

ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ $\Pi O \Lambda \Upsilon T E X N I K H \Sigma X O \Lambda H$ T M H M A H Λ ΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧ ΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧ ΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

$TIT\Lambda O\Sigma$

Διδακτορική Διατριβή

του

Αλεξάνδρου Φιλοθέου του Χρήστου και της Μαρίνας

ΔΙΠΛΩΜΑΤΟΥΧΟΥ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΟΥ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ $\text{APIΣΤΟΤΕΛΕΙΟΥ} \text{ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ } \Theta \text{ESSAΛONIKHS}$

KAI

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΟΥΧΟΥ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΟΥ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥ ${\rm BAΣΙΛΙΚΟΥ}\ {\rm INΣΤΙΤΟΥΤΟΥ}\ {\rm TEXNΟΛΟΓΙΑΣ}\ {\rm ΣΤΟΚΧΟΛΜΗΣ}$

που εκπονήθηκε ως μερική εκπλήρωση των απαιτήσεων για την απονομή του τίτλου του $\Delta {\rm i} \delta {\rm aktora} \ {\rm Mhc} {\rm aktora} \ {\rm Mhc} {\rm aktora} \ {\rm Mhc} {\rm aktora} \ {\rm a$

Επιβλέπων Γεώργιος Δ. Σεργιάδης Καθηγητής

Συμβουλευτική Επιτροπή

Τραϊανός Β. Γιούλτσης Καθηγητής Ανδρέας Λ. Συμεωνίδης Αναπληρωτής Καθηγητής

Hκύρια αιτία των προβλημάτων είναι οι λύσεις.

—Έρικ Σέβαραϊντ

Περίληψη

Abstract

Περιεχόμενα

Ι	Eta	σαγωγ	rή	1
Π	Π_{θ}	ο οβλή	ματα—Λύσεις—Συμβολές	3
1	Αξι	ολόγη	ση αλγορίθμων αυτόνομης πλοήγησης	5
2	Μέτ τιδί		ελάττωσης σφάλματος εκτίμησης στάσης φίλτρου σωμα-	7
3			στάσης βάσει καθολικής αβεβαιότητος χωρίς τον υπολο- τιστοιχίσεων	9
4	Μέ	θοδοι	ευθυγράμμισης πραγματικών με εικονικές σαρώσεις χω-	
	ρίς	τον υπ	τολογισμό αντιστοιχίσεων	11
	4.1	Στόχο	ι του κεφαλαίου και δομή	11
	4.2	Μεθοδ	δολογία ευθυγράμμισης προσανατολισμού	11
		4.2.1	Η μέθοδος Fourier-Mellin σε μία διάσταση	12
		4.2.2	Η μέθοδος πρώτων αρχών	14
		4.2.3	Η μέθοδος του Προκρούστη	17
		4.2.4	Η κλίνη της διακριτικής γωνίας του αισθητήρα	22
		4.2.5	Η μέθοδος του Πιτυοχάμπτη Σίνι	23
		4.2.6	Η μέθοδος του Θησέα	26
	4.3	Μεθοδ	δολογία ευθυγράμμισης θέσης	29

ii ———————————————————————————————————	<i>XOMENA</i>
4.4 Μεθοδολογία ευθυγράμμισης από κοινού	33
4.5 Πειραματική αξιολόγηση	33
4.6 Συμπεράσματα και περαιτέρω έρευνα	33
ΙΙΙ Συμπεράσματα	37
ΙV Παραπομπές	39
V Παραρτήματα	71

Μέρος Ι

Εισαγωγή

Μέρος ΙΙ

Προβλήματα—Λύσεις— Συμβολές

Αξιολόγηση αλγορίθμων αυτόνομης πλοήγησης

Μέθοδοι ελάττωσης σφάλματος εκτίμησης στάσης φίλτρου σωματιδίων

Εκτίμηση στάσης βάσει καθολικής αβεβαιότητος χωρίς τον υπολογισμό αντιστοιχίσεων

Μέθοδοι ευθυγράμμισης πραγματικών με εικονικές σαρώσεις χωρίς τον υπολογισμό αντιστοιχίσεων

Η έρευνα που παρουσιάζεται στο παρόν κεφάλαιο αντλεί τις πηγές της από τις αιτίες περαιτέρω έρευνας του προηγούμενου κεφαλαίου, όπως αυτές διατυπώθηκαν στην τελευταία του ενότητα. Στο παρόν κεφάλαιο επιζητούμε το σχεδιασμό και την ανάπτυξη μεθόδων ευθυγράμμισης πραγματικών με εικονικές σαρώσεις η οποία λειτουργεί ... και κανε μια ανακεφαλαιωση εδω γιατι αλλαζουμε ταχυτητα και ροτα

4.1 Στόχοι του κεφαλαίου και δομή

4.2 Μεθοδολογία ευθυγράμμισης προσανατολισμού

Έστω οι παραδοχές του προβλήματος ??. Έστω επιπλέον ότι $\hat{\boldsymbol{l}} = \boldsymbol{l}$, δηλαδή μόνο ο προσανατολισμός του αισθητήρα πρέπει να εκτιμηθεί. Τότε ας υπολογιστεί η εικονική σάρωση S_V μέσω δεσμοβολής (raycasting) από την εκτίμηση $\hat{\boldsymbol{p}}$ στον χάρτη \boldsymbol{M} . Η εκτίμηση της περιστροφής της εικονικής σάρωσης S_V σε σχέση με την πραγματική σάρωση S_R μπορεί να βρεθεί μέσω των μεθόδων που παρουσιάζονται στις ενότητες 4.2.1, 4.2.2, και 4.2.3. Το

σφάλμα της εχτίμησης προσανατολισμού μπορεί να μειωθεί περαιτέρω μέσω της μεθόδου που παρουσιάζεται στην ενότητα 4.2.6.

Στα συμφραζόμενα του παρόντος κεφαλαίου, έστω $\mathcal{F}\{S\}$ ο διακριτός μετασχηματισμός Fourier του σήματος \mathcal{S} , $\mathcal{F}^{-1}\{S\}$ ο αντίστροφός του, \mathbf{c}^* ο συζυγής του μιγαδικού αριθμού \mathbf{c} , $|\mathbf{c}|$ το μέτρο του, και i η φανταστική μονάδα.

4.2.1 Η μέθοδος Fourier-Mellin σε μία διάσταση

Έστω ότι ο χώρος δειγματοληπτείται αρχετά πυχνά γωνιαχά, τότε για $k, \xi \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$: $k, \xi \in [0, N_s - 1]$:

$$\mathcal{S}_V[k] \simeq \mathcal{S}_R[(k-\xi) \mod N_s] \Rightarrow$$

$$\mathcal{F}\{\mathcal{S}_V\}(u) \simeq e^{-i2\pi\xi u/N_s} \cdot \mathcal{F}\{\mathcal{S}_R\}(u)$$

και, επομένως, αφού $2\pi\frac{\xi}{N_s}=\xi\frac{2\pi}{N_s}=\xi\gamma$, όπου γ είναι η διακριτική γωνία του αισθητήρα:

$$Q_{\mathcal{S}_{V},\mathcal{S}_{R}}(u) \triangleq \frac{\mathcal{F}\{\mathcal{S}_{V}\}^{*} \cdot \mathcal{F}\{\mathcal{S}_{R}\}}{|\mathcal{F}\{\mathcal{S}_{V}\}| \cdot |\mathcal{F}\{\mathcal{S}_{R}\}|}$$

$$\simeq \frac{e^{-i\xi\gamma u} \cdot \mathcal{F}\{\mathcal{S}_{R}\}^{*} \cdot \mathcal{F}\{\mathcal{S}_{R}\}}{|e^{-i\xi\gamma u} \cdot \mathcal{F}\{\mathcal{S}_{R}\}^{*}| \cdot |\mathcal{F}\{\mathcal{S}_{R}\}|}$$

$$= e^{-i\xi\gamma u} \cdot \frac{\mathcal{F}\{\mathcal{S}_{R}\}^{*} \cdot \mathcal{F}\{\mathcal{S}_{R}\}}{|\mathcal{F}\{\mathcal{S}_{R}\}| \cdot |\mathcal{F}\{\mathcal{S}_{R}\}|}$$

$$= e^{-i\xi\gamma u}$$

$$= e^{-i\xi\gamma u}$$

$$(4.1)$$

Συνεπώς ο αντίστροφος διαχριτός μετασχηματισμός Fourier του Q_{S_V,S_R} είναι μία Kronecker δ-συνάρτηση $q_{S_V,S_R} = \mathcal{F}^{-1}\{Q_{S_V,S_R}\}$ με κέντρο ξ :

$$\xi = \underset{u}{\operatorname{arg\,max}} \ q_{\mathcal{S}_V, \mathcal{S}_R}(u) \tag{4.2}$$

Η παραπάνω μέθοδος εκτίμησης του προσανατολισμού της στάσης $p(x, y, \theta)$ ονομάζεται στο εξής μέθοδος Fourier-Mellin σε μία διάσταση. Ο αλγόριθμος Ι παρουσιάζει σε ψευδοκώδικα τη διαδικασία διόρθωσης προσανατολισμού με βάση την εν λόγω μέθοδο.

Αλγόριθμος I rc_fm

Input: M, S_R , S_V , $\hat{\boldsymbol{p}}(x,y,\hat{\theta})$, γ , N_s

Output: $\hat{\theta}'$, q_{max}

1: $q_{\mathcal{S}_V,\mathcal{S}_R} \leftarrow \mathcal{F}^{-1}\{Q_{\mathcal{S}_V,\mathcal{S}_R}\}\ (\epsilon\xi.\ 4.1)$

2: $\xi = \arg \max q_{S_V,S_R}$

3: $q_{\text{max}} \leftarrow q_{\mathcal{S}_V, \mathcal{S}_R}[\xi] = \max q_{\mathcal{S}_V, \mathcal{S}_R}$

4: $\hat{\theta}' \leftarrow \hat{\theta} + \xi \gamma$

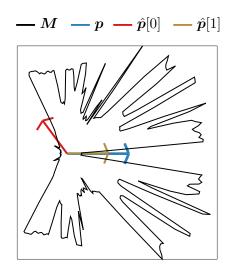
5: **return** $(\hat{\theta}', q_{\text{max}})$

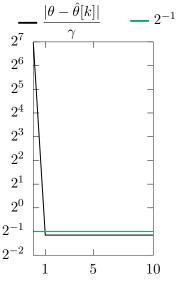
Παρατήρηση Ι. Εάν η διαφορά του προσανατολισμού μεταξύ των στάσεων από τις οποίες ελήφθησαν οι σαρώσεις S_R και S_V είναι $\Delta\theta$, τότε $\Delta\theta=\xi\gamma+\phi$, όπου $\mathrm{mod}\ (\Delta\theta,\gamma)=\phi\in[-\frac{\gamma}{2},+\frac{\gamma}{2}].$ Επομένως, για δεδομένο αριθμό εκπεμπόμενων ακτίνων N_s (ισοδύναμα, για δεδομένη διακριτική γωνία γ), ενημερώνοντας την εκτίμηση προσανατολισμού σε $\hat{\theta}'$:

$$\hat{\theta}' = \hat{\theta} + \xi \gamma \tag{4.3}$$

οδηγεί σε ένα επίλοιπο σφάλμα προσανατολισμού φ:

$$|\phi| \le \frac{\gamma}{2} \tag{4.4}$$





Αριθμός επαναλήψεων k

Σχήμα 4.1

4.2.2 Η μέθοδος πρώτων αρχών

Έστω μία δισδιάστατη σάρωση S που έχει ληφθεί από τη στάση (x,y,θ) σε κάποιο σύστημα συντεταγμένων (ορισμός ??). Έστω ότι το γωνιακό εύρος της S είναι $\lambda=2\pi$. Οι συντεταγμένες του τελικού σημείου της n-οστής ακτίνας της S, $n=0,1,\ldots,N_s-1$, στο σύστημα συντεταγμένων είναι (x_n,y_n) :

$$x_n = x + d_n \cos(\theta + \frac{2\pi n}{N_s} - \pi) = -d_n \cos(\theta + \frac{2\pi n}{N_s})$$
 (4.5)

$$y_n = y + d_n \sin(\theta + \frac{2\pi n}{N_s} - \pi) = -d_n \sin(\theta + \frac{2\pi n}{N_s})$$
 (4.6)

Εδώ παρατηρούμε ότι $-(x_n-x)$ και (y_n-y) είναι αντίστοιχα το πραγματικό και το φανταστικό μέρος της μιγαδικής ποσότητας

$$d_n e^{-i(\theta + \frac{2\pi n}{N_s})} = d_n \cos(\theta + \frac{2\pi n}{N_s}) - i \cdot d_n \sin(\theta + \frac{2\pi n}{N})$$

$$\stackrel{(4.5),(4.6)}{=} -(x_n - x) + i \cdot (y_n - y)$$
(4.7)

και, επομένως

$$d_n e^{-i2\pi n/N_s} = e^{i\theta} (-(x_n - x) + i \cdot (y_n - y))$$
(4.8)

Αθροίζοντας την εξίσωση (4.8) επί του συνόλου των N_s ακτίνων λαμβάνουμε τον πρώτο όρο του διακριτού μετασχηματισμού Fourier του σήματος $\{d_n\},\ n=0,1,\ldots,N_s-1$:

$$\mathcal{F}\{\mathcal{S}\} = \sum_{n=0}^{N_s - 1} d_n \cdot e^{-i2\pi n/N_s} \stackrel{(4.8)}{=} \sum_{n=0}^{N_s - 1} e^{i\theta} (-(x_n - x) + i \cdot (y_n - y))$$

$$= e^{i\theta} \sum_{n=0}^{N_s - 1} [(x - i \cdot y) + (-x_n + i \cdot y_n)]$$

$$= e^{i\theta} N_s (x - i \cdot y) - e^{i\theta} \Delta$$
(4.9)

όπου
$$\Delta \triangleq \sum_{n=0}^{N_s-1} (x_n - i \cdot y_n).$$

Συμβολίζοντας με το γράμμα R τις ποσότητες που αντιστοιχούν στην πραγματική σάρωση S_R , η οποία έχει ληφθεί από τη στάση του φυσικού αισθητήρα $p(x,y,\theta)$, και με V εκείνες

που αντιστοιχούν στην εικονική σάρωση S_V , η οποία έχει ληφθεί από τη στάση $\hat{p}(x,y,\hat{\theta})$:

$$\mathcal{F}\{S_R\} = \sum_{n=0}^{N_s - 1} d_n^R \cdot e^{-i2\pi n/N_s} \stackrel{(4.9)}{=} N_s e^{i\theta} (x - i \cdot y) - e^{i\theta} \Delta_R$$
 (4.10)

$$\mathcal{F}\{S_V\} = \sum_{n=0}^{N_s - 1} d_n^V \cdot e^{-i2\pi n/N_s} \stackrel{(4.9)}{=} N_s e^{i\hat{\theta}}(x - i \cdot y) - e^{i\hat{\theta}} \Delta_V$$
 (4.11)

Έστω τώρα ότι

$$\Delta_R - \Delta_V = \sum_{n=0}^{N_s - 1} (x_n^R - x_n^V) - i \cdot \sum_{n=0}^{N_s - 1} (y_n^R - y_n^V)$$

$$= N_s(\delta_x - i \cdot \delta_y)$$
(4.12)

όπου

$$\delta_x \triangleq \frac{1}{N_s} \sum_{n=0}^{N_s - 1} (x_n^R - x_n^V) \tag{4.13}$$

$$\delta_y \triangleq \frac{1}{N_s} \sum_{n=0}^{N_s - 1} (y_n^R - y_n^V)$$
 (4.14)

τότε

$$\Delta_V = \Delta_R - N_s(\delta_x - i \cdot \delta_y) \tag{4.15}$$

Ο πρώτος όρος του διαχριτού μετασχηματισμού Fourier του σήματος που αποτελείται από τη διαφορά των δύο σημάτων (4.10) και (4.11) είναι:

$$\begin{split} \mathcal{F}\{\mathcal{S}_R\} - \mathcal{F}\{\mathcal{S}_V\} &= \sum_{n=0}^{N_s-1} (d_n^R - d_n^V) \cdot e^{-i2\pi n/N_s} \\ &\stackrel{(4.10),(4.11)}{=} N_s(x-i\cdot y)(e^{i\theta} - e^{i\hat{\theta}}) - e^{i\theta}\Delta_R + e^{i\hat{\theta}}\Delta_V \\ &\stackrel{(4.15)}{=} N_s(x-i\cdot y)(e^{i\theta} - e^{i\hat{\theta}}) - e^{i\theta}\Delta_R + e^{i\hat{\theta}}(\Delta_R - N_s(\delta_x - i\cdot \delta_y)) \\ &= N_s(x-i\cdot y)(e^{i\theta} - e^{i\hat{\theta}}) - \Delta_R(e^{i\theta} - e^{i\hat{\theta}}) - N_s e^{i\hat{\theta}}(\delta_x - i\cdot \delta_y) \\ &= (e^{i\theta} - e^{i\hat{\theta}})[N_s(x-i\cdot y) - \Delta_R] - N_s e^{i\hat{\theta}}(\delta_x - i\cdot \delta_y) \\ &\stackrel{(4.10)}{=} (e^{i\theta} - e^{i\hat{\theta}}) \frac{\mathcal{F}\{\mathcal{S}_R\}}{e^{i\theta}} - N_s e^{i\hat{\theta}}(\delta_x - i\cdot \delta_y) \\ &= (1 - e^{-i(\theta - \hat{\theta})}) \mathcal{F}\{\mathcal{S}_R\} - N_s e^{i\hat{\theta}}(\delta_x - i\cdot \delta_y) \end{split}$$

άρα

$$-\mathcal{F}\{S_V\} = -e^{-i(\theta - \hat{\theta})}\mathcal{F}\{S_R\} - N_s e^{i\hat{\theta}} (\delta_x - i \cdot \delta_y)$$
$$e^{-i(\theta - \hat{\theta})} = \frac{\mathcal{F}\{S_V\}}{\mathcal{F}\{S_R\}} - \frac{N_s e^{i\hat{\theta}}}{\mathcal{F}\{S_R\}} (\delta_x - i \cdot \delta_y)$$

Χρησιμοποιώντας την πολική αναπαράσταση $oldsymbol{A} = |oldsymbol{A}| e^{i \angle oldsymbol{A}}$:

$$e^{-i(\theta-\hat{\theta})} = \frac{|\mathcal{F}\{\mathcal{S}_V\}|}{|\mathcal{F}\{\mathcal{S}_R\}|} e^{i(\angle \mathcal{F}\{\mathcal{S}_V\} - \angle \mathcal{F}\{\mathcal{S}_R\})} - \frac{e^{i(\hat{\theta}-\angle \mathcal{F}\{\mathcal{S}_R\})}}{|\mathcal{F}\{\mathcal{S}_R\}|} (N_s \delta_x - i \cdot N_s \delta_y)$$
(4.16)

Λόγω του γεγονότος ότι ο προσανατολισμός θ του αισθητήρα είναι άγνωστος, τα τελικά σημεία $\{(x_n^R,y_n^R)\}$ καθίστανται ομοίως άγνωστα, και συνεπώς και οι ποσότητες δ_x , δ_y . Προκειμένου να αποκτήσουμε μια αρχική διαίσθηση ως προς τα μέτρα των τελευταίων κάνουμε την παρατήρηση ότι, εξ ορισμού, οι ποσότητες $N_s\delta_x$ και $N_s\delta_y$ ποσοτικοποιούν τη διαφορά της προσέγγισης των επικαμπύλιων ολοκληρωμάτων επί των καμπύλων που ορίζουν τα τελικά σημεία των δύο σαρώσεων στους δύο κύριους άξονες x και y. Η προσέγγιση αυτή οφείλεται στο πεπερασμένο μέγεθος των εκπεμπόμενων ακτίνων N_s . Επομένως υπό τις υποθέσεις ότι (α) ο χάρτης του περιβάλλοντος είναι τέλεια αναπαράστασή του και (β) οι μετρήσεις του φυσικού αισθητήρα δεν επηρεάζονται από διαταραχές: καθώς $N_s \to \infty$, $N_s\delta_x$, $N_s\delta_y \to 0$, τα οποία με τη σειρά τους σημαίνουν λόγω της εξίσωσης (4.16) ότι $\frac{|\mathcal{F}\{\mathcal{S}_R\}|}{|\mathcal{F}\{\mathcal{S}_R\}|} \to 1$ και $\theta - \hat{\theta} \to \angle \mathcal{F}\{\mathcal{S}_R\} - \angle \mathcal{F}\{\mathcal{S}_V\}$.

Η παραπάνω μέθοδος εκτίμησης του προσανατολισμού της στάσης $p(x, y, \theta)$ ονομάζεται στο εξής μέθοδος πρώτων αρχών. Ο αλγόριθμος ΙΙ παρουσιάζει σε ψευδοκώδικα τη διαδικασία διόρθωσης προσανατολισμού με βάση την εν λόγω μέθοδο.

Αλγόριθμος II rc_x1

Input: M, S_R , S_V , $\hat{\boldsymbol{p}}(x,y,\hat{\theta})$, γ , N_s

Output: $\hat{\theta}'$

յութու. 0

1:
$$\mathbf{R} = \mathcal{F}\{S_R\}$$

2:
$$V = \mathcal{F}\{S_V\}$$

3:
$$\hat{\theta}' \leftarrow \hat{\theta} + \arg(\mathbf{R}) - \arg(\mathbf{V})$$

4: **return** $\hat{\theta}'$

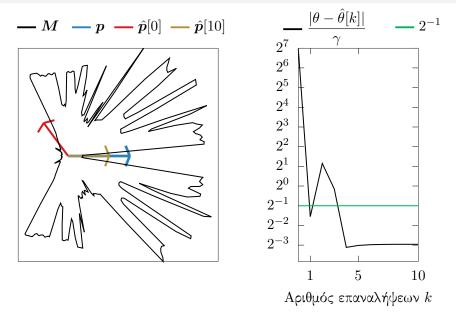
 $\mathbf{\Pi}$ αρατήρηση \mathbf{H} . Ενημερώνοντας την εκτίμηση προσανατολισμού σε $\hat{\theta}'$:

$$\hat{\theta}' = \hat{\theta} + \angle \mathcal{F}\{S_R\} - \angle \mathcal{F}\{S_V\} \tag{4.17}$$

οδηγεί σε ένα επίλοιπο σφάλμα προσανατολισμού ϕ :

$$\phi = \tan^{-1} \frac{N_s \delta_x \tan(\theta - \angle \mathcal{F}\{S_R\}) - N_s \delta_y}{|\mathcal{F}\{S_R\}| + N_s \delta_x + N_s \delta_y \tan(\theta - \angle \mathcal{F}\{S_R\})}$$
(4.18)

του οποίου το μέτρο είναι αντιστρόφως ανάλογο του αριθμού των ακτίνων N_s που εκπέμπει ο αισθητήρας στην περίπτωση που τόσο η πραγματική μέτρηση \mathcal{S}_R όσο και η εικονική σάρωση \mathcal{S}_V δεν διαταράσσονται από θόρυ \mathcal{S}_0



Σχήμα 4.2

4.2.3 Η μέθοδος του Προχρούστη

Έστω ότι η προβολή των τελιχών σημείων των αχτίνων της σάρωσης S_V γύρω από τη στάση $\hat{p}(x,y,\hat{\theta})$ παράγει το σύνολο σημείων P_V στο οριζόντιο επίπεδο. Έστω ότι η ίδια προβολή για τη σάρωση S_R ως προς τη στάση $p(x,y,\theta)$ παράγει το σύνολο P_R . Η περιστροφή της στάσης \hat{p} που ευθυγραμμίζει βέλτιστα το σύνολο σημείων P_V σε σχέση με το P_R μπορεί να βρεθεί από τη λύση του Ορθογώνιου Προσχρούστειου προβλήματος [Sch66] για πίναχες εισόδου P_V χαι P_R . Στην περίπτωση που ο πίναχας μετασχηματισμού περιορίζεται στο να

έχει τη δομή πίνακα περιστροφής \mathbf{R} : $\det{(\mathbf{R})} = 1$, το πρόβλημα ευθυγράμμισης ονομάζεται Περιορισμένο Ορθογώνιο Προσκρούστειο πρόβλημα. Η λύση του δίνεται στο [Ume91] και περιγράφεται παρακάτω.

Δεδομένου ότι στα συμφραζόμενα του προβλήματός ?? μας η θέση \boldsymbol{l} είναι άγνωστη, τα τελικά σημεία κάθε σάρωσης λαμβάνονται με την προβολή κάθε σάρωσης στο επίπεδο x-y σύμφωνα με το τοπικό σύστημα αναφοράς της κάθεμίας, δηλαδή σαν να είχε ληφθεί η κάθε μιά από το O(0,0,0). Ο πίνακας περιστροφής \boldsymbol{R} που ευθυγραμμίζει βέλτιστα το σύνολο \boldsymbol{P}_V με το \boldsymbol{P}_R είναι ο πίνακας που ελαχιστοποιεί την απόκλιση των περιεστραμμένων σημείων $\boldsymbol{R}\boldsymbol{P}_V$ από το \boldsymbol{P}_R :

$$\operatorname*{arg\,min}_{oldsymbol{R}} \|oldsymbol{P}_R - oldsymbol{R} \cdot oldsymbol{P}_V\|_F^2$$

όπου $\|A\|_F = (A^\top A)^{1/2}$ δηλώνει το μέτρο Frobenius του πίνακα πραγματικών τιμών A. Έστω ο τελεστής $\operatorname{tr}(A)$ ότι δηλώνει το ίχνος του πίνακα A. Τότε

$$\|\boldsymbol{P}_{R} - \boldsymbol{R}\boldsymbol{P}_{V}\|_{F}^{2} = \operatorname{tr}(\boldsymbol{P}_{R}^{\top}\boldsymbol{P}_{R} + \boldsymbol{P}_{V}^{\top}\boldsymbol{P}_{V}) - 2\operatorname{tr}(\boldsymbol{R}\boldsymbol{P}_{R}\boldsymbol{P}_{V}^{\top})$$
(4.19)

Δεδομένου ότι μόνο ο δεύτερος όρος της δεξιάς πλευράς εξαρτάται από τον πίνακα R, για την ελαχιστοποίηση της (4.19) ως προς R αρκεί να βρεθεί ο πίνακας περιστροφής R που μεγιστοποιεί το ίχνος $\operatorname{tr}(RP_VP_R^\top)$. Ο βέλτιστος πίνακας R δίνεται από το λήμμα I:

Λήμμα Ι. Έστω P_R και P_V πίνακες διαστάσεων $2 \times N_s$, R πίνακας διαστάσεων 2×2 , και UDV^{\top} η αποσύνθεση του $P_RP_V^{\top}$ σε ιδιάζουσες τιμές (Singular Value Decomposition—SVD). Τότε ο πίνακας R που ελαχιστοποιεί το μέτρο $\|P_R - R \cdot P_V\|_F^2$ δίνεται από τη σχέση $R = USV^{\top}$, όπου $S = \text{diag}(1, \det(UV))$.

 \mathbf{E} παχόλουθο \mathbf{I} . Η τιμή του μέγιστου ίχνους $T(\mathbf{\textit{P}}_{\!R},\mathbf{\textit{P}}_{\!V}) riangleq \max \operatorname{tr}(\mathbf{\textit{R}}\mathbf{\textit{P}}_{\!R}\mathbf{\textit{P}}_{\!V}^{ op})$ είναι

$$\max \operatorname{tr}(\boldsymbol{R} \boldsymbol{P}_{R} \boldsymbol{P}_{V}^{\top}) = \operatorname{tr}(\boldsymbol{D} \boldsymbol{S}) \tag{4.20}$$

Το λήμμα I παρέχει τον βέλτιστο πίνακα περιστροφής R υπό την προϋπόθεση ότι τόσο το σύνολο P_R όσο και το P_V είναι γνωστά. Ωστόσο, στα συμφραζόμενα του προβλήματος ?? τα τελικά σημεία P_R υπολογίζονται από έναν αυθαίρετο προσανατολισμό επειδή ο επιθυμητός

προσανατολισμός είναι θεμελιωδώς άγνωστος. Επομένως ο υπολογισμός του πίναχα ${\bf R}$ χαι η εξαγωγή του σχετιχού προσανατολισμού του ${\bf P}_V$ σε σχέση με το ${\bf P}_R$ από τον πίναχα ${\bf R}$ σε ένα βήμα είναι αδύνατη. Αυτό που μπορεί να γίνει για την εχτίμηση του προσανατολισμού της στάσης ${\bf p}$ ως προς τον προσανατολισμό της στάσης $\hat{{\bf p}}$ είναι το εξής. Υπολογίζεται το γινόμενο ${\bf P}_R {\bf P}_V^{\rm T}$ σε $O(N_s^2)$, η αποσύνθεσή του σε ιδιάζουσες τιμές σε O(1), χαταγράφεται η τιμή του ίχνους ${\rm tr}({\bf D}{\bf S})$ σε O(1), μετατοπίζεται ο πίναχας ${\bf P}_V$ χατά στήλες προς τα αριστερά μία φορά, χαι επαναλαμβάνεται η διαδιχασία N_s-1 φορές. Έστω ότι η επανάληψη $\psi\in\mathbb{Z}_{\geq 0}$ χαταγράφει το μέγιστο ίχνος: τότε η περιστροφή της στάσης $\hat{{\bf p}}$ χατά $\psi\gamma$ μεγιστοποιεί το ίχνος ${\rm tr}({\bf R}{\bf P}_R {\bf P}_V^{\rm T})$ χαι ελαχιστοποιεί το μέτρο του σφάλματος ευθυγράμμισης (4.19) για μία δεδομένη διαχριτιχή γωνία γ . Η παραπάνω διαδιχασία αποδίδει τη βέλτιστη περιστροφή επειδή το ίχνος ${\rm tr}({\bf D}{\bf S})$ ουσιαστιχά αναλαμβάνει το ρόλο ενός μέτρου ευθυγράμμισης μεταξύ των συνόλων σημείων ${\bf P}_V$ χαι ${\bf P}_R$.

Η παραπάνω διαδικασία καταγραφής N_s ιχνών μπορεί να υπολογιστεί είτε με ευθύ τρόπο, πολυπλοκότητας $O(N_s^3)$, είτε μέσω με της μεθόδου που παρουσιάζεται στο [DBH15] με σημαντικά μειωμένη πολυπλοκότητα $O(N_s \log N_s)$. Η μέθοδος αυτή θα αναφέρεται στο εξής ως μέθοδος DBH και περιγράφεται παρακάτω.

Έστω \widetilde{A} ο πίνακας A με αντίστροφη σειρά στηλών, $P_R = [p_R^x; p_R^y]$, $\widetilde{P}_V = [p_V^x; p_V^y]$. Έστω επίσης ότι ο τελεστής \odot υποδηλώνει τον πολλαπλασιασμό κατά στοιχείο. Τότε υπολογίζονται τέσσερα διανύσματα μεγέθους N_s :

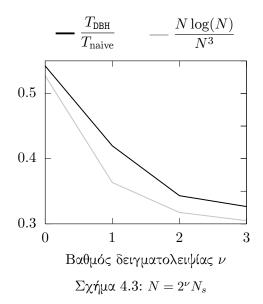
$$egin{aligned} m{m}_{11} &= \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}\{m{p}_R^x\}\odot\mathcal{F}\{m{p}_V^x\}\}\} \ m{m}_{12} &= \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}\{m{p}_R^y\}\odot\mathcal{F}\{m{p}_V^x\}\}\} \ m{m}_{21} &= \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}\{m{p}_R^x\}\odot\mathcal{F}\{m{p}_V^y\}\}\} \ m{m}_{22} &= \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}\{m{p}_R^y\}\odot\mathcal{F}\{m{p}_V^y\}\}\} \end{aligned}$$

Μετά τον υπολογισμό των πινάχων m_{kl} , k,l=1,2, υπολογίζονται N_s πίναχες μεγέθους 2×2 σύμφωνα με:

$$\boldsymbol{M}_{j} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{m}_{11}^{j} & \boldsymbol{m}_{12}^{j} \\ \boldsymbol{m}_{21}^{j} & \boldsymbol{m}_{22}^{j} \end{bmatrix}$$
(4.21)

όπου $j=0,\ldots,N-1$, και $m{m}_{kl}^j$ είναι το j-οστό στοιχείο του διανύσματος $m{m}_{kl}$. Ο πίνακας $m{M}_j$ είναι ίσος με τον πίνακα $m{P}_R(m{P}_V^{N_s-1-j})^{\top}$, όπου ο συμβολισμός $m{A}^k$ δηλώνει τον πίνακα $m{A}$ του οποίου οι στήλες έχουν μετατοπιστεί k φορές προς τα αριστερά. Η απόδειξη χρησιμοποιεί το θεώρημα κυκλικής συνέλιξης του DFT και παραλείπεται.

Αφού υπολογιστούν και σχηματιστούν όλοι οι N_s M_j πίνακες, κάθε ένας αποσυντίθεται σε ιδιάζουσες τιμές. Το ίχνος κάθε πίνακα R_jM_j καταγράφεται με την εφαρμογή του λήμματος I και του επακόλουθου I. Έστω ότι το μέγιστο ίχνος καταγράφεται για τον δείκτη J, τότε η περιστροφή της στάσης \hat{p} κατά $(N_s-1-J)\gamma=\psi\gamma$ επιτυγχάνει το ίδιο αποτέλεσμα με την ευθεία μέθοδο υψηλότερης πολυπλοκότητας για μία δεδομένη διακριτική γωνία γ .



Η παραπάνω μέθοδος εκτίμησης του προσανατολισμού της στάσης $p(x,y,\theta)$ ονομάζεται στο εξής μέθοδος του Προκρούστη. Ο αλγόριθμος ΙΙ παρουσιάζει σε ψευδοκώδικα τη διαδικασία διόρθωσης προσανατολισμού με βάση την εν λόγω μέθοδο. Ο αλγόριθμος IV παρουσιάζει σε ψευδοκώδικα τη μέθοδο DBH.

Παρατήρηση III. Εάν η διαφορά του προσανατολισμού μεταξύ των στάσεων από τις οποίες ελήφθησαν οι σαρώσεις \mathcal{S}_R και \mathcal{S}_V είναι $\Delta\theta$, τότε $\Delta\theta=(N_s-1-J)\gamma+\phi$, όπου $\mod(\Delta\theta,\gamma)=\phi\in[-\frac{\gamma}{2},+\frac{\gamma}{2}]$. Επομένως, για δεδομένο αριθμό εκπεμπόμενων ακτίνων N_s (ισοδύναμα, για δεδομένη διακριτική γωνία γ), ενημερώνοντας την εκτίμηση

Αλγόριθμος III rc_uf

Input: M, S_R , S_V , $\hat{\boldsymbol{p}}(x,y,\hat{\theta})$, γ , N_s

Output: $\hat{\theta}'$, T

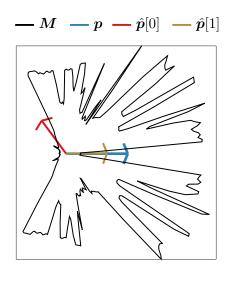
- 1: $P_R \leftarrow \text{project}(S_R, (0, 0, 0))$
- 2: $P_V \leftarrow \texttt{project}(\mathcal{S}_V, (0, 0, 0))$
- 3: $(J,T) \leftarrow \texttt{rc_uf_core}(\textbf{\textit{P}}_{R},\textbf{\textit{P}}_{V})$ (Αλγόριθμος IV)
- 4: $\psi = N_s 1 J$
- 5: $\hat{\theta}' \leftarrow \hat{\theta} + \psi \gamma$
- 6: **return** $(\hat{\theta}', T)$

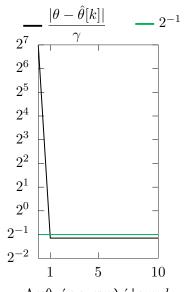
προσανατολισμού σε $\hat{\theta}'$:

$$\hat{\theta}' = \hat{\theta} + (N_s - 1 - J)\gamma \tag{4.22}$$

οδηγεί σε ένα επίλοιπο σφάλμα προσανατολισμού ϕ :

$$|\phi| \le \frac{\gamma}{2} \tag{4.23}$$





Αριθμός επαναλήψεων k

Σχήμα 4.4

Αλγόριθμος IV rc_uf_core

```
Input: P_R, P_V
Output: J, T(P_R, P_V)
  1: reverse(P_V)
  2: \boldsymbol{p}_{R}^{x} \leftarrow \text{first row of } \boldsymbol{P}_{R}
  3: \boldsymbol{p}_{R}^{y} \leftarrow \text{second row of } \boldsymbol{P}_{R}
  4: \boldsymbol{p}_{V}^{x} \leftarrow \text{first row of } \boldsymbol{P}_{V}
  5: \boldsymbol{p}_{V}^{y} \leftarrow \text{second row of } \boldsymbol{P}_{V}
  6: m_{11} \leftarrow \text{IDFT}(\text{DFT}(p_R^x) \odot \text{DFT}(p_V^x))
  7: m_{12} \leftarrow \text{IDFT}(\text{DFT}(\boldsymbol{p}_R^y) \odot \text{DFT}(\boldsymbol{p}_V^x))
  8: m_{21} \leftarrow \text{IDFT}(\text{DFT}(p_R^x) \odot \text{DFT}(p_V^y))
  9: m_{22} \leftarrow \mathtt{IDFT}(\mathtt{DFT}(\pmb{p}_R^y) \odot \mathtt{DFT}(\pmb{p}_V^y))
 10: T \leftarrow \{\emptyset\}
11: for j = 0: N_s - 1 do
           oldsymbol{M}_j \leftarrow egin{bmatrix} oldsymbol{m}_{11}(j) & oldsymbol{m}_{12}(j) \ oldsymbol{m}_{21}(j) & oldsymbol{m}_{22}(j) \end{bmatrix}
12:
             (\boldsymbol{U}, \boldsymbol{D}, \boldsymbol{V}) \leftarrow \mathtt{SVD}(\boldsymbol{M}_i)
13:
             append trace(D \cdot \text{diag}(1, \det(UV))) to T
14:
15: end for
16: reverse(T)
17: J \leftarrow \arg\max T
18: T_{\text{max}} \leftarrow \max\{T\} = T[J]
19: return (J, T_{\text{max}})
```

4.2.4 Η κλίνη της διακριτικής γωνίας του αισθητήρα

Η μέθοδος Fourier-Mellin σε μία διάσταση (ενότητα 4.2.1) και η μέθοδος του Προκρούστη (ενότητα 4.2.3), σε αντίθεση με την μέθοδο πρώτων αρχών (ενότητα 4.2.2), είναι διακριτές μέθοδοι εκτίμησης υπό την έννοια ότι λειτουργούν μειώνοντας την αρχική εκτίμηση προσανατολισμού κατά ακέραια πολλαπλάσια της σταθεράς διακριτικής γωνίας γ, με αποτέλεσμα αυθαίρετα επίλοιπα σφάλματα προσανατολισμού φ όπως ορίζονται από τις παρατηρήσεις Ι και ΙΙΙ. Αυτός ο περιορισμός μπορεί να ιδωθεί ως μία έτερη Προκρούστεια ιδιότητα, που

¹Στη μυθολογία ο Πολυπήμων, γνωστότερος ως Προχρούστης, ήταν ένας απαγωγέας ξένων, και μάστιγα της Ιεράς Οδού της Αττικής. Αφού φιλοξενούσε τα θύματά του προσφέροντάς τούς ένα πλουσιοπάροχο δείπνο, τα προσκαλούσε να ξαπλώσουν σε ένα κρεβάτι διαστάσεων τέτοιων που το ύψος του θύματος καλείτο να προσαρμοστεί στο μήκος του κρεβατιού, είτε μέσω τεμαχισμού του σώματός του, είτε μέσω τάνυσής του. Ο Πολυπήμων είχε την ατυχία να απαγάγει τον Θησέα, ο οποίος, άρτι αφιχθείς από τη δολοφονία του Μινώταυρου, τον τιμώρησε χρησιμοποιώντας την τεχνική του εναντίον τού.

αφορά σε δύο μεθόδους αυτή τη φορά, υπό την έννοια ότι το αρχικό σφάλμα προσανατολισμού $|\theta - \hat{\theta}| \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ τεμαχίζεται στην κλίνη $K\gamma, K \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$, στη βάση διακριτής και εξωτερικής λογικής:—το αρχικό σφάλμα προσαρμόζεται στη μέθοδο, αντί η μέθοδος να είναι προσαρμόσιμη στο αρχικό σφάλμα.

Επιπρόσθετα, σύμφωνα με τις παρατηρήσεις Ι, ΙΙ, και ΙΙΙ τα τελικά σφάλματα προσανατολισμού των τριών ως άνω μεθόδων εξαρτώνται από τον αμετάβλητο αριθμό των εκπεμπόμενων από τον φυσικό αισθητήρα απόστασης ακτίνων, ή, ισοδύναμα, από την αμετάβλητη διακριτική του γωνία γ. Το πεπερασμένο και αμετάβλητο των εκπεμπόμενων ακτίνων του φυσικού αισθητήρα, σε συνδυασμό με το αυθαίρετο του ρυθμού των αλλαγών του περιβάλλοντος (σχήμα ??), μπορούν να οδηγήσουν σε υποδειγματοληψία τμημάτων του περιβάλλοντος ή/και του χάρτη του, με συνέπεια τη μη βέλτιστη σύγκλιση της εκτίμησης προσανατολισμού.

Οι δύο παραπάνω παρατηρήσεις αφορούν στα σφάλματα στάσης της συνολικής μεθόδου ευθυγράμμισης, όχι μόνο λόγω των μη επιλύσιμων σφαλμάτων προσανατολισμού αυτών καθεαυτούς, αλλά και λόγω της διάδοσής τους στην διαδεχόμενη της μεθόδου ευθυγράμμισης προσανατολισμού μέθοδο ευθυγράμμισης της θέσης (παρατήρηση ??): λόγω σύζευξης των δύο ειδών ευθυγράμμισης, η μέθοδος εκτίμησης θέσης απαιτεί επί της αρχής μηδενικά σφάλματα προσανατολισμού. Κατ' ελάχιστον, όμως, στην περίπτωση των δύο ως άνω Προκρούστειων μεθόδων, το τελικό σφάλμα προσανατολισμού τους μπορεί να έχει τιμή έως και γ/2. Για την επίλυση αυτού του προβλήματος εξετάζουμε δύο υποψήφιες μεθόδους, οι οποίες παρουσιάζονται στις επόμενες δύο ενότητες.

4.2.5 Η μέθοδος του Πιτυοκάμπτη Σίνι

Προτού εισάγουμε τη μέθοδο που ελαττώνει τα σφάλματα εκτίμησης προσανατολισμού που προτείνουμε, πρέπει να εξετάσουμε το λόγο για την πολυπλοκότητά και την επιτυχία της σε σχέση με την αφελή μέθοδο επιχείρησης ελάττωσης του σφάλματος εκτίμησης του προσανατολισμού.

Δεδομένων ότι

• το τελικό σφάλμα εκτίμησης προσανατολισμού των τριών ως άνω μεθόδων είναι αντιστρόφως ανάλογο του αριθμού εκπεμπομένων ακτίνων N_s

- ο τελευταίος είναι αμετάβλητος όσο αφορά στον φυσικό αισθητήρα αποστάσεων (με την έννοια ότι δεν μπορεί να προσδώσει περισσότερες μετρήσεις από $N_s=2\pi/\gamma$)
- ο τελευταίος είναι μεταβλητός όσο αφορά στον εικονικό αισθητήρα αποστάσεων (με την έννοια ότι, εφόσον οι εικονικές σαρώσεις είναι υπολογιστέες μέσω του χάρτη, μπορεί να υπολογιστεί ένας αυθαίρετος αριθμός εικονικών ακτίνων εντός του)

ο αφελής τρόπος επίλυσης του προβλήματος ελάττωσης του σφάλματος προσανατολισμού συνίσταται στην αύξηση των εκπεμπόμενων ακτίνων

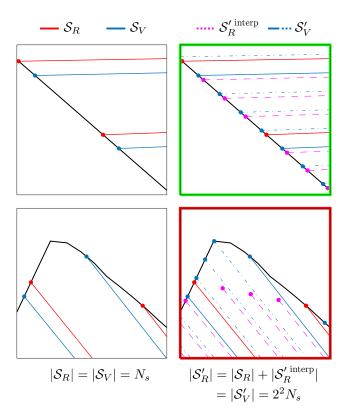
- του φυσικού αισθητήρα με την παρεμβολή των τιμών των ακτίνων της πραγματικής σάρωσης
- \bullet του εικονικού αισθητήρα με την δεσμοβολή ισάριθμων ακτίνων της πραγματικής σάρωσης εντός του χάρτη M

Σε αυτή την περίπτωση η αύξηση του αριθμού των ακτίνων της πραγματικής σάρωσης μέσω παρεμβολής γίνεται με διχοτόμηση όλων των N_s γωνιών μεταξύ γειτονικών ακτίνων, και εισαγωγή ακτίνων σε γωνίες $n\gamma+\gamma/2,\,n=0,1,\ldots,N_s-1,$ των οποίων η αναφερόμενη απόσταση τίθεται σε $\mathcal{S}_R'^{\text{interp}}[n]=\frac{1}{2}(\mathcal{S}_R[n]+\mathcal{S}_R[n+1]),$ όπου $\mathcal{S}_R[N_s]=\mathcal{S}_R[0].$ Με αυτόν τον τρόπο η προκύπτουσα διακριτική γωνία είναι $\gamma'=\gamma/2.$ Αυτή διαδικασία θα μπορούσε να επαναληφθεί περαιτέρω, έως ότου η τελική διακριτική γωνία φτάσει σε ένα αποδεκτά χαμηλό επίπεδο $\gamma^{(\nu)}=\gamma/2^{\nu},\,\nu\in\mathbb{Z}_{>0}.$ Όσο αφορά στην εικονική σάρωση, δεδομένου ότι παράγεται από το χάρτη, δεν απαιτεί τη χρήση παρεμβολής—ο αριθμός των απαιτούμενων εικονικών ακτίνων N_s' καθορίζεται από το μέγεθος της πραγματικής σάρωσης: $N_s'=2^{\nu}N_s.$ Λόγω της χρήσης της τεχνικής διχοτόμησης ακτίνων ονομάζουμε αυτή τη μέθοδο ως μέθοδο του Πιτυοκάμπτη Σίνι.²

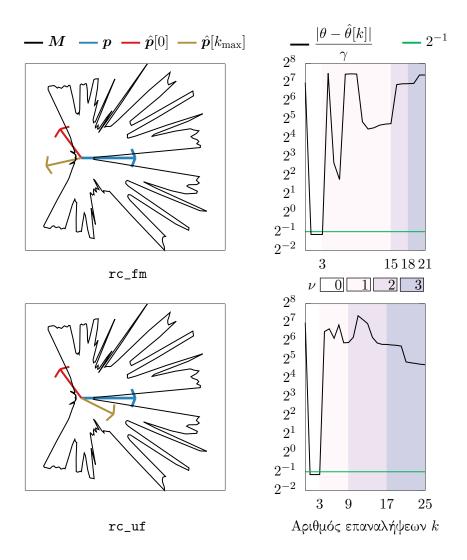
Παρατήρηση IV. Κατά τη διάρχεια αυτής της μεθόδου ελάττωσης του σφάλματος προσανατολισμού η πραγματική σάρωση και ο χάρτης δειγματοληπτούνται με ρυθμό δειγματοληψίας 2^{ν} , με αποτέλεσμα μία πραγματική σάρωση και μία ειχονική σάρωση, αποτελούμενες από $2^{\nu}N_s$ αχτίνες. Η διόρθωση προσανατολισμού εχτελείται μία φορά, και έχει ως αποτέλεσμα μία εχτίμηση προσανατολισμού.

²Ο Σίνις, επονομαζόμενος Πιτυοχάμπτης, ήταν γιός του Προχρούστη Πολυπήμωνος. Σε συνέχεια της γενεαλογίας του ο Σίνις απήγαγε ξένους, των οποίων τα άχρα έδενε σε δύο λυγισμένα πεύχα (χεχαμμένες πιτύες) προτού αφήσει τα τελευταία να πάρουν τη φυσιχή τους χλίση, διχοτομώντας έτσι τα σώματά των θυμάτων του. Για χαχή του τύχη εξοντώθηχε επίσης από τον Θησέα.

Στο σχήμα 4.5 απειχονίζεται μία μεγέθυνση των δύο περιοχών του σχήματος ?? που περιχλείονται σε χόχχινα και πράσινα πλαίσια. Η παραπάνω μεθοδολογία υπερδειγματοληψίας προσομοιώνει τέλεια τις επιπρόσθετες αποστάσεις που θα λάμβανε ένας αισθητήρας με 2^2N_s αχτίνες σε σχέση με έναν αισθητήρα N_s αχτίνων σε γραμμικά τμήματα του περιβάλλοντος (επάνω σειρά). Όμως, σε μη γραμμικά ή απότομα μεταβαλλόμενα τμήματα του περιβάλλοντος (χάτω σειρά), η μέθοδος παρεμβολής αστοχεί στην προσομοίωση των επιπρόσθετων αποστάσεων λόγω εισαγωγής σφαλμάτων απόστασης που οφείλονται στην επινόηση τεχνητών μετρήσεων. Το μέγεθος αυτών των σφαλμάτων εξαρτάται από το μέγεθος της διαχριτιχής γωνίας του αισθητήρα, τον ρυθμό υπερδειγματοληψίας, και τον χάρτη ως ανεξάρτητη μεταβλητή.



Σχήμα 4.5: Μεγέθυνση των δύο περιοχών που περικλείονται με κόκκινο και πράσινο χρώμα στο σχήμα ??. Οι κόκκινες γραμμές υποδηλώνουν ακτίνες της πραγματικής μέτρησης S_R . Οι μπλε γραμμές υποδηλώνουν ακτίνες της εικονικής μέτρησης S_V . Οι διακεκομμένες φούξια γραμμές απεικονίζουν τις παρεμβαλλόμενες ακτίνες του πραγματικού αισθητήρα. Οι διακεκομμένες μπλε γραμμές απεικονίζουν τις πρόσθετες ακτίνες του εικονικού αισθητήρα. Εδώ ο ρυθμός υπερδειγματοληψίας είναι $\mu=2^{\nu}, \nu=2$. Τα σχήματα στην αριστερή πλευρά δείχνουν τις αρχικές σαρώσεις μεγέθους N_s . Τα δεξιά σχήματα δείχνουν την παρεμβαλλόμενη πραγματική σάρωση και την εικονική σάρωση ίσου μεγέθους $N_s'=2^{\nu}N_s$. Η παρεμβολή των ακτίνων της πραγματικής σάρωσης είναι ακριβής σε γραμμικά τμήματα. Σε μη γραμμικά τμήματα, όμως, οι αποστάσεις των παρεμβαλλόμενων ακτίνων είναι αυθαίρετα λανθασμένες, και δεν μπορεί να διασφαλιστεί ότι ο περιορισμός του σφάλματος προσανατολισμού κάτω από την τιμή $\gamma/2^{\nu+1}$.



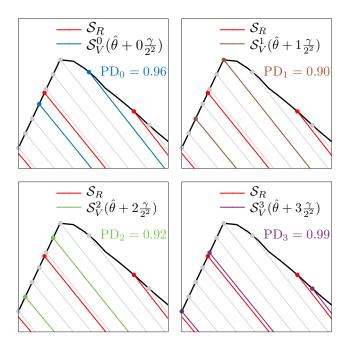
Σχήμα 4.6

Αυτό σημαίνει ότι η εισαγωγή παρεμβαλλόμενων ακτίνων έχει το αμετάβλητο και ακούσιο αποτέλεσμα η λύση να εισάγει τα δικά της σφάλματα στην επιζητούμενη εκτίμηση. Επιπλέον, αυτό το σφάλμα δεν μπορεί να ελεγχθεί, και, κατά συνέπεια, είναι αναγκαία εναλλακτική προσέγγιση λύσης του προβλήματος που εκτίθεται στην ενότητα 4.2.4.

4.2.6 Η μέθοδος του Θησέα

Από την παραπάνω ανάλυση γίνεται κατανοητό ότι οποιαδήποτε προσπάθεια μείωσης του σφάλματος εκτίμησης προσανατολισμού θα πρέπει να περιοριστεί από την απαγόρευση εφεύ-

ρεσης πραγματικών μετρήσεων. Στο σχήμα 4.7 απεικονίζεται η μεθοδολογία που εισάγουμε, η οποία εγγυάται ότι το τελικό σφάλμα προσανατολισμού $|\phi|\in[0,\gamma/2^{1+\nu}]$ στην περίπτωση που οι μετρήσεις του φυσικού αισθητήρα δεν διαταράσσονται από θόρυβο και ο χάρτης αναπαριστά το περιβάλλον τέλεια, για $\nu=2$.



Σχήμα 4.7: Μεγέθυνση της μη γραμμικής περιοχής που περικλείεται με κόκκινο χρώμα στο σχήμα ??. Οι κόκκινες γραμμές υποδηλώνουν ακτίνες της πραγματικής σάρωσης \mathcal{S}_R . Οι μπλε, καφέ, πράσινες, και μωβ γραμμές υποδηλώνουν ακτίνες $2^\nu=2^2$ διακριτών εικονικών σαρώσεων που λαμβάνονται από την εκτίμηση στάσης $\hat{p}(x,y,\hat{\theta})$ σε $\gamma/2^\nu$, $\nu=2$ γωνιακά βήματα, ξεκινώντας από τον εκτιμώμενο προσανατολισμό του αισθητήρα $\hat{\theta}$. Η εικονική σάρωση που συμβολίζεται με μωβ χρώμα σημειώνει την υψηλότερη τιμή της μετρικής Ποσοστού Διάκρισης (PD) μεταξύ όλων των 2^ν εικονικών σαρώσεων. Χρησιμοποιώντας τη μετρική PD και επιλέγοντας την εκτίμηση προσανατολισμού που αντιστοιχεί στην εικονική σάρωση με τη μέγιστη τιμή PD, το σφάλμα εκτίμησης προσανατολισμού περιορίζεται εγγυημένα κάτω από $\gamma/2^{\nu+1}$ στην περίπτωση όπου οι μετρήσεις του φυσικού αισθητήρα δεν διαταράσσονται από θόρυβο και ο χάρτης αναπαριστά το περιβάλλον τέλεια

Αντί της κατασκευής μίας εικονικής σάρωσης $2^{\nu}N_s$ ακτίνων, και της εκτέλεσης διόρθωσης του προσανατολισμού μία φορά (παρατήρηση IV), το βέλτιστο σφάλμα προσανατολισμού $|\phi| \in [0,\gamma/2^{1+\nu}]$ για έναν δεδομένο ρυθμό δειγματοληψίας $\mu=2^{\nu}$ και μία διακριτική γωνία γ μπορεί να επιτευχθεί με τον υπολογισμό 2^{ν} εικονικών σαρώσεων μεγέθους N_s , εκτελώντας διόρθωση προσανατολισμού 2^{ν} φορές. Η διόρθωση προσανατολισμού πραγματοποιείται μία φορά μεταξύ της ανόθευτης πραγματικής σάρωσης και της εικονικής σάρωσης \mathcal{S}_V^k , η οποία λαμβάνεται από

τη στάση $\hat{\boldsymbol{p}}(x,y,\hat{\theta}_k)$:

$$\hat{\theta}_k = \hat{\theta} + k \cdot \gamma / 2^{\nu}, \quad k = 0, \dots, 2^{\nu} - 1$$
 (4.24)

για συνολικά 2^{ν} φορές, με αποτέλεσμα 2^{ν} εκτιμήσεις προσανατολισμού.

Για τη μέθοδο Fourier-Mellin μίας διάστασης και τη μέθοδο του Προκρούστη, η μετρική ευθυγράμμισης μεταξύ της k-οστής εικονικής σάρωσης και της πραγματικής σάρωσης υπολογίζεται σύμφωνα το Ποσοστό Διάκρισης (Percent Discrimination—PD). Για τη μέθοδο πρώτων αρχών η σύγκριση ανάμεσα στις σαρώσεις S_R και S_V^k δεν είναι δόκιμη, καθώς αποτελεί μέθοδο συνεχούς χώρου, και συνεπώς δεν ορίζεται μετρική ευθυγράμμισης.

Η μετρική του Ποσοστού Διάκρισης για την k-οστή εικονική σάρωση $\mathrm{PD}_k \in [0,1]$, και είναι ανάλογη του βαθμού ευθυγράμμισης μεταξύ των σαρώσεων \mathcal{S}_R και \mathcal{S}_V^k για όλες τις 2^{ν} σαρώσεις \mathcal{S}_V^k . Το Ποσοστό Διάκρισης ανάμεσα στην πραγματική μέτρηση \mathcal{S}_R και την εικονική σάρωση \mathcal{S}_V^k ορίζεται ως:

$$PD_k = \frac{2 F(G, H_k)}{F(G, G) + F(H_k, H_k)}$$
(4.25)

Για τη μεν περίπτωση της μεθόδου Fourier-Mellin: $F = \max q$, όπου $q = \mathcal{F}^{-1}\{Q\}$, με τον όρο Q να ορίζεται από την εξίσωση (4.1) με ορίσματα τα διανύσματα σαρώσεων εισόδου $G = \mathcal{S}_R$ και $H_k = \mathcal{S}_V^k$.

Για τη δε περίπτωση της μεθόδου του Προκρούστη: F=T, όπου T είναι το μέγιστο ίχνος με ορίσματα τους πίνακες $G=P_R$ και $H_k=P_{V_k}$ (επακόλουθο I). Εδώ το σύνολο σημείων P_R κατέχει τις συντεταγμένες των τελικών σημείων των ακτίνων της πραγματικής σάρωσης S_R προβεβλημμένες στο επίπεδο x-y από την αρχή O(0,0,0) όπως προηγουμένως, και το σύνολο P_{V_k} κατέχει τις συντεταγμένες των τελικών σημείων της k-οστής εικονικής σάρωσης, επίσης προβεβλημμένες στο επίπεδο x-y από το O.

Έστω τώρα ότι $k_{\max} \in \mathbb{Z}_{\geq 0}: k_{\max} \in [0, 2^{\nu-1}]$ συμβολίζει το δείχτη της k-οστής ειχονιχής σάρωσης $\mathcal{S}_V^{k_{\max}}$ που σημειώνει τον υψηλότερο δείχτη ευθυγράμμισης PD_k : $\mathrm{PD}_{k_{\max}} = \max\{\mathrm{PD}_k\}$. Έστω επίσης $I \in \mathbb{Z}$ το αχέραιο πολλαπλάσιο χατά το οποίο εάν πολλαπλασιαστεί η διαχριτιχή γωνία γ τότε η σάρωση $\mathcal{S}_V^{k_{\max}}$ ευθυγραμμίζεται με την \mathcal{S}_R με τρόπο τέτοιο που παράγεται η μετριχή ευθυγράμμισης $\mathrm{PD}_{k_{\max}}$. Τότε εάν η εχτίμηση προσανατολισμού του

αισθητήρα ενημερωθεί σε

$$\hat{\theta}' = \hat{\theta} + I \cdot \gamma + k_{\text{max}} \cdot \frac{\gamma}{2^{\nu}} \tag{4.26}$$

το επίλοιπο σφάλμα εκτίμησης προσανατολισμού ϕ φράσσεται από:

$$|\phi| = \mod(|\theta - \hat{\theta}'|, \gamma) \le \frac{\gamma}{2^{1+\nu}} < \frac{\gamma}{2}$$

$$(4.27)$$

για $\nu \in \mathbb{Z}_{>0}$.

Ο Αλγόριθμος V παρουσιάζει τη μέθοδο διόρθωσης προσανατολισμού που προτείνουμε σε μορφή ψευδοχώδιχα, για ορίσματα $rc = \{rc_fm, rc_uf\}$.

Αλγόριθμος V rc_theseus

Input: rc, M, S_R , $\hat{\boldsymbol{p}}(x,y,\hat{\theta})$, γ , N_s , ν

Output: $\hat{\theta}'$

1: $(\hat{\Theta}, \mathbf{PD}) \leftarrow \mathtt{rc_theseus_core}(\mathtt{rc}, M, \mathcal{S}_R, \hat{\boldsymbol{p}}(x, y, \hat{\theta}), \gamma, N_s, \nu)$

2: $k_{\text{max}} \leftarrow \arg \max \mathbf{PD}$

3: $\hat{\theta}' \leftarrow \hat{\mathbf{\Theta}}[k_{\text{max}}]$

4: return $\hat{\theta}'$

Ο στόχος $(\ref{eq:continuous})$?? επιτυγχάνεται με τη μέθοδο που εισαγάγαμε σε αυτή την ενότητα για τη μέθοδο Fourier-Mellin μίας διάστασης (ενότητα 4.2.1) και τη μέθοδο του Προκρούστη (ενότητα 4.2.3) υπό τις προϋποθέσεις ότι (α) $\mathbf{l}=\hat{\mathbf{l}},$ και (β) το αρχικό σφάλμα προσανατολισμού είναι $|\theta-\hat{\theta}|>\gamma/2^{1+\nu}$ για δεδομένο βαθμό δειγματοληψίας $\nu.$

4.3 Μεθοδολογία ευθυγράμμισης θέσης

Έστω τώρα ότι η πραγματική και η εκτιμώμενη στάση είναι ίσες ως προς τον προσανατολισμό $\hat{\theta}=\theta$, αλλά άνισες ως προς τη θέση $\hat{l}\neq l$. Εάν ο χάρτης αναπαριστά το περιβάλλον τέλεια και ο φυσικός αισθητήρας αναφέρει μετρήσεις χωρίς διαταραχές, τότε η εκτίμηση της θέσης του αισθητήρα μπορεί να οδηγηθεί αυθαίρετα κοντά στην πραγματική θέση. Σε πραγματικές συνθήκες, όταν οι ακτίνες των πραγματικών σαρώσεων ή/και των εικονικών σαρώσεων αλλοιώνονται από προσθετικό θόρυβο πεπερασμένου μέγιστου μέτρου, η εκτίμηση θέσης μπορεί

Αλγόριθμος VI rc_theseus_core

Input: rc, M, S_R , $\hat{\boldsymbol{p}}(x,y,\hat{\theta})$, γ , N_s , ν

Output: $\hat{\Theta}$, PD

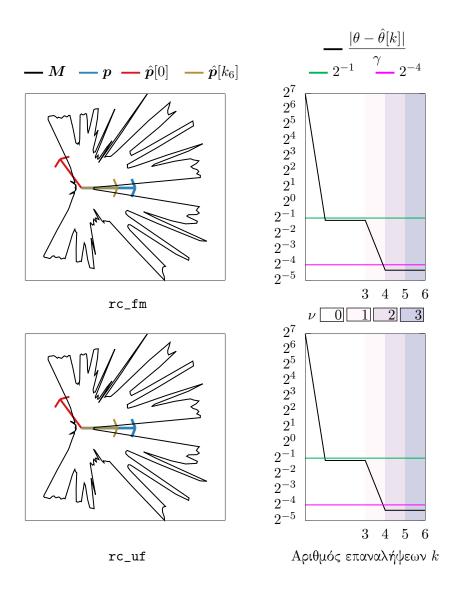
- 1: $\hat{\mathbf{\Theta}}, \mathbf{PD} \leftarrow \{\emptyset\}$
- 2: **for** $k = 0: 2^{\nu} 1$ **do**
- 3: $\hat{\boldsymbol{p}}_k \leftarrow (x, y, \hat{\theta} + k \cdot \gamma/2^{\nu})$
- 4: $\mathcal{S}_V^k \leftarrow \mathtt{scan_map}(\boldsymbol{M}, \hat{\boldsymbol{p}}_k, N_s)$
- 5: $(\cdot, m_k) \leftarrow \operatorname{rc}(\boldsymbol{M}, \mathcal{S}_B, \mathcal{S}_V, \hat{\boldsymbol{p}}_k, \gamma, N_s)$
- 6: append $\hat{\theta}_k = \hat{\theta} + 2\pi m_k/N_s + k \cdot \gamma/2^{\nu}$ to $\hat{\Theta}$
- 7: $(\cdot, m_k^R) \leftarrow \operatorname{rc}(\boldsymbol{M}, \mathcal{S}_R, \mathcal{S}_R, \hat{\boldsymbol{p}}_k, \gamma, N_s)$
- 8: $(\cdot, m_k^V) \leftarrow \operatorname{rc}(\boldsymbol{M}, \mathcal{S}_V^k, \mathcal{S}_V^k, \hat{\boldsymbol{p}}_k, \gamma, N_s)$ 9: append $\frac{2m_k}{m_k^R + m_k^V}$ to PD
- 10:
- 11: end for
- 12: return $(\hat{\boldsymbol{\Theta}}, \mathbf{PD})$

Αλγόριθμος VII scan_map

Input: $M, p(x, y, \theta), N_s$

Output: S_V

- 1: $S_V \leftarrow \{\emptyset\}$
- 2: for $n=0:N_s-1$ do 3: $\lambda_n \leftarrow -\pi + \frac{2\pi}{N_s}n$
- 4: $\theta_n \leftarrow \lambda_n + \hat{\theta}$
- 5: $(x_n, y_n) \leftarrow \mathtt{intersect}(\boldsymbol{M}, (x, y, \theta_n))$
- 6: $d_n \leftarrow \|(x x_n, y y_n)\|_2$
- 7: append (d_n, λ_n) to S_V
- 8: end for
- 9: return S_V



Σχήμα 4.8

να φραχθεί σε μια γειτονιά της πραγματικής θέσης του αισθητήρα. Τα θεωρήματα Ι και ΙΙ τυποποιούν αυτές τις δηλώσεις [Fil22].

Θεώρημα Ι. Έστω ότι ισχύουν οι υποθέσεις του προβλήματος ????, και ότι $\hat{\theta}=\theta$. Έστω επίσης ότι η εικονική σάρωση S_V που συλλαμβάνεται από τη στάση \hat{p} εντός του χάρτη M συμβολίζεται με $S_V|_{\hat{p}}$. Έστω ακόμα ότι οι δισδιάστατες σαρώσεις S_R και S_V είναι απαλλαγμένες από διαταραχές, δηλαδή ότι οι αποστάσεις που καταγράφουν οι ακτίνες της πραγματικής σάρωσης προς τα γύρω του εμπόδια αντιστοιχούν στις πραγματικές αποστάσεις του αισθητήρα από τα εν λόγω εμπόδια, και ότι ο χάρτης

του περιβάλλοντος το αναπαριστά τέλεια. Αντιμετωπίζοντας την εκτίμηση της θέσης του αισθητήρα ως μεταβλητή κατάστασης $\hat{\pmb{l}}[k] = [\hat{x}[k], \hat{y}[k]]^{\top}$ και ενημερώνοντάς την σύμφωνα με την εξίσωση διαφορών

$$\hat{\boldsymbol{l}}[k+1] = \hat{\boldsymbol{l}}[k] + \boldsymbol{u}[k] \tag{4.28}$$

όπου $\hat{\pmb{l}}[0] = \hat{\pmb{l}} = [\hat{x}, \hat{y}]^{\top}$, (δηλαδή η παρεχόμενη αρχική εκτίμηση της θέσης), \pmb{u} είναι ένα διάνυσμα διαστάσεων 2×1 που στο εξής θα αναφέρεται ως διάνυσμα ελέγχου:

$$\boldsymbol{u}[k] = \frac{1}{N_s} \begin{bmatrix} \cos \hat{\theta} & \sin \hat{\theta} \\ \sin \hat{\theta} & -\cos \hat{\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{1,r}(\mathcal{S}_R, \mathcal{S}_V |_{\hat{\boldsymbol{p}}[k]}) \\ X_{1,i}(\mathcal{S}_R, \mathcal{S}_V |_{\hat{\boldsymbol{p}}[k]}) \end{bmatrix}$$
(4.29)

όπου $X_{1,r}(\cdot)$ και $X_{1,i}(\cdot)$ είναι, αντίστοιχα, το πραγματικό και φανταστικό μέρος της μιγαδικής ποσότητας X_1 :

$$X_{1}\left(\mathcal{S}_{R}, \mathcal{S}_{V}|_{\hat{\boldsymbol{p}}[k]}\right) = X_{1,r}\left(\mathcal{S}_{R}, \mathcal{S}_{V}|_{\hat{\boldsymbol{p}}[k]}\right) + i \cdot X_{1,i}\left(\mathcal{S}_{R}, \mathcal{S}_{V}|_{\hat{\boldsymbol{p}}[k]}\right)$$

$$= \sum_{n=0}^{N_{s}-1} \left(\mathcal{S}_{R}[n] - \mathcal{S}_{V}[n]|_{\hat{\boldsymbol{p}}[k]}\right) \cdot e^{-i\frac{2\pi n}{N_{s}}}$$

$$(4.30)$$

όπου $\mathcal{S}_R[n]$ και $\mathcal{S}_V[n]|_{\hat{p}[k]}$ είναι, αντίστοιχα, οι αναφερόμενες αποστάσεις της n-οστής ακτίνας της πραγματικής \mathcal{S}_R και εικονικής σάρωσης $\mathcal{S}_V|_{\hat{p}[k]}$, και $\hat{p}[k]=(\hat{l}[k],\hat{\theta})$ —τότε η εκτίμηση θέσης $\hat{l}[k]$ συγκλίνει ομοιόμορφα ασυμπτωτικά στην πραγματική θέση l καθώς $k\to\infty$.

Στην πράξη το σύστημα ελέγχου $(4.28,\,4.29)$ αφήνεται να επαναληφθεί είτε έως ότου το μέτρο του διανύσματος ελέγχου $\boldsymbol{u}[k]$ φτάσει σε ένα επαρχώς μιχρό μέγεθος $\|\boldsymbol{u}[k]\|_2 < \varepsilon_u$, όπου ε_u είναι επαρχώς μιχρό—π.χ. $\varepsilon_u < 10^{-3}$ —ή για $I_T > 0$ επαναλήψεις (ένα αρχετά μεγάλο, εξωτεριχά παρεχόμενο όριο μέγιστων επαναλήψεων—π.χ. $I \geq 20$). Επομένως, συμβολίζοντας με $k_{stop} \in (0,I_T]$ τον δείχτη της τελευταίας επανάληψης, χαι με $\hat{\boldsymbol{l}}' = \hat{\boldsymbol{l}}[k_{stop}]$ τότε $\|\boldsymbol{e}(\boldsymbol{l},\hat{\boldsymbol{l}}')\|_2 < \|\boldsymbol{e}(\boldsymbol{l},\hat{\boldsymbol{l}}[0])\|_2$, χαι επομένως ο στόχος (????) ιχανοποιείται.

Παρατήρηση V. Χωρίς βλάβη της γενικότητας, μετά την εφαρμογή του θεωρήματος Ι, το σφάλμα θέσης είναι ανάλογο με το σφάλμα προσανατολισμού. Θεώρημα ΙΙ. Έστω ότι ισχύουν οι υποθέσεις του θεωρήματος Ι. Έστω επιπλέον ότι η αποστάσεις που αναφέρονται από την πραγματική S_R και εικονική S_V σάρωση επηρεάζονται από προσθετικές διαταραχές πεπερασμένου μέγιστου μέτρου. Τότε η εκτίμηση θέσης $\hat{l}[k]$ είναι ομοιόμορφα φραγμένη για $k \geq k_0$ και ομοιόμορφα τελικά φραγμένη σε μια γειτονιά της πραγματικής θέσης l. Το μέγεθος της γειτονιάς εξαρτάται από τα δύο μέγιστα μέτρα (με την έννοια της infinity norm) των διαταραχών που αλλοιώνουν τις πραγματικές τιμές των δύο σαρώσεων.

Σε σύγκριση με την περίπτωση που δεν υπάρχουν διαταραχές, μια λύση που ικανοποιεί το στόχο (????) δεν είναι αυστηρά εγγυημένη για κάθε αρχική θέση $\hat{\boldsymbol{l}}[0]$. Ας συμβολίσουμε και πάλι με $k_{stop} \in (0,I_T]$ τον δείκτη της τελευταίας επανάληψης, με $\hat{\boldsymbol{l}}' = \hat{\boldsymbol{l}}[k_{stop}]$ την τελική εκτίμηση της θέσης του αισθητήρα, και με B το τελικό φράγμα (ultimate bound) του σφάλματος θέσης. Εάν $\|\boldsymbol{e}(\boldsymbol{l},\hat{\boldsymbol{l}}[0])\|_2 > B$, το θεώρημα Π εγγυάται την ικανοποίηση του στόχου $(??\ ??)$ εάν $k_{stop} \geq k_0$. Εάν, από την άλλη πλευρά, εάν $\|\boldsymbol{e}(\boldsymbol{l},\hat{\boldsymbol{l}}[0])\|_2 \leq B$, δεν είναι βέβαιο ότι $\|\boldsymbol{e}(\boldsymbol{l},\hat{\boldsymbol{l}}[0])\|_2 < \|\boldsymbol{e}(\boldsymbol{l},\hat{\boldsymbol{l}}[0])\|_2$ —αυτό που είναι βέβαιο σε αυτή την περίπτωση, όμως, είναι ότι $\|\boldsymbol{e}(\boldsymbol{l},\hat{\boldsymbol{l}}[k])\|_2 \neq B$ για όλα κάθε $k \geq 0$.

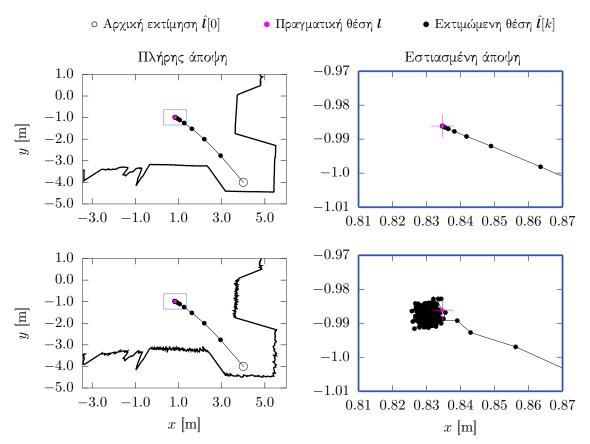
Στο σχήμα 4.9 απεικονίζονται οι τροχιές της εκτίμησης θέσης βάσει εφαρμογής του θεωρήματος I για έναν αισθητήρα με θέση $\boldsymbol{l}=(0.83,-0.98)$ [m] και αρχική εκτίμηση θέσης $\hat{\boldsymbol{l}}=(4.0,-4.0)$ [m]. Οι ακτίνες της πραγματικής σάρωσης S_R και των εικονικών σαρώσεων S_V διαταράσσονται από θόρυβο κανονικά κατανεμημένο με τυπική απόκλιση σ_R και σ_V αντίστοιχα. Η άνω σειρά απεικονίζει τις τροχιές εκτίμησης για τυπικές αποκλίσεις $\sigma_R=\sigma_V=0.0$ m, και η κάτω σειρά για $\sigma_R=\sigma_V=0.05$ m.

Ο αλγόριθμος VIII παραθέτει σε ψευδοχώδικα τη μέθοδο εκτίμησης της θέσης για δεδομένη και γνωστή εκτίμηση προσανατολισμού.

4.4 Μεθοδολογία ευθυγράμμισης από κοινού

4.5 Πειραματική αξιολόγηση

4.6 Συμπεράσματα και περαιτέρω έρευνα



Σχήμα 4.9: Οι τροχιές της εκτίμησης θέσης βάσει εφαρμογής του θεωρήματος I για επίπεδο διαταραχών αποστάσεων $\sigma_R=\sigma_V=0.0~{\rm m}$ (άνω σειρά) και $\sigma_R=\sigma_V=0.05~{\rm m}$ (κάτω σειρά). Τα τελικά σφάλματα εκτίμησης θέσης είναι 2.04e-07 m και 5.72e-03 m αντίστοιχα. Η εκτίμηση θέσης συγκλίνει ομοιόμορφα ασυμπτωτικά στην πρώτη περίπτωση, ενώ στη δεύτερη είναι ομοιόμορφα φραγμένη σε μία γειτονιά της πραγματικής θέσης (θεώρημα II)

Αλγόριθμος VIII icte

Input: M, S_R , $\hat{\boldsymbol{p}}(\hat{x}, \hat{y}, \hat{\theta})$, k_{max} , ε_u , N_s

Output: $\hat{\boldsymbol{p}}'(\hat{x}', \hat{y}', \hat{\theta})$

- 1: $k \leftarrow 0$
- 2: while $k < k_{max}$ do
- 3: $\mathcal{S}_V^{[k]} \leftarrow \mathtt{scan_map}(M, \hat{\boldsymbol{p}}, N_s)$
- 4: $X_1 \leftarrow \text{diff_dft}(\mathcal{S}_R, \mathcal{S}_V^{[k]})$
- $5: \quad (X_{1,r},X_{1,i}) \leftarrow (\texttt{re}(X_1),\texttt{im}(X_1))$
- 6: $\mathbf{u}_{k} = \begin{bmatrix} u_{x} \\ u_{y} \end{bmatrix} = \frac{1}{N_{s}} \begin{bmatrix} \cos \hat{\theta} & \sin \hat{\theta} \\ \sin \hat{\theta} & -\cos \hat{\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{1,r} \\ X_{1,i} \end{bmatrix}$
- 7: $\hat{\boldsymbol{p}} \leftarrow \hat{\boldsymbol{p}} + \boldsymbol{u}_k$
- 8: if $\|\boldsymbol{u}_k\|_2 < \varepsilon_u$ then
- 9: break
- 10: **end if**
- 11: $k \leftarrow k + 1$
- 12: end while
- 13: $\hat{m{p}}' \leftarrow \hat{m{p}}$
- 14: return \hat{p}'

Αλγόριθμος IX diff_dft

Input: S_R, S_V

Output: X_1

- 1: assert $|\mathcal{S}_R| = |\mathcal{S}_v^{[k]}|$
- 2: $N_s \leftarrow |\mathcal{S}_R|$
- 3: $\Delta \leftarrow \{\emptyset\}$
- 4: **for** $n = 0 : N_s 1$ **do**
- 5: $d_n \leftarrow \mathcal{S}_R[n] \mathcal{S}_v^{[k]}[n]$
- 6: append d to Δ
- 7: end for
- 8: $oldsymbol{X} \leftarrow \mathtt{DFT}(oldsymbol{\Delta})$
- 9: $X_1 \leftarrow X[1]$
- 10: **return** X_1

Μέρος III

Συμπεράσματα

Μέρος ΙV

Παραπομπές

- [Rie51] Bernhard Riemann. "Grundlagen für eine allgemeine Theorie der Functionen einer veränderlichen complexen Grösse". Διδακτορική διατρ. 1851.
- [Fré06] M. Maurice Fréchet. "Sur quelques points du calcul fonctionnel". Στο: Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo 22.1 (Δεχ. 1906), σσ. 1–72. ISSN: 0009-725X. DOI: 10.1007/BF03018603. URL: http://link.springer.com/10.1007/BF03018603.
- [Hou60] Paul V C Hough. Method and means for recognizing complex patterns. 1960.

 URL: https://patents.google.com/patent/US3069654A/en.
- [Sch66] Peter H. Schönemann. "A generalized solution of the orthogonal procrustes problem". Στο: Psychometrika 31.1 (Μαρ. 1966), σσ. 1–10. ISSN: 0033-3123. DOI: 10.1007/BF02289451. URL: http://link.springer.com/10.1007/BF02289451.
- [CP76] David Casasent και Demetri Psaltis. "Position, rotation, and scale invariant optical correlation". Στο: Applied Optics 15.7 (Ιούλ. 1976), σ. 1795. ISSN: 0003-6935. DOI: 10.1364/AO.15.001795. URL: https://opg.optica.org/abstract.cfm?URI=ao-15-7-1795.
- [LW79] Tomás Lozano-Pérez και Michael A. Wesley. "An algorithm for planning collision-free paths among polyhedral obstacles". Στο: Communications of the ACM 22.10 (Οκτ. 1979), σσ. 560–570. ISSN: 0001-0782. DOI: 10.1145/359156. 359164. URL: https://dl.acm.org/doi/10.1145/359156.359164.
- [May79] Peter S. Maybeck. "Stochastic models, estimation, and control Introduction". Στο: Stochastic models, estimation, and control. Τόμ. 1. 1979.
- [Rou84] Peter J. Rousseeuw. "Least Median of Squares Regression". Στο: Journal of the American Statistical Association 79.388 (Δεχ. 1984), σσ. 871–880. ISSN: 0162-1459. DOI: 10.1080/01621459.1984.10477105. URL: http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/01621459.1984.10477105.
- [MMS88] Mark Manasse, Lyle McGeoch και Daniel Sleator. "Competitive algorithms for on-line problems". Στο: Proceedings of the twentieth annual ACM symposium on Theory of computing STOC '88. New York, New York, USA: ACM Press,

- 1988, σσ. 322-333. ISBN: 0897912640. DOI: 10.1145/62212.62243. URL: http://portal.acm.org/citation.cfm?doid=62212.62243.
- [BK91] J. Borenstein και Y. Koren. "The vector field histogram-fast obstacle avoidance for mobile robots". Στο: *IEEE Transactions on Robotics and Automation* 7.3 (Ιούν. 1991), σσ. 278–288. ISSN: 1042296X. DOI: 10.1109/70.88137. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/88137/.
- [Gri91] W. Eric L. Grimson. Object Recognition by Computer. 1991. ISBN: 9780262071307.

 URL: https://mitpress.mit.edu/books/object-recognition-computer.
- [KB91] Y. Koren και J. Borenstein. "Potential field methods and their inherent limitations for mobile robot navigation". Στο: Proceedings. 1991 IEEE International Conference on Robotics and Automation. IEEE Comput. Soc. Press, 1991, σσ. 1398–1404.
 ISBN: 0-8186-2163-X. DOI: 10.1109/ROBOT.1991.131810. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/131810/.
- [Lat91] Jean-Claude Latombe. Robot Motion Planning. 1991. ISBN: 978-1-4615-4022-9.
- [Ume91] S. Umeyama. "Least-squares estimation of transformation parameters between two point patterns". Στο: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 13.4 (Απρ. 1991), σσ. 376–380. ISSN: 01628828. DOI: 10.1109/34. 88573. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/88573/.
- [BM92] P.J. Besl και Neil D. McKay. "A method for registration of 3-D shapes". Στο: IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence 14.2 (Φεβ. 1992), σσ. 239–256. ISSN: 0162-8828. DOI: 10.1109/34.121791. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/121791/.
- [SG92] A. F. M. Smith και A. E. Gelfand. "Bayesian Statistics without Tears: A Sampling-Resampling Perspective". Στο: *The American Statistician* 46.2 (Μάι. 1992), σσ. 84-88. ISSN: 0003-1305. DOI: 10.1080/00031305.1992.10475856. URL: http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00031305.1992. 10475856.
- [QK93] S. Quinlan και O. Khatib. "Elastic bands: connecting path planning and control".

 Στο: [1993] Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation.

- IEEE Comput. Soc. Press, 1993, σσ. 802-807. ISBN: 0-8186-3450-2. DOI: 10. 1109/ROBOT.1993.291936. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/291936/.
- [FM94] Feng Lu και Milios. "Robot pose estimation in unknown environments by matching 2D range scans". Στο: Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition CVPR-94. IEEE Comput. Soc. Press, 1994, σσ. 935-938. ISBN: 0-8186-5825-8. DOI: 10.1109/CVPR.1994.323928. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/323928/.
- J.M. Kleinberg. "The localization problem for mobile robots". Στο: Proceedings 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science. IEEE Comput.
 Soc. Press, 1994, σσ. 521–531. ISBN: 0-8186-6580-7. DOI: 10.1109/SFCS.1994.
 365739. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/365739/.
- [QDD94] Qin-Sheng Chen, M. Defrise και F. Deconinck. "Symmetric phase-only matched filtering of Fourier-Mellin transforms for image registration and recognition". Στο: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 16.12 (1994), σσ. 1156–1168. ISSN: 01628828. DOI: 10.1109/34.387491. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/387491/.
- [Mon95] Villard Monod. "Frequency Modulated Radar: a new sensor for natural environment and mobile robotics". Διδακτορική διατρ. 1995.
- [Kav+96] L.E. Kavraki x.ά. "Probabilistic roadmaps for path planning in high-dimensional configuration spaces". Στο: *IEEE Transactions on Robotics and Automation* 12.4 (1996), σσ. 566–580. ISSN: 1042296X. DOI: 10.1109/70.508439. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/508439/.
- [RC96] B.S. Reddy και B.N. Chatterji. "An FFT-based technique for translation, rotation, and scale-invariant image registration". Στο: IEEE Transactions on Image Processing 5.8 (Αύγ. 1996), σσ. 1266–1271. ISSN: 1057-7149. DOI: 10. 1109/83.506761. URL: https://ieeexplore.ieee.org/document/506761/.
- [RS96] Kathleen Romanik και Sven Schuierer. "Optimal robot localization in trees".

 Στο: Proceedings of the twelfth annual symposium on Computational geometry
 SCG '96. New York, New York, USA: ACM Press, 1996, σσ. 264–273. ISBN:

- 0897918045. DOI: 10.1145/237218.237395. URL: http://portal.acm.org/citation.cfm?doid=237218.237395.
- [FBT97] D. Fox, W. Burgard και S. Thrun. "The dynamic window approach to collision avoidance". Στο: *IEEE Robotics & Automation Magazine* 4.1 (Μαρ. 1997), σσ. 23–33. ISSN: 10709932. DOI: 10.1109/100.580977. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/580977/.
- [DRW98] Gregory Dudek, Kathleen Romanik και Sue Whitesides. "Localizing a Robot with Minimum Travel". Στο: SIAM Journal on Computing 27.2 (Απρ. 1998), σσ. 583–604. ISSN: 0097-5397. DOI: 10.1137/S0097539794279201. URL: http://epubs.siam.org/doi/10.1137/S0097539794279201.
- [Lav98] S. Lavalle. Rapidly-exploring random trees: a new tool for path planning.
 Αδημοσίευτη ερευνητική εργασία. 1998, σ. 4.
- [RW98] R. Tyrrell Rockafellar xaı Roger J. B. Wets. *Variational Analysis*. 1998. ISBN: 978-3-642-02431-3.
- [UB98] I. Ulrich και J. Borenstein. "VFH+: reliable obstacle avoidance for fast mobile robots". Στο: Proceedings. 1998 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.98CH36146). Τόμ. 2. IEEE, 1998, σσ. 1572–1577. ISBN: 0-7803-4300-X. DOI: 10.1109/ROBOT.1998.677362. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/677362/.
- [Del+99] F. Dellaert x.ά. "Monte Carlo localization for mobile robots". Στο: Proceedings 1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.99CH36288C). Τόμ. 2. IEEE, 1999, σσ. 1322-1328. ISBN: 0-7803-5180-0. DOI: 10.1109/ ROBOT. 1999. 772544. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/ 772544/.
- [GK99] J.-S. Gutmann και K. Konolige. "Incremental mapping of large cyclic environments".
 Στο: Proceedings 1999 IEEE International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation. CIRA'99 (Cat. No.99EX375). IEEE, 1999, σσ. 318–325. ISBN: 0-7803-5806-6. DOI: 10.1109/CIRA.1999.810068. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/810068/.

- [NSL99] C. Nissoux, T. Simeon και J.-P. Laumond. "Visibility based probabilistic roadmaps".
 Στο: Proceedings 1999 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent
 Robots and Systems. Human and Environment Friendly Robots with High
 Intelligence and Emotional Quotients (Cat. No.99CH36289). Τόμ. 3. IEEE,
 1999, σσ. 1316–1321. ISBN: 0-7803-5184-3. DOI: 10.1109/IROS.1999.811662.
 URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/811662/.
- R. Bohlin και L.E. Kavraki. "Path planning using lazy PRM". Στο: Proceedings 2000 ICRA. Millennium Conference. IEEE International Conference on Robotics and Automation. Symposia Proceedings (Cat. No.00CH37065). IEEE, 2000, 521–528 vol.1. ISBN: 0-7803-5886-4. DOI: 10.1109/ROBOT.2000.844107. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/844107/.
- [GC00] S.S. Ge και Y.J. Cui. "New potential functions for mobile robot path planning". Στο: IEEE Transactions on Robotics and Automation 16.5 (2000), σσ. 615–620. ISSN: 1042296X. DOI: 10.1109/70.880813. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/880813/.
- [MM00] J. Minguez και L. Montano. "Nearness diagram navigation (ND): a new real time collision avoidance approach". Στο: Proceedings. 2000 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2000) (Cat. No.00CH37113).
 Τόμ. 3. IEEE, 2000, σσ. 2094–2100. ISBN: 0-7803-6348-5. DOI: 10.1109/IROS. 2000.895280. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/895280/.
- [UB00] I. Ulrich και J. Borenstein. "VFH*: local obstacle avoidance with look-ahead verification". Στο: Proceedings 2000 ICRA. Millennium Conference. IEEE International Conference on Robotics and Automation. Symposia Proceedings (Cat. No.00CH37065). Τόμ. 3. IEEE, 2000, σσ. 2505–2511. ISBN: 0-7803-5886-4. DOI: 10.1109/R0B0T.2000.846405. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/846405/.
- [Fox01] Dieter Fox. KLD-Sampling: Adaptive Particle Filters and Mobile Robot Localization.

 Αδημοσίευτη ερευνητική εργασία. 2001. URL: https://www.semanticscholar.

 org/paper/KLD-Sampling%7B%5C%%7D3A-Adaptive-Particle-Filtersand-Mobile-Fox/bc83280b12828a45366368294001f5890c07e02b.

- [JK01] P. Jensfelt και S. Kristensen. "Active global localization for a mobile robot using multiple hypothesis tracking". Στο: *IEEE Transactions on Robotics and Automation* 17.5 (2001), σσ. 748–760. ISSN: 1042296X. DOI: 10.1109/70. 964673. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/964673/.
- [Sch+01] D. Schulz x.ά. "Tracking multiple moving targets with a mobile robot using particle filters and statistical data association". Στο: Proceedings 2001 ICRA.

 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.01CH37164).

 Τόμ. 2. IEEE, 2001, σσ. 1665–1670. ISBN: 0-7803-6576-3. DOI: 10.1109/

 ROBOT. 2001. 932850. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/
 932850/.
- [SLL01] S. Se, D. Lowe και J. Little. "Local and global localization for mobile robots using visual landmarks". Στο: Proceedings 2001 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Expanding the Societal Role of Robotics in the the Next Millennium (Cat. No.01CH37180). Τόμ. 1. IEEE, 2001, σσ. 414–420. ISBN: 0-7803-6612-3. DOI: 10.1109/IROS.2001.973392. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/973392/.
- [BV02] J. Bruce και M. Veloso. "Real-time randomized path planning for robot navigation".
 Στο: IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and System.
 Τόμ. 3. IEEE, 2002, σσ. 2383–2388. ISBN: 0-7803-7398-7. DOI: 10.1109/IRDS.
 2002.1041624. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/1041624/.
- [Che+02] D. Chetverikov x.ά. "The Trimmed Iterative Closest Point algorithm". Στο:

 *Object recognition supported by user interaction for service robots. Τόμ. 3.

 IEEE Comput. Soc, 2002, σσ. 545-548. DOI: 10.1109/ICPR.2002.1047997.

 URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/1047997/.
- [Gus+02] Fredrik Gustafsson κ.ά. "Particle filters for positioning, navigation, and tracking". Στο: IEEE Transactions on Signal Processing 50.2 (2002). ISSN: 1053587X. DOI: 10.1109/78.978396.
- [Lac+02] Simon Lacroix κ.ά. "Autonomous Rover Navigation on Unknown Terrains: Functions and Integration". Στο: The International Journal of Robotics Research

- 21.10-11 (Οχτ. 2002), σσ. 917-942. ISSN: 0278-3649. DOI: 10.1177/0278364902021010841. URL: http://journals.sagepub.com/doi/10.1177/0278364902021010841.
- [Pfi+02] S.T. Pfister x.ά. "Weighted range sensor matching algorithms for mobile robot displacement estimation". Στο: Proceedings 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.02CH37292). Τόμ. 2. IEEE, 2002, σσ. 1667–1674. ISBN: 0-7803-7272-7. DOI: 10.1109/ROBOT.2002.1014782. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/1014782/.
- [Thr02] Sebastian Thrun. "Particle Filters in Robotics". $\Sigma \tau o:$ Smithsonian 1.4 (2002). ISSN: 00222275.
- P. Biber και W. Strasser. "The normal distributions transform: a new approach to laser scan matching". Στο: Proceedings 2003 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2003) (Cat. No.03CH37453). Τόμ. 3. IEEE, 2003, σσ. 2743–2748. ISBN: 0-7803-7860-1. DOI: 10.1109/IROS.2003. 1249285. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/1249285/.
- [CTT03] Chieh-Chih Wang, C. Thorpe και S. Thrun. "Online simultaneous localization and mapping with detection and tracking of moving objects: theory and results from a ground vehicle in crowded urban areas". Στο: 2003 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.03CH37422). Τόμ. 1. IEEE, 2003, σσ. 842–849. ISBN: 0-7803-7736-2. DOI: 10.1109/ROBOT.2003.1241698. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/1241698/.
- [Hah+03] D. Hahnel x.ά. "An efficient fastslam algorithm for generating maps of large-scale cyclic environments from raw laser range measurements". Στο: Proceedings 2003 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2003) (Cat. No.03CH37453). Τόμ. 1. IEEE, 2003, σσ. 206-211. ISBN: 0-7803-7860-1. DOI: 10.1109/IROS.2003.1250629. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/1250629/.
- [LGT03] Maxim Likhachev, Geoff Gordon και Sebastian Thrun. "ARA*: Anytime A* with Provable Bounds on Sub-Optimality". Στο: Proceedings of (NeurIPS) Neural Information Processing Systems. 2003.

- [SM03] Endre Süli και David F. Mayers. An Introduction to Numerical Analysis. Cambridge University Press, Αύγ. 2003. ISBN: 9780511801181. DOI: 10.1017/ CB09780511801181. URL: https://www.cambridge.org/core/product/ identifier/9780511801181/type/book.
- [XLX03] Xu Zezhong, Liu Jilin και Xiang Zhiyu. "Scan matching based on CLS relationships".
 Στο: IEEE International Conference on Robotics, Intelligent Systems and
 Signal Processing, 2003. Proceedings. 2003. Τόμ. 1. IEEE, 2003, σσ. 99–104.
 ISBN: 0-7803-7925-X. DOI: 10.1109/RISSP.2003.1285556. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/1285556/.
- [Low04] David G. Lowe. "Distinctive Image Features from Scale-Invariant Keypoints". Στο: International Journal of Computer Vision 60.2 (Noέ. 2004), σσ. 91–110. ISSN: 0920-5691. DOI: 10.1023/B:VISI.0000029664.99615.94. URL: http://link.springer.com/10.1023/B:VISI.0000029664.99615.94.
- [MMM04] J. Minguez, L. Montesano και L. Montano. "An architecture for sensor-based navigation in realistic dynamic and troublesome scenarios". Στο: 2004 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS) (IEEE Cat. No.04CH37566). Τόμ. 3. IEEE, 2004, σσ. 2750–2756. ISBN: 0-7803-8463-6. DOI: 10.1109/IROS.2004.1389825. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/1389825/.
- [MOM04] J. Minguez, J. Osuna και L. Montano. "A "divide and conquer" strategy based on situations to achieve reactive collision avoidance in troublesome scenarios".
 Στο: IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2004. Proceedings.
 ICRA '04. 2004. IEEE, 2004, 3855–3862 Vol.4. ISBN: 0-7803-8232-3. DOI:
 10.1109/ROBOT.2004.1308869. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/1308869/.
- [Phi04] Roland Philippsen. "Motion planning and obstacle avoidance for mobile robots in highly cluttered dynamic environments". Διδακτορική διατρ. EPFL, 2004. DOI: 10.5075/epfl-thesis-3146.
- [CIG05] A. Censi, L. Iocchi xaı G. Grisetti. "Scan Matching in the Hough Domain". $\Sigma \tau o: Proceedings \ of \ the \ 2005 \ IEEE \ International \ Conference \ on \ Robotics \ and$

- Automation. IEEE, 2005, σσ. 2739–2744. ISBN: 0-7803-8914-X. DOI: 10.1109/ROBOT. 2005.1570528. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/1570528/.
- [DK05] A. Diosi και L. Kleeman. "Laser scan matching in polar coordinates with application to SLAM". Στο: 2005 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. IEEE, 2005, σσ. 3317-3322. ISBN: 0-7803-8912-3. DOI: 10.1109/IROS.2005.1545181. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/1545181/.
- [HSZ05] D. Hsu, G. Sanchez-Ante και Zheng Sun. "Hybrid PRM Sampling with a Cost-Sensitive Adaptive Strategy". Στο: Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation. IEEE, 2005, σσ. 3874–3880. ISBN: 0-7803-8914-X. DOI: 10.1109/ROBOT.2005.1570712. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/1570712/.
- [KNI05] K. Kim, N. Neretti και N. Intrator. "Mosaicing of acoustic camera images".
 Στο: IEE Proceedings Radar, Sonar and Navigation 152.4 (2005), σ. 263.
 ISSN: 13502395. DOI: 10.1049/ip-rsn:20045015. URL: https://digital-library.theiet.org/content/journals/10.1049/ip-rsn_20045015.
- [LH05] M. Leordeanu και M. Hebert. "A spectral technique for correspondence problems using pairwise constraints". Στο: Tenth IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV'05) Volume 1. IEEE, 2005, 1482–1489 Vol. 2. ISBN: 0-7695-2334-X. DOI: 10.1109/ICCV.2005.20. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/1544893/.
- [Lik+05] Maxim Likhachev κ.ά. "Anytime Dynamic A*: An Anytime, Replanning Algorithm".
 Στο: Proceedings of 15th International Conference on Automated Planning and
 Scheduling. 2005.
- [Lin+05] Kai Lingemann κ.ά. "High-speed laser localization for mobile robots". Στο:
 Robotics and Autonomous Systems 51.4 (Ιούν. 2005), σσ. 275-296. ISSN: 09218890.
 DOI: 10.1016/j.robot.2005.02.004. URL: https://linkinghub.elsevier.
 com/retrieve/pii/S0921889005000254.

- [Mik05] Alonzo Kelly Mikhail Pivtoraiko. "Efficient constrained path planning via search in state lattices". Στο: Proceedings of 8th International Symposium on Artificial Intelligence, Robotics and Automation in Space. 2005.
- [MLM05] J. Minguez, F. Lamiraux και L. Montesano. "Metric-Based Scan Matching Algorithms for Mobile Robot Displacement Estimation". Στο: Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation. IEEE, 2005, σσ. 3557–3563. ISBN: 0-7803-8914-X. DOI: 10.1109/ROBOT.2005. 1570661. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/1570661/.
- [MMM05] L. Montesano, J. Minguez και L. Montano. "Probabilistic scan matching for motion estimation in unstructured environments". Στο: 2005 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. IEEE, 2005, σσ. 3499–3504.
 ISBN: 0-7803-8912-3. DOI: 10.1109/IROS.2005.1545182. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/1545182/.
- [OL05] J.M. O'Kane και S.M. LaValle. "Almost-Sensorless Localization". Στο: Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation.
 IEEE, 2005, σσ. 3764–3769. ISBN: 0-7803-8914-X. DOI: 10.1109/ROBOT.2005.
 1570694. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/1570694/.
- [TBF05] Sebastian Thrun, Wolfram Burgard και Dieter Fox. *Probabilistic robotics*. Cambridge, Mass.: MIT Press, 2005. ISBN: 9780262201629. URL: http://www.amazon.de/gp/product/0262201623/102-8479661-9831324?v=glance% 78%5C&%7Dn=283155%7B%5C&%7Dn=507846%7B%5C&%7Ds=books%7B%5C&%7Dv=glance.
- [TGL05] Benjamín Tovar, Luis Guilamo και Steven M. LaValle. "Gap Navigation Trees: Minimal Representation for Visibility-based Tasks". Στο: Οκτ. 2005, σσ. 425–440. DOI: 10.1007/10991541_29. URL: http://link.springer.com/10.1007/10991541_29.
- [Cen06] A. Censi. "Scan matching in a probabilistic framework". Στο: Proceedings 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2006. ICRA 2006. IEEE, 2006, σσ. 2291–2296. ISBN: 0-7803-9505-0. DOI: 10.1109/ROBOT. 2006.1642044. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/1642044/.

- [Gar+06] Santiago Garrido x.ά. "Path Planning for Mobile Robot Navigation using Voronoi Diagram and Fast Marching". Στο: 2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. IEEE, Οχτ. 2006, σσ. 2376–2381. ISBN: 1-4244-0258-1. DOI: 10.1109/IROS.2006.282649. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/4058742/.
- [HM06] Sergio Hernandez-alamilla και Eduardo Morales. "Global Localization of Mobile Robots for Indoor Environments Using Natural Landmarks". Στο: 2006 IEEE Conference on Robotics, Automation and Mechatronics. IEEE, Δεκ. 2006, σσ. 1–6. ISBN: 1-4244-0024-4. DOI: 10.1109/RAMECH.2006.252692. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/4018808/.
- [OKa06] J.M. O'Kane. "Global localization using odometry". Στο: Proceedings 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2006. ICRA 2006. IEEE, 2006, σσ. 37-42. ISBN: 0-7803-9505-0. DOI: 10.1109/ROBOT. 2006.1641158. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/1641158/.
- [BG07] Priyadarshi Bhattacharya και Marina L. Gavrilova. "Voronoi diagram in optimal path planning". Στο: 4th International Symposium on Voronoi Diagrams in Science and Engineering (ISVD 2007). IEEE, Ιούλ. 2007, σσ. 38–47. ISBN: 0-7695-2869-4. DOI: 10.1109/ISVD.2007.43. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/4276103/.
- [Gas+07] Andrea Gasparri κ.ά. "A Hybrid Active Global Localisation Algorithm for Mobile Robots". Στο: Proceedings 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation. IEEE, Απρ. 2007, σσ. 3148-3153. ISBN: 1-4244-0602-1. DOI: 10.1109/ROBOT.2007.363958. URL: http://ieeexplore.ieee. org/document/4209576/.
- [Gho07] Subir Kumar Ghosh. Visibility Algorithms in the Plane. Cambridge: Cambridge University Press, 2007. ISBN: 9780511543340. DOI: 10.1017/CB09780511543340. URL: https://www.cambridge.org/core/product/identifier/9780511543340/type/book.
- [GSB07] Giorgio Grisetti, Cyrill Stachniss και Wolfram Burgard. "Improved Techniques for Grid Mapping With Rao-Blackwellized Particle Filters". Στο: *IEEE Transactions*

- on Robotics 23.1 ($\Phi \epsilon \beta$. 2007), $\sigma \sigma$. 34-46. ISSN: 1552-3098. DOI: 10.1109/TRO. 2006.889486. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/4084563/.
- [KF07] Hanna Kurniawati και Thierry Fraichard. "From path to trajectory deformation".
 Στο: IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems. IEEE,
 Οκτ. 2007, σσ. 159–164. ISBN: 1424409128. DOI: 10.1109/IROS.2007.4399235.
 URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/4399235/.
- [LSK07] Henry. G. Liddell, Robert Scott και Α. Κωνσταντινίδου. Επιτομή του μεγάλου λεξικού της ελληνικής γλώσσης. 2007.
- [MLD07] Martin Magnusson, Achim Lilienthal και Tom Duckett. "Scan registration for autonomous mining vehicles using 3D-NDT". Στο: Journal of Field Robotics 24.10 (Οκτ. 2007), σσ. 803–827. ISSN: 15564959. DOI: 10.1002/rob.20204. URL: https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/rob.20204.
- [MWS07] Sean R. Martin, Steve E. Wright και John W. Sheppard. "Offline and Online Evolutionary Bi-Directional RRT Algorithms for Efficient Re-Planning in Dynamic Environments". Στο: 2007 IEEE International Conference on Automation Science and Engineering. IEEE, Σεπτ. 2007, σσ. 1131–1136. ISBN: 978-1-4244-1153-5. DOI: 10.1109/COASE.2007.4341761. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/4341761/.
- [RDW07] Malvika Rao, Gregory Dudek και Sue Whitesides. "Randomized Algorithms for Minimum Distance Localization". Στο: The International Journal of Robotics Research 26.9 (Σεπτ. 2007), σσ. 917–933. ISSN: 0278-3649. DOI: 10.1177/0278364907081234. URL: http://journals.sagepub.com/doi/10.1177/0278364907081234.
- [Cen08] Andrea Censi. "An ICP variant using a point-to-line metric". Στο: 2008 IEEE International Conference on Robotics and Automation. IEEE, Μάι. 2008, σσ. 19–25. ISBN: 978-1-4244-1646-2. DOI: 10.1109/ROBOT.2008.4543181. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/4543181/.
- [DB08] J.W. Durham και F. Bullo. "Smooth Nearness-Diagram Navigation". Στο: 2008

 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. IEEE,

- Σεπτ. 2008, σσ. 690–695. ISBN: 978-1-4244-2057-5. DOI: 10.1109/IROS.2008. 4651071. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/4651071/.
- [MMM08] Luis Montesano, Javier Minguez και Luis Montano. "Modeling dynamic scenarios for local sensor-based motion planning". Στο: Autonomous Robots 25.3 (Οκτ. 2008), σσ. 231–251. ISSN: 0929-5593. DOI: 10.1007/s10514-008-9092-9. URL: http://link.springer.com/10.1007/s10514-008-9092-9.
- [NH08] J. W. Nicholson και A. J. Healey. "The present state of Autonomous Underwater Vehicle (AUV) applications and technologies". Στο: Marine Technology Society Journal 42.1 (2008), σσ. 44–51. ISSN: 00253324. DOI: 10.4031/002533208786861272.
- [BZ09] Michael Bosse και Robert Zlot. "Keypoint design and evaluation for place recognition in 2D lidar maps". Στο: Robotics and Autonomous Systems 57.12 (Δεκ. 2009), σσ. 1211–1224. ISSN: 09218890. DOI: 10.1016/j.robot.2009. 07.009. URL: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0921889009000992.
- [BB09] Heiko Bulow και Andreas Birk. "Fast and robust photomapping with an Unmanned Aerial Vehicle (UAV)". Στο: 2009 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. IEEE, Οκτ. 2009, σσ. 3368–3373. ISBN: 978-1-4244-3803-7. DOI: 10.1109/IROS.2009.5354505. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/5354505/.
- [GFC09] Julien Guitton, Jean-Loup Farges και Raja Chatila. "Cell-RRT: Decomposing the environment for better plan". Στο: 2009 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. IEEE, Οκτ. 2009, σσ. 5776–5781. ISBN: 978-1-4244-3803-7. DOI: 10.1109/IROS.2009.5354106. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/5354106/.
- [Ng09] Morgan Quigley; Ken Conley; Brian Gerkey; Josh Faust; Tully Foote; Jeremy Leibs; Rob Wheeler; Andrew Y. Ng. ROS: an open-source Robot Operating System. 2009.
- [Ols09] E.B. Olson. "Real-time correlative scan matching". Στο: 2009 IEEE International Conference on Robotics and Automation. IEEE, Μάι. 2009, σσ. 4387–4393.

 ISBN: 978-1-4244-2788-8. DOI: 10.1109/ROBOT.2009.5152375. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/5152375/.

- [SWW09] David Sandberg, Krister Wolff και Mattias Wahde. "A Robot Localization Method Based on Laser Scan Matching". Στο: 2009, σσ. 171–178. DOI: 10. 1007/978-3-642-03983-6_21. URL: http://link.springer.com/10.1007/978-3-642-03983-6_21.
- [SHT09] A. Segal, D. Haehnel και S. Thrun. "Generalized-ICP". Στο: Robotics: Science and Systems V. Robotics: Science και Systems Foundation, Ιούν. 2009. ISBN: 9780262514637. DOI: 10.15607/RSS.2009.V.021. URL: http://www.roboticsproceedings.org/rss05/p21.pdf.
- [ZZL09] Lei Zhang, Rene Zapata και Pascal Lepinay. "Self-adaptive Monte Carlo localization for mobile robots using range sensors". Στο: 2009 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. IEEE, Οκτ. 2009, σσ. 1541–1546. ISBN: 978-1-4244-3803-7. DOI: 10.1109/IROS.2009.5354298. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/5354298/.
- [Bir10] Andreas Birk. "Using recursive spectral registrations to determine brokenness as measure of structural map errors". Στο: 2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation. IEEE, Μάι. 2010, σσ. 3472–3477. ISBN: 978-1-4244-5038-1. DOI: 10.1109/ROBOT.2010.5509322. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/5509322/.
- [Bre10] Claus Brenner. "Vehicle localization using landmarks obtained by a lidar mobile mapping system". Στο: PCV 2010 Photogrammetric Computer Vision And Image Analysis. 2010. DOI: 28061230.
- [BPB10] Heiko Bülow, Max Pfingsthorn και Andreas Birk. "Using Robust Spectral Registration for Scan Matching of Sonar Range Data". Στο: *IFAC Proceedings Volumes* 43.16 (2010), σσ. 611–616. ISSN: 14746670. DOI: 10.3182/20100906-3-IT-2019.00105. URL: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1474667016351254.
- [Che+10] Paul Checchin χ.ά. "Radar Scan Matching SLAM Using the Fourier-Mellin Transform". Στο: 2010, σσ. 151–161. DOI: 10.1007/978-3-642-13408-1_14. URL: http://link.springer.com/10.1007/978-3-642-13408-1_14.

- [JCS10] Léonard Jaillet, Juan Cortés και T Siméon. "Sampling-Based Path Planning on Configuration-Space Costmaps". Στο: IEEE Transactions on Robotics 26.4 (Αύγ. 2010), σσ. 635–646. ISSN: 1552-3098. DOI: 10.1109/TRO.2010.2049527. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/5477164/.
- [KF10] S. Karaman και E. Frazzoli. "Incremental Sampling-based Algorithms for Optimal Motion Planning". Στο: Robotics: Science and Systems VI. Robotics: Science και Systems Foundation, Ιούν. 2010. ISBN: 9780262516815. DOI: 10.15607/RSS.2010.VI.034. URL: http://www.roboticsproceedings.org/rss06/p34.pdf.
- [LCV10] Somchaya Liemhetcharat, Brian Coltin και Manuela Veloso. "Vision-Based Cognition of a Humanoid Robot in Standard Platform Robot Soccer". Στο: Proceedings of the 5th Workshop on Humanoid Soccer Robots. Nashville USA, 2010.
- [Pfi+10] Max Pfingsthorn x.ά. "Maximum likelihood mapping with spectral image registration".
 Στο: 2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation. IEEE,
 Μάι. 2010, σσ. 4282–4287. ISBN: 978-1-4244-5038-1. DOI: 10.1109/ROBOT.
 2010.5509366. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/5509366/.
- [Sin10] Gautam Singh. "Visual Loop Closing using Gist Descriptors in Manhattan World". $\Sigma \tau o$: 2010.
- [TA10] Gian Diego Tipaldi και Kai O Arras. "FLIRT Interest regions for 2D range data". Στο: 2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation. IEEE, Μάι. 2010, σσ. 3616–3622. ISBN: 978-1-4244-5038-1. DOI: 10.1109/ROBOT.2010.5509864. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/5509864/.
- [Xie+10] Jianping Xie x.ά. "A real-time robust global localization for autonomous mobile robots in large environments". Στο: 2010 11th International Conference on Control Automation Robotics & Vision. IEEE, Δεx. 2010, σσ. 1397-1402. ISBN: 978-1-4244-7814-9. DOI: 10.1109/ICARCV.2010.5707329. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/5707329/.

- [BB11] Heiko Bülow και Andreas Birk. "Spectral registration of noisy sonar data for underwater 3D mapping". Στο: Autonomous Robots 30.3 (Απρ. 2011), σσ. 307–331. ISSN: 0929-5593. DOI: 10.1007/s10514-011-9221-8. URL: http://link.springer.com/10.1007/s10514-011-9221-8.
- [KG11] Tim Kazik και Ali Haydar Goktogan. "Visual odometry based on the Fourier-Mellin transform for a rover using a monocular ground-facing camera". Στο:
 2011 IEEE International Conference on Mechatronics. IEEE, Απρ. 2011, σσ. 469–474. ISBN: 978-1-61284-982-9. DOI: 10.1109/ICMECH.2011.5971331. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/5971331/.
- [KKK11] Jungtae Kim, Munsang Kim και Daijin Kim. "Variants of the Quantized Visibility Graph for Efficient Path Planning". Στο: Advanced Robotics 25.18 (Ιαν. 2011), σσ. 2341–2360. ISSN: 0169-1864. DOI: 10.1163/016918611X603855.
 URL: https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1163/016918611X603855.
- [NB11] Noboru Noguchi και Oscar C. Barawid. "Robot Farming System Using Multiple Robot Tractors in Japan Agriculture". Στο: IFAC Proceedings Volumes 44.1 (Ιαν. 2011), σσ. 633–637. ISSN: 14746670. DOI: 10.3182/20110828-6-IT-1002.03838. URL: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1474667016436815.
- [PL11] Mike Phillips και Maxim Likhachev. "SIPP: Safe interval path planning for dynamic environments". Στο: 2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation. IEEE, Μάι. 2011, σσ. 5628–5635. ISBN: 978-1-61284-386-5.

 DOI: 10.1109/ICRA.2011.5980306. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/5980306/.
- [TBD11] Madjid Tavana, Timothy E. Busch και Eleanor L. Davis. "Fuzzy Multiple Criteria Workflow Robustness and Resiliency Modeling with Petri Nets". Στο:

 International Journal of Knowledge-Based Organizations 1.4 (Οκτ. 2011),

 σσ. 72-90. ISSN: 2155-6393. DOI: 10.4018/ijkbo.2011100105. URL: http://services.igi-global.com/resolvedoi/resolve.aspx?doi=10.4018/ijkbo.2011100105.

- [ZZY11] Jihua Zhu, Nanning Zheng και Zejian Yuan. "An Improved Technique for Robot Global Localization in Indoor Environments". Στο: International Journal of Advanced Robotic Systems 8.1 (Μαρ. 2011), σ. 7. ISSN: 1729-8814. DOI: 10.5772/10525. URL: http://journals.sagepub.com/doi/10.5772/10525.
- [ZB11] Quanyan Zhu και Tamer Basar. "Robust and resilient control design for cyber-physical systems with an application to power systems". Στο: IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference. IEEE, Δεκ. 2011, σσ. 4066–4071. ISBN: 978-1-61284-801-3. DOI: 10.1109/CDC.2011.6161031. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/6161031/.
- [CSC12] Sachin Chitta, Ioan Sucan και Steve Cousins. "MoveIt! [ROS Topics]". Στο:
 IEEE Robotics & Automation Magazine 19.1 (Μαρ. 2012), σσ. 18–19. ISSN:
 1070-9932. DOI: 10.1109/MRA.2011.2181749. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/6174325/.
- [Hur+12] Natalia Hurtos x.ά. "Fourier-based registrations for two-dimensional forward-looking sonar image mosaicing". Στο: 2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. IEEE, Οχτ. 2012, σσ. 5298–5305. ISBN: 978-1-4673-1736-8. DOI: 10.1109/IROS.2012.6385813. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/6385813/.
- [Oli+12] Ayrton Oliver κ.ά. "Using the Kinect as a navigation sensor for mobile robotics". Στο: Proceedings of the 27th Conference on Image and Vision Computing New Zealand IVCNZ '12. New York, New York, USA: ACM Press, 2012, σσ. 509–514. ISBN: 9781450314732. DOI: 10.1145/2425836.2425932. URL: http://dl.acm.org/citation.cfm?doid=2425836.2425932.
- [Rös+12] Christoph Rösmann κ.ά. "Trajectory modification considering dynamic constraints of autonomous robots". Στο: 7th German Conference on Robotics, ROBOTIK 2012. 2012, σσ. 74–79.
- [Row+12] Jorg Rowekamper κ.ά. "On the position accuracy of mobile robot localization based on particle filters combined with scan matching". Στο: 2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. IEEE, Οκτ. 2012,

- σσ. 3158-3164. ISBN: 978-1-4673-1736-8. DOI: 10.1109/IROS.2012.6385988. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/6385988/.
- [BZ13] Michael Bosse και Robert Zlot. "Place recognition using keypoint voting in large 3D lidar datasets". Στο: 2013 IEEE International Conference on Robotics and Automation. IEEE, Μάι. 2013, σσ. 2677-2684. ISBN: 978-1-4673-5643-5.

 DOI: 10.1109/ICRA.2013.6630945. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/6630945/.
- [CV13] Brian Coltin και Manuela Veloso. "Multi-observation sensor resetting localization with ambiguous landmarks". Στο: Autonomous Robots 35.2-3 (Οκτ. 2013), σσ. 221–237. ISSN: 0929-5593. DOI: 10.1007/s10514-013-9347-y. URL: http://link.springer.com/10.1007/s10514-013-9347-y.
- [GG13] Subir K. Ghosh και Partha P. Goswami. "Unsolved problems in visibility graphs of points, segments, and polygons". Στο: ACM Computing Surveys 46.2 (Noέ. 2013), σσ. 1–29. ISSN: 0360-0300. DOI: 10.1145/2543581.2543589. URL: https://dl.acm.org/doi/10.1145/2543581.2543589.
- [ORD13] Jan Oberlander, Arne Roennau και Rudiger Dillmann. "Hierarchical SLAM using spectral submap matching with opportunities for long-term operation". Στο: 2013 16th International Conference on Advanced Robotics (ICAR). IEEE, Noέ. 2013, σσ. 1–7. ISBN: 978-1-4799-2722-7. DOI: 10.1109/ICAR.2013. 6766479. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/6766479/.
- [Ok+13] Kyel Ok κ.ά. "Path planning with uncertainty: Voronoi Uncertainty Fields".
 Στο: 2013 IEEE International Conference on Robotics and Automation. IEEE,
 Μάι. 2013, σσ. 4596-4601. ISBN: 978-1-4673-5643-5. DOI: 10.1109/ICRA.2013.
 6631230. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/6631230/.
- [OA13] Edwin Olson και Pratik Agarwal. "Inference on networks of mixtures for robust robot mapping". Στο: The International Journal of Robotics Research 32.7 (Ιούν. 2013), σσ. 826–840. ISSN: 0278-3649. DOI: 10.1177/0278364913479413. URL: http://journals.sagepub.com/doi/10.1177/0278364913479413.

- [Viv+13] Damien Vivet x.ά. "Mobile Ground-Based Radar Sensor for Localization and Mapping: An Evaluation of two Approaches". Στο: International Journal of Advanced Robotic Systems 10.8 (Αύγ. 2013), σ. 307. ISSN: 1729-8814. DOI: 10.5772/56636. URL: http://journals.sagepub.com/doi/10.5772/56636.
- [BFR14] Jenay M Beer, Arthur D Fisk και Wendy A Rogers. "Toward a Framework for Levels of Robot Autonomy in Human-Robot Interaction". Στο: Journal of Human-Robot Interaction 3.2 (Ιούν. 2014), σ. 74. ISSN: 2163-0364. DOI: 10.5898/JHRI.3.2.Beer. URL: http://dl.acm.org/citation.cfm?id=3109833.
- [Him+14] Marian Himstedt x.ά. "Large scale place recognition in 2D LIDAR scans using Geometrical Landmark Relations". Στο: 2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. IEEE, Σεπτ. 2014, σσ. 5030–5035. ISBN: 978-1-4799-6934-0. DOI: 10.1109/IROS.2014.6943277. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/6943277/.
- [Lyr+14] Lauro J. Lyrio x.ά. "Image-based global localization using VG-RAM Weightless Neural Networks". Στο: 2014 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN). IEEE, Ιούλ. 2014, σσ. 3363-3370. ISBN: 978-1-4799-1484-5. DOI: 10.1109/IJCNN.2014.6889888. URL: https://ieeexplore.ieee.org/document/6889888/.
- [MDM14] Tanwi Mallick, Partha Pratim Das και Arun Kumar Majumdar. "Characterizations of Noise in Kinect Depth Images: A Review". Στο: *IEEE Sensors Journal* 14.6 (Ιούν. 2014), σσ. 1731–1740. ISSN: 1530-437X. DOI: 10.1109/JSEN.2014. 2309987. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/6756961/.
- [PP14] Soonyong Park και Sung-Kee Park. "Global localization for mobile robots using reference scan matching". Στο: International Journal of Control, Automation and Systems 12.1 (Φεβ. 2014), σσ. 156–168. ISSN: 1598-6446. DOI: 10.1007/s12555-012-9223-0. URL: http://link.springer.com/10.1007/s12555-012-9223-0.

- [Azz15] Charbel Azzi. "Efficient Image-Based Localization Using Context". Διδακτορική διατρ. 2015. URL: https://www.semanticscholar.org/paper/EfficientImage-Based-Localization-Using-Context-Azzi/1c7125987fe893d78cbbfa7e0ba1ec019fe
- [DBH15] Günay Doğan, Javier Bernal και Charles Hagwood. "FFT-based Alignment of 2D Closed Curves with Application to Elastic Shape Analysis". Στο: Procedings of the Proceedings of the 1st International Workshop on DIFFerential Geometry in Computer Vision for Analysis of Shapes, Images and Trajectories 2015.
 British Machine Vision Association, 2015, σσ. 12.1–12.10. ISBN: 1-901725-56-1. DOI: 10.5244/C.29.DIFFCV.12. URL: http://www.bmva.org/bmvc/2015/diffcv/papers/paper012/index.html.
- [FCR15] Chen Friedman, Inderjit Chopra και Omri Rand. "Perimeter-Based Polar Scan Matching (PB-PSM) for 2D Laser Odometry". Στο: Journal of Intelligent & Robotic Systems 80.2 (Noέ. 2015), σσ. 231–254. ISSN: 0921-0296. DOI: 10. 1007/s10846-014-0158-y. URL: http://link.springer.com/10.1007/s10846-014-0158-y.
- [Ols15] Edwin Olson. "M3RSM: Many-to-many multi-resolution scan matching". Στο: 2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, Μάι. 2015, σσ. 5815–5821. ISBN: 978-1-4799-6923-4. DOI: 10.1109/ICRA.2015.7140013. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/7140013/.
- [DB16] Murat Dikmen και Catherine M. Burns. "Autonomous Driving in the Real World". Στο: Proceedings of the 8th International Conference on Automotive User Interfaces and Interactive Vehicular Applications. New York, NY, USA: ACM, Οκτ. 2016, σσ. 225–228. ISBN: 9781450345330. DOI: 10.1145/3003715. 3005465. URL: https://dl.acm.org/doi/10.1145/3003715.3005465.
- [KR16] Fabjan Kallasi και Dario Lodi Rizzini. "Efficient loop closure based on FALKO lidar features for online robot localization and mapping". Στο: 2016 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). IEEE, Οχτ. 2016, σσ. 1206–1213. ISBN: 978-1-5090-3762-9. DOI: 10.1109/IROS. 2016.7759202. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/7759202/.

- [Kon+16] Jaromir Konecny κ.ά. "Novel Point-to-Point Scan Matching Algorithm Based on Cross-Correlation". Στο: Mobile Information Systems 2016 (2016), σσ. 1–11. ISSN: 1574-017X. DOI: 10.1155/2016/6463945. URL: http://www.hindawi.com/journals/misy/2016/6463945/.
- [Li+16] Jiayuan Li κ.ά. "Feature-Based Laser Scan Matching and Its Application for Indoor Mapping". Στο: Sensors 16.8 (Αύγ. 2016), σ. 1265. ISSN: 1424-8220.
 DOI: 10.3390/s16081265. URL: http://www.mdpi.com/1424-8220/16/8/1265.
- [Par16] Jong Jin Park. "Graceful Navigation for Mobile Robots in Dynamic and Uncertain Environments". Διδαχτοριχή διατρ. University of Michigan, Horace H. Rackham School of Graduate Studies, 2016.
- [Roh+16] Jan Rohde x.ά. "Precise vehicle localization in dense urban environments".
 Στο: 2016 IEEE 19th International Conference on Intelligent Transportation
 Systems (ITSC). IEEE, Noé. 2016, σσ. 853-858. ISBN: 978-1-5090-1889-5. DOI:
 10.1109 / ITSC. 2016. 7795655. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/7795655/.
- [Vas+16] Goran Vasiljević x.ά. "High-accuracy vehicle localization for autonomous warehousing". Στο: Robotics and Computer-Integrated Manufacturing 42 (Δεχ. 2016), σσ. 1–16. ISSN: 07365845. DOI: 10.1016/j.rcim.2016.05.001. URL: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0736584515300314.
- [DAM17] F.A. Donoso, K.J. Austin και P.R. McAree. "How do ICP variants perform when used for scan matching terrain point clouds?" Στο: Robotics and Autonomous Systems 87 (Ιαν. 2017), σσ. 147–161. ISSN: 09218890. DOI: 10.1016/j.robot. 2016.10.011. URL: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0921889016301282.
- [GPG17] Dhiraj Gandhi, Lerrel Pinto και Abhinav Gupta. "Learning to fly by crashing". Στο: 2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). IEEE, Σεπτ. 2017, σσ. 3948–3955. ISBN: 978-1-5386-2682-5. DOI: 10.1109/IROS.2017.8206247. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/8206247/.

- [Li+17] Jiaxin Li x.ά. "Deep learning for 2D scan matching and loop closure". Στο: 2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). IEEE, Σεπτ. 2017, σσ. 763-768. ISBN: 978-1-5386-2682-5. DOI: 10. 1109/IROS.2017.8202236. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/8202236/.
- [Moh+17] Haytham Mohamed x.ά. "A Novel Real-Time Reference Key Frame Scan Matching Method". Στο: Sensors 17.5 (Μάι. 2017), σ. 1060. ISSN: 1424-8220. DOI: 10.
 3390/s17051060. URL: http://www.mdpi.com/1424-8220/17/5/1060.
- [RT17] Amir Rasouli και John K. Tsotsos. "The Effect of Color Space Selection on Detectability and Discriminability of Colored Objects". Στο: (Φεβ. 2017). arXiv: 1702.05421. URL: http://arxiv.org/abs/1702.05421.
- [RHB17] Christoph Rosmann, Frank Hoffmann και Torsten Bertram. "Kinodynamic trajectory optimization and control for car-like robots". Στο: 2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). IEEE, Σεπτ. 2017, σσ. 5681–5686. ISBN: 978-1-5386-2682-5. DOI: 10.1109/IROS. 2017.8206458. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/8206458/.
- [Su+17] Zerong Su κ.ά. "Global localization of a mobile robot using lidar and visual features". Στο: 2017 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO). IEEE, Δεκ. 2017, σσ. 2377-2383. ISBN: 978-1-5386-3742-5. DOI: 10.1109/ROBIO.2017.8324775. URL: http://ieeexplore.ieee.org/document/8324775/.
- [Zha+17] Qibin Zhang x.ά. "Mobile Robot Global Localization Using Particle Swarm Optimization with a 2D Range Scan". Στο: Proceedings of the 2017 International Conference on Robotics and Artificial Intelligence ICRAI 2017. New York, New York, USA: ACM Press, 2017, σσ. 105–109. ISBN: 9781450353588. DOI: 10.1145/3175603.3175618. URL: http://dl.acm.org/citation.cfm? doid=3175603.3175618.
- [Zho+17] Bo Zhou x.ά. "A LiDAR Odometry for Outdoor Mobile Robots Using NDT Based Scan Matching in GPS-denied environments". Στο: 2017 IEEE 7th Annual International Conference on CYBER Technology in Automation, Control,

- and Intelligent Systems (CYBER). IEEE, Ιούλ. 2017, σσ. 1230–1235. ISBN: 978-1-5386-0490-8. DOI: 10.1109/CYBER.2017.8446588. URL: https://ieeexplore.ieee.org/document/8446588/.
- [CRP18] Matthew Cooper, John Raquet και Rick Patton. "Range Information Characterization of the Hokuyo UST-20LX LIDAR Sensor". Στο: Photonics 5.2 (Μάι. 2018), σ. 12. ISSN: 2304-6732. DOI: 10.3390/photonics5020012. URL: http://www.mdpi.com/2304-6732/5/2/12.
- [CBD18] Konrad P Cop, Paulo V K Borges και Renaud Dube. "Delight: An Efficient Descriptor for Global Localisation Using LiDAR Intensities". Στο: 2018 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, Μάι. 2018, σσ. 3653–3660. ISBN: 978-1-5386-3081-5. DOI: 10.1109/ICRA.2018. 8460940. URL: https://ieeexplore.ieee.org/document/8460940/.
- [Jia+18] Guolai Jiang κ.ά. "FFT-Based Scan-Matching for SLAM Applications with Low-Cost Laser Range Finders". Στο: Applied Sciences 9.1 (Δεκ. 2018), σ. 41. ISSN: 2076-3417. DOI: 10.3390/app9010041. URL: http://www.mdpi.com/2076-3417/9/1/41.
- [Lim+18] Pedro F. Lima κ.ά. "Experimental validation of model predictive control stability for autonomous driving". Στο: Control Engineering Practice 81 (Δεκ. 2018), σσ. 244–255. ISSN: 09670661. DOI: 10.1016/j.conengprac.2018.09.021. URL: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0967066118305926.
- [Pen+18] Gang Peng x.ά. "An Improved AMCL Algorithm Based on Laser Scanning Match in a Complex and Unstructured Environment". Στο: Complexity 2018 (Δεχ. 2018), σσ. 1–11. ISSN: 1076-2787. DOI: 10.1155/2018/2327637. URL: https://www.hindawi.com/journals/complexity/2018/2327637/.
- [Wan+18] Yun-Ting Wang κ.ά. "A Single LiDAR-Based Feature Fusion Indoor Localization
 Algorithm". Στο: Sensors 18.4 (Απρ. 2018), σ. 1294. ISSN: 1424-8220. DOI:
 10.3390/s18041294. URL: http://www.mdpi.com/1424-8220/18/4/1294.
- [Wen+18] Jian Wen κ.ά. "A Novel 2D Laser Scan Matching Algorithm for Mobile Robots Based on Hybrid Features". Στο: 2018 IEEE International Conference on Real-time Computing and Robotics (RCAR). IEEE, Αύγ. 2018, σσ. 366–371.

- ISBN: 978-1-5386-6869-6. DOI: 10.1109/RCAR.2018.8621744. URL: https://ieeexplore.ieee.org/document/8621744/.
- [WHZ18] Weisong Wen, Li-Ta Hsu και Guohao Zhang. "Performance Analysis of NDT-based Graph SLAM for Autonomous Vehicle in Diverse Typical Driving Scenarios of Hong Kong". Στο: Sensors 18.11 (Noé. 2018), σ. 3928. ISSN: 1424-8220. DOI: 10.3390/s18113928. URL: http://www.mdpi.com/1424-8220/18/11/3928.
- [Wil+18] Kenneth H. Williford κ.ά. "The NASA Mars 2020 Rover Mission and the Search for Extraterrestrial Life". Στο: From Habitability to Life on Mars. Elsevier, 2018, σσ. 275–308. DOI: 10.1016/B978-0-12-809935-3.00010-4. URL: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/B9780128099353000104.
- [YZD18] Heng Yu, Yadan Zeng και Houde Dai. "A Novel Scan Matching Method for Mobile Robot Based on Phase Only Matched Filtering *". Στο: 2018 IEEE International Conference on Information and Automation (ICIA). IEEE, Αύγ. 2018, σσ. 391–394. ISBN: 978-1-5386-8069-8. DOI: 10.1109/ICInfA.2018. 8812336. URL: https://ieeexplore.ieee.org/document/8812336/.
- [BAJ19] Guillaume Bresson, Zayed Alsayed και Sylvain Jonchery. "Graph-based Map-Aided Localization using Cadastral Maps as Virtual Laser Scans". Στο: 2019 IEEE Intelligent Transportation Systems Conference (ITSC). IEEE, Οκτ. 2019, σσ. 4074–4080. ISBN: 978-1-5386-7024-8. DOI: 10.1109/ITSC.2019. 8917506. URL: https://ieeexplore.ieee.org/document/8917506/.
- [CHM19] Weili Chen, Ting Huang και Allam Maalla. "Research on Adaptive Monte Carlo Location Method Based on Fusion Posture Estimation". Στο: 2019 IEEE 3rd Advanced Information Management, Communicates, Electronic and Automation Control Conference (IMCEC). IEEE, Οκτ. 2019, σσ. 1209–1213. ISBN: 978-1-7281-0513-0. DOI: 10.1109/IMCEC46724.2019.8983808. URL: https://ieeexplore.ieee.org/document/8983808/.
- [Che+19] Yonggang Chen κ.ά. "A Study of Sensor-Fusion Mechanism for Mobile Robot Global Localization". Στο: *Robotica* 37.11 (Noέ. 2019), σσ. 1835–1849. ISSN: 0263-5747. DOI: 10.1017/S0263574719000298. URL: https://www.cambridge.

- org/core/product/identifier/S0263574719000298/type/journal_article.
- [CJK19] Baehoon Choi, HyungGi Jo και Euntai Kim. "Normal Distribution Mixture Matching based Model Free Object Tracking Using 2D LIDAR". Στο: 2019 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS).

 IEEE, Noέ. 2019, σσ. 455-461. ISBN: 978-1-7281-4004-9. DOI: 10.1109/IROS40897.
 2019.8967876. URL: https://ieeexplore.ieee.org/document/8967876/.
- [Kow19] Wojciech Kowalczyk. "Rapid Navigation Function Control for Two-Wheeled Mobile Robots". Στο: Journal of Intelligent & Robotic Systems 93.3-4 (Μαρ. 2019), σσ. 687–697. ISSN: 0921-0296. DOI: 10.1007/s10846-018-0879-4.
 URL: http://link.springer.com/10.1007/s10846-018-0879-4.
- [Liu+19] Xiaohui Liu x.ά. "Research on Improved Localization and Navigation Algorithm for Automatic Guided Vehicle". Στο: IOP Conference Series: Materials Science and Engineering 611.1 (Οχτ. 2019), σ. 012076. ISSN: 1757-8981. DOI: 10.1088/1757-899X/611/1/012076. URL: https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/611/1/012076.
- [QJ19] Wang Qingshan και Zhang Jun. "Point Cloud Registration Algorithm Based on Combination of NDT and PLICP". Στο: 2019 15th International Conference on Computational Intelligence and Security (CIS). IEEE, Δεκ. 2019, σσ. 132– 136. ISBN: 978-1-7281-6092-4. DOI: 10.1109/CIS.2019.00036. URL: https: //ieeexplore.ieee.org/document/9023760/.
- [Sim+19] Jesse R. Simpson x.ά. "An estimation of the future adoption rate of autonomous trucks by freight organizations". Στο: Research in Transportation Economics 76 (Σεπτ. 2019), σ. 100737. ISSN: 07398859. DOI: 10.1016/j.retrec.2019. 100737. URL: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0739885919302495.
- [VKA19] Juan P. Vasconez, George A. Kantor και Fernando A. Auat Cheein. "Human-robot interaction in agriculture: A survey and current challenges". Στο: Biosystems Engineering 179 (Μαρ. 2019), σσ. 35–48. ISSN: 15375110. DOI: 10.1016/j. biosystemseng. 2018. 12.005. URL: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1537511017309625.

- [Wan+19] L. Wang κ.ά. "Symbiotic human-robot collaborative assembly". Στο: CIRP Annals 68.2 (2019), σσ. 701-726. ISSN: 00078506. DOI: 10.1016/j.cirp. 2019.05.002. URL: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0007850619301593.
- [WMO19] Xipeng Wang, Ryan J. Marcotte και Edwin Olson. "GLFP: Global Localization from a Floor Plan". Στο: 2019 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). IEEE, Noé. 2019, σσ. 1627–1632. ISBN: 978-1-7281-4004-9. DOI: 10.1109/IROS40897.2019.8968061. URL: https://ieeexplore.ieee.org/document/8968061/.
- [YT19] Abdurrahman Yilmaz και Hakan Temeltas. "Self-adaptive Monte Carlo method for indoor localization of smart AGVs using LIDAR data". Στο: Robotics and Autonomous Systems 122 (Δεκ. 2019), σ. 103285. ISSN: 09218890. DOI: 10. 1016/j.robot.2019.103285. URL: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0921889019302106.
- [BBA20] Sara Bouraine, Abdelhak Bougouffa και Ouahiba Azouaoui. "NDT-PSO, a New NDT based SLAM Approach using Particle Swarm Optimization". Στο: 2020 16th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision (ICARCV). IEEE, Δεκ. 2020, σσ. 321–326. ISBN: 978-1-7281-7709-0. DOI: 10.1109/ICARCV50220.2020.9305519. URL: https://ieeexplore.ieee.org/document/9305519/.
- [KSL20] Zeashan Hameed Khan, Afifa Siddique και Chang Won Lee. "Robotics Utilization for Healthcare Digitization in Global COVID-19 Management". Στο: International Journal of Environmental Research and Public Health 17.11 (Μάι. 2020), σ. 3819. ISSN: 1660-4601. DOI: 10.3390/ijerph17113819. URL: https://www.mdpi.com/1660-4601/17/11/3819.
- [Lee+20] Sumyeong Lee x.ά. "Robust 3-Dimension Point Cloud Mapping in Dynamic Environment Using Point-Wise Static Probability-Based NDT Scan-Matching". Στο: IEEE Access 8 (2020), σσ. 175563–175575. ISSN: 2169-3536. DOI: 10. 1109 / ACCESS . 2020 . 3025537. URL: https://ieeexplore.ieee.org/document/9201452/.

- [LW20] Zhichao Li και Naiyan Wang. "DMLO: Deep Matching LiDAR Odometry".
 Στο: 2020 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). IEEE, Οκτ. 2020, σσ. 6010–6017. ISBN: 978-1-7281-6212-6.
 DOI: 10.1109/IROS45743.2020.9341206. URL: https://ieeexplore.ieee.org/document/9341206/.
- [Qi+20] Xianyu Qi κ.ά. "Building semantic grid maps for domestic robot navigation".
 Στο: International Journal of Advanced Robotic Systems 17.1 (Iαν. 2020).
 ISSN: 1729-8814. DOI: 10.1177/1729881419900066. URL: http://journals.
 sagepub.com/doi/10.1177/1729881419900066.
- [SCD20] Kyle H. Sheetz, Jake Claffin και Justin B. Dimick. "Trends in the Adoption of Robotic Surgery for Common Surgical Procedures". Στο: JAMA Network Open 3.1 (Ιαν. 2020), e1918911. ISSN: 2574-3805. DOI: 10.1001/jamanetworkopen. 2019.18911. URL: https://jamanetwork.com/journals/jamanetworkopen/ fullarticle/2758472.
- [Ber+21] Lukas Bernreiter x.ά. "PHASER: A Robust and Correspondence-Free Global Pointcloud Registration". Στο: *IEEE Robotics and Automation Letters* 6.2 (2021), σσ. 855–862.
- [BBA21] Sara Bouraine, Abdelhak Bougouffa και Ouahiba Azouaoui. "Particle swarm optimization for solving a scan-matching problem based on the normal distributions transform". Στο: Evolutionary Intelligence (Ιαν. 2021). ISSN: 1864-5909. DOI: 10.1007/s12065-020-00545-y. URL: http://link.springer.com/10.1007/s12065-020-00545-y.
- [Che+21] Cheng Chen κ.ά. "The adoption of self-driving delivery robots in last mile logistics". Στο: Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review 146 (Φεβ. 2021), σ. 102214. ISSN: 13665545. DOI: 10.1016/j.tre. 2020.102214. URL: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1366554520308565.
- [Dim+21] Antonis Dimitriou κ.ά. "Autonomous Robots, Drones and Repeaters for Fast,
 Reliable, Low-Cost RFID Inventorying & Localization". Στο: 2021 6th International
 Conference on Smart and Sustainable Technologies (SpliTech). IEEE, Σεπτ.

- 2021, σσ. 01-06. ISBN: 978-953-290-112-2. DOI: 10.23919/SpliTech52315. 2021.9566425. URL: https://ieeexplore.ieee.org/document/9566425/.
- [Koi+21] Kenji Koide x.ά. "Voxelized GICP for Fast and Accurate 3D Point Cloud Registration". Στο: 2021 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, Μάι. 2021, σσ. 11054-11059. ISBN: 978-1-7281-9077-8. DOI: 10.1109/ICRA48506.2021.9560835. URL: https://ieeexplore.ieee.org/document/9560835/.
- [PB21] Prabin Kumar Panigrahi και Sukant Kishoro Bisoy. "Localization strategies for autonomous mobile robots: A review". Στο: Journal of King Saud University

 Computer and Information Sciences (Μαρ. 2021). ISSN: 13191578. DOI: 10.
 1016/j.jksuci.2021.02.015. URL: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1319157821000550.
- [SSC21] Bogdan Ilie Sighencea, Rareș Ion Stanciu και Cătălin Daniel Căleanu. "A Review of Deep Learning-Based Methods for Pedestrian Trajectory Prediction". Στο: Sensors 21.22 (Noć. 2021), σ. 7543. ISSN: 1424-8220. DOI: 10.3390/s21227543. URL: https://www.mdpi.com/1424-8220/21/22/7543.
- [smp21] smprobotics. 2021. URL: https://smprobotics.com/security_robot.
- [Wan+21] Zhong Wang κ.ά. "Global Localization With a Single-Line LiDAR by Dense 2D Signature and 1D Registration". Στο: IEEE Sensors Journal 21.10 (Μάι. 2021), σσ. 11497–11506. ISSN: 1530-437X. DOI: 10.1109/JSEN.2020.3021049. URL: https://ieeexplore.ieee.org/document/9184826/.
- [YSC21] Heng Yang, Jingnan Shi και Luca Carlone. "TEASER: Fast and Certifiable Point Cloud Registration". Στο: IEEE Transactions on Robotics 37.2 (Απρ. 2021), σσ. 314–333. ISSN: 1552-3098. DOI: 10.1109/TRO.2020.3033695. URL: https://ieeexplore.ieee.org/document/9286491/.
- [Fil22] Alexandros Filotheou. "Correspondenceless scan-to-map-scan matching of homoriented 2D scans for mobile robot localisation". Στο: Robotics and Autonomous Systems 149 (Μαρ. 2022), σ. 103957. ISSN: 09218890. DOI: 10.1016/j.robot.2021. 103957. URL: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0921889021002323.

- [rev22] revfine. 2022. URL: https://www.revfine.com/hotel-robots/.
- [Cena] Andrea Censi. PLICP code headers. URL: https://github.com/AndreaCensi/csm/blob/master/sm/csm/algos.h.
- [Cenb] Andrea Censi. PLICP manual. URL: https://github.com/AndreaCensi/csm/blob/master/csm_manual.pdf.
- [staa] statista.com. URL: https://www.statista.com/statistics/430086/automotive-sales-of-automotive-lidar-systems-worldwide/.
- [stab] statista.com. URL: https://www.statista.com/statistics/880147/global-robotic-vehicle-sensors-market-size-by-segment/.
- [WIL] WILLOWGARAGE. Χάρτης του περιβάλλοντος WILLOWGARAGE. URL: https://github.com/CognitiveRobotics/jarves/tree/master/jarves%7B%5C_%7Dgazebo/worlds/maps.
- [YDL] YDLIDAR. YDLIDAR datasheets. URL: https://www.manualshelf.com/brand/ydlidar.

Μέρος V

Παραρτήματα