## Gestion de Portefeuille

Ex-3: Risque Systématique et Risque Spécifique dans un modèle à un facteur

## Patrick Hénaff

Version: 17 Dec 2024

## Modèle à un facteur (CAPM/MEDAF)

L'excès de rendement des titres est déterminé par le coefficient d'exposition au risque de marché  $\beta_i$ :

$$r_i = r_f + \beta_i (r_M - r_f) + \epsilon_i$$

ou  $r_i$ , r-M,  $\epsilon_i$  sont des variables aléatoires, avec  $\text{cov}(\epsilon_i, r_M) = 0$  et donc:

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_M^2 + \sigma_\epsilon^2$$

Le risque du titre i est décomposé en un risque de marché  $\beta_i^2 \sigma_M^2$  et un risque spécifique  $\sigma_\epsilon^2$  qui peut être éliminé par diversification.

## Questions

On se propose de mesurer numériquement cet effet de diversification sur un exemple numérique:

On considère n actifs ayant tous  $\beta_i = 0.8$ ,  $\sigma_i = .25$  alors que  $\sigma_M = .2$ .

Calculer le risque systématique et le risque spécifique de chacun de ces titres.

Construire un portefeuille équipondéré de n titres, et calculer de nouveau le risque total du portefeuille, décomposé en risque systématique et le risque spécifique.

Faire varier n et tracer un graphe des deux composantes du risque en fonction de n.

Quelle conclusion en tirer pour ce qui est de la réduction du risque spécifique?