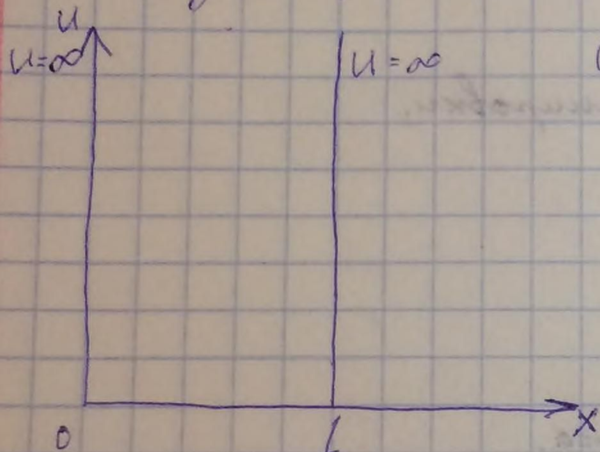
$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi-(E-U)\Psi=0$$

$$\Delta\Psi+\frac{2m}{\hbar^2}(E-U)\Psi=0$$ – Стационарное ур-е Шрёдингера

§41. Задача о частице в бесконечной одномерной потенциальной яме



$0\le x\le l \qquad U=0$

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2}+\frac{2m}{\hbar^2}(E-U)\Psi=0$$

$$\left.\begin{aligned}\Psi(0)&=0\\ \Psi(l)&=0\end{aligned}\right\}$$ краевые условия

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2}+\frac{2m}{\hbar^2}E\Psi=0$$

$$w^2=\frac{2mE}{\hbar^2}$$

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2}+w^2\Psi=0$$

$$\Psi(x)=a\sin(wx+\alpha)$$

$$\Psi(0)=0\rightarrow\Psi(0)=a\sin\alpha=0\rightarrow\alpha=0$$

$$\Psi(l)=0\rightarrow\Psi(l)=a\sin wl=0$$

$$wl=\pm n\pi \qquad (n=1,2,3\ldots)$$

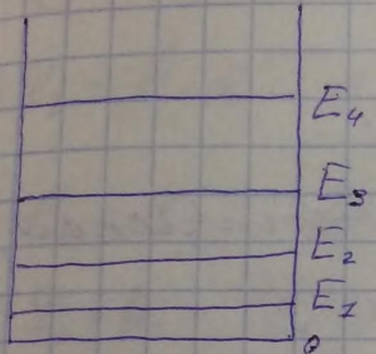
$$w^2=\frac{n^2\pi^2}{l^2},\quad w^2=\frac{2mE}{\hbar^2}\Rightarrow\frac{2mE}{\hbar^2}=\frac{n^2\pi^2}{l^2}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_n=\frac{\pi^2\hbar^2}{2ml^2}n^2.$$

~~Эту~~ Если какая-то частица принимает лишь некоторые дискретные значения, эту энергию называют квантованной.

n – квантовое число.

$$\Delta E_n = E_{n+1} - E_n = \frac{\pi^2\hbar^2}{2ml^2}\left((n+1)^2 - n^2\right) \approx \frac{\pi^2\hbar^2}{ml^2}\cdot n$$



$$w = \frac{n\pi}{l}$$

$$\Psi(x) = a\sin\frac{n\pi}{l}x$$

$$\int_0^l |\Psi|^2 dx = 1.$$

$$\int_0^l a^2\sin^2\frac{n\pi}{l}x\,dx = 1$$

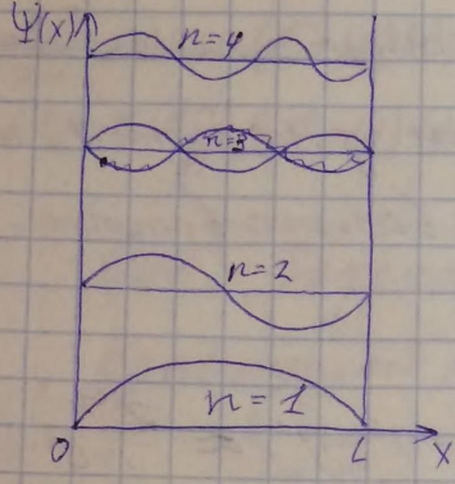
$$a^2\int_0^l \sin^2\frac{n\pi}{l}x\,dx = 1$$

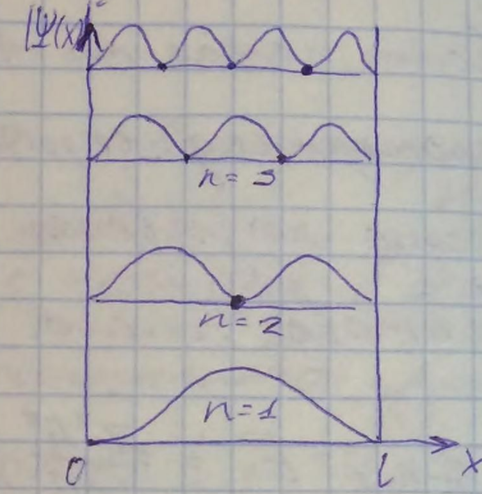
~~Эт~~ $$\int_0^l \sin^2\frac{n\pi}{l}x\,dx = \frac{1}{2}l.$$

$$a^2\cdot\frac{1}{2}\cdot l = 1$$

$$a = \sqrt{\frac{2}{l}}$$

$$\boxed{\Psi(x)_n = \sqrt{\frac{2}{l}}\cdot\sin\frac{n\pi}{l}x} \qquad n = 1, 2, 3\ldots$$





§42. Свободная частица.

$\vec{v} = const$

Полная энергия равна кинетической.

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}E\Psi = 0$$

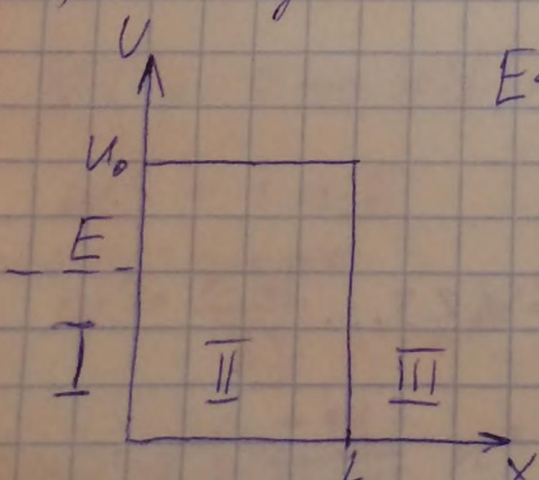
$$\Psi = Ae^{\frac{i}{\hbar}\sqrt{2mE}\,x} + Be^{-\frac{i}{\hbar}\sqrt{2mE}\cdot x}$$

$$\Psi(x,t) = Ae^{-i\left(\frac{Et}{\hbar} - \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}x\right)} + B\cdot e^{-i\left(\frac{Et}{\hbar} + \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}x\right)}$$

$$\omega = \frac{E}{\hbar}, \quad k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$$

$$|\Psi|^2 = \Psi\cdot\Psi^* = A^2$$

§43. Туннельный эффект.



$E<U_0$ $\quad \frac{d^2\Psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}E\Psi = 0 \quad$ (I, III).

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E-U_0)\Psi = 0 \quad (\text{II})$$

$$E-U_0<0$$