Algebra: Bruchrechnen

Vorgehen

* Lösen Sie ca. 10 Aufgaben aus den alten Aufnahmeprüfungen (Kapite I)
  Wenn Sie davon gute 50 % lösen können, so gehen Sie zu Kapitel III oder IV, den alten Abschlussprüfungen (III a) : GESO; III b): TALS)
* Haben Sie weniger als ca 50% gelöst, werden die Trainingsaufgaben Kap. II empfohlen
  Lösen Sie pro Aufgabennummer mindestens je die ersten zwei und die letzte Aufgabe.
  Wenn Sie mehr Training benötigen, so hat es genügend Übungsmaterial
  in den weiteren Aufgabennummern.

I. Aus alten Aufnahmeprüfungen

Aufnahmeprüfung 2023 Serie e

2. b) $\dfrac{(x+2)(x-4)}{5} : \dfrac{x^2-16}{10}$

$= \dfrac{(x+2)(x-4)}{5} \cdot \dfrac{10}{x^2-16} = \dfrac{(x+2)(x-4)}{5} \cdot \dfrac{10}{(x-4)(x+4)}$

$= \dfrac{(x+2)\cancel{(x-4)}}{5} \cdot \dfrac{10}{\cancel{(x-4)}(x+4)} = \dfrac{(x+2)\cdot 2\cdot \cancel{5}}{\cancel{5}(x+4)} = \underline{\underline{\dfrac{2\cdot(x+2)}{x+4}}}$

Alternative Lösungen

- $\dfrac{2(x+2)}{x+4} = \underline{\underline{\dfrac{2x+4}{x+4}}} = \dfrac{x+x+4}{x+4} = \dfrac{x}{x+4} + \dfrac{x+4}{x+4} = \underline{\underline{\dfrac{x}{x+4}+1}}$

- $\dfrac{2x+4}{x+4} = \dfrac{2x+8-4}{x+4} = \dfrac{2x+8}{x+4} - \dfrac{4}{x+4}$

  $= \dfrac{2(x+4)}{x+4} - \dfrac{4}{x+4} = \underline{\underline{2 - \dfrac{4}{x+4}}}$

Aufnahmeprüfung 2023 Serie d

2a) $$\frac{x^2-9}{x+3} : \frac{x-3}{4} = \frac{(x+3)(x-3)}{x+3} : \frac{(x-3)}{4}$$

$$= (x-3) : \frac{x-3}{4}$$

$$= (x-3) \cdot \frac{4}{(x-3)} = \underline{\underline{4}}$$

Beispielprüfung 2023

3b) $$\frac{x^2+2xy+y^2}{x^2-16} : \frac{x+y}{3x-12} = \frac{(x+y)^2}{(x+y)(x-y)} : \frac{x+y}{3(x-4)}$$

$$= \frac{x+y}{x-y} \cdot \frac{3(x-4)}{x+y} = \underline{\underline{\frac{3(x-4)}{x-y}}}$$

Aufnahmeprüfung 2022 Serie B

2. a)

$$\frac{1}{4}\left(4-\frac{x}{2}\right)-\left(\frac{3x}{8}-\frac{3x}{2}\right)$$

Klammern auflösen

$$= 1-\frac{x}{8}-\frac{3x}{8}+\frac{3x}{2}$$

$$= 1-\frac{x}{8}-\frac{3x}{8}+\frac{3x}{2}$$

gleichnamig

$$= \frac{8}{8}-\frac{x}{8}-\frac{3x}{8}+\frac{12x}{8}=\frac{8-x-3x+12x}{8}$$

$$= \frac{8+8x}{8}=\frac{8(1+x)}{8}=\underline{\underline{1+x}}$$

2. b)

$$\frac{2a+10}{a^2+10a+25}=\frac{2(a+5)}{(a+5)^2}=\underline{\underline{\frac{2}{a+5}}}$$

Aufnahmeprüfung 2022 Serie A

1. c)

$$\frac{\sqrt{130x^2-(7x)^2}}{5x} + \frac{6x}{\sqrt{25x^2}}$$

$$= \frac{\sqrt{130x^2 - 49x^2}}{5x} + \frac{6x}{5x}$$

$$= \frac{\sqrt{81x^2}}{5x} + \frac{6}{5} = \frac{9x}{5x} + \frac{6}{5} = \frac{9}{5} + \frac{6}{5} = \frac{15}{5} = \underline{\underline{3}}$$

2. a)

$$\frac{x^2+4x}{x^2+5x+4} = \frac{x(x+4)}{(x+1)(x+4)} = \underline{\underline{\frac{x}{x+1}}}$$

2. b)

$$\underbrace{\frac{1}{8}\left(x+\frac{1}{2}\right)} - \frac{3x^2}{8} : \frac{12x}{4}$$

$$\frac{x}{8} + \frac{1}{16} - \frac{\cancel{3}x^{\cancel{2}}}{8} : \cancel{3}\cancel{x} = \frac{x}{8} + \frac{1}{16} - \frac{x}{8} = \underline{\underline{\frac{1}{16}}}$$

Aufnahmeprüfung 2021 Serie B1

3. a)

$$3 - \frac{2x-5}{4} = \frac{12}{4} - \frac{2x-5}{4} = \frac{12-(2x-5)}{4}$$

$$= \frac{12-2x+5}{4} = \underline{\underline{\frac{17-2x}{4}}}$$

$$= \underline{\underline{\frac{17}{4} - \frac{x}{2}}}$$

3. b)

$$\frac{a}{2} + \frac{15a^2c}{7b} : \frac{20ac}{14b} = \frac{a}{2} + \frac{15a^2c}{7b} : \frac{10ac}{7b}$$

$$= \frac{a}{2} + \frac{15a^2c}{7b} \cdot \frac{7b}{10ac}$$

$$= \frac{a}{2} + \frac{\overset{3}{\cancel{15}}\, a^{\cancel{2}}\cancel{c}}{\cancel{7}\cancel{b}} \cdot \frac{\cancel{7}\cancel{b}}{\underset{2}{\cancel{10}}\,\cancel{a}\cancel{c}} = \frac{a}{2} + \frac{3a}{2} = \frac{4a}{2} = \underline{\underline{2a}}$$

3. c)

$$\frac{3x+4}{x-7} : \frac{5x+10}{x^2-5x-14} = \frac{3x+4}{x-7} : \frac{5(x+2)}{(x+2)(x-7)}$$

$$= \frac{3x+4}{x-7} : \frac{5}{x-7} = (3x+4) : 5$$

$$= \underline{\underline{\frac{3x+4}{5}}}$$

Aufnahmeprüfung 2021 Serie A2

3. a)

$$5 - \frac{2x-4}{7} = \frac{5\cdot 7}{7} - \frac{2x-4}{7} = \frac{35-(2x-4)}{7}$$

$$= \frac{35-2x+4}{7} = \underline{\underline{\frac{39-2x}{7}}}$$

3. b)

$$16a \cdot \frac{b^2}{8} + 9a : \frac{3}{b^2} = \frac{16a\cdot b^2}{8} + \frac{9a\cdot b^2}{3}$$

$$= ab^2\left(\frac{16}{8} + \frac{9}{3}\right) = ab^2(2+3) = \underline{\underline{5ab^2}}$$

3. c)

$$\frac{4x-12}{x^2-5x+6} : \frac{3x+1}{x-2} = \frac{4(\cancel{x-3})}{(\cancel{x-3})(\cancel{x-2})} \cdot \frac{\cancel{x-2}}{3x+1}$$

$$= \underline{\underline{\frac{4}{3x+1}}}$$

Aufnahmeprüfung 2020 Serie B2

3. a) $$\frac{5(x-4)}{4} - \frac{x+5}{6}$$

Gleichnamig Hauptnenner $= 12$

$$= \frac{15(x-4)}{12} - \frac{2(x+5)}{12} = \frac{15x-60-(2x+10)}{12}$$

$$= \frac{13x-70}{12}$$

3. b) $$\frac{8a^2}{2b} : \frac{a^2}{3b^2} - \frac{b}{5} = \frac{4a^2}{b} : \frac{a^2}{3b^2} - \frac{b}{5}$$

$$= \frac{4\cancel{a^2} \cdot 3b^{\cancel{2}}}{\cancel{b} \cdot \cancel{a^2}} - \frac{b}{5} = \frac{12b}{1} - \frac{b}{5}$$

$$= \frac{60b}{5} - \frac{b}{5} = \frac{59b}{5} \quad (= 11.8\,b)$$

3. c) $$\frac{x-5}{x^2+6x} \cdot \frac{x^2+7x+6}{x^2-25} = \frac{\cancel{x-5}}{x(\cancel{x+6})} \cdot \frac{(\cancel{x+6})(x+1)}{(x+5)(\cancel{x-5})}$$

$$= \frac{x+1}{x(x+5)}$$

Aufnahmeprüfung 2020 Serie B1

3\. a)

$$\frac{4b^2}{2a} : \frac{b^2}{3a^2} - \frac{a}{5}$$ = 3b) Serie B2 (2020)

3\. b)

$$\frac{3(x-2)}{4} - \frac{x+4}{6}$$ Gleichnamig (Hauptnenner = 12)

$$\frac{9(x-2)}{12} - \frac{2(x+4)}{12} = \frac{9x - 18 - 2(x+4)}{12}$$

$$= \frac{9x - 18 - 2x - 8}{12} = \underline{\underline{\frac{7x - 26}{12}}}$$

3\. c)

$$\frac{x-4}{x^2+5x} \cdot \frac{x^2+6x+5}{x^2-16} = \frac{\cancel{x-4}}{x\cancel{(x+5)}} \cdot \frac{(x+1)\cancel{(x+5)}}{(x+4)\cancel{(x-4)}}$$

$$= \underline{\underline{\frac{x+1}{x(x+4)}}}$$

Aufnahmeprüfung 2020 Serie A2

3. a) Vereinfachen Sie so weit wie möglich

$$\frac{7(x-1)}{9} - \frac{x+4}{6} = \frac{7(x-1)\cdot 2}{9\cdot 2} - \frac{(x+4)\cdot 3}{6\cdot 3}$$

$$= \frac{14(x-1)}{18} - \frac{3x+12}{18}$$

$$= \frac{(14x-14)-(3x+12)}{18}$$

$$= \frac{14x-14-3x-12}{18} = \underline{\underline{\frac{11x-26}{18}}}$$

$$= \frac{11x}{18} - \frac{26}{18} = \underline{\underline{\frac{11x}{18} - \frac{13}{9}}}$$

3.b) Vereinfachen Sie so weit wie möglich

$$\frac{19b}{3} - \frac{2a^2}{4b} : \frac{a^2}{6b^2} = \frac{19b}{3} - \frac{\cancel{a^2}}{2\cancel{b}} \cdot \frac{\cancel{6}^{3}\, b^{\cancel{2}}}{\cancel{a^2}} = \frac{19b}{3} - 3b = \frac{19b}{3} - \frac{9b}{3} = \underline{\underline{\frac{10b}{3}}}$$

3. c) Vereinfachen Sie so weit wie möglich

$$\frac{x^2-6x}{x^2+2x+1} \cdot \frac{x^2-1}{x-6}$$

Einzelbrüche faktorisieren

$$\frac{x(x-6)}{(x+1)(x+1)} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{x-6}$$

$$= \frac{x\cdot\cancel{(x-6)}\cdot\cancel{(x+1)}\cdot(x-1)}{(x+1)\cancel{(x+1)}\cancel{(x-6)}} = \underline{\underline{\frac{x(x-1)}{x+1}}}$$

Aufnahmeprüfung 2020 Serie A1

3. a) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich

$$\frac{17a}{3} - \frac{2b^2}{4a} : \frac{b^2}{6a^2}$$

$$= \frac{17a}{3} - \frac{\cancel{b^2}}{\cancel{2}\cancel{a}} \cdot \frac{3\,\cancel{6}a^{\cancel{2}}}{\cancel{b^2}} = \frac{17a}{3} - \frac{3a}{1}$$

$$= \frac{17a}{3} - \frac{9a}{3} = \underline{\underline{\frac{8a}{3}}}$$

3. b) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich

$$\frac{5(x-1)}{6} - \frac{x+3}{9} = \frac{5(x-1)\cdot 3}{6\cdot 3} - \frac{(x+3)\cdot 2}{9\cdot 2}$$

$$= \frac{15(x-1)}{18} - \frac{2x+6}{18}$$

$$= \frac{15(x-1)-(2x+6)}{18} = \frac{15x-15-2x-6}{18}$$

$$= \underline{\underline{\frac{13x-21}{18}}} = \frac{13x}{18} - \frac{21}{18} = \underline{\underline{\frac{13x}{18} - \frac{7}{6}}}$$

3. c) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich

$$\frac{x^2-3x}{x^2+2x+1} \cdot \frac{x^2-1}{x-3}$$

Einzelbrüche faktorisieren

$$\frac{x(x-3)}{(x+1)(x+1)} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{(x-3)} = \frac{x\cancel{(x-3)}\cdot\cancel{(x+1)}(x-1)}{\cancel{(x+1)}(x+1)\cancel{(x-3)}}$$

$$= \underline{\underline{\frac{x(x-1)}{x+1}}}$$

Aufnahmeprüfung 2019 Serie B2

3. a) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich

$$\frac{2x}{5} : \frac{4}{15} - \frac{7x}{6} \cdot \frac{3}{28}$$

erweitern mit 4

$$= \frac{\cancel{2}x}{\cancel{5}} \cdot \frac{\cancel{15}^{3}}{\cancel{4}_{2}} - \frac{\cancel{7}x \cdot \cancel{3}}{\cancel{6}_{2} \cdot \cancel{28}_{4}} = \frac{3x}{2} - \frac{x}{8} = \frac{12x}{8} - \frac{x}{8}$$

$$= \underline{\underline{\frac{11x}{8}}}$$

3. b) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich

$$\frac{3(x-y)^2}{x+y} \cdot \frac{6xy+6y^2}{x^2-2xy+y^2}$$

Einzelbrüche faktorisieren und anschließend kürzen

$$\frac{3\cancel{(x-y)}\cancel{(x-y)}}{\cancel{x+y}} \cdot \frac{6y\cancel{(x+y)}}{\cancel{(x-y)}\cancel{(x-y)}} = \frac{3 \cdot 6y}{1} = \underline{\underline{18y}}$$

Aufnahmeprüfung 2019 Serie B1

3. a)

Vereinfachen Sie die Terme und kürzen Sie die Resultate so weit wie möglich.

a) $\frac{5x}{2} : \frac{15}{4} - \frac{2x}{21} \cdot \frac{7}{6}$

$$\frac{5x}{2} : \frac{15}{4} - \frac{2x}{21} \cdot \frac{7}{6} = \frac{\cancel{5}x}{\cancel{2}} \cdot \frac{\overset{2}{\cancel{4}}}{\underset{3}{\cancel{15}}} - \frac{\cancel{2}x \cdot \cancel{7}}{\underset{3}{\cancel{21}} \cdot \underset{3}{\cancel{6}}} = \frac{2x}{3} - \frac{x}{9}$$

$$= \frac{2x \cdot 3}{3 \cdot 3} - \frac{x}{9} = \frac{6x}{9} - \frac{x}{9} = \underline{\underline{\frac{5x}{9}}}$$

3. b)

b) $\frac{4xy + 4y^2}{x^2 - 2xy + y^2} \cdot \frac{6(x-y)^2}{x+y}$

$$\frac{4xy + 4y^2}{x^2 - 2xy + y^2} \cdot \frac{6(x-y)(x-y)}{x+y}$$

Einzelbrüche faktorisieren

$$\frac{4y\cancel{(x+y)}}{\cancel{(x-y)}\cancel{(x-y)}} \cdot \frac{6\cancel{(x-y)}\cancel{(x-y)}}{\cancel{x+y}} = \underline{\underline{24y}}$$

Aufnahmeprüfung 2019 Serie A2

3. a) Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$\frac{2x}{3}\cdot\frac{9}{4}+\frac{3x}{2}:\frac{9}{16}$$

$$=\frac{\cancel{2}x\cdot\cancel{9}^{3}}{\cancel{3}\cdot\cancel{4}_{2}}+\frac{3x}{2}\cdot\frac{16}{9}=\frac{3x}{2}+\frac{\cancel{3}x\cdot 16}{2\cdot\cancel{9}_{3}}$$

$$=\frac{3x\cdot 3}{2\cdot 3}+\frac{16x}{2\cdot 3}=\frac{9x}{6}+\frac{16x}{6}=\underline{\underline{\frac{25x}{6}}}$$

3. b)

$$\frac{4x^2-4xy}{x^2+2xy+y^2}\cdot\frac{5(x+y)^2}{x-y}$$

Einzelbrüche faktorisieren

$$\frac{4x(x-y)}{(x+y)(x+y)}\cdot\frac{5(x+y)(x+y)}{(x-y)}$$

alles auf einen Bruchstrich schreiben

$$\frac{4\cdot x(x-y)\cdot 5\cdot(x+y)(x+y)}{(x+y)(x+y)(x-y)}$$

kürzen

$$\frac{4\cdot x\cancel{(x-y)}\cdot 5\cdot\cancel{(x+y)}\cancel{(x+y)}}{\cancel{(x+y)}\cancel{(x+y)}\cancel{(x-y)}}=\frac{4\cdot x\cdot 5}{1}=\underline{\underline{20x}}$$

Aufnahmeprüfung 2019 Serie A1

3. a) Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$\frac{3x}{2}\cdot\frac{4}{9}+\frac{2x}{3}:\frac{8}{9}=\frac{\cancel{3}x\cdot\cancel{4}^{2}}{\cancel{2}\cdot\cancel{9}_{3}}+\frac{2x}{3}\cdot\frac{9}{8}$$

$$=\frac{2x}{3}+\frac{\cancel{2}\cdot 9\cdot x}{3\cdot\cancel{8}_{4}}=\frac{2x\cdot 4}{3\cdot 4}+\frac{9x}{3\cdot 4}$$

$$=\frac{8x}{12}+\frac{9x}{12}=\underline{\underline{\frac{17x}{12}}}$$

3. b)

$$\frac{3(x+y)^2}{x-y}\cdot\frac{5x^2-5xy}{x^2+2xy+y^2}$$

Einzelbrüche faktorisieren

$$=\frac{3(x+y)(x+y)}{x-y}\cdot\frac{5x(x-y)}{(x+y)(x+y)}$$

kürzen:

$$=\frac{3\cancel{(x+y)}\cancel{(x+y)}}{\cancel{x-y}}\cdot\frac{5x\cancel{(x-y)}}{\cancel{(x+y)}\cancel{(x+y)}}=\frac{3\cdot 5x}{1}=\underline{\underline{15x}}$$

Aufnahmeprüfung 2018 Serie B2

1. a) Vereinfachen Sie so weit wie möglich

$$\frac{5x}{14} + \frac{14x}{4} \cdot \frac{1}{7} - \frac{x}{28} = \frac{5x \cdot 2}{14 \cdot 2} + \frac{14x}{4 \cdot 7} - \frac{x}{28}$$

$$= \frac{10x + 14x - x}{28} = \underline{\underline{\frac{23x}{28}}}$$

2.) Vereinfachen Sie so weit wie möglich

$$\frac{x^2 + 10x + 25}{x+5} + \frac{x^2 + 2x - 8}{x+4}$$

Einzelbrüche faktorisieren

$$\frac{(x+5)(x+5)}{x+5} + \frac{(x+4)(x-2)}{x+4}$$

Einzelbrüche kürzen

$$= x + 5 + x - 2 = \underline{\underline{2x + 3}}$$

Aufnahmeprüfung 2018 Serie B1

1. b) Vereinfachen Sie so weit wie möglich

$$\frac{5x}{12} + \frac{14x}{4} \cdot \frac{1}{6} - \frac{x}{24}$$

auf $\frac{1}{24}$ erweitern :

$$\frac{5x \cdot 2}{12 \cdot 2} + \frac{14x}{4 \cdot 6} - \frac{x}{24} = \frac{10x + 14x - x}{24} = \frac{23x}{24}$$

2.) Vereinfachen Sie so weit wie möglich

$$\frac{x^2 + 8x + 16}{x + 4} + \frac{x^2 - 3x - 4}{x + 1}$$

Einzelbrüche faktorisieren und wenn möglich kürzen:

$$= \frac{(x+4)(x+4)}{x+4} + \frac{(x+1)(x-4)}{x+1} = \frac{(x+4)\cancel{(x+4)}}{\cancel{x+4}} + \frac{\cancel{(x+1)}(x-4)}{\cancel{x+1}}$$

$$= x + 4 + x - 4 = 2x$$

Aufnahmeprüfung 2018 Serie A2

1. b) Vereinfachen Sie so weit wie möglich

$$\frac{3x}{4} + \frac{10x}{8} \cdot \frac{1}{2} - \frac{x}{16}$$

$$= \frac{3x \cdot 4}{4 \cdot 4} + \frac{10x}{8 \cdot 2} - \frac{x}{16} = \frac{12x + 10x - x}{16} = \underline{\underline{\frac{21x}{16}}}$$

2.) Vereinfachen Sie so weit wie möglich

$$\frac{x^2+4x+4}{x+2} + \frac{x^2+2x-15}{x-3}$$

$$= \frac{(x+2)(x+2)}{x+2} + \frac{(x-3)(x+5)}{x-3}$$

$$= \frac{(x+2)\cancel{(x+2)}}{\cancel{x+2}} + \frac{\cancel{(x-3)}(x+5)}{\cancel{x-3}} = x+2+x+5 = \underline{\underline{2x+7}}$$

Aufnahmeprüfung 2018 Serie A1

1. a) Vereinfachen Sie so weit wie möglich

$$\frac{2x}{9} + \underbrace{\frac{8x}{6} \cdot \frac{1}{3}} - \frac{x}{18}$$

gleichnamig:

$$\frac{2x \cdot 2}{9 \cdot 2} + \frac{8x}{6 \cdot 3} - \frac{x}{18} = \frac{4x + 8x - x}{18} = \underline{\underline{\frac{11x}{18}}}$$

2.) Vereinfachen Sie so weit wie möglich

$$\frac{x^2 + 6x + 9}{x + 3} + \frac{x^2 - 3x - 10}{x - 5}$$

Einzelbrüche faktorisieren und kürzen

$$\frac{(x+3)(x+3)}{x+3} + \frac{(x-5)(x+2)}{x-5} = \frac{\cancel{(x+3)}(x+3)}{\cancel{x+3}} + \frac{\cancel{(x-5)}(x+2)}{\cancel{x-5}}$$

$$= x + 3 + x + 2 = \underline{\underline{2x + 5}}$$

Aufnahmeprüfung 2017 Serie B2

1.) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich

$$\frac{b^2-8b+16}{b^2-7b+12} = \frac{(b-4)(b-4)}{(b-4)(b-3)} = \frac{\cancel{(b-4)}(b-4)}{\cancel{(b-4)}(b-3)} = \frac{b-4}{b-3}$$

2.) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich

$$\frac{5}{7x} : \frac{12}{\sqrt{49x^2}} + \frac{31x}{\sqrt{400x^2-(16x)^2}}$$

$$= \frac{5}{7x} : \frac{12}{7x} + \frac{31x}{\sqrt{400x^2-256x^2}}$$

$$\begin{array}{r} 400 \\ -256 \\ \hline 144 \end{array}$$

$$= \frac{5}{\cancel{7x}} \cdot \frac{\cancel{7x}}{12} + \frac{31x}{\sqrt{144x^2}}$$

$$= \frac{5}{12} + \frac{31x}{12x} = \frac{5\cdot x}{12\cdot x} + \frac{31x}{12x} = \frac{36x}{12x} = 3$$

Aufnahmeprüfung 2017 Serie B1

1.) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich

$$\frac{a^2-5a+6}{a^2-6a+9} = \frac{(a-3)(a-2)}{(a-3)(a-3)} = \underline{\underline{\frac{a-2}{a-3}}}$$

2.) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich

$$\frac{\sqrt{81x^2}}{3} : \frac{2x}{3} + \frac{\sqrt{169x^2-(12x)^2}}{2x}$$

$$= \underbrace{\frac{9x}{3} \cdot \frac{3}{2x}} + \frac{\sqrt{169x^2-144x^2}}{2x}$$

$$\begin{array}{r} 169 \\ -144 \\ \hline 25 \end{array}$$

$$= \frac{9\cdot\cancel{3}\cancel{x}}{\cancel{3}\cdot 2\cancel{x}} + \frac{\sqrt{25x^2}}{2x}$$

$$= \frac{9}{2} + \frac{5x}{2x} = \frac{9}{2} + \frac{5}{2} = \frac{14}{2} = \underline{\underline{7}}$$

Aufnahmeprüfung 2017 Serie A2

1.) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich

$$\frac{y^2+8y+16}{y^2-16} = \frac{(y+4)(y+4)}{(y-4)(y+4)} = \underline{\underline{\frac{y+4}{y-4}}}$$

2.) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich

$$\frac{19x}{\sqrt{(17x)^2-64x^2}} + \frac{\sqrt{121x^2}}{x^2} : \frac{15}{x}$$

$$= \frac{19x}{\sqrt{289x^2-64x^2}} + \frac{11x}{x^2} \cdot \frac{x}{15}$$

$$= \frac{19x}{\sqrt{225x^2}} + \frac{11x^2}{15x^2}$$

$$= \frac{19x}{15x} + \frac{11}{15}$$

$$= \frac{19}{15} + \frac{11}{15} = \frac{30}{15} = \underline{\underline{2}}$$

Aufnahmeprüfung 2017 Serie A1

1.) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich

$$\frac{x^2-25}{x^2+10x+25} = \frac{(x-5)(x+5)}{(x+5)(x+5)} = \underline{\underline{\frac{x-5}{x+5}}}$$

2.) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich

$$\frac{\sqrt{289x^2-(15x)^2}}{3x} + \frac{2x^2}{\sqrt{9x^2}} : \frac{x}{5}$$

$$= \frac{\sqrt{289x^2-225x^2}}{3x} + \frac{2x^2}{3x} \cdot \frac{5}{x}$$

$$= \frac{\sqrt{64x^2}}{3x} + \frac{10x^2}{3x^2}$$

$$= \frac{8x}{3x} + \frac{10}{3} = \frac{8}{3} + \frac{10}{3} = \frac{18}{3} = \underline{\underline{6}}$$

Aufnahmeprüfung 2016 Serie B2

1.) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich. Das Resultat darf keine Klammern enthalten

$$\frac{2(p-r)}{3a} \cdot \frac{6(r-p)}{24a} = \frac{\cancel{2}\cdot(p-r)\cdot\cancel{6}\cdot(r-p)}{3a \cdot \cancel{24}a}$$

$4 \quad 2$

$$= \frac{(p-r)\cdot(r-p)}{6a^2} = \frac{-p^2-2pr-r^2}{6a^2}$$

Die Musterlösung geht von einer anderen Aufgabenstellung aus:

$$\frac{2(p-r)\cdot 6\cdot(r+p)}{3\cdot a\cdot 24\cdot a} = \frac{\cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{3}(p-r)(r+p)}{\cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot 2\cdot\cancel{3}\cdot 3\cdot a^2} = \frac{p^2-r^2}{6a^2}$$

2.) Vereinfachen Sie den Trem so weit wie möglich.

$$\frac{\sqrt{(4a)^2+4a^2+4a\cdot 11a}}{21a} - \frac{3b}{\sqrt{(2b\cdot 3)^2+45b^2}}$$

$$= \frac{\sqrt{16a^2+4a^2+44a^2}}{21a} - \frac{3b}{\sqrt{4b^2\cdot 9+45b^2}}$$

$$= \frac{\sqrt{64a^2}}{21a} - \frac{3b}{\sqrt{36b^2+45b^2}} = \frac{8a}{21a} - \frac{3b}{\sqrt{81b^2}}$$

$$= \frac{8}{21} - \frac{3b}{9b} = \frac{8}{21} - \frac{3}{9} = \frac{8}{21} - \frac{1}{3} = \frac{8}{21} - \frac{7}{21}$$

$$= \frac{8-7}{21} = \frac{1}{21}$$

Aufnahmeprüfung 2016 Serie B1

1.) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich. Das Resultat darf keine Klammern enthalten

$$\frac{2(a+b)}{3b}\cdot\frac{3(b-a)}{4b} = \frac{\cancel{2}\cdot(b+a)\cdot\cancel{3}\cdot(b-a)}{\cancel{3}\cdot b\cdot\cancel{2}\cdot 2\cdot b}$$

$$= \frac{(b+a)(b-a)}{2b^2} = \underline{\underline{\frac{b^2-a^2}{2b^2}}} = \frac{b^2}{2b^2} - \frac{a^2}{2b^2} = \underline{\underline{\frac{1}{2} - \frac{a^2}{2b^2}}}$$

2.) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

$$\frac{\sqrt{(3c)^2 + 15c^2 + 5c\cdot 5c}}{21\,c} - \frac{d}{\sqrt{(10d)^2 + 21d^2}}$$

$$= \frac{\sqrt{9c^2 + 15c^2 + 25c^2}}{21\,c} - \frac{d}{\sqrt{100d^2 + 21d^2}}$$

$$= \frac{\sqrt{49c^2}}{21c} - \frac{d}{\sqrt{121d^2}} = \frac{7c}{21c} - \frac{d}{11d} = \frac{7}{21} - \frac{1}{11} = \frac{1}{3} - \frac{1}{11}$$

$$= \frac{11}{33} - \frac{3}{33} = \underline{\underline{\frac{8}{33}}}$$

Aufnahmeprüfung 2016 Serie A2

1.) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

$$\frac{3r^2}{-5p} : \frac{12r}{15p^2} = -\frac{3r^2}{5p} \cdot \frac{15p^2}{12r} = -\frac{3 \cdot r^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot p^2}{5 \cdot p \cdot 4 \cdot 3 \cdot r}$$

$$= -\frac{3 \cdot r^{\cancel{2}} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{5} \cdot p^{\cancel{2}}}{\cancel{5} \cdot \cancel{p} \cdot 4 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{r}} = -\frac{3rp}{4}$$

2.) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

$$\frac{1}{\sqrt{5a^2 + 22a \cdot 2a}} + \frac{1}{\sqrt{(8a)^2 - 39a^2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{5a^2 + 44a^2}} + \frac{1}{\sqrt{64a^2 - 39a^2}} = \frac{1}{\sqrt{49a^2}} + \frac{1}{\sqrt{25a^2}}$$

$$= \frac{1}{7a} + \frac{1}{5a} = \frac{1 \cdot 5}{7a \cdot 5} + \frac{1 \cdot 7}{5a \cdot 7} = \frac{5}{35a} + \frac{7}{35a} = \frac{12}{35a}$$

Aufnahmeprüfung 2016 Serie A1

1.) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

$$\frac{2a^2}{3b} : \frac{-4a}{9b^2} = -\frac{2a^2}{3b} : \frac{4a}{9b^2} = \frac{2a^2}{3b} \cdot \frac{9b^2}{4a} = -\frac{2 \cdot a^2 \cdot 3 \cdot 3b^2}{3 \cdot b \cdot 2 \cdot 2 \cdot a}$$

$$= -\frac{\cancel{2} \cdot a^{\cancel{2}} \cdot \cancel{3} \cdot 3b^{\cancel{2}}}{\cancel{3} \cdot \cancel{b} \cdot \cancel{2} \cdot 2 \cdot \cancel{a}} = -\frac{3ab}{2}$$

2.) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

$$\frac{1}{\sqrt{5b^2 + 10b \cdot 2b}} + \frac{1}{\sqrt{(10b)^2 - 19b^2}} = \frac{1}{\sqrt{5b^2 + 20 \cdot b^2}} + \frac{1}{\sqrt{100b^2 - 19b^2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{25b^2}} + \frac{1}{\sqrt{81b^2}} = \frac{1}{5b} + \frac{1}{9b} = \frac{1 \cdot 9}{5b \cdot 9} + \frac{1 \cdot 5}{9b \cdot 5}$$

$$= \frac{9}{45b} + \frac{5}{45b} = \frac{14}{45b}$$

Aufnahmeprüfung 2015 Serie B2

1.) Vereinfachen Sie den Term und schreiben Sie das Resultat als Bruchterm.

$$\frac{4f+e}{8} - \frac{f-e}{2} = \frac{4f+e}{8} - \frac{(f-e)\cdot 4}{2\cdot 4}$$

$$= \frac{4f+e}{8} - \frac{4f-4e}{8} = \frac{(4f+e)-(4f-4e)}{8}$$

$$= \frac{4f+e-4f+4e}{8} = \underline{\underline{\frac{5e}{8}}}$$

2.) Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$\frac{\sqrt{(5y)^2+3y\cdot 8y}}{2} - \frac{\sqrt{5y^2-y^2}}{8} = \frac{\sqrt{25y^2+24y^2}}{2} - \frac{\sqrt{4y^2}}{8}$$

$$= \frac{\sqrt{49y^2}}{2} - \frac{2y}{8} = \frac{7y}{2} - \frac{y}{4} = \frac{14y}{4} - \frac{y}{4} = \frac{14y-y}{4} = \underline{\underline{\frac{13y}{4}}}$$

Aufnahmeprüfung 2015 Serie B1

1.) Vereinfachen Sie den Term und schreiben Sie das Resultat als Bruchterm.

$$\frac{4c+3e}{9} - \frac{c+e}{3} = \frac{4c+3e}{9} - \frac{(c+e)\cdot 3}{3\cdot 3}$$

$$= \frac{(4c+3e)-3(c+e)}{9} = \frac{4c+3e-3c-3e}{9} = \underline{\underline{\frac{c}{9}}}$$

2.) Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$\frac{\sqrt{(8x)^2+3x\cdot 12x}}{4} - \frac{\sqrt{15x^2+x^2}}{3} = \frac{\sqrt{64x^2+36x^2}}{4} - \frac{\sqrt{16x^2}}{3}$$

$$= \frac{\sqrt{100x^2}}{4} - \frac{4x}{3} = \frac{10x}{4} - \frac{4x}{3} = \frac{5x}{2} - \frac{4x}{3}$$

$$= \frac{5x\cdot 3}{2\cdot 3} - \frac{4x\cdot 2}{3\cdot 2} = \frac{15x}{6} - \frac{8x}{6} = \underline{\underline{\frac{7x}{6}}}$$

Aufnahmeprüfung 2015 Serie A2

1.) Vereinfachen Sie den Term und schreiben Sie das Resultat als Bruchterm.

$$\frac{7b}{9} - \left(\frac{5b}{6} - \frac{b}{3}\right) = \frac{7b}{3\cdot 3} - \frac{5b}{2\cdot 3} + \frac{b}{3}$$

$$= \frac{7b\cdot 2}{3\cdot 3\cdot 2} - \frac{5b\cdot 3}{2\cdot 3\cdot 3} + \frac{b\cdot 2\cdot 3}{3\cdot 2\cdot 3}$$

$$= \frac{14b}{18} - \frac{15b}{18} + \frac{6b}{18} = \frac{14b - 15b + 6b}{18} = \frac{5b}{18}$$

2.) Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$\frac{\sqrt{(12b)^2 - 63b^2}}{4ab} : \frac{\sqrt{35b^2 + b^2}}{2a}$$

$$= \frac{\sqrt{144b^2 - 63b^2}}{4ab} : \frac{\sqrt{36b^2}}{2a} = \frac{\sqrt{81b^2}}{4ab} : \frac{6b}{2a}$$

$$= \frac{9b}{4ab} \cdot \frac{2a}{6b} = \frac{3\cdot 3\cdot b\cdot 2\cdot a}{2\cdot 2\cdot a\cdot b\cdot 2\cdot 3\cdot b}$$

$$= \frac{\cancel{3}\cdot 3\cdot \cancel{b}\cdot \cancel{2}\cdot \cancel{a}}{\cancel{2}\cdot 2\cdot \cancel{a}\cdot \cancel{b}\cdot 2\cdot \cancel{3}\cdot b} = \frac{3}{4b}$$

Aufnahmeprüfung 2015 Serie A1

1.) Vereinfachen Sie den Term und schreiben Sie das Resultat als Bruchterm.

$$\frac{5a}{12} - \left(\frac{7a}{8} + \frac{a}{4}\right) = \frac{5a}{3\cdot 4} - \frac{7a}{2\cdot 4} - \frac{a}{4}$$

$$= \frac{5a\cdot 2}{3\cdot 4\cdot 2} - \frac{7a\cdot 3}{2\cdot 4\cdot 3} - \frac{a\cdot 2\cdot 3}{4\cdot 2\cdot 3}$$

$$= \frac{10a}{24} - \frac{21a}{24} - \frac{6a}{24} = \underline{\underline{\frac{-17a}{24}}}$$

2.) Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$\frac{\sqrt{(13a)^2 - 25a^2}}{6ab} : \frac{\sqrt{10a^2 - a^2}}{2b} = \frac{\sqrt{169a^2 - 25a^2}}{6\cdot a\cdot b} : \frac{\sqrt{9a^2}}{2\cdot b}$$

$$= \frac{\sqrt{144a^2}}{6\cdot a\cdot b} : \frac{3a}{2\cdot b} = \frac{12a}{6ab} : \frac{3a}{2b}$$

$$= \frac{\cancel{12}^{\,2}\,\cancel{a}}{\cancel{6}\,\cancel{a}b} : \frac{3a}{2b} = \frac{2}{b} : \frac{3a}{2b} = \frac{2}{b}\cdot\frac{2b}{3a} = \frac{2\cdot 2b}{b\cdot 3a}$$

$$= \frac{2\cdot 2\cancel{b}}{\cancel{b}\cdot 3a} = \underline{\underline{\frac{4}{3a}}}$$

II Übungsaufgaben

1. Berechnen Sie die Termwerte und vereinfachen Sie so weit wie möglich.

1. a)

$$T(x) := \frac{x^2 - 6x}{x-4}$$

$$T(-2) = \frac{(-2)^2 - 6\cdot(-2)}{(-2)-4} = \frac{4+12}{-6} = \frac{16}{-6} = -\frac{2\cdot 8}{2\cdot 3} = \frac{-8}{3}$$

1. b)

$$T(x) := \frac{7x - a}{x^2 - 25}$$

$$T(-5) = \frac{7\cdot(-5) - a}{(-5)^2 - 25} = \frac{-35-a}{25-25} = \frac{-35-a}{0} \notin \mathbb{R}$$

wir dürfen in $\mathbb{R}$ nicht durch Null teilen.

1. c)

$$T(x) := \frac{5x(a-x)(x+3)(x-4)}{25(a-x)(x+3)(x+6)}$$

$$T(3) = \frac{\cancel{5}x\cancel{(a-x)}\cancel{(x+3)}(x-4)}{\cancel{5}\cdot 5\cancel{(a-x)}\cancel{(x+3)}(x+6)} = \frac{x(x-4)}{5(x+6)} \overset{x=3}{=} \frac{3((3)-4)}{5((3)+6)}$$

$$= \frac{3\cdot(-1)}{5\cdot 9} = \frac{-\cancel{3}\cdot 1}{5\cdot 3\cdot \cancel{3}} = \frac{-1}{5\cdot 3} = \frac{-1}{15}$$

Sonderfälle: T ist nicht definiert für $a = x$, $x = -3$ oder $x = -6$

$T(3)$ ist also für $a = 3$ nicht definiert.

2. Kürzen: Welche Brüche sind im Zähler und Nenner bereits faktorisiert? Kreuzen Sie an:
(Alle folgenden Brüche sind nicht kürzbar.)

2. a)	$\frac{7+x}{8+x}$	☐	f	$\frac{\text{Summe}}{\text{Summe}}$
2. b)	$\frac{24(7+x)}{(8+x)\cdot 13}$	☒	✓	$\frac{\text{Produkt}}{\text{Produkt}}$
2. c)	$\frac{7x}{7+x}$	☐	f	$\frac{\text{Produkt}}{\text{Summe}}$
2. d)	$\frac{a(-1)\sqrt{x+3}}{x+3\cdot 4b}$	☐	f	$\frac{\text{Produkt}}{\text{Summe}}$
2. e)	$\frac{x^2+1}{x-1}$	☐	f	$\frac{\text{Summe}}{\text{Differenz}}$
2. f)	$\frac{2x-3b}{3b\cdot(2x)}$	☐	f	$\frac{\text{Differenz}}{\text{Produkt}}$
2. g)	$\frac{6(4-x)}{7(x+5)^2}$	☒	✓	$\frac{\text{Produkt}}{\text{Produkt}}$
2. h)	$\frac{x^2(a-c)}{x^2\cdot a-c}$	☐	f	$\frac{\text{Produkt}}{\text{Differenz}}$
2. i)	$\frac{b\cdot\sqrt{a}\,(a^2-3)}{a^2\sqrt{b}\,(a-4)^2}$	☒	✓	$\frac{\text{Produkt}}{\text{Produkt}}$
2. j)	$\frac{8(x-4)}{-x-4}$	☐	f	$\frac{\text{Produkt}}{\text{Differenz}}$
2. k)	$\frac{8(x-4)}{(-1)(x+4)}$	☒	✓	$\frac{\text{Produkt}}{\text{Produkt}}$

3. Kürzen Sie so weit wie möglich. Faktorisieren Sie, wenn nötig.
Vor dem Kürzen müssen im Zähler sowie im Nenner je ein Produkt stehen!

3. a) $$\frac{7ab}{14b} = \frac{7\cdot a\cdot b}{2\cdot 7\cdot b} = \frac{\cancel{7}\cdot a\cdot \cancel{b}}{2\cdot \cancel{7}\cdot \cancel{b}} = \frac{a}{2}$$

3. b) $$\frac{3ab^2}{9a^2b^4} = \frac{3\cdot a\cdot b\cdot b}{3\cdot 3\cdot a\cdot a\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b} = \frac{\cancel{3}\cdot \cancel{a}\cdot \cancel{b}\cdot \cancel{b}\cdot 1}{\cancel{3}\cdot 3\cdot \cancel{a}\cdot a\cdot \cancel{b}\cdot \cancel{b}\cdot b\cdot b} = \frac{1}{3ab^2}$$

3. c) $$\frac{-35r^3s^6}{-42r^4s^2} = \frac{(-1)\,5\cdot 7\cdot r\cdot r\cdot r\cdot s\cdot s\cdot s\cdot s\cdot s\cdot s}{(-1)\,2\cdot 3\cdot 7\cdot r\cdot r\cdot r\cdot r\cdot s\cdot s}$$

$$= \frac{\cancel{(-1)}\,5\cdot \cancel{7}\cdot \cancel{r}\cdot \cancel{r}\cdot \cancel{r}\cdot \cancel{s}\cdot \cancel{s}\cdot s\cdot s\cdot s\cdot s}{\cancel{(-1)}\,2\cdot 3\cdot \cancel{7}\cdot \cancel{r}\cdot \cancel{r}\cdot \cancel{r}\cdot r\cdot \cancel{s}\cdot \cancel{s}} = \frac{5\cdot s^4}{6\cdot r}$$

3. d) $$\frac{ax+ay}{bx+by} = \frac{a(x+y)}{b(x+y)} = \frac{a\cdot\cancel{(x+y)}}{b\cdot\cancel{(x+y)}} = \frac{a}{b}$$

3. e) $$\frac{192rss-48st}{180rss-48st} = \frac{12s(16rs-4t)}{12s(15rs-4t)} = \frac{16rs-4t}{15rs-4t}$$

3. f) $$\frac{(3-x)(8.4+y)}{(8.4-x)(3-x)} = \frac{\cancel{(3-x)}\cdot(8.4+y)}{\cancel{(3-x)}\cdot(8.4-x)} = \frac{8.4+y}{8.4-x}$$

3. g) $$\frac{7e-7f}{e^2-f^2} = \frac{7\cdot(e-f)}{(e+f)(e-f)} = \frac{7\cdot\cancel{(e-f)}}{(e+f)\cdot\cancel{(e-f)}} = \frac{7}{e+f}$$

3. h) $$\frac{a^2+2ab+b^2}{a^2-b^2} = \frac{(a+b)(a+b)}{(a+b)(a-b)} = \frac{\cancel{(a+b)}(a+b)}{\cancel{(a+b)}(a-b)} = \frac{a+b}{a-b}$$

3. i) $$\frac{xy+2x-y-2}{xy-x-y+1} = \frac{x(y+2)-1\cdot(y+2)}{x(y-1)-1\cdot(y-1)} = \frac{(x-1)(y+2)}{(x-1)(y-1)} = \frac{y+2}{y-1}$$

3. j) $$\frac{x^2+x-6}{x^2-x-12} = \frac{(x+3)(x-2)}{(x+3)(x-4)} = \frac{\cancel{(x+3)}(x-2)}{\cancel{(x+3)}(x-4)} = \frac{x-2}{x-4}$$

3. k) $$\frac{a^4-5a^3}{a^4-a^3-20a^2} = \frac{a^3(a-5)}{a^2(a^2-a-20)} = \frac{a^3\cdot(a-5)}{a^2(a-5)(a+4)}$$

$$= \frac{\cancel{a}\cdot\cancel{a}\cdot a\,\cancel{(a-5)}}{\cancel{a}\cdot\cancel{a}\,\cancel{(a-5)}(a+4)} = \frac{a}{a+4}$$

3. l) $$\frac{x^2-xy-6y^2}{x^2-2xy-8y^2} = \frac{(x+2y)(x-3y)}{(x+2y)(x-4y)} = \frac{\cancel{(x+2y)}(x-3y)}{\cancel{(x+2y)}(x-4y)} = \frac{x-3y}{x-4y}$$

3. m) $$\frac{ab-ac}{c-b} = \frac{a(b-c)}{(c-b)} = \frac{a\cdot(b-c)}{(-1)\cdot(b-c)} = \frac{a\cancel{(b-c)}}{-1\cdot\cancel{(b-c)}} = \frac{a}{-1} = -a$$

3. n) $$\frac{x^3-x^2}{1-x^2} = \frac{x^2(x-1)}{\underbrace{(1-x)}_{(-1)(x-1)}(1+x)} = \frac{x^2(x-1)}{(-1)\cdot(x-1)\cdot(1+x)}$$

$$= \frac{x^2\cdot\cancel{(x-1)}}{(-1)\cdot\cancel{(x-1)}\cdot(1+x)} = \frac{x^2}{-(1+x)} = \frac{-x^2}{1+x}$$

3. o) $$\frac{ab-2cd}{2abcd} = \frac{ab-2cd}{2\cdot a\cdot b\cdot c\cdot d}$$ Zähler und Nenner sind bereits vollständig faktorisiert.

3. p) challenge

$$\frac{(a+4)^2-(b-1)^2}{a+13-(b+8)} = \frac{(a+4+b-1)(a+4-(b-1))}{a+13-b-8}$$

$$= \frac{(a+b+3)(a-b+5)}{(a-b+5)}$$

$$= \frac{(a+b+3)\cdot\cancel{(a-b+5)}}{1\cdot\cancel{(a-b+5)}} = a+b+3$$

3. q)

$$\frac{49\varepsilon^2 - 4(\varepsilon+2)^2}{45\varepsilon^2 - 16(\varepsilon+1)} \qquad A = 7\varepsilon \qquad B = 2(\varepsilon+2)$$

$$= \frac{A^2 - B^2}{45\varepsilon^2 - 16\varepsilon - 16} = \frac{(A+B)(A-B)}{(9\varepsilon+4)(5\varepsilon-4)}$$

← 3. Binomische F.

← Zweiklammer-Ansatz

$$= \frac{(7\varepsilon + 2(\varepsilon+2))(7\varepsilon - 2(\varepsilon+2))}{(9\varepsilon+4)(5\varepsilon-4)} = \frac{(7\varepsilon+2\varepsilon+4)(7\varepsilon-2\varepsilon-4)}{(9\varepsilon+4)(5\varepsilon-4)}$$

$$= \frac{(9\varepsilon+4)(5\varepsilon-4)}{(9\varepsilon+4)(5\varepsilon-4)} = \underline{\underline{1}}$$

4. Erweitern Sie den Bruch auf den vorgegebenen Nenner.

4. a)

Bruch $\frac{7x-4}{ab}$ Nenner $a^2 b^3$

$$\frac{(7x-4)\cdot a\cdot b\cdot b}{a\cdot b\cdot a\cdot b\cdot b} = \frac{(7x-4)\,ab^2}{a^2\,b^3}$$

4. b)

Bruch $\frac{x+2}{x-2}$ Nenner x^2-4x+4

Nenner $x^2-4x+4 = (x-2)(x-2)$

$$\Longrightarrow \frac{(x+2)\cdot(x-2)}{(x-2)\,(x-2)} = \frac{x^2-4}{(x-2)^2}$$

5. Erweitern Sie mit (-1).

5. a)

$$\frac{1-b}{-b-3} = \frac{(-1)\cdot(1-b)}{(-1)\cdot(-b-3)} = \frac{b-1}{b+3}$$

5. b)

$$\frac{-5(-a+1)}{-s} = \frac{\overbrace{(-1)\cdot(-5)}^{5}\cdot(-a+1)}{(-1)\cdot(-s)} = \frac{5(-a+1)}{s}$$

6. a)

$\frac{7a}{33}$ und $\frac{2b}{44}$

$\downarrow$ $\downarrow$

$\frac{7 \cdot a}{3 \cdot 11}$ $\frac{\cancel{2} \cdot b}{\cancel{2} \cdot 2 \cdot 11}$ $\rightarrow$ Hauptnenner $3 \cdot 11 \cdot 2 = 66$

$\frac{7 \cdot a \cdot 2}{3 \cdot 11 \cdot 2}$ $\frac{b \cdot 3}{2 \cdot 11 \cdot 3}$

$\underline{\underline{\frac{14a}{66}}}$ und $\underline{\underline{\frac{3b}{66}}}$

6. b)

$\frac{3}{a+1}$ und $\frac{4}{2a-4}$

kürzen : $2a-4 = 2(a-2)$

$\frac{3}{a+1}$ und $\frac{2}{a-2}$ $\rightarrow$ Hauptnenner $(a+1) \cdot (a-2)$

$\underline{\underline{\frac{3 \cdot (a-2)}{(a+1)(a-2)}}}$ und $\underline{\underline{\frac{2(a+1)}{(a-2)(a+1)}}}$

ausmultipliziert:

$\underline{\underline{\frac{3a-6}{a^2-a-2}}}$ und $\underline{\underline{\frac{2a+2}{a^2-a-2}}}$

Addition/Subtraktion

7. Addieren bzw. subtrahieren Sie die folgenden Bruchterme

7. a)

$$\frac{7}{3} - \frac{3}{4} = \frac{7\cdot 4}{3\cdot 4} - \frac{3\cdot 3}{4\cdot 3} = \frac{7\cdot 4 - 3\cdot 3}{4\cdot 3} = \frac{28-9}{12} = \underline{\underline{\frac{19}{12}}}$$

7. b)

$$\frac{1}{4} + \frac{a}{3} = \frac{1\cdot 3}{4\cdot 3} + \frac{a\cdot 4}{3\cdot 4} = \frac{3+4a}{3\cdot 4} = \underline{\underline{\frac{3+4a}{12}}}$$

7. c)

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{12} + \frac{x}{5} \qquad \text{Hauptnenner} = 60$$

$$= \frac{1\cdot 20}{3\cdot 20} - \frac{1\cdot 5}{12\cdot 5} + \frac{x\cdot 12}{5\cdot 12}$$

$$= \frac{20-5+12x}{5\cdot 12} = \frac{15+12x}{60} = \frac{3(5+4x)}{3\cdot 20} = \underline{\underline{\frac{5+4x}{20}}}$$

7. d)

kürzen

$$\frac{7x}{33} - \frac{12}{22} + \frac{2a}{55a} = \frac{7x}{3\cdot 11} - \frac{6}{11} + \frac{2}{5\cdot 11} =$$

$$= \frac{7x\cdot 5}{3\cdot 11\cdot 5} - \frac{6\cdot 3\cdot 5}{11\cdot 3\cdot 5} + \frac{2\cdot 3}{5\cdot 11\cdot 3}$$

$$= \frac{(7x\cdot 5) - (6\cdot 3\cdot 5) + (2\cdot 3)}{3\cdot 5\cdot 11} = \frac{35x - 90 + 6}{165} = \underline{\underline{\frac{35x-84}{165}}}$$

7. e)

$$\frac{a+2b}{a} - \frac{a-2b}{a} = \frac{(a+2b)-(a-2b)}{a} = \frac{a+2b-a+2b}{a} = \underline{\underline{\frac{4b}{a}}}$$

7. f)

$$\frac{4x}{5} + \frac{9x}{13} = \overbrace{\left(\frac{4}{5} + \frac{9}{13}\right)}^{\frac{97}{65}\ (TR)}\cdot x = \underline{\underline{\frac{97}{65}\cdot x}}$$

7. g)

$$\frac{5a}{b^2} - \frac{-a}{2b} = \frac{5a\cdot 2}{b^2\cdot 2} - \frac{-a\cdot b}{2b\cdot b} = \frac{5\cdot 2\cdot a - (-a)\cdot b}{2b^2}$$

$$= \underline{\underline{\frac{10a+ab}{2b^2}}}$$

7. h)

$$7 - \frac{2a-3}{3} = \frac{7\cdot 3}{3} - \frac{2a-3}{3} = \frac{(7\cdot 3) - (2a-3)}{3}$$

$$= \frac{21-2a+3}{3} = \frac{24-2a}{3}$$

7. i)

$$x+2-\frac{3x+x^2}{x} = x+2-\frac{x(3+x)}{x}$$

$$= x+2-\frac{\cancel{x}(3+x)}{1\cdot\cancel{x}}$$

$$= x+2-(3+x) = x+2-3-x = -1$$

7. j)

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b-a} = \frac{1\cdot(b-a)}{a\cdot(b-a)} - \frac{1\cdot a}{(b-a)\cdot a}$$

$$= \frac{b-a \quad - a}{a(b-a)} = \frac{b-2a}{a(b-a)}$$

7. k)

$$\frac{a}{x}+\frac{b}{y}+\frac{c}{z}=\frac{a}{x}+\frac{b}{y}+\frac{c}{z}$$

$$=\frac{a\cdot y\cdot z}{x\cdot y\cdot z}+\frac{b\cdot x\cdot z}{y\cdot x\cdot z}+\frac{c\cdot x\cdot y}{z\cdot x\cdot y}$$

$$=\underline{\underline{\frac{axy+bxz+cxy}{xyz}}}$$

7. l)

$$\frac{a}{5x-6}-\frac{b-2a}{12-10x}=\frac{2a}{2(5x-6)}-\frac{2a-b}{2(5x-6)}$$

$$=\frac{2a-2a+b}{2(5x-6)}=\underline{\underline{\frac{b}{2(5x-6)}}}$$

7. m)

$$x-\frac{x^3-5}{x^2-5}=\frac{x\cdot(x^2-5)}{x^2-5}-\frac{x^3-5}{x^2-5}$$

$$=\frac{(x^3-5x)-(x^3-5)}{x^2-5}$$

$$=\frac{x^3-5x-x^3+5}{x^2-5}=\frac{-5x+5}{x^2-5}$$

$$=\underline{\underline{\frac{5(-x+1)}{x^2-5}}}$$

7. n)

$$\frac{a+3b}{a^2+6ab+9b^2} - \frac{a-b}{5a+15b}$$

≙ MTA S. 51 Aufg. 24. a)

$$= \frac{a+3b}{(a+3b)(a+3b)} - \frac{a-b}{5(a+3b)}$$

$$= \frac{1\cdot\cancel{(a+3b)}}{(a+3b)\cancel{(a+3b)}} - \frac{a-b}{5(a+3b)}$$

$$= \frac{1\cdot 5}{(a+3b)\cdot 5} - \frac{a-b}{5(a+3b)}$$

$$= \frac{5-(a-b)}{5(a+3b)} = \underline{\underline{\frac{5-a+b}{5(a+3b)}}}$$

---

7. o)

$$\frac{m^2}{m-1} + \frac{6m^2}{12m} = \frac{m^2}{m-1} + \frac{6\cdot m\cdot m}{2\cdot 6\cdot m}$$

$$= \frac{m^2}{m-1} + \frac{\cancel{6}\cdot\cancel{m}\cdot m}{2\cdot\cancel{6}\cdot\cancel{m}}$$

$$= \frac{m^2\cdot 2}{(m-1)\cdot 2} + \frac{m\cdot(m-1)}{2\cdot(m-1)}$$

$$= \frac{2m^2+m(m-1)}{2(m-1)} = \frac{2m^2+m^2-m}{2(m-1)}$$

$$= \frac{3m^2-m}{2(m-1)} = \underline{\underline{\frac{m(3m-1)}{2(m-1)}}}$$

7. p)

$$\frac{5}{x} - \frac{3}{10} - \frac{x}{15} = \frac{5 \cdot 60}{x \cdot 60} - \frac{3 \cdot 6x}{10 \cdot 6x} - \frac{x \cdot 4x}{15 \cdot 4x}$$

$$= \frac{300}{60x} - \frac{18x}{60x} - \frac{4x^2}{60x}$$

$$= \frac{300 - 18x - 4x^2}{60x}$$

$$= \frac{2(150 - 9x - 2x^2)}{2 \cdot 30x}$$

$$= \underline{\underline{\frac{150 - 9x - 2x^2}{30x}}}$$

7. q)

$$\frac{a+6}{a^2+5a-14} + \frac{3-a}{a^2-4a+4}$$

$$= \frac{a+6}{(a-2)(a+7)} + \frac{3-a}{(a-2)(a-2)} =$$

$$= \frac{(a+6)(a-2)}{(a-2)(a+7)(a-2)} + \frac{(3-a)\cdot(a+7)}{(a-2)(a-2)\cdot(a+7)}$$

$$= \frac{(a+6)(a-2) + (3-a)(a+7)}{(a-2)^2(a+7)}$$

$$= \frac{\cancel{a^2} + \cancel{4a} - 12 + \cancel{3a} + 21 - \cancel{a^2} - \cancel{7a}}{\text{HN}}$$

$$= \underline{\underline{\frac{9}{(a-2)^2(a+7)}}}$$

7. r)

$$\frac{2e-f}{12e^2+16ef} - \frac{1.5}{9e+12f} = \frac{2e-f}{4e(3e+4f)} - \frac{1.5}{3(3e+4f)}$$

$$= \frac{2e-f}{4e(3e+4f)} - \frac{\cancel{1.5}}{\cancel{3}_{2}(3e+4f)}$$

$$= \frac{2e-f}{4e(3e+4f)} - \frac{1}{2(3e+4f)}$$

$$= \frac{2e-f}{4e(3e+4f)} - \frac{1 \cdot 2}{2(3e+4f) \cdot 2}$$

$$= \frac{2e-f}{4e(3e+4f)} - \frac{2}{4(3e+4f)}$$

$$= \frac{2e-f\ -2}{4(3e+4f)}$$

---

7. s)

$$\frac{\alpha}{2\alpha-3\beta} + \frac{\beta}{3\beta-2\alpha} - \frac{\alpha\beta}{4\alpha^2-9\beta^2}$$

Einzelbrüche faktorisieren

$$\frac{\alpha}{2\alpha-3\beta} + \frac{\beta}{3\beta-2\alpha} - \frac{\alpha\beta}{(2\alpha-3\beta)(2\alpha+3\beta)}$$

Gleichnamig
HN $=(2\alpha-3\beta)(2\alpha+3\beta)$
$-$HN $=(3\beta-2\alpha)(2\alpha+3\beta)$

$$\frac{\alpha(2\alpha+3\beta)}{HN} + \frac{\beta(2\alpha+3\beta)}{-HN} - \frac{\alpha\beta}{HN}$$

$$= \frac{\alpha(2\alpha+3\beta)}{HN} - \frac{\beta(2\alpha+3\beta)}{HN} - \frac{\alpha\beta}{HN} = \frac{2\alpha^2+3\alpha\beta-\beta(2\alpha+3\beta)-\alpha\beta}{HN}$$

$$= \frac{2\alpha^2+3\alpha\beta-2\alpha\beta-3\beta^2-\alpha\beta}{HN} = \frac{2\alpha^2-3\beta^2}{HN}$$

$$= \frac{2\alpha^2-3\beta^2}{(2\alpha-3\beta)(2\alpha+3\beta)}$$

Multiplikation

8. Multiplizieren Sie die Bruchterme

8. a)

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c-a}{a^2} = \frac{a(c-a)}{b \cdot a^2} = \frac{\cancel{a} \cdot (c-d)}{b \cdot a \cdot \cancel{a}} = \underline{\underline{\frac{c-d}{ab}}}$$

8. b)

$$m \cdot \frac{n}{-m} = \frac{m}{1} \cdot \frac{n}{-m} = \frac{m \cdot n}{-m} = \frac{m \cdot n}{(-1) \cdot m} = \frac{n}{-1} = \underline{\underline{-n}}$$

8. c)

$$\frac{x-3}{6x^3 - 18x^2} \cdot (-3x^2) = \frac{(x-3) \cdot (-3x^2)}{6x^2(x-3) \cdot 1}$$

$$= \frac{\cancel{(x-3)} \cdot (-1) \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{x^2}}{2 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{x^2}\,\cancel{(x-3)} \cdot 1}$$

$$= \frac{-1}{2} = \underline{\underline{-\frac{1}{2}}}$$

8. d)

$$(a-b) \cdot \frac{2a}{(b-a)} = \frac{(a-b) \cdot 2 \cdot a}{(b-a)} = \frac{(-1) \cdot \cancel{(b-a)} \cdot 2 \cdot a}{\cancel{(b-a)} \cdot 1}$$

$$= (-1) \cdot 2 \cdot a = \underline{\underline{-2a}}$$

8. e)

$$\frac{-xy}{4x-4y} \cdot (16y - 16x) = \frac{-x \cdot y \cdot (16y - 16x)}{4x - 4y}$$

$$= \frac{-x \cdot y \cdot 16 \cdot (y-x)}{4(x-y)}$$

$$= \frac{-x \cdot y \cdot 16 \cdot (-1)(x-y)}{4 \cdot (x-y)}$$

$$= \frac{-x \cdot y \cdot \cancel{4} \cdot 4 \cdot (-1)\cancel{(x-y)}}{\cancel{4} \cdot \cancel{(x-y)}}$$

$$= -x \cdot y \cdot 4 \cdot (-1) = \underline{\underline{4xy}}$$

8. f)

$$\frac{3x-3y}{2z} \cdot \frac{4z^2+2z}{2x^2-2y^2} = \frac{3\cdot(x-y)}{2\cdot z} \cdot \frac{2z(2z+1)}{2(x^2-y^2)}$$

$$= \frac{3\cdot(x-y)\cdot 2\cdot z(2z+1)}{2\cdot z\cdot 2\cdot(x^2-y^2)}$$

$$= \frac{3\cdot(x-y)\cdot 2\cdot z(2z+1)}{2\cdot z\cdot 2\cdot(x+y)(x-y)}$$

$$= \frac{3\cdot\cancel{(x-y)}\cdot \cancel{2}\cdot \cancel{z}(2z+1)}{\cancel{2}\cdot \cancel{z}\cdot 2\cdot(x+y)\cancel{(x-y)}}$$

$$= \frac{3\cdot(2z+1)}{2\cdot(x+y)}$$

Division

9. Dividieren Sie durch Brüche

9. a)

$$6 : \frac{2}{x} = 6 \cdot \frac{x}{2} = \frac{6x}{2} = \underline{\underline{3x}}$$

9. b)

$$m^2 : \frac{4}{m} = m^2 \cdot \frac{m}{4} = \frac{m^2 \cdot m}{4} = \underline{\underline{\frac{m^3}{4}}}$$

9. c)

$$\frac{27x^2y^3}{5z^2} : 81x^3y^4 = \frac{27x^2y^3}{5 \cdot z^2 \cdot 81 \cdot x^3y^4}$$

$$= \frac{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y \cdot y}{5 \cdot z^2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot x \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y y y}$$

$$= \frac{\cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{x} \cdot \cancel{x} \cdot \cancel{y} \cdot \cancel{y} \cdot \cancel{y}}{5 \cdot z^2 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot 3 \cdot \cancel{x} \cdot \cancel{x} \cdot x \cdot \cancel{y} \cdot \cancel{y} \cancel{y} y} = \underline{\underline{\frac{1}{5xyz^2}}}$$

9. d)

$$\frac{-a}{-b} : \frac{-b}{c} = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{-b} = \frac{a \cdot c}{-b^2} = \underline{\underline{-\frac{ac}{b^2}}}$$

9. e)

$$\frac{a^2 + 2ab}{4a^2 - 4ab + b^2} : \frac{3ab + 6b^2}{2a^2 - 2a - ab + b}$$

$$= \frac{a(a+2b)}{(2a-b)(2a-b)} : \frac{3b(a+2b)}{\underbrace{2a(a-1) - b(a-1)}_{(2a-b)(a-1)}}$$

$$= \frac{a(a+2b)}{(2a-b)(2a-b)} \cdot \frac{(2a-b)(a-1)}{3 \cdot b(a+2b)}$$

$$= \frac{a\cancel{(a+2b)} \cdot \cancel{(2a-b)}(a-1)}{(2a-b)\cancel{(2a-b)} \cdot 3 \cdot b \cdot \cancel{(a+2b)}} = \underline{\underline{\frac{a(a-1)}{3b(2a-b)}}}$$

Doppelbrüche

10. Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

10. a) $\dfrac{\frac{a}{2b}}{\frac{2a}{3b}} = \dfrac{a}{2b} : \dfrac{2a}{3b} = \dfrac{a}{2b} \cdot \dfrac{3b}{2a} = \dfrac{3 \cdot a \cdot b}{4 \cdot a \cdot b} = \underline{\underline{\dfrac{3}{4}}}$

10. b) $\dfrac{1}{\frac{1}{f} + \frac{1}{g}} = 1 : \left(\dfrac{1}{f} + \dfrac{1}{g}\right) = 1 : \left(\dfrac{g}{fg} + \dfrac{f}{fg}\right)$

$= 1 : \left(\dfrac{g+f}{fg}\right) = 1 \cdot \dfrac{fg}{g+f} = \underline{\underline{\dfrac{fg}{g+f}}}$

10. c) $\dfrac{1}{1 - \frac{1}{a}} = 1 : \left(1 - \dfrac{1}{a}\right) = 1 : \left(\dfrac{a}{a} - \dfrac{1}{a}\right)$

$= 1 : \left(\dfrac{a-1}{a}\right) = 1 \cdot \dfrac{a}{a-1} = \underline{\underline{\dfrac{a}{a-1}}}$

10. d) $\dfrac{x + \frac{1}{2}}{x - \frac{1}{2}} = \left(x + \dfrac{1}{2}\right) : \left(x - \dfrac{1}{2}\right)$

$= \left(\dfrac{2x}{2} + \dfrac{1}{2}\right) : \left(\dfrac{2x}{2} - \dfrac{1}{2}\right)$

$= \dfrac{2x+1}{2} : \dfrac{2x-1}{2} = \dfrac{2x+1}{\cancel{2}} \cdot \dfrac{\cancel{2}}{2x-1}$

$= \underline{\underline{\dfrac{2x+1}{2x-1}}}$

alternativer Lösungsweg: $\dfrac{x + \frac{1}{2}}{x - \frac{1}{2}} = \dfrac{2 \cdot \left(x + \frac{1}{2}\right)}{2 \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right)} = \underline{\underline{\dfrac{2x+1}{2x-1}}}$

Gemischte Aufgaben

11. Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

11. a)

$$2xy\left(\frac{x}{2y}-\frac{y}{2x}\right)$$

$$= 2xy\cdot\left(\frac{x\cdot x}{2y\cdot x}-\frac{y\cdot y}{2x\cdot y}\right)$$

$$= 2xy\cdot\left(\frac{x^2-y^2}{2xy}\right) = \frac{2xy\cdot(x^2-y^2)}{2xy}$$

$$= \underline{\underline{x^2-y^2}} = \underline{\underline{(x+y)(x-y)}}$$

11. b)

$$\left(\frac{1}{a}+\frac{a}{b}\right):\frac{7}{ab} = \left(\frac{b}{ab}+\frac{a^2}{ab}\right)\cdot\frac{ab}{7} = \frac{b+a^2}{ab}\cdot\frac{ab}{7}$$

$$= \frac{(b+a^2)\cdot\cancel{ab}}{\cancel{ab}\cdot 7} = \underline{\underline{\frac{b+a^2}{7}}}$$

III a) alte GESO Abschlussprüfungen

2023 Serie 1

Aufgabe 1

Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$\frac{2a+4}{a^2-3a-10} : \frac{6a}{3a-15}$$

$$\underbrace{\frac{2(a+2)}{(a-5)(a+2)}}_{\boxed{1P}} : \underbrace{\frac{6a}{3(a-5)}}_{\boxed{0.5P}} =$$

$$\frac{2(a+2)}{(a-5)(a+2)} \cdot \frac{3(a-5)}{6a} =$$

$$\underline{\underline{\frac{1}{a}}} \quad \boxed{1.5P}$$

Aufgabe 1

Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$\left(\frac{a}{a+b}+\frac{b}{a-b}\right):\frac{a^2+b^2}{a}$$

$$\left(\frac{a}{a+b}+\frac{b}{a-b}\right):\frac{a^2+b^2}{a}$$

$$\left(\frac{a(a-b)}{(a+b)(a-b)}+\frac{b(a+b)}{(a+b)(a-b)}\right):\frac{a^2+b^2}{a}$$

$$\left(\frac{a(a-b)+b(a+b)}{(a+b)(a-b)}\right):\frac{a^2+b^2}{a}$$

$$\left(\frac{a^2-ab+ab+b^2}{(a+b)(a-b)}\right):\frac{a^2+b^2}{a}$$

(:) bei Brüchen 2. Bruch umkehren & multiplizieren

$$\frac{a^2+b^2}{(a+b)(a-b)}\cdot\frac{a}{a^2+b^2}$$

$$\frac{\cancel{a^2}+\cancel{b^2}\cdot a}{(a+b)(a-b)\cdot\cancel{a^2}+\cancel{b^2}}$$ ← kürzen

$$=\frac{a}{(a+b)(a-b)}$$

Aufgabe 1

Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$\left(\frac{-x^2-3}{x^2-1}+\frac{x-3}{x+1}\right)\cdot\frac{x+1}{x}$$

$$\left(\frac{-x^2-3}{(x-1)(x+1)}+\frac{x-3}{(x+1)}\right)\cdot\frac{x+1}{x}$$ | Faktorisieren mit binomischer Formel

$$\frac{-x^2-3+(x-1)\cdot(x-3)}{(x-1)(x+1)}\cdot\frac{x+1}{x}$$ | Brüche addieren gemeinsamer Nenner $(x-1)(x+1)$

$$\frac{-x^2-3+(x-1)\cdot(x-3)}{(x-1)(x+1)}\cdot\frac{x+1}{x}$$ | Klammern ausmultiplizieren

$$\frac{-x^2-3+x^2-3x-x+3}{(x-1)(x+1)}\cdot\frac{x+1}{x}$$

$$\frac{-x^2-3+x^2-3x-x+3}{(x-1)(x+1)}\cdot\frac{x+1}{x}$$ | Zähler zusammenrechnen

$$\frac{-4\cancel{x}}{(x-1)\cancel{(x+1)}}\cdot\frac{\cancel{x+1}}{\cancel{x}}$$ | Kürzen

$$-\frac{4}{x-1}$$

2018 Serie 4

Aufgabe 1

Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$\left(\frac{y}{x}-\frac{x}{y}\right):\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{y}\right)$$

Aufgabe 1

$$\left(\frac{y}{x}-\frac{x}{y}\right):\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{y}\right)=\underset{\boxed{1P}}{\frac{y^2-x^2}{xy}}:\underset{\boxed{1P}}{\frac{y-x}{xy}}=\underset{\boxed{0.5P}}{\frac{y^2-x^2}{xy}\cdot\frac{xy}{y-x}}=\underset{\boxed{0.5P}}{\frac{(y-x)(y+x)}{xy}}\cdot\frac{xy}{y-x}$$

$$=\frac{(y-x)(y+x)}{\cancel{xy}}\cdot\frac{\cancel{xy}}{y-x}=\frac{\cancel{(y-x)}(y+x)}{\cancel{(y-x)}}=\underline{\underline{y+x}}$$

2018 Serie 3

Aufgabe 1

Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$\frac{6-3a}{b}:\frac{6a-12}{-a}$$

$$\frac{6-3a}{b}:\frac{6a-12}{-a}=\underset{\boxed{0.5P}}{\frac{3(2-a)}{b}}:\underset{\boxed{0.5P}}{\frac{6(a-2)}{-a}}=$$

$$\frac{3(2-a)}{b}\cdot\frac{-a}{6(a-2)}\quad\boxed{1P}\quad=$$

$$\frac{3(2-a)}{b}\cdot\frac{a}{6(2-a)}\quad\boxed{1P}\quad=$$

$$=\frac{3\cancel{(2-a)}}{b}\cdot\frac{a}{6\cancel{(2-a)}}=\underline{\underline{\frac{a}{2b}}}\quad\boxed{1P}$$

2018 Serie 2

Aufgabe 1

Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right):\left(\frac{b-a}{a}\right)$$

$$=\frac{a-b}{ab}:\frac{b-a}{a}$$

$$=\frac{a-b}{ab}\cdot\frac{a}{b-a}$$

$$=\frac{(-1)\cdot(b-a)}{a\cdot b}\cdot\frac{a}{b-a}$$

$$=\frac{(-1)\cdot\cancel{(b-a)}}{\cancel{a}\cdot b}\cdot\frac{\cancel{a}}{\cancel{b-a}}$$

$$=\underline{\underline{\frac{-1}{b}}}$$

2018 Serie 1

Aufgabe 1

Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$\left(1-\frac{x}{2y}\right):\frac{4y^2-x^2}{4y^2}$$

$$\frac{2y-x}{2y}\cdot\frac{4y^2}{4y^2-x^2} \quad \Big|\ \text{TU}$$

$$\frac{2y-x}{2y}\cdot\frac{4y^2}{(2y-x)(2y+x)}=\frac{2y}{2y+x}\ /\!/$$

Aufgabe 1

Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$\frac{1}{5}\left(a-\frac{b^2}{a}\right):\frac{a+b}{a}$$

$$\frac{1}{5}\underbrace{\left(\frac{a}{1}-\frac{b^2}{a}\right)}_{\frac{a^2-b^2}{a}}:\frac{a+b}{a}$$

→ gemeinsamer HN

$$\underbrace{\frac{1}{5}\left(\frac{a^2-b^2}{a}\right)}:\frac{a+b}{a}$$

$$\frac{a^2-b^2}{5a}:\frac{a+b}{a}$$ → Kehrwert & bin. Formel beachten

$$\frac{(a+b)(a-b)}{5\cdot a}\cdot\frac{a}{(a+b)}$$ → ein Bruchstrich

$$\Rightarrow \frac{\cancel{(a+b)}(a-b)\cdot\cancel{a}}{5\cdot\cancel{a}\,\cancel{(a+b)}}$$ → kürzen

$$\Rightarrow \frac{a-b}{5}$$

Aufgabe 2

Fassen Sie zusammen und schreiben Sie das Resultat möglichst einfach:

a)

$$\frac{1.5x}{12-3x}-\frac{2.5x}{x-4}$$

3 P

1. Aus Dezimalzahl ein Bruch machen

$$\frac{\frac{3x}{2}}{12-3x}-\frac{\frac{5x}{2}}{x-2}$$

2. Den Bruch :2 rechnen

$$\frac{3x}{2(12-3x)}-\frac{5x}{2(x-4)}$$

3. 3 ausklammern

$$\frac{\cancel{3}x}{2\cdot\cancel{3}(4-3x)}-\frac{5x}{2(x-4)}$$

4. −1 ausklammern

$$-\frac{x}{2(x-4)}-\frac{5x}{2(x-4)}$$

5. Zusammen schreiben

$$\frac{-\cancel{6}\,3}{\cancel{2}(x-4)}$$

6. kürzen

$$\frac{-3x}{x-4}$$

13. Bruchterme umformen

a) $\dfrac{st-3t^2}{s^2-st}+\dfrac{3s^2-3st-st+t^2}{s^2-2st+t^2}$

$$\frac{st-3t^2}{s^2-st}+\frac{3s^2-3st-st+t^2}{s^2-2st+t^2}$$

$$=\frac{st-3t^2}{s(s-t)}+\frac{(3s-t)(s-t)}{(s-t)^2}=\frac{st-3t^2}{s(s-t)}+\frac{(3s-t)}{(s-t)}$$

$$=\frac{st-3t^2}{s(s-t)}+\frac{s(3s-t)}{s(s-t)}=\frac{3(s^2-t^2)}{s(s-t)}=\frac{3(s-t)(s+t)}{s(s-t)}$$

$$=\underline{\frac{3(s+t)}{s}}$$

b) $\dfrac{\dfrac{a^2-16c^2}{8a^2}}{\dfrac{a-4c}{4a}}$

$$\frac{\dfrac{a^2-16c^2}{8a^2}}{\dfrac{a-4c}{4a}} = \frac{a^2-16c^2}{8a^2} : \frac{a-4c}{4a} = \frac{a^2-16c^2}{8a^2} \cdot \frac{4a}{a-4c}$$

$$= \frac{(a-4c)(a+4c)}{8a^2} \cdot \frac{4a}{a-4c} = \underline{\frac{(a+4c)}{2a}}$$

c) $\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{b^2}\right)\cdot\left(\frac{a}{a+b}+\frac{b}{a-b}\right)$

c)

$$\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{b^2}\right)\cdot\left(\frac{a}{a+b}+\frac{b}{a-b}\right)=\frac{b^2-a^2}{a^2b^2}\cdot\frac{a(a-b)+b(a+b)}{a^2-b^2}$$

$$=\frac{(-1)(a^2-b^2)}{a^2b^2}\cdot\frac{a(a-b)+b(a+b)}{a^2-b^2}=\frac{(-1)\big(a(a-b)+b(a+b)\big)}{a^2b^2}=$$

$$\frac{-(a^2+b^2)}{a^2b^2}=\cancel{\frac{b^2-a^2}{a^2b^2}}\quad\underline{\underline{-\frac{a^2+b^2}{a^2b^2}}}$$

d) $\left(\frac{a+4}{a} - \frac{b+4}{b}\right) : \frac{a-b}{a}$

$$\left(\frac{a+4}{a} - \frac{b+4}{b}\right) : \frac{a-b}{a} = \frac{ab+4b-ab-4a}{ab} \cdot \frac{a}{a-b} = \frac{4(b-a)a}{ab(a-b)}$$

$$= \frac{4(-1)(a-b)}{b(a-b)} = \underline{\frac{-4}{b}}$$

III b) alte TALS Abschlussprüfungen

2023 Serie 1 Teil 1

1. a) Vereinfachen Sie so weit wie möglich: $\frac{a^2-9}{a^2-4a-21}$

$$\frac{(a+3)(a-3)}{(a+3)(a-7)}=\underline{\underline{\frac{a-3}{a-7}}}$$

b) Vereinfachen Sie so weit wie möglich: $\frac{a}{2a-2}-\frac{a+1}{3a-3}$

$$\frac{a}{2(a-1)}-\frac{a+1}{3(a-1)}=\frac{3a-2a-2}{6(a-1)}=\underline{\underline{\frac{a-2}{6(a-1)}=\frac{a-2}{6a-6}}}$$

9. Geben Sie den einen richtigen Pfad an. $x, y \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, \quad x \neq y$

$$T_1 \Rightarrow T\_\_ \Rightarrow T\_\_ \Rightarrow T\_\_$$

$$T_1 = \frac{\frac{x-y}{x} - \frac{y-x}{y}}{\frac{x-2y}{y} + \frac{y}{x}}$$

- $T_2 = \left(\frac{x-y}{x} - \frac{y-x}{y}\right) \cdot \left(\frac{y}{x-2y} + \frac{x}{y}\right)$
  - $T_4 = \frac{xy - y^2 - xy + x^2}{xy} \cdot \frac{y^2 + x^2 - 2xy}{y(x-2y)}$
    - $T_8 = \frac{x^4 - y^4 - 2}{y(x-2y)}$
    - $T_9 = \frac{(x+y)(x-y)^3}{xy^2(x-2y)}$
  - $T_5 = \frac{xy - y^2 - xy - x^2}{xy} \cdot \frac{y^2 + x^2 - 2xy}{y(x-2y)}$
    - $T_{10} = \frac{-(x^2+y^2)(x-y)^2}{xy^2(x-2y)}$
    - $T_{11} = \frac{-x^4 - y^4 - 2}{y(x-2y)}$
- $T_3 = \frac{\frac{xy-y^2}{xy} - \frac{xy-x^2}{xy}}{\frac{x^2-2xy}{xy} + \frac{y^2}{xy}}$
  - $T_6 = \frac{xy - y^2 - xy - x^2}{xy} \cdot \frac{xy}{x^2 - 2xy + y^2}$
    - $T_{12} = \frac{-x-y}{x-y}$
    - $T_{13} = \frac{-y^2 - x^2}{(x-y)^2}$
  - $T_7 = \frac{xy - y^2 - xy + x^2}{xy} \cdot \frac{xy}{x^2 - 2xy + y^2}$
    - $T_{14} = \frac{x+y}{x-y}$
    - $T_{15} = \frac{1}{2xy}$

Korrekter Pfad: $\underline{T_1 \Rightarrow T_3 \Rightarrow T_7 \Rightarrow T_{14}}$

Weitere korrekte Zwischenschritte: $T_2 \Rightarrow T_4$ $\quad$ $T_4 \Rightarrow T_9$

$T_5 \Rightarrow T_{10}$ $\quad$ $T_6 \Rightarrow T_{13}$

2022 Serie 1 Teil 1

1. a) Vereinfachen Sie so weit wie möglich: $\frac{a+b}{2a+2}-\frac{a-b}{3a+3}$

$$\frac{a+b}{2a+2}-\frac{a-b}{3a+3}=\frac{a+b}{2(a+1)}-\frac{a-b}{3(a+1)}=\frac{3(a+b)-2(a-b)}{6(a+1)}=\underline{\underline{\frac{a+5b}{6(a+1)}}}$$

2021 Serie 3 Teil 1

1. a) Vereinfachen Sie so weit wie möglich: $\frac{a^2+2a-15}{45-15a}$

$$\frac{a^2+2a-15}{45-15a}=\frac{(a-3)(a+5)}{15(3-a)}=\frac{(a-3)(a+5)}{-15(a-3)}=\underline{\underline{\frac{a+5}{-15}}}=\underline{\underline{-\frac{a+5}{15}}}=\underline{\underline{\frac{-a-5}{15}}}$$

5. Vereinfachen Sie so weit wie möglich: $\dfrac{\dfrac{4a+8}{12+4a}-\dfrac{a^2+1}{a^2+6a+9}}{\dfrac{a+1}{a+3}}$

$$\frac{\dfrac{4a+8}{12+4a}-\dfrac{a^2+1}{a^2+6a+9}}{\dfrac{(a+1)}{(a+3)}}=\frac{\dfrac{\cancel{4}(a+2)}{\cancel{4}(3+a)}-\dfrac{a^2+1}{(a+3)^2}}{\dfrac{(a+1)}{(a+3)}}$$

$$=\frac{\dfrac{(a+2)(a+3)-a^2-1}{(a+3)^2}}{\dfrac{(a+1)}{(a+3)}}=\frac{\dfrac{a^2+5a+6-a^2-1}{(a+3)^2}}{\dfrac{(a+1)}{(a+3)}}$$

$$=\frac{\dfrac{5a+5}{(a+3)^2}}{\dfrac{(a+1)}{(a+3)}}=\frac{\dfrac{5(a+1)}{(a+3)^2}}{\dfrac{(a+1)}{(a+3)}}=\frac{5(a+1)}{(a+3)^2}\,\frac{(a+3)}{(a+1)}=\underline{\underline{\frac{5}{a+3}}}$$

Alternative: nach Faktorisieren: «Erweiterungsmethode»

$$=\frac{\left(\dfrac{(a+2)}{(3+a)}-\dfrac{(a^2+1)}{(a+3)^2}\right)\cdot(a+3)^2}{\left(\dfrac{(a+1)}{(a+3)}\right)\cdot(a+3)^2}=\frac{(a+2)(a+3)-(a^2+1)}{(a+1)\cdot(a+3)}$$

$$=\frac{a^2+5a+6-a^2-1}{(a+1)(a+3)}=\frac{5a+5}{(a+1)(a+3)}=\underline{\underline{\frac{5}{a+3}}}$$

5. Vereinfachen Sie so weit wie möglich: $\frac{y}{1+y}+5\cdot\frac{y^2+5y}{5y^2-5}+\frac{2y+1}{1-y}$

$$\frac{y}{1+y}+\cancel{5}\cdot\frac{y^2+5y}{\cancel{5}\left(y^2-1\right)}+\frac{2y+1}{1-y}$$

$$=\frac{y}{1+y}+\frac{y^2+5y}{(y+1)(y-1)}+\frac{2y+1}{1-y}$$

$$=\frac{y}{y+1}+\frac{y^2+5y}{(y+1)(y-1)}-\frac{2y+1}{y-1}$$

$$=\frac{y(y-1)+y^2+5y-(2y+1)(y+1)}{(y+1)(y-1)}$$

$$=\frac{y^2-y+y^2+5y-2y^2-3y-1}{(y+1)(y-1)}$$

$$=\frac{\cancel{y-1}}{(y+1)\cancel{(y-1)}}$$

$$=\underline{\underline{\frac{1}{y+1}}}$$

1. a) Vereinfachen Sie so weit wie möglich: $\dfrac{9a^3 - a}{1 + 3a}$

a) $\dfrac{9a^3 - a}{1+3a} = \dfrac{a(3a-1)\cancel{(3a+1)}}{\cancel{1+3a}} = \underline{\underline{a(3a-1)}} = \underline{\underline{3a^2 - a}}$

5. Vereinfachen Sie so weit wie möglich: $\dfrac{5+x}{(x+7)(x-5)}+\dfrac{3x+35}{10-2x}\cdot\dfrac{2}{x(7+x)}$

$$\frac{5+x}{(x+7)(x-5)}+\frac{3x+35}{x(5-x)(x+7)}=\frac{5+x}{(x+7)(x-5)}-\frac{3x+35}{x(x-5)(x+7)}$$

$$=\frac{x^2+2x-35}{x(x+7)(x-5)}=\frac{(x+7)(x-5)}{x(x+7)(x-5)}\quad\underline{\underline{=\frac{1}{x}}}$$

1.

b) Vereinfachen Sie so weit wie möglich: $\dfrac{-m^2+2mn-n^2}{3n-3m}$

b) $\dfrac{-(m-n)^{\cancel{2}}}{-3\,\cancel{(m-n)}} = \dfrac{m-n}{3}$

1.

b) Vereinfachen Sie so weit wie möglich $\frac{m}{2(n-m)} + \frac{m+0.5n}{3(m-n)}$.

$$\frac{m}{2(n-m)} + \frac{m+0.5n}{3(m-n)} = \frac{m}{2(n-m)} - \frac{m+0.5n}{3(n-m)} = \frac{3m-2m-n}{6(n-m)} = \frac{m-n}{6(n-m)} = \underline{\underline{-\frac{1}{6}}}$$

5. Vereinfachen Sie so weit wie möglich $\dfrac{-\dfrac{n}{3p}-\dfrac{2n-3p}{6n}}{\dfrac{2n-p}{6p}-\dfrac{p^2-n^2}{2pn+2n^2}}$.

$$\frac{-\frac{n}{3p}-\frac{2n-3p}{6n}}{\frac{2n-p}{6p}-\frac{p^2-n^2}{2pn+2n^2}}=\frac{-\frac{n}{3p}-\frac{2n-3p}{6n}}{\frac{2n-p}{6p}-\frac{(p-n)\cancel{(p+n)}}{2n\cancel{(p+n)}}}=\frac{-\frac{n}{3p}-\frac{2n-3p}{6n}}{\frac{2n-p}{6p}-\frac{(p-n)}{2n}}$$

$$=\frac{\frac{-2n^2-2pn+3p^2}{6pn}}{\frac{2n^2-pn-3p^2+3pn}{6pn}}=\frac{-\frac{2n^2+2pn-3p^2}{6pn}}{\frac{2n^2+2pn-3p^2}{6pn}}=\underline{\underline{-1}}$$

5. Vereinfachen Sie so weit wie möglich: $\frac{x}{x+2}-\frac{x}{2-x}-\frac{x^2-3x+10}{x^2-4}$

$$\frac{x}{x+2}-\frac{x}{2-x}-\frac{x^2-3x+10}{x^2-4}=\frac{x}{x+2}+\frac{x}{x-2}-\frac{x^2-3x+10}{x^2-4}$$

$$=\frac{x(x-2)+x(x+2)-\left(x^2-3x+10\right)}{(x+2)(x-2)}=\frac{x^2-2x+x^2+2x-x^2+3x-10}{(x+2)(x-2)}$$

$$=\frac{x^2+3x-10}{(x+2)(x-2)}=\frac{(x+5)(x-2)}{(x+2)(x-2)}=\underline{\underline{\frac{x+5}{x+2}}}$$

1. Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$\frac{\frac{2a}{a-3}-\frac{a}{a+4}}{\frac{a+11}{a^2+a-12}}$$

$$\frac{\frac{2a}{a-3}-\frac{a}{a+4}}{\frac{a+11}{a^2+a-12}} = \frac{\frac{2a(a+4)-a(a-3)}{(a-3)(a+4)}}{\frac{a+11}{(a-3)(a+4)}} = \frac{2a^2+8a-a^2+3a}{a+11}$$

$$= \frac{a^2+11a}{a+11} = \frac{a(a+11)}{a+11} = \underline{\underline{a}}$$

2. Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$\frac{\left(\frac{1}{a+b}-\frac{1}{a}\right)\cdot\left(\frac{b}{a}+b\right)\cdot\left(a^2-b^2\right)}{\frac{a^2-ab+b^2}{a^2}-1}$$

$$\frac{\left(\frac{1}{a+b}-\frac{1}{a}\right)\cdot\left(\frac{b}{a}+b\right)\cdot\left(a^2-b^2\right)}{\frac{a^2-ab+b^2}{a^2}-1} = \frac{\frac{a-(a+b)}{a(a+b)}\cdot\frac{b+ab}{a}\cdot\left(a^2-b^2\right)}{\frac{a^2-ab+b^2-a^2}{a^2}}$$

$$= \frac{(a-a-b)(b+ab)\,\cancel{(a+b)}\,(a-b)\cdot\cancel{a^2}}{\cancel{a}\,\cancel{(a+b)}\,\cancel{a}\left(a^2-ab+b^2-a^2\right)} = \frac{\cancel{-b}\,(ab+b)\,\cancel{(a-b)}}{\cancel{-b}\,\cancel{(a-b)}} = \underline{\underline{ab+b=b(a+1)}}$$

1. Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$\frac{4p}{4p^2-1}-\frac{\frac{2}{p}}{2-\frac{1}{p}}+\frac{p+3}{2p^2+5p-3}$$

$$\frac{4p}{4p^2-1}-\frac{\frac{2}{p}}{2-\frac{1}{p}}+\frac{p+3}{2p^2+5p-3}$$

$$=\frac{4p}{4p^2-1}-\frac{2\cdot\cancel{p}}{\cancel{p}\,(2p-1)}+\frac{\cancel{p+3}}{(2p-1)\,\cancel{(p+3)}}$$

$$=\frac{4p}{(2p-1)(2p+1)}-\frac{2}{2p-1}+\frac{1}{2p-1}=\frac{4p}{(2p-1)(2p+1)}-\frac{1}{2p-1}$$

$$=\frac{4p-(2p+1)}{(2p-1)(2p+1)}=\frac{\cancel{2p-1}}{\cancel{(2p-1)}\,(2p+1)}=\underline{\underline{\frac{1}{2p+1}}}$$

2. Vereinfachen Sie so weit wie möglich: $\dfrac{1-6x-x^2}{\dfrac{x}{x-3}-\dfrac{1-7x}{x^2-4x+3}}$

$$\frac{1-6x-x^2}{\dfrac{x}{x-3}-\dfrac{1-7x}{x^2-4x+3}} = \frac{1-6x-x^2}{\dfrac{x(x-1)-1+7x}{(x-3)(x-1)}} = \frac{\left(1-6x-x^2\right)(x-3)(x-1)}{\left(x^2+6x-1\right)}$$

$$= \underline{\underline{(3-x)(x-1)}} = \underline{\underline{(x-3)(1-x)}}$$

$$= -\underline{\underline{(x-3)(x-1)}} = -\underline{\underline{(3-x)(1-x)}} = \underline{\underline{-x^2+4x-3}}$$

TALS Strukturaufgaben

1. n) Vereinfachen Sie so weit wie möglich: $\frac{9a^2-16b^2}{4b-3a}$

$$-(3a+4b)=-3a-4b$$

1.

o) Vereinfachen Sie so weit wie möglich: $\dfrac{r^2 - 8r + 7}{r^2 - 2r + 1}$

$$\frac{r^2 - 8r + 7}{r^2 - 2r + 1} = \frac{(r-1)(r-7)}{(r-1)^2} = \frac{r-7}{r-1}$$

1.

q) Vereinfachen Sie so weit wie möglich: $\frac{a}{a^2-ab}-\frac{b}{a^2-b^2}$

$$\frac{\cancel{a}}{\cancel{a}(a-b)}-\frac{b}{a^2-b^2}=\frac{a+b-b}{(a+b)(a-b)}=\frac{a}{(a+b)(a-b)}$$

Typ 1 **9.** Vereinfachen Sie so weit wie möglich: $\dfrac{1-6x-x^2}{\dfrac{x}{x-3}-\dfrac{1-7x}{x^2-4x+3}}$

$$\frac{1-6x-x^2}{\dfrac{x}{x-3}-\dfrac{1-7x}{x^2-4x+3}} = \frac{1-6x-x^2}{\dfrac{x(x-1)-1+7x}{(x-3)(x-1)}} = \frac{\left(1-6x-x^2\right)(x-3)(x-1)}{\left(x^2+6x-1\right)}$$

$$= \underline{\underline{(3-x)(x-1)}} = \underline{\underline{(x-3)(1-x)}}$$

$$= -\underline{\underline{(x-3)(x-1)}} = -\underline{\underline{(3-x)(1-x)}} = \underline{\underline{-x^2+4x-3}}$$

Typ 1 **10.** Vereinfachen Sie so weit wie möglich: $\dfrac{\dfrac{x+1}{x^2-1}+\dfrac{x}{x-1}}{\dfrac{x+x^2}{x^2-2x+1}}$

$$\frac{\dfrac{x+1}{x^2-1}+\dfrac{x}{x-1}}{\dfrac{x+x^2}{x^2-2x+1}} = \frac{\dfrac{x+1}{(x+1)(x-1)}+\dfrac{x}{x-1}}{\dfrac{x(1+x)}{(x-1)^2}} = \frac{\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{x}{x-1}}{\dfrac{x(1+x)}{(x-1)^2}}$$

$$= \frac{\dfrac{1+x}{x-1}}{\dfrac{x(1+x)}{(x-1)^2}} = \frac{1+x}{x-1}\cdot\frac{(x-1)^2}{x(1+x)} = \underline{\underline{\frac{x-1}{x}}}$$

Typ 1 **11.** Vereinfachen Sie so weit wie möglich: $\frac{5x+25}{x^3-25x}-\frac{1}{x-5}$

$$\frac{5x+25}{x^3-25x}-\frac{1}{x-5}=\frac{5x+25}{x\left(x^2-25\right)}-\frac{1}{x-5}$$

$$=\frac{5x+25}{x(x+5)(x-5)}-\frac{1}{x-5}=\frac{5x+25-\left(x^2+5x\right)}{x(x+5)(x-5)}$$

$$=\frac{5x+25-x^2-5x}{x(x+5)(x-5)}=\frac{25-x^2}{x(x+5)(x-5)}=\underline{\underline{-\frac{1}{x}}}$$

Typ 1 **12.** Vereinfachen Sie so weit wie möglich: $\dfrac{\left(\dfrac{1-5a}{a^2-5a+4}+\dfrac{a}{4-a}\right)\cdot\left(1-\dfrac{4}{a}\right)}{\dfrac{1}{1-a^2}-\dfrac{1}{4a}}$

12.

$$\frac{\left(\dfrac{1-5a}{a^2-5a+4}+\dfrac{a}{4-a}\right)\cdot\left(1-\dfrac{4}{a}\right)}{\dfrac{1}{1-a^2}-\dfrac{1}{4a}}=\frac{\left(\dfrac{1-5a}{(a-4)\,(a-1)}-\dfrac{a}{a-4}\right)\cdot\dfrac{a-4}{a}}{\dfrac{4a-1+a^2}{(1-a)\,(1+a)\cdot 4a}}$$

$$=\frac{\dfrac{1-5a-a(a-1)}{(a-4)\,(a-1)}\cdot\dfrac{a-4}{a}}{\dfrac{a^2+4a-1}{(1-a)\,(1+a)\cdot 4a}}$$

$$=\frac{\overbrace{\cancel{\left(-a^2-4a+1\right)}}^{-1}\ \cancel{(a-4)}\ \overbrace{\cancel{(1-a)}}^{-1}\ (1+a)\cdot 4\cancel{a}}{\cancel{(a-4)}\ \cancel{(a-1)}\cdot\cancel{a}\cdot\cancel{\left(a^2+4a-1\right)}}=\underline{\underline{4(a+1)}}$$

Typ 1 **12.1** Geben Sie den einen richtigen Pfad an. $x \in \mathbb{R} \setminus \{0; -2; -5; -7\}$

$$T_1 = \frac{x}{x+2} - \frac{4x+4}{x+5} \cdot \frac{x}{4x}$$

$$T_2 = \frac{x(x+5) - (x+2)(4x+4)}{(x+2)(x+5)} \cdot \frac{x}{4x}$$

$$T_3 = \frac{x}{x+2} - \frac{x+1}{x+5}$$

$$T_4 = \frac{x^2 + 5x - 4x^2 - 12x - 8}{(x+2)(x+5)} \cdot \frac{x}{4x}$$

$$T_5 = \frac{x^2 + 5x - 4x^2 + 12x + 8}{(x+2)(x+5)} \cdot \frac{x}{4x}$$

$$T_6 = \frac{x(x+5)}{(x+2)(x+5)} - \frac{(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+5)}$$

$$T_7 = \frac{x+5}{x+7} - \frac{x+3}{x+7}$$

$$T_8 = \frac{-3x^2 - 7x - 8}{(x+2)(x+5)4}$$

$$T_9 = \frac{2x-2}{(x+2)(x+5)}$$

$$T_{10} = \frac{8x+2}{(x+2)(x+5)}$$

$$T_{11} = \frac{-3x^2 + 17x + 8}{(x+2)(x+5)4}$$

$$T_{12} = \frac{8x+2}{(x+2)(x+5)}$$

$$T_{13} = \frac{2x-2}{(x+2)(x+5)}$$

$$T_{14} = \frac{8}{x+7}$$

$$T_{15} = \frac{2}{x+7}$$

Korrekter Pfad: $T_1 \Rightarrow T_3 \Rightarrow T_6 \Rightarrow T_{13}$

Weitere korrekte Zwischenschritte: $T_2 \Rightarrow T_4$ / $T_4 \Rightarrow T_8$ / $T_5 \Rightarrow T_{11}$ / $T_7 \Rightarrow T_{15}$

Typ 1 **12.2** Geben Sie den einen richtigen Pfad an. $a,b \in \mathbb{R}\setminus\{0\}, \quad a \neq b$

$$T_1 = \frac{\frac{2}{3} - \frac{a-b}{a}}{\frac{a-b}{3a}}$$

$$T_2 = \frac{\frac{2a}{3a} - \frac{3a-3b}{3a}}{\frac{a-b}{3a}} \qquad T_3 = \frac{\frac{2a}{3a} - \frac{2a-2b}{3a}}{\frac{a-b}{3a}}$$

$$T_4 = \frac{\frac{-a-3b}{3a}}{\frac{a-b}{3a}} \qquad T_5 = \frac{\frac{-a+3b}{3a}}{\frac{a-b}{3a}} \qquad T_6 = \frac{\frac{-2b}{3a}}{\frac{a-b}{3a}} \qquad T_7 = \frac{\frac{2b}{3a}}{\frac{a-b}{3a}}$$

$$T_8 = 3 \qquad T_9 = \frac{-a-3b}{a-b}$$

$$T_{10} = 2 \qquad T_{11} = \frac{-a+3b}{a-b}$$

$$T_{12} = \frac{-2b}{a-b} \qquad T_{13} = \frac{-2b(a-b)}{9a^2}$$

$$T_{14} = \frac{a-b}{2b} \qquad T_{15} = \frac{2}{a-1}$$

Korrekter Pfad: $T_1 \Rightarrow T_2 \Rightarrow T_5 \Rightarrow T_{11}$

Weitere korrekte Zwischenschritte: $T_3 \Rightarrow T_7$ / $T_4 \Rightarrow T_9$ / $T_6 \Rightarrow T_{12}$