III b) alte TALS Abschlussprüfungen

2023 Serie 1 Teil 1

1. a) Vereinfachen Sie so weit wie möglich: $\dfrac{a^2-9}{a^2-4a-21}$

$$\frac{(a+3)(a-3)}{(a+3)(a-7)}=\underline{\underline{\frac{a-3}{a-7}}}$$

b) Vereinfachen Sie so weit wie möglich: $\dfrac{a}{2a-2}-\dfrac{a+1}{3a-3}$

$$\frac{a}{2(a-1)}-\frac{a+1}{3(a-1)}=\frac{3a-2a-2}{6(a-1)}=\underline{\underline{\frac{a-2}{6(a-1)}=\frac{a-2}{6a-6}}}$$

9. Geben Sie den einen richtigen Pfad an. $x, y \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, \quad x \neq y$

$$T_1 \Rightarrow T\_\_ \Rightarrow T\_\_ \Rightarrow T\_\_$$

$$T_1 = \frac{\frac{x-y}{x} - \frac{y-x}{y}}{\frac{x-2y}{y} + \frac{y}{x}}$$

$$T_2 = \left(\frac{x-y}{x} - \frac{y-x}{y}\right) \cdot \left(\frac{y}{x-2y} + \frac{x}{y}\right)$$

$$T_4 = \frac{xy - y^2 - xy + x^2}{xy} \cdot \frac{y^2 + x^2 - 2xy}{y(x-2y)}$$

$$T_8 = \frac{x^4 - y^4 - 2}{y(x-2y)}$$

$$T_9 = \frac{(x+y)(x-y)^3}{xy^2(x-2y)}$$

$$T_5 = \frac{xy - y^2 - xy - x^2}{xy} \cdot \frac{y^2 + x^2 - 2xy}{y(x-2y)}$$

$$T_{10} = \frac{-(x^2+y^2)(x-y)^2}{xy^2(x-2y)}$$

$$T_{11} = \frac{-x^4 - y^4 - 2}{y(x-2y)}$$

$$T_3 = \frac{\frac{xy-y^2}{xy} - \frac{xy-x^2}{xy}}{\frac{x^2-2xy}{xy} + \frac{y^2}{xy}}$$

$$T_6 = \frac{xy - y^2 - xy - x^2}{xy} \cdot \frac{xy}{x^2 - 2xy + y^2}$$

$$T_{12} = \frac{-x-y}{x-y}$$

$$T_{13} = \frac{-y^2 - x^2}{(x-y)^2}$$

$$T_7 = \frac{xy - y^2 - xy + x^2}{xy} \cdot \frac{xy}{x^2 - 2xy + y^2}$$

$$T_{14} = \frac{x+y}{x-y}$$

$$T_{15} = \frac{1}{2xy}$$

Korrekter Pfad: $\underline{T_1 \Rightarrow T_3 \Rightarrow T_7 \Rightarrow T_{14}}$

Weitere korrekte Zwischenschritte: $T_2 \Rightarrow T_4$ $\quad T_4 \Rightarrow T_9$

$T_5 \Rightarrow T_{10}$ $\quad T_6 \Rightarrow T_{13}$

2022 Serie 1 Teil 1

1. a) Vereinfachen Sie so weit wie möglich: $\frac{a+b}{2a+2}-\frac{a-b}{3a+3}$

$$\frac{a+b}{2a+2}-\frac{a-b}{3a+3}=\frac{a+b}{2(a+1)}-\frac{a-b}{3(a+1)}=\frac{3(a+b)-2(a-b)}{6(a+1)}=\underline{\underline{\frac{a+5b}{6(a+1)}}}$$

2021 Serie 3 Teil 1

1. a) Vereinfachen Sie so weit wie möglich: $\frac{a^2+2a-15}{45-15a}$

$$\frac{a^2+2a-15}{45-15a}=\frac{(a-3)(a+5)}{15(3-a)}=\frac{(a-3)(a+5)}{-15(a-3)}=\underline{\underline{\frac{a+5}{-15}}}=\underline{\underline{-\frac{a+5}{15}}}=\underline{\underline{\frac{-a-5}{15}}}$$

5. Vereinfachen Sie so weit wie möglich: $\dfrac{\dfrac{4a+8}{12+4a}-\dfrac{a^2+1}{a^2+6a+9}}{\dfrac{a+1}{a+3}}$

$$\frac{\dfrac{4a+8}{12+4a}-\dfrac{a^2+1}{a^2+6a+9}}{\dfrac{(a+1)}{(a+3)}}=\frac{\dfrac{\cancel{4}(a+2)}{\cancel{4}(3+a)}-\dfrac{a^2+1}{(a+3)^2}}{\dfrac{(a+1)}{(a+3)}}$$

$$=\frac{\dfrac{(a+2)(a+3)-a^2-1}{(a+3)^2}}{\dfrac{(a+1)}{(a+3)}}=\frac{\dfrac{a^2+5a+6-a^2-1}{(a+3)^2}}{\dfrac{(a+1)}{(a+3)}}$$

$$=\frac{\dfrac{5a+5}{(a+3)^2}}{\dfrac{(a+1)}{(a+3)}}=\frac{\dfrac{5(a+1)}{(a+3)^2}}{\dfrac{(a+1)}{(a+3)}}=\frac{5(a+1)}{(a+3)^2}\frac{(a+3)}{(a+1)}=\underline{\underline{\frac{5}{a+3}}}$$

Alternative: nach Faktorisieren: «Erweiterungsmethode»

$$=\frac{\left(\dfrac{(a+2)}{(3+a)}-\dfrac{(a^2+1)}{(a+3)^2}\right)\cdot(a+3)^2}{\left(\dfrac{(a+1)}{(a+3)}\right)\cdot(a+3)^2}=\frac{(a+2)(a+3)-(a^2+1)}{(a+1)\cdot(a+3)}$$

$$=\frac{a^2+5a+6-a^2-1}{(a+1)(a+3)}=\frac{5a+5}{(a+1)(a+3)}=\underline{\underline{\frac{5}{a+3}}}$$

5. Vereinfachen Sie so weit wie möglich: $\frac{y}{1+y}+5\cdot\frac{y^2+5y}{5y^2-5}+\frac{2y+1}{1-y}$

$$\frac{y}{1+y}+\cancel{5}\cdot\frac{y^2+5y}{\cancel{5}\left(y^2-1\right)}+\frac{2y+1}{1-y}$$

$$=\frac{y}{1+y}+\frac{y^2+5y}{(y+1)(y-1)}+\frac{2y+1}{1-y}$$

$$=\frac{y}{y+1}+\frac{y^2+5y}{(y+1)(y-1)}-\frac{2y+1}{y-1}$$

$$=\frac{y(y-1)+y^2+5y-(2y+1)(y+1)}{(y+1)(y-1)}$$

$$=\frac{y^2-y+y^2+5y-2y^2-3y-1}{(y+1)(y-1)}$$

$$=\frac{\cancel{y-1}}{(y+1)\cancel{(y-1)}}$$

$$=\underline{\underline{\frac{1}{y+1}}}$$

1. a) Vereinfachen Sie so weit wie möglich: $\frac{9a^3 - a}{1 + 3a}$

a) $\frac{9a^3 - a}{1 + 3a} = \frac{a(3a-1)\cancel{(3a+1)}}{\cancel{1+3a}} = \underline{\underline{a(3a-1)}} = \underline{\underline{3a^2 - a}}$

5. Vereinfachen Sie so weit wie möglich: $\frac{5+x}{(x+7)(x-5)}+\frac{3x+35}{10-2x}\cdot\frac{2}{x(7+x)}$

$$\frac{5+x}{(x+7)(x-5)}+\frac{3x+35}{x(5-x)(x+7)}=\frac{5+x}{(x+7)(x-5)}-\frac{3x+35}{x(x-5)(x+7)}$$

$$=\frac{x^2+2x-35}{x(x+7)(x-5)}=\frac{(x+7)(x-5)}{x(x+7)(x-5)}\;\underline{\underline{=\frac{1}{x}}}$$

1.

b) Vereinfachen Sie so weit wie möglich: $\dfrac{-m^2+2mn-n^2}{3n-3m}$

b) $\dfrac{-(m-n)^{\cancel{2}}}{-3\,\cancel{(m-n)}} = \dfrac{m-n}{3}$

1.

b) Vereinfachen Sie so weit wie möglich $\dfrac{m}{2(n-m)}+\dfrac{m+0.5n}{3(m-n)}$.

$$\frac{m}{2(n-m)}+\frac{m+0.5n}{3(m-n)}=\frac{m}{2(n-m)}-\frac{m+0.5n}{3(n-m)}=\frac{3m-2m-n}{6(n-m)}=\frac{m-n}{6(n-m)}=-\frac{1}{6}$$

5. Vereinfachen Sie so weit wie möglich $\dfrac{-\dfrac{n}{3p}-\dfrac{2n-3p}{6n}}{\dfrac{2n-p}{6p}-\dfrac{p^2-n^2}{2pn+2n^2}}$.

$$\frac{-\dfrac{n}{3p}-\dfrac{2n-3p}{6n}}{\dfrac{2n-p}{6p}-\dfrac{p^2-n^2}{2pn+2n^2}}=\frac{-\dfrac{n}{3p}-\dfrac{2n-3p}{6n}}{\dfrac{2n-p}{6p}-\dfrac{(p-n)\cancel{(p+n)}}{2n\cancel{(p+n)}}}=\frac{-\dfrac{n}{3p}-\dfrac{2n-3p}{6n}}{\dfrac{2n-p}{6p}-\dfrac{(p-n)}{2n}}$$

$$=\frac{\dfrac{-2n^2-2pn+3p^2}{6pn}}{\dfrac{2n^2-pn-3p^2+3pn}{6pn}}=\frac{-\dfrac{2n^2+2pn-3p^2}{6pn}}{\dfrac{2n^2+2pn-3p^2}{6pn}}=\underline{\underline{-1}}$$

5. Vereinfachen Sie so weit wie möglich: $\frac{x}{x+2}-\frac{x}{2-x}-\frac{x^2-3x+10}{x^2-4}$

$$\frac{x}{x+2}-\frac{x}{2-x}-\frac{x^2-3x+10}{x^2-4}=\frac{x}{x+2}+\frac{x}{x-2}-\frac{x^2-3x+10}{x^2-4}$$

$$=\frac{x(x-2)+x(x+2)-\left(x^2-3x+10\right)}{(x+2)(x-2)}=\frac{x^2-2x+x^2+2x-x^2+3x-10}{(x+2)(x-2)}$$

$$=\frac{x^2+3x-10}{(x+2)(x-2)}=\frac{(x+5)(x-2)}{(x+2)(x-2)}=\underline{\underline{\frac{x+5}{x+2}}}$$

1. Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$\frac{\frac{2a}{a-3}-\frac{a}{a+4}}{\frac{a+11}{a^2+a-12}}$$

$$\frac{\frac{2a}{a-3}-\frac{a}{a+4}}{\frac{a+11}{a^2+a-12}} = \frac{\frac{2a(a+4)-a(a-3)}{(a-3)(a+4)}}{\frac{a+11}{(a-3)(a+4)}} = \frac{2a^2+8a-a^2+3a}{a+11}$$

$$= \frac{a^2+11a}{a+11} = \frac{a(a+11)}{a+11} = \underline{\underline{a}}$$

2. Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$\frac{\left(\frac{1}{a+b}-\frac{1}{a}\right)\cdot\left(\frac{b}{a}+b\right)\cdot\left(a^2-b^2\right)}{\frac{a^2-ab+b^2}{a^2}-1}$$

$$\frac{\left(\frac{1}{a+b}-\frac{1}{a}\right)\cdot\left(\frac{b}{a}+b\right)\cdot\left(a^2-b^2\right)}{\frac{a^2-ab+b^2}{a^2}-1} = \frac{\frac{a-(a+b)}{a(a+b)}\cdot\frac{b+ab}{a}\cdot\left(a^2-b^2\right)}{\frac{a^2-ab+b^2-a^2}{a^2}}$$

$$= \frac{(a-a-b)(b+ab)\,\cancel{(a+b)}\,(a-b)\cdot\cancel{a^2}}{\cancel{a}\,\cancel{(a+b)}\,\cancel{a}\left(a^2-ab+b^2-a^2\right)} = \frac{\cancel{-b}\,(ab+b)\,\cancel{(a-b)}}{\cancel{-b}\,\cancel{(a-b)}} = \underline{\underline{ab+b=b(a+1)}}$$

1. Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$\frac{4p}{4p^2-1}-\frac{\frac{2}{p}}{2-\frac{1}{p}}+\frac{p+3}{2p^2+5p-3}$$

$$\frac{4p}{4p^2-1}-\frac{\frac{2}{p}}{2-\frac{1}{p}}+\frac{p+3}{2p^2+5p-3}$$

$$=\frac{4p}{4p^2-1}-\frac{2\cdot\cancel{p}}{\cancel{p}\,(2p-1)}+\frac{\cancel{p+3}}{(2p-1)\,\cancel{(p+3)}}$$

$$=\frac{4p}{(2p-1)(2p+1)}-\frac{2}{2p-1}+\frac{1}{2p-1}=\frac{4p}{(2p-1)(2p+1)}-\frac{1}{2p-1}$$

$$=\frac{4p-(2p+1)}{(2p-1)(2p+1)}=\frac{\cancel{2p-1}}{\cancel{(2p-1)}\,(2p+1)}=\underline{\underline{\frac{1}{2p+1}}}$$

2. Vereinfachen Sie so weit wie möglich: $\dfrac{1-6x-x^2}{\dfrac{x}{x-3}-\dfrac{1-7x}{x^2-4x+3}}$

$$\frac{1-6x-x^2}{\dfrac{x}{x-3}-\dfrac{1-7x}{x^2-4x+3}} = \frac{1-6x-x^2}{\dfrac{x(x-1)-1+7x}{(x-3)(x-1)}} = \frac{\left(1-6x-x^2\right)(x-3)(x-1)}{\left(x^2+6x-1\right)}$$

$$= \underline{\underline{(3-x)(x-1)}} = \underline{\underline{(x-3)(1-x)}}$$

$$= \underline{\underline{-(x-3)(x-1)}} = \underline{\underline{-(3-x)(1-x)}} = \underline{\underline{-x^2+4x-3}}$$

TALS Strukturaufgaben

1. n) Vereinfachen Sie so weit wie möglich: $\dfrac{9a^2-16b^2}{4b-3a}$

$$-(3a+4b)=-3a-4b$$

1\. o) Vereinfachen Sie so weit wie möglich: $\dfrac{r^2 - 8r + 7}{r^2 - 2r + 1}$

$$\frac{r^2 - 8r + 7}{r^2 - 2r + 1} = \frac{(r-1)(r-7)}{(r-1)^2} = \frac{r-7}{r-1}$$

1. q) Vereinfachen Sie so weit wie möglich: $\frac{a}{a^2 - ab} - \frac{b}{a^2 - b^2}$

$$\frac{\cancel{a}}{\cancel{a}(a-b)} - \frac{b}{a^2 - b^2} = \frac{a+b-b}{(a+b)(a-b)} = \frac{a}{(a+b)(a-b)}$$

Typ 1 **9.** Vereinfachen Sie so weit wie möglich: $\dfrac{1-6x-x^2}{\dfrac{x}{x-3}-\dfrac{1-7x}{x^2-4x+3}}$

$$\frac{1-6x-x^2}{\dfrac{x}{x-3}-\dfrac{1-7x}{x^2-4x+3}} = \frac{1-6x-x^2}{\dfrac{x(x-1)-1+7x}{(x-3)(x-1)}} = \frac{\left(1-6x-x^2\right)(x-3)(x-1)}{\left(x^2+6x-1\right)}$$

$$= \underline{\underline{(3-x)(x-1)}} = \underline{\underline{(x-3)(1-x)}}$$

$$= \underline{\underline{-(x-3)(x-1)}} = \underline{\underline{-(3-x)(1-x)}} = \underline{\underline{-x^2+4x-3}}$$

Typ 1 **10.** Vereinfachen Sie so weit wie möglich: $\dfrac{\dfrac{x+1}{x^2-1}+\dfrac{x}{x-1}}{\dfrac{x+x^2}{x^2-2x+1}}$

$$\dfrac{\dfrac{x+1}{x^2-1}+\dfrac{x}{x-1}}{\dfrac{x+x^2}{x^2-2x+1}} = \dfrac{\dfrac{x+1}{(x+1)(x-1)}+\dfrac{x}{x-1}}{\dfrac{x(1+x)}{(x-1)^2}} = \dfrac{\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{x}{x-1}}{\dfrac{x(1+x)}{(x-1)^2}}$$

$$= \dfrac{\dfrac{1+x}{x-1}}{\dfrac{x(1+x)}{(x-1)^2}} = \dfrac{1+x}{x-1}\cdot\dfrac{(x-1)^2}{x(1+x)} = \underline{\underline{\dfrac{x-1}{x}}}$$

Typ 1 **11.** Vereinfachen Sie so weit wie möglich: $\frac{5x+25}{x^3-25x}-\frac{1}{x-5}$

$$\frac{5x+25}{x^3-25x}-\frac{1}{x-5}=\frac{5x+25}{x\left(x^2-25\right)}-\frac{1}{x-5}$$

$$=\frac{5x+25}{x(x+5)(x-5)}-\frac{1}{x-5}=\frac{5x+25-\left(x^2+5x\right)}{x(x+5)(x-5)}$$

$$=\frac{5x+25-x^2-5x}{x(x+5)(x-5)}=\frac{25-x^2}{x(x+5)(x-5)}=\underline{\underline{-\frac{1}{x}}}$$

Typ 1 **12.** Vereinfachen Sie so weit wie möglich: $\dfrac{\left(\dfrac{1-5a}{a^2-5a+4}+\dfrac{a}{4-a}\right)\cdot\left(1-\dfrac{4}{a}\right)}{\dfrac{1}{1-a^2}-\dfrac{1}{4a}}$

12.

$$\frac{\left(\frac{1-5a}{a^2-5a+4}+\frac{a}{4-a}\right)\cdot\left(1-\frac{4}{a}\right)}{\frac{1}{1-a^2}-\frac{1}{4a}}=\frac{\left(\frac{1-5a}{(a-4)(a-1)}-\frac{a}{a-4}\right)\cdot\frac{a-4}{a}}{\frac{4a-1+a^2}{(1-a)(1+a)\cdot 4a}}$$

$$=\frac{\frac{1-5a-a(a-1)}{(a-4)(a-1)}\cdot\frac{a-4}{a}}{\frac{a^2+4a-1}{(1-a)(1+a)\cdot 4a}}$$

$$=\frac{\overbrace{\cancel{(-a^2-4a+1)}}^{-1}\ \cancel{(a-4)}\ \overbrace{\cancel{(1-a)}}^{-1}\ (1+a)\cdot 4\cancel{a}}{\cancel{(a-4)}\ \cancel{(a-1)}\cdot\cancel{a}\cdot\cancel{(a^2+4a-1)}}=\underline{\underline{4(a+1)}}$$

Typ 1 **12.1** Geben Sie den einen richtigen Pfad an. $x \in \mathbb{R} \setminus \{0; -2; -5; -7\}$

$$T_1 = \frac{x}{x+2} - \frac{4x+4}{x+5} \cdot \frac{x}{4x}$$

$$T_2 = \frac{x(x+5)-(x+2)(4x+4)}{(x+2)(x+5)} \cdot \frac{x}{4x}$$

$$T_3 = \frac{x}{x+2} - \frac{x+1}{x+5}$$

$$T_4 = \frac{x^2+5x-4x^2-12x-8}{(x+2)(x+5)} \cdot \frac{x}{4x}$$

$$T_5 = \frac{x^2+5x-4x^2+12x+8}{(x+2)(x+5)} \cdot \frac{x}{4x}$$

$$T_6 = \frac{x(x+5)}{(x+2)(x+5)} - \frac{(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+5)}$$

$$T_7 = \frac{x+5}{x+7} - \frac{x+3}{x+7}$$

$$T_8 = \frac{-3x^2-7x-8}{(x+2)(x+5)4}$$

$$T_9 = \frac{2x-2}{(x+2)(x+5)}$$

$$T_{10} = \frac{8x+2}{(x+2)(x+5)}$$

$$T_{11} = \frac{-3x^2+17x+8}{(x+2)(x+5)4}$$

$$T_{12} = \frac{8x+2}{(x+2)(x+5)}$$

$$T_{13} = \frac{2x-2}{(x+2)(x+5)}$$

$$T_{14} = \frac{8}{x+7}$$

$$T_{15} = \frac{2}{x+7}$$

Korrekter Pfad: $T_1 \Rightarrow T_3 \Rightarrow T_6 \Rightarrow T_{13}$

Weitere korrekte Zwischenschritte: $T_2 \Rightarrow T_4$ / $T_4 \Rightarrow T_8$ / $T_5 \Rightarrow T_{11}$ / $T_7 \Rightarrow T_{15}$

Typ 1 **12.2** Geben Sie den einen richtigen Pfad an. $a,b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, \quad a \neq b$

$$T_1 = \frac{\frac{2}{3} - \frac{a-b}{a}}{\frac{a-b}{3a}}$$

$$T_2 = \frac{\frac{2a}{3a} - \frac{3a-3b}{3a}}{\frac{a-b}{3a}}$$

$$T_3 = \frac{\frac{2a}{3a} - \frac{2a-2b}{3a}}{\frac{a-b}{3a}}$$

$$T_4 = \frac{\frac{-a-3b}{3a}}{\frac{a-b}{3a}}$$

$$T_5 = \frac{\frac{-a+3b}{3a}}{\frac{a-b}{3a}}$$

$$T_6 = \frac{\frac{-2b}{3a}}{\frac{a-b}{3a}}$$

$$T_7 = \frac{\frac{2b}{3a}}{\frac{a-b}{3a}}$$

$$T_8 = 3$$

$$T_9 = \frac{-a-3b}{a-b}$$

$$T_{10} = 2$$

$$T_{11} = \frac{-a+3b}{a-b}$$

$$T_{12} = \frac{-2b}{a-b}$$

$$T_{13} = \frac{-2b(a-b)}{9a^2}$$

$$T_{14} = \frac{a-b}{2b}$$

$$T_{15} = \frac{2}{a-1}$$

Korrekter Pfad: $T_1 \Rightarrow T_2 \Rightarrow T_5 \Rightarrow T_{11}$

Weitere korrekte Zwischenschritte: $T_3 \Rightarrow T_7$ / $T_4 \Rightarrow T_9$ / $T_6 \Rightarrow T_{12}$