

III a) alte GESO Abschlussprüfungen

2023 Serie 1

Aufgabe 1

Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$\frac{2a+4}{a^2-3a-10} : \frac{6a}{3a-15}$$

$$\frac{2(a+2)}{(a-5)(a+2)} : \frac{6a}{3(a-5)} =$$

1P

0.5P

$$\frac{2(a+2)}{(a-5)(a+2)} \cdot \frac{3(a-5)}{6a} =$$

$$\underline{\underline{\frac{1}{a}}}$$

1.5P

Aufgabe 1

Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$\left(\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b} \right) : \frac{a^2 + b^2}{a}$$

$$\left(\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b} \right) : \frac{a^2 + b^2}{a}$$

$$\left(\frac{a(a-b)}{(a+b)(a-b)} + \frac{b(a+b)}{(a+b)(a-b)} \right) : \frac{a^2 + b^2}{a}$$

$$\left(\frac{a(a-b) + b(a+b)}{(a+b)(a-b)} \right) : \frac{a^2 + b^2}{a}$$

$$\left(\frac{a^2 - ab + ab + b^2}{(a+b)(a-b)} \right) : \frac{a^2 + b^2}{a}$$

$$\frac{a^2 + b^2}{(a+b)(a-b)} \cdot \frac{a}{a^2 + b^2}$$

$$\frac{\cancel{a^2 + b^2} \cdot a}{(a+b)(a-b) \cdot \cancel{a^2 + b^2}} \quad \leftarrow \text{kürzen}$$

$$= \frac{a}{(a+b)(a-b)} =$$

(-) bei Brüchen
2. Bruch
umkehren &
multiplizieren



Aufgabe 1

Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$\left(\frac{-x^2-3}{x^2-1} + \frac{x-3}{x+1} \right) \cdot \frac{x+1}{x}$$

$$\left(\frac{-x^2-3}{(x-1)(x+1)} + \frac{x-3}{(x+1)} \right) \cdot \frac{x+1}{x} \quad | \text{Faktorisieren mit binomischer Formel}$$

$$\frac{-x^2-3 + (x-1) \cdot (x-3)}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{x+1}{x} \quad | \begin{array}{l} \text{Brüche addieren} \\ \text{gemeinsamer Nenner} \\ (x-1)(x+1) \end{array}$$

$$\frac{-x^2-3 + (x-1) \cdot (x-3)}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{x+1}{x} \quad | \begin{array}{l} \text{klammern} \\ \text{ausmultiplizieren} \end{array}$$

$$\frac{-x^2-3 + x^2-3x-x+3}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{x+1}{x}$$

$$\frac{-x^2-3 + x^2-3x-x+3}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{x+1}{x} \quad | \text{Zähler zusammenrechnen}$$

$$\frac{-4x}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{x+1}{x} \quad | \text{Kürzen}$$

$$\underline{\underline{-\frac{4}{x-1}}}$$

Aufgabe 1

Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$\left(\frac{y}{x} - \frac{x}{y}\right) : \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)$$

Aufgabe 1

$$\begin{aligned} \left(\frac{y}{x} - \frac{x}{y}\right) : \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) &= \frac{y^2 - x^2}{xy} : \frac{y - x}{xy} = \frac{y^2 - x^2}{xy} \cdot \frac{xy}{y - x} = \frac{(y - x)(y + x)}{xy} \cdot \frac{xy}{y - x} \\ &\quad \boxed{1P} \quad \boxed{1P} \quad \boxed{0.5P} \quad \boxed{0.5P} \\ &= \frac{(y - x)(y + x)}{\cancel{xy}} \cdot \frac{\cancel{xy}}{y - x} = \frac{\cancel{(y - x)}(y + x)}{\cancel{(y - x)}} = \underline{\underline{y + x}} \end{aligned}$$

Aufgabe 1

Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$\frac{6-3a}{b} : \frac{6a-12}{-a}$$

$$\begin{aligned} \frac{6-3a}{b} : \frac{6a-12}{-a} &= \frac{3(2-a)}{b} : \frac{6(a-2)}{-a} = \frac{0.5P}{0.5P} \\ \frac{3(2-a)}{b} \cdot \frac{-a}{6(a-2)} &= 1P = \\ \frac{3(2-a)}{b} \cdot \frac{a}{6(2-a)} &= 1P = \\ = \frac{\cancel{3(2-a)}}{b} \cdot \frac{a}{6(\cancel{2-a})} &= \frac{a}{2b} \quad 1P \end{aligned}$$

Aufgabe 1

Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right) : \left(\frac{b-a}{a}\right)$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{a-b}{ab} : \frac{b-a}{a} \\
 &= \frac{a-b}{ab} \cdot \frac{a}{b-a} \\
 &= \frac{(-1) \cdot (b-a)}{a \cdot b} \cdot \frac{a}{b-a} \\
 &= \frac{(-1) \cdot \cancel{(b-a)}}{\cancel{a} \cdot b} \cdot \frac{\cancel{a}}{\cancel{b-a}} \\
 &= \frac{-1}{b}
 \end{aligned}$$

Aufgabe 1

Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$\left(1 - \frac{x}{2y}\right) : \frac{4y^2 - x^2}{4y^2}$$

$$\begin{aligned}
 &\frac{2y-x}{2y} \cdot \frac{4y^2}{4y^2 - x^2} \quad | \quad \text{m} \\
 &\frac{2y-x}{2y} \cdot \frac{4y^2}{(2y-x)(2y+x)} = \frac{2y}{2y+x} //
 \end{aligned}$$

Aufgabe 1

Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$\frac{1}{5} \left(a - \frac{b^2}{a} \right) : \frac{a+b}{a}$$

$$\frac{1}{5} \left(\frac{a}{1} - \frac{b^2}{a} \right) : \frac{a+b}{a}$$

$$\frac{a^2 - b^2}{a} \rightarrow \text{gemeinsamer HN}$$

$$\frac{1}{5} \left(\frac{a^2 - b^2}{a} \right) : \frac{a+b}{a}$$

$$\frac{a^2 - b^2}{5a} : \frac{a+b}{a} \rightarrow \text{Kehrwert \& bin. Formel beachten}$$

$$\frac{(a+b)(a-b)}{5 \cdot a} \cdot \frac{a}{(a+b)} \rightarrow \text{ein Bruchstrich}$$

$$\Rightarrow \frac{(a+b)(a-b) \cdot a}{5 \cdot a (a+b)} \rightarrow \text{kürzen}$$

$$\Rightarrow \frac{a-b}{5} //$$

Aufgabe 2

Fassen Sie zusammen und schreiben Sie das Resultat möglichst einfach:

a)

$$\frac{1.5x}{12-3x} - \frac{2.5x}{x-4}$$

3 P

1. Aus Dezimalzahl ein Bruch machen

$$\frac{\frac{3x}{2}}{12-3x} - \frac{\frac{5x}{2}}{x-4}$$

2. Den Bruch $\cdot 2$ rechnen

$$\frac{3x}{2(12-3x)} - \frac{5x}{2(x-4)}$$

3. 3 ausklammern

$$\frac{\cancel{3}x}{2 \cdot \cancel{3}(4-3x)} - \frac{5x}{2(x-4)}$$

4. -1 ausklammern

$$-\frac{x}{2(x-4)} - \frac{5x}{2(x-4)}$$

5. Zusammen schreiben

$$\frac{-\cancel{6}3}{2(x-4)}$$

6. kürzen

$$\frac{-3x}{x-4}$$

GESO-Kompendium

13. Bruchterme umformen

$$\text{a) } \frac{st - 3t^2}{s^2 - st} + \frac{3s^2 - 3st - st + t^2}{s^2 - 2st + t^2}$$

$$\begin{aligned} & \frac{st - 3t^2}{s^2 - st} + \frac{3s^2 - 3st - st + t^2}{s^2 - 2st + t^2} \\ &= \frac{st - 3t^2}{s(s-t)} + \frac{(3s-t)(s-t)}{(s-t)^2} = \frac{st - 3t^2}{s(s-t)} + \frac{(3s-t)}{(s-t)} \\ &= \frac{st - 3t^2}{s(s-t)} + \frac{s(3s-t)}{s(s-t)} = \frac{3(s^2 - t^2)}{s(s-t)} = \frac{3(s-t)(s+t)}{s(s-t)} \\ &= \underline{\underline{\frac{3(s+t)}{s}}} \end{aligned}$$

$$\text{b) } \frac{\frac{a^2 - 16c^2}{8a^2}}{\frac{a - 4c}{4a}}$$

$$\begin{aligned} \frac{\frac{a^2 - 16c^2}{8a^2}}{\frac{a - 4c}{4a}} &= \frac{a^2 - 16c^2}{8a^2} : \frac{a - 4c}{4a} = \frac{a^2 - 16c^2}{8a^2} \cdot \frac{4a}{a - 4c} \\ &= \frac{(a - 4c)(a + 4c)}{8a^2} \cdot \frac{4a}{a - 4c} = \frac{(a + 4c)}{2a} \end{aligned}$$

$$c) \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} \right) \cdot \left(\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b} \right)$$

c)

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} \right) \cdot \left(\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b} \right) &= \frac{b^2 - a^2}{a^2 b^2} \cdot \frac{a(a-b) + b(a+b)}{a^2 - b^2} \\ &= \frac{(-1)(a^2 - b^2)}{a^2 b^2} \cdot \frac{a(a-b) + b(a+b)}{a^2 - b^2} = \frac{(-1)(a(a-b) + b(a+b))}{a^2 b^2} = \\ &= \frac{-(a^2 + b^2)}{a^2 b^2} = \frac{b^2 - a^2}{a^2 b^2} - \frac{a^2 + b^2}{a^2 b^2} \end{aligned}$$

$$d) \left(\frac{a+4}{a} - \frac{b+4}{b} \right) : \frac{a-b}{a}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{a+4}{a} - \frac{b+4}{b} \right) : \frac{a-b}{a} &= \frac{ab+4b-ab-4a}{ab} \cdot \frac{a}{a-b} = \frac{4(b-a)a}{ab(a-b)} \\ &= \frac{4(-1)(a-b)}{b(a-b)} = \underline{\underline{\frac{-4}{b}}} \end{aligned}$$