II Übungsaufgaben

1. Berechnen Sie die Termwerte und vereinfachen Sie so weit wie möglich.

1. a)

$$T(x) := \frac{x^2 - 6x}{x - 4}$$

$$T(-2) = \frac{(-2)^2 - 6\cdot(-2)}{(-2) - 4} = \frac{4 + 12}{-6} = \frac{16}{-6} = -\frac{2\cdot 8}{2\cdot 3} = \frac{-8}{3}$$

1. b)

$$T(x) := \frac{7x - a}{x^2 - 25}$$

$$T(-5) = \frac{7\cdot(-5) - a}{(-5)^2 - 25} = \frac{-35 - a}{25 - 25} = \frac{-35 - a}{0} \notin \mathbb{R}$$

wir dürfen in $\mathbb{R}$ nicht durch Null teilen.

1. c)

$$T(x) := \frac{5x(a-x)(x+3)(x-4)}{25(a-x)(x+3)(x+6)}$$

$$T(3) = \frac{\cancel{5}x\cancel{(a-x)}\cancel{(x+3)}(x-4)}{\cancel{5}\cdot 5\,\cancel{(a-x)}\cancel{(x+3)}(x+6)} = \frac{x(x-4)}{5(x+6)} \overset{x=3}{=} \frac{3((3)-4)}{5((3)+6)}$$

$$= \frac{3\cdot(-1)}{5\cdot 9} = \frac{-\cancel{3}\cdot 1}{5\cdot 3\cdot \cancel{3}} = \frac{-1}{5\cdot 3} = \frac{-1}{15}$$

Sonderfälle: T ist nicht definiert für $a = x$, $x = -3$ oder $x = -6$

$T(3)$ ist also für $a = 3$ nicht definiert.

2. Kürzen Sie so weit wie möglich.

2. a) $$\frac{7ab}{14b} = \frac{7\cdot a\cdot b}{2\cdot 7\cdot b} = \frac{\cancel{7}\cdot a\cdot \cancel{b}}{2\cdot\cancel{7}\cdot\cancel{b}} = \underline{\underline{\frac{a}{2}}}$$

2. b) $$\frac{3ab^2}{9a^2b^4} = \frac{3\cdot a\cdot b\cdot b}{3\cdot 3\cdot a\cdot a\cdot b\cdot b\cdot b\cdot b} = \frac{\cancel{3}\cdot\cancel{a}\cdot\cancel{b}\cdot\cancel{b}\cdot 1}{\cancel{3}\cdot 3\cdot\cancel{a}\cdot a\cdot\cancel{b}\cdot\cancel{b}\cdot b\cdot b} = \underline{\underline{\frac{1}{3ab^2}}}$$

2. c) $$\frac{-35r^3s^6}{-42r^4s^2} = \frac{(-1)\,5\cdot 7\cdot r\cdot r\cdot r\cdot s\cdot s\cdot s\cdot s\cdot s\cdot s}{(-1)\,2\cdot 3\cdot 7\cdot r\cdot r\cdot r\cdot r\cdot s\cdot s}$$

$$= \frac{\cancel{(-1)}\,5\cdot\cancel{7}\cdot\cancel{r}\cdot\cancel{r}\cdot\cancel{r}\cdot\cancel{s}\cdot\cancel{s}\cdot s\cdot s\cdot s\cdot s}{\cancel{(-1)}\,2\cdot 3\cdot\cancel{7}\cdot\cancel{r}\cdot\cancel{r}\cdot\cancel{r}\cdot r\cdot\cancel{s}\cdot\cancel{s}} = \underline{\underline{\frac{5\cdot s^4}{6\cdot r}}}$$

2. d) $$\frac{ax+ay}{bx+by} = \frac{a(x+y)}{b(x+y)} = \frac{a\cdot\cancel{(x+y)}}{b\cdot\cancel{(x+y)}} = \underline{\underline{\frac{a}{b}}}$$

2. e) $$\frac{192rss-48st}{180rss-48st} = \frac{12s\,(16rs-4t)}{12s\,(15rs-4t)} = \underline{\underline{\frac{16rs-4t}{15rs-4t}}}$$

2. f) $$\frac{(3-x)(8.4+y)}{(8.4-x)(3-x)} = \frac{\cancel{(3-x)}\cdot(8.4+y)}{\cancel{(3-x)}\cdot(8.4-x)} = \underline{\underline{\frac{8.4+y}{8.4-x}}}$$

2. g) $$\frac{7e-7f}{e^2-f^2} = \frac{7\cdot(e-f)}{(e+f)(e-f)} = \frac{7\cdot\cancel{(e-f)}}{(e+f)\cdot\cancel{(e-f)}} = \underline{\underline{\frac{7}{e+f}}}$$

2. h) $$\frac{a^2+2ab+b^2}{a^2-b^2} = \frac{(a+b)(a+b)}{(a+b)(a-b)} = \frac{\cancel{(a+b)}(a+b)}{\cancel{(a+b)}(a-b)} = \underline{\underline{\frac{a+b}{a-b}}}$$

2. i) $$\frac{xy+2x-y-2}{xy-x-y+1} = \frac{x(y+2)-1\cdot(y+2)}{x(y-1)-1\cdot(y-1)} = \frac{(x-1)(y+2)}{(x-1)(y-1)} = \underline{\underline{\frac{y+2}{y-1}}}$$

2. j) $$\frac{x^2+x-6}{x^2-x-12} = \frac{(x+3)(x-2)}{(x+3)(x-4)} = \frac{\cancel{(x+3)}(x-2)}{\cancel{(x+3)}(x-4)} = \underline{\underline{\frac{x-2}{x-4}}}$$

2. k)

$$\frac{a^4-5a^3}{a^4-a^3-20a^2}=\frac{a^3(a-5)}{a^2(a^2-a-20)}=\frac{a^3\cdot(a-5)}{a^2(a-5)(a+4)}$$

$$=\frac{\cancel{a}\cdot\cancel{a}\cdot a\,\cancel{(a-5)}}{\cancel{a}\cdot\cancel{a}\,\cancel{(a-5)}(a+4)}=\underline{\underline{\frac{a}{a+4}}}$$

2. l)

$$\frac{x^2-xy-6y^2}{x^2-2xy-8y^2}=\frac{(x+2y)(x-3y)}{(x+2y)(x-4y)}=\frac{\cancel{(x+2y)}(x-3y)}{\cancel{(x+2y)}(x-4y)}=\underline{\underline{\frac{x-3y}{x-4y}}}$$

2. m)

$$\frac{ab-ac}{c-b}=\frac{a(b-c)}{(c-b)}=\frac{a\cdot(b-c)}{(-1)\cdot(b-c)}=\frac{a\cancel{(b-c)}}{-1\cdot\cancel{(b-c)}}=\frac{a}{-1}=\underline{\underline{-a}}$$

2. n)

$$\frac{x^3-x^2}{1-x^2}=\frac{x^2(x-1)}{\underbrace{(1-x)}_{(-1)(x-1)}(1+x)}=\frac{x^2(x-1)}{(-1)\cdot(x-1)\cdot(1+x)}$$

$$=\frac{x^2\cdot\cancel{(x-1)}}{(-1)\cdot\cancel{(x-1)}\cdot(1+x)}=\frac{x^2}{-(1+x)}=\underline{\underline{\frac{-x^2}{1+x}}}$$

2. o)

$$\underline{\underline{\frac{ab-2cd}{2abcd}}}=\frac{ab-2cd}{2\cdot a\cdot b\cdot c\cdot d}$$

Zähler und Nenner sind bereits vollständig faktorisiert.

2. p) challenge

$$\frac{(a+4)^2-(b-1)^2}{a+13-(b+8)}=\frac{(a+4+b-1)(a+4-(b-1))}{a+13-b-8}$$

$$=\frac{(a+b+3)(a-b+5)}{(a-b+5)}$$

$$=\frac{(a+b+3)\cdot\cancel{(a-b+5)}}{1\cdot\cancel{(a-b+5)}}=\underline{\underline{a+b+3}}$$

2. q)

$$\frac{49\varepsilon^2 - 4(\varepsilon+2)^2}{45\varepsilon^2 - 16(\varepsilon+1)} \qquad A = 7\varepsilon \qquad B = 2(\varepsilon+2)$$

$$= \frac{A^2 - B^2}{45\varepsilon^2 - 16\varepsilon - 16} = \frac{(A+B)(A-B)}{(9\varepsilon+4)(5\varepsilon-4)}$$

3. Binomische F.

Zweiklammer-Ansatz

$$= \frac{(7\varepsilon + 2(\varepsilon+2))(7\varepsilon - 2(\varepsilon+2))}{(9\varepsilon+4)(5\varepsilon-4)} = \frac{(7\varepsilon + 2\varepsilon + 4)(7\varepsilon - 2\varepsilon - 4)}{(9\varepsilon+4)(5\varepsilon-4)}$$

$$= \frac{(9\varepsilon+4)(5\varepsilon-4)}{(9\varepsilon+4)(5\varepsilon-4)} = \underline{\underline{1}}$$

3. Erweitern Sie den Bruch auf den vorgegebenen Nenner.

3. a)

Bruch $\frac{7x-4}{ab}$ Nenner $a^2 b^3$

$$\frac{(7x-4)\cdot a\cdot b\cdot b}{a\cdot b\cdot a\cdot b\cdot b} = \underline{\underline{\frac{(7x-4)\,ab^2}{a^2\,b^3}}}$$

3. b)

Bruch $\frac{x+2}{x-2}$ Nenner x^2-4x+4

Nenner $x^2-4x+4 = (x-2)(x-2)$

$$\Longrightarrow \underline{\underline{\frac{(x+2)\cdot(x-2)}{(x-2)\,(x-2)}}} = \underline{\underline{\frac{x^2-4}{(x-2)^2}}}$$

4. Erweitern Sie mit (-1).

4. a)

$$\frac{1-b}{-b-3} = \frac{(-1)\cdot(1-b)}{(-1)\cdot(-b-3)} = \underline{\underline{\frac{b-1}{b+3}}}$$

4. b)

$$\frac{-5(-a+1)}{-s} = \frac{\overbrace{(-1)\cdot(-5)}^{5}\cdot(-a+1)}{(-1)\cdot(-s)} = \underline{\underline{\frac{5(-a+1)}{s}}}$$

5 Machen Sie gleichnamig

5. a)

$\frac{7a}{33}$ und $\frac{2b}{44}$

$\downarrow \qquad \downarrow$

$\frac{7 \cdot a}{3 \cdot 11}$ $\qquad \frac{\cancel{2} \cdot b}{\cancel{2} \cdot 2 \cdot 11}$ $\rightarrow$ Hauptnenner $3 \cdot 11 \cdot 2 = 66$

$\frac{7 \cdot a \cdot 2}{3 \cdot 11 \cdot 2}$ $\qquad \frac{b \cdot 3}{2 \cdot 11 \cdot 3}$

$\frac{14a}{66}$ und $\frac{3b}{66}$

5. b)

$\frac{3}{a+1}$ und $\frac{4}{2a-4}$

kürzen : $2a-4 = 2(a-2)$

$\frac{3}{a+1}$ und $\frac{2}{a-2}$ $\rightarrow$ Hauptnenner $(a+1)\cdot(a-2)$

$\frac{3 \cdot (a-2)}{(a+1)(a-2)}$ und $\frac{2\,(a+1)}{(a-2)\,(a+1)}$

ausmultipliziert:

$\frac{3a-6}{a^2-a-2}$ und $\frac{2a+2}{a^2-a-2}$

Addition/Subtraktion

6. Addieren bzw. subtrahieren Sie die folgenden Bruchterme

6. a)

$$\frac{7}{3}-\frac{3}{4}=\frac{7\cdot 4}{3\cdot 4}-\frac{3\cdot 3}{4\cdot 3}=\frac{7\cdot 4-3\cdot 3}{4\cdot 3}=\frac{28-9}{12}=\underline{\underline{\frac{19}{12}}}$$

6. b)

$$\frac{1}{4}+\frac{a}{3}=\frac{1\cdot 3}{4\cdot 3}+\frac{a\cdot 4}{3\cdot 4}=\frac{3+4a}{3\cdot 4}=\underline{\underline{\frac{3+4a}{12}}}$$

6. c)

$$\frac{1}{3}-\frac{1}{12}+\frac{x}{5} \qquad \text{Hauptnenner} = 60$$

$$=\frac{1\cdot 20}{3\cdot 20}-\frac{1\cdot 5}{12\cdot 5}+\frac{x\cdot 12}{5\cdot 12}$$

$$=\frac{20-5+12x}{5\cdot 12}=\frac{15+12x}{60}=\frac{3(5+4x)}{3\cdot 20}=\underline{\underline{\frac{5+4x}{20}}}$$

6. d)

kürzen

$$\frac{7x}{33}-\frac{12}{22}+\frac{2a}{55a}=\frac{7x}{3\cdot 11}-\frac{6}{11}+\frac{2}{5\cdot 11}=$$

$$=\frac{7x\cdot 5}{3\cdot 11\cdot 5}-\frac{6\cdot 3\cdot 5}{11\cdot 3\cdot 5}+\frac{2\cdot 3}{5\cdot 11\cdot 3}$$

$$=\frac{(7x\cdot 5)-(6\cdot 3\cdot 5)+(2\cdot 3)}{3\cdot 5\cdot 11}=\frac{35x-90+6}{165}=\underline{\underline{\frac{35x-84}{165}}}$$

6. e)

$$\frac{a+2b}{a}-\frac{a-2b}{a}=\frac{(a+2b)-(a-2b)}{a}=\frac{a+2b-a+2b}{a}=\underline{\underline{\frac{4b}{a}}}$$

6. f)

$$\frac{4x}{5}+\frac{9x}{13}=\overbrace{\left(\frac{4}{5}+\frac{9}{13}\right)}^{\frac{97}{65}\ (\text{TR})}\cdot x=\underline{\underline{\frac{97}{65}\cdot x}}$$

6. g)

$$\frac{5a}{b^2}-\frac{-a}{2b}=\frac{5a\cdot 2}{b^2\cdot 2}-\frac{-a\cdot b}{2b\cdot b}=\frac{5\cdot 2\cdot a-(-a)\cdot b}{2b^2}$$

$$=\underline{\underline{\frac{10a+ab}{2b^2}}}$$

6. h)

$$7 - \frac{2a-3}{3} = \frac{7 \cdot 3}{3} - \frac{2a-3}{3} = \frac{(7\cdot 3) - (2a-3)}{3}$$

$$= \frac{21 - 2a + 3}{3} = \frac{24-2a}{3}$$

6. i)

$$x+2 - \frac{3x+x^2}{x} = x+2 - \frac{x(3+x)}{x}$$

$$= x+2 - \frac{\cancel{x}(3+x)}{1\cdot\cancel{x}}$$

$$= x+2-(3+x) = x+2-3-x = -1$$

6. j)

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b-a} = \frac{1\cdot(b-a)}{a\cdot(b-a)} - \frac{1\cdot a}{(b-a)\cdot a}$$

$$= \frac{b-a \quad - a}{a(b-a)} = \frac{b-2a}{a(b-a)}$$

6. k)

$$\frac{a}{x}+\frac{b}{y}+\frac{c}{z} = \frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z}$$

$$= \frac{a\cdot y\cdot z}{x\cdot y\cdot z} + \frac{b\cdot x\cdot z}{y\cdot x\cdot z} + \frac{c\cdot x\cdot y}{z\cdot x\cdot y}$$

$$= \underline{\underline{\frac{axy+bxz+cxy}{xyz}}}$$

6. l)

$$\frac{a}{5x-6} - \frac{b-2a}{12-10x} = \frac{2a}{2(5x-6)} - \frac{2a-b}{2(5x-6)}$$

$$= \frac{2a-2a+b}{2(5x-6)} = \underline{\underline{\frac{b}{2(5x-6)}}}$$

6. m)

$$x - \frac{x^3-5}{x^2-5} = \frac{x\cdot(x^2-5)}{x^2-5} - \frac{x^3-5}{x^2-5}$$

$$= \frac{(x^3-5x)-(x^3-5)}{x^2-5}$$

$$= \frac{x^3-5x-x^3+5}{x^2-5} = \frac{-5x+5}{x^2-5}$$

$$= \underline{\underline{\frac{5(-x+1)}{x^2-5}}}$$

6. n)

$$\frac{a+3b}{a^2+6ab+9b^2} - \frac{a-b}{5a+15b}$$

≙ MTA S. 51 Aufg. 24. a)

$$= \frac{a+3b}{(a+3b)(a+3b)} - \frac{a-b}{5(a+3b)}$$

$$= \frac{1\cdot\cancel{(a+3b)}}{(a+3b)\cancel{(a+3b)}} - \frac{a-b}{5(a+3b)}$$

$$= \frac{1\cdot 5}{(a+3b)\cdot 5} - \frac{a-b}{5(a+3b)}$$

$$= \frac{5-(a-b)}{5(a+3b)} = \frac{5-a+b}{5(a+3b)}$$

6. o)

$$\frac{m^2}{m-1} + \frac{6m^2}{12m} = \frac{m^2}{m-1} + \frac{6\cdot m\cdot m}{2\cdot 6\cdot m}$$

$$= \frac{m^2}{m-1} + \frac{\cancel{6}\cdot\cancel{m}\cdot m}{2\cdot\cancel{6}\cdot\cancel{m}}$$

$$= \frac{m^2\cdot 2}{(m-1)\cdot 2} + \frac{m\cdot(m-1)}{2\cdot(m-1)}$$

$$= \frac{2m^2 + m(m-1)}{2(m-1)} = \frac{2m^2+m^2-m}{2(m-1)}$$

$$= \frac{3m^2-m}{2(m-1)} = \frac{m(3m-1)}{2(m-1)}$$

6. p)

$$\frac{5}{x} - \frac{3}{10} - \frac{x}{15} = \frac{5 \cdot 60}{x \cdot 60} - \frac{3 \cdot 6x}{10 \cdot 6x} - \frac{x \cdot 4x}{15 \cdot 4x}$$

$$= \frac{300}{60x} - \frac{18x}{60x} - \frac{4x^2}{60x}$$

$$= \frac{300 - 18x - 4x^2}{60x}$$

$$= \frac{2(150 - 9x - 2x^2)}{2 \cdot 30x}$$

$$= \underline{\underline{\frac{150 - 9x - 2x^2}{30x}}}$$

6. q)

$$\frac{a+6}{a^2+5a-14} + \frac{3-a}{a^2-4a+4}$$

$$= \frac{a+6}{(a-2)(a+7)} + \frac{3-a}{(a-2)(a-2)} =$$

$$= \frac{(a+6)(a-2)}{(a-2)(a+7)(a-2)} + \frac{(3-a)\cdot(a+7)}{(a-2)(a-2)\cdot(a+7)}$$

$$= \frac{(a+6)(a-2) + (3-a)(a+7)}{(a-2)^2(a+7)}$$

$$= \frac{\cancel{a^2} + \cancel{4a} - 12 + \cancel{3a} + 21 - \cancel{a^2} - \cancel{7a}}{\text{HN}}$$

$$= \underline{\underline{\frac{9}{(a-2)^2(a+7)}}}$$

6. r)

$$\frac{2e-f}{12e^2+16ef} - \frac{1.5}{9e+12f} = \frac{2e-f}{4e(3e+4f)} - \frac{1.5}{3(3e+4f)}$$

$$= \frac{2e-f}{4e(3e+4f)} - \frac{\cancel{1.5}}{\cancel{3}_{2}(3e+4f)}$$

$$= \frac{2e-f}{4e(3e+4f)} - \frac{1}{2(3e+4f)}$$

$$= \frac{2e-f}{4e(3e+4f)} - \frac{1 \cdot 2}{2(3e+4f)\cdot 2}$$

$$= \frac{2e-f}{4e(3e+4f)} - \frac{2}{4(3e+4f)}$$

$$= \frac{2e-f-2}{4(3e+4f)}$$

6. s)

$$\frac{\alpha}{2\alpha-3\beta} + \frac{\beta}{3\beta-2\alpha} - \frac{\alpha\beta}{4\alpha^2-9\beta^2}$$

Einzelbrüche faktorisieren

$$\frac{\alpha}{2\alpha-3\beta} + \frac{\beta}{3\beta-2\alpha} - \frac{\alpha\beta}{(2\alpha-3\beta)(2\alpha+3\beta)}$$

Gleichnamig
HN $=(2\alpha-3\beta)(2\alpha+3\beta)$
$-$HN $=(3\beta-2\alpha)(2\alpha+3\beta)$

$$\frac{\alpha(2\alpha+3\beta)}{HN} + \frac{\beta(2\alpha+3\beta)}{-HN} - \frac{\alpha\beta}{HN}$$

$$= \frac{\alpha(2\alpha+3\beta)}{HN} - \frac{\beta(2\alpha+3\beta)}{HN} - \frac{\alpha\beta}{HN} = \frac{2\alpha^2+3\alpha\beta-\beta(2\alpha+3\beta)-\alpha\beta}{HN}$$

$$= \frac{2\alpha^2+3\alpha\beta-2\alpha\beta-3\beta^2-\alpha\beta}{HN} = \frac{2\alpha^2-3\beta^2}{HN}$$

$$= \frac{2\alpha^2-3\beta^2}{(2\alpha-3\beta)(2\alpha+3\beta)}$$

Multiplikation

7. Multiplizieren Sie die Bruchterme

7. a)

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c-a}{a^2} = \frac{a\,(c-a)}{b\cdot a^2} = \frac{\cancel{a}\cdot(c-d)}{b\cdot a\cdot\cancel{a}} = \underline{\underline{\frac{c-d}{ab}}}$$

7. b)

$$m\cdot\frac{n}{-m} = \frac{m}{1}\cdot\frac{n}{-m} = \frac{m\cdot n}{-m} = \frac{m\cdot n}{(-1)\cdot m} = \frac{n}{-1} = \underline{\underline{-n}}$$

7. c)

$$\frac{x-3}{6x^3-18x^2}\cdot(-3x^2) = \frac{(x-3)\cdot(-3x^2)}{6x^2(x-3)\cdot 1}$$

$$= \frac{\cancel{(x-3)}\cdot(-1)\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{x^2}}{2\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{x^2}\,\cancel{(x-3)}\cdot 1}$$

$$= \frac{-1}{2} = \underline{\underline{-\frac{1}{2}}}$$

7. d)

$$(a-b)\cdot\frac{2a}{(b-a)} = \frac{(a-b)\cdot 2\cdot a}{(b-a)} = \frac{(-1)\cdot\cancel{(b-a)}\cdot 2\cdot a}{\cancel{(b-a)}\cdot 1}$$

$$= (-1)\cdot 2\cdot a = \underline{\underline{-2a}}$$

7. e)

$$\frac{-xy}{4x-4y}\cdot(16y-16x) = \frac{-x\cdot y\cdot(16y-16x)}{4x-4y}$$

$$= \frac{-x\cdot y\cdot 16\cdot(y-x)}{4\,(x-y)}$$

$$= \frac{-x\cdot y\cdot 16\cdot(-1)(x-y)}{4\cdot(x-y)}$$

$$= \frac{-x\cdot y\cdot\cancel{4}\cdot 4\cdot(-1)\cancel{(x-y)}}{\cancel{4}\cdot\cancel{(x-y)}}$$

$$= -x\cdot y\cdot 4\cdot(-1) = \underline{\underline{4xy}}$$

7. f)

$$\frac{3x-3y}{2z}\cdot\frac{4z^2+2z}{2x^2-2y^2}=\frac{3\cdot(x-y)}{2\cdot z}\cdot\frac{2z(2z+1)}{2(x^2-y^2)}$$

$$=\frac{3\cdot(x-y)\cdot 2\cdot z(2z+1)}{2\cdot z\cdot 2\cdot(x^2-y^2)}$$

$$=\frac{3\cdot(x-y)\cdot 2\cdot z(2z+1)}{2\cdot z\cdot 2\cdot(x+y)(x-y)}$$

$$=\frac{3\cdot\cancel{(x-y)}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{z}(2z+1)}{\cancel{2}\cdot\cancel{z}\cdot 2\cdot(x+y)\cancel{(x-y)}}$$

$$=\underline{\underline{\frac{3\cdot(2z+1)}{2\cdot(x+y)}}}$$

Division

8. Dividieren Sie durch Brüche

8. a)
$$6 : \frac{2}{x} = 6 \cdot \frac{x}{2} = \frac{6x}{2} = \underline{\underline{3x}}$$

8. b)
$$m^2 : \frac{4}{m} = m^2 \cdot \frac{m}{4} = \frac{m^2 \cdot m}{4} = \underline{\underline{\frac{m^3}{4}}}$$

8. c)
$$\frac{27x^2y^3}{5z^2} : 81x^3y^4 = \frac{27x^2y^3}{5 \cdot z^2 \cdot 81 \cdot x^3y^4}$$

$$= \frac{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y \cdot y}{5 \cdot z^2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot x \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y y y}$$

$$= \frac{\cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{x} \cdot \cancel{x} \cdot \cancel{y} \cdot \cancel{y} \cdot \cancel{y}}{5 \cdot z^2 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot 3 \cdot \cancel{x} \cdot \cancel{x} \cdot x \cdot \cancel{y} \cdot \cancel{y}\, \cancel{y}\, y} = \underline{\underline{\frac{1}{5xyz^2}}}$$

8. d)
$$\frac{-a}{-b} : \frac{-b}{c} = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{-b} = \frac{a \cdot c}{-b^2} = \underline{\underline{-\frac{ac}{b^2}}}$$

8. e)
$$\frac{a^2 + 2ab}{4a^2 - 4ab + b^2} : \frac{3ab + 6b^2}{2a^2 - 2a - ab + b}$$

$$= \frac{a(a+2b)}{(2a-b)(2a-b)} : \frac{3b(a+2b)}{\underbrace{2a(a-1) - b(a-1)}_{(2a-b)(a-1)}}$$

$$= \frac{a(a+2b)}{(2a-b)(2a-b)} \cdot \frac{(2a-b)(a-1)}{3 \cdot b(a+2b)}$$

$$= \frac{a\cancel{(a+2b)} \cdot \cancel{(2a-b)}(a-1)}{(2a-b)\cancel{(2a-b)} \cdot 3 \cdot b \cdot \cancel{(a+2b)}} = \underline{\underline{\frac{a(a-1)}{3b(2a-b)}}}$$

Doppelbrüche

9. Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

9. a)

$$\frac{\frac{a}{2b}}{\frac{2a}{3b}} = \frac{a}{2b} : \frac{2a}{3b} = \frac{a}{2b} \cdot \frac{3b}{2a} = \frac{3 \cdot a \cdot b}{4 \cdot a \cdot b} = \underline{\underline{\frac{3}{4}}}$$

9. b)

$$\frac{1}{\frac{1}{f} + \frac{1}{g}} = 1 : \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right) = 1 : \left(\frac{g}{fg} + \frac{f}{fg}\right)$$

$$= 1 : \left(\frac{g+f}{fg}\right) = 1 \cdot \frac{fg}{g+f} = \underline{\underline{\frac{fg}{g+f}}}$$

9. c)

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{a}} = 1 : \left(1 - \frac{1}{a}\right) = 1 : \left(\frac{a}{a} - \frac{1}{a}\right)$$

$$= 1 : \left(\frac{a-1}{a}\right) = 1 \cdot \frac{a}{a-1} = \underline{\underline{\frac{a}{a-1}}}$$

9. d)

$$\frac{x + \frac{1}{2}}{x - \frac{1}{2}} = \left(x + \frac{1}{2}\right) : \left(x - \frac{1}{2}\right)$$

$$= \left(\frac{2x}{2} + \frac{1}{2}\right) : \left(\frac{2x}{2} - \frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{2x+1}{2} : \frac{2x-1}{2} = \frac{2x+1}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}}{2x-1}$$

$$= \underline{\underline{\frac{2x+1}{2x-1}}}$$

alternativer Lösungsweg:

$$\frac{x + \frac{1}{2}}{x - \frac{1}{2}} = \frac{2 \cdot \left(x + \frac{1}{2}\right)}{2 \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right)} = \underline{\underline{\frac{2x+1}{2x-1}}}$$

Gemischte Aufgaben

10. Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

10. a)

$$2xy\left(\frac{x}{2y}-\frac{y}{2x}\right)$$

$$= 2xy\cdot\left(\frac{x\cdot x}{2y\cdot x}-\frac{y\cdot y}{2x\cdot y}\right)$$

$$= 2xy\cdot\left(\frac{x^2-y^2}{2xy}\right) = \frac{2xy\cdot(x^2-y^2)}{2xy}$$

$$= \underline{\underline{x^2-y^2}} = \underline{\underline{(x+y)(x-y)}}$$

10. b)

$$\left(\frac{1}{a}+\frac{a}{b}\right):\frac{7}{ab} = \left(\frac{b}{ab}+\frac{a^2}{ab}\right)\cdot\frac{ab}{7} = \frac{b+a^2}{ab}\cdot\frac{ab}{7}$$

$$= \frac{(b+a^2)\cdot \cancel{ab}}{\cancel{ab}\cdot 7} = \underline{\underline{\frac{b+a^2}{7}}}$$