

# Modèles Multi-Facteurs

P. Hénaff

Version: 07 Feb 2025

# Droite de Marché des Capitaux



Figure 1: Droite de Marché des Capitaux

## MEDAF: Droite de Marché des Titres

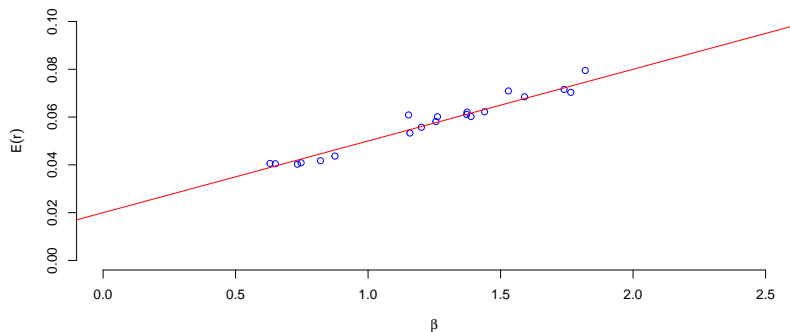


Figure 2: Droite de Marché des Titres

# APT (0)

## Hypothèses de l'APT

- ▶ Le rendement des actifs risqués est une fonction linéaire d'un nombre limité de facteurs

$$R_{it} = E_i + \sum_{k=1}^K \beta_{ik} F_{kt} + \epsilon_{it} \quad (1)$$

- ▶ Il y a assez de titres sur le marché pour créer des portefeuilles où le risque spécifique a été diversifié
- ▶ Il n'y a pas d'opportunités d'arbitrage

## APT: Droite de marché des titres pour un facteur

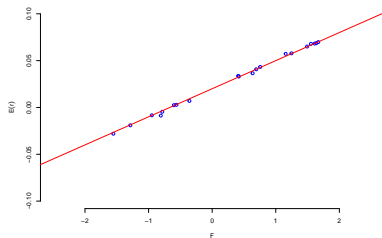


Figure 3: Portefeuilles diversifiés

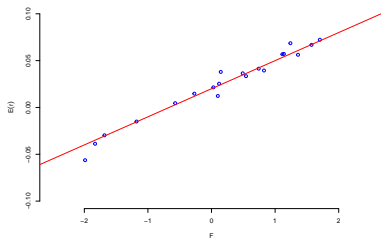
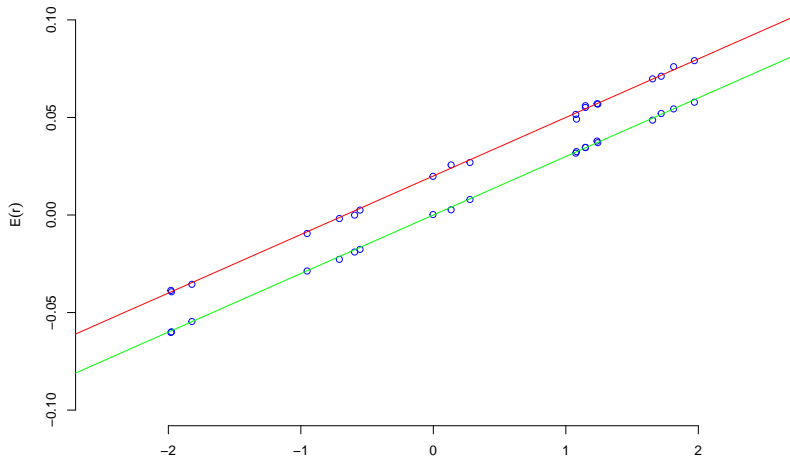


Figure 4: Actions Simples

# APT: Opportunité d'arbitrage sur un facteur



## APT(3) Exemple

Portefeuille	E(R)	$\beta_1$	$\beta_2$
S&P500	7%	3.45	0.033
NASDAQ	9%	4.74	0.098

70% S&P + 30% NASDAQ Portefeuille d'arbitrage	7.6% 8%	3.837	0.0525
--	------------	-------	--------

## APT (3)

Conséquence de ces hypothèses:

L'espérance de rendement est une fonction linéaire d'un nombre limité de facteurs:

$$E(R_i) - R_f = \beta_{i,1}(\bar{R}_1 - R_f) + \beta_{i,2}(\bar{R}_2 - R_f) + \dots$$



## Trois types de modèles factoriels

- ▶ Facteurs implicites statistiques
- ▶ Facteurs explicites macroéconomiques (Roll & Ross)
- ▶ Facteurs explicites microéconomiques (BARRA, Fama-French)

## Modèle Fama-French

$$R_{i,t} = \alpha_i + \beta_{i,M}R_{M,t} + \beta_{i,SMB}SMB_t + \beta_{i,HML}HML_t + e_{i,t}$$

$R_i$  Excédent de rendement, titre  $i$

$R_M$  Excédent de rendement, marché

$SMB$  "Small Minus Big": Facteur Capitalisation

$HML$  "High Minus Low": Facteur Valorisation

# Modèle Fama-French

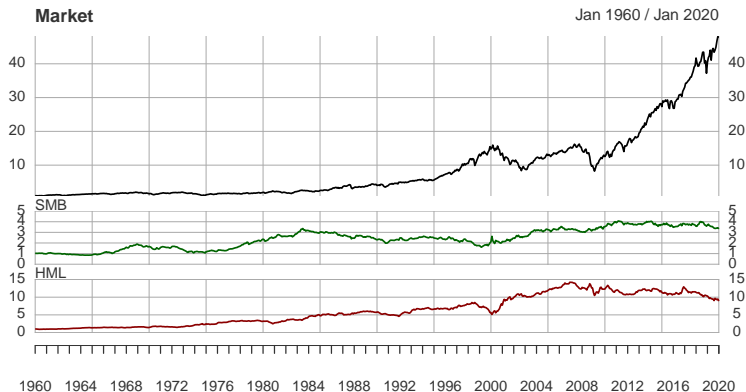


Figure 6: Facteurs Fama-French

## Stabilité des Betas Fama-French

Portefeuille:

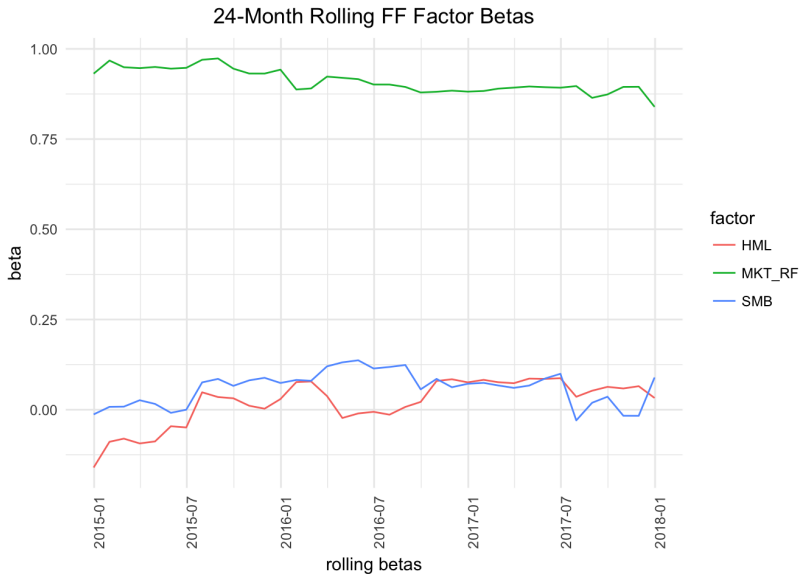
- ▶ SPY (S&P500) 25%
- ▶ EFA (Actions ex-US) 25%
- ▶ IJS (Small Cap Value) 20%
- ▶ EEM (EM) weighted 20%
- ▶ AGG (Obligations) 10%

source:

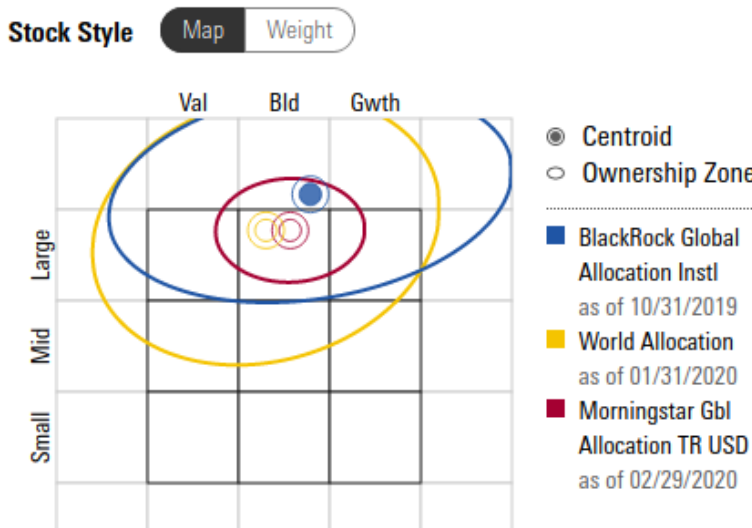
<https://rviews.rstudio.com/2018/05/10/rolling-fama-french>

On calcule l'exposition du portefeuille au facteurs sur une période de 3 ans. . .

# Stabilité des Betas Fama-French



## Influence du modèle Fama-French



## Autres Facteurs: Momentum (Carhart)

$$R_{i,t} = \alpha_i + \beta_{i,M} R_{M,t} + \beta_{i,SMB} SMB_t + \beta_{i,HML} HML_t + \beta_{i,UMD} R_{UMD,t} + \dots + e_i$$

UMD: Up Minus Down

$n$  meilleurs rendements -  $n$  plus bas rendements de la période précédente.

# Momentum et Liquidité (1)

## CARNET D'ORDRES

<div> <div></div> <div></div> </div>					
ORDRES	QTÉ	ACHAT	VENTE	QTÉ	ORDRES
3	1 217	10.720	10.760	223	2
4	2 006	10.710	10.770	1 079	2
5	1 621	10.700	10.780	3 482	5
3	4 046	10.690	10.790	1 237	4
3	1 172	10.680	10.800	1 611	4
2	1 328	10.670	10.810	4 933	2
6	14 129	10.660	10.830	10 410	5
3	2 135	10.650	10.840	90	1
2	445	10.640	10.850	2 787	5
2	1 844	10.630	10.870	125	1
33	29 943	TOTAL	TOTAL	25 977	31

## DERNIÈRES TRANSACTIONS

HEURES	COURS	QUANTITÉ
13:26:17	10.760	1 218
13:24:24	10.750	257
13:20:53	10.740	163
13:20:53	10.740	538
13:19:55	10.740	93

[Consulter les dernières transactions de la journée](#)

## DERNIÈRES ACTUALITÉS

18 févr. **Maisons du Monde : Telelos CP se renforce au capital • CERCLE FINANCE**

20 févr. **MAISONS DU MONDE**

Figure 9: Maisons du Monde



## Momentum et Liquidité (2)

ORDRES	QTÉ	ACHAT	VENTE	QTÉ	ORDRES
3	821	40.0450	40.0550	100	1
4	836	40.0400	40.0600	917	3
4	1205	40.0350	40.0650	954	3
7	2 064	40.0300	40.0700	2 032	5
4	1577	40.0250	40.0750	1944	5
6	1975	40.0200	40.0800	877	4
4	1504	40.0150	40.0850	1 589	4
6	1646	40.0100	40.0900	1 038	4
3	1 048	40.0050	40.0950	4 376	3
4	1 329	40.0000	40.1000	397	2
45	14 005	TOTAL	TOTAL	14 224	34

HEURES	COURS	QUANTITÉ
13:35:28	40.1850	30
13:35:28	40.1850	250
13:35:28	40.1850	130
13:35:28	40.1850	450
13:35:28	40.1850	200

[Consulter les dernières transactions de la journée](#)

### DERNIÈRES ACTUALITÉS

ven. **Grande Bretagne: Total candidat à la reprise d'éollennes en mer • REUTERS**

Figure 10: Total

## Facteurs et Fouille de Données (Harvey et al.)

Plus de 300 facteurs “découverts” depuis le publication de Sharpe (1967) jusqu’en 2015 (article de Harvey).

$$R_i(t) - R_f(t) = \alpha_i + \beta_i(R_M(t) - R_f(t)) + \gamma_i F(t) + \epsilon_i(t)$$

Illustration: Regression sur des séries  $N(0, 1)$ 