

I) COMPRESSIBILITÉ DES GAZ PARFAITS :

Comprimer un gaz, c'est augmenter sa pression en diminuant son volume .

1.1) Loi de Boyle-Mariotte :

Si la compression du gaz est isotherme (c'est à dire à température constante), le produit de la pression absolue du gaz et de son volume est constant : $p \cdot V = \text{constante}$ à $\theta = \text{cste}$

Autrement dit le volume occupé par une même masse de gaz, à température constante, est inversement proportionnel à la pression supportée par ce gaz . On peut donc écrire pour une température donnée constante : $p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 = p_3 \cdot V_3 = p_n \cdot V_n$ ou $p_1/p_2 = V_2/V_1$

Un gaz est dit parfait s'il suit exactement la loi de Boyle-Mariotte. Les gaz réels ne suivant pas exactement cette loi, mais dans les applications courantes, il sera possible sans faire d'erreur appréciable, de considérer les gaz réels comme parfaits.

Unités : $p \cdot V = \text{cste}$ p en [Pa] ; V en [m^3]

Le produit $p \cdot V$ représente une certaine énergie : $\text{Pa} \cdot \text{m}^3 = \text{N} \cdot \text{m} = \text{J}$

Si on se réfère au volume massique de gaz, la constante de Mariotte représente un travail par unité de masse ou une énergie massique : $\text{Pa} \cdot \text{m}^3 / \text{kg} = \text{J} / \text{kg}$

1.2) Loi de Charles :

Si on fait subir à une masse de gaz une transformation à volume constant (on dit aussi "isochore") obtenue en faisant varier la température du gaz, la pression augmente avec la température :

$$p = p_0 (1 + \alpha \cdot \theta) \quad \text{avec : } p_0 \text{ pression du gaz à } 0^\circ\text{C} \quad p : \text{ pression du gaz à } \theta^\circ\text{C}$$

$$\alpha : \text{coefficient moyen d'augmentation de pression à volume constant}$$

$$\alpha \text{ vaut pour tous les gaz parfaits : } \alpha = 1/273,15 = 3,661 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$$

La loi de Charles permet de définir une autre relation importante :

- Considérons une masse gazeuse au zéro absolu : $\theta = -273,15^\circ\text{C}$
- On a : $p = p_0 \cdot (1 - 273,15 / 273,15) = 0$ donc **au zéro absolu, la pression des gaz est nulle .**
- Si on fait intervenir la température absolue ($T = \theta + 273,15$), la loi de Charles s'écrit :
 $p = p_0 \cdot (1 + \theta / 273,15) = p_0 [273,15 + \theta] / 273,15$ donc $p = p_0 \cdot T / 273,15$

Entre un état initial 1 et un état final 2, on peut donc écrire : $p_1 / p_2 = T_1 / T_2$

1.3) Loi de Gay-Lussac :

Si l'on fait subir à une masse de gaz une transformation à pression constante (isobare) obtenue en faisant varier la température du gaz, le volume augmente avec la température : $V = V_0 (1 + \beta \cdot \theta)$
C'est la loi fondamentale de la dilatation des gaz à pression constante .

β est le coefficient de dilatation volumique à pression constante .

L'expérience montre que $\alpha = \beta$ donc $\alpha = \beta = 1/273,15 = 3,661 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$

En reprenant la même démarche que celle ci-dessus, on peut écrire que : $V_1 / V_2 = T_1 / T_2$

II) ÉQUATION CARACTÉRISTIQUE DES GAZ PARFAITS :

Considérons deux transformations suivantes appliquées à une même masse quelconque de gaz :

- Première transformation : état initial p_0, V_0 et $T_0 = 273,15 \text{ K}$
 état final p_0, V_1 et T

- Deuxième transformation : état initial p_0, V_1 et T
 état final p, V et T

Appliquons la loi de Gay-Lussac à la première transformation : $V_1 = V_0 (1 + \theta / 273,15) = V_0 \cdot T / 273,15$

La loi de Boyle-Mariotte à la deuxième : $p_0 \cdot V_1 = p \cdot V$ donc $V_1 = p \cdot V / p_0$

Si nous remplaçons la 2^{ème} expression dans la 1^{ère}, on a : $p \cdot V = p_0 \cdot V_0 \cdot T / 273,15 = p_0 \cdot V_0 \cdot T / T_0$

On obtient donc la relation générale : $\frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} = \frac{p \cdot V}{T}$ Le premier terme de l'égalité est constant

On peut écrire : $\frac{p \cdot V}{T} = \text{Constante}$

2.1) Constante caractéristique des gaz parfaits :

Si on considère une masse de gaz de 1 kg, la valeur $p_0 \cdot V_0 / 273,15$ est une constante caractéristique de la nature du gaz. Appelons r cette constante : $r = p_0 \cdot V_0 / T_0$. L'expression se réfère au volume par unité de masse c'est à dire le volume massique.

On peut donc écrire que : $p \cdot v = r \cdot T$

avec : p pression absolue du gaz en [Pa] ; v volume massique en [m³/kg]
 T température absolue du gaz en [K]

Dans cette équation, on retrouve la loi de Mariotte et celle de Gay-Lussac.

Unité et valeur de r :

La constante r , caractéristique de la nature du gaz, représente le travail ou l'énergie qu'il faut fournir à une masse de 1 kg de gaz pour élever sa température de 1 K

$$r = p \cdot v / T \quad r : \text{constante en J/kg.K}$$

2.2) Constante caractéristique des gaz parfaits :

Si on se réfère à la masse correspondant au volume molaire normal soit 22,41383 m³ à 0 °C et 101325 Pa, la constante r prend alors une valeur universelle R qui est la même pour tous les gaz.

Calculons R : $R = p_0 \cdot V_0 / T_0 = 101325 \times 22,41383 / 273,15$ soit $R = 8314,41 \text{ J/ k mol} \cdot \text{K}$

r dépend du gaz R est la même pour tous les gaz

III) ÉQUATION CARACTÉRISTIQUE DANS LE CAS GÉNÉRAL :

3.1) Équation :

Pour une masse m quelconque de gaz, l'équation caractéristique des gaz parfaits s'écrit : $p \cdot V = m \cdot r \cdot T$

Si M est la masse molaire du gaz, c'est à dire la masse d'un volume de 22,4 m³ de ce gaz aux conditions normales de température et de pression, le nombre de kilo moles de gaz est égal à : $n = m / M$

On en déduit : $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$

avec p : pression absolue du gaz en [Pa] V : Volume de n kilo mol en [m³]
 R : constante universelle (8314 J/ k mol. K) T : Température en [K]

3.2) Masse volumique d'un gaz :

Le volume occupé par n moles de gaz est : $V = n \cdot R \cdot T / p$ et $m = n \cdot M$

La masse volumique a pour expression : $\rho = m / V$. Donc, on peut écrire :

$$\rho = M \cdot p / R \cdot T$$

IV) MÉLANGE DE GAZ : Loi de Dalton

L'équation caractéristique étant indépendante de la nature du gaz, on peut admettre qu'elle s'applique à un mélange de gaz parfaits : $p \cdot V = (n_1 + n_2 + n_3 + \dots) \cdot R \cdot T = \sum n \cdot R \cdot T$

Dans un mélange, les gaz diffusent rapidement les uns dans les autres de sorte que chaque gaz occupe tout le volume V en exerçant sa pression propre appelée "PRESSION PARTIELLE".

La pression du mélange est égale à la somme des pressions partielles de chaque gaz :

$$p = p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n = \sum_{i=1}^n p_i$$

V) CAPACITÉ THERMIQUE MASSIQUE :**5.1) Capacité thermique à volume constant :**

La capacité thermique massique à volume constant est la quantité de chaleur qu'il faut fournir à 1 kg de gaz pour élever sa température de 1 K sans qu'il y ait changement de volume. Dans une transformation isochore, la variation d'énergie interne de la masse de 1 kg de gaz est donnée par la relation :

$$dU = C_v \cdot dT \quad \text{ou encore : } U_2 - U_1 = C_v \cdot (T_2 - T_1)$$

L'énergie fournie au gaz sous forme de chaleur a pour but de modifier son énergie interne.

C_v varie très peu avec la température de sorte qu'on peut pratiquement la considérer constante pour de faibles écarts de température.

5.2) Capacité thermique à pression constante :

La quantité de chaleur que l'on a fournie à 1 kg de gaz pour élever sa température de 1 K à pression constante est égale à la somme :

- de l'énergie que l'on aurait fourni à 1 kg de ce gaz pour l'élever de 1 K à volume constant
- du travail que ce gaz a effectué pour maintenir sa pression constante.

$$dQ = C_v \cdot dT + W \quad \begin{array}{l} dT : \text{élévation de température en [K]} \\ W = p \cdot dV \text{ où } p \text{ est constante et } dV \text{ la variation de volume} \end{array}$$

Or, on peut écrire que : $p \cdot dV = r \cdot dT$ donc $dQ = C_v \cdot dT + p \cdot dV = C_v \cdot dT + r \cdot dT = C_p \cdot dT$

C'est à dire : $C_p = C_v + r$ ou $r = C_p - C_v$

Cette dernière relation a été définie par MAYER.