

Modèles Multi-Facteurs

P. Hénaff

3/2021

Droite de Marché des Capitaux

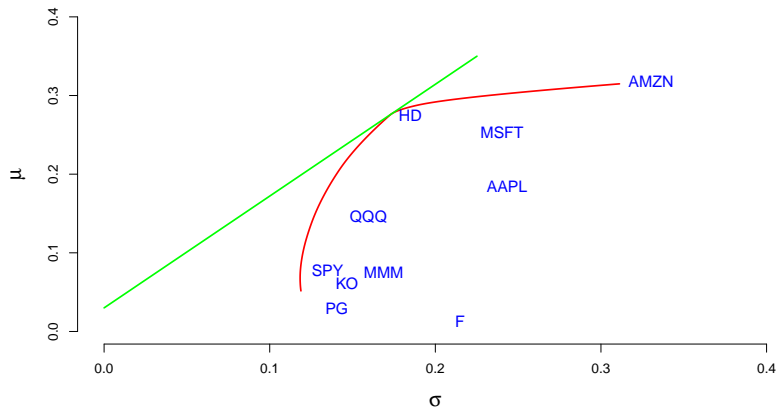


Figure 1: Droite de Marché des Capitaux

MEDAF: Droite de Marché des Titres

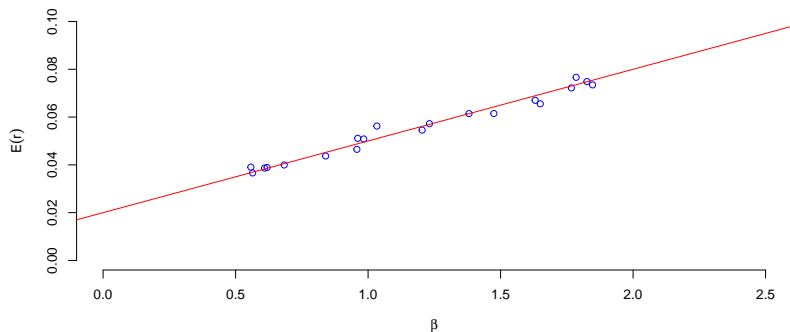


Figure 2: Droite de Marché des Titres

APT (0)

Valorisation par Arbitrage

- ▶ Rendement fonction linéaire d'un nombre limité de facteurs
- ▶ Il y a assez de titres sur le marché pour créer des portefeuilles où le risque spécifique a été diversifié
- ▶ Absence d'arbitrage

Raisonnement par Arbitrage

APT (1)

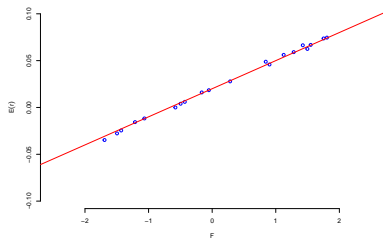


Figure 3: Portefeuille diversifié

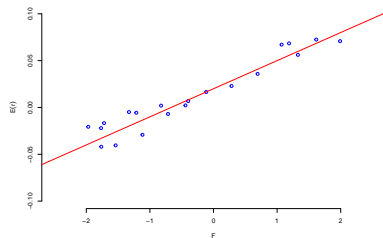


Figure 4: Action Simple

APT (2)

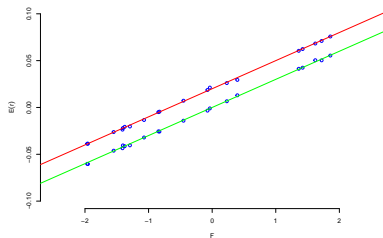


Figure 5: Opportunité d'arbitrage

APT (3)

$$E(R_i) - R_f = \beta_i^1(\bar{R}_1 - R_f) + \beta_i^2(\bar{R}_2 - R_f) + \dots$$

Modèle Fama-French

$$R_{i,t} = \alpha_i + \beta_{i,M}R_{M,t} + \beta_{i,SMB}SMB_t + \beta_{i,HML}HML_t + e_{i,t}$$

R_i Excédent de rendement, titre i

R_M Excédent de rendement, marché

SMB "Small Minus Big": Facteur Capitalisation

HML "High Minus Low": Facteur Valorisation

Modèle Fama-French

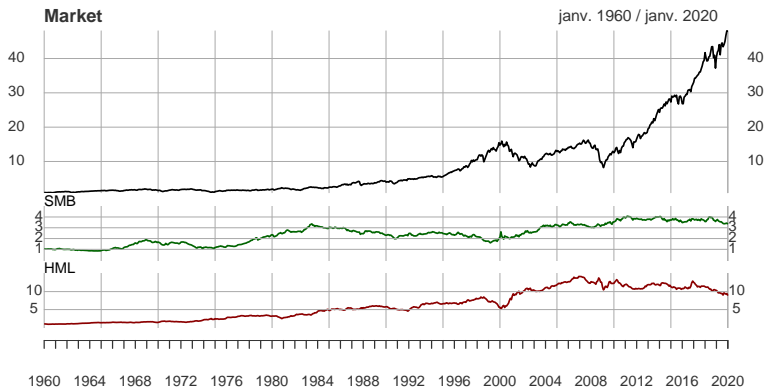


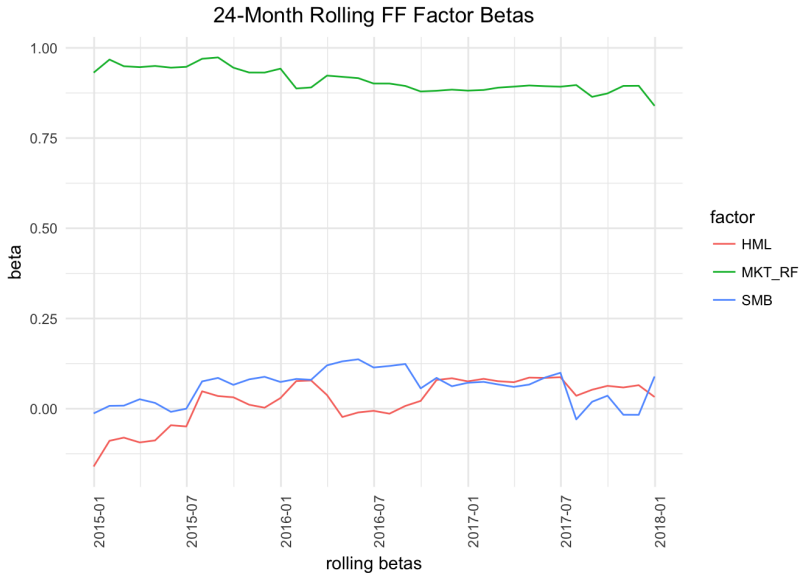
Figure 6: Facteurs Fama-French

Stabilité des Betas Fama-French (1)

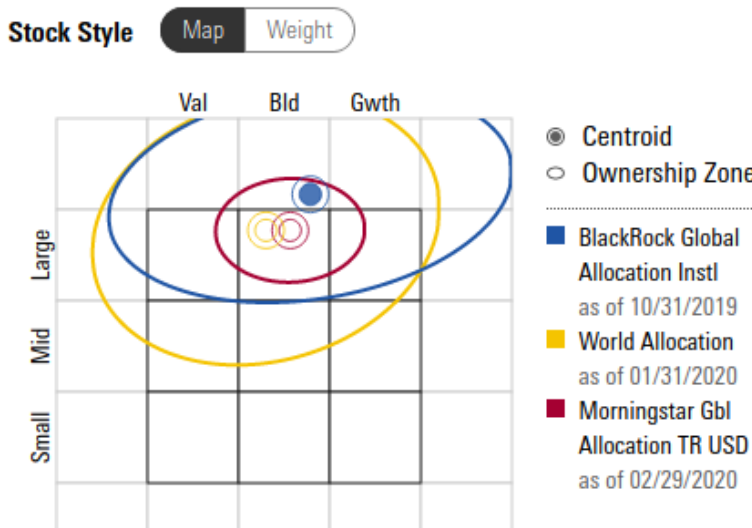
Portefeuille:

- ▶ SPY (S&P500) 25%
- ▶ EFA (Actions ex-US) 25%
- ▶ IJS (Small Cap Value) 20%
- ▶ EEM (EM) weighted 20%
- ▶ AGG (Obligations) 10%

Stabilité des Betas Fama-French (2)



Influence du modèle Fama-French



Autres Facteurs: Momentum

$$R_{i,t} = \alpha_i + \beta_{i,M}R_{M,t} + \beta_{i,SMB}SMB_t + \beta_{i,HML}HML_t + \beta_{i,UMD}R_{UMD,t} + \dots + e_i$$

UMD: Up Minus Down

Momentum et Liquidité (1)

CARNET D'ORDRES

| <div> <div></div> <div></div> </div> | | | | | |
|--------------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| ORDRES | QTÉ | ACHAT | VENTE | QTÉ | ORDRES |
| 3 | 1 217 | 10.720 | 10.760 | 223 | 2 |
| 4 | 2 006 | 10.710 | 10.770 | 1 079 | 2 |
| 5 | 1 621 | 10.700 | 10.780 | 3 482 | 5 |
| 3 | 4 046 | 10.690 | 10.790 | 1 237 | 4 |
| 3 | 1 172 | 10.680 | 10.800 | 1 611 | 4 |
| 2 | 1 328 | 10.670 | 10.810 | 4 933 | 2 |
| 6 | 14 129 | 10.660 | 10.830 | 10 410 | 5 |
| 3 | 2 135 | 10.650 | 10.840 | 90 | 1 |
| 2 | 445 | 10.640 | 10.850 | 2 787 | 5 |
| 2 | 1 844 | 10.630 | 10.870 | 125 | 1 |
| 33 | 29 943 | TOTAL | TOTAL | 25 977 | 31 |

DERNIÈRES TRANSACTIONS

| HEURES | COURS | QUANTITÉ |
|--|--------|----------|
| 13:26:17 | 10.760 | 1 218 |
| 13:24:24 | 10.750 | 257 |
| 13:20:53 | 10.740 | 163 |
| 13:20:53 | 10.740 | 538 |
| 13:19:55 | 10.740 | 93 |
| Consulter les dernières transactions de la journée | | |

DERNIÈRES ACTUALITÉS

18 févr. **Maisons du Monde : Telelos CP se renforce au capital • CERCLE FINANCE**

20 févr. **MAISONS DU MONDE**

Figure 9: Maisons du Monde

Momentum et Liquidité (2)

| ORDRES | QTÉ | ACHAT | VENTE | QTÉ | ORDRES |
|--------|--------|---------|---------|--------|--------|
| 3 | 821 | 40.0450 | 40.0550 | 100 | 1 |
| 4 | 836 | 40.0400 | 40.0600 | 917 | 3 |
| 4 | 1205 | 40.0350 | 40.0650 | 954 | 3 |
| 7 | 2 064 | 40.0300 | 40.0700 | 2 032 | 5 |
| 4 | 1577 | 40.0250 | 40.0750 | 1944 | 5 |
| 6 | 1975 | 40.0200 | 40.0800 | 877 | 4 |
| 4 | 1504 | 40.0150 | 40.0850 | 1 589 | 4 |
| 6 | 1646 | 40.0100 | 40.0900 | 1 038 | 4 |
| 3 | 1 048 | 40.0050 | 40.0950 | 4 376 | 3 |
| 4 | 1 329 | 40.0000 | 40.1000 | 397 | 2 |
| 45 | 14 005 | TOTAL | TOTAL | 14 224 | 34 |

| HEURES | COURS | QUANTITÉ |
|----------|---------|----------|
| 13:35:28 | 40.1850 | 30 |
| 13:35:28 | 40.1850 | 250 |
| 13:35:28 | 40.1850 | 130 |
| 13:35:28 | 40.1850 | 450 |
| 13:35:28 | 40.1850 | 200 |

[Consulter les dernières transactions de la journée](#)

DERNIÈRES ACTUALITÉS

ven. **Grande Bretagne: Total candidat à la reprise d'éollennes en mer • REUTERS**

Figure 10: Total

Facteurs et Fouille de Données (Harvey et al.)

$$R_i(t) - R_f(t) = \alpha_i + \beta_i(R_M(t) - R_f(t)) + \gamma_i F(t) + \epsilon_i(t)$$

$$\frac{\hat{\gamma}_i}{\sigma(\gamma_i)} \sim \text{t-stat}$$

Erreur Type I: Accepter un facteur alors qu'il n'est pas significatif.

Exercise: Significativité de α

- ▶ α mensuel = 0,20%
- ▶ $\beta = 1,2$
- ▶ σ résiduel mensuel = 2%
- ▶ σ marché mensuel = 6%
- ▶ 36 mois de données.

Est-ce que le gérant apporte une valeur ajoutée, ou bien est-il chanceux?

Exercice: Valider le résultat précédent par simulation

- ▶ Tirer un échantillon de $R(t)$ et $R_M(t)$ sous H_0
- ▶ Estimer α par regression, en utilisant `apply`
- ▶ Calculer la distribution empirique du ratio

$$\frac{\hat{\alpha}_i}{\sigma(\hat{\alpha}_i)} \sim \text{t-stat}$$

Black-Litterman (1)

- ▶ Par défaut: Accepter les espérances de rendement implicites dans le portefeuille de marché, et investir dans ce portefeuille.
- ▶ Exprimer des “vues” sur l’espérance de rendement de portefeuilles quelconques
- ▶ Utiliser ces “vues” pour modifier les espérances de rendement et la structure de covariance des actifs.

Black-Litterman (2)

View: IBM et Dell surperforme MS.

```
pickMatrix <- matrix(c(1/2, -1, 1/2, rep(0, 3)),
                      nrow = 1, ncol = 6 )
views <- BLViews(P = pickMatrix, q = 0.06,
                 confidences = 100,
                 assetNames = colnames(monthlyReturns))
views
```

```
## 1 : 0.5*IBM+-1*MS+0.5*DELL=0.06 + eps. Confidence: 100
```

Black-Litterman (3)

```
## Prior means:
## IBM  MS DELL  C  JPM  BAC
##    0   0   0   0   0   0
## Posterior means:
##          IBM          MS          DELL          C          JPM
## 0.0040211745 -0.0074321952 0.0111577462 -0.0005239471 -0.0031386798
##          BAC
## -0.0010607625
## Posterior covariance:
##          IBM          MS          DELL          C          JPM          BAC
## IBM 0.015910321 0.011717616 0.012441400 0.010270117 0.009687458 0.003992971
## MS 0.011717616 0.018447898 0.016091206 0.010257810 0.013325909 0.005467059
## DELL 0.012441400 0.016091206 0.033383032 0.009604899 0.013126853 0.005644205
## C 0.010270117 0.010257810 0.009604899 0.010761074 0.009543185 0.005420281
## JPM 0.009687458 0.013325909 0.013126853 0.009543185 0.017765524 0.006946447
## BAC 0.003992971 0.005467059 0.005644205 0.005420281 0.006946447 0.007751868
```

Black-Litterman (4)

View: Le rendement moyen du secteur financier sera de 15%

```
finViews <- matrix(ncol = 4, nrow = 1, dimnames = list(NULL, c("C","JPM","BAC","MS")))
finViews[,1:4] <- rep(1/4,4)
views <- addBLViews(finViews, 0.15, 90, views)
views
```

```
## 1 : 0.5*IBM+-1*MS+0.5*DELL=0.06 + eps. Confidence: 100
## 2 : 0.25*MS+0.25*C+0.25*JPM+0.25*BAC=0.15 + eps. Confidence: 90
```

Black-Litterman (5)

```
marketPosterior <- BLPosterior(as.matrix(monthlyReturns), views,
                                tau = 1/2,
                                marketIndex = as.matrix(sp500Returns),
                                riskFree = as.matrix(US13wTB))
marketPosterior
```

```
## Prior means:
##      IBM      MS      DELL      C      JPM      BAC
## 0.020883598 0.059548398 0.017010062 0.014492325 0.027365230 0.002829908
## Posterior means:
##      IBM      MS      DELL      C      JPM      BAC
## 0.06344562 0.07195806 0.07777653 0.04030821 0.06884519 0.02592776
## Posterior covariance:
##      IBM      MS      DELL      C      JPM      BAC
## IBM  0.021334221 0.010575532 0.012465444 0.008518356 0.010605748 0.005281807
## MS   0.010575532 0.031231768 0.017034827 0.012704758 0.014532900 0.008023646
## DELL 0.012465444 0.017034827 0.047250599 0.007386821 0.009352949 0.005086150
## C    0.008518356 0.012704758 0.007386821 0.016267422 0.010968240 0.006365457
## JPM  0.010605748 0.014532900 0.009352949 0.010968240 0.028181136 0.011716834
## BAC  0.005281807 0.008023646 0.005086150 0.006365457 0.011716834 0.011199343
```


Black-Litterman (6)

Portefeuille Tangent:

```
optPorts <- optimalPortfolios.fPort(marketPosterior,  
  optimizer = "tangencyPortfolio")
```

Black-Litterman (7)

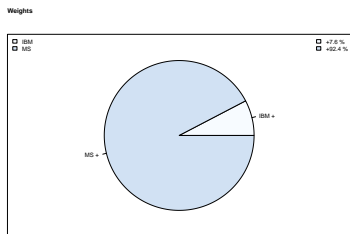


Figure 11: Prior Rdt/Risque

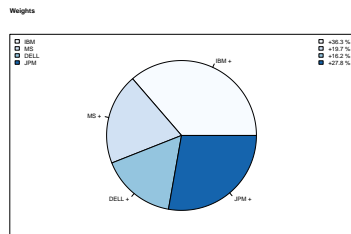


Figure 12: Posterior Rdt/Risque

Risk Budgeting

$$\sigma(w) = w^T \Sigma w$$

Contribution au risque de l'actif i :

$$RC_i = \frac{w_i (\Sigma w)_i}{\sqrt{w^T \Sigma w}}$$

Risk Parity & Budgeting

Parity:

$$RC_i = \frac{1}{N} \sigma(w)$$

Budgeting:

$$RC_i = b_i \sigma(w)$$

Cas Particulier: Σ diagonal

$$\Omega = \sqrt{\text{diag}(\Sigma)}$$

$$w = \frac{\Omega^{-1}}{\mathbf{1}^T \Omega^{-1}}$$

Risk Parity & Budgeting: Exemple.

```

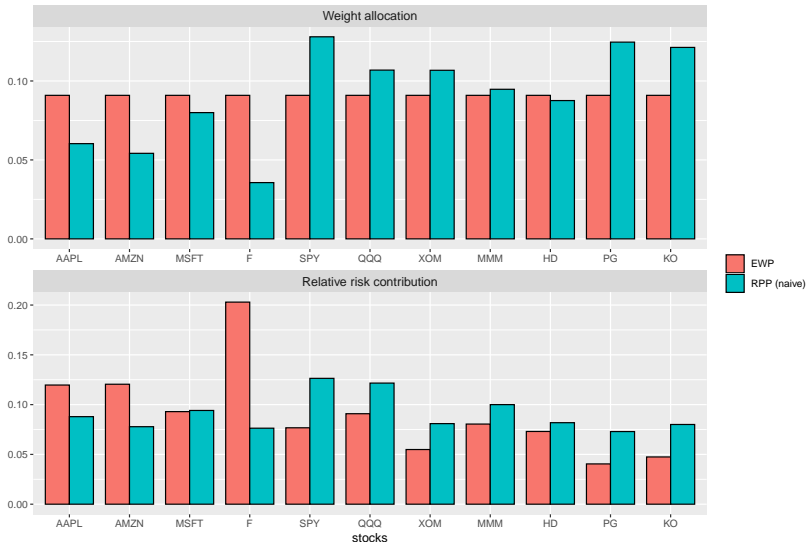
Sigma <- cov(monthly.ret)
mu <- colMeans(monthly.ret)
rpp_naive <- riskParityPortfolio(Sigma, formulation = "diag")
rpp_vanilla <- riskParityPortfolio(Sigma)
rpp_mu <- riskParityPortfolio(Sigma, formulation = "rc-over",
                             mu = mu, lmd_mu = 1e-3,
                             w_ub = 0.16)

w_all <- cbind("EWP" = rep(1/nrow(Sigma), nrow(Sigma)),
              "RPP (naive)" = rpp_naive$w)

```

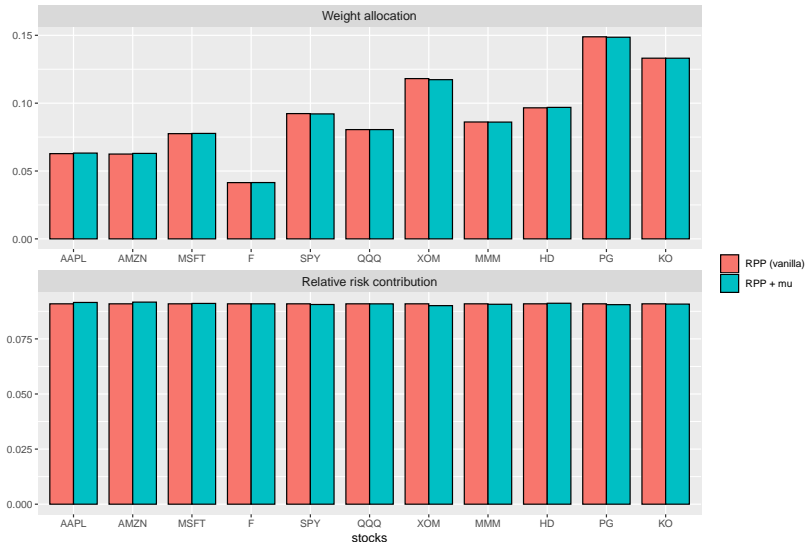
Risk Budgeting

Portfolio capital and risk distribution



Risk Budgeting

Portfolio capital and risk distribution



Attribution de Performance (1)

- ▶ $t=0$: Achat d'une action à 50E
- ▶ $t=1$: Dividende reçu: 2E, achat d'une action à 53E
- ▶ $t=2$: Dividende reçu: 4E, valeur de marché d'une action: 54E

Rendement annuel?

Quels Indicateurs de Risque?

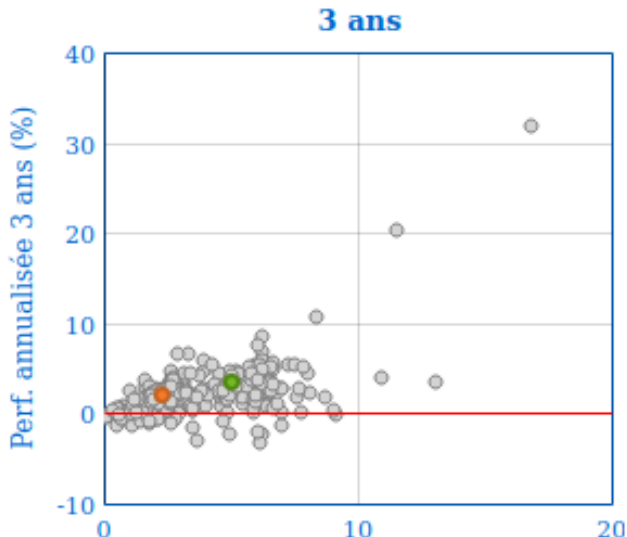


Figure 13: Indicateurs de Risque

Quels Indicateurs de Risque?

- ▶ Sharpe: $(r_P - r_f)/\sigma_P$
- ▶ Treynor: $(r_P - r_f)/\beta_P$
- ▶ IR: $\alpha_P/\sigma(e_P)$

Diagramme Rendement / Risque



Attribution de Performance: Timing

Performance et indicateurs mensuels au 31/01/2020

| | 1 an | 3 ans | 5 ans |
|--|------|-------|-------|
|--|------|-------|-------|

Perf Annualisée ?

| | | | |
|------------|---------|--------|--------|
| Fonds | 11,46 % | 5,20 % | 3,18 % |
| Catégorie | 5,26 % | 0,79 % | 0,53 % |
| Différence | 6,20 % | 4,41 % | 2,65 % |
| Indice* | 5,26 % | 0,79 % | 0,53 % |
| Différence | 6,20 % | 4,41 % | 2,65 % |

Risque

| | | | |
|-------------------------|---------|---------|---------|
| Volatilité ? | 3,43 % | 3,90 % | 4,53 % |
| Volatilité Cat | 2,57 % | 2,97 % | 3,54 % |
| Volatilité Indice | 2,57 % | 2,97 % | 3,54 % |
| Perte Maximum ? | -1,51 % | -5,89 % | -8,60 % |
| Délai de recouvrement ? | 101 j | 608 j | 981 j |
| DSR ? | 1,74 % | 2,63 % | 3,12 % |
| Sortino ? | 6,84 | 2,12 | 1,12 |
| VAR 95 ? | -0,63 % | -0,85 % | -0,94 % |
| VAR 99 ? | -0,85 % | -1,19 % | -1,88 % |

| | 1 an | 3 ans | 5 ans |
|--|------|-------|-------|
|--|------|-------|-------|

Ratios

| | | | |
|----------------------------|--------|--------|--------|
| Ratio de Sharpe ? | 3,46 | 1,43 | 0,77 |
| Ecart de Suivi ? | 2,63 % | 2,85 % | 3,99 % |
| Ratio d'Information (IR) ? | 2,41 | 1,57 | 0,68 |
| Up Capture Ratio ? | 1,33 | 1,21 | 0,90 |
| Down Capture Ratio ? | 0,60 | 0,67 | 0,61 |
| Ratio Omega ? | 2,91 | 1,62 | 1,32 |

Réactivité

| | | | |
|-----------------|-------|-------|-------|
| Beta ? | 0,87 | 0,92 | 0,69 |
| R² ? | 42,07 | 46,99 | 28,10 |
| Beta haussier ? | 0,76 | 0,85 | 0,57 |
| Beta baissier ? | 0,57 | 1,00 | 0,68 |

Asymétrie

| | | | |
|------------|-------|-------|-------|
| Skewness ? | -0,30 | -0,71 | -0,31 |
| Kurtosis ? | -0,58 | 0,88 | 2,12 |

Timing = Call sur le marché

Attribution de Performance: Allocation et Selection

i : indice de la classe d'actif.

Benchmark

$$r_B = \sum_i w_{Bi} r_{Bi}$$

Portefeuille

$$r_P = \sum_i w_{Pi} r_{Pi}$$

Attribution de Performance: Allocation et Selection

Contribution de la classe i =

$$\begin{aligned} w_{Pi}r_{Pi} - w_{Bi}r_{Bi} = \\ (w_{Pi} - w_{Bi})r_{Bi} & \quad \text{allocation} \\ + w_{Pi}(r_{Pi} - r_{Bi}) & \quad \text{selection} \end{aligned}$$

Exercice

Utiliser le package “riskParityPortfolio” et le dataset “monthly returns”.

A partir de l'exemple: “A practical example using FAANG price data”, comparer par un backtest les performances et la composition d'un portefeuille tangent et d'un portefeuille “risk parity”.

Ajouter des contraintes au portefeuille tangent:

- ▶ Poids $\leq 20\%$
- ▶ Secteur Technologie $\leq 30\%$

<https://cran.r-project.org/web/packages/riskParityPortfolio/vignettes/RiskParityPortfolio.html>

Bibliographie

Grinhold, R.C. and Kahn, R. Active Portfolio Management, McGraw-Hill, 2000