Allgemeine Hinweise

- Melden Sie sich bis **spätestens Donnerstag 15 Uhr** für die Übung an. Einen Link zum Anmeldesystem finden Sie auf der Homepage der Veranstaltung. Ihnen wird nach Möglichkeit ein Übungstermin zugewiesen, der zu den von Ihnen angegebenen Prioritäten passt.
- Lesen Sie sich die Homepage zur Veranstaltung durch, vor allem insbesondere die **verbindlichen Abgaberichtlinien**. Kommentare an Formeln und im Quellcode sind Voraussetzung zum Erreichen der vollen Punktzahl.
- Aktuelle Bekanntmachungen wie Raumänderungen, Hinweise zu Aufgaben, etc. werden auf der Homepage unter "Aktuelles" veröffentlicht.
- Dieses Übungsblatt ist von jedem Teilnehmer einzeln zu bearbeiten.

1.1 (5 Punkte)

a) Was gilt für die Folgenglieder einer geometrischen Folge $(a_k)_{k\in\mathbb{N}_0}$?
b) Wie kann man direkt das k-te Folgenglied (a_k) berechnen?
c) Was ergibt sich durch b) für die n-te Partialsumme $s_n = \sum_{k=0}^{n} a_k$?
d) Zeigen Sie, dass $s_n = a_0 \cdot \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$ gilt, wenn $q = a_1/a_0$.
e) Was muss erfüllt sein, damit eine geometrische Reihe konvergiert? Welcher Wert ergibt sich dann für $\lim_{n\to\infty} s_n$?

1.2 (4 Punkte)

Vereinfachen Sie folgende Terme:

a) $\log_b a \cdot \log_c b - \log_c a$
b) $\log_b \left(\frac{a}{b}\right)^c - c \cdot \log_b a$
c) $2\log_b \sqrt{ab} + \log_2 \frac{1}{\sqrt{a}} \log_b 4$
d) $\left(\frac{\sqrt{b^{log_b(ac)}}}{b^{log_b\sqrt{c}}}\right)^2$

1.3 (11 Punkte)

Gegeben seien zwei Polynome

$$A(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i \text{ und } B(x) = \sum_{j=0}^{m} b_j x^j$$

vom Grad n bzw. m.

a) (5P) Zeigen Sie, dass sich das Produktpolynom $C(x) = A(x) \cdot B(x)$ wie folgt berechnen lässt:

$$C(x) = \sum_{k=0}^{n+m} c_k x^k$$

$$\text{mit } c_k = \sum_{l=\max(0,k-n)}^{\min(k,m)} a_{k-l} b_l$$

b) (2P) Wir nehmen an, dass sich die Koeffizienten der Polynome in konstanter Zeit addieren und multiplizieren lassen. Wie viel Zeit benötigt die Berechnung von $C(x)$?

c) (4P) Wir nehmen weiterhin an, dass beide Polynome den gleichen Grad $n = m = 2^d$ besitzen. Entwerfen Sie einen Algorithmus zur schnellen Polynommultiplikation, dessen asymptotische Laufzeit besser als n^2 ist.