

Gestion de Portefeuille

TP-3: Modèle à un facteur et modèle de Treynor Black

Patrick Hénaff

Février-Mars 2020

```
library(xts)
library(hornpa)
library(lubridate)
library(xtable)
library(PerformanceAnalytics)
library(TTR)
library(lubridate)
library(roll)
library(Hmisc)
library(nFactors)
library(kableExtra)
library(broom)
library(quadprog)
```

Données

Séries de rendement mensuel pour 11 valeurs:

```
monthly.ret.file <- "./monthly.ret.rda"
load(monthly.ret.file)
index(monthly.ret) <- floor_date(index(monthly.ret), "month")
```

Matrice de covariance des rendements:

```
kable(cov(monthly.ret), "latex", booktabs=T) %>%
kable_styling(latex_options=c("scale_down", "HOLD_position"))
```

	AAPL	AMZN	MSFT	F	SPY	QQQ	XOM	MMM	HD	PG	KO
AAPL	0.0079015	0.0035933	0.0028724	0.0036506	0.0021193	0.0033242	0.0012183	0.0019158	0.0012159	0.0009073	0.0009576
AMZN	0.0035933	0.0097937	0.0026625	0.0025940	0.0020258	0.0030033	0.0011468	0.0016726	0.0016066	0.0003831	0.0013968
MSFT	0.0028724	0.0026625	0.0044949	0.0032132	0.0017774	0.0022969	0.0009976	0.0012898	0.0015753	0.0007414	0.0011363
F	0.0036506	0.0025940	0.0032132	0.0226257	0.0032869	0.0034954	0.0017697	0.0034663	0.0032642	0.0014660	0.0014993
SPY	0.0021193	0.0020258	0.0017774	0.0032869	0.0017549	0.0019207	0.0012159	0.0016906	0.0015105	0.0008284	0.0009008
QQQ	0.0033242	0.0030033	0.0022969	0.0034954	0.0019207	0.0025159	0.0010479	0.0016973	0.0016125	0.0007561	0.0008650
XOM	0.0012183	0.0011468	0.0009976	0.0017697	0.0012159	0.0010479	0.0025213	0.0015076	0.0008121	0.0006409	0.0007365
MMM	0.0019158	0.0016726	0.0012898	0.0034663	0.0016906	0.0016973	0.0015076	0.0032027	0.0016559	0.0009968	0.0008642
HD	0.0012159	0.0016066	0.0015753	0.0032642	0.0015105	0.0016125	0.0008121	0.0016559	0.0037458	0.0005615	0.0005566
PG	0.0009073	0.0003831	0.0007414	0.0014660	0.0008284	0.0007561	0.0006409	0.0009968	0.0005615	0.0018508	0.0009004
KO	0.0009576	0.0013968	0.0011363	0.0014993	0.0009008	0.0008650	0.0007365	0.0008642	0.0005566	0.0009004	0.0019550

Rendement moyen mensuel

```
kbl(colMeans(monthly.ret), format="latex", booktabs=T,
    col.names=c("Rendement"), caption="Rendement moyen mensuel") %>%
  kable_styling(latex_options="HOLD_position")
```

Table 1: Rendement moyen mensuel

	Rendement
AAPL	0.0254037
AMZN	0.0298355
MSFT	0.0151864
F	0.0115177
SPY	0.0075856
QQQ	0.0122593
XOM	0.0016595
MMM	0.0079299
HD	0.0151356
PG	0.0073821
KO	0.0100164

Taux sans risque

Le taux sans risque mensuel est obtenu de la Réserve Fédérale US. A diviser par 12 pour être cohérent avec les rendement des titres.

```
tmp <- read.csv("DP_LIVE_01032020211755676.csv", header=TRUE, sep=";")[, c("TIME", "Value")]
dt <- ymd(paste(tmp$TIME, "-01", sep=""))
rf_rate <- xts((tmp$Value/100.0)/12, dt)
colnames(rf_rate) <- "Rf"
monthly.ret.2 <- merge.xts(monthly.ret, rf_rate, join="inner")
```

Estimation d'un modèle à un facteur

- Utiliser l'indice SPY comme proxy pour le marché et estimer pour chaque titre le modèle:

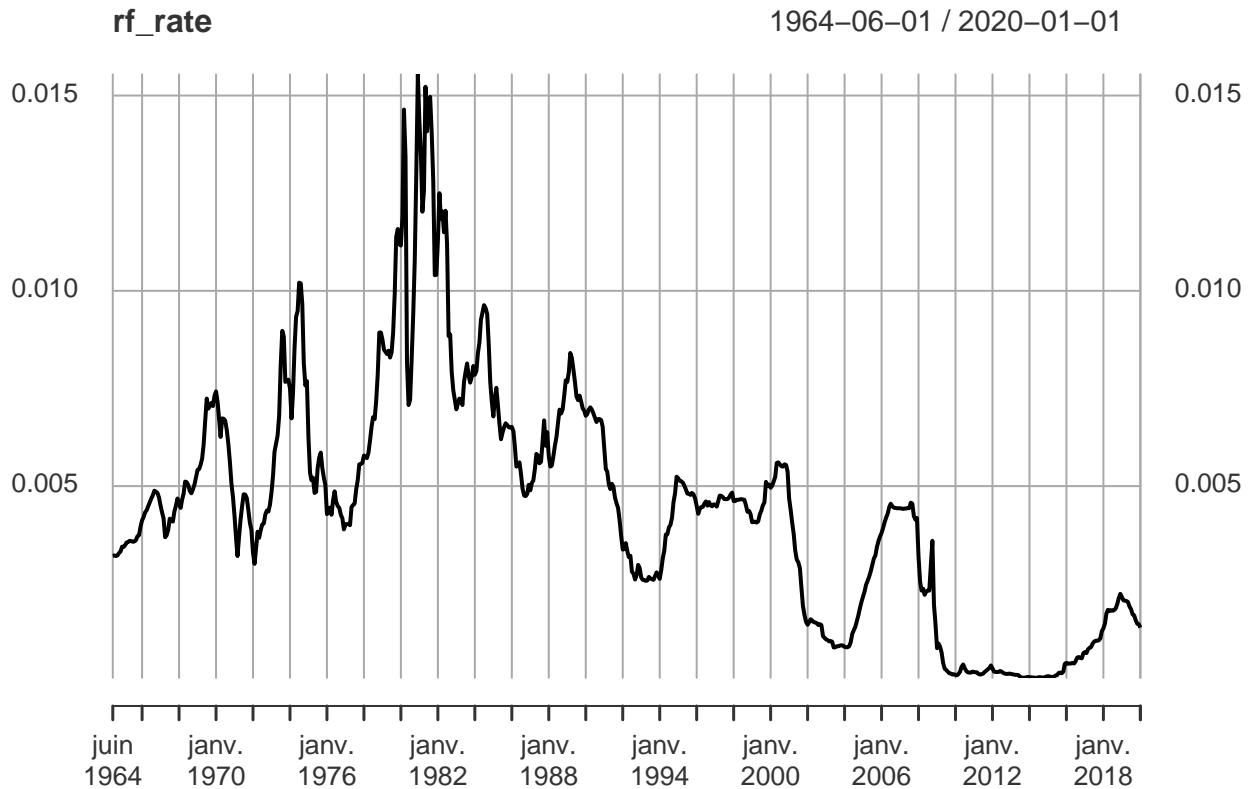


Figure 1: taux sans risque mensuel

$$R_i(t) - R_f(t) = \alpha + \beta(R_M(t) - R_f(t)) + \epsilon(t)$$

en utilisant la fonction `lm`. - Placer chaque titre sur un diagramme rendement/beta et calculer par regression la droite de marché des titres risqués. - En déduire les titres qui, selon ce modèle, *semblent* chers et ceux qui semblent sous-évalués.

Est-ce que ces mesures de cherté relative vous semble correctes? Essayez de mesurer la robustesse de ce calcul en estimant le modèles sur des sous-intervalles de temps.

Présentez vos résultats de manière synthétique.

Modèle de Treynor-Black

Le modèle de Treynor-Black a pour objectif d'exploiter les informations calculées en première partie. L'idée étant de constituer un portefeuille "actif" avec les titres qui semblent mal valorisés par le marché, et allouer le reste de sa richesse au portefeuille de marché.

Selection des titres à inclure dans le portefeuille actif.

C'est l'étape délicate de la méthode de Treynor-Black. A partir de l'évaluation du modèle à un facteur, déterminez quels titres méritent de figurer dans le portefeuille actif. En théorie, on a envie d'acheter les titres sous-cotés ($\alpha_i > 0$) mais cette anomalie n'est peut être qu'apparente! Il faut également apprécier la qualité de l'estimation statistique.

En testant diverses combinaisons de titres à mettre dans le portefeuille actif, vous pourrez mesurer la sensibilité de modèle de Treynor-Black aux données.

Détermination du portefeuille actif

Ayant choisi les titres à inclure dans le portefeuille actif, on rappelle que le poids de chaque titre dans le portefeuille actif est proportionnel au ratio $\alpha_i/\sigma^2(\epsilon_i)$:

$$w_i = \frac{\alpha_i/\sigma^2(\epsilon_i)}{\sum_i \alpha_i/\sigma^2(\epsilon_i)}$$

Calculer les poids des actifs dans le portefeuille actif. Justifier votre choix d'inclure ou d'exclure tel ou tel instrument.

Calculez les valeurs suivantes concernant le portefeuille actif:

R_A Excess de rendement

α_A alpha du portefeuille actif

β_A beta du portefeuille actif

σ_A écart-type du portefeuille actif

$\sigma^2(e_A)$ variance résiduelle du portefeuille actif

Détermination de la pondération entre le portefeuille actif et le portefeuille de marché.

On rappelle l'allocation de richesse au portefeuille actif:

$$w_A = \frac{\alpha_A \sigma_M^2}{\alpha_A \sigma_M^2 (1 - \beta_A) + R_M \sigma^2(e_A)}$$

Avec:

$$R_A = \alpha_A + \beta_A R_M$$
$$\sigma_A^2 = \beta_A^2 \sigma_M^2 + \sigma^2(e_A)$$

Capital Allocation Line

Calculez l'espérance de rendement et le risque de quelques portefeuilles situés sur la "Capital Allocation Line" qui joint l'actif sans risque et le portefeuille tangent. Placez la solution du modèle de Treynor-Black, le portefeuille actif et le portefeuille de marché sur le graphique ci-dessous.

```
Assets <- c("AAPL", "AMZN", "MSFT", "F", "XOM", "MMM", "HD", "PG", "KO")
plot.data <- monthly.ret.2[, c(Assets, "Rf")]
for(a in Assets) {
  plot.data[, a] <- plot.data[, a] - plot.data$Rf
}

res <- data.frame(Mean=apply(plot.data[, Assets], 2, mean),
                  Sd = apply(plot.data[, Assets], 2, sd))
rownames(res) <- Assets
```

```
plot(Mean ~ Sd, data=res, xlim=c(0, 0.4), ylim=c(0, .05), xlab=expression(sigma),
     ylab="Excess Return", cex=.5, bty="n", cex.lab=1)
with(res, text(Mean ~ Sd, labels=row.names(res), pos=4, cex=0.7, col="blue"))
```

