

Allgemeine Hinweise

- Freiwillige Aufgaben sind mit einem * markiert. Sie können durch eine Bearbeitung der freiwilligen Aufgaben zusätzliche Punkte bekommen.

6.1 Skiplisten (5 Punkte)

- a) (5P) Schreiben Sie ein Java-Programm, das eine Skipliste repräsentiert und implementieren Sie die Methode `insert`. Die Wahrscheinlichkeit p um Elemente auf eine höhere Ebene zu übernehmen soll die Suchzeit $T_p(n)$ minimieren.
Fügen Sie der Reihe nach folgende Elemente hinzu:
9, 37, 40, 43, 28, 45, 49, 21, 8, 37, 13, 41, 14, 4, 33, 47, 49, 44, 23, 32, 12, 15, 23, 41
Geben Sie anschließend die Liste auf der Konsole aus, wobei die Zahlen pro Ebene jeweils eine Zeile einnehmen sollen.¹
- b) (4P*) Implementieren Sie eine Methode `remove`, mit der man Zahlen aus der Liste wieder entfernen kann. Entfernen Sie der Reihe nach die Zahlen
9, 43, 49, 37, 14, 47, 23, 15, 41
und geben Sie das Endergebnis wieder auf der Konsole aus.

6.2 Geometrische Reihe (6 Punkte)

Sei $|x| < 1$. Zeigen Sie

- a) (3P)

$$\sum_{j=0}^{\infty} j(j-1)x^{j-2} = -\frac{2}{(x-1)^3}$$

- b) (3P)

$$\sum_{j=0}^{\infty} j^2 x^j = -\frac{x(x+1)}{(x-1)^3}$$

6.3 Matrizenprodukt (5 Punkte)

Gegeben seien n Matrizen $A_i \in \mathbb{R}^{d_i \times d_{i+1}}$, $1 \leq i \leq n$, deren Produkt

$$A = A_1 \cdot A_2 \cdot \dots \cdot A_n$$

berechnet werden soll. Um Zeit zu sparen, möchte man möglichst optimal Klammern. Laden Sie sich das Java-Programm `Bracketing` von der Homepage herunter. Darin werden der Reihe nach die Zahlen $n, d_1, d_2, \dots, d_n, d_{n+1}$ von der Konsole eingelesen und anschließend die gefundenen optimalen Kosten ausgegeben.

Implementieren Sie die Methode `bestBracketingCost`. Das Programm soll darin, wie in der Vorlesung besprochen, die besten Kosten für die gegebenen Dimensionen (d_i) finden.

¹Aufgrund des randomisierten Verhaltens wird es keine Testfälle in SAUCE geben.

Es soll gemäß Memoization keine Kombination doppelt berechnen, sondern sämtliche Zwischenergebnisse speichern und wieder verwenden.

6.4 Egg Dropping (4 Punkte)

Implementieren Sie das Egg Dropping Problem, d.h. gegeben die Anzahl Stockwerke n und Eier k . Ermitteln Sie die minimale Anzahl an Versuchen $t_{n,k}$, mit denen man mit Sicherheit die Schwelle findet, ab der die Eier zerbrechen. Nutzen Sie dabei wiederum Memoization und berechnen Sie kein Zwischenergebnis doppelt.

Berechnen Sie $t_{100,4}$ und geben Sie das Ergebnis aus.