# Algebra: Bruchrechnen

Vorgehen

* Lösen Sie ca. 10 Aufgaben aus den alten Aufnahmeprüfungen (Kapite I)
  Wenn Sie davon gute 50 % lösen können, so gehen Sie zu Kapitel III oder IV, den
  alten Abschlussprüfungen (III: GESO; IV: TALS)
* Haben Sie weniger als ca 50% gelöst, werden die Trainingsaufgaben Kap. II empfohlen
  Lösen Sie pro Aufgabennummer mindestens je zwei Aufgaben. Wenn Sie mehr
  Training benötigen, hat es genügend Übungsmaterial in den weiteren Aufgabennummern.

# I. Aus alten Aufnahmeprüfungen

2023 Serie e Aufgabe 2. b)

$$\frac{(x+2)(x-4)}{5} : \frac{x^2-16}{10}$$

$$= \frac{(x+2)(x-4)}{5} \cdot \frac{10}{x^2-16} = \frac{(x+2)(x-4)}{5} \cdot \frac{10}{(x-4)(x+4)}$$

$$= \frac{(x+2)\cancel{(x-4)}}{5} \cdot \frac{10}{\cancel{(x-4)}(x+4)} = \frac{(x+2)\cdot 2\cdot \cancel{5}}{\cancel{5}(x+4)} = \underline{\underline{\frac{2\cdot(x+2)}{x+4}}}$$

Alternative Lösungen

- $$\frac{2(x+2)}{x+4} = \underline{\underline{\frac{2x+4}{x+4}}} = \frac{x+x+4}{x+4} = \frac{x}{x+4} + \frac{x+4}{x+4} = \underline{\underline{\frac{x}{x+4}+1}}$$

- $$\frac{2x+4}{x+4} = \frac{2x+8-4}{x+4} = \frac{2x+8}{x+4} - \frac{4}{x+4}$$

$$= \frac{2(x+4)}{x+4} - \frac{4}{x+4} = \underline{\underline{2 - \frac{4}{x+4}}}$$

2023 Serie d) Aufg. 2 a)

$$\frac{x^2-9}{x+3} : \frac{x-3}{4} = \frac{(x+3)(x-3)}{x+3} : \frac{(x-3)}{4}$$

$$= (x-3) : \frac{x-3}{4}$$

$$= (x-3) \cdot \frac{4}{(x-3)} = \underline{\underline{4}}$$

2023 Beispielprüfung Aufg. 3 b)

$$\frac{x^2+2xy+y^2}{x^2-16} : \frac{x+y}{3x-12} = \frac{(x+y)^2}{(x+y)(x-y)} : \frac{x+y}{3(x-4)}$$

$$= \frac{x+y}{x-y} \cdot \frac{3(x-4)}{x+y} = \underline{\underline{\frac{3(x-4)}{x-y}}}$$

2022 Serie B Aufg 2.a)

$$\frac{1}{4}\left(4-\frac{x}{2}\right)-\left(\frac{3x}{8}-\frac{3x}{2}\right)$$

Klammern auflösen

$$= 1-\frac{x}{8}-\frac{3x}{8}+\frac{3x}{2}$$

$$= 1-\frac{x}{8}-\frac{3x}{8}+\frac{3x}{2}$$

gleichnamig

$$= \frac{8}{8}-\frac{x}{8}-\frac{3x}{8}+\frac{12x}{8}=\frac{8-x-3x+12x}{8}$$

$$= \frac{8+8x}{8}=\frac{8(1+x)}{8}=\underline{\underline{1+x}}$$

2022 Serie B Aufg. 2.b)

$$\frac{2a+10}{a^2+10a+25}=\frac{2(a+5)}{(a+5)^2}=\underline{\underline{\frac{2}{a+5}}}$$

## 2022 Serie A Aufg. 1c)

$$\frac{\sqrt{130x^2-(7x)^2}}{5x}+\frac{6x}{\sqrt{25x^2}}$$

$$=\frac{\sqrt{130x^2-49x^2}}{5x}+\frac{6x}{5x}$$

$$=\frac{\sqrt{81x^2}}{5x}+\frac{6}{5}=\frac{9x}{5x}+\frac{6}{5}=\frac{9}{5}+\frac{6}{5}=\frac{15}{5}=\underline{\underline{3}}$$

## 2022 Serie A Aufg. 2.a)

$$\frac{x^2+4x}{x^2+5x+4}=\frac{x(x+4)}{(x+1)(x+4)}=\underline{\underline{\frac{x}{x+1}}}$$

## 2022 Serie A Aufg. 2.b)

$$\underbrace{\frac{1}{8}\left(x+\frac{1}{2}\right)}_{\frac{x}{8}+\frac{1}{16}}-\frac{3x^2}{8}:\frac{12x}{4}$$

$$\frac{x}{8}+\frac{1}{16}-\frac{\cancel{3}x^{\cancel{2}}}{8}:\cancel{3}\cancel{x}=\frac{x}{8}+\frac{1}{16}-\frac{x}{8}=\underline{\underline{\frac{1}{16}}}$$

## 2021 Serie B1 Aufg. 3.a)

$$3-\frac{2x-5}{4}=\frac{12}{4}-\frac{2x-5}{4}=\frac{12-(2x-5)}{4}$$

$$=\frac{12-2x+5}{4}=\underline{\underline{\frac{17-2x}{4}}}$$

$$=\underline{\underline{\frac{17}{4}-\frac{x}{2}}}$$

## 2021 Serie B1 Aufg. 3. b)

$$\frac{a}{2}+\frac{15a^2c}{7b}:\frac{20ac}{14b}=\frac{a}{2}+\frac{15a^2c}{7b}:\frac{10ac}{7b}$$

$$=\frac{a}{2}+\frac{15a^2c}{7b}\cdot\frac{7b}{10ac}$$

$$=\frac{a}{2}+\frac{\overset{3}{\cancel{15}}\,a^{\cancel{2}}\cancel{c}}{\cancel{7}\cancel{b}}\cdot\frac{\cancel{7}\cancel{b}}{\underset{2}{\cancel{10}}\cancel{a}\cancel{c}}=\frac{a}{2}+\frac{3a}{2}=\frac{4a}{2}=\underline{\underline{2a}}$$

## 2021 Serie B1 Aufg. 3.c)

$$\frac{3x+4}{x-7}:\frac{5x+10}{x^2-5x-14}=\frac{3x+4}{x-7}:\frac{5(x+2)}{(x+2)(x-7)}$$

$$=\frac{3x+4}{x-7}:\frac{5}{x-7}=(3x+4):5$$

$$=\underline{\underline{\frac{3x+4}{5}}}$$

## 2021 Serie A2 Aufg. 3. a)

$$5-\frac{2x-4}{7}=\frac{5\cdot 7}{7}-\frac{2x-4}{7}=\frac{35-(2x-4)}{7}$$

$$=\frac{35-2x+4}{7}=\underline{\underline{\frac{39-2x}{7}}}$$

2021 Serie A2 Aufg. 3 b)

$$16a \cdot \frac{b^2}{8} + 9a : \frac{3}{b^2} = \frac{16a \cdot b^2}{8} + \frac{9a \cdot b^2}{3}$$

$$= ab^2 \left( \frac{16}{8} + \frac{9}{3} \right) = ab^2 (2+3) = \underline{\underline{5ab^2}}$$

2021 Serie A2 Aufg. 3 c)

$$\frac{4x-12}{x^2-5x+6} : \frac{3x+1}{x-2} = \frac{4\cancel{(x-3)}}{\cancel{(x-3)}\cancel{(x-2)}} \cdot \frac{\cancel{x-2}}{3x+1}$$

$$= \underline{\underline{\frac{4}{3x+1}}}$$

2020 Serie B2 Aufg. 3a)

$$\frac{5(x-4)}{4} - \frac{x+5}{6}$$

Gleichnamig Hauptnenner = 12

$$= \frac{15(x-4)}{12} - \frac{2(x+5)}{12} = \frac{15x-60-(2x+10)}{12}$$

$$= \underline{\underline{\frac{13x-70}{12}}}$$

2020 Serie B2 Aufg. 3. b)

$$\frac{8a^2}{2b} : \frac{a^2}{3b^2} - \frac{b}{5} = \frac{4a^2}{b} : \frac{a^2}{3b^2} - \frac{b}{5}$$

$$= \frac{4\cancel{a^2} \cdot 3b^{\cancel{2}}}{\cancel{b} \cdot \cancel{a^2}} - \frac{b}{5} = \frac{12b}{1} - \frac{b}{5}$$

$$= \frac{60b}{5} - \frac{b}{5} = \frac{59b}{5} \quad (= 11.8\,b)$$

2020 Serie B2 Aufg. 3. c)

$$\frac{x-5}{x^2+6x} \cdot \frac{x^2+7x+6}{x^2-25} = \frac{\cancel{x-5}}{x(\cancel{x+6})} \cdot \frac{(\cancel{x+6})(x+1)}{(x+5)(\cancel{x-5})}$$

$$= \frac{x+1}{x(x+5)}$$

2020 Serie B1 Aufg. 3. a)

$$\cancel{\frac{4b^2}{2a} : \frac{b^2}{3a^2} - \frac{a}{5}} = 3b) \text{ Serie B2 } (2020)$$

2020 Serie B1. Aufg. 3. b)

$$\frac{3(x-2)}{4} - \frac{x+4}{6}$$ gleichnamig (Hauptnenner = 12)

$$\frac{9(x-2)}{12} - \frac{2(x+4)}{12} = \frac{9x-18-2(x+4)}{12}$$

$$= \frac{9x-18-2x-8}{12} = \frac{7x-26}{12}$$

2020 Serie B1 Aufg 3. c)

$$\frac{x-4}{x^2+5x}\cdot\frac{x^2+6x+5}{x^2-16}=\frac{\cancel{x-4}}{x\cancel{(x+5)}}\cdot\frac{(x+1)\cancel{(x+5)}}{(x+4)\cancel{(x-4)}}$$

$$=\underline{\underline{\frac{x+1}{x(x+4)}}}$$

2020 Serie A2 Aufg 3. a)

**a)** Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

$$\frac{7(x-1)}{9}-\frac{x+4}{6}$$

$$\frac{7(x-1)}{9}-\frac{x+4}{6}=\frac{7(x-1)\cdot 2}{9\cdot 2}-\frac{(x+4)\cdot 3}{6\cdot 3}$$

$$=\frac{14(x-1)}{18}-\frac{3x+12}{18}$$

$$=\frac{(14x-14)-(3x+12)}{18}$$

$$=\frac{14x-14-3x-12}{18}=\underline{\underline{\frac{11x-26}{18}}}$$

$$=\frac{11x}{18}-\frac{26}{18}=\underline{\underline{\frac{11x}{18}-\frac{13}{9}}}$$

**b)** Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

$$\frac{19b}{3}-\frac{2a^2}{4b}:\frac{a^2}{6b^2}$$

$$\frac{19b}{3}-\frac{\cancel{2}a^2}{\cancel{4}_{2}b}:\frac{a^2}{6b^2}=\frac{19b}{3}-\frac{\cancel{a^2}}{\cancel{2b}}\cdot\frac{\cancel{6}^{3}b^{\cancel{2}}}{\cancel{a^2}}=\frac{19b}{3}-3b=\frac{19b}{3}-\frac{9b}{3}=\underline{\underline{\frac{10b}{3}}}$$

**c)** Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

$$\frac{x^2-6x}{x^2+2x+1}\cdot\frac{x^2-1}{x-6}$$

$$\frac{x^2-6x}{x^2+2x+1}\cdot\frac{x^2-1}{x-6}$$

Einzelbrüche faktorisieren

$$\frac{x(x-6)}{(x+1)(x+1)}\cdot\frac{(x+1)(x-1)}{x-6}$$

$$=\frac{x\cdot\cancel{(x-6)}\cdot\cancel{(x+1)}\cdot(x-1)}{(x+1)\cancel{(x+1)}\cancel{(x-6)}}=\underline{\underline{\frac{x(x-1)}{x+1}}}$$

2020 Serie A1 Aufgabe 3

**a)** Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

$\frac{17a}{3} - \frac{2b^2}{4a} : \frac{b^2}{6a^2}$

$$\frac{17a}{3} - \frac{2b^2}{4a} : \frac{b^2}{6a^2}$$

$$= \frac{17a}{3} - \frac{\cancel{b^2}}{\cancel{2a}} \cdot \frac{3\,\cancel{6}a^{\cancel{2}}}{\cancel{b^2}} = \frac{17a}{3} - \frac{3a}{1}$$

$$= \frac{17a}{3} - \frac{9a}{3} = \underline{\underline{\frac{8a}{3}}}$$

**b)** Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

$\frac{5(x-1)}{6} - \frac{x+3}{9}$

$$\frac{5(x-1)}{6} - \frac{x+3}{9} = \frac{5(x-1)\cdot 3}{6\cdot 3} - \frac{(x+3)\cdot 2}{9\cdot 2}$$

$$= \frac{15(x-1)}{18} - \frac{2x+6}{18}$$

$$= \frac{15(x-1)-(2x+6)}{18} = \frac{15x-15-2x-6}{18}$$

$$= \underline{\underline{\frac{13x-21}{18}}} = \frac{13x}{18} - \frac{21}{18} = \underline{\underline{\frac{13x}{18} - \frac{7}{6}}}$$

**c)** Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

$\frac{x^2-3x}{x^2+2x+1} \cdot \frac{x^2-1}{x-3}$

$$\frac{x^2-3x}{x^2+2x+1} \cdot \frac{x^2-1}{x-3}$$

Einzelbrüche faktorisieren

$$\frac{x(x-3)}{(x+1)(x+1)} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{(x-3)} = \frac{x\cancel{(x-3)}\cdot\cancel{(x+1)}(x-1)}{\cancel{(x+1)}(x+1)\cancel{(x-3)}}$$

$$= \underline{\underline{\frac{x(x-1)}{x+1}}}$$

# 2019 Serie B2 Aufg. 3

Vereinfachen Sie die Terme und kürzen Sie die Resultate so weit wie möglich.

a) $\frac{2x}{5}:\frac{4}{15}-\frac{7x}{6}\cdot\frac{3}{28}$

$$\frac{2x}{5}:\frac{4}{15}-\frac{7x}{6}\cdot\frac{3}{28}$$

erweitern mit 4

$$=\frac{\cancel{2}x}{\cancel{5}}\cdot\frac{\overset{3}{\cancel{15}}}{\underset{2}{\cancel{4}}}-\frac{\cancel{7}x\cdot\cancel{3}}{\underset{2}{\cancel{6}}\cdot\underset{4}{\cancel{28}}}=\frac{3x}{2}-\frac{x}{8}=\frac{12x}{8}-\frac{x}{8}$$

$$=\frac{11x}{8}$$

b) $\frac{3(x-y)^2}{x+y}\cdot\frac{6xy+6y^2}{x^2-2xy+y^2}$

$$\frac{3(x-y)^2}{x+y}\cdot\frac{6xy+6y^2}{x^2-2xy+y^2}$$

Einzelbrüche faktorisieren

$$\frac{3\cancel{(x-y)}\cancel{(x-y)}}{\cancel{x+y}}\cdot\frac{6y\cancel{(x+y)}}{\cancel{(x-y)}\cancel{(x-y)}}=\frac{3\cdot 6y}{1}=18y$$

# 2019 Serie B1 Aufg 3

Vereinfachen Sie die Terme und kürzen Sie die Resultate so weit wie möglich.

a) $\frac{5x}{2}:\frac{15}{4}-\frac{2x}{21}\cdot\frac{7}{6}$

$$\frac{5x}{2}:\frac{15}{4}-\frac{2x}{21}\cdot\frac{7}{6}=\frac{\cancel{5}x}{\cancel{2}}\cdot\frac{\overset{2}{\cancel{4}}}{\underset{3}{\cancel{15}}}-\frac{\cancel{2}x\cdot\cancel{7}}{\underset{3}{\cancel{21}}\cdot\underset{3}{\cancel{6}}}=\frac{2x}{3}-\frac{x}{9}$$

$$=\frac{2x\cdot 3}{3\cdot 3}-\frac{x}{9}=\frac{6x}{9}-\frac{x}{9}=\frac{5x}{9}$$

b) $\frac{4xy+4y^2}{x^2-2xy+y^2}\cdot\frac{6(x-y)^2}{x+y}$

$$\frac{4xy+4y^2}{x^2-2xy+y^2}\cdot\frac{6(x-y)(x-y)}{x+y}$$

Einzelbrüche faktorisieren

$$\frac{4y\cancel{(x+y)}}{\cancel{(x-y)}\cancel{(x-y)}}\cdot\frac{6\cancel{(x-y)}\cancel{(x-y)}}{\cancel{x+y}}=24y$$

2019 Serie A2

3.a) Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$\frac{2x}{3} \cdot \frac{9}{4} + \frac{3x}{2} : \frac{9}{16}$$

$$= \frac{\cancel{2}x \cdot \cancel{9}^{3}}{\cancel{3} \cdot \cancel{4}_{2}} + \frac{3x}{2} \cdot \frac{16}{9} = \frac{3x}{2} + \frac{\cancel{3}x \cdot 16}{2 \cdot \cancel{9}_{3}}$$

$$= \frac{3x \cdot 3}{2 \cdot 3} + \frac{16x}{2 \cdot 3} = \frac{9x}{6} + \frac{16x}{6} = \underline{\underline{\frac{25x}{6}}}$$

---

3.b) $$\frac{4x^2 - 4xy}{x^2 + 2xy + y^2} \cdot \frac{5(x+y)^2}{x-y}$$

Einzelbrüche faktorisieren

$$\frac{4x(x-y)}{(x+y)(x+y)} \cdot \frac{5(x+y)(x+y)}{(x-y)}$$

alles auf einen Bruchstrich schreiben

$$\frac{4 \cdot x(x-y) \cdot 5 \cdot (x+y)(x+y)}{(x+y)(x+y)(x-y)}$$

Kürzen

$$\frac{4 \cdot x\cancel{(x-y)} \cdot 5 \cdot \cancel{(x+y)}\cancel{(x+y)}}{\cancel{(x+y)}\cancel{(x+y)}\cancel{(x-y)}} = \frac{4 \cdot x \cdot 5}{1} = \underline{\underline{20x}}$$

2019 Serie A1

Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

3.a)

$$\frac{3x}{2}\cdot\frac{4}{9}+\frac{2x}{3}:\frac{8}{9}=\frac{\cancel{3}x\cdot\cancel{4}^{2}}{\cancel{2}\cdot\cancel{9}_{3}}+\frac{2x}{3}\cdot\frac{9}{8}$$

$$=\frac{2x}{3}+\frac{\cancel{2}\cdot 9\cdot x}{3\cdot\cancel{8}_{4}}=\frac{2x\cdot 4}{3\cdot 4}+\frac{9x}{3\cdot 4}$$

$$=\frac{8x}{12}+\frac{9x}{12}=\underline{\underline{\frac{17x}{12}}}$$

3.b)

$$\frac{3(x+y)^2}{x-y}\cdot\frac{5x^2-5xy}{x^2+2xy+y^2}$$

Einzelbrüche faktorisieren

$$=\frac{3(x+y)(x+y)}{x-y}\cdot\frac{5x(x-y)}{(x+y)(x+y)}$$

kürzen:

$$=\frac{3\cancel{(x+y)}\cancel{(x+y)}}{\cancel{x-y}}\cdot\frac{5x\cancel{(x-y)}}{\cancel{(x+y)}\cancel{(x+y)}}=\frac{3\cdot 5x}{1}=\underline{\underline{15x}}$$

Jahr 2018 Serie B2

1.a) Vereinfachen Sie so weit wie möglich

$$\frac{5x}{14} + \frac{14x}{4} \cdot \frac{1}{7} - \frac{x}{28} = \frac{5x \cdot 2}{14 \cdot 2} + \frac{14x}{4 \cdot 7} - \frac{x}{28}$$

$$= \frac{10x + 14x - x}{28} = \underline{\underline{\frac{23x}{28}}}$$

2.) Vereinfachen Sie so weit wie möglich

$$\frac{x^2 + 10x + 25}{x+5} + \frac{x^2 + 2x - 8}{x+4}$$

Einzelbrüche faktorisieren

$$\frac{(x+5)(x+5)}{x+5} + \frac{(x+4)(x-2)}{x+4}$$

Einzelbrüche kürzen

$$= x + 5 + x - 2 = \underline{\underline{2x + 3}}$$

# 2018 Serie B1

1.b) Vereinfachen Sie so weit wie möglich

$$\frac{5x}{12} + \frac{14x}{4} \cdot \frac{1}{6} - \frac{x}{24}$$

auf $\frac{1}{24}$ erweitern:

$$\frac{5x \cdot 2}{12 \cdot 2} + \frac{14x}{4 \cdot 6} - \frac{x}{24} = \frac{10x + 14x - x}{24} = \underline{\underline{\frac{23x}{24}}}$$

---

2.) Vereinfachen Sie so weit wie möglich

$$\frac{x^2 + 8x + 16}{x+4} + \frac{x^2 - 3x - 4}{x+1}$$

Einzelbrüche faktorisieren und wenn möglich kürzen:

$$= \frac{(x+4)(x+4)}{x+4} + \frac{(x+1)(x-4)}{x+1} = \frac{(x+4)\cancel{(x+4)}}{\cancel{x+4}} + \frac{\cancel{(x+1)}(x-4)}{\cancel{x+1}}$$

$$= x+4 + x-4 = \underline{\underline{2x}}$$

2018 Serie A2

1. b) Vereinfachen Sie so weit wie möglich

$$\frac{3x}{4} + \frac{10x}{8} \cdot \frac{1}{2} - \frac{x}{16}$$

$$= \frac{3x \cdot 4}{4 \cdot 4} + \frac{10x}{8 \cdot 2} - \frac{x}{16} = \frac{12x + 10x - x}{16} = \frac{21x}{16}$$

2) Vereinfachen Sie so weit wie möglich

$$\frac{x^2+4x+4}{x+2} + \frac{x^2+2x-15}{x-3}$$

$$= \frac{(x+2)(x+2)}{x+2} + \frac{(x-3)(x+5)}{x-3}$$

$$= \frac{(x+2)\cancel{(x+2)}}{\cancel{x+2}} + \frac{\cancel{(x-3)}(x+5)}{\cancel{x-3}} = x+2+x+5 = 2x+7$$

1.a) Vereinfachen Sie so weit wie möglich

$$\frac{2x}{9} + \underbrace{\frac{8x}{6} \cdot \frac{1}{3}} - \frac{x}{18}$$

gleichnamig:

$$\frac{2x \cdot 2}{9 \cdot 2} + \frac{8x}{6 \cdot 3} - \frac{x}{18} = \frac{4x + 8x - x}{18} = \frac{11x}{18}$$

2. Vereinfachen Sie so weit wie möglich

$$\frac{x^2+6x+9}{x+3} + \frac{x^2-3x-10}{x-5}$$

Einzelbrüche faktorisieren und kürzen

$$\frac{(x+3)(x+3)}{x+3} + \frac{(x-5)(x+2)}{x-5} = \frac{\cancel{(x+3)}(x+3)}{\cancel{x+3}} + \frac{\cancel{(x-5)}(x+2)}{\cancel{x-5}}$$

$$= x+3 + x+2 = 2x+5$$

Jahr 2017 Serie B2

1.) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich

$$\frac{b^2-8b+16}{b^2-7b+12}=\frac{(b-4)(b-4)}{(b-4)(b-3)}=\frac{\cancel{(b-4)}(b-4)}{\cancel{(b-4)}(b-3)}=\frac{b-4}{b-3}$$

2) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich

$$\frac{5}{7x}:\frac{12}{\sqrt{49x^2}}+\frac{31x}{\sqrt{400x^2-(16x)^2}}$$

$$=\frac{5}{7x}:\frac{12}{7x}+\frac{31x}{\sqrt{400x^2-256x^2}}$$

$$\begin{array}{r}400\\-256\\\hline 144\end{array}$$

$$=\frac{5}{\cancel{7x}}\cdot\frac{\cancel{7x}}{12}+\frac{31x}{\sqrt{144x^2}}$$

$$=\frac{5}{12}+\frac{31x}{12x}=\frac{5\cdot x}{12\cdot x}+\frac{31x}{12x}=\frac{36x}{12x}=3$$

2017 Serie B1

1.) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich

$$\frac{a^2-5a+6}{a^2-6a+9} = \frac{(a-3)(a-2)}{(a-3)(a-3)} = \underline{\underline{\frac{a-2}{a-3}}}$$

2. Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich

$$\frac{\sqrt{81x^2}}{3} : \frac{2x}{3} + \frac{\sqrt{169x^2-(12x)^2}}{2x}$$

$$= \underbrace{\frac{9x}{3} \cdot \frac{3}{2x}} + \frac{\sqrt{169x^2-144x^2}}{2x}$$

$$\begin{array}{r} 169 \\ -144 \\ \hline 25 \end{array}$$

$$= \frac{9\cdot\cancel{3}\cancel{x}}{\cancel{3}\cdot 2\cancel{x}} + \frac{\sqrt{25x^2}}{2x}$$

$$= \frac{9}{2} + \frac{5x}{2x} = \frac{9}{2} + \frac{5}{2} = \frac{14}{2} = \underline{\underline{7}}$$

2017 Serie A2

1) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich

$$\frac{y^2+8y+16}{y^2-16} = \frac{(y+4)(y+4)}{(y-4)(y+4)} = \underline{\underline{\frac{y+4}{y-4}}}$$

2) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich

$$\frac{19x}{\sqrt{(17x)^2-64x^2}} + \frac{\sqrt{121x^2}}{x^2} : \frac{15}{x}$$

$$= \frac{19x}{\sqrt{289x^2-64x^2}} + \frac{11x}{x^2} \cdot \frac{x}{15}$$

$$= \frac{19x}{\sqrt{225x^2}} + \frac{11x^2}{15x^2}$$

$$= \frac{19x}{15x} + \frac{11}{15}$$

$$= \frac{19}{15} + \frac{11}{15} = \frac{30}{15} = \underline{\underline{2}}$$

2017 Serie A1

1. Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich

$$\frac{x^2-25}{x^2+10x+25} = \frac{(x-5)(x+5)}{(x+5)(x+5)} = \underline{\underline{\frac{x-5}{x+5}}}$$

2. Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich

$$\frac{\sqrt{289x^2-(15x)^2}}{3x} + \frac{2x^2}{\sqrt{9x^2}} : \frac{x}{5}$$

$$= \frac{\sqrt{289x^2-225x^2}}{3x} + \frac{2x^2}{3x} \cdot \frac{5}{x}$$

$$= \frac{\sqrt{64x^2}}{3x} + \frac{10x^2}{3x^2}$$

$$= \frac{8x}{3x} + \frac{10}{3} = \frac{8}{3} + \frac{10}{3} = \frac{18}{3} = \underline{\underline{6}}$$

2016 Serie B2

1) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich. Das Resultat darf keine Klammern enthalten

$$\frac{2(p-r)}{3a} \cdot \frac{6(r-p)}{24a} = \frac{\cancel{2}\cdot(p-r)\cdot\cancel{6}\cdot(r-p)}{3a\cdot\cancel{24}a}$$

$$= \frac{(p-r)\cdot(r-p)}{6a^2} = \frac{-p^2-2pr-r^2}{6a^2}$$

Die Musterlösung geht von einer anderen Aufgabenstellung aus:

$$\frac{2(p-r)\cdot 6\cdot(r+p)}{3\cdot a\cdot 24\cdot a} = \frac{\cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{3}(p-r)(r+p)}{\cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot 2\cdot\cancel{3}\cdot 3\cdot a^2} = \frac{p^2-r^2}{6a^2}$$

2. Vereinfachen Sie den Trem so weit wie möglich.

$$\frac{\sqrt{(4a)^2+4a^2+4a\cdot 11a}}{21a} - \frac{3b}{\sqrt{(2b\cdot 3)^2+45b^2}}$$

$$= \frac{\sqrt{16a^2+4a^2+44a^2}}{21a} - \frac{3b}{\sqrt{4b^2\cdot 9+45b^2}}$$

$$= \frac{\sqrt{64a^2}}{21a} - \frac{3b}{\sqrt{36b^2+45b^2}} = \frac{8a}{21a} - \frac{3b}{\sqrt{81b^2}}$$

$$= \frac{8}{21} - \frac{3b}{9b} = \frac{8}{21} - \frac{3}{9} = \frac{8}{21} - \frac{1}{3} = \frac{8}{21} - \frac{7}{21}$$

$$= \frac{8-7}{21} = \frac{1}{21}$$

2016 Serie B1

1.) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich. Das Resultat darf keine Klammern enthalten

$$\frac{2(a+b)}{3b} \cdot \frac{3(b-a)}{4b} = \frac{\cancel{2} \cdot (b+a) \cdot \cancel{3} \cdot (b-a)}{\cancel{3} \cdot b \cdot \cancel{2} \cdot 2 \cdot b}$$

$$= \frac{(b+a)(b-a)}{2b^2} = \underline{\underline{\frac{b^2-a^2}{2b^2}}} = \frac{b^2}{2b^2} - \frac{a^2}{2b^2} = \underline{\underline{\frac{1}{2} - \frac{a^2}{2b^2}}}$$

2. Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

$$\frac{\sqrt{(3c)^2 + 15c^2 + 5c \cdot 5c}}{21c} - \frac{d}{\sqrt{(10d)^2 + 21d^2}}$$

$$= \frac{\sqrt{9c^2 + 15c^2 + 25c^2}}{21c} - \frac{d}{\sqrt{100d^2 + 21d^2}}$$

$$= \frac{\sqrt{49c^2}}{21c} - \frac{d}{\sqrt{121d^2}} = \frac{7c}{21c} - \frac{d}{11d} = \frac{7}{21} - \frac{1}{11} = \frac{1}{3} - \frac{1}{11}$$

$$= \frac{11}{33} - \frac{3}{33} = \underline{\underline{\frac{8}{33}}}$$

Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

1.)

$$\frac{3r^2}{-5p} : \frac{12r}{15p^2} = -\frac{3r^2}{5p} \cdot \frac{15p^2}{12r} = -\frac{3 \cdot r^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot p^2}{5 \cdot p \cdot 4 \cdot 3 \cdot r}$$

$$= -\frac{3 \cdot r^{\cancel{2}} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{5} \cdot p^{\cancel{2}}}{\cancel{5} \cdot \cancel{p} \cdot 4 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{r}} = -\frac{3rp}{4}$$

2.) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

$$\frac{1}{\sqrt{5a^2 + 22a \cdot 2a}} + \frac{1}{\sqrt{(8a)^2 - 39a^2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{5a^2 + 44a^2}} + \frac{1}{\sqrt{64a^2 - 39a^2}} = \frac{1}{\sqrt{49a^2}} + \frac{1}{\sqrt{25a^2}}$$

$$= \frac{1}{7a} + \frac{1}{5a} = \frac{1 \cdot 5}{7a \cdot 5} + \frac{1 \cdot 7}{5a \cdot 7} = \frac{5}{35a} + \frac{7}{35a} = \frac{12}{35a}$$

Aufnahmeprüfung 2016 Serie A1

Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

1.)

$$\frac{2a^2}{3b} : \frac{-4a}{9b^2} = -\frac{2a^2}{3b} : \frac{4a}{9b^2} = \frac{2a^2}{3b} \cdot \frac{9b^2}{4a} = -\frac{2 \cdot a^2 \cdot 3 \cdot 3b^2}{3 \cdot b \cdot 2 \cdot 2 \cdot a}$$

$$= -\frac{\cancel{2} \cdot \cancel{a^2} \cdot \cancel{3} \cdot 3\cancel{b^2}}{\cancel{3} \cdot \cancel{b} \cdot \cancel{2} \cdot 2 \cdot \cancel{a}} = -\underline{\underline{\frac{3ab}{2}}}$$

2.)

$$\frac{1}{\sqrt{5b^2 + 10b \cdot 2b}} + \frac{1}{\sqrt{(10b)^2 - 19b^2}} = \frac{1}{\sqrt{5b^2 + 20b^2}} + \frac{1}{\sqrt{100b^2 - 19b^2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{25b^2}} + \frac{1}{\sqrt{81b^2}} = \frac{1}{5b} + \frac{1}{9b} = \frac{1 \cdot 9}{5b \cdot 9} + \frac{1 \cdot 5}{9b \cdot 5}$$

$$= \frac{9}{45b} + \frac{5}{45b} = \underline{\underline{\frac{14}{45b}}}$$

Vereinfachen Sie den Term und schreiben Sie das Resultat als Bruchterm.

1.)

$$\frac{4f+e}{8} - \frac{f-e}{2} = \frac{4f+e}{8} - \frac{(f-e)\cdot 4}{2\cdot 4}$$

$$= \frac{4f+e}{8} - \frac{4f-4e}{8} = \frac{(4f+e)-(4f-4e)}{8}$$

$$= \frac{4f+e-4f+4e}{8} = \underline{\underline{\frac{5e}{8}}}$$

2. Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$\frac{\sqrt{(5y)^2+3y\cdot 8y}}{2} - \frac{\sqrt{5y^2-y^2}}{8} = \frac{\sqrt{25y^2+24y^2}}{2} - \frac{\sqrt{4y^2}}{8}$$

$$= \frac{\sqrt{49y^2}}{2} - \frac{2y}{8} = \frac{7y}{2} - \frac{y}{4} = \frac{14y}{4} - \frac{y}{4} = \frac{14y-y}{4} = \underline{\underline{\frac{13y}{4}}}$$

1. Vereinfachen Sie den Term und schreiben Sie das Resultat als Bruchterm.

$$\frac{4c+3e}{9} - \frac{c+e}{3} = \frac{4c+3e}{9} - \frac{(c+e)\cdot 3}{3\cdot 3}$$

$$= \frac{(4c+3e) - 3(c+e)}{9} = \frac{4c+3e-3c-3e}{9} = \underline{\underline{\frac{c}{9}}}$$

2. Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$\frac{\sqrt{(8x)^2+3x\cdot 12x}}{4} - \frac{\sqrt{15x^2+x^2}}{3} = \frac{\sqrt{64x^2+36x^2}}{4} - \frac{\sqrt{16x^2}}{3}$$

$$= \frac{\sqrt{100x^2}}{4} - \frac{4x}{3} = \frac{10x}{4} - \frac{4x}{3} = \frac{5x}{2} - \frac{4x}{3}$$

$$= \frac{5x\cdot 3}{2\cdot 3} - \frac{4x\cdot 2}{3\cdot 2} = \frac{15x}{6} - \frac{8x}{6} = \underline{\underline{\frac{7x}{6}}}$$

# Aufnahmeprüfung 2015 Serie A2

1.) Vereinfachen Sie den Term und schreiben Sie das Resultat als Bruchterm.

$$\frac{7b}{9} - \left(\frac{5b}{6} - \frac{b}{3}\right) = \frac{7b}{3\cdot 3} - \frac{5b}{2\cdot 3} + \frac{b}{3}$$

$$= \frac{7b\cdot 2}{3\cdot 3\cdot 2} - \frac{5b\cdot 3}{2\cdot 3\cdot 3} + \frac{b\cdot 2\cdot 3}{3\cdot 2\cdot 3}$$

$$= \frac{14b}{18} - \frac{15b}{18} + \frac{6b}{18} = \frac{14b-15b+6b}{18} = \frac{5b}{18}$$

2.) Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$\frac{\sqrt{(12b)^2 - 63b^2}}{4ab} : \frac{\sqrt{35b^2+b^2}}{2a}$$

$$= \frac{\sqrt{144b^2-63b^2}}{4ab} : \frac{\sqrt{36b^2}}{2a} = \frac{\sqrt{81b^2}}{4ab} : \frac{6b}{2a}$$

$$= \frac{9b}{4ab} \cdot \frac{2a}{6b} = \frac{3\cdot 3\cdot b\cdot 2\cdot a}{2\cdot 2\cdot a\cdot b\cdot 2\cdot 3\cdot b}$$

$$= \frac{\cancel{3}\cdot 3\cdot \cancel{b}\cdot \cancel{2}\cdot \cancel{a}}{\cancel{2}\cdot 2\cdot \cancel{a}\cdot \cancel{b}\cdot 2\cdot \cancel{3}\cdot b} = \frac{3}{4b}$$

# Aufnahmeprüfung 2015 Serie A1

1.) Vereinfachen Sie den Term und schreiben Sie das Resultat als Bruchterm.

$$\frac{5a}{12} - \left(\frac{7a}{8} + \frac{a}{4}\right) = \frac{5a}{3\cdot 4} - \frac{7a}{2\cdot 4} - \frac{a}{4}$$

$$= \frac{5a\cdot 2}{3\cdot 4\cdot 2} - \frac{7a\cdot 3}{2\cdot 4\cdot 3} - \frac{a\cdot 2\cdot 3}{4\cdot 2\cdot 3}$$

$$= \frac{10a}{24} - \frac{21a}{24} - \frac{6a}{24} = \underline{\underline{\frac{-17a}{24}}}$$

2. Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$\frac{\sqrt{(13a)^2 - 25a^2}}{6ab} : \frac{\sqrt{10a^2 - a^2}}{2b} = \frac{\sqrt{169a^2 - 25a^2}}{6\cdot a\cdot b} : \frac{\sqrt{9a^2}}{2\cdot b}$$

$$= \frac{\sqrt{144a^2}}{6\cdot a\cdot b} : \frac{3a}{2\cdot b} = \frac{12a}{6ab} : \frac{3a}{2b}$$

$$= \frac{\cancel{12}^{2}\,\cancel{a}}{\cancel{6}\cancel{a}b} : \frac{3a}{2b} = \frac{2}{b} : \frac{3a}{2b} = \frac{2}{b}\cdot\frac{2b}{3a} = \frac{2\cdot 2b}{b\cdot 3a}$$

$$= \frac{2\cdot 2\cancel{b}}{\cancel{b}\cdot 3a} = \underline{\underline{\frac{4}{3a}}}$$

# II Übungsaufgaben

1. Berechnen Sie die Termwerte und vereinfachen Sie so weit wie möglich:

a) $T(x) := \dfrac{x^2 - 6x}{x - 4}$

$$T(-2) = \frac{(-2)^2 - 6\cdot(-2)}{(-2) - 4} = \frac{4 + 12}{-6} = \frac{16}{-6} = -\frac{2\cdot 8}{2\cdot 3} = \underline{\underline{\frac{-8}{3}}}$$

b) $T(x) := \dfrac{7x - a}{x^2 - 25}$

$$T(-5) = \frac{7\cdot(-5) - a}{(-5)^2 - 25} = \frac{-35 - a}{25 - 25} = \frac{-35 - a}{0} \quad \underline{\underline{\notin \mathbb{R}}}$$

wir dürfen in $\mathbb{R}$ nicht durch Null teilen.

c) $T(x) := \dfrac{5x(a-x)(x+3)(x-4)}{25(a-x)(x+3)(x+6)}$

$$T(3) = \frac{\cancel{5}x\cancel{(a-x)}\cancel{(x+3)}(x-4)}{\cancel{5}\cdot 5\cancel{(a-x)}\cancel{(x+3)}(x+6)} = \frac{x(x-4)}{5(x+6)} \overset{x=3}{=} \frac{3((3)-4)}{5((3)+6)}$$

$$= \frac{3\cdot(-1)}{5\cdot 9} = \frac{-\cancel{3}\cdot 1}{5\cdot 3\cdot \cancel{3}} = \frac{-1}{5\cdot 3} = \underline{\underline{\frac{-1}{15}}}$$

Sonderfälle: T ist nicht definiert für $a = x$, $x = -3$ oder $x = -6$

$T(3)$ ist also für $a = 3$ nicht definiert.

2. Kürzen Sie so weit wie möglich.

a) $\frac{7ab}{14b} = \frac{7 \cdot a \cdot b}{2 \cdot 7 \cdot b} = \frac{\cancel{7} \cdot a \cdot \cancel{b}}{2 \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{b}} = \underline{\underline{\frac{a}{2}}}$

b) $\frac{3ab^2}{9a^2b^4} = \frac{3 \cdot a \cdot b \cdot b}{3 \cdot 3 \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b} = \frac{\cancel{3} \cdot \cancel{a} \cdot \cancel{b} \cdot \cancel{b} \cdot 1}{\cancel{3} \cdot 3 \cdot \cancel{a} \cdot a \cdot \cancel{b} \cdot \cancel{b} \cdot b \cdot b} = \underline{\underline{\frac{1}{3ab^2}}}$

c) $\frac{-35 r^3 s^6}{-42 r^4 s^2} = \frac{(-1)\, 5 \cdot 7 \cdot r \cdot r \cdot r \cdot s \cdot s \cdot s \cdot s \cdot s \cdot s}{(-1)\, 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot r \cdot r \cdot r \cdot r \cdot s \cdot s}$

$= \frac{\cancel{(-1)}\, 5 \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{r} \cdot \cancel{r} \cdot \cancel{r} \cdot \cancel{s} \cdot \cancel{s} \cdot s \cdot s \cdot s \cdot s}{\cancel{(-1)}\, 2 \cdot 3 \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{r} \cdot \cancel{r} \cdot \cancel{r} \cdot r \cdot \cancel{s} \cdot \cancel{s}} = \underline{\underline{\frac{5 \cdot s^4}{6 \cdot r}}}$

d) $\frac{ax + ay}{bx + by} = \frac{a(x+y)}{b(x+y)} = \frac{a \cdot \cancel{(x+y)}}{b \cdot \cancel{(x+y)}} = \underline{\underline{\frac{a}{b}}}$

e) $\frac{192 rss - 48 st}{180 rss - 48 st} = \frac{12s\,(16rs - 4t)}{12s\,(15rs - 4t)} = \underline{\underline{\frac{16rs - 4t}{15rs - 4t}}}$

f) $\frac{(3-x)(8.4+y)}{(8.4-x)(3-x)} = \frac{\cancel{(3-x)} \cdot (8.4+y)}{\cancel{(3-x)} \cdot (8.4-x)} = \underline{\underline{\frac{8.4+y}{8.4-x}}}$

g) $\frac{7e - 7f}{e^2 - f^2} = \frac{7 \cdot (e-f)}{(e+f)(e-f)} = \frac{7 \cdot \cancel{(e-f)}}{(e+f) \cdot \cancel{(e-f)}} = \underline{\underline{\frac{7}{e+f}}}$

h) $\frac{a^2 + 2ab + b^2}{a^2 - b^2} = \frac{(a+b)(a+b)}{(a+b)(a-b)} = \frac{\cancel{(a+b)}(a+b)}{\cancel{(a+b)}(a-b)} = \underline{\underline{\frac{a+b}{a-b}}}$

i) $\frac{xy + 2x - y - 2}{xy - x - y + 1} = \frac{x(y+2) - 1 \cdot (y+2)}{x(y-1) - 1 \cdot (y-1)} = \frac{(x-1)(y+2)}{(x-1)(y-1)} = \underline{\underline{\frac{y+2}{y-1}}}$

j) $\frac{x^2 + x - 6}{x^2 - x - 12} = \frac{(x+3)(x-2)}{(x+3)(x-4)} = \frac{\cancel{(x+3)}(x-2)}{\cancel{(x+3)}(x-4)} = \underline{\underline{\frac{x-2}{x-4}}}$

k) $$\frac{a^4-5a^3}{a^4-a^3-20a^2} = \frac{a^3(a-5)}{a^2(a^2-a-20)} = \frac{a^3\cdot(a-5)}{a^2(a-5)(a+4)}$$

$$= \frac{\cancel{a}\cdot\cancel{a}\cdot a\,\cancel{(a-5)}}{\cancel{a}\cdot\cancel{a}\,\cancel{(a-5)}(a+4)} = \frac{a}{a+4}$$

l) $$\frac{x^2-xy-6y^2}{x^2-2xy-8y^2} = \frac{(x+2y)(x-3y)}{(x+2y)(x-4y)} = \frac{\cancel{(x+2y)}(x-3y)}{\cancel{(x+2y)}(x-4y)} = \frac{x-3y}{x-4y}$$

m) $$\frac{ab-ac}{c-b} = \frac{a(b-c)}{(c-b)} = \frac{a\cdot(b-c)}{(-1)\cdot(b-c)} = \frac{a\cancel{(b-c)}}{-1\cdot\cancel{(b-c)}} = \frac{a}{-1} = -a$$

n) $$\frac{x^3-x^2}{1-x^2} = \frac{x^2(x-1)}{\underbrace{(1-x)}_{(-1)(x-1)}(1+x)} = \frac{x^2(x-1)}{(-1)\cdot(x-1)\cdot(1+x)}$$

$$= \frac{x^2\cdot\cancel{(x-1)}}{(-1)\cdot\cancel{(x-1)}\cdot(1+x)} = \frac{x^2}{-(1+x)} = \frac{-x^2}{1+x}$$

o) $$\frac{ab-2cd}{2abcd} = \frac{ab-2cd}{2\cdot a\cdot b\cdot c\cdot d}$$ Zähler und Nenner sind bereits vollständig faktorisiert.

challenge

p) $$\frac{(a+4)^2-(b-1)^2}{a+13-(b+8)} = \frac{(a+4+b-1)(a+4-(b-1))}{a+13-b-8}$$

$$= \frac{(a+b+3)(a-b+5)}{(a-b+5)}$$

$$= \frac{(a+b+3)\cdot\cancel{(a-b+5)}}{1\cdot\cancel{(a-b+5)}} = a+b+3$$

g)

$$\frac{49\varepsilon^2 - 4(\varepsilon+2)^2}{45\varepsilon^2 - 16(\varepsilon+1)} \qquad A = 7\varepsilon \qquad B = 2(\varepsilon+2)$$

$$= \frac{A^2 - B^2}{45\varepsilon^2 - 16\varepsilon - 16} = \frac{(A+B)(A-B)}{(9\varepsilon+4)(5\varepsilon-4)}$$

← 3. Binomische F.

← Zweiklammer-Ansatz

$$= \frac{(7\varepsilon + 2(\varepsilon+2))(7\varepsilon - 2(\varepsilon+2))}{(9\varepsilon+4)(5\varepsilon-4)} = \frac{(7\varepsilon+2\varepsilon+4)(7\varepsilon-2\varepsilon-4)}{(9\varepsilon+4)(5\varepsilon-4)}$$

$$= \frac{(9\varepsilon+4)(5\varepsilon-4)}{(9\varepsilon+4)(5\varepsilon-4)} = \underline{\underline{1}}$$

3 Erweitern Sie den Bruch auf den vorgegebenen Nenner.

a) Bruch $\frac{7x-4}{ab}$ Nenner $a^2 b^3$

$$\frac{(7x-4)\cdot a\cdot b\cdot b}{a\cdot b\cdot a\cdot b\cdot b} = \frac{(7x-4)\,ab^2}{a^2\,b^3}$$

b) Bruch $\frac{x+2}{x-2}$ Nenner $x^2-4x+4$

Nenner $x^2-4x+4 = (x-2)(x-2)$

$$\Longrightarrow \frac{(x+2)\cdot(x-2)}{(x-2)\;(x-2)} = \frac{x^2-4}{(x-2)^2}$$

4. Erweitern Sie mit $-1$:

a) $$\frac{1-b}{-b-3} = \frac{(-1)\cdot(1-b)}{(-1)\cdot(-b-3)} = \frac{b-1}{b+3}$$

b) $$\frac{-5(-a+1)}{-5} = \frac{\overbrace{(-1)\cdot(-5)}^{5}\cdot(-a+1)}{(-1)\cdot(-5)} = \frac{5(-a+1)}{5}$$

5. Machen Sie gleichnamig

a) $\frac{7a}{33}$ und $\frac{2b}{44}$

$\downarrow$ $\downarrow$

$\frac{7 \cdot a}{3 \cdot 11}$ $\frac{\cancel{2} \cdot b}{\cancel{2} \cdot 2 \cdot 11}$ $\rightarrow$ Hauptnenner $3 \cdot 11 \cdot 2 = 66$

$\frac{7 \cdot a \cdot 2}{3 \cdot 11 \cdot 2}$ $\frac{b \cdot 3}{2 \cdot 11 \cdot 3}$

$\underline{\underline{\frac{14a}{66}}}$ und $\underline{\underline{\frac{3b}{66}}}$

b) $\frac{3}{a+1}$ und $\frac{4}{2a-4}$

kürzen : $2a-4 = 2(a-2)$

$\frac{3}{a+1}$ und $\frac{2}{a-2}$ $\rightarrow$ Hauptnenner $(a+1) \cdot (a-2)$

$\underline{\underline{\frac{3 \cdot (a-2)}{(a+1)\,(a-2)}}}$ und $\underline{\underline{\frac{2\,(a+1)}{(a-2)\,(a+1)}}}$

ausmultipliziert:

$\underline{\underline{\frac{3a-6}{a^2-a-2}}}$ und $\underline{\underline{\frac{2a+2}{a^2-a-2}}}$

# Addition / Subtraktion

6. Addieren bzw subtrahieren Sie die folgenden Bruchterme

a) $$\frac{7}{3}-\frac{3}{4}=\frac{7\cdot 4}{3\cdot 4}-\frac{3\cdot 3}{4\cdot 3}=\frac{7\cdot 4-3\cdot 3}{4\cdot 3}=\frac{28-9}{12}=\underline{\underline{\frac{19}{12}}}$$

b) $$\frac{1}{4}+\frac{a}{3}=\frac{1\cdot 3}{4\cdot 3}+\frac{a\cdot 4}{3\cdot 4}=\frac{3+4a}{3\cdot 4}=\underline{\underline{\frac{3+4a}{12}}}$$

•) $$\frac{1}{3}-\frac{1}{12}+\frac{x}{5}$$ Hauptnenner $= 60$

$$=\frac{1\cdot 20}{3\cdot 20}-\frac{1\cdot 5}{12\cdot 5}+\frac{x\cdot 12}{5\cdot 12}$$

$$=\frac{20-5+12x}{5\cdot 12}=\frac{15+12x}{60}=\frac{3(5+4x)}{3\cdot 20}=\underline{\underline{\frac{5+4x}{20}}}$$

•) kürzen

$$\frac{7x}{33}-\frac{12}{22}+\frac{2a}{55a}=\frac{7x}{3\cdot 11}-\frac{6}{11}+\frac{2}{5\cdot 11}=$$

$$=\frac{7x\cdot 5}{3\cdot 11\cdot 5}-\frac{6\cdot 3\cdot 5}{11\cdot 3\cdot 5}+\frac{2\cdot 3}{5\cdot 11\cdot 3}$$

$$=\frac{(7x\cdot 5)-(6\cdot 3\cdot 5)+(2\cdot 3)}{3\cdot 5\cdot 11}=\frac{35x-90+6}{165}=\underline{\underline{\frac{35x-84}{165}}}$$

•) $$\frac{a+2b}{a}-\frac{a-2b}{a}=\frac{(a+2b)-(a-2b)}{a}=\frac{a+2b-a+2b}{a}=\underline{\underline{\frac{4b}{a}}}$$

[120 e MTA]

•) $$\frac{4x}{5}+\frac{9x}{13}=\Big(\overbrace{\frac{4}{5}+\frac{9}{13}}^{\frac{97}{65}\ (TR)}\Big)\cdot x=\underline{\underline{\frac{97}{65}\cdot x}}$$

(MTA 21b)

• $$\frac{5a}{b^2}-\frac{-a}{2b}=\frac{5a\cdot 2}{b^2\cdot 2}-\frac{-a\cdot b}{2b\cdot b}=\frac{5\cdot 2\cdot a-(-a)\cdot b}{2b^2}$$

$$=\underline{\underline{\frac{10a+ab}{2b^2}}}$$

•) $$7-\frac{2a-3}{3}=\frac{7\cdot 3}{3}-\frac{2a-3}{3}=\frac{(7\cdot 3)-(2a-3)}{3}$$

$$=\frac{21-2a+3}{3}=\underline{\underline{\frac{24-2a}{3}}}$$

• $$x+2-\frac{3x+x^2}{x}=x+2-\frac{x(3+x)}{x}$$

$$=x+2-\frac{\cancel{x}(3+x)}{1\cdot\cancel{x}}$$

$$=x+2-(3+x)=x+2-3-x=\underline{\underline{-1}}$$

•) $$\frac{m^2}{m-1}+\frac{6m^2}{12m}=\frac{m^2}{m-1}+\frac{6\cdot m\cdot m}{2\cdot 6\cdot m}$$

$$=\frac{m^2}{m-1}+\frac{\cancel{6}\cdot\cancel{m}\cdot m}{2\cdot\cancel{6}\cdot\cancel{m}}$$

$$=\frac{m^2\cdot 2}{(m-1)\cdot 2}+\frac{m\cdot(m-1)}{2\cdot(m-1)}$$

$$=\frac{2m^2+m(m-1)}{2(m-1)}=\frac{2m^2+m^2-m}{2(m-1)}$$

$$=\frac{3m^2-m}{2(m-1)}=\underline{\underline{\frac{m(3m-1)}{2(m-1)}}}$$

•) $$\frac{1}{a}-\frac{1}{b-a}=\frac{1\cdot(b-a)}{a\cdot(b-a)}-\frac{1\cdot a}{(b-a)\cdot a}$$

$$=\frac{b-a-a}{a(b-a)}=\underline{\underline{\frac{b-2a}{a(b-a)}}}$$

•) ≙ Marthaler S. 50 23g

$$\frac{2e-f}{12e^2+16ef} - \frac{1.5}{9e+12f} = \frac{2e-f}{4e(3e+4f)} - \frac{1.5}{3(3e+4f)}$$

$$= \frac{2e-f}{4e(3e+4f)} - \frac{\cancel{1.5}}{\cancel{3}_{2}(3e+4f)}$$

$$= \frac{2e-f}{4e(3e+4f)} - \frac{1}{2(3e+4f)}$$

$$= \frac{2e-f}{4e(3e+4f)} - \frac{1 \cdot 2}{2(3e+4f)\cdot 2}$$

$$= \frac{2e-f}{4e(3e+4f)} - \frac{2}{4(3e+4f)}$$

$$= \underline{\underline{\frac{2e-f-2}{4(3e+4f)}}}$$

•) $$x - \frac{x^3-5}{x^2-5} = \frac{x\cdot(x^2-5)}{x^2-5} - \frac{x^3-5}{x^2-5}$$

$$= \frac{(x^3-5x)-(x^3-5)}{x^2-5}$$

$$= \frac{x^3-5x-x^3+5}{x^2-5} = \frac{-5x+5}{x^2-5}$$

$$= \underline{\underline{\frac{5(-x+1)}{x^2-5}}}$$

$\triangleq$ MTA S. 51 Aufg. 24. a)

•) $$\frac{a+3b}{a^2+6ab+9b^2} - \frac{a-b}{5a+15b}$$

$$= \frac{a+3b}{(a+3b)(a+3b)} - \frac{a-b}{5(a+3b)}$$

$$= \frac{1\cdot\cancel{(a+3b)}}{(a+3b)\cancel{(a+3b)}} - \frac{a-b}{5(a+3b)}$$

$$= \frac{1\cdot 5}{(a+3b)\cdot 5} - \frac{a-b}{5(a+3b)}$$

$$= \frac{5-(a-b)}{5(a+3b)} = \underline{\underline{\frac{5-a+b}{5(a+3b)}}}$$

•) $$\frac{a}{x}+\frac{b}{y}+\frac{c}{z} = \frac{a}{x}+\frac{b}{y}+\frac{c}{z}$$

$$= \frac{a\cdot y\cdot z}{x\cdot y\cdot z}+\frac{b\cdot x\cdot z}{y\cdot x\cdot z}+\frac{c\cdot x\cdot y}{z\cdot x\cdot y}$$

$$= \underline{\underline{\frac{axy+bxz+cxy}{xyz}}}$$

•) $$\frac{5}{x}-\frac{3}{10}-\frac{x}{15} = \frac{5\cdot 60}{x\cdot 60}-\frac{3\cdot 6x}{10\cdot 6x}-\frac{x\cdot 4x}{15\cdot 4x}$$

$$= \frac{300}{60x}-\frac{18x}{60x}-\frac{4x^2}{60x}$$

$$= \frac{300-18x-4x^2}{60x}$$

$$= \frac{2(150-9x-2x^2)}{2\cdot 30x}$$

$$= \underline{\underline{\frac{150-9x-2x^2}{30x}}}$$

weiter mit MTA S. 51 25.a)

- $$\frac{a+6}{a^2+5a-14} + \frac{3-a}{a^2-4a+4}$$

$$= \frac{a+6}{(a-2)(a+7)} + \frac{3-a}{(a-2)(a-2)} =$$

$$= \frac{(a+6)(a-2)}{(a-2)(a+7)(a-2)} + \frac{(3-a)\cdot(a+7)}{(a-2)(a-2)\cdot(a+7)}$$

$$= \frac{(a+6)(a-2) + (3-a)(a+7)}{(a-2)^2(a+7)}$$

$$= \frac{\cancel{a^2} + \cancel{4a} - 12 + \cancel{3a} + 21 - \cancel{a^2} - \cancel{7a}}{HN}$$

$$= \frac{9}{(a-2)^2(a+7)}$$

- $$\frac{a}{5x-6} - \frac{b-2a}{12-10x} = \frac{2a}{2(5x-6)} - \frac{2a-b}{2(5x-6)}$$

$$= \frac{2a-2a+b}{2(5x-6)} = \frac{b}{2(5x-6)}$$

Weiter Mit Aufgaben Stil Marthaler 25. d) Seite 51

$$\frac{\alpha}{2\alpha-3\beta}+\frac{\beta}{3\beta-2\alpha}-\frac{\alpha\beta}{4\alpha^2-9\beta^2}$$

Einzelbrüche faktorisieren

$$\frac{\alpha}{2\alpha-3\beta}+\frac{\beta}{3\beta-2\alpha}-\frac{\alpha\beta}{(2\alpha-3\beta)(2\alpha+3\beta)}$$

Gleichnamig
$HN = (2\alpha-3\beta)(2\alpha+3\beta)$
$-HN = (3\beta-2\alpha)(2\alpha+3\beta)$

$$\frac{\alpha(2\alpha+3\beta)}{HN}+\frac{\beta(2\alpha+3\beta)}{-HN}-\frac{\alpha\beta}{HN}$$

$$=\frac{\alpha(2\alpha+3\beta)}{HN}-\frac{\beta(2\alpha+3\beta)}{HN}-\frac{\alpha\beta}{HN}=\frac{2\alpha^2+3\alpha\beta-\beta(2\alpha+3\beta)-\alpha\beta}{HN}$$

$$=\frac{2\alpha^2+3\alpha\beta-2\alpha\beta-3\beta^2-\alpha\beta}{HN}=\frac{2\alpha^2-3\beta^2}{HN}$$

$$=\frac{2\alpha^2-3\beta^2}{(2\alpha-3\beta)(2\alpha+3\beta)}$$

# Multiplikation

- $\frac{a}{b} \cdot \frac{c-a}{a^2} = \frac{a(c-a)}{b \cdot a^2} = \frac{\cancel{a} \cdot (c-d)}{b \cdot a \cdot \cancel{a}} = \frac{c-d}{ab}$

- $m \cdot \frac{n}{-m} = \frac{m}{1} \cdot \frac{n}{-m} = \frac{m \cdot n}{-m} = \frac{m \cdot n}{(-1) \cdot m} = \frac{n}{-1} = -n$

- $\frac{x-3}{6x^3 - 18x^2} \cdot (-3x^2) = \frac{(x-3) \cdot (-3x^2)}{6x^2(x-3) \cdot 1}$

  $= \frac{\cancel{(x-3)} \cdot (-1) \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{x^2}}{2 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{x^2} \cancel{(x-3)} \cdot 1}$

  $= \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$

- $(a-b) \cdot \frac{2a}{(b-a)} = \frac{(a-b) \cdot 2 \cdot a}{(b-a)} = \frac{(-1) \cdot \cancel{(b-a)} \cdot 2 \cdot a}{\cancel{(b-a)} \cdot 1}$

  $= (-1) \cdot 2 \cdot a = -2a$

- $\frac{-xy}{4x-4y} \cdot (16y - 16x) = \frac{-x \cdot y \cdot (16y - 16x)}{4x - 4y}$

  $= \frac{-x \cdot y \cdot 16 \cdot (y-x)}{4(x-y)}$

  $= \frac{-x \cdot y \cdot 16 \cdot (-1)(x-y)}{4 \cdot (x-y)}$

  $= \frac{-x \cdot y \cdot \cancel{4} \cdot 4 \cdot (-1)\cancel{(x-y)}}{\cancel{4} \cdot \cancel{(x-y)}}$

  $= -x \cdot y \cdot 4 \cdot (-1) = 4xy$

$$\frac{3x-3y}{2z} \cdot \frac{4z^2+2z}{2x^2-2y^2} = \frac{3\cdot(x-y)}{2\cdot z} \cdot \frac{2z(2z+1)}{2(x^2-y^2)}$$

$$= \frac{3\cdot(x-y)\cdot 2\cdot z(2z+1)}{2\cdot z\cdot 2\cdot(x^2-y^2)}$$

$$= \frac{3\cdot(x-y)\cdot 2\cdot z(2z+1)}{2\cdot z\cdot 2\cdot(x+y)(x-y)}$$

$$= \frac{3\cdot\cancel{(x-y)}\cdot \cancel{2}\cdot \cancel{z}(2z+1)}{\cancel{2}\cdot \cancel{z}\cdot 2\cdot(x+y)\cancel{(x-y)}}$$

$$= \underline{\underline{\frac{3\cdot(2z+1)}{2\cdot(x+y)}}}$$

# Division

•) $6 : \frac{2}{x} = 6 \cdot \frac{x}{2} = \frac{6x}{2} = \underline{\underline{3x}}$

•) $m^2 : \frac{4}{m} = m^2 \cdot \frac{m}{4} = \frac{m^2 \cdot m}{4} = \underline{\underline{\frac{m^3}{4}}}$

•) $\frac{27x^2y^3}{5z^2} : 81x^3y^4 = \frac{27x^2y^3}{5 \cdot z^2 \cdot 81 \cdot x^3y^4}$

$= \frac{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y \cdot y}{5 \cdot z^2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot x \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y y y}$

$= \frac{\cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{x} \cdot \cancel{x} \cdot \cancel{y} \cdot \cancel{y} \cdot \cancel{y}}{5 \cdot z^2 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot 3 \cdot \cancel{x} \cdot \cancel{x} \cdot x \cdot \cancel{y} \cdot \cancel{y} \cancel{y} y} = \underline{\underline{\frac{1}{5xyz^2}}}$

•) $\frac{-a}{-b} : \frac{-b}{c} = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{-b} = \frac{a \cdot c}{-b^2} = \underline{\underline{-\frac{ac}{b^2}}}$

•) $\frac{a^2 + 2ab}{4a^2 - 4ab + b^2} : \frac{3ab + 6b^2}{2a^2 - 2a - ab + b}$

$= \frac{a(a+2b)}{(2a-b)(2a-b)} : \frac{3b(a+2b)}{\underbrace{2a(a-1) - b(a-1)}_{(2a-b)(a-1)}}$

$= \frac{a(a+2b)}{(2a-b)(2a-b)} \cdot \frac{(2a-b)(a-1)}{3 \cdot b(a+2b)}$

$= \frac{a\cancel{(a+2b)} \cdot \cancel{(2a-b)}(a-1)}{(2a-b)\cancel{(2a-b)} \cdot 3 \cdot b \cdot \cancel{(a+2b)}} = \underline{\underline{\frac{a(a-1)}{3b(2a-b)}}}$

# Doppelbrüche

- $$\frac{\frac{a}{2b}}{\frac{2a}{3b}} = \frac{a}{2b} : \frac{2a}{3b} = \frac{a}{2b} \cdot \frac{3b}{2a} = \frac{3 \cdot a \cdot b}{4 \cdot a \cdot b} = \underline{\underline{\frac{3}{4}}}$$

- $$\frac{1}{\frac{1}{f} + \frac{1}{g}} = 1 : \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right) = 1 : \left(\frac{g}{fg} + \frac{f}{fg}\right)$$
$$= 1 : \left(\frac{g+f}{fg}\right) = 1 \cdot \frac{fg}{g+f} = \underline{\underline{\frac{fg}{g+f}}}$$

- $$\frac{1}{1 - \frac{1}{a}} = 1 : \left(1 - \frac{1}{a}\right) = 1 : \left(\frac{a}{a} - \frac{1}{a}\right)$$
$$= 1 : \left(\frac{a-1}{a}\right) = 1 \cdot \frac{a}{a-1} = \underline{\underline{\frac{a}{a-1}}}$$

- $$\frac{x + \frac{1}{2}}{x - \frac{1}{2}} = \left(x + \frac{1}{2}\right) : \left(x - \frac{1}{2}\right)$$
$$= \left(\frac{2x}{2} + \frac{1}{2}\right) : \left(\frac{2x}{2} - \frac{1}{2}\right)$$
$$= \frac{2x+1}{2} : \frac{2x-1}{2} = \frac{2x+1}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}}{2x-1}$$
$$= \underline{\underline{\frac{2x+1}{2x-1}}}$$

alternativer Lösungsweg:
$$\frac{x + \frac{1}{2}}{x - \frac{1}{2}} = \frac{2 \cdot \left(x + \frac{1}{2}\right)}{2 \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right)} = \underline{\underline{\frac{2x+1}{2x-1}}}$$

# Gemischte Aufgaben

- $2xy\left(\frac{x}{2y} - \frac{y}{2x}\right)$

$$= 2xy \cdot \left(\frac{x \cdot x}{2y \cdot x} - \frac{y \cdot y}{2x \cdot y}\right)$$

$$= 2xy \cdot \left(\frac{x^2 - y^2}{2xy}\right) = \frac{2xy \cdot (x^2 - y^2)}{2xy}$$

$$= \underline{\underline{x^2 - y^2}} = \underline{\underline{(x+y)(x-y)}}$$

# III Aus alten GESO Abschlussprüfungen

# IV Aus alten TALS Abschlussprüfungen