

Gestion de Portefeuille

Ex-3: Risque Systématique et Risque Spécifique dans un modèle à un facteur

Patrick Hénaff

Version: 06 Feb 2025

Modèle à un facteur (CAPM/MEDAF)

L'excès de rendement des titres est déterminé par le coefficient d'exposition au risque de marché β_i :

$$r_i = r_f + \beta_i(r_M - r_f) + \epsilon_i$$

ou r_i , $r - M$, ϵ_i sont des variables aléatoires, avec $\text{cov}(\epsilon_i, r_M) = 0$ et donc:

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_M^2 + \sigma_\epsilon^2$$

Le risque du titre i est décomposé en un risque de marché $\beta_i^2 \sigma_M^2$ et un risque spécifique σ_ϵ^2 qui peut être éliminé par diversification.

Questions

On se propose de mesurer numériquement cet effet de diversification sur un exemple numérique:

On considère n actifs ayant tous $\beta_i = 0.8$, $\sigma_i = .25$ alors que $\sigma_M = .2$.

Calculer le risque systématique et le risque spécifique de chacun de ces titres.

Construire un portefeuille équipondéré de n titres, et calculer de nouveau le risque total du portefeuille, décomposé en risque systématique et le risque spécifique.

Faire varier n et tracer un graphe des deux composantes du risque en fonction de n .

Quelle conclusion en tirer pour ce qui est de la réduction du risque spécifique?