάχιστη απόσταση μονοπατιών  $\mathcal{G}$  από οποιοδήποτε εμπόδιο  $\inf(d(\mathcal{G}, M_W))$ , μέση ελάχιστη απόσταση  $\mu(d(\mathcal{G}, M_W))$  και τυπική απόκλιση  $\sigma(d(\mathcal{G}, M_W))$  από όλα τα εμπόδια, για  $N = 10$  προσομοιώσεις στο περιβάλλον WILLOWGARAGE

### A'.2.2.2 Σχετικά με τους ελεγκτές κίνησης

Ο πίνακας A'.10 καταγράφει τις τιμές των ποσοτικών μετρικών που αφορούν στους ελεγκτές κίνησης που ορίζονται στον πίνακα 4.3 και που προέκυψαν κατά τις  $N = 10$

προσομοιώσεις στο περιβάλλον WILLOWGARAGE.

Το αυξημένο επίπεδο δυσκολίας πλοήγησης του κόσμου WILLOWGARAGE εξέθεσε τις περισσότερες αδυναμίες των ελεγχτών κίνησης. Αυτό που είναι εντυπωσιακό είναι ότι όλοι οι συνδυασμοί αλγορίθμων χάραξης μονοπατιών με τους dwa\_local\_planner και eband\_local\_planner απέτυχαν να μεταφέρουν το ρομπότ από την αρχική στην τελική στάση σε όλες τις προσομοιώσεις που πραγματοποιήθηκαν. Όταν χρησιμοποιήθηκαν αλγόριθμοι χάραξης μονοπατιών που δεν λαμβάνουν υπόψη το κινηματικό μοντέλο του ρομπότ, ο πρώτος ματαίωσε όλες τις αποστολές, ενώ ματαίωσε τις περισσότερες από αυτές (7 στις 10) στην αντίθετη περίπτωση (—είναι σαφές ότι η χρήση ενός αλγορίθμου χάραξης μονοπατιών που λαμβάνει υπόψη τους περιορισμούς κίνησης του ρομπότ είναι πλεονέκτημα στην περίπτωση ενός “άκαμπτου” ελεγχτή κίνησης). Ο πρώτος παρουσίασε και πάλι τον υψηλότερο αριθμό αποτυχιών ελέγχου στην πρώτη περίπτωση και, στη δεύτερη περίπτωση, τον υψηλότερο μέσο αριθμό εκκαθαρίσεων χαρτών κόστους.

Όσον αφορά στην επίδοση του eband\_local\_planner στο χάρτη  $M_W$ , ισχύει το ίδιο που ισχύει και στο χάρτη  $M_C$  στην περίπτωση του συνδυασμού του με τον sbpl\_lattice\_planner: παρουσίασε τον χαμηλότερο αριθμό αποτυχιών διαδρομής (τουλάχιστον τρεις φορές μικρότερο από τον αμέσως επόμενο χαμηλότερο συνδυασμό). Παρόλο που ο eband\_local\_planner κατάφερε να κάνει το ρομπότ να διανύσει σημαντικά μεγαλύτερες αποστάσεις σε σύγκριση με τον dwa\_local\_planner (εικόνα 4.8), και παρόλο που ήταν συνεπής στην πλοήγησή του (το σφάλμα λογισμικού που αναφέρθηκε στην προηγούμενη ενότητα σχετικά με το συνδυασμό του με sbpl\_lattice\_planner δεν εμφανίστηκε στο περιβάλλον WILLOWGARAGE), χρειάστηκε και πάλι περισσότερο από τον προκαθορισμένο χρόνο σε κάθε προσομοίωση, δείχνοντας την υπερβολικά ασφαλή προσέγγισή του (οι μέσοι χρόνοι του ήταν σταθερά αργοί, όπως παρατηρήθηκε και στις προσομοιώσεις του στο περιβάλλον CORRIDOR). Οι μέσοι χρόνοι πλοήγησης απεικονίζονται στον πίνακα Α'.11 (υπενθυμίζεται ότι  $t_W^{max} = 180$  sec).

Σε αντίθεση με όλους τους συνδυασμούς των αλγορίθμων χάραξης μονοπατιών με τους dwa\_local\_planner και eband\_local\_planner, όλοι οι συνδυασμοί τους με τον teb\_local\_planner κατάφεραν να διανύσουν τη διαδρομή από την αρχική στην τελική στάση. Και πάλι ήταν πρώτος στη μη ματαίωση αποστολής, στην επίτευξη της στάσης στόχου σε όλες τις προσομοιώσεις, στη μη εκτέλεση έστω και μιας συμπεριφορά ανάκαμψης. Μόνο ο συνδυασμός του με τον αλγόριθμο χάραξης μονοπατιών sbpl\_lattice\_planner απέτυχε να εξασφαλίσει έγκυρες εισόδους κινητήρων, αλλά μόνο ελάχιστα (—η χρήση ενός global planner που λαμβάνει υπόψη

του το κινηματικό μοντέλο της βάσης του ρομπότ δεν φαίνεται να είναι ιδιαίτερα επωφελής στην περίπτωση ενός ευέλικτου ελεγκτή κίνησης όπως στην περίπτωση ενός άκαμπτου ελεγκτή).

| GP             | LP    | Μετρικές επίδοσης ελεγκτών κίνησης |            |               |            |               |            |               |                      |
|----------------|-------|------------------------------------|------------|---------------|------------|---------------|------------|---------------|----------------------|
|                |       | $\mu_A/N$                          | $\mu_{RR}$ | $\sigma_{RR}$ | $\mu_{CC}$ | $\sigma_{CC}$ | $\mu_{PF}$ | $\sigma_{PF}$ | $\mu_{PF}/\mu_{LPC}$ |
| navfn          | dwa   | 1.00                               | 2.00       | 0.00          | 3.00       | 0.00          | 45.80      | 10.97         | 0.09                 |
| global_planner | dwa   | 1.00                               | 2.30       | 0.48          | 3.00       | 0.00          | 35.40      | 10.94         | 0.08                 |
| sbpl           | dwa   | 0.70                               | 3.20       | 1.48          | 3.60       | 1.07          | 12.00      | 4.85          | 0.03                 |
| navfn          | eband | 0.00                               | 0.00       | 0.00          | 0.00       | 0.00          | 20.10      | 25.78         | N/A                  |
| global_planner | eband | 0.00                               | 0.00       | 0.00          | 0.00       | 0.00          | 8.00       | 10.87         | N/A                  |
| sbpl           | eband | 0.00                               | 0.00       | 0.00          | 0.00       | 0.00          | 3.20       | 2.15          | N/A                  |
| navfn          | teb   | 0.00                               | 0.00       | 0.00          | 0.00       | 0.00          | 0.00       | 0.00          | 0.00                 |
| global_planner | teb   | 0.00                               | 0.00       | 0.00          | 0.00       | 0.00          | 0.00       | 0.00          | 0.00                 |
| sbpl           | teb   | 0.00                               | 0.00       | 0.00          | 0.00       | 0.00          | 0.10       | 0.32          | 0.00                 |

Table A'.10: Μέσος αριθμός ματαιωμένων αποστολών επί του αριθμού των προσομοιώσεων που πραγματοποιήθηκαν  $\mu_A/N$ , μέσος αριθμός ανακτήσεων με περιστροφή  $\mu_{RR}$  και η τυπική τους απόκλιση  $\sigma_{RR}$ , μέσος αριθμός εκκαθαρίσεων χαρτών κόστους  $\mu_{CC}$  και η τυπική τους απόκλιση  $\sigma_{CC}$ , μέσος αριθμός αποτυχιών διαδρομής  $\mu_{PF}$  και η τυπική τους απόκλιση  $\sigma_{PF}$ , και μέσος αριθμός αποτυχιών διαδρομής επί του μέσου αριθμού των κλήσεων του ελεγκτή κίνησης  $\mu_{PF}/\mu_{LPC}$ , για όλους τους συνδυασμούς αλγορίθμων χάραξης μονοπατιών και ελεγκτών κίνησης που παρουσιάζονται στον πίνακα ??, για  $N = 10$  προσομοιώσεις στο περιβάλλον WILLOWGARAGE

### A'.2.2.3 Σχετικά με το συνδυασμό τους

Οι πίνακες A'.11, A'.12, A'.13, και A'.14 καταγράφουν τις τιμές των ποσοτικών μετρικών που αφορούν στους συνδυασμούς αλγορίθμων χάραξης μονοπατιών και ελεγκτών κίνησης που ορίζονται στον πίνακα 4.4, και που προέκυψαν κατά τις  $N = 10$  προσομοιώσεις στο περιβάλλον WILLOWGARAGE.

Όσον αφορά στο χρόνο που απαιτείται για την επίτευξη της πλοήγησης από την αρχική στην επιθυμητή στάση (πίνακας A'.11), όλοι οι συνδυασμοί που περιλαμβάνουν τους dwa\_local\_planner και eband\_local\_planner αποκλείονται από την αξιολόγηση λόγω της αδυναμίας τους να οδηγήσουν το ρομπότ στο στόχο του. Ωστόσο, πρέπει να σημειωθεί ότι ενώ οι συνδυασμοί του dwa\_local\_planner με αλγορίθμους χάραξης μονοπατιών που αγνοούν το κινηματικό μοντέλο του ρομπότ δεν μπόρεσαν να το περάσουν ούτε από το πρώτο άνοιγμα (μια πόρτα), ο συνδυασμός του με τον sbpl\_lattice\_planner κατάφερε να το κάνει, και μάλιστα για τα επόμενα τέσσερα ανοίγματα, προτού κολλήσει στο έκτο. Οι υπόλοιποι συνδυασμοί—όλοι

εκείνοι που διαθέτουν τον `teb_local_planner` ως ελεγκτή κίνησής τους—έκαναν το ρομπότ να χρειαστεί λίγο περισσότερο από το μισό του μέγιστου χρόνου για να διανύσει το σύνολο της διαδρομής από τη στάση  $p_0^W$  στην  $p_G^W$ . Το γεγονός ότι ο `sbpl_lattice_planner` παράγει σχέδια μεγαλύτερου μήκους—περίπου 4.5% μακρύτερα από αυτά των άλλων δύο αντίστοιχων αλγορίθμων (πίνακας Α'.8)—είχε αντίκτυπο στο συνολικό χρόνο πλοήγησης του ρομπότ στον συνδυασμό του με τον `teb_local_planner`, με αύξηση λίγο πάνω από 5 δευτερόλεπτα, η οποία μεταφράζεται σε περίπου την ίδια (5%) αύξηση στους χρόνους διαδρομής σε σύγκριση με εκείνους τους συνδυασμού του `teb_local_planner` με τον `navfn` και τον `global_planner`.

| Μετρικές που αφορούν στον χρόνο πραγματικής διαδρομής |       |               |                  |
|-------------------------------------------------------|-------|---------------|------------------|
| GP                                                    | LP    | $\mu_t$ [sec] | $\sigma_t$ [sec] |
| <code>navfn</code>                                    | dwa   | 20.46         | 19.24            |
| <code>global_planner</code>                           | dwa   | 22.76         | 18.85            |
| <code>sbpl</code>                                     | dwa   | 78.91         | 48.12            |
| <code>navfn</code>                                    | eband | 158.14        | 5.25             |
| <code>global_planner</code>                           | eband | 151.23        | 2.00             |
| <code>sbpl</code>                                     | eband | 147.53        | 2.46             |
| <code>navfn</code>                                    | teb   | <b>95.45</b>  | <b>0.34</b>      |
| <code>global_planner</code>                           | teb   | <b>95.50</b>  | <b>0.41</b>      |
| <code>sbpl</code>                                     | teb   | <b>100.55</b> | <b>1.56</b>      |

Table A'.11: Μέσος χρόνος διαδρομής  $\mu_t$  από την αρχική στην τελική στάση και τυπική απόκλιση  $\sigma_t$  για  $N = 10$  προσομοιώσεις στο περιβάλλον WILLOWGARAGE. Οι συνδυασμοί που ολοκλήρωσαν όλες τις αποστολές και οι τιμές των αντίστοιχων μετρικών σημειώνονται με έντονη γραφή

Όσον αφορά στο μέσο μήκος των διανυόμενων διαδρομών (πίνακας Α'.12), παρατηρείται και πάλι ότι, λόγω της παραμόρφωσης του σχεδιασθέντος μονοπάτιού από το `teb_local_planner` έτσι ώστε να επιτυγχάνεται η καθορισμένη ελάχιστη απόσταση από εμπόδια, οι πραγματικές διαδρομές είναι μεγαλύτερες από τα αντίστοιχα σχεδιασθέντα μονοπάτια—και αυτό σε βαθμό περίπου 4.5% όσον αφορά στον `navfn` και τον `global_planner`, και 1.5% όσον αφορά στο `sbpl_lattice_planner`. Όσον αφορά στην ομαλότητα της διαδρομής, ο συνδυασμός του με τον `navfn` έδωσε τα πιο ομαλά μονοπάτια, με τους άλλους δύο συνδυασμούς να ακολουθούν σε κοντινή απόσταση.

Όσον αφορά στην απόσταση σε σχέση με τα εμπόδια του χάρτη  $M_W$  (πίνακας Α'.13),

| GP             | LP    | Μετρικές σχετικές με τις διανυθείσες διαδρομές |                             |                            |                               |
|----------------|-------|------------------------------------------------|-----------------------------|----------------------------|-------------------------------|
|                |       | $\mu_l(\mathcal{P})$ [m]                       | $\sigma_l(\mathcal{P})$ [m] | $\mu_s(\mathcal{P})$ [rad] | $\sigma_s(\mathcal{P})$ [rad] |
| navfn          | dwa   | 2.35                                           | 0.03                        | 0.67                       | 0.13                          |
| global_planner | dwa   | 2.35                                           | 0.03                        | 0.63                       | 0.17                          |
| sbpl           | dwa   | 7.94                                           | 7.62                        | 0.81                       | 0.35                          |
| navfn          | eband | 29.80                                          | 1.26                        | 1.83                       | 0.02                          |
| global_planner | eband | 28.83                                          | 0.43                        | 1.84                       | 0.01                          |
| sbpl           | eband | 26.98                                          | 0.53                        | 1.78                       | 0.02                          |
| navfn          | teb   | <b>46.53</b>                                   | <b>0.08</b>                 | <b>1.57</b>                | <b>0.04</b>                   |
| global_planner | tеб   | <b>46.55</b>                                   | <b>0.04</b>                 | <b>1.61</b>                | <b>0.02</b>                   |
| sbpl           | tеб   | <b>48.73</b>                                   | <b>0.09</b>                 | <b>1.61</b>                | <b>0.01</b>                   |

Table A'.12: Μέσο μήκος διαδρομής  $\mu_l(\mathcal{P})$  και τυπική απόκλιση  $\sigma_l(\mathcal{P})$ , και μέση τιμή ομαλότητας διαδρομής  $\mu_s(\mathcal{P})$  και τυπική απόκλιση  $\sigma_s(\mathcal{P})$  για  $N = 10$  προσομοιώσεις στο περιβάλλον WILLOW-GARAGE. Συνδυασμοί που ολοκλήρωσαν όλες τις αποστολές σημειώνονται με έντονη γραφή

ο `teb_local_planner` κατάφερε να επιτύχει την ελάχιστη τεθειμένη απόσταση ρομπότ-εμποδίων (που έχει οριστεί όπως προηγουμένως σε 0.10 m) όταν συνδυάστηκε με τους προεπιλεγμένους αλγορίθμους χάραξης μονοπατιών του ROS. Όταν συνδυάστηκε με τον `sbpl_lattice_planner`, ωστόσο, απέτυχε. Ο συνδυασμός του με τον `navfn` έδωσε στο ρομπότ τη μεγαλύτερη μέση απόσταση από τα εμπόδια σε όλες τις προσομοιώσεις. Ο συνδυασμός του με τον `sbpl_lattice_planner` του έδωσε το μικρότερο μέσο όρο απόστασης και τη μικρότερη διακύμανση γύρω από αυτήν (5 cm λιγότερο), μια συμπεριφορά που συνάδει με αυτή που παρουσιάζεται στο χάρτη του κόσμου CORRIDOR.

Όσον αφορά στην απόκλιση των διανυθέντων μονοπατιών από τα αντίστοιχα σχεδιασθέντα μονοπάτια (πίνακας A'.14), δεν παρατηρείται συνέπεια σε σύγχριση με τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων στο περιβάλλον CORRIDOR. Ενώ ο συνδυασμός του `teb_local_planner` με τον `global_planner` στον χάρτη  $M_C$  του περιβάλλοντος CORRIDOR παρουσίασε τη μεγαλύτερη μέση απόκλιση, τη μεγαλύτερη συνολική μέση απόκλιση, και τη μεγαλύτερη μέση διακριτή απόσταση Frechet, στον χάρτη  $M_W$  του περιβάλλοντος WILLOWGARAGE παρουσίασε τις μικρότερες—και ο συνδυασμός του με τον `sbpl_lattice_planner` έδωσε τη μεγαλύτερη μέση διακριτή απόσταση Frechet, όταν στον χάρτη  $M_C$  έδωσε τη μικρότερη.

| GP             | LP    | Μετρικές που αφορούν στα εμπόδια και τις πραγματικές διαδρομές |                                |                                   |
|----------------|-------|----------------------------------------------------------------|--------------------------------|-----------------------------------|
|                |       | $\inf(d(\mathcal{P}, M_W))$ [m]                                | $\mu(d(\mathcal{P}, M_W))$ [m] | $\sigma(d(\mathcal{P}, M_W))$ [m] |
| navfn          | dwa   | 0.33                                                           | 0.37                           | 0.14                              |
| global_planner | dwa   | 0.30                                                           | 0.38                           | 0.14                              |
| sbpl           | dwa   | 0.01                                                           | 0.36                           | 0.23                              |
| navfn          | eband | 0.03                                                           | 0.61                           | 0.51                              |
| global_planner | eband | 0.01                                                           | 0.61                           | 0.52                              |
| sbpl           | eband | 0.00                                                           | 0.65                           | 0.53                              |
| navfn          | teb   | <b>0.10</b>                                                    | <b>0.82</b>                    | <b>0.47</b>                       |
| global_planner | teb   | <b>0.10</b>                                                    | <b>0.79</b>                    | <b>0.48</b>                       |
| sbpl           | teb   | <b>0.09</b>                                                    | <b>0.67</b>                    | <b>0.42</b>                       |

Table A'.13: Ολικά ελάχιστη απόσταση των πραγματικών διαδρομών  $\mathcal{P}$  που διήνυσε το ρομπότ από οποιοδήποτε εμπόδιο σε όλες τις προσομοιώσεις  $\inf(d(\mathcal{P}, M_W))$ , μέση ελάχιστη απόσταση  $\mu(d(\mathcal{P}, M_W))$  από όλα τα εμπόδια για  $N = 10$  προσομοιώσεις στο χάρτη WILLOWGARAGE  $M_W$ , και μέση τυπική απόκλιση  $\sigma(d(\mathcal{P}, M_W))$ . Συνδυασμοί που ολοκλήρωσαν όλες τις αποστολές σημειώνονται με έντονη γραφή

### A'.2.3 Στοιχεία αξιολόγησης στο περιβάλλον CSAL

#### A'.2.3.1 Σχετικά με τους αλγορίθμους κατασκευής μονοπατιών

Οι πίνακες A'.15 και A'.16 καταγράφουν τις τιμές των ποσοτικών μετρικών που αφορούν στους αλγορίθμους κατασκευής μονοπατιών που ορίζονται στον πίνακα 4.2 και που προέκυψαν κατά τις  $N = 10$  προσομοιώσεις στο περιβάλλον CSAL.

Όσον αφορά στα παραγόμενα μονοπάτια (πίνακας A'.15), και όσον αφορά στις μετρικές αξιολόγησης των αλγορίθμων χάραξης μονοπατιών, ο navfn παρήγαγε τα μονοπάτια με το μικρότερο μήκος, και ο sbpl\_lattice\_planner εκείνα με το μεγαλύτερο, με τη μεγαλύτερη διακύμανση, με τη χαμηλότερη πυκνότητας στάσεων, αλλά και την υψηλότερης ομαλότητας. Ο global\_planner παρήγαγε τα λιγότερο πυκνά σχέδια.

Ο αλγόριθμος χάραξης μονοπατιών sbpl\_lattice\_planner παρουσίασε την ίδια συμπεριφορά με εκείνη στον προσομοιωμένο χόσμο WILLOGARAGE: η ολικά ελάχιστη απόσταση των σχεδίων του από τα εμπόδια (πίνακας A'.16) ήταν μηδέν, όπως και εκείνη του global\_planner, ο οποίος και στις τρεις περιπτώσεις σχεδίασε σταθερά μέσα από εμπόδια. Εκτός από αυτό, ο sbpl\_lattice\_planner παρουσίασε και πάλι τη χαμηλότερη μέση ελάχιστη απόσταση από τα εμπόδια και τη μεγαλύτερη συνέπεια απόστασης γύρω από αυτά. Από την άλλη πλευρά, ο navfn παρήγαγε τα καλύτερα σχέδια όσον αφορά στη μέση απόσταση από εμπόδια, αλλά με

| Μετρικές σχετικές με την απόκλιση διαδρομών από σχεδιασθέντα μονοπάτια |       |                                            |                                            |                                              |
|------------------------------------------------------------------------|-------|--------------------------------------------|--------------------------------------------|----------------------------------------------|
| GP                                                                     | LP    | $\mu_\delta(\mathcal{P}, \mathcal{G})$ [m] | $\mu_\delta(\mathcal{P}, \mathcal{G})$ [m] | $\mu_\delta^F(\mathcal{P}, \mathcal{G})$ [m] |
| navfn                                                                  | dwa   | 0.14                                       | 226.98                                     | 34.12                                        |
| global_planner                                                         | dwa   | 0.12                                       | 185.54                                     | 34.06                                        |
| sbpl                                                                   | dwa   | 0.27                                       | 457.42                                     | 31.29                                        |
| navfn                                                                  | eband | 0.12                                       | 194.53                                     | 11.98                                        |
| global_planner                                                         | eband | 0.12                                       | 190.02                                     | 12.74                                        |
| sbpl                                                                   | eband | 0.18                                       | 271.59                                     | 15.89                                        |
| navfn                                                                  | teb   | <b>0.11</b>                                | <b>174.18</b>                              | <b>0.43</b>                                  |
| global_planner                                                         | teb   | <b>0.10</b>                                | <b>152.02</b>                              | <b>0.43</b>                                  |
| sbpl                                                                   | teb   | <b>0.11</b>                                | <b>162.33</b>                              | <b>0.54</b>                                  |

Table A'.14: Μέση απόκλιση  $\mu_\delta(\mathcal{P}, \mathcal{G})$ , μέση συνολική απόκλιση  $\mu_\Delta(\mathcal{P}, \mathcal{G})$ , και μέση απόσταση Frechet  $\mu_\delta^F(\mathcal{P}, \mathcal{G})$  μεταξύ των πραγματικών διαδρομών  $\mathcal{P}$  που ακολούθησε το ρομπότ και των αντίστοιχων σχεδιασθέντων μονοπατιών  $\mathcal{G}$  για  $N = 10$  προσομοιώσεις στο χάρτη WILLOWGARAGE  $M_W$ . Συνδυασμοί που ολοκλήρωσαν τουλάχιστον μία αποστολή σημειώνονται με έντονη γραφή

τη μεγαλύτερη ασυνέπεια μεταξύ των τριών αλγορίθμων.

### A'.2.3.2 Σχετικά με τους ελεγκτές κίνησης

Ο πίνακας A'.17 καταγράφει τις τιμές των ποσοτικών μετρικών που αφορούν στους ελεγκτές κίνησης που ορίζονται στον πίνακα 4.3 και που προέκυψαν κατά τα  $N = 10$  πειράματα στο περιβάλλον CSAL.

Αυτό που είναι εντυπωσιακό εδώ είναι ότι όλοι οι συνδυασμοί των αλγορίθμων χάραξης μονοπατιών με τον ελεγκτή κίνησης dwa\_local\_planner απέτυχαν και πάλι να μεταφέρουν το ρομπότ από την αρχική στην τελική στάση σε όλα τα πειράματα που διεξήχθησαν. Όσον αφορά στην επίδοση του teb\_local\_planner στο περιβάλλον CSAL, δεν ματαίωσε ποτέ αποστολή και δεν έκανε καμία προσπάθεια ανάκαμψης, παρόλο που παρουσίασε έναν μικρό αριθμό αποτυχιών διαδρομής. Όσον αφορά στον eband\_local\_planner αυτός παρουσίασε ελάχιστες προσπάθειες ανάκαμψης, αλλά σημαντικές αποτυχίες διαδρομής όταν συνδυάστηκε με αλγορίθμους χάραξης μονοπατιών που δεν λαμβάνουν υπόψη τους το κινηματικό μοντέλο του ρομπότ.

| Μετρικές επίδοσης αλγορίθμων χάραξης μονοπατιών |       |                          |                             |                                  |                            |                               |
|-------------------------------------------------|-------|--------------------------|-----------------------------|----------------------------------|----------------------------|-------------------------------|
| GP                                              | LP    | $\mu_l(\mathcal{G})$ [m] | $\sigma_l(\mathcal{G})$ [m] | $\mu_r(\mathcal{G})$ [στάσεις/m] | $\mu_s(\mathcal{G})$ [rad] | $\sigma_s(\mathcal{G})$ [rad] |
| navfn                                           | dwa   | 21.87                    | 0.14                        | 199.84                           | 2.33                       | 0.00                          |
| navfn                                           | eband | 21.78                    | 0.13                        | 199.96                           | 2.33                       | 0.00                          |
| navfn                                           | teb   | 21.87                    | 0.16                        | 199.95                           | 2.33                       | 0.00                          |
| global_planner                                  | dwa   | 21.90                    | 0.06                        | 200.06                           | 2.33                       | 0.00                          |
| global_planner                                  | eband | 21.89                    | 0.10                        | 200.06                           | 2.33                       | 0.00                          |
| global_planner                                  | teb   | 21.84                    | 0.13                        | 200.07                           | 2.33                       | 0.00                          |
| sbpl                                            | dwa   | 22.07                    | 0.04                        | 131.61                           | 2.31                       | 0.01                          |
| sbpl                                            | eband | 22.09                    | 0.10                        | 131.66                           | 2.31                       | 0.01                          |
| sbpl                                            | teb   | 22.12                    | 0.39                        | 133.03                           | 2.30                       | 0.04                          |

Table A'.15: Μέσο συνολικό μήκος μονοπατιών  $\mu_l(\mathcal{G})$  και τυπική απόκλιση  $\sigma_l(\mathcal{G})$ , μέση ανάλυση μονοπατιών  $\mu_r(\mathcal{G})$ , μέση τιμή ομαλότητας  $\mu_s(\mathcal{G})$ , και τυπική απόκλιση  $\sigma_s(\mathcal{G})$ , για  $N = 10$  προσομοιώσεις στο περιβάλλον CSAL

#### A'.2.3.3 Σχετικά με το συνδυασμό τους

Οι πίνακες A'.18, A'.19, A'.20, και A'.21 καταγράφουν τις τιμές των ποσοτικών μετρικών που αφορούν στους συνδυασμούς αλγορίθμων χάραξης μονοπατιών και ελεγκτών κίνησης που ορίζονται στον πίνακα 4.4, και που προέκυψαν κατά τα  $N = 10$  πειράματα στο περιβάλλον CSAL.

Όσον αφορά στο χρόνο που απαιτείται για την επίτευξη της πλοιήγησης από τη στάση  $p_0^L$  προς τη στάση-στόχο  $p_G^L$  (πίνακας A'.18), όλοι οι συνδυασμοί που περιλαμβάνουν τον dwa\_local\_planner αποκλείονται από αξιολόγηση λόγω της αδυναμίας του να πλοηγήσει το ρομπότ με τρόπο τέτοιο ώστε να φτάσει στην επιθυμητή στάση. Ο ελεγκτής κίνησης teb\_local\_planner διέσχισε τα σχεδιασθέντα μονοπάτια σε λιγότερο μέσο χρόνο σε σύγκριση με τον eband\_local\_planner για τον ίδιο αλγόριθμο χάραξης μονοπατιών.

Όσον αφορά στο μέσο μήκος των διανυόμενων διαδρομών (πίνακας A'.19), ο teb\_local\_planner δεν παραμόρφωσε τα σχεδιασθέντα μονοπάτια στο βαθμό που το έκανε στις προσομοιώσεις, και αυτό είναι παρατηρήσιμο καθώς παρήγαγε διαδρομές με το μικρότερο μέσο μήκος. Από την άλλη πλευρά, οι διαδρομές που παρήγαγε ο eband\_local\_planner ήταν οι μακρύτερες, αλλά οι πιο συνεπείς σε μήκος. Ο τελευταίος παρήγαγε μονοπάτια με χαμηλότερη ομαλότητα σε σύγκριση με τον teb\_local\_planner, και μονοπάτια με τη μεγαλύτερη συνέπεια όσον αφορά την ομαλότητα.

| GP             | LP    | Μετρικές επίδοσης αλγορίθμων χάραξης μονοπατιών σχετικές με εμπόδια |                                         |                                            |
|----------------|-------|---------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|--------------------------------------------|
|                |       | $\inf(d(\mathcal{G}, \mathbf{M}_L))$ [m]                            | $\mu(d(\mathcal{G}, \mathbf{M}_L))$ [m] | $\sigma(d(\mathcal{G}, \mathbf{M}_L))$ [m] |
| navfn          | dwa   | 0.01                                                                | 0.47                                    | 0.42                                       |
| navfn          | eband | 0.01                                                                | 0.47                                    | 0.42                                       |
| navfn          | teb   | 0.01                                                                | 0.47                                    | 0.42                                       |
| global_planner | dwa   | 0.00 (-0.02)                                                        | 0.45                                    | 0.40                                       |
| global_planner | eband | 0.00 (-0.02)                                                        | 0.45                                    | 0.40                                       |
| global_planner | teb   | 0.00 (-0.02)                                                        | 0.45                                    | 0.41                                       |
| sbpl           | dwa   | 0.00 (-0.02)                                                        | 0.41                                    | 0.37                                       |
| sbpl           | eband | 0.00 (-0.02)                                                        | 0.41                                    | 0.37                                       |
| sbpl           | teb   | 0.00 (-0.02)                                                        | 0.41                                    | 0.37                                       |

Table A'16: Ολικά ελάχιστη απόσταση μονοπατιών  $\mathcal{G}$  από οποιοδήποτε εμπόδιο  $\inf(d(\mathcal{G}, \mathbf{M}_L))$ , μέση ελάχιστη απόσταση  $\mu(d(\mathcal{G}, \mathbf{M}_L))$  και τυπική απόκλιση  $\sigma(d(\mathcal{G}, \mathbf{M}_L))$  από όλα τα εμπόδια, για  $N = 10$  πειράματα στο περιβάλλον CSAL

Όσον αφορά στην απόσταση από τα εμπόδια στο χάρτη  $\mathbf{M}_L$  (πίνακας A'20), ο teb\_local\_planner δεν κατάφερε να επιτύχει την ελάχιστη τεθειμένη απόσταση ρομπότ-εμποδίων (που είχε οριστεί όπως προηγουμένως σε 0.10 m), ωστόσο, υπό τον έλεγχό του, η μέση ελάχιστη απόσταση του ρομπότ από τα εμπόδια και η τυπική απόκλισή της ήταν μικρότερες από εκείνες του eband\_local\_planner. Ο τελευταίος ήταν ο μόνος ελεγχτής που κατάφερε να παρουσιάσει απόσταση ρομπότ-εμποδίων μεγαλύτερη από το κατώφλι που τέθηκε, και μάλιστα με συνέπεια.

Όσον αφορά στην απόκλιση των διανυθέντων διαδρομών από τα αντίστοιχα σχεδιασθέντα μονοπάτια (πίνακας A'21), ο teb\_local\_planner παρήγαγε μονοπάτια με τη χαμηλότερη μέση και συνολική απόκλιση, η οποία είναι σύμφωνη με τη μέση ελάχιστη απόσταση ρομπότ-εμποδίων που παρουσιάστηκε. Αντίθετα, ο eband\_local\_planner παρήγαγε διαδρομές με τη μεγαλύτερη μέση και συνολική απόκλιση από σχεδιασθέντα μονοπάτια, και, συνολικά, διαδρομές με τη μεγαλύτερη απόσταση Frechet.

| GP             | LP    | Μετρικές επίδοσης ελεγκτών κίνησης |            |               |            |               |            |               |                      |  |
|----------------|-------|------------------------------------|------------|---------------|------------|---------------|------------|---------------|----------------------|--|
|                |       | $\mu_A/N_s$                        | $\mu_{RR}$ | $\sigma_{RR}$ | $\mu_{CC}$ | $\sigma_{CC}$ | $\mu_{PF}$ | $\sigma_{PF}$ | $\mu_{PF}/\mu_{LPC}$ |  |
| navfn          | dwa   | 1.00                               | 2.20       | 0.42          | 3.00       | 0.00          | 37.40      | 17.85         | 0.08                 |  |
| global_planner | dwa   | 1.00                               | 2.60       | 0.70          | 3.20       | 0.63          | 30.20      | 23.66         | 0.06                 |  |
| sbpl           | dwa   | 1.00                               | 2.40       | 0.70          | 3.30       | 0.95          | 4.10       | 3.14          | 0.01                 |  |
| navfn          | eband | 0.00                               | 0.60       | 0.97          | 0.90       | 1.45          | 57.00      | 26.72         | N/A                  |  |
| global_planner | eband | 0.00                               | 1.00       | 0.67          | 0.40       | 0.97          | 65.00      | 29.84         | N/A                  |  |
| sbpl           | eband | 0.00                               | 1.40       | 0.52          | 1.10       | 1.37          | 5.80       | 4.13          | N/A                  |  |
| navfn          | teb   | 0.00                               | 0.00       | 0.00          | 0.00       | 0.00          | 1.10       | 0.88          | 0.00                 |  |
| global_planner | teb   | 0.00                               | 0.00       | 0.00          | 0.00       | 0.00          | 1.40       | 1.17          | 0.00                 |  |
| sbpl           | teb   | 0.00                               | 0.00       | 0.00          | 0.00       | 0.00          | 2.70       | 3.27          | 0.00                 |  |

Table A'.17: Μέσος αριθμός ματαιωμένων αποστολών επί του αριθμού των προσομοιώσεων που πραγματοποιήθηκαν  $\mu_A/N$ , μέσος αριθμός ανακτήσεων με περιστροφή  $\mu_{RR}$  και η τυπική τους απόκλιση  $\sigma_{RR}$ , μέσος αριθμός εκκαθαρίσεων χαρτών κόστους  $\mu_{CC}$  και η τυπική τους απόκλιση  $\sigma_{CC}$ , μέσος αριθμός αποτυχιών διαδρομής  $\mu_{PF}$  και η τυπική τους απόκλιση  $\sigma_{PF}$ , και μέσος αριθμός αποτυχιών διαδρομής επί του μέσου αριθμού των κλήσεων του ελεγκτή κίνησης  $\mu_{PF}/\mu_{LPC}$ , για όλους τους συνδυασμούς αλγορίθμων χάραξης μονοπατιών και ελεγκτών κίνησης που παρουσιάζονται στον πίνακα ??, για  $N = 10$  πειράματα στο περιβάλλον CSAL

| GP             | LP    | Μετρικές που αφορούν στον χρόνο πραγματικής διαδρομής |                  |
|----------------|-------|-------------------------------------------------------|------------------|
|                |       | $\mu_t$ [sec]                                         | $\sigma_t$ [sec] |
| navfn          | dwa   | 47.47                                                 | 15.29            |
| global_planner | dwa   | 56.24                                                 | 15.44            |
| sbpl           | dwa   | 60.30                                                 | 22.58            |
| navfn          | eband | <b>356.25</b>                                         | <b>9.88</b>      |
| global_planner | eband | <b>354.89</b>                                         | <b>10.05</b>     |
| sbpl           | eband | <b>392.16</b>                                         | <b>21.29</b>     |
| navfn          | teb   | <b>326.70</b>                                         | <b>12.88</b>     |
| global_planner | teb   | <b>330.25</b>                                         | <b>13.77</b>     |
| sbpl           | teb   | <b>363.16</b>                                         | <b>42.35</b>     |

Table A'.18: Μέσος χρόνος διαδρομής  $\mu_t$  από την αρχική στην τελική στάση και τυπική απόκλιση  $\sigma_t$  για  $N = 10$  πειράματα στο περιβάλλον CSAL. Οι συνδυασμοί που ολοκλήρωσαν όλες τις αποστολές και οι τιμές των αντίστοιχων μετρικών σημειώνονται με έντονη γραφή

| GP             | LP    | Μετρικές σχετικές με τις διανυθείσες διαδρομές |                             |                            |                               |
|----------------|-------|------------------------------------------------|-----------------------------|----------------------------|-------------------------------|
|                |       | $\mu_l(\mathcal{P})$ [m]                       | $\sigma_l(\mathcal{P})$ [m] | $\mu_s(\mathcal{P})$ [rad] | $\sigma_s(\mathcal{P})$ [rad] |
| navfn          | dwa   | 2.97                                           | 1.00                        | 0.58                       | 0.42                          |
| global_planner | dwa   | 2.65                                           | 1.50                        | 1.16                       | 0.51                          |
| sbpl           | dwa   | 2.99                                           | 1.36                        | 0.79                       | 0.54                          |
| navfn          | eband | <b>22.81</b>                                   | <b>0.12</b>                 | <b>2.32</b>                | <b>0.01</b>                   |
| global_planner | eband | <b>22.79</b>                                   | <b>0.13</b>                 | <b>2.33</b>                | <b>0.01</b>                   |
| sbpl           | eband | <b>22.78</b>                                   | <b>0.13</b>                 | <b>2.32</b>                | <b>0.01</b>                   |
| navfn          | teb   | <b>22.71</b>                                   | <b>0.18</b>                 | <b>2.35</b>                | <b>0.02</b>                   |
| global_planner | teb   | <b>22.73</b>                                   | <b>0.28</b>                 | <b>2.34</b>                | <b>0.02</b>                   |
| sbpl           | teb   | <b>23.47</b>                                   | <b>0.87</b>                 | <b>2.30</b>                | <b>0.04</b>                   |

Table A'.19: Μέσο μήκος διαδρομής  $\mu_l(\mathcal{P})$  και τυπική απόκλιση  $\sigma_l(\mathcal{P})$ , και μέση τιμή ομαλότητας διαδρομής  $\mu_s(\mathcal{P})$  και τυπική απόκλιση  $\sigma_s(\mathcal{P})$  για  $N = 10$  πειράματα στο περιβάλλον CSAL. Συνδυασμοί που ολοκλήρωσαν όλες τις αποστολές σημειώνονται με έντονη γραφή

| GP             | LP    | Μετρικές που αφορούν στα εμπόδια και τις πραγματικές διαδρομές |                                |                                   |
|----------------|-------|----------------------------------------------------------------|--------------------------------|-----------------------------------|
|                |       | $\inf(d(\mathcal{P}, M_L))$ [m]                                | $\mu(d(\mathcal{P}, M_L))$ [m] | $\sigma(d(\mathcal{P}, M_L))$ [m] |
| navfn          | dwa   | 0.02                                                           | 0.24                           | 0.09                              |
| global_planner | dwa   | 0.02                                                           | 0.25                           | 0.07                              |
| sbpl           | dwa   | 0.03                                                           | 0.26                           | 0.04                              |
| navfn          | eband | <b>0.11</b>                                                    | <b>0.52</b>                    | <b>0.20</b>                       |
| global_planner | eband | <b>0.11</b>                                                    | <b>0.54</b>                    | <b>0.20</b>                       |
| sbpl           | eband | <b>0.13</b>                                                    | <b>0.57</b>                    | <b>0.19</b>                       |
| navfn          | teb   | <b>0.08</b>                                                    | <b>0.51</b>                    | <b>0.18</b>                       |
| global_planner | teb   | <b>0.08</b>                                                    | <b>0.52</b>                    | <b>0.19</b>                       |
| sbpl           | teb   | <b>0.08</b>                                                    | <b>0.56</b>                    | <b>0.17</b>                       |

Table A'.20: Ολικά ελάχιστη απόσταση των πραγματικών διαδρομών  $\mathcal{P}$  που διήνυσε το ρομπότ από οποιοδήποτε εμπόδιο σε όλες τις προσομοιώσεις  $\inf(d(\mathcal{P}, M_L))$ , μέση ελάχιστη απόσταση  $\mu(d(\mathcal{P}, M_L))$  από όλα τα εμπόδια για  $N = 10$  πειράματα στο χάρτη CSAL  $M_L$ , και μέση τυπική απόκλιση  $\sigma(d(\mathcal{P}, M_L))$ . Συνδυασμοί που ολοκλήρωσαν όλες τις αποστολές σημειώνονται με έντονη γραφή

| Μετρικές σχετικές με την απόκλιση διαδρομών από σχεδιασθέντα μονοπάτια |       |                                            |                                            |                                              |
|------------------------------------------------------------------------|-------|--------------------------------------------|--------------------------------------------|----------------------------------------------|
| GP                                                                     | LP    | $\mu_\delta(\mathcal{P}, \mathcal{G})$ [m] | $\mu_\delta(\mathcal{P}, \mathcal{G})$ [m] | $\mu_\delta^F(\mathcal{P}, \mathcal{G})$ [m] |
| navfn                                                                  | dwa   | 0.03                                       | 1.74                                       | 12.69                                        |
| global_planner                                                         | dwa   | 0.05                                       | 3.41                                       | 12.43                                        |
| sbpl                                                                   | dwa   | 0.04                                       | 2.32                                       | 12.58                                        |
| navfn                                                                  | eband | <b>0.12</b>                                | <b>48.34</b>                               | <b>0.35</b>                                  |
| global_planner                                                         | eband | <b>0.13</b>                                | <b>51.63</b>                               | <b>0.35</b>                                  |
| sbpl                                                                   | eband | <b>0.15</b>                                | <b>62.71</b>                               | <b>0.43</b>                                  |
| navfn                                                                  | teb   | <b>0.10</b>                                | <b>40.19</b>                               | <b>0.31</b>                                  |
| global_planner                                                         | teb   | <b>0.11</b>                                | <b>42.84</b>                               | <b>0.33</b>                                  |
| sbpl                                                                   | teb   | <b>0.12</b>                                | <b>50.56</b>                               | <b>0.35</b>                                  |

Table A'.21: Μέση απόκλιση  $\mu_\delta(\mathcal{P}, \mathcal{G})$ , μέση συνολική απόκλιση  $\mu_\Delta(\mathcal{P}, \mathcal{G})$ , και μέση απόσταση Frechet  $\mu_\delta^F(\mathcal{P}, \mathcal{G})$  μεταξύ των πραγματικών διαδρομών  $\mathcal{P}$  που ακολούθησε το ρομπότ και των αντίστοιχων σχεδιασθέντων μονοπατιών  $\mathcal{G}$  για  $N = 10$  πειράματα στο χάρτη CSAL  $M_L$ . Συνδυασμοί που ολοκλήρωσαν τουλάχιστον μία αποστολή σημειώνονται με έντονη γραφή



## **Appendix B'**

# **Μέθοδοι ελάττωσης σφάλματος στάσης φίλτρου σωματιδίων**

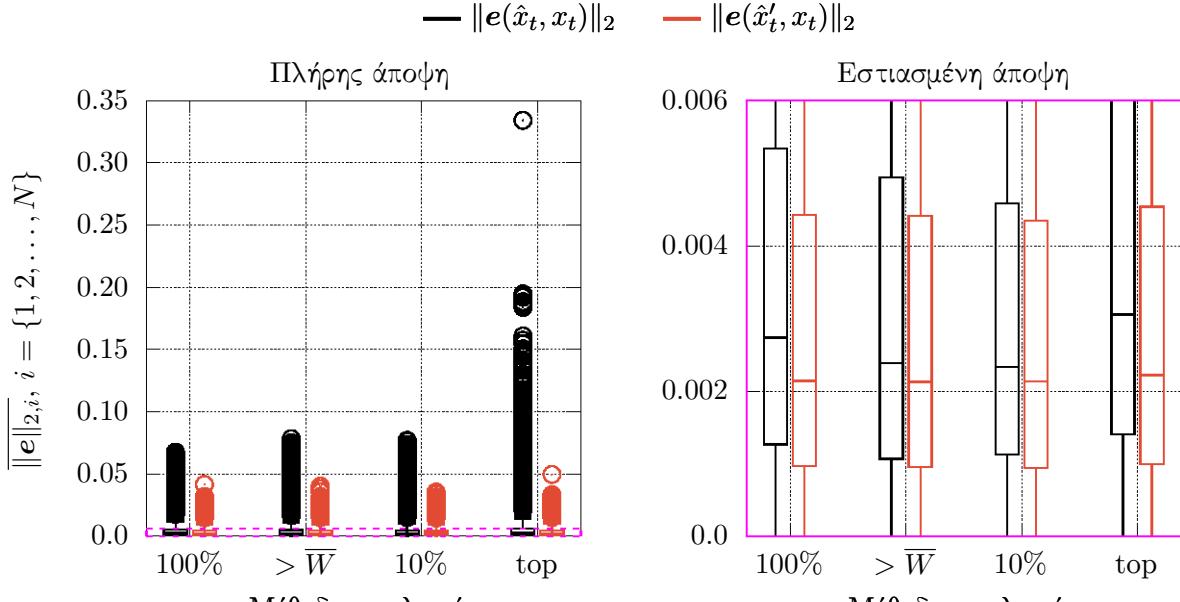
### **B'.1 Σφάλματα εκτίμησης στάσης μεθόδου επιλογής σωματιδίων**

Τα σχήματα B'.1 και B'.2 δείχνουν την κατανομή όλων των σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού και θέσης, αντίστοιχα, των μεθόδων επιλογής σωματιδίων από τον πληθυσμό του MCL για την ελάττωση του σφάλματος εκτίμησής του.

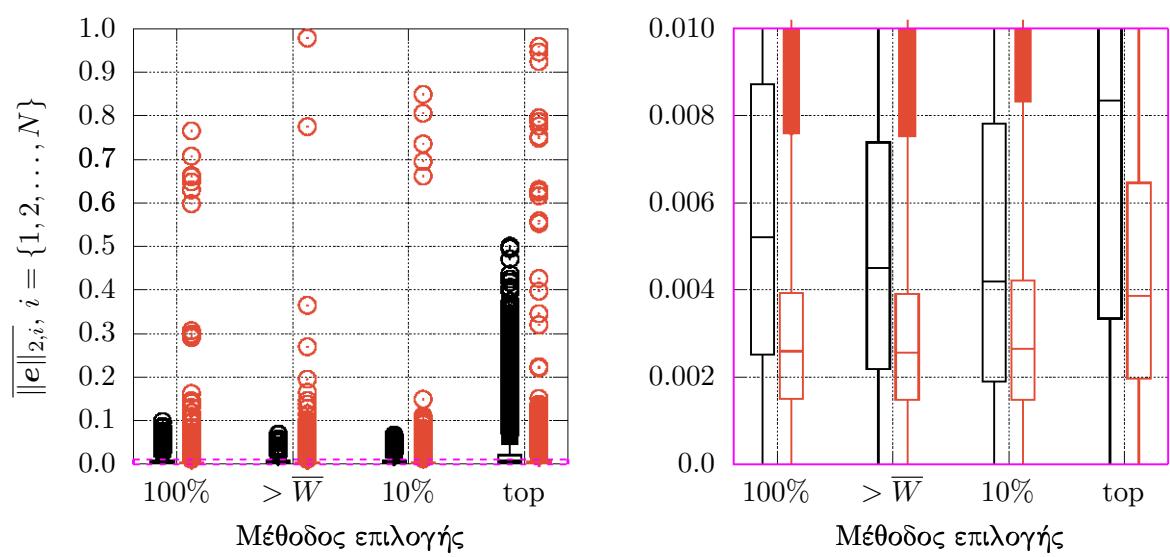
### **B'.2 Σφάλματα εκτίμησης στάσης μεθόδου ανάδρασης σωματιδίων**

Τα σχήματα B'.3 και B'.4 δείχνουν την κατανομή όλων των σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού και θέσης, αντίστοιχα, των μεθόδων ανάδρασης του αποτελέσματος της διαδικασίας ευθυγράμμισης μετρήσεων lidar με σαρώσεις χάρτη στον πληθυσμό του MCL για την ελάττωση του σφάλματος εκτίμησής του.

Κατανομή σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού ανά μέθοδο επιλογής σωματιδίων [rad]



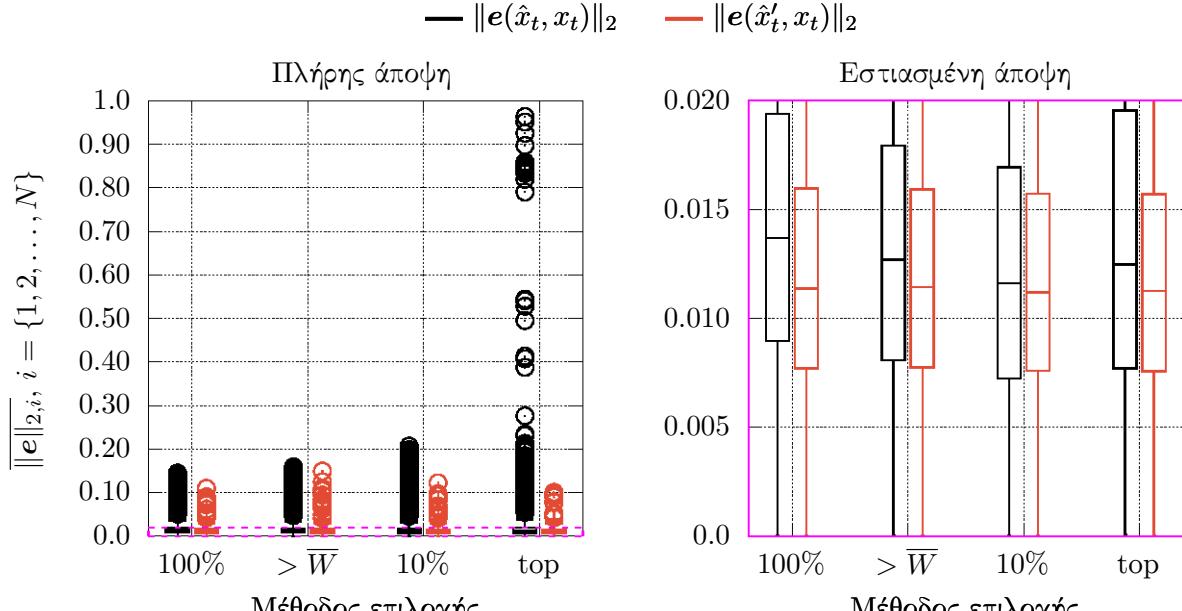
(α') Περιβάλλον CORRIDOR



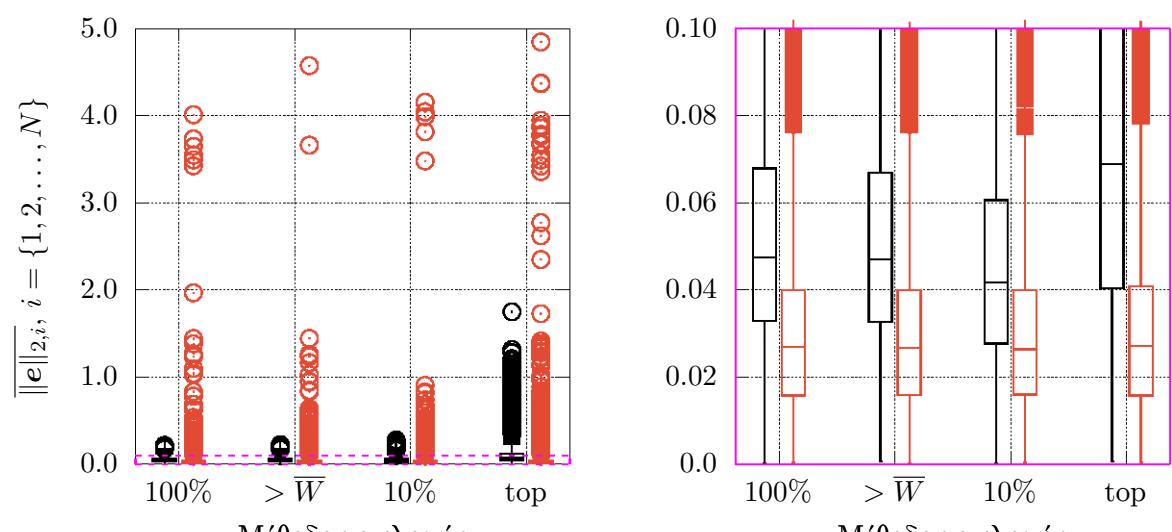
(β') Περιβάλλον WAREHOUSE

Figure B'.1: Η κατανομή του μέσου σφαλμάτου προσανατολισμού ανά διαδρομή πλοήγησης για τον MCL σε ανοιχτό βρόχο (στα αριστερά κάθε υποδεικνυόμενης μεθόδου επιλογής, με μαύρο χρώμα) και του σύνθετου συστήματος (δεξιά, με κόκκινο), σε  $N = 100$  προσομοιώσεις, ανάλογα με την μέθοδο επιλογής πληθυσμού. Το σύμβολο “100%” υποδηλώνει τη διαμόρφωση του συστήματος όπου όλα τα σωματίδια του συνόλου του πληθυσμού επιλέγονται κατά τη διαδικασία εξαγωγής της εκτίμησης της στάσης του συστήματος, το σύμβολο “>  $\bar{W}$ ” υποδηλώνει εκείνη της επιλογής των σωματιδίων των οποίων το βάρος είναι μεγαλύτερο από το μέσο βάρος του πληθυσμού του φίλτρου, το “10%” εκείνη που μόνο το άνω 10% των βαρύτερων σωματιδίων επιλέγονται, και “top” τη διαμόρφωση όπου επιλέγεται μόνο το σωματίδιο με το μεγαλύτερο βάρος μεταξύ όλων των σωματιδίων του πληθυσμού

Κατανομή σφαλμάτων εκτίμησης θέσης ανά μέθοδο επιλογής σωματιδίων [m]



(α') Περιβάλλον CORRIDOR

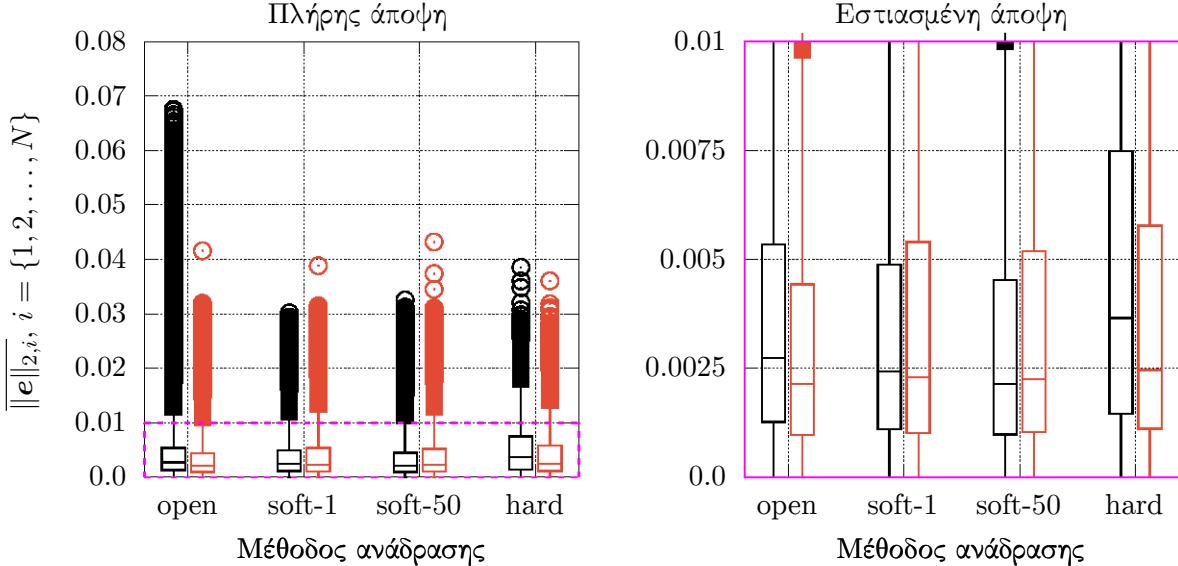


(β') Περιβάλλον WAREHOUSE

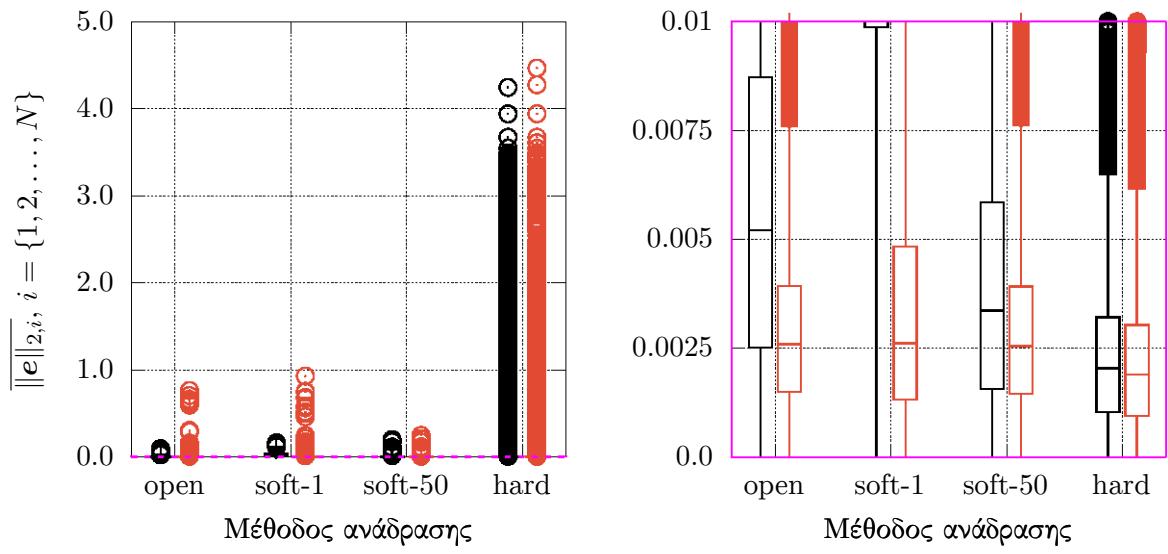
Figure B'.2: Η κατανομή του μέσου σφάλματος θέσης ανά διαδρομή πλοήγησης για τον MCL σε ανοιχτό βρόχο (στα αριστερά κάθε υποδεικνυόμενης μεθόδου επιλογής, με μαύρο χρώμα) και του σύνθετου συστήματος (δεξιά, με κόκκινο), σε  $N = 100$  προσομοιώσεις, ανάλογα με την μέθοδο επιλογής πληθυσμού. Το σύμβολο “100%” υποδηλώνει τη διαμόρφωση του συστήματος όπου όλα τα σωματίδια του συνόλου του πληθυσμού επιλέγονται κατά τη διαδικασία εξαγωγής της εκτίμησης της στάσης του συστήματος, το σύμβολο “ $> \bar{W}$ ” υποδηλώνει εκείνη της επιλογής των σωματιδίων των οποίων το βάρος είναι μεγαλύτερο από το μέσο βάρος του πληθυσμού του φίλτρου, το “10%” εκείνη που μόνο το άνω 10% των βαρύτερων σωματιδίων επιλέγονται, και “top” τη διαμόρφωση όπου επιλέγεται μόνο το σωματίδιο με το μεγαλύτερο βάρος μεταξύ όλων των σωματιδίων του πληθυσμού

Κατανομή σφαλμάτων εκτίμησης προανατολισμού ανά μέθοδο ανάδρασης [rad]

$$\text{— } \|e(\hat{x}_t, x_t)\|_2 \quad \text{— } \|e(\hat{x}'_t, x_t)\|_2$$



(α') Περιβάλλον CORRIDOR



(β') Περιβάλλον WAREHOUSE

Figure B'.3: Η κατανομή του μέσου σφάλματος προσανατολισμού ανά διαδρομή πλοιήγησης για τον MCL (στα αριστερά κάθε υποδεικνυόμενης μεθόδου ανάδρασης, με μαύρο χρώμα) και του σύνθετου συστήματος (δεξιά, με κόκκινο) σε  $N = 100$  προσομοιώσεις, ανάλογα με τη μέθοδο ανατροφοδότησης του αποτελέσματος της ευθυγράμμισης μετρήσεων με σαρώσεις χάρτη. Η φράση "open" είναι συντομογραφία για την έλλειψη ανάδρασης (ανοιχτός βρόχος), η φράση "soft-1" για τη διαμόρφωση όπου η έξοδος του συνολικού συστήματος επιστρέφει στο φίλτρο σωματιδίων με τη μορφή ενός σωματιδίου, "soft-50" για την περίπτωση που επιστρέφει με τη μορφή τόσων σωματιδίων όσα το μισό μέγεθος του πληθυσμού, και "hard" για τη διαμόρφωση όπου το φίλτρο σωματιδίων αρχικοποιείται γύρω από τη στάση που υπολογίζεται μετά τη διαδικασία ευθυγράμμισης

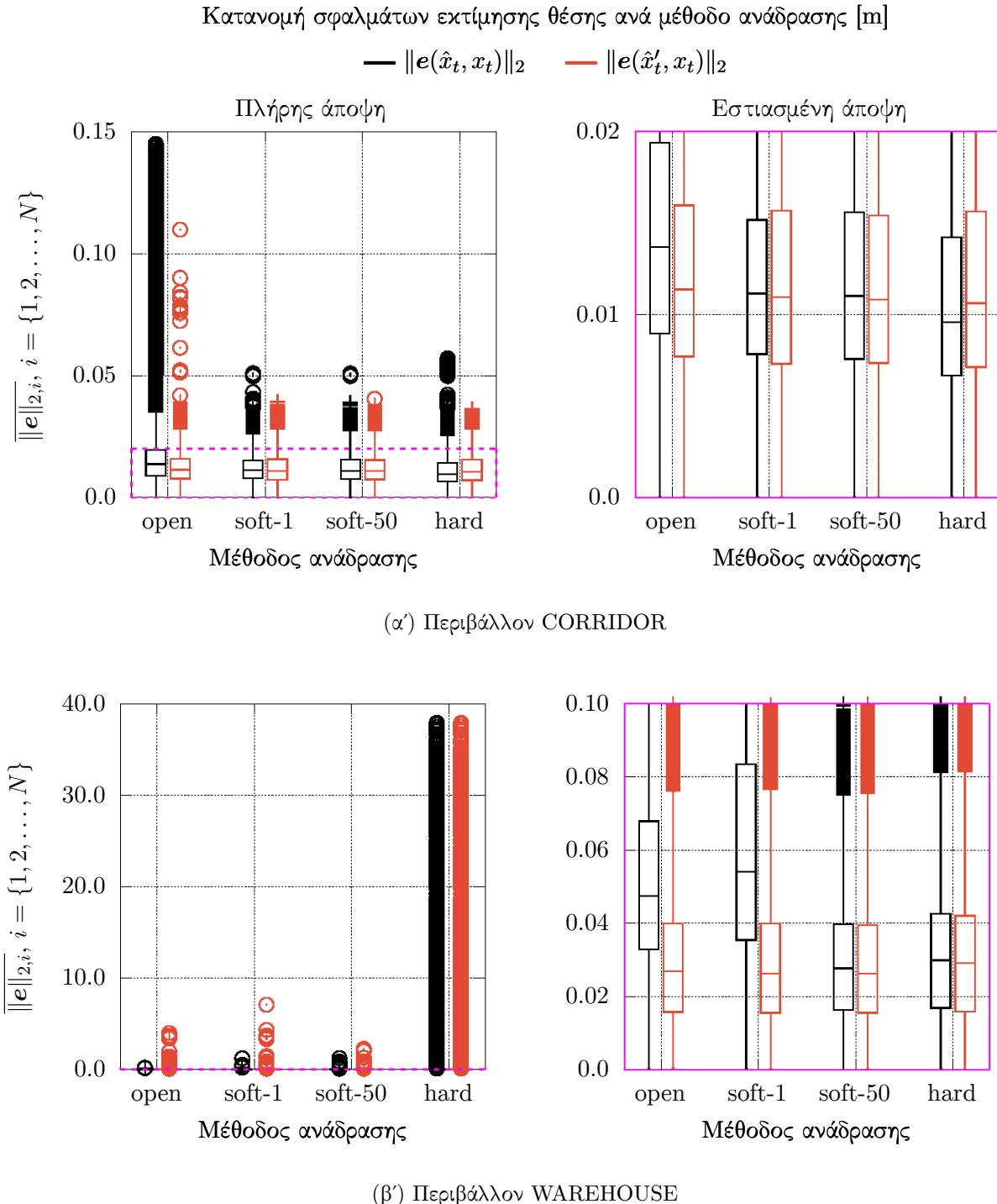


Figure B'.4: Η κατανομή του μέσου σφαλμάτων θέσης ανά διαδρομή πλοϊγήσης για τον MCL (στα αριστερά κάθε υποδεικνυόμενης μεθόδου ανάδρασης, με μαύρο χρώμα) και του σύνθετου συστήματος (δεξιά, με κόκκινο) σε  $N = 100$  προσομοιώσεις, ανάλογα με τη μέθοδο ανατροφοδότησης του αποτελέσματος της ευθυγράμμισης μετρήσεων με σαρώσεις χάρτη. Η φράση “open” είναι συντομογραφία για την έλλειψη ανάδρασης (ανοιχτός βρόχος), η φράση “soft-1” για τη διαμόρφωση όπου η έξοδος του συνολικού συστήματος επιστρέφει στο φίλτρο σωματιδίων με τη μορφή ενός σωματιδίου, “soft-50” για την περίπτωση που επιστρέφει με τη μορφή τόσων σωματιδίων όσα το μισό μέγεθος του πληθυσμού, και “hard” για τη διαμόρφωση όπου το φίλτρο σωματιδίων αρχικοποιείται γύρω από τη στάση που υπολογίζεται μετά τη διαδικασία ευθυγράμμισης.



## Appendix Γ'

# Εκτίμηση στάσης βάσει καθολικής αβεβαιότητος χωρίς τον υπολογισμό αντιστοιχίσεων

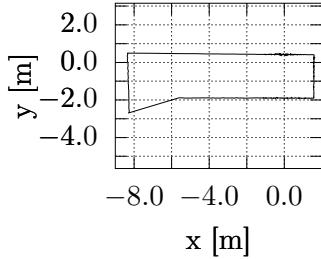
### Γ'.1 Παράδειγμα

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζεται η μεθοδολογία και τα εσωτερικά αποτελέσματα του PGL-FMIC με ένα παράδειγμα: έστω ο χάρτης που απεικονίζεται στο σχήμα 5.8, και έστω  $x_a(11.56, 12.20, 0.0)$  [m, m, rad] η πραγματική στάση του ρομπότ. Έστω επίσης μια υπόθεση στάσης  $x_c(7.56, 11.20, \pi/4)$  [m, m, rad] μετασχηματισμένη κατά  $(-4.0, -1.0, \pi/4)$  σε σχέση με την πραγματική στάση. Στο στάδιο της εκτίμησης της περιστροφής του ρομπότ, η μέτρηση που λαμβάνεται από την πραγματική στάση του ρομπότ,  $S_R^a$ , και η εικονική σάρωση που λαμβάνεται από την υπόθεση,  $S_V^c$ , προβάλλονται στο επίπεδο  $x - y$  σαν η κάθεμία να είχε καταγραφεί από τη στάση  $(0, 0, 0)$ . Το σχήμα Γ'.1(α') δείχνει την προβολή των τελικών σημείων  $\mathcal{P}_R^a$  των ακτίνων του  $S_R^a$ , ενώ το σχήμα Γ'.1(β') δείχνει εκείνα του  $S_V^c, \mathcal{P}_v^c$ . Παρατηρήστε ότι αυτά τα σύνολα συνδεδεμένων σημείων αποτελούνται από το περιβάλλον των πραγματικών και εικονικών αισθητήρων σάρωσης από την προοπτική του τοπικού συστήματος αναφοράς τους. Αυτά τα σύνολα σημείων μετατρέπονται στη συνέχεια σε δισδιάστατα πλέγματα μέσω διακριτοποίησης, εισάγονται στον FMI-SPOMF, και η γωνία περιστροφής μεταξύ τους χρησιμοποιείται για την ευθυγράμμιση του προσανατολισμού της στάσης  $x_c$  σε σχέση με αυτήν του  $x_a$ .

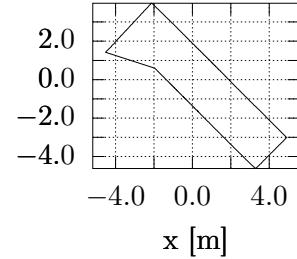
Αφού διορθωθεί ο προσανατολισμός της υπόθεσης, καταγράφεται μια νέα σάρωση χάρτη από την ανανεωμένη υπόθεση  $x'_c$ . Στη συνέχεια υπολογίζονται τα κεντροειδή του συνόλου  $\mathcal{P}_R^a$  και του συνόλου σημείων της νέας, προβεβλημένης στο δισδιάστατο επίπεδο, σάρωσης χάρτη  $\mathcal{P}_V^c$ . Το σχήμα Γ'.1(γ') απεικονίζει τα συνδεδεμένα σημεία  $\mathcal{P}_R^a$  και το κεντροειδές του πολυγώνου που σχηματίζεται από αυτά  $C_a(-3.57, -0.78)$  [m, m]. Το σχήμα Γ'.1(δ') απεικονίζει τα συνδεδεμένα σημεία  $\mathcal{P}_V^c$  και το αντίστοιχο κεντροειδές  $C_c(0.42, 0.09)$  [m, m]. Παρατηρήστε πώς τα δύο σχήματα είναι σχεδόν πανομοιότυπα, αλλά διαφέρουν ως προς τη θέση τους στο επίπεδο  $x - y$ . Παρατηρήστε επίσης την ασυμφωνία μεταξύ αυτών των δύο συνόλων σημείων στην αριστερά πλευρά: λόγω της μετατόπισης μεταξύ των θέσεων των  $x_a$  και  $x'_c$ , μεγαλύτερο μέρος του χάρτη είναι ορατό από τη δεύτερη στάση, και επομένως η διαφορά μεταξύ των κεντροειδών των αντίστοιχων συνόλων σημείων τους  $C_a - C_c = [3.99, 0.87]^\top$  δεν αντιστοιχεί ακριβώς με τη διαφορά θέσης μεταξύ των δύο στάσεων, η οποία είναι  $[4.0, 1.0]^\top$ . Προσθέτοντας, ωστόσο, τη διαφορά  $C_a - C_c$  στη θέση της στάσης  $x'_c$ , και επαναλαμβάνοντας την ίδια διαδικασία εκτίμησης της θέσης της  $x'_c$  κάνει το σύνολο  $\mathcal{P}_V^c$  να συγχλίνει στο  $\mathcal{P}_R^a$ , και επομένως την υπόθεση  $x'_c$  στη  $x_a$ . Το σχήμα Γ'.1(ε') δείχνει το τελικό σύνολο σημείων  $\mathcal{P}_V^c$ , το οποίο επικαλύπτει στο σχήμα Γ'.1(στ') (χρωματισμένο με κόκκινο χρώμα) το σύνολο  $\mathcal{P}_R^a$  (με μαύρο χρώμα).

Το σχήμα Γ'.1 απεικονίζει τη διαδικασία ευθυγράμμισης και τα εσωτερικά βήματα που ακολουθεί ο αλγόριθμος PGL-FMIC ως προς την εκτίμηση της στάσης του ρομπότ  $x_a$  από την εκτίμηση  $x_c$ , στις συνθήκες του περιβάλλοντος που απεικονίζεται στο σχήμα 5.8.

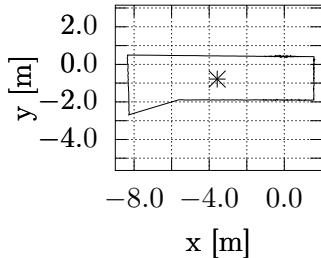
Ας εξετάσουμε τώρα τα πιθανά αποτελέσματα της ίδιας διαδικασίας για μία μη έγκυρη υποψήφια στάση, έστω την  $x_b$  του ίδιου σχήματος. Θεωρητικά η  $x_b$  είτε θα απορριφθεί στο τέλος της διαδικασίας εκτίμησης προσανατολισμού λόγω της εξαγωγής ενός αυθαίρετου συντελεστή κλίμακας  $\sigma \in (-\infty, \underline{\sigma}] \cup [\bar{\sigma}, +\infty)$ , ή θα γίνει αποδεκτή για την εκτίμηση της στάσης, οπότε η θέση της υπόθεσης θα μετακινείτο κατά πάσα πιθανότητα σε πορεία αποκλίνουσα από την πραγματική θέση του ρομπότ. Εάν  $x_c \in \mathcal{H}$  τότε ο FMI-SPOMF θα ανέφερε υψηλότερο βαθμό ομοιότητας  $w_c > w_b$ , και η υπόθεση  $x_b$  θα φιλτραριζόταν ως αληθώς αρνητική υπόθεση. Συνεπώς, εάν καμία υπόθεση στάσης δεν βρισκόταν στην περιοχή γύρω από τη θέση της στάσης  $x_a$ , η προβαλλόμενες εικόνες εικονικών μετρήσεων που έχουν ληφθεί από κάθε υπόθεση δεν θα ήταν σε θέση να ευθυγραμμιστούν από τον FMI-SPOMF, και μια ψευδής υπόθεση θα αναφερόταν λανθασμένα ως εκτίμηση της στάσης του συστήματος. Αυτό οδηγεί



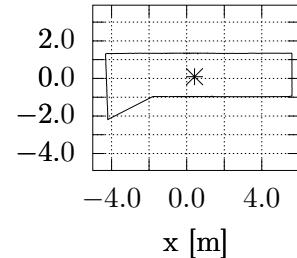
(α') Τα συνδεδεμένα τελικά σημεία  $\mathcal{P}_R^a$  της μέτρησης από την πραγματική στάση του ρομπότ  $x_a$ , προβεβλημένα στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων του αισθητήρα



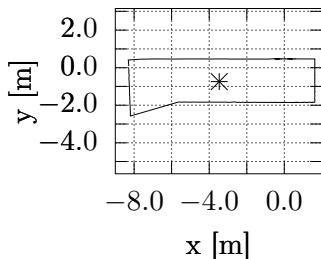
(β') Τα συνδεδεμένα τελικά σημεία  $\mathcal{P}_V^c$  της εικονικής μέτρησης που συλλαμβάνεται από την υπόθεση στάσης  $x_c$ , προβεβλημένα στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων του εικονικού αισθητήρα



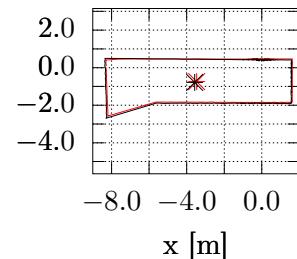
(γ') Τα συνδεδεμένα τελικά σημεία  $\mathcal{P}_R^a$  της μέτρησης από την πραγματική στάση του ρομπότ  $x_a$ , προβεβλημένα στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων του αισθητήρα, και το κεντροειδές τους



(δ') Τα συνδεδεμένα τελικά σημεία  $\mathcal{P}_V^{c'}$  της εικονικής μέτρησης που συλλαμβάνεται από τη διορθωμένη κατά προσανατολισμό—αλλά όχι ως προς τη θέση—υπόθεση στάσης  $x'_c$ , προβεβλημένα στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων του εικονικού αισθητήρα, και το κεντροειδές τους. Ας σημειωθεί ότι το πολύγωνο που σχηματίζεται από τα τελικά σημεία έχει ευθυγραμμιστεί ως προς τον προσανατολισμό με το αντίστοιχο πολύγωνο  $\mathcal{P}_R^a$ , αλλά όχι ως προς τη θέση



(ε') Τα συνδεδεμένα τελικά σημεία  $\mathcal{P}_V^{c'}$  της εικονικής μέτρησης που συλλαμβάνεται από τη διορθωμένη κατά προσανατολισμό και στάση υπόθεση στάσης  $x'_c$ , προβεβλημένα στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων του εικονικού αισθητήρα, και το κεντροειδές τους



(Γ') Τα συνδεδεμένα τελικά σημεία  $\mathcal{P}_R^a$  (με μαύρο χρώμα) και  $\mathcal{P}_V^{c'}$  (κόκκινο), και τα κεντροειδή τους, προβεβλημένα από τα συστήματα συντεταγμένων των αντίστοιχων αισθητήρων

Figure Γ'.1: Η διαδικασία διόρθωσης της υπόθεσης στάσης  $x_c$  κατά προσανατολισμό και θέση ως προς την πραγματική στάση του ρομπότ  $x_a$  στο περιβάλλον CORRIDOR (σχήμα 5.8)

στη διατύπωση της κάτωθι παρατήρησης:

**Παρατήρηση XIX.** Η ύπαρξη μίας υπόθεσης στάσης  $h \in \mathcal{H}$  που βρίσκεται στη γειτονιά της αληθινής στάσης του ρομπότ είναι αναγκαία συνθήκη για τη σωστή λύση του προβλήματος Π2 (με την έννοια της παρατήρησης III υπό το πρόσμα της παραδοχής IV). Κατά συνέπεια: ο παρεχόμενος αριθμός των υποθέσεων στάσης  $|\mathcal{H}|$  θα πρέπει να είναι ανάλογος με το εμβαδό του χάρτη  $M$ .<sup>1</sup>

Σε πιο σύνθετα περιβάλλοντα, όπου το περιβάλλον και τα χαρακτηριστικά του χάρτη του εμφανίζουν επαναλαμβανόμενες δομές, μπορεί η ασάφεια στάσης να μην μπορεί να επιλυθεί, ανεξάρτητα από τον αριθμό των υποθέσεων στάσης. Άλλα περιβάλλοντα, με μεγάλους ανοιχτούς χώρους, μπορεί να οδηγήσουν σε έλλειψη πληροφοριών λόγω των ορίων μέγιστης εμβέλειας του αισθητήρα απόστασης. Οι επιπτώσεις αυτών των συνθηκών μπορεί να είναι τόσο έντονες ώστε να καταγράφεται υψηλότερη ομοιότητα μεταξύ μιας λανθασμένης στάσης και της πραγματικής στάσης του ρομπότ από ότι μεταξύ της πραγματικής στάσης του ρομπότ και μιας στάσης που βρίσκεται σε μία γειτονία της. Το πρώτο ζήτημα δυσχεραίνει όλες τις μεθόδους εκτίμησης στάσης βάσει καθολικής αβεβαιότητας, καθώς, ακόμη και για έναν άνθρωπο, η λύση του είναι δύσκολη και απαιτεί μέγιστη ευαισθησία διάκρισης διαφορών. Το δεύτερο ζήτημα είναι επίσης ανεξέλεγκτο, καθώς εκδηλώνεται ως περιορισμός που επιβάλλεται από τον αυθαίρετο συνδυασμό περιβάλλοντος και εξοπλισμού.

## Γ'.2 Σφάλματα θέσης και προσανατολισμού

Τα σχήματα Γ'.2 και Γ'.3 απεικονίζουν τα μέσα σφάλματα προσανατολισμού και στάσης των δύο μεθόδων PLICP και PGL-FMIC που αφορούν στα πειράματα της ενότητας 6.4.2 υπό την πειραματική διαδικασία της ενότητας 6.4.1.

---

<sup>1</sup> Αυτή η παρατήρηση είναι γενική και υποθέτει ότι καθώς αυξάνεται το εμβαδόν ενός περιβάλλοντος, το ίδιο συμβαίνει και με τον ελεύθερό του χώρο. Σε απλά περιβάλλοντα, όπως αυτά της δομής του περιβάλλοντος CORRIDOR, μπορεί να απαιτούνται λιγότερες υποθέσεις λόγω της μειωμένης ύπαρξης δομών που αποχρύπτουν το σύνολο του περιβάλλοντος.

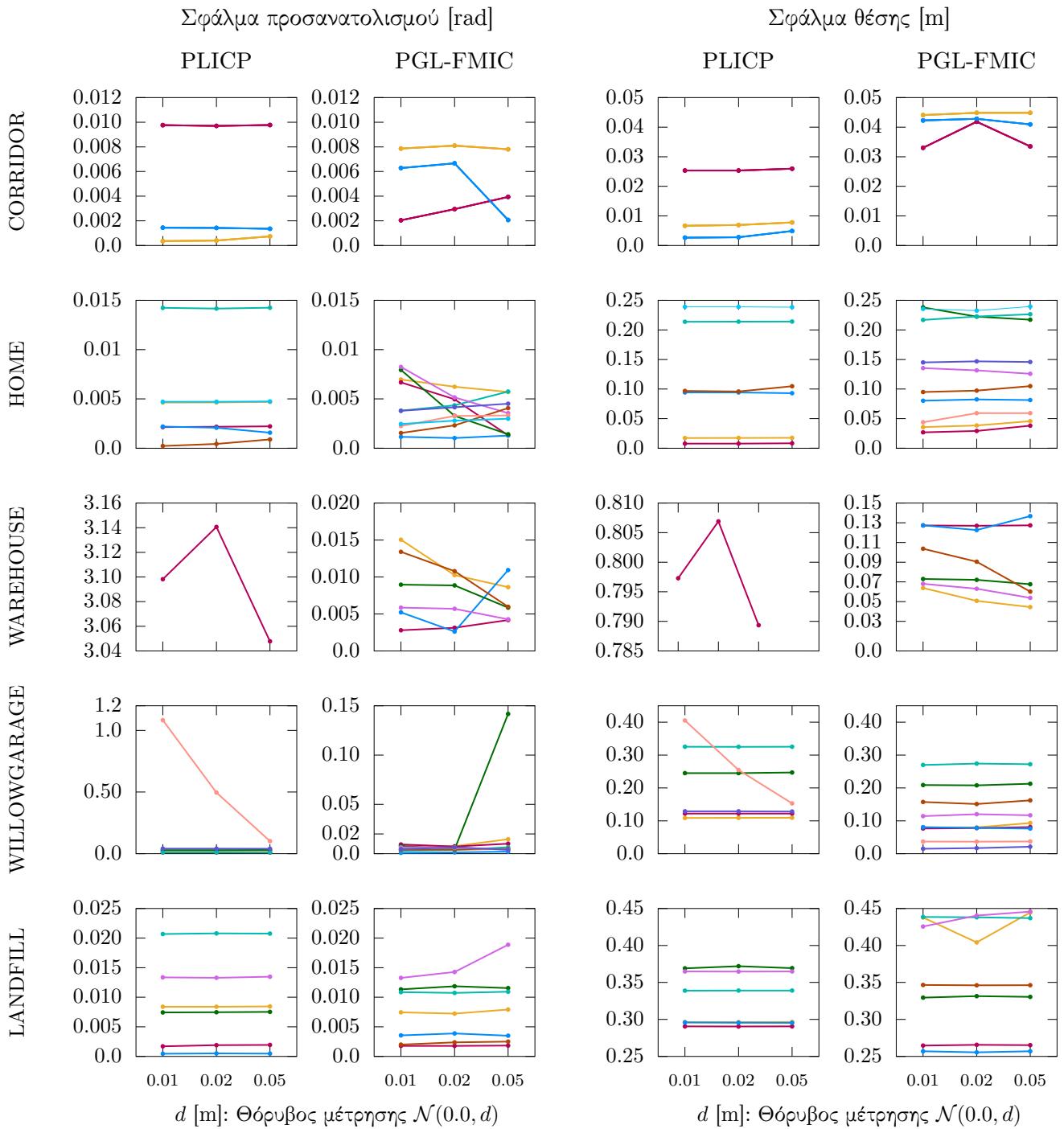


Figure Γ'.2: Μέση τιμή σφάλματος προσανατολισμού ορθών λύσεων (αριστερά) και θέσης (δεξιά) ανά περιβάλλον προσομοίωσης, στάση, και τυπική απόκλιση θορύβου μέτρησης

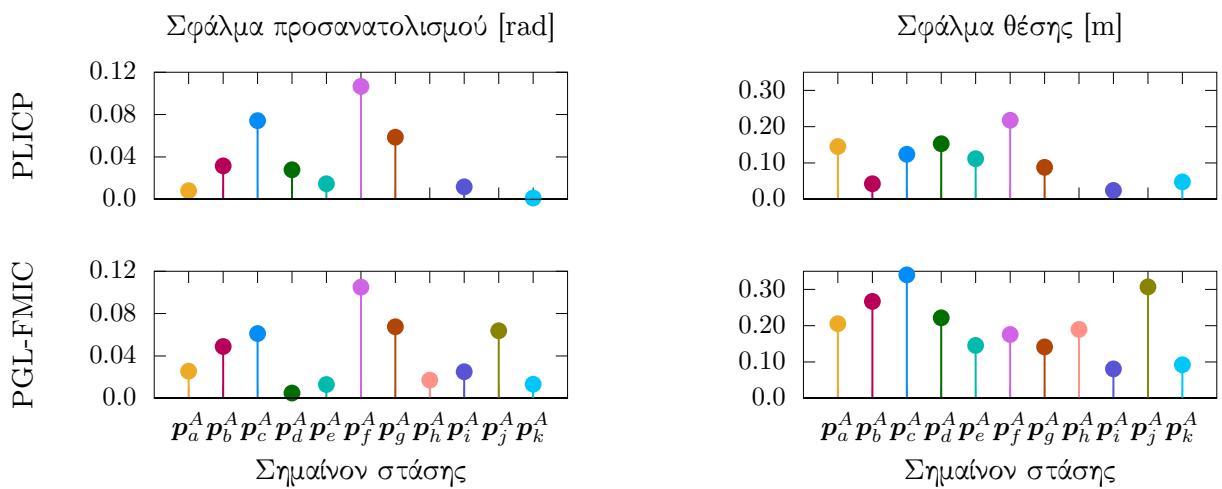


Figure Γ'.3: Μέση τιμή σφάλματος προσανατολισμού ορθών λύσεων (αριστερά) και θέσης (δεξιά) ανά στάση στο περιβάλλον CSAL

## Appendix $\Delta'$

# Μέθοδοι ευθυγράμμισης πραγματικών με εικονικές σαρώσεις χωρίς τον υπολογισμό αντιστοιχίσεων

### $\Delta'.1$ Απόδειξη του Λήμματος II

Έστω  $\theta = \hat{\theta} + \phi_0$ , όπου  $\phi_0$  είναι το αρχικό σφάλμα εκτίμησης. Τότε η εξίσωση (7.16):

$$\begin{aligned}-\mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_V\} &= -e^{-i(\theta-\hat{\theta})}\mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_R\} - N_s e^{i\hat{\theta}}(\delta_x - i \cdot \delta_y) \\ \mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_V\} &= e^{-i\phi_0}\mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_R\} + N_s e^{i\hat{\theta}}(\delta_x - i \cdot \delta_y)\end{aligned}$$

Έστω  $\delta = \delta_x - i \cdot \delta_y$ . Τότε

$$e^{i\phi_0} = \frac{\mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_R\}}{\mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_V\} - N_s e^{i\hat{\theta}}\delta} \quad (\Delta'.1)$$

Έστω  $B = \mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_V\} - N_s e^{i\hat{\theta}}\delta$  ο παρονομαστής της εξίσωσης ( $\Delta'.1$ ). Τότε

$$\begin{aligned}B &= |\mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_V\}| e^{i\angle \mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_V\}} - N_s e^{i\hat{\theta}} |\delta| e^{i\angle \delta} \\ &= [|\mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_V\}| \cos(\angle \mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_V\}) - N_s |\delta| \cos(\hat{\theta} + \angle \delta)]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + i \cdot [|\mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_V\}| \sin(\angle \mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_V\}) - N_s |\delta| \sin(\hat{\theta} + \angle \delta)] \\
 & = |B| e^{i\angle B}
 \end{aligned} \tag{Δ'.2}$$

όπου

$$|B| = |\mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_V\}|^2 + N_s^2 |\delta|^2 - 2|\mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_V\}| N_s |\delta| \cos(\angle \mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_V\} - \hat{\theta} - \angle \delta)$$

και

$$\angle B = \tan^{-1} \frac{|\mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_V\}| \sin(\angle \mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_V\}) - N_s |\delta| \sin(\hat{\theta} + \angle \delta)}{|\mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_V\}| \cos(\angle \mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_V\}) - N_s |\delta| \cos(\hat{\theta} + \angle \delta)} \tag{Δ'.3}$$

Τότε η εξισωση (Δ'.1) γίνεται

$$\begin{aligned}
 e^{i\phi_0} &= \frac{\mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_R\}}{|B|} \\
 e^{i\phi_0} &= \frac{|\mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_R\}| e^{i\angle \mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_R\}}}{|B| e^{i\angle B}} \\
 e^{i\phi_0} &= \frac{|\mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_R\}|}{|B|} e^{i\angle \mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_R\} - \angle B} \\
 \phi_0 &= \angle \mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_R\} - \angle B
 \end{aligned} \tag{Δ'.4}$$

Όμως, λόγω των εξισώσεων  $\theta = \hat{\theta} + \phi_0$  και (7.18):

$$\begin{aligned}
 \theta &= \hat{\theta}' + \phi \\
 \theta &= \hat{\theta} + \angle \mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_R\} - \angle \mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_V\} + \phi \\
 \phi_0 &= \angle \mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_R\} - \angle \mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_V\} + \phi \\
 \angle \mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_R\} - \angle B &\stackrel{(4)}{=} \angle \mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_R\} - \angle \mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_V\} + \phi \\
 -\angle B &= -\angle \mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_V\} + \phi \\
 \phi &= \angle \mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_V\} - \angle B \\
 \phi &\stackrel{(3)}{=} \angle \mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_V\} - \tan^{-1} \frac{|\mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_V\}| \sin(\angle \mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_V\}) - N_s |\delta| \sin(\hat{\theta} + \angle \delta)}{|\mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_V\}| \cos(\angle \mathcal{F}_1\{\mathcal{S}_V\}) - N_s |\delta| \cos(\hat{\theta} + \angle \delta)}
 \end{aligned} \tag{Δ'.5}$$

■

## Δ'.2 Σφάλματα εκτίμησης θέσης και προσανατολισμού

Κατανομές σφαλμάτων θέσης [m]

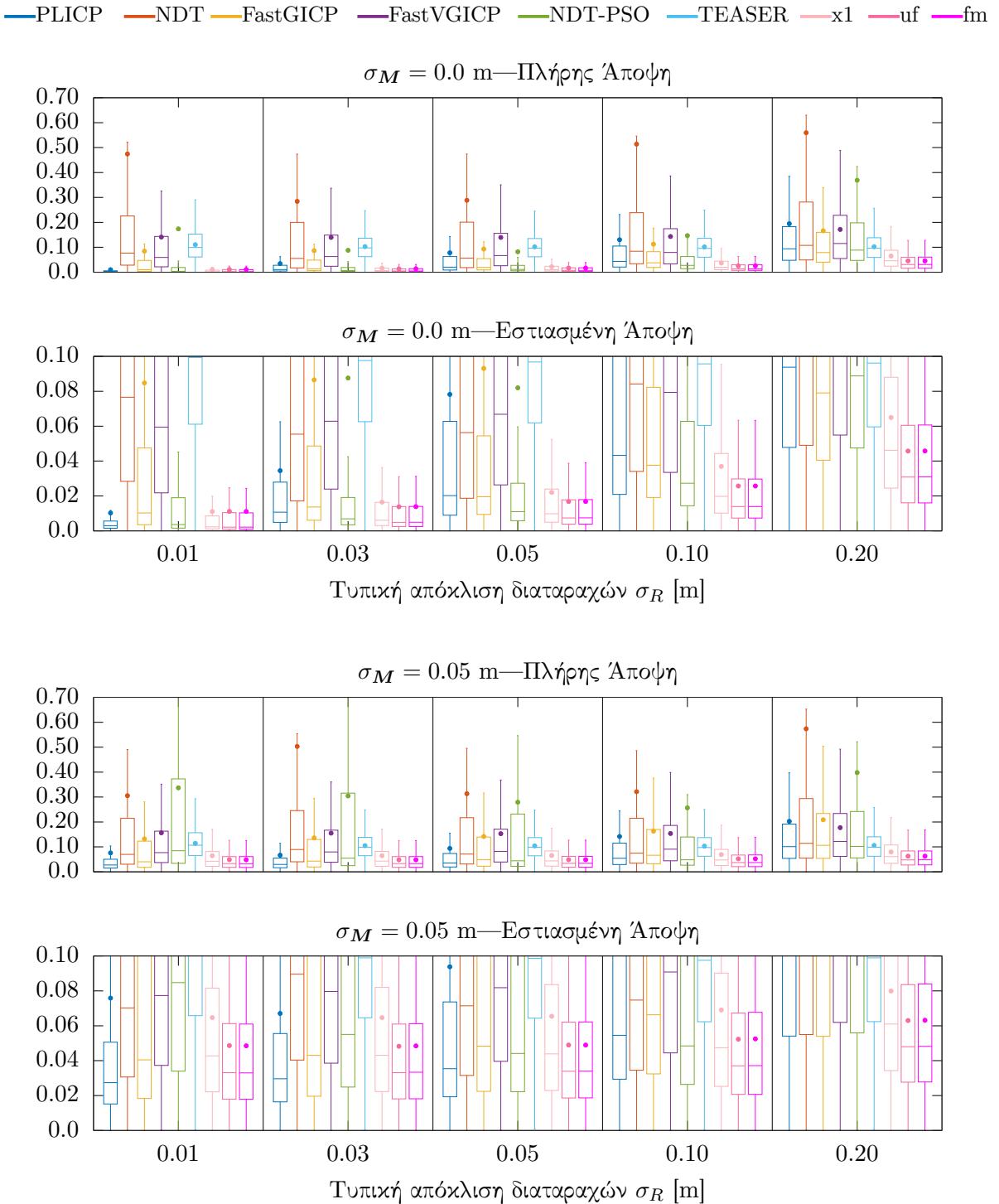


Figure Δ'.1: Οι κατανομές των σφαλμάτων θέσης για κάθε αλγόριθμο με βάση την πειραματική διάταξη της ενότητας 7.5.1. Κάθε ορθογώνιο αντιπροσωπεύει τα στατιστικά  $\approx 4.5 \cdot 10^5$  ευθυγραμμίσεων, με την εξαίρεση των μεθόδων NDT-PSO και TEASER οι οποίες δοκιμάστηκαν  $\approx 4.5 \cdot 10^4$  φορές

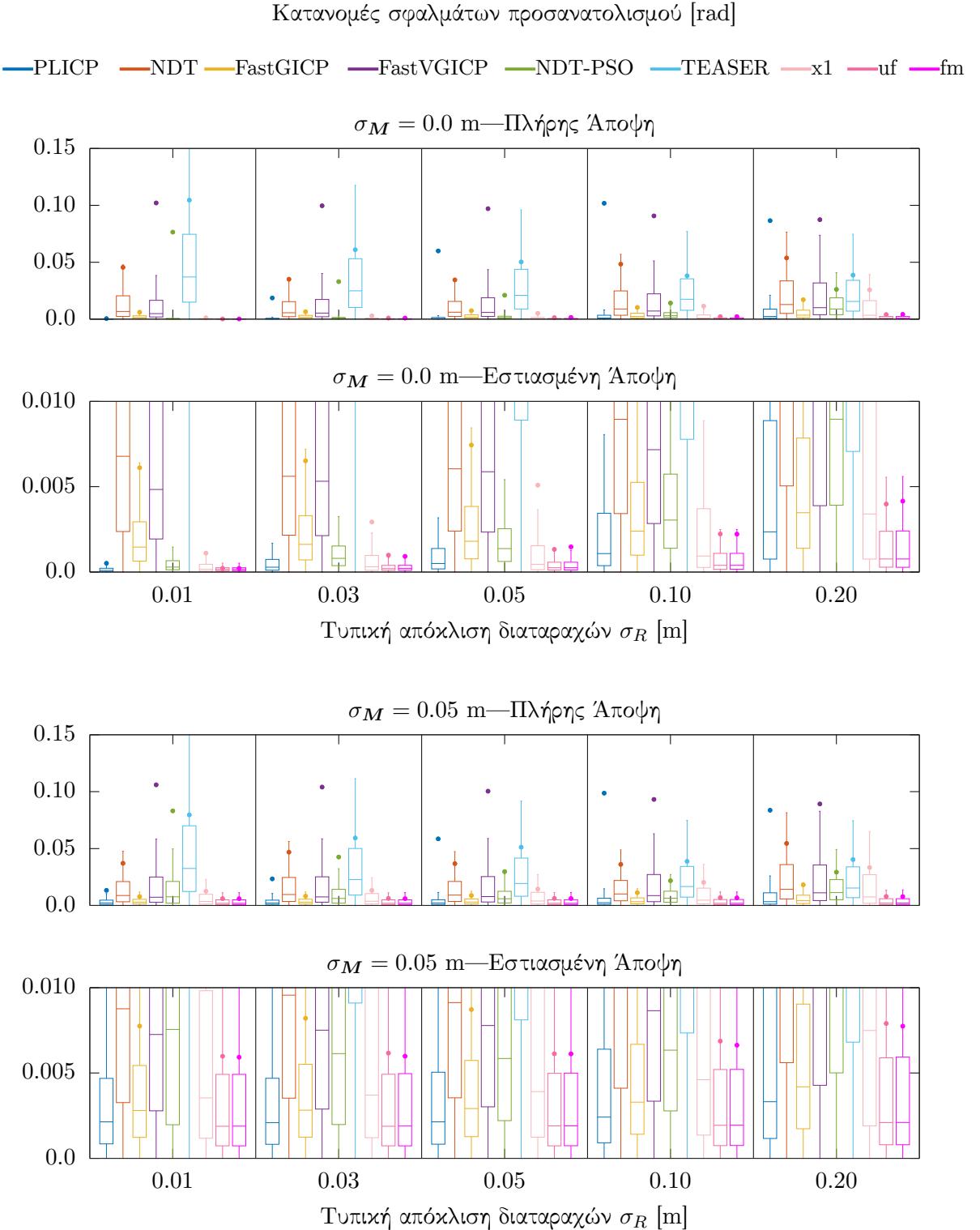


Figure Δ'.2: Οι κατανομές των σφαλμάτων προσανατολισμού για κάθε αλγόριθμο με βάση την πειραματική διάταξη της ενότητας 7.5.1. Κάθε ορθογώνιο αντιπροσωπεύει τα στατιστικά  $\approx 4.5 \cdot 10^5$  ευθυγραμμίσεων, με την εξαίρεση των μεθόδων NDT-PSO και TEASER οι οποίες δοκιμάστηκαν  $\approx 4.5 \cdot 10^4$  φορές

## Appendix E'

# Μέθοδοι ευθυγράμμισης πραγματικών σαρώσεων χωρίς τον υπολογισμό αντιστοιχίσεων

E'.1 Τελικά σφάλματα θέσης και προσανατολισμού ως προς αρχικές συνθήκες μεταπόπισης

Τελικά σφάλματα εκτίμησης θέσης ως προς αρχικές συνθήκες μεταπόπισης [m]

$$(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.05 \text{ m}, 0.035 \text{ rad})$$

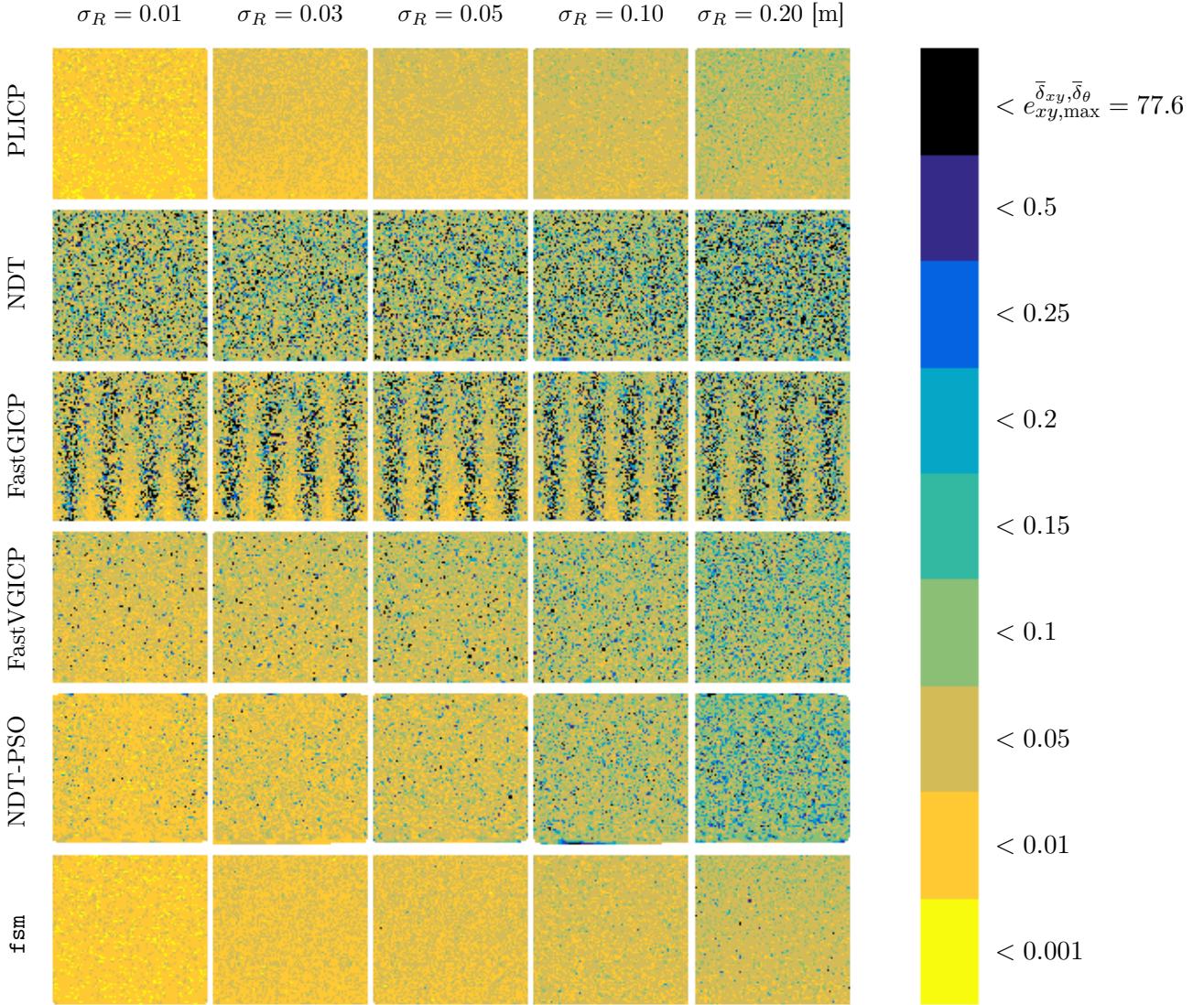


Figure E'.1: Χάρτες θερμότητας των μέτρων των τελικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης συναρτήσει των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού  $\Delta\hat{\theta} \in [-\bar{\delta}_\theta, +\bar{\delta}_\theta]$  (στον οριζόντιο άξονα) και των μέτρων των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης  $\|\Delta\hat{l}\|_2 \in [0, \sqrt{2} \cdot \bar{\delta}_{xy}]$  (στον κάθετο άξονα) για όλα τα διενεργηθέντα πειράματα, ανά αλγόριθμο και ανά τυπική απόκλιση διαταραχών του φυσικού αισθητήρα, για τη διάταξη  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.05, 0.035)$  [m,rad]

Τελικά σφάλματα εκτίμησης θέσης ως προς αρχικές συνθήκες μεταπόπισης [m]

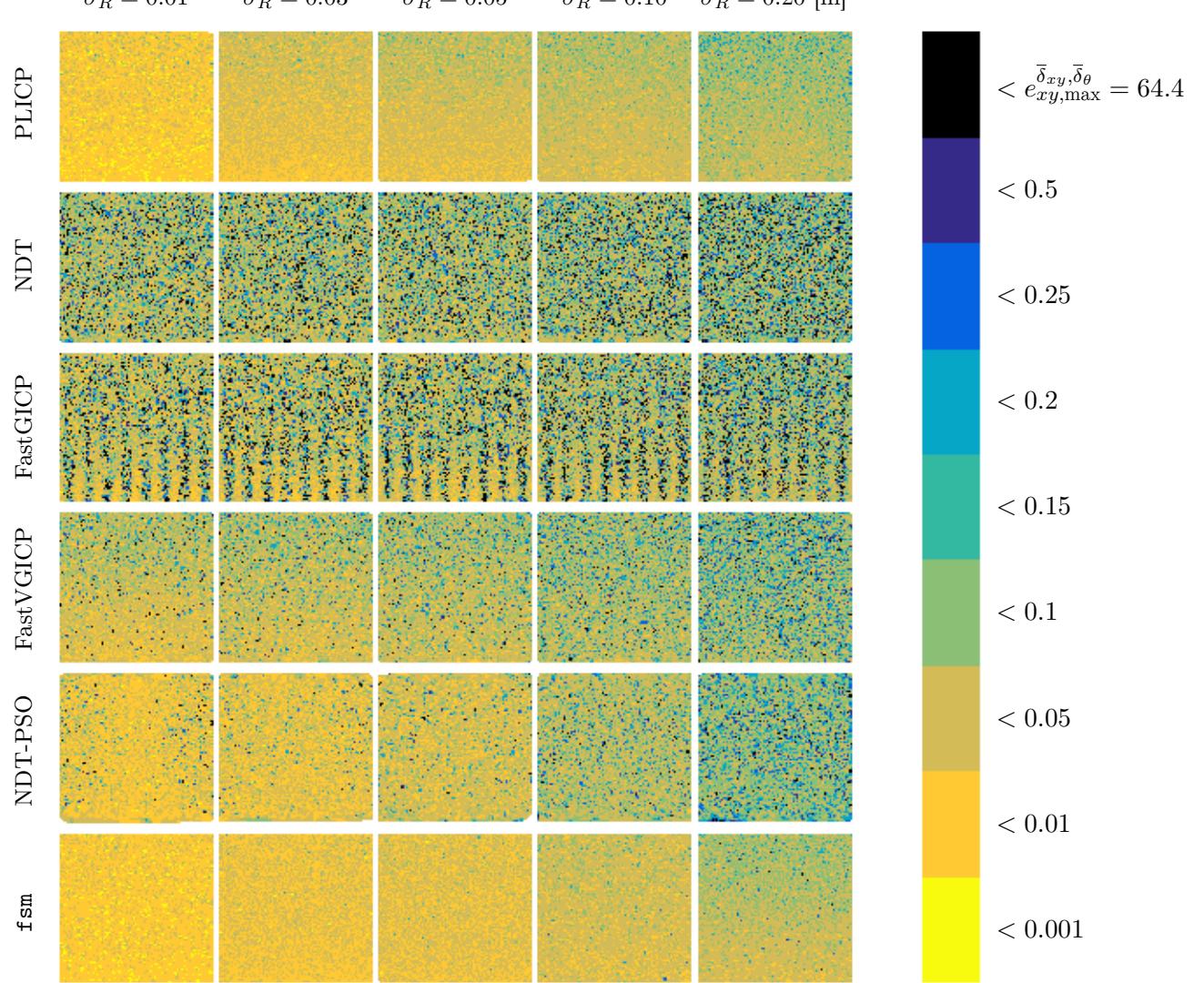
$$(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.10 \text{ m}, 0.07 \text{ rad})$$


Figure E'.2: Χάρτες θερμότητας των μέτρων των τελικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης συναρτήσει των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού  $\Delta\hat{\theta} \in [-\bar{\delta}_\theta, +\bar{\delta}_\theta]$  (στον οριζόντιο άξονα) και των μέτρων των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης  $\|\Delta\hat{l}\|_2 \in [0, \sqrt{2} \cdot \bar{\delta}_{xy}]$  (στον κάθετο άξονα) για όλα τα διενεργηθέντα πειράματα, ανά αλγόριθμο και ανά τυπική απόκλιση διαταραχών του φυσικού αισθητήρα, για τη διάταξη  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.10, 0.070)$  [m,rad]

Τελικά σφάλματα εκτίμησης θέσης ως προς αρχικές συνθήκες μεταπόπισης [m]

$$(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.15 \text{ m}, 0.15 \text{ rad})$$

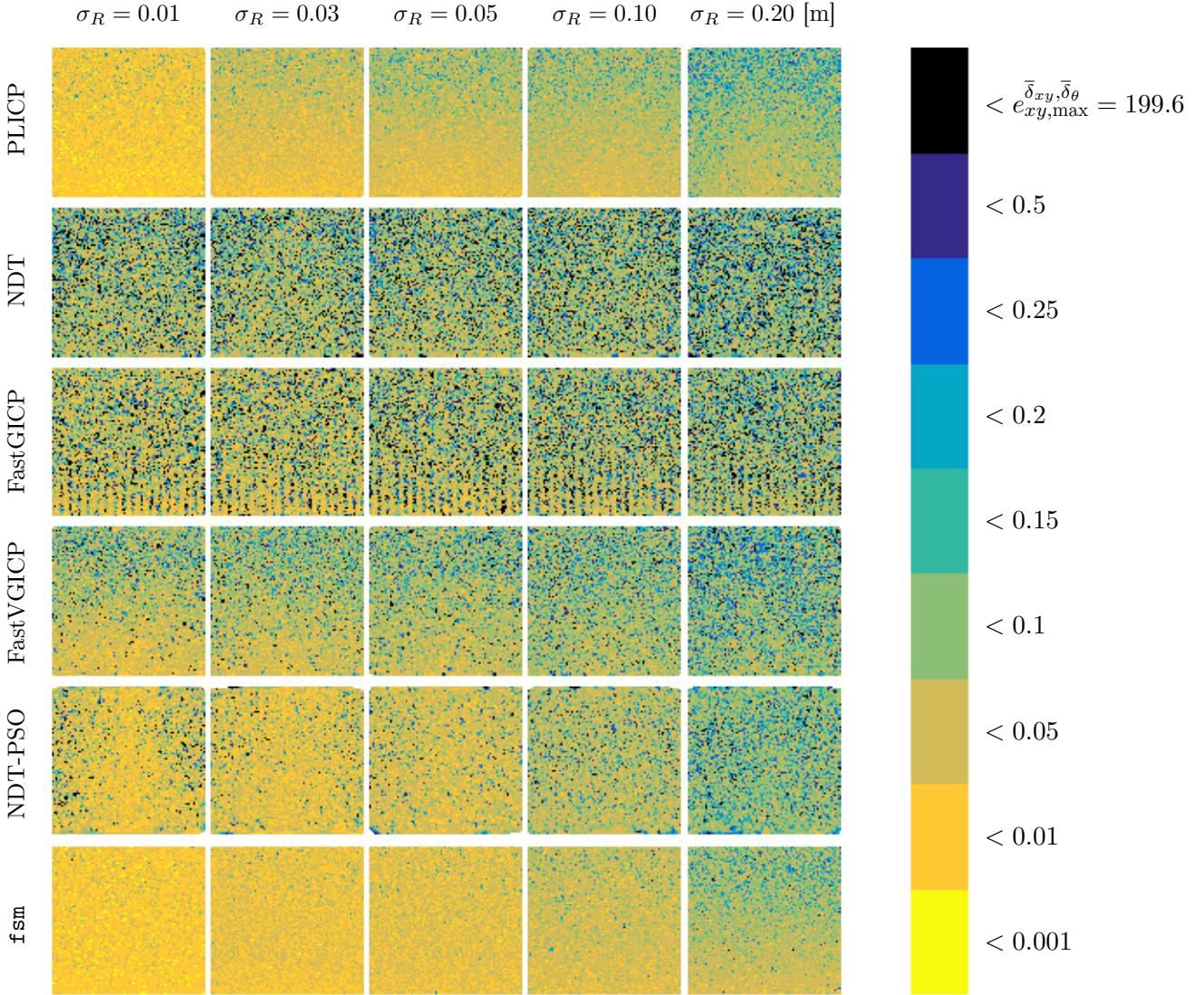


Figure E'.3: Χάρτες θερμότητας των μέτρων των τελικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης συναρτήσει των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού  $\Delta\hat{\theta} \in [-\bar{\delta}_\theta, +\bar{\delta}_\theta]$  (στον οριζόντιο άξονα) και των μέτρων των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης  $\|\Delta\hat{l}\|_2 \in [0, \sqrt{2} \cdot \bar{\delta}_{xy}]$  (στον κάθετο άξονα) για όλα τα διενεργηθέντα πειράματα, ανά αλγόριθμο και ανά τυπική απόκλιση διαταραχών του φυσικού αισθητήρα, για τη διάταξη  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.15, 0.150)$  [m,rad]

E'.1. ΤΕΛΙΚΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΘΕΣΗΣ ΚΑΙ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΩΣ ΠΡΟΣ ΑΡΧΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΜΑ

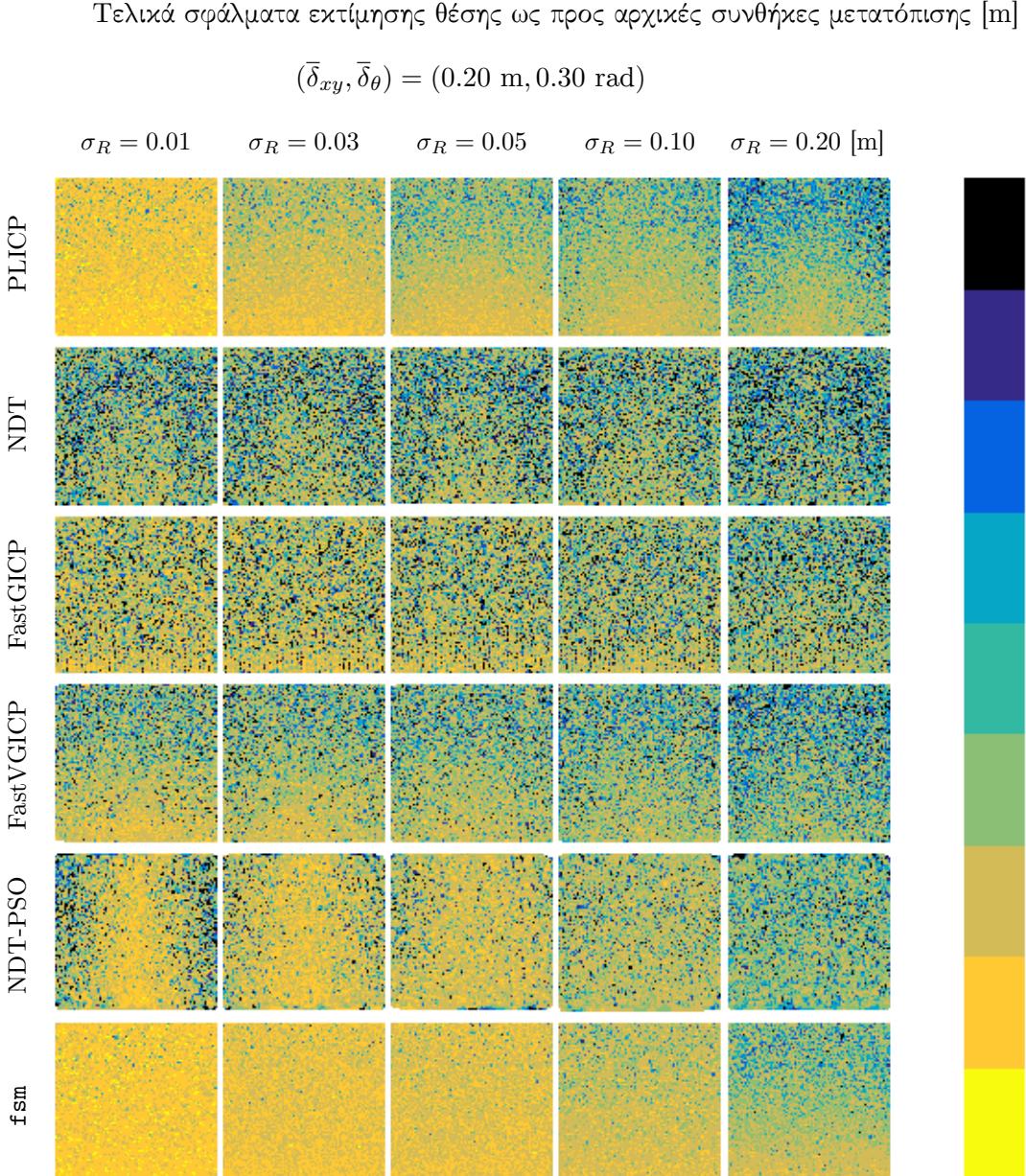


Figure E'.4: Χάρτες θερμότητας των μέτρων των τελικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης συναρτήσει των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού  $\Delta\hat{\theta} \in [-\bar{\delta}_\theta, +\bar{\delta}_\theta]$  (στον οριζόντιο άξονα) και των μέτρων των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης  $\|\Delta\hat{l}\|_2 \in [0, \sqrt{2} \cdot \bar{\delta}_{xy}]$  (στον κάθετο άξονα) για όλα τα διενεργηθέντα πειράματα, ανά αλγόριθμο και ανά τυπική απόκλιση διαταραχών του φυσικού αισθητήρα, για τη διάταξη με  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.20, 0.30) \text{ [m,rad]}$

Τελικά σφάλματα εκτίμησης θέσης ως προς αρχικές συνθήκες μεταπόπισης [m]

$$(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.20 \text{ m}, 0.56 \text{ rad})$$

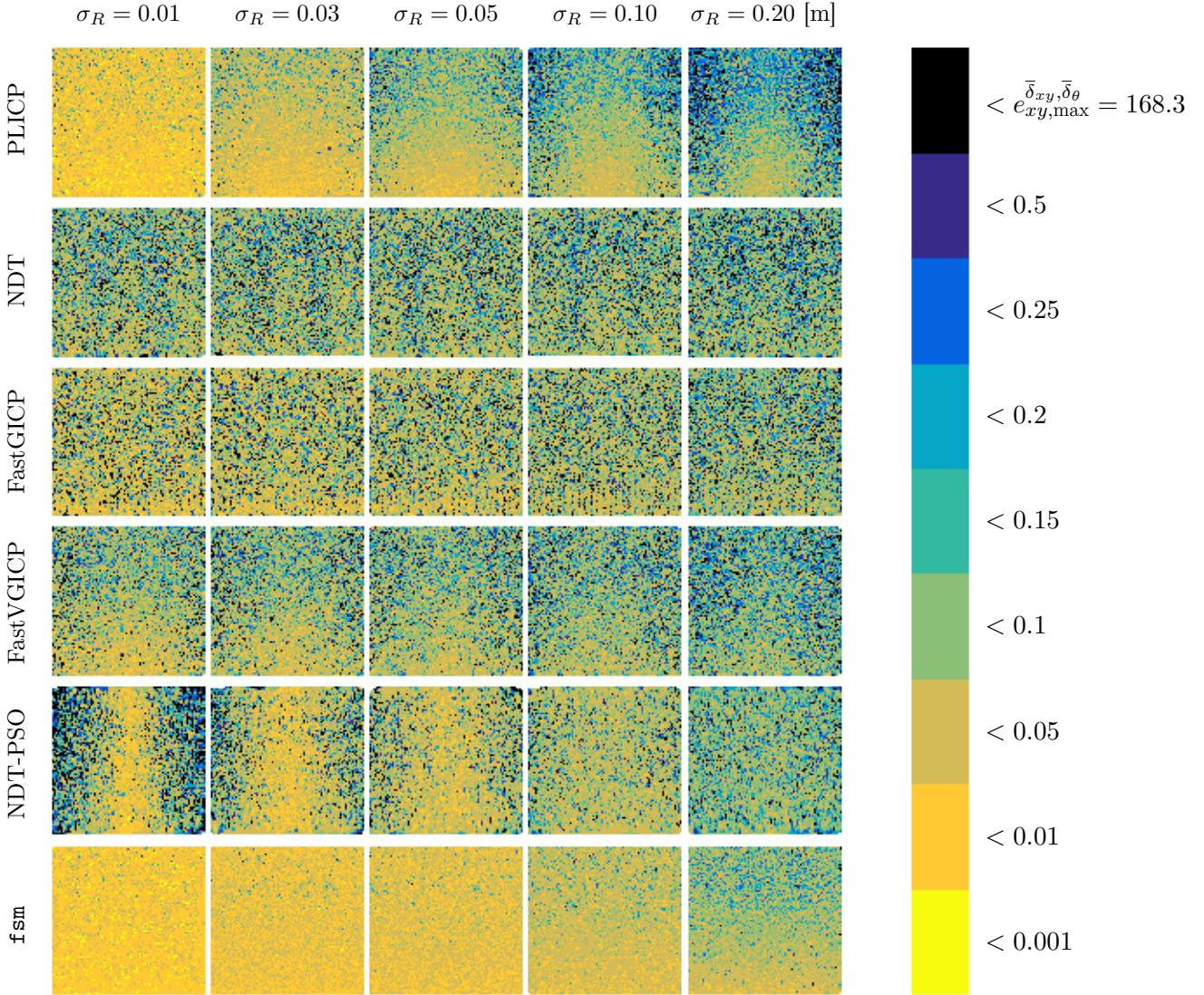


Figure E'.5: Χάρτες θερμότητας των μέτρων των τελικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης συναρτήσει των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού  $\Delta\hat{\theta} \in [-\bar{\delta}_\theta, +\bar{\delta}_\theta]$  (στον οριζόντιο άξονα) και των μέτρων των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης  $\|\Delta\hat{l}\|_2 \in [0, \sqrt{2} \cdot \bar{\delta}_{xy}]$  (στον κάθετο άξονα) για όλα τα διενεργηθέντα πειράματα, ανά αλγόριθμο και ανά τυπική απόκλιση διαταραχών του φυσικού αισθητήρα, για τη διάταξη  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.20, 0.56)$  [m,rad]

E'.1. ΤΕΛΙΚΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΘΕΣΗΣ ΚΑΙ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΩΣ ΠΡΟΣ ΑΡΧΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΜΑ

Τελικά σφάλματα εκτίμησης θέσης ως προς αρχικές συνθήκες μεταπόπισης [m]

$$(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.20 \text{ m}, \pi/4 \text{ rad})$$

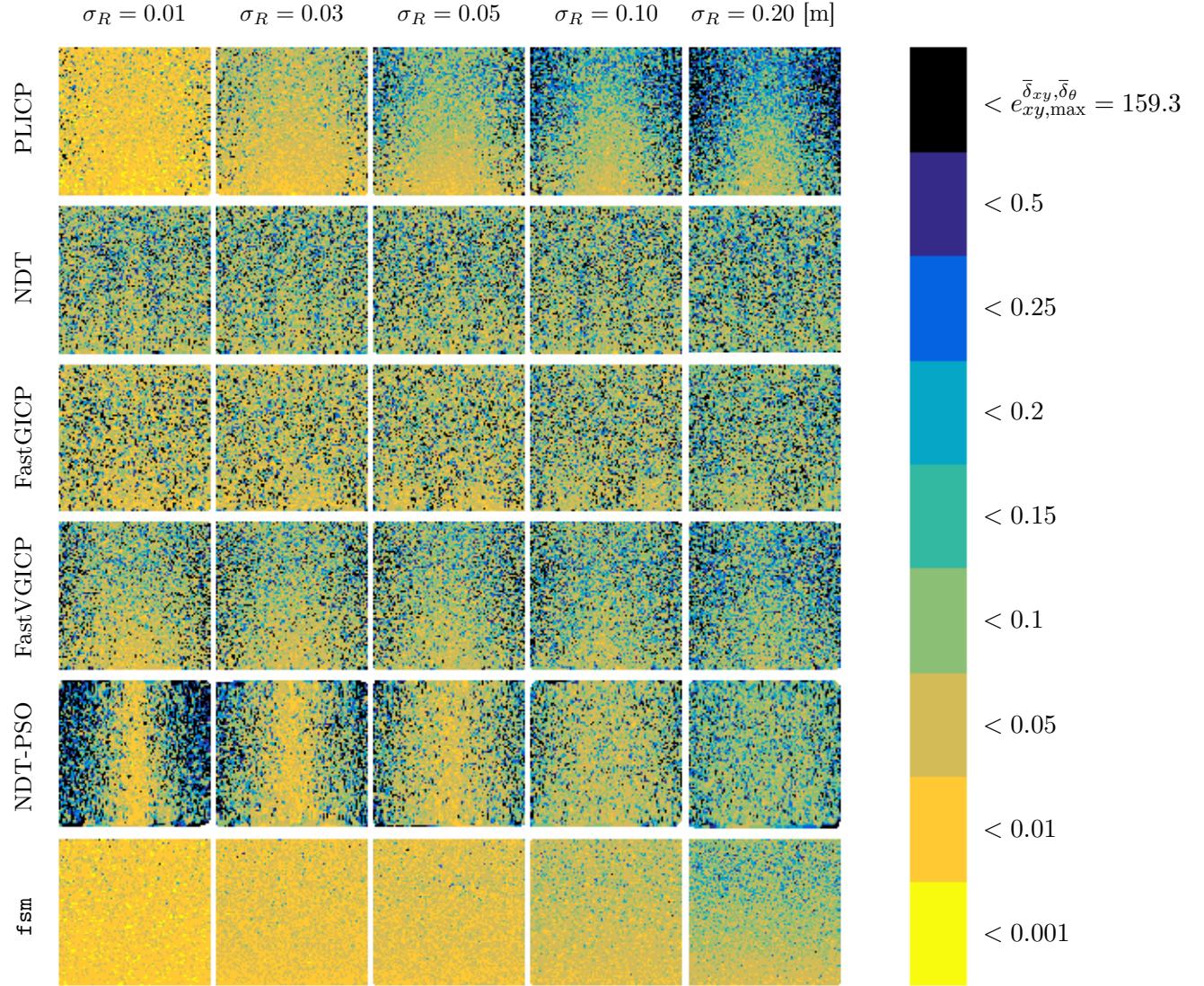


Figure E'.6: Χάρτες θερμότητας των μέτρων των τελικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης συναρτήσει των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού  $\Delta\hat{\theta} \in [-\bar{\delta}_\theta, +\bar{\delta}_\theta]$  (στον οριζόντιο άξονα) και των μέτρων των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης  $\|\Delta\hat{l}\|_2 \in [0, \sqrt{2} \cdot \bar{\delta}_{xy}]$  (στον κάθετο άξονα) για όλα τα διενεργηθέντα πειράματα, ανά αλγόριθμο και ανά τυπική απόκλιση διαταραχών του φυσικού αισθητήρα, για τη διάταξη με  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.20, \pi/4)$  [m,rad]

Τελικά σφάλματα εκτίμησης προσανατολισμού ως προς αρχικές συνθήκες μετατόπισης [rad]

$$(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.05 \text{ m}, 0.035 \text{ rad})$$

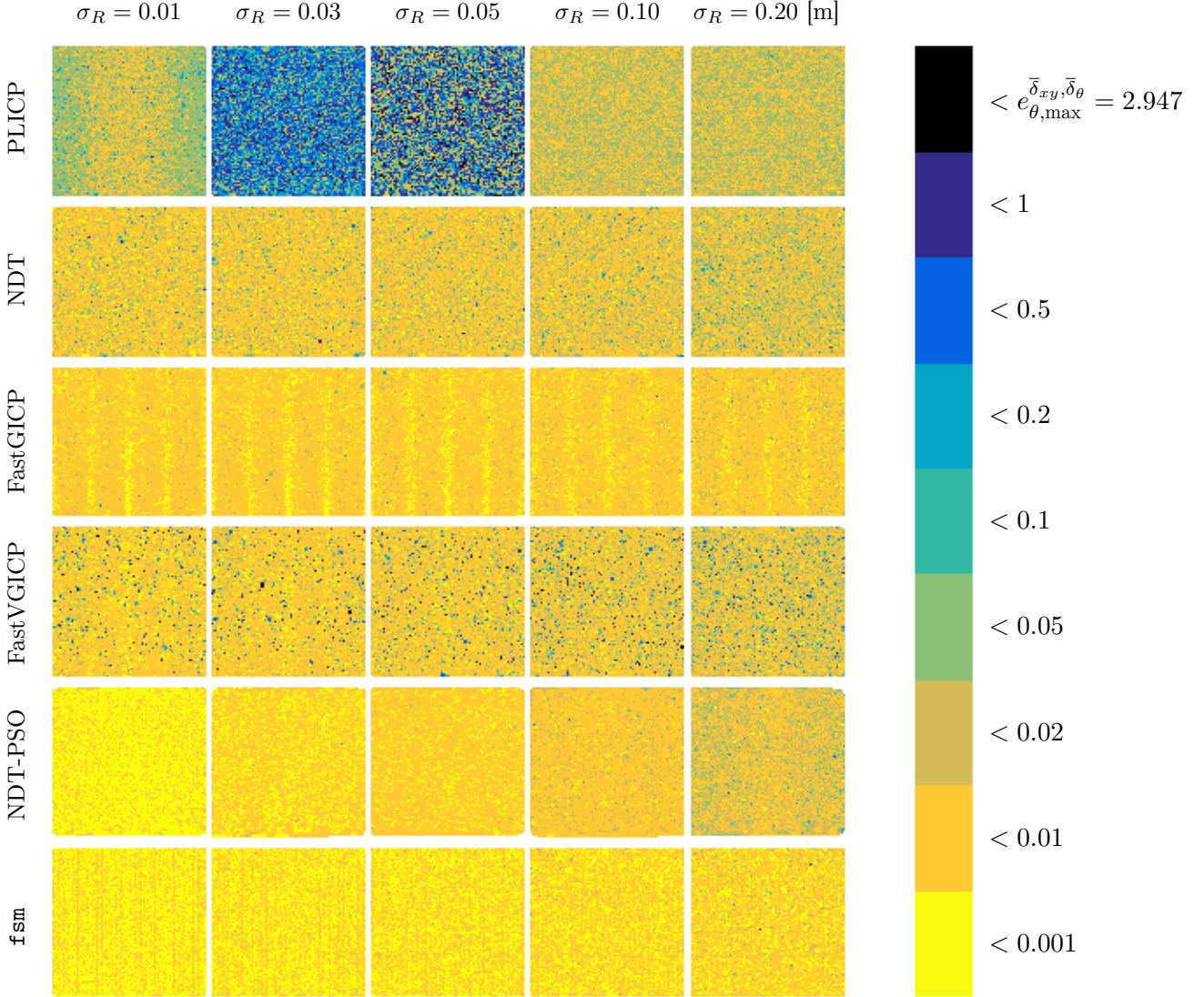


Figure E'.7: Χάρτες θερμότητας των μέτρων των τελικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού συναρτήσει των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού  $\Delta\hat{\theta} \in [-\bar{\delta}_\theta, +\bar{\delta}_\theta]$  (στον οριζόντιο άξονα) και των μέτρων των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης  $\|\Delta\hat{l}\|_2 \in [0, \sqrt{2} \cdot \bar{\delta}_{xy}]$  (στον κάθετο άξονα) για όλα τα διενεργηθέντα πειράματα, ανά αλγόριθμο και ανά τυπική απόκλιση διαταραχών του φυσικού αισθητήρα, για τη διάταξη με  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.05, 0.035) \text{ [m,rad]}$

E'.1. ΤΕΛΙΚΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΘΕΣΗΣ ΚΑΙ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΩΣ ΠΡΟΣ ΑΡΧΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΜΕ

Τελικά σφάλματα εκτίμησης προσανατολισμού ως προς αρχικές συνθήκες μετατόπισης [rad]

$$(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.10 \text{ m}, 0.07 \text{ rad})$$

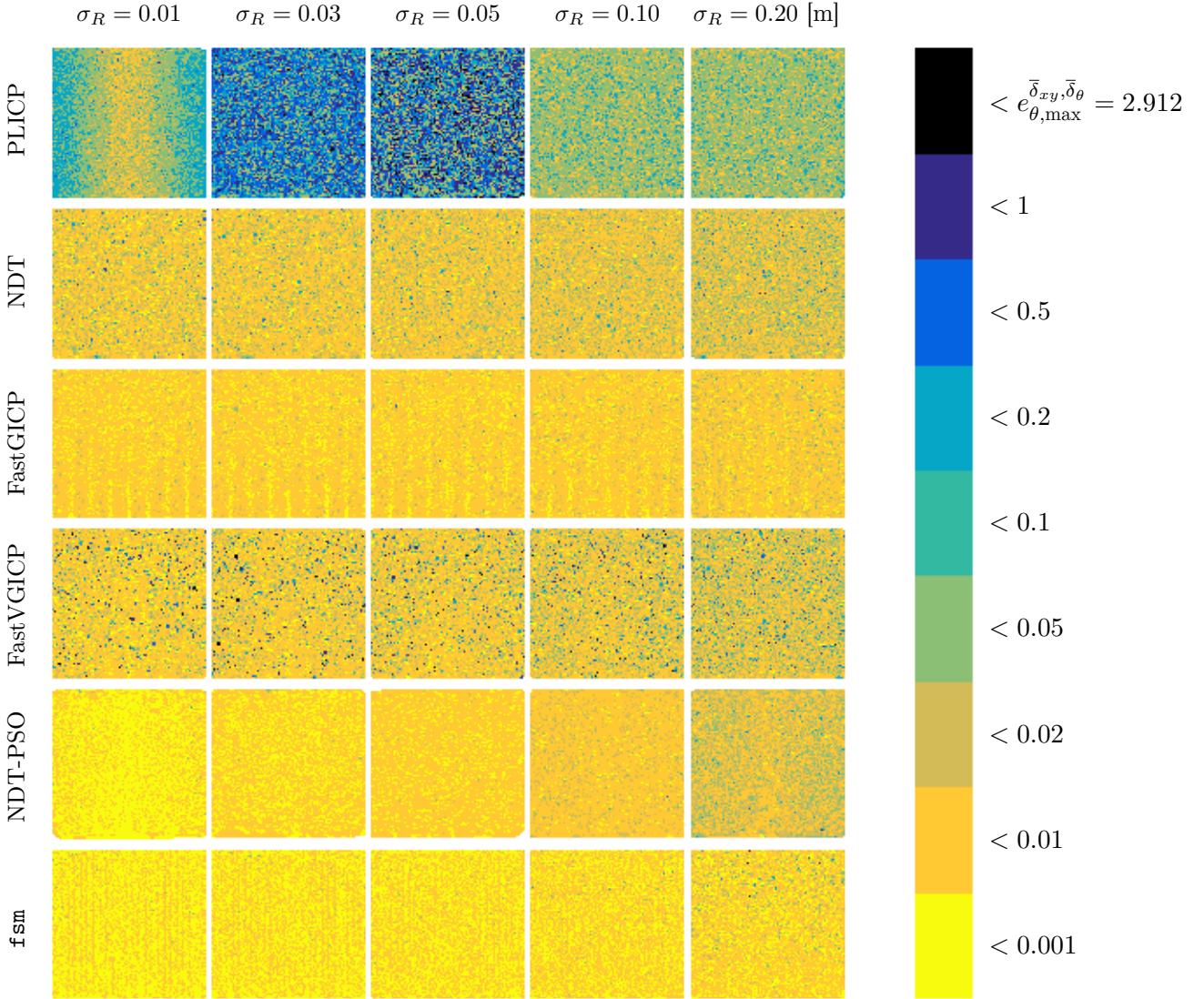


Figure E'.8: Χάρτες θερμότητας των μέτρων των τελικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού συναρτήσει των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού  $\Delta\hat{\theta} \in [-\bar{\delta}_\theta, +\bar{\delta}_\theta]$  (στον οριζόντιο άξονα) και των μέτρων των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης  $\|\Delta\hat{l}\|_2 \in [0, \sqrt{2} \cdot \bar{\delta}_{xy}]$  (στον κάθετο άξονα) για όλα τα διενεργηθέντα πειράματα, ανά αλγόριθμο και ανά τυπική απόκλιση διαταραχών του φυσικού αισθητήρα, για τη διάταξη με  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.10, 0.070)$  [m,rad]

Τελικά σφάλματα εκτίμησης προσανατολισμού ως προς αρχικές συνθήκες μετατόπισης [rad]

$$(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.15 \text{ m}, 0.15 \text{ rad})$$

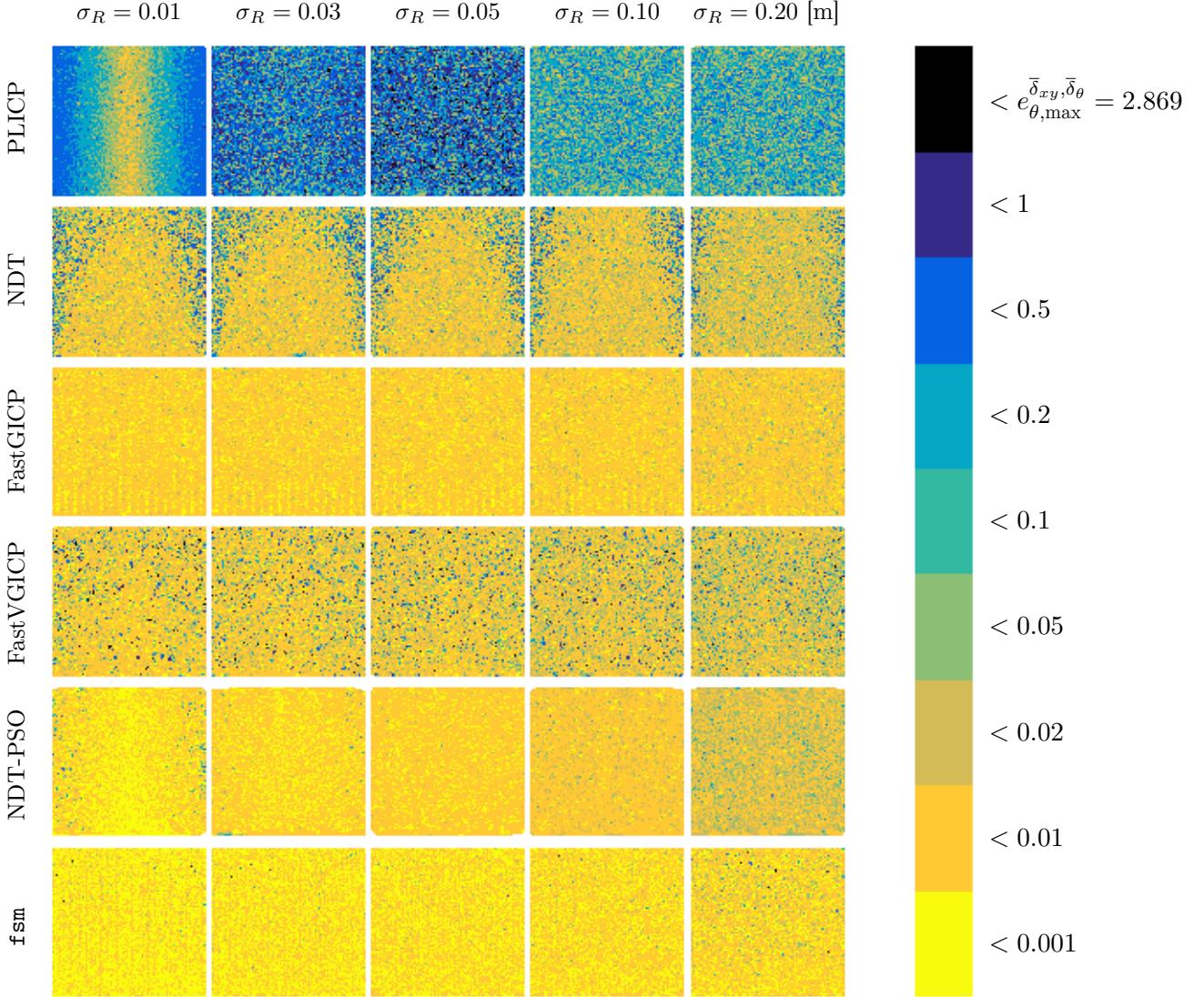


Figure E'.9: Χάρτες θερμότητας των μέτρων των τελικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού συναρτήσει των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού  $\Delta\hat{\theta} \in [-\bar{\delta}_\theta, +\bar{\delta}_\theta]$  (στον οριζόντιο άξονα) και των μέτρων των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης  $\|\Delta\hat{l}\|_2 \in [0, \sqrt{2} \cdot \bar{\delta}_{xy}]$  (στον κάθετο άξονα) για όλα τα διενεργηθέντα πειράματα, ανά αλγόριθμο και ανά τυπική απόκλιση διαταραχών του φυσικού αισθητήρα, για τη διάταξη με  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.15, 0.150)$  [m,rad]

E'.1. ΤΕΛΙΚΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΘΕΣΗΣ ΚΑΙ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΩΣ ΠΡΟΣ ΑΡΧΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΜΕ

Τελικά σφάλματα εκτίμησης προσανατολισμού ως προς αρχικές συνθήκες μετατόπισης [rad]

$$(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.20 \text{ m}, 0.30 \text{ rad})$$

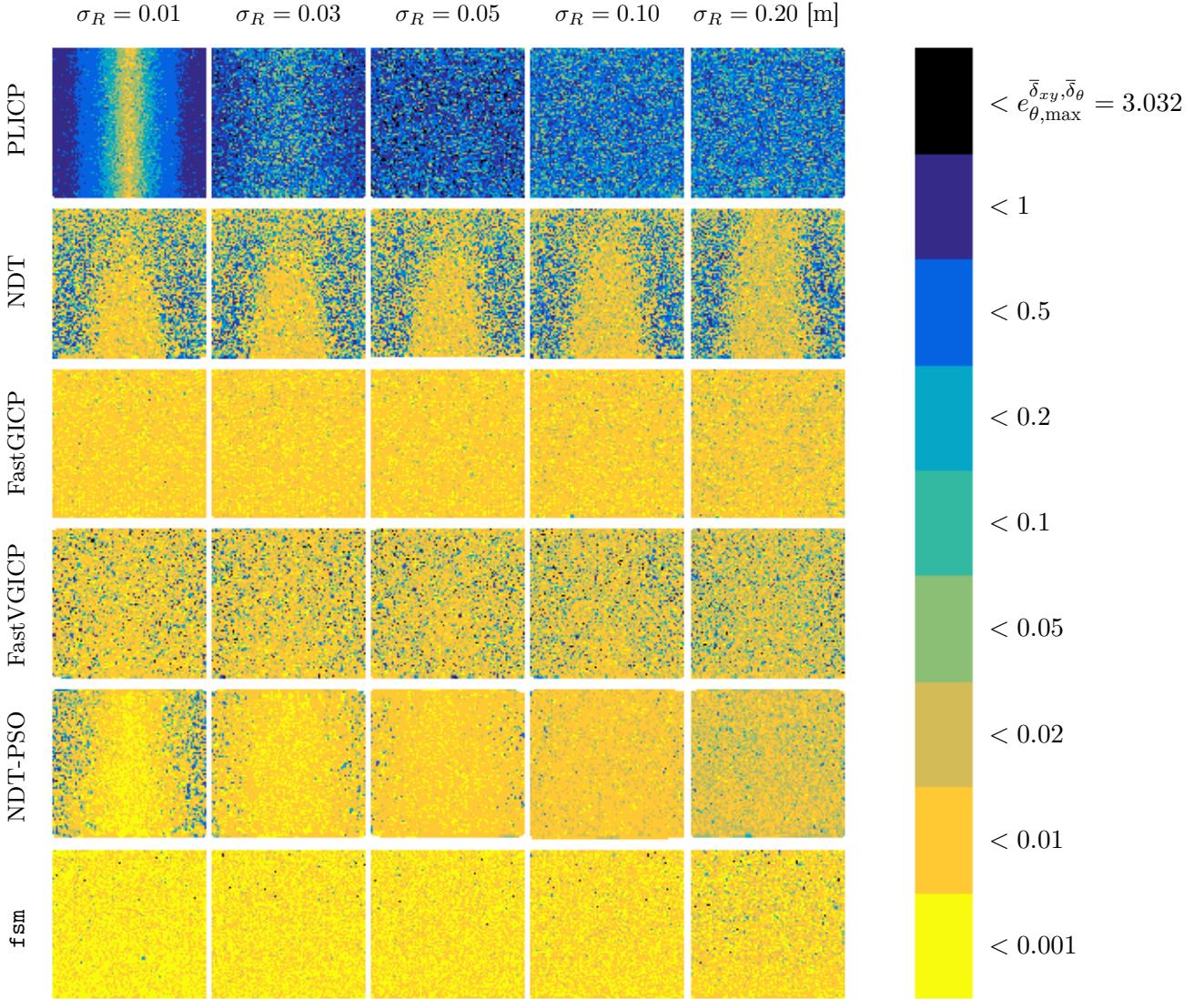


Figure E'.10: Χάρτες θερμότητας των μέτρων των τελικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού συναρτήσει των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού  $\Delta\hat{\theta} \in [-\bar{\delta}_\theta, +\bar{\delta}_\theta]$  (στον οριζόντιο άξονα) και των μέτρων των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης  $\|\Delta\hat{l}\|_2 \in [0, \sqrt{2} \cdot \bar{\delta}_{xy}]$  (στον κάθετο άξονα) για δύλα τα διενεργηθέντα πειράματα, ανά αλγόριθμο και ανά τυπική απόκλιση διαταραχών του φυσικού αισθητήρα, για τη διάταξη με  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.20, 0.30) \text{ [m,rad]}$

Τελικά σφάλματα εκτίμησης προσανατολισμού ως προς αρχικές συνθήκες μετατόπισης [rad]

$$(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.20 \text{ m}, 0.56 \text{ rad})$$

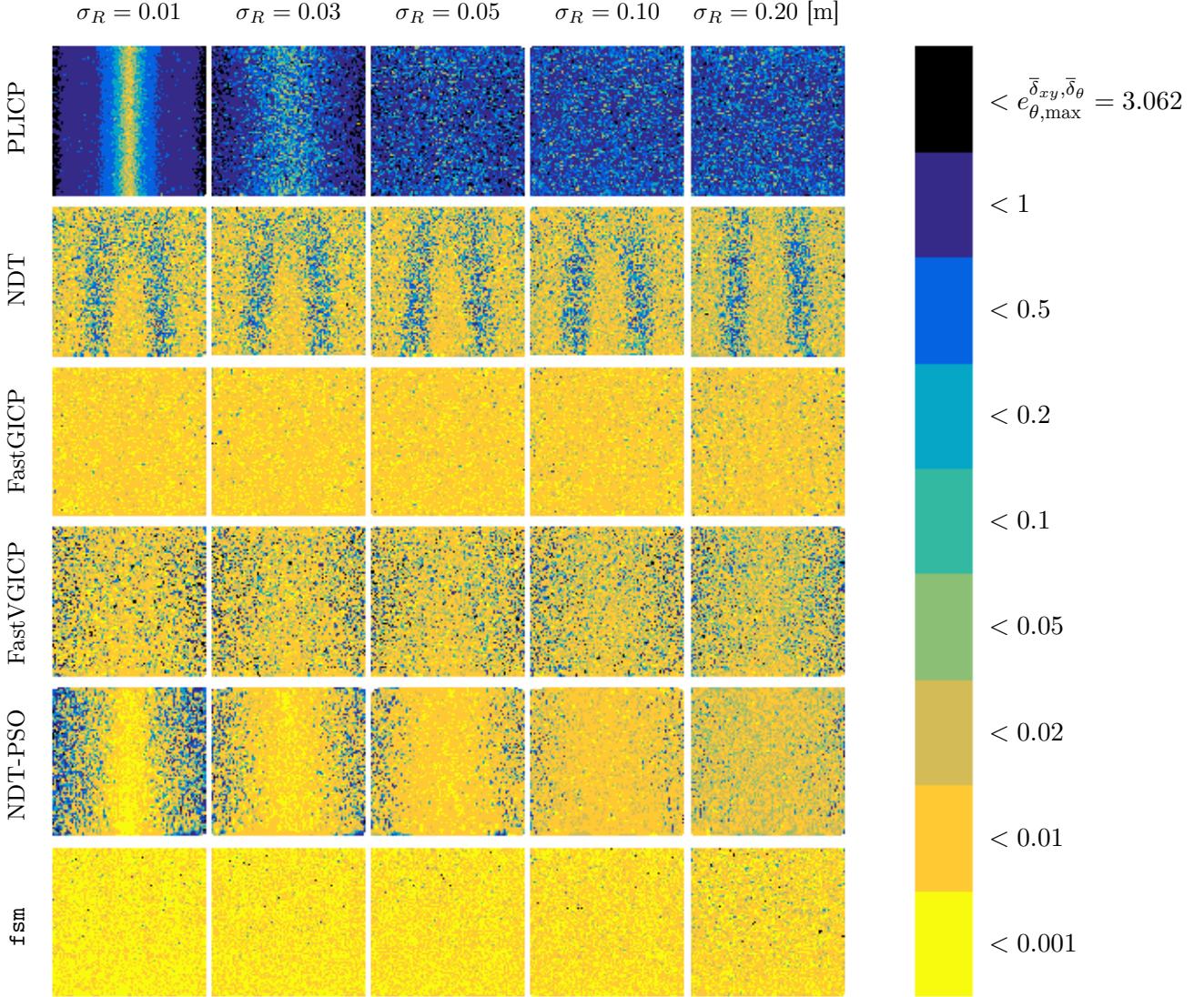


Figure E.11: Χάρτες θερμότητας των μέτρων των τελικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού συναρτήσει των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού  $\Delta\hat{\theta} \in [-\bar{\delta}_\theta, +\bar{\delta}_\theta]$  (στον οριζόντιο άξονα) και των μέτρων των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης  $\|\Delta\hat{l}\|_2 \in [0, \sqrt{2} \cdot \bar{\delta}_{xy}]$  (στον κάθετο άξονα) για όλα τα διενεργηθέντα πειράματα, ανά αλγόριθμο και ανά τυπική απόκλιση διαταραχών του φυσικού αισθητήρα, για τη διάταξη με  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.20, 0.56)$  [m,rad]

E'.1. ΤΕΛΙΚΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΘΕΣΗΣ ΚΑΙ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΩΣ ΠΡΟΣ ΑΡΧΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΜΕ

Τελικά σφάλματα εκτίμησης προσανατολισμού ως προς αρχικές συνθήκες μετατόπισης [rad]

$$(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.20 \text{ m}, \pi/4 \text{ rad})$$

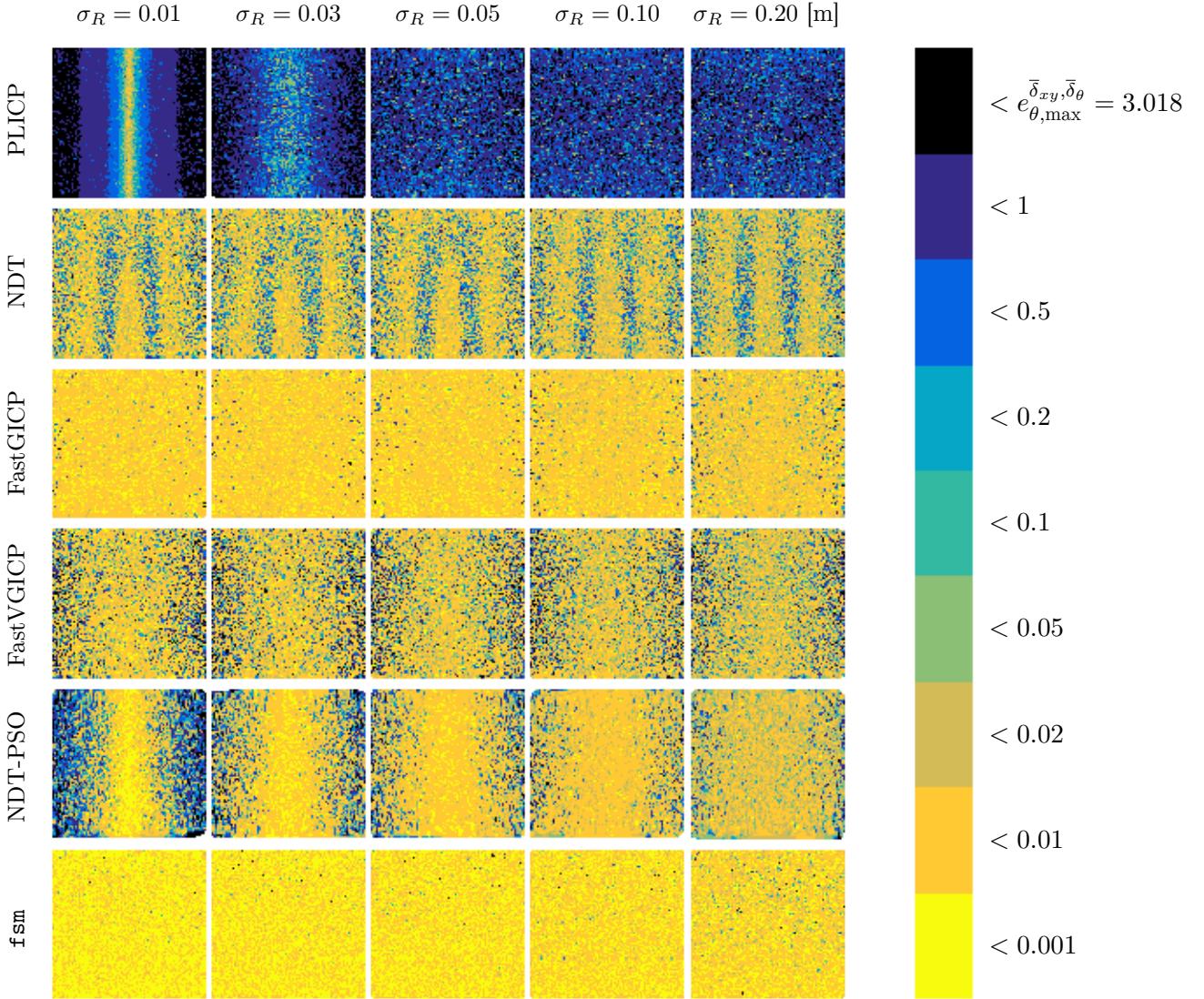


Figure E'.12: Χάρτες θερμότητας των μέτρων των τελικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού συναρτήσει των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού  $\Delta\hat{\theta} \in [-\bar{\delta}_\theta, +\bar{\delta}_\theta]$  (στον οριζόντιο άξονα) και των μέτρων των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης  $\|\Delta\hat{l}\|_2 \in [0, \sqrt{2} \cdot \bar{\delta}_{xy}]$  (στον κάθετο άξονα) για όλα τα διενεργηθέντα πειράματα, ανά αλγόριθμο και ανά τυπική απόκλιση διαταραχών του φυσικού αισθητήρα, για τη διάταξη με  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.20, \pi/4)$  [m,rad]

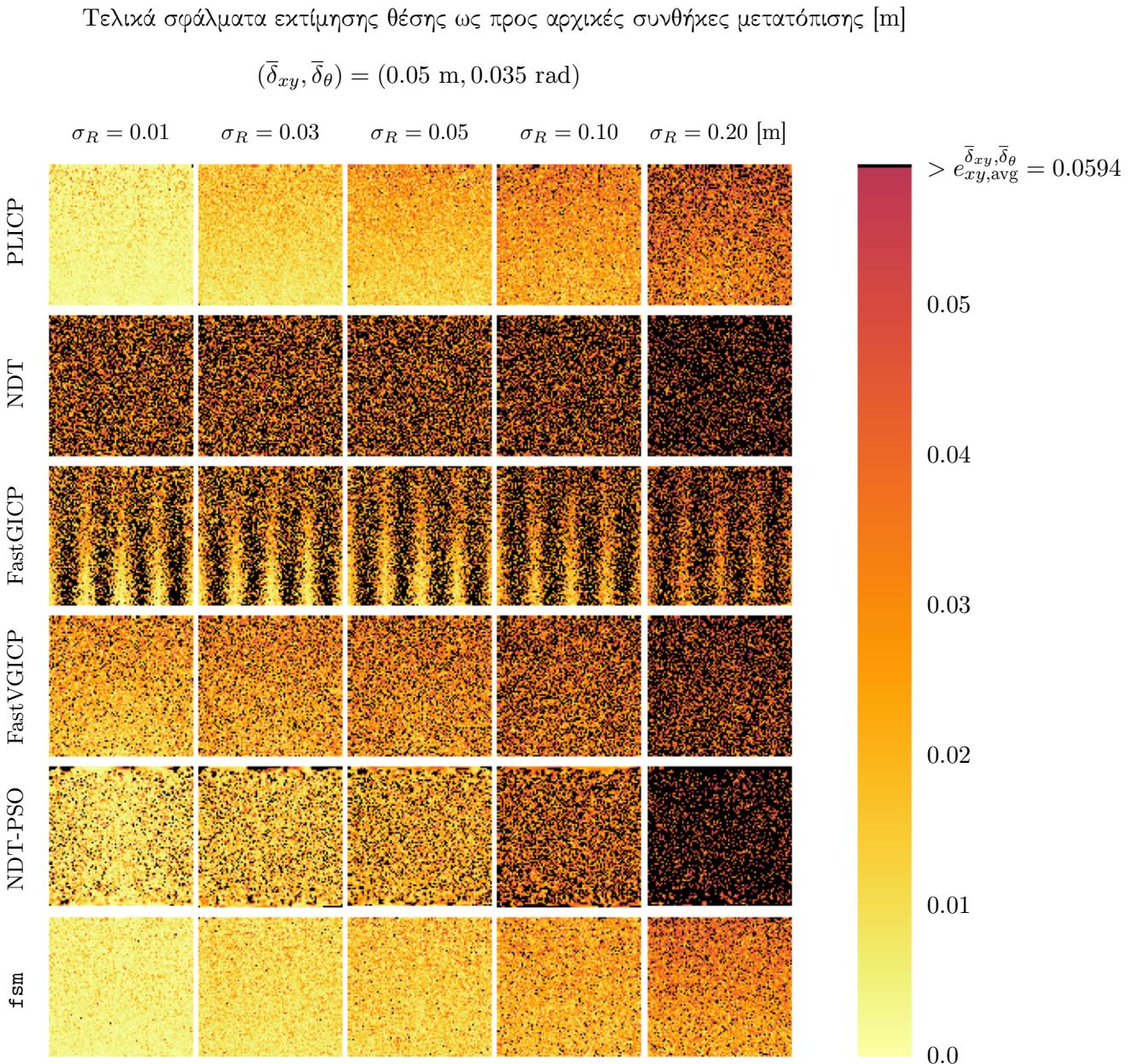


Figure E.13: Χάρτες θερμότητας των μέτρων των τελικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης συναρτήσει των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού  $\Delta\hat{\theta} \in [-\bar{\delta}_\theta, +\bar{\delta}_\theta]$  (στον οριζόντιο άξονα) και των μέτρων των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης  $\|\Delta\hat{l}\|_2 \in [0, \sqrt{2} \cdot \bar{\delta}_{xy}]$  (στον κάθετο άξονα) για όλα τα διενεργηθέντα πειράματα, ανά αλγόριθμο και ανά τυπική απόκλιση διαταραχών του φυσικού αισθητήρα, για τη διάταξη με  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.05, 0.035)$  [m,rad], εστιασμένοι στο διάστημα  $[0, e_{xy,\text{avg}}^{\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta}]$ , όπου με  $e_{xy,\text{avg}}^{\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta}$  σημειώνεται ο μέσος όρος σφαλμάτων εκτίμησης στάσης όλων των μεθόδων, για κάθε επεξεργασθέν δείγμα, και κάθε τυπική απόκλισης των διαταραχών που επιδρούν στις μετρήσεις του φυσικού αισθητήρα, για τη διαμόρφωση  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta)$ . Τιμές μέτρου σφαλμάτων εκτίμησης άνω του μέσου όρου σημειώνονται με μαύρο χρώμα

E'.1. ΤΕΛΙΚΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΘΕΣΗΣ ΚΑΙ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΩΣ ΠΡΟΣ ΑΡΧΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΜΑ

Τελικά σφάλματα εκτίμησης θέσης ως προς αρχικές συνθήκες μετατόπισης [m]

$$(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.10 \text{ m}, 0.07 \text{ rad})$$

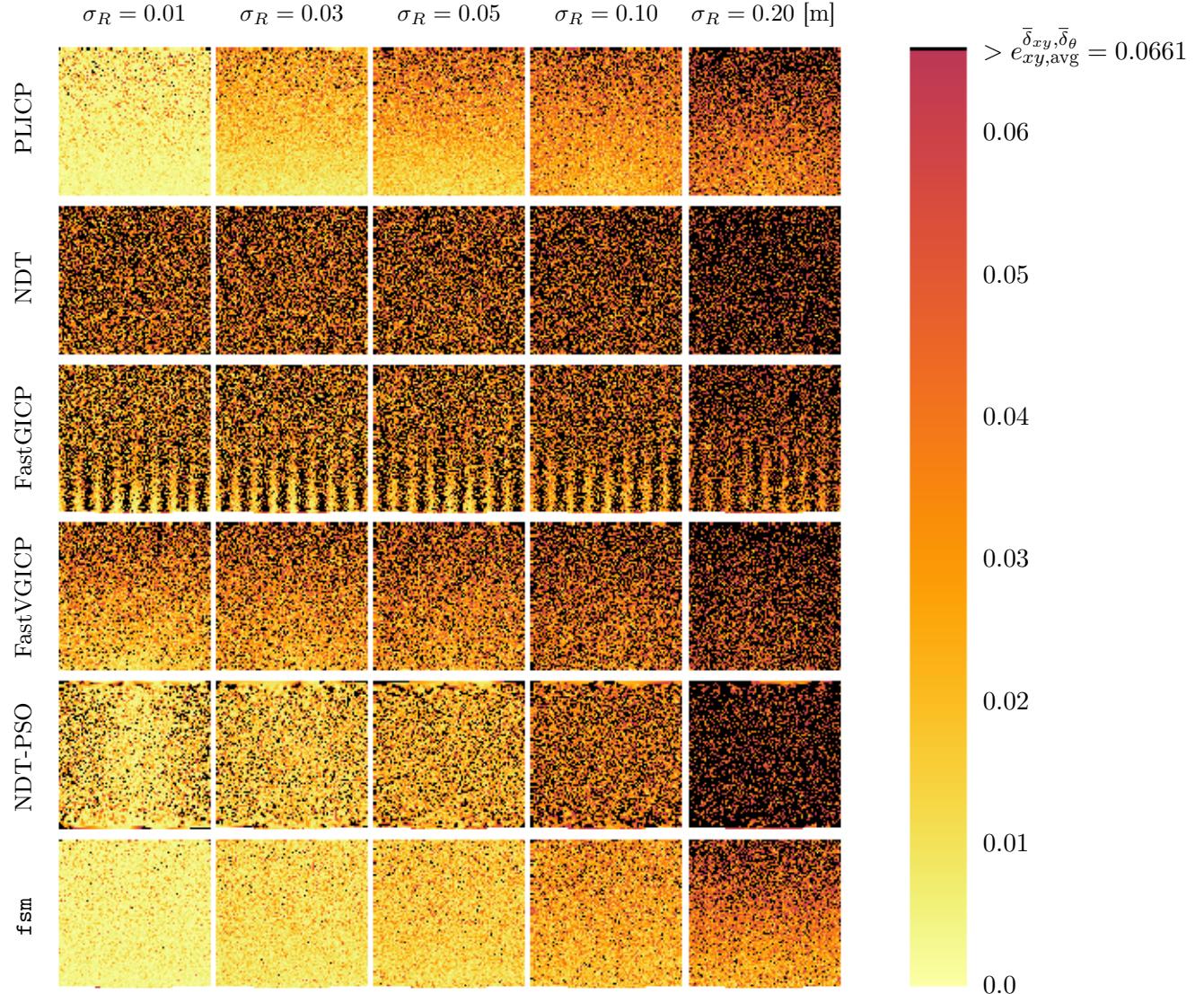


Figure E.14: Χάρτες θερμότητας των μέτρων των τελικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης συναρτήσει των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού  $\Delta\hat{\theta} \in [-\bar{\delta}_\theta, +\bar{\delta}_\theta]$  (στον οριζόντιο άξονα) και των μέτρων των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης  $\|\Delta\hat{l}\|_2 \in [0, \sqrt{2} \cdot \bar{\delta}_{xy}]$  (στον κάθετο άξονα) για όλα τα διενεργηθέντα πειράματα, ανά αλγόριθμο και ανά τυπική απόκλιση διαταραχών του φυσικού αισθητήρα, για τη διάταξη με  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.10, 0.070)$  [m,rad], εστιασμένοι στο διάστημα  $[0, e_{xy,\text{avg}}^{\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta}]$ , όπου με  $e_{xy,\text{avg}}^{\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta}$  σημειώνεται ο μέσος όρος σφαλμάτων εκτίμησης στάσης όλων των μεθόδων, για κάθε επεξεργασθέν δείγμα, και κάθε τιμή τυπικής απόκλισης των διαταραχών που επιδρούν στις μετρήσεις του φυσικού αισθητήρα, για τη διαμόρφωση  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta)$ . Τιμές μέτρου σφαλμάτων εκτίμησης άνω του μέσου όρου σημειώνονται με μαύρο χρώμα

Τελικά σφάλματα εκτίμησης θέσης ως προς αρχικές συνθήκες μετατόπισης [m]

$$(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.15 \text{ m}, 0.15 \text{ rad})$$

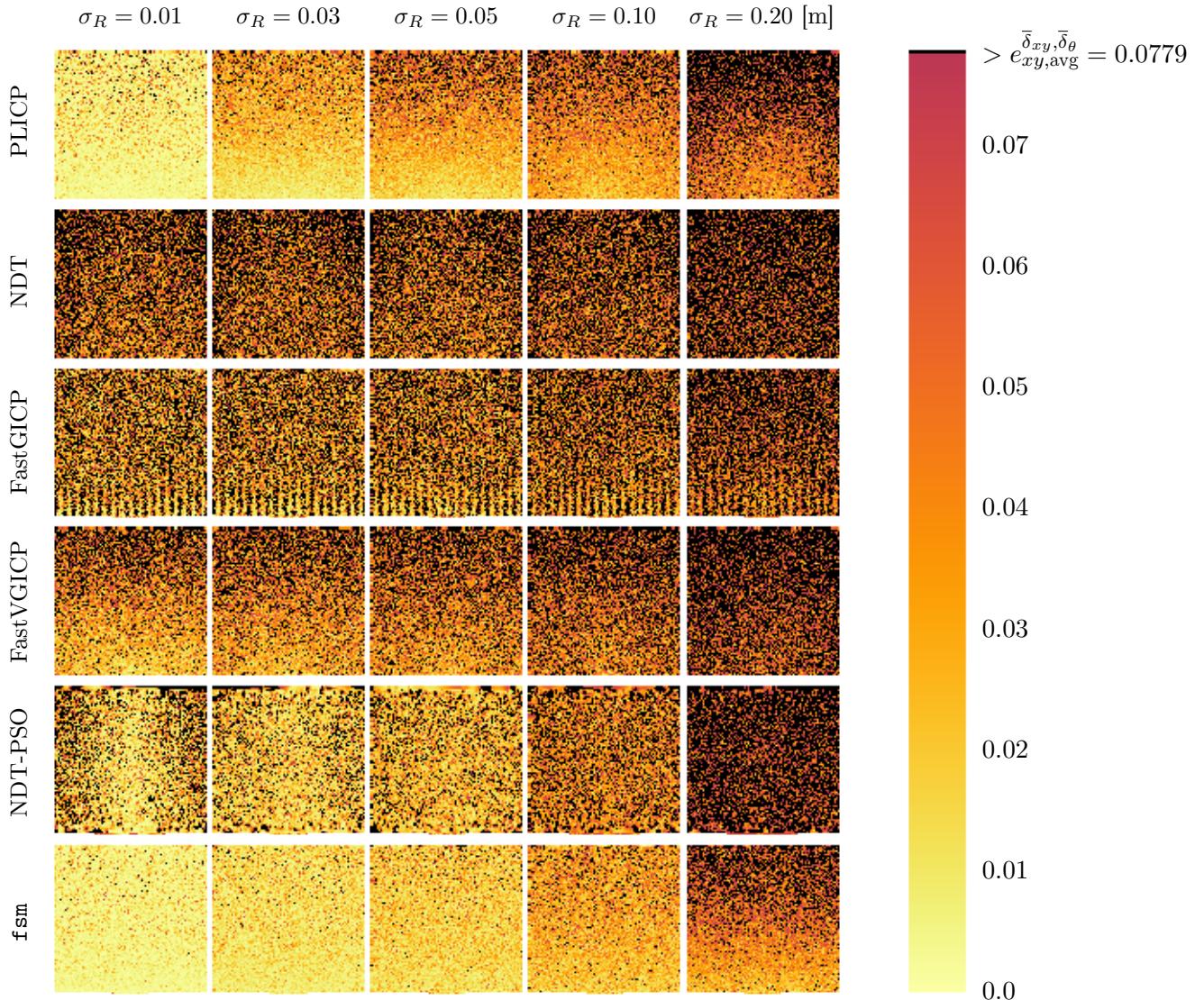


Figure E.15: Χάρτες θερμότητας των μέτρων των τελικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης συναρτήσει των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού  $\Delta\hat{\theta} \in [-\bar{\delta}_\theta, +\bar{\delta}_\theta]$  (στον οριζόντιο άξονα) και των μέτρων των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης  $\|\Delta\hat{l}\|_2 \in [0, \sqrt{2} \cdot \bar{\delta}_{xy}]$  (στον κάθετο άξονα) για όλα τα διενεργηθέντα πειράματα, ανά αλγόριθμο και ανά τυπική απόκλιση διαταραχών του φυσικού αισθητήρα, για τη διάταξη με  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.15, 0.150)$  [m,rad], εστιασμένοι στο διάστημα  $[0, e_{xy,\text{avg}}^{\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta}]$ , όπου με  $e_{xy,\text{avg}}^{\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta}$  σημειώνεται ο μέσος όρος σφαλμάτων εκτίμησης στάσης όλων των μεθόδων, για κάθε επεξεργασθέν δείγμα, και κάθε τιμή τυπικής απόκλισης των διαταραχών που επιδρούν στις μετρήσεις του φυσικού αισθητήρα, για τη διαμόρφωση  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta)$ . Τιμές μέτρου σφαλμάτων εκτίμησης άνω του μέσου όρου σημειώνονται με μαύρο χρώμα

E'.1. ΤΕΛΙΚΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΘΕΣΗΣ ΚΑΙ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΩΣ ΠΡΟΣ ΑΡΧΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΜΑ

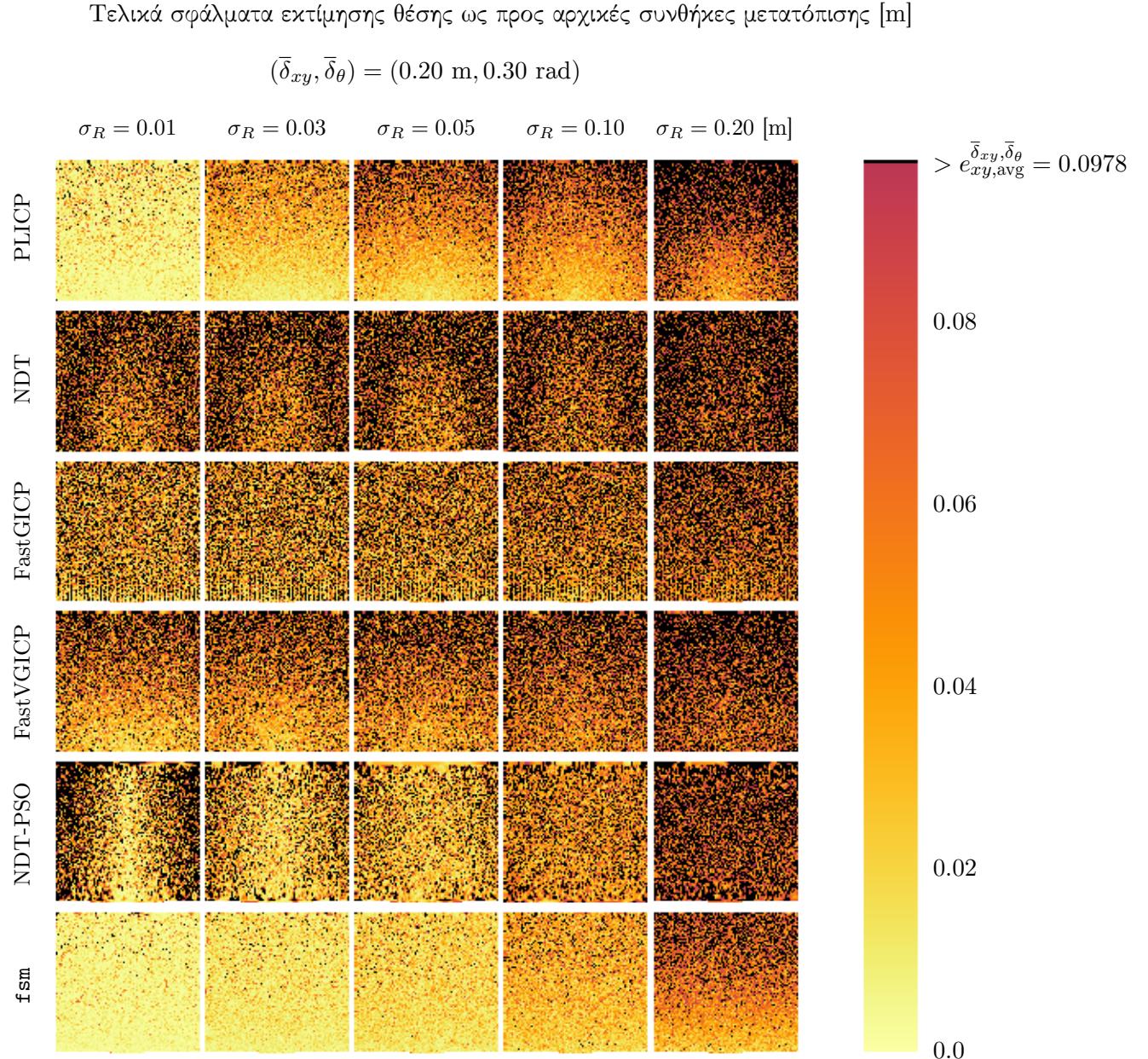


Figure E'.16: Χάρτες θερμότητας των μέτρων των τελικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης συναρτήσει των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού  $\Delta\hat{\theta} \in [-\bar{\delta}_\theta, +\bar{\delta}_\theta]$  (στον οριζόντιο άξονα) και των μέτρων των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης  $\|\Delta\hat{l}\|_2 \in [0, \sqrt{2} \cdot \bar{\delta}_{xy}]$  (στον κάθετο άξονα) για όλα τα διενεργηθέντα πειράματα, ανά αλγόριθμο και ανά τυπική απόκλιση διαταραχών του φυσικού αισθητήρα, για τη διάταξη με  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.20, 0.30)$  [m,rad], εστιασμένοι στο διάστημα  $[0, e_{xy,\text{avg}}^{\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta}]$ , όπου με  $e_{xy,\text{avg}}^{\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta}$  σημειώνεται ο μέσος όρος σφαλμάτων εκτίμησης στάσης όλων των μεθόδων, για κάθε επεξεργασθέν δείγμα, και κάθε τιμή τυπικής απόκλισης των διαταραχών που επιδρούν στις μετρήσεις του φυσικού αισθητήρα, για τη διαμόρφωση  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta)$ . Τιμές μέτρου σφαλμάτων εκτίμησης άνω του μέσου όρου σημειώνονται με μαύρο χρώμα

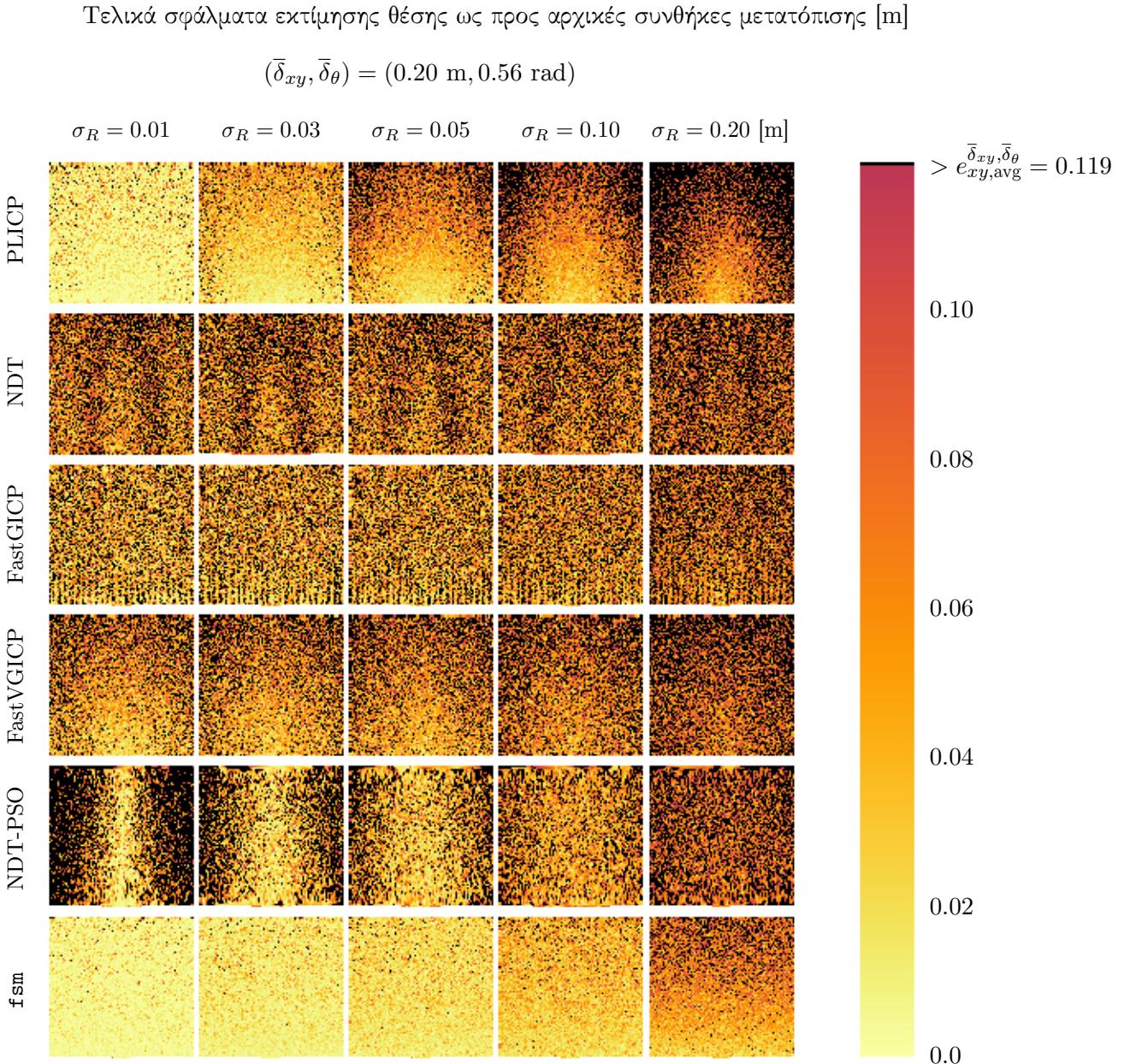


Figure E.17: Χάρτες θερμότητας των μέτρων των τελικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης συναρτήσει των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού  $\Delta\hat{\theta} \in [-\bar{\delta}_\theta, +\bar{\delta}_\theta]$  (στον οριζόντιο άξονα) και των μέτρων των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης  $\|\Delta\hat{l}\|_2 \in [0, \sqrt{2} \cdot \bar{\delta}_{xy}]$  (στον κάθετο άξονα) για όλα τα διενεργηθέντα πειράματα, ανά αλγόριθμο και ανά τυπική απόκλιση διαταραχών του φυσικού αισθητήρα, για τη διάταξη με  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.20, 0.56)$  [m,rad], εστιασμένοι στο διάστημα  $[0, e_{xy,\text{avg}}^{\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta}]$ , όπου με  $e_{xy,\text{avg}}^{\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta}$  σημειώνεται ο μέσος όρος σφαλμάτων εκτίμησης στάσης όλων των μεθόδων, για κάθε επεξεργασθέν δείγμα, και κάθε τιμή τυπικής απόκλισης των διαταραχών που επιδρούν στις μετρήσεις του φυσικού αισθητήρα, για τη διαμόρφωση  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta)$ . Τιμές μέτρου σφαλμάτων εκτίμησης άνω του μέσου όρου σημειώνονται με μαύρο χρώμα

E'.1. ΤΕΛΙΚΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΘΕΣΗΣ ΚΑΙ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΩΣ ΠΡΟΣ ΑΡΧΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΜΑ

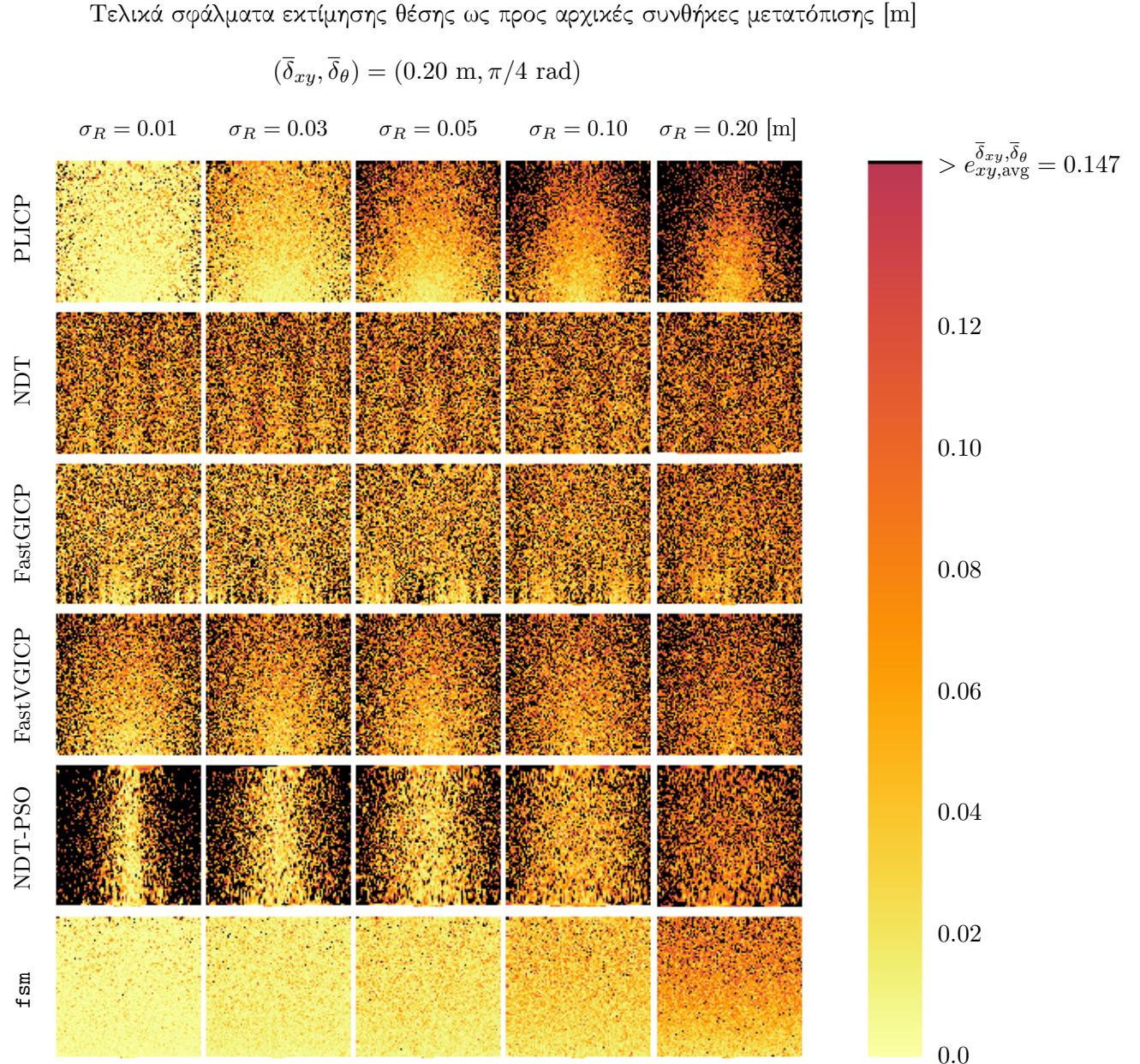


Figure E'.18: Χάρτες θερμότητας των μέτρων των τελικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης συναρτήσει των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού  $\Delta\hat{\theta} \in [-\bar{\delta}_\theta, +\bar{\delta}_\theta]$  (στον οριζόντιο άξονα) και των μέτρων των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης  $\|\Delta\hat{l}\|_2 \in [0, \sqrt{2} \cdot \bar{\delta}_{xy}]$  (στον κάθετο άξονα) για όλα τα διενεργηθέντα πειράματα, ανά αλγόριθμο και ανά τυπική απόκλιση διαταραχών του φυσικού αισθητήρα, για τη διάταξη με  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.20, \pi/4)$  [m,rad], εστιασμένοι στο διάστημα  $[0, e_{xy,\text{avg}}^{\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta}]$ , όπου με  $e_{xy,\text{avg}}^{\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta}$  σημειώνεται ο μέσος όρος σφαλμάτων εκτίμησης στάσης όλων των μεθόδων, για κάθε επεξεργασθέν δείγμα, και κάθε τυπική απόκλισης των διαταραχών που επιδρούν στις μετρήσεις του φυσικού αισθητήρα, για τη διαμόρφωση  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta)$ . Τιμές μέτρου σφαλμάτων εκτίμησης άνω του μέσου όρου σημειώνονται με μαύρο χρώμα

Τελικά σφάλματα εκτίμησης προσανατολισμού ως προς αρχικές συνθήκες μετατόπισης [rad]

$$(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.05 \text{ m}, 0.035 \text{ rad})$$

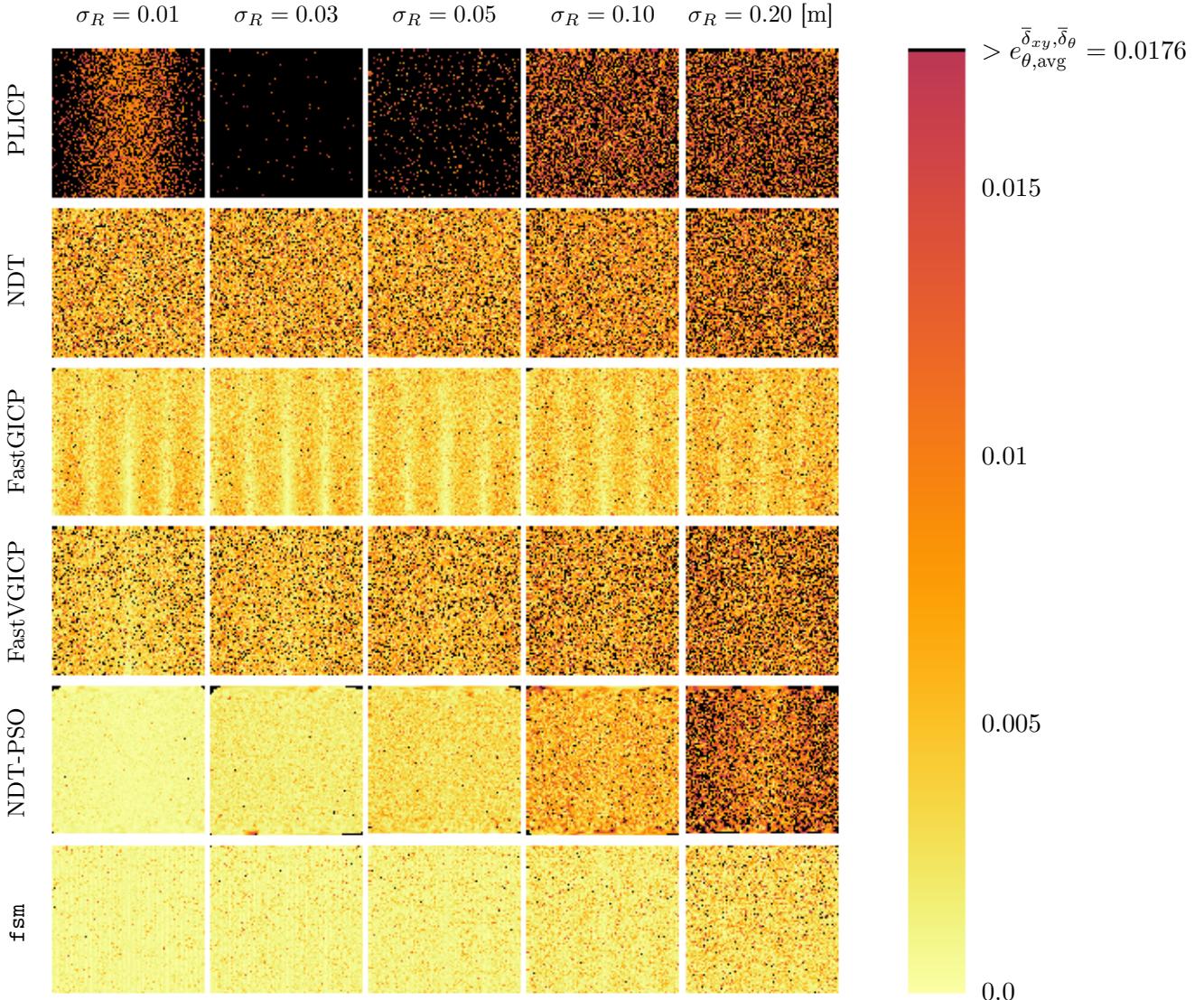


Figure E.19: Χάρτες θερμότητας των μέτρων των τελικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού συναρτήσει των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού  $\Delta\hat{\theta} \in [-\bar{\delta}_\theta, +\bar{\delta}_\theta]$  (στον οριζόντιο άξονα) και των μέτρων των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης  $\|\Delta\hat{l}\|_2 \in [0, \sqrt{2} \cdot \bar{\delta}_{xy}]$  (στον κάθετο άξονα) για όλα τα διενεργηθέντα πειράματα, ανά αλγόριθμο και ανά τυπική απόκλιση διαταραχών του φυσικού αισθητήρα, για τη διάταξη με  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.05, 0.035) \text{ [m,rad]}$ , εστιασμένοι στο διάστημα  $[0, e_{xy, \text{avg}}^{\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta}]$ , όπου με  $e_{xy, \text{avg}}^{\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta}$  σημειώνεται ο μέσος όρος σφαλματος εκτίμησης στάσης όλων των μεθόδων, για κάθε επεξεργασθέν δείγμα, και κάθε τιμή τυπικής απόκλισης των διαταραχών που επιδρούν στις μετρήσεις του φυσικού αισθητήρα, για τη διαμόρφωση  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta)$ . Τιμές μέτρου σφαλματος εκτίμησης άνω του μέσου όρου σημειώνονται με μαύρο χρώμα

E'.1. ΤΕΛΙΚΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΘΕΣΗΣ ΚΑΙ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΩΣ ΠΡΟΣ ΑΡΧΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΜΕ

Τελικά σφάλματα εκτίμησης προσανατολισμού ως προς αρχικές συνθήκες μετατόπισης [rad]

$$(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.10 \text{ m}, 0.07 \text{ rad})$$

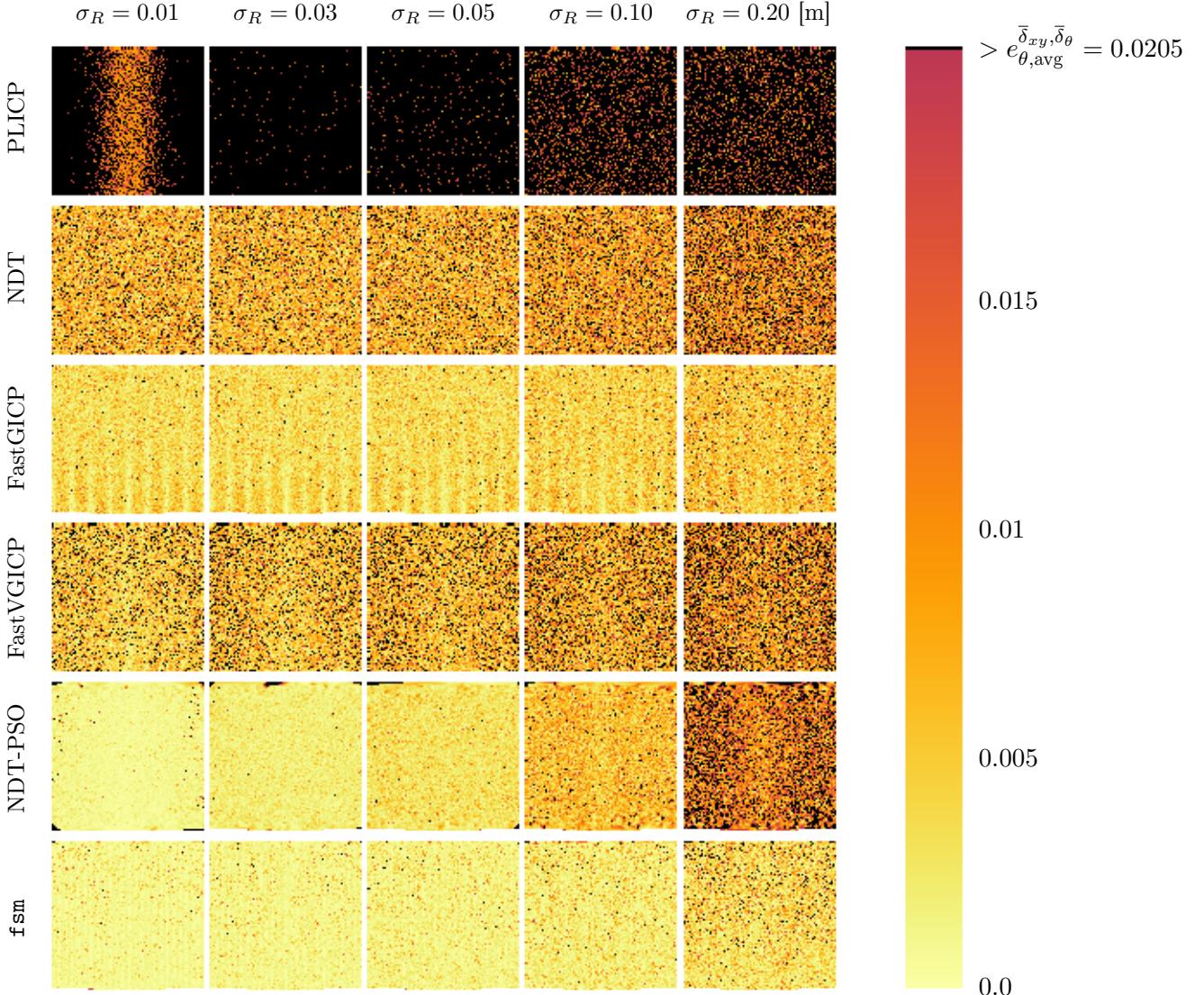


Figure E'.20: Χάρτες θερμότητας των μέτρων των τελικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού συναρτήσει των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού  $\Delta\hat{\theta} \in [-\bar{\delta}_\theta, +\bar{\delta}_\theta]$  (στον οριζόντιο άξονα) και των μέτρων των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης  $\|\Delta\hat{l}\|_2 \in [0, \sqrt{2} \cdot \bar{\delta}_{xy}]$  (στον κάθετο άξονα) για όλα τα διενεργηθέντα πειράματα, ανά αλγόριθμο και ανά τυπική απόκλιση διαταραχών του φυσικού αισθητήρα, για τη διάταξη με  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.10, 0.070)$  [m,rad], εστιασμένοι στο διάστημα  $[0, e_{xy,\text{avg}}^{\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta}]$ , όπου με  $e_{xy,\text{avg}}^{\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta}$  σημειώνεται ο μέσος όρος σφαλματος εκτίμησης στάσης όλων των μεθόδων, για κάθε επεξεργασθέν δείγμα, και κάθε τιμή τυπικής απόκλισης των διαταραχών που επιδρούν στις μετρήσεις του φυσικού αισθητήρα, για τη διαμόρφωση  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta)$ . Τιμές μέτρου σφαλματος εκτίμησης άνω του μέσου όρου σημειώνονται με μαύρο χρώμα

Τελικά σφάλματα εκτίμησης προσανατολισμού ως προς αρχικές συνθήκες μετατόπισης [rad]

$$(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.15 \text{ m}, 0.15 \text{ rad})$$

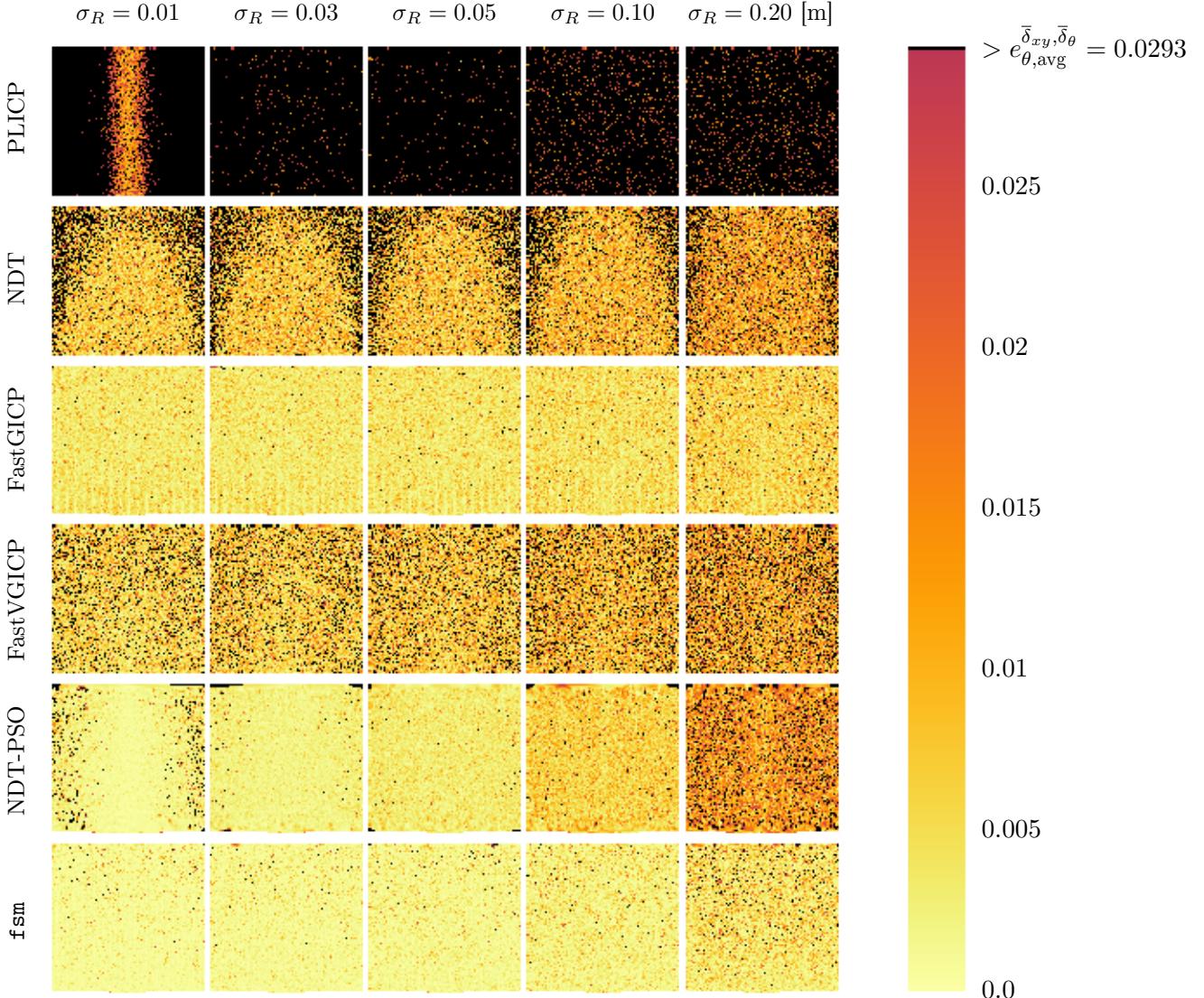


Figure E.21: Χάρτες θερμότητας των μέτρων των τελικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού συναρτήσει των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού  $\Delta\hat{\theta} \in [-\bar{\delta}_\theta, +\bar{\delta}_\theta]$  (στον οριζόντιο άξονα) και των μέτρων των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης  $\|\Delta\hat{l}\|_2 \in [0, \sqrt{2} \cdot \bar{\delta}_{xy}]$  (στον κάθετο άξονα) για όλα τα διενεργηθέντα πειράματα, ανά αλγόριθμο και ανά τυπική απόκλιση διαταραχών του φυσικού αισθητήρα, για τη διάταξη με  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.15, 0.150)$  [m,rad], εστιασμένοι στο διάστημα  $[0, e_{xy, \text{avg}}^{\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta}]$ , όπου με  $e_{xy, \text{avg}}^{\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta}$  σημειώνεται ο μέσος όρος σφαλματος εκτίμησης στάσης όλων των μεθόδων, για κάθε επεξεργασθέν δείγμα, και κάθε τιμή τυπικής απόκλισης των διαταραχών που επιδρούν στις μετρήσεις του φυσικού αισθητήρα, για τη διαμόρφωση  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta)$ . Τιμές μέτρου σφαλματος εκτίμησης άνω του μέσου όρου σημειώνονται με μαύρο χρώμα

E'.1. ΤΕΛΙΚΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΘΕΣΗΣ ΚΑΙ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΩΣ ΠΡΟΣ ΑΡΧΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΜΕ

Τελικά σφάλματα εκτίμησης προσανατολισμού ως προς αρχικές συνθήκες μετατόπισης [rad]

$$(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.20 \text{ m}, 0.30 \text{ rad})$$

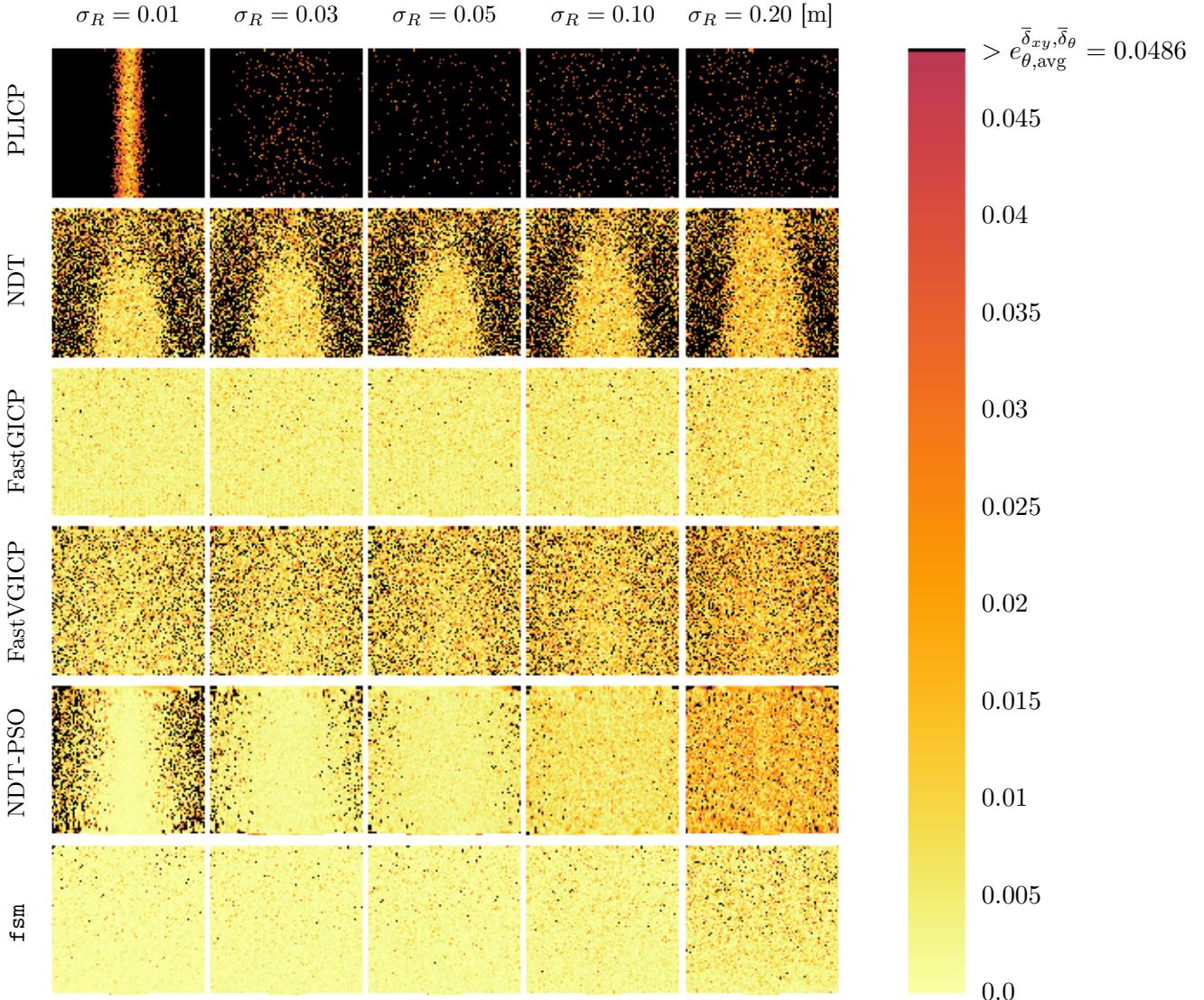


Figure E'.22: Χάρτες θερμότητας των μέτρων των τελικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού συναρτήσει των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού  $\Delta\hat{\theta} \in [-\bar{\delta}_\theta, +\bar{\delta}_\theta]$  (στον οριζόντιο άξονα) και των μέτρων των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης  $\|\Delta\hat{l}\|_2 \in [0, \sqrt{2} \cdot \bar{\delta}_{xy}]$  (στον κάθετο άξονα) για όλα τα διενεργηθέντα πειράματα, ανά αλγόριθμο και ανά τυπική απόκλιση διαταραχών του φυσικού αισθητήρα, για τη διάταξη με  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.20, 0.30)$  [m,rad], εστιασμένοι στο διάστημα  $[0, e_{xy,\text{avg}}^{\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta}]$ , όπου με  $e_{xy,\text{avg}}^{\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta}$  σημειώνεται ο μέσος όρος σφαλματος εκτίμησης στάσης όλων των μεθόδων, για κάθε επεξεργασθέν δείγμα, και κάθε τιμή τυπικής απόκλισης των διαταραχών που επιδρούν στις μετρήσεις του φυσικού αισθητήρα, για τη διαμόρφωση  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta)$ . Τιμές μέτρου σφαλματος εκτίμησης άνω του μέσου όρου σημειώνονται με μαύρο χρώμα

Τελικά σφάλματα εκτίμησης προσανατολισμού ως προς αρχικές συνθήκες μετατόπισης [rad]

$$(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.20 \text{ m}, 0.56 \text{ rad})$$

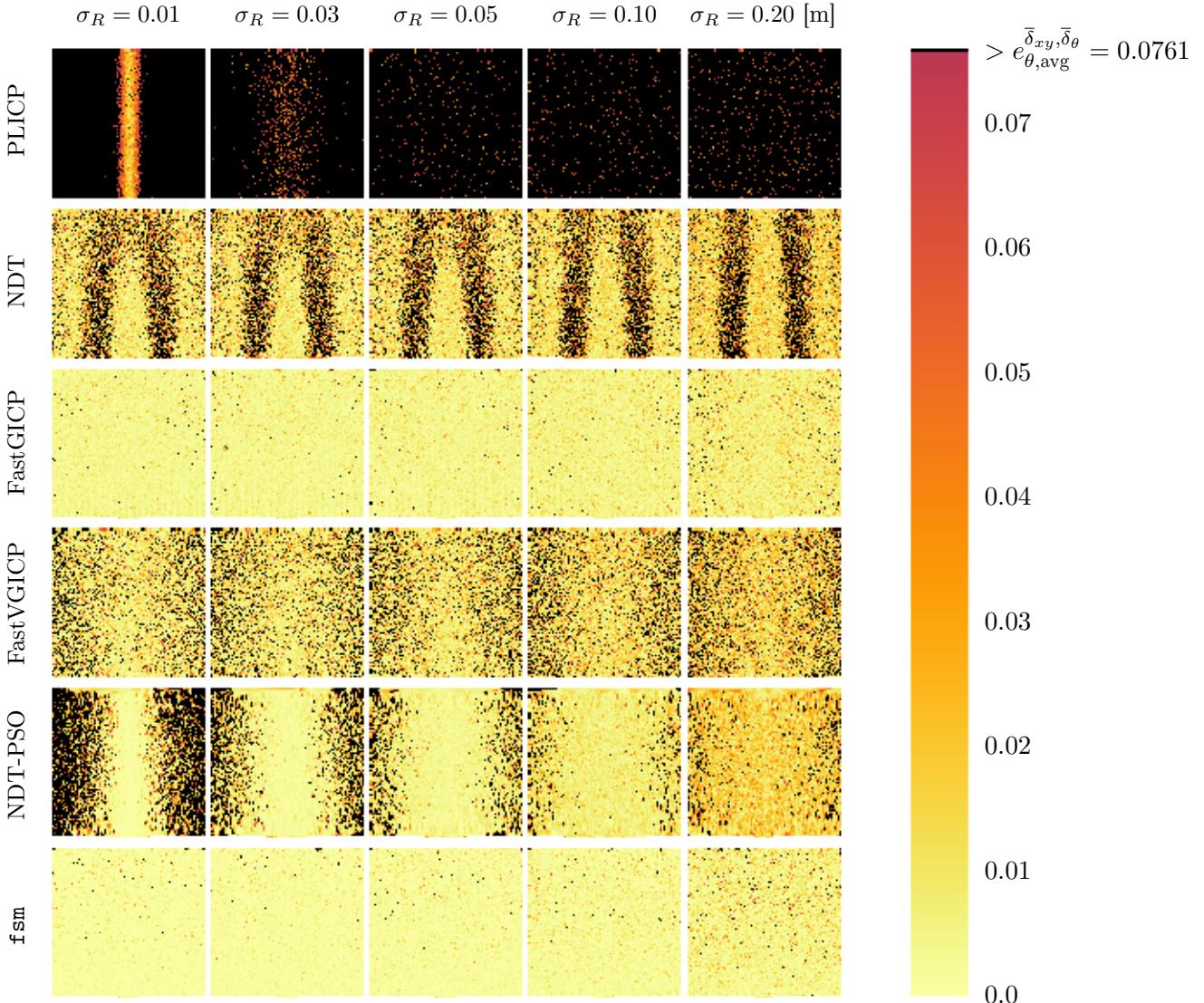


Figure E.23: Χάρτες θερμότητας των μέτρων των τελικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού συναρτήσει των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού  $\Delta\hat{\theta} \in [-\bar{\delta}_\theta, +\bar{\delta}_\theta]$  (στον οριζόντιο άξονα) και των μέτρων των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης  $\|\Delta\hat{l}\|_2 \in [0, \sqrt{2} \cdot \bar{\delta}_{xy}]$  (στον κάθετο άξονα) για όλα τα διενεργηθέντα πειράματα, ανά αλγόριθμο και ανά τυπική απόκλιση διαταραχών του φυσικού αισθητήρα, για τη διάταξη με  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.20, 0.56)$  [m,rad], εστιασμένοι στο διάστημα  $[0, e_{xy,\text{avg}}^{\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta}]$ , όπου με  $e_{xy,\text{avg}}^{\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta}$  σημειώνεται ο μέσος όρος σφαλματος εκτίμησης στάσης όλων των μεθόδων, για κάθε επεξεργασθέν δείγμα, και κάθε τιμή τυπικής απόκλισης των διαταραχών που επιδρούν στις μετρήσεις του φυσικού αισθητήρα, για τη διαμόρφωση  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta)$ . Τιμές μέτρου σφαλματος εκτίμησης άνω του μέσου όρου σημειώνονται με μαύρο χρώμα

E'.1. ΤΕΛΙΚΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΘΕΣΗΣ ΚΑΙ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΩΣ ΠΡΟΣ ΑΡΧΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΜΕ

Τελικά σφάλματα εκτίμησης προσανατολισμού ως προς αρχικές συνθήκες μετατόπισης [rad]

$$(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.20 \text{ m}, \pi/4 \text{ rad})$$

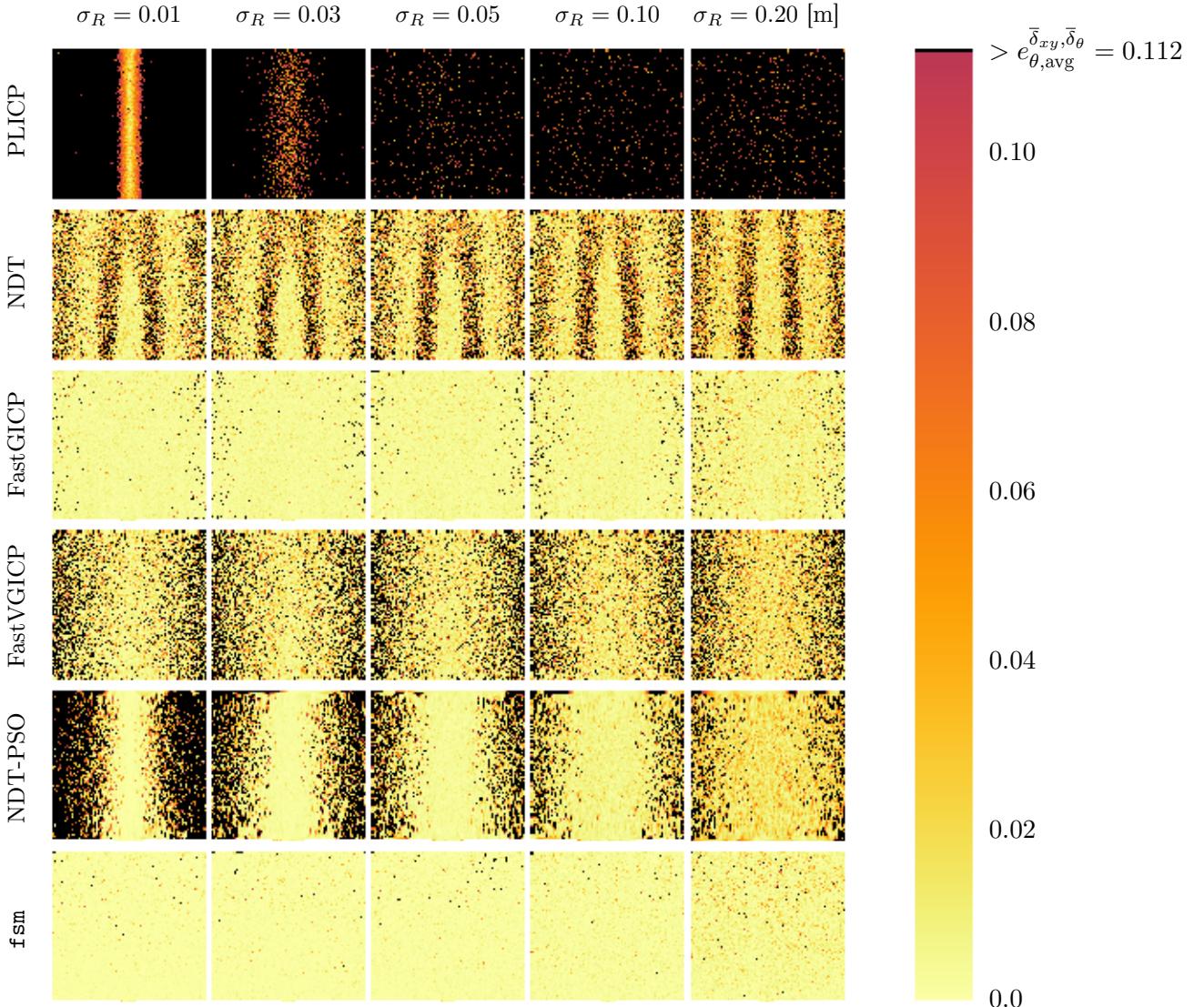


Figure E.24: Χάρτες θερμότητας των μέτρων των τελικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού συναρτήσει των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης προσανατολισμού  $\Delta\hat{\theta} \in [-\bar{\delta}_\theta, +\bar{\delta}_\theta]$  (στον οριζόντιο άξονα) και των μέτρων των αρχικών σφαλμάτων εκτίμησης θέσης  $\|\Delta\hat{l}\|_2 \in [0, \sqrt{2} \cdot \bar{\delta}_{xy}]$  (στον κάθετο άξονα) για όλα τα διενεργηθέντα πειράματα, ανά αλγόριθμο και ανά τυπική απόκλιση διαταραχών του φυσικού αισθητήρα, για τη διάταξη με  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta) = (0.20, \pi/4)$  [m,rad], εστιασμένοι στο διάστημα  $[0, e_{xy,\text{avg}}^{\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta}]$ , όπου με  $e_{xy,\text{avg}}^{\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta}$  σημειώνεται ο μέσος όρος σφαλματος εκτίμησης στάσης όλων των μεθόδων, για κάθε επεξεργασθέν δείγμα, και κάθε τιμή τυπικής απόκλισης των διαταραχών που επιδρούν στις μετρήσεις του φυσικού αισθητήρα, για τη διαμόρφωση  $(\bar{\delta}_{xy}, \bar{\delta}_\theta)$ . Τιμές μέτρου σφαλματος εκτίμησης άνω του μέσου όρου σημειώνονται με μαύρο χρώμα