

# Gestion de Portefeuille

## Ex 5: Modèle Black-Litterman

Version: 17 Dec 2024

```
library(xts)
library(kableExtra)
library(quadprog)
library(fPortfolio)
library(BLCOP)
```

L'objet de cet exercice est de combiner l'approche de Black-Litterman et le modèle moyenne-variance classique pour imposer des contraintes à la solution.

### Rappel

Distribution ex=ante des rendements:

$$r \sim \mathcal{N}(\mu, \Sigma)$$

Rendements espérés d'équilibre

$$\Pi = \delta \Sigma w_{eq}$$

Distribution de l'espérance de rendement:

$$\mu = \Pi + \epsilon^{(e)}$$

avec

$$\epsilon^{(e)} \sim \mathcal{N}(0, \tau \Sigma)$$

where  $\tau$  is a scalar.

Expression des vues:

$$P\mu = Q + \epsilon^{(v)}$$

avec

$$\epsilon^{(v)} \sim \mathcal{N}(0, \Omega)$$

Solution ex-post:

Espérance de rendement

$$\mu^* = [(\tau \Sigma)^{-1} + P^T \Omega^{-1} P]^{-1} [(\tau \Sigma)^{-1} \Pi + P^T \Omega^{-1} Q]$$

Covariance des rendements

$$M^{-1} = [(\tau\Sigma)^{-1} + P^T\Omega^{-1}P]^{-1}$$

Distribution ex-post des rendements:

$$r \sim \mathcal{N}(\mu^*, \Sigma^*)$$

avec  $\Sigma^* = \Sigma + M^{-1}$ .

## Données

Données de He & Litterman:

```
data =  
'1,0.4880,0.4780,0.5150,0.4390,0.5120,0.4910  
0.4880,1,0.6640,0.6550,0.3100,0.6080,0.7790  
0.4780,0.6640,1,0.8610,0.3550,0.7830,0.6680  
0.5150,0.6550,0.8610,1,0.3540,0.7770,0.6530  
0.4390,0.3100,0.3550,0.3540,1,0.4050,0.3060  
0.5120,0.6080,0.7830,0.7770,0.4050,1,0.6520  
0.4910,0.7790,0.6680,0.6530,0.3060,0.6520,1'  
  
Corrmat = matrix( as.double(spl( gsub('\n', ' ', data), ' ')),  
                  nrow = length(spl(data, '\n')), byrow=TRUE)  
  
stdevs = c(16.0, 20.3, 24.8, 27.1, 21.0, 20.0, 18.7)/100  
w.eq = c(1.6, 2.2, 5.2, 5.5, 11.6, 12.4, 61.5)/100  
# Prior covariance of returns  
Sigma = Corrmat * (stdevs %*% t(stdevs))
```

Rendements d'équilibre

```
# risk aversion parameter  
delta = 2.5  
Pi = delta * Sigma %*% w.eq
```

| Assets    | Std Dev | Weq  | PI  |
|-----------|---------|------|-----|
| Australia | 16      | 1.6  | 3.9 |
| Canada    | 20.3    | 2.2  | 6.9 |
| France    | 24.8    | 5.2  | 8.4 |
| Germany   | 27.1    | 5.5  | 9   |
| Japan     | 21      | 11.6 | 4.3 |
| UK        | 20      | 12.4 | 6.8 |
| USA       | 18.7    | 61.5 | 7.6 |

## Questions

**En utilisant la librairie BLCOP, calculez l'espérance et la covariance ex-post des rendements en imposant la vue #1 (le marché allemand sur-performe de 5%).**

Attention à bien observer la signification des paramètres de BLViews et posteriorEst de librairie BLCOP.

**Avec les résultats de la question précédente, calculer les poids optimaux (Table 4 de l'article de Litterman et He).**

**Calculer le portefeuille tangent avec  $w_i \geq 0$ .**

On prendra  $R_f = 2\%$ .

On peut poser le problème d'optimisation et le résoudre directement. On peut également utiliser le package fPortfolio. Comme on dispose déjà du vecteur  $\mu$  et de la matrice de covariance, il faut écrire sa propre fonction de calcul de la moyenne et de la covariance des rendements. Voir le manuel Rmetrics-fPortfolio, p. 234.