

Modèles de Black-Litterman

P. Hénaff

3/2021

Droite de Marché des Capitaux



Figure 1: Droite de Marché des Capitaux

MEDAF: Droite de Marché des Titres

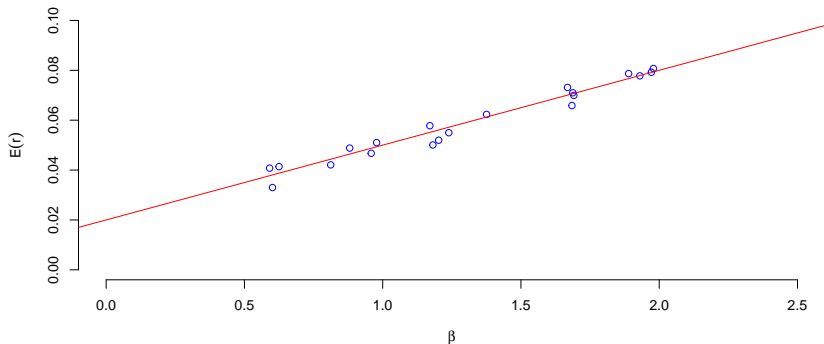


Figure 2: Droite de Marché des Titres

Black-Litterman (1)

- ▶ Par défaut: Accepter les espérances de rendement implicites dans le portefeuille de marché, et investir dans ce portefeuille.
- ▶ Exprimer des “vues” sur l’espérance de rendement de portefeuilles quelconques
- ▶ Utiliser ces “vues” pour modifier les espérances de rendement et la structure de covariance des actifs.

Information ex-ante

Distribution des rendements:

$$r \sim \mathcal{N}(\mu, \Sigma)$$

L'espérance de rendement μ est aussi aléatoire

$$\mu = \Pi + \epsilon^{(e)}$$

avec

$$\epsilon^{(e)} \sim \mathcal{N}(0, \tau \Sigma)$$

Optimisation inversée

On utilise le portefeuille de marché pour inférer l'espérance de rendement:

$$U(w) = w^T \Pi - \frac{\delta}{2} w^T \Sigma w$$

Solution “inversée” de Π en fonction de w :

$$\Pi = \delta \Sigma w_{eq}$$

Expression de prédictions à propos des rendements

Les prédictions sont exprimées par des portefeuilles dont on donne le rendement, avec une marge d'erreur.

$$P\mu = Q + \epsilon^{(\nu)}$$

avec

$$\epsilon^{(\nu)} \sim \mathcal{N}(0, \Omega)$$

Exemple 1: IBM et Dell surperforme MS de 6%

Rendement de $(1/2 \text{ IBM} - \text{MSFT} + 1/2 \text{ DELL}) = 6\%$

```
pickMatrix <- matrix(c(1/2, -1, 1/2, rep(0, 3)),
                      nrow = 1, ncol = 6 )
views <- BLViews(P = pickMatrix, q = 0.06,
                 confidences = 100,
                 assetNames = colnames(monthlyReturns))
views
```

```
## 1 : 0.5*IBM+-1*MS+0.5*DELL=0.06 + eps. Confidence: 100
```


Traduction en distribution ex-post (voir note de cours)

```
## Prior means:
##  IBM   MS DELL   C   JPM  BAC
##    0    0    0    0    0    0
## Posterior means:
##          IBM          MS          DELL          C          JPM          BAC
##  0.004326047 -0.011069567  0.012451266 -0.001450326 -0.005934228 -0.002054025
## Posterior covariance:
##          IBM          MS          DELL          C          JPM          BAC
## IBM  0.015630812  0.010991532  0.012062505  0.010011438  0.008852171  0.003424975
## MS   0.010991532  0.019955537  0.014308046  0.010406120  0.014337954  0.005755683
## DELL 0.012062505  0.014308046  0.032988883  0.008886416  0.011990733  0.005375138
## C     0.010011438  0.010406120  0.008886416  0.010636744  0.009344305  0.005071164
## JPM   0.008852171  0.014337954  0.011990733  0.009344305  0.018503714  0.007471666
## BAC   0.003424975  0.005755683  0.005375138  0.005071164  0.007471666  0.008146080
```

Exemple 2: Le rendement moyen du secteur financier sera de 15%, avec un indice de confiance de 90%

Rendement de $(C + JPM + BAC + MS)/4 = 15\%$

```
finViews <- matrix(ncol = 4, nrow = 1, dimnames = list(NULL, c("C", "JPM", "BAC", "MS")))
finViews[,1:4] <- rep(1/4, 4)
views <- addBLViews(finViews, 0.15, 90, views)
views
```

```
## 1 : 0.5*IBM+-1*MS+0.5*DELL=0.06 + eps. Confidence: 100
## 2 : 0.25*MS+0.25*C+0.25*JPM+0.25*BAC=0.15 + eps. Confidence: 90
```

Traduction en distribution ex-post (voir note de cours)

```
marketPosterior <- BLPosterior(as.matrix(monthlyReturns), views,
                                tau = 1/2,
                                marketIndex = as.matrix(sp500Returns),
                                riskFree = as.matrix(US13wTB))
marketPosterior
```

```
## Prior means:
##      IBM      MS      DELL      C      JPM      BAC
## 0.020883598 0.059548398 0.017010062 0.014492325 0.027365230 0.002829908
## Posterior means:
##      IBM      MS      DELL      C      JPM      BAC
## 0.06344562 0.07195806 0.07777653 0.04030821 0.06884519 0.02592776
## Posterior covariance:
##      IBM      MS      DELL      C      JPM      BAC
## IBM  0.021334221 0.010575532 0.012465444 0.008518356 0.010605748 0.005281807
## MS   0.010575532 0.031231768 0.017034827 0.012704758 0.014532900 0.008023646
## DELL 0.012465444 0.017034827 0.047250599 0.007386821 0.009352949 0.005086150
## C    0.008518356 0.012704758 0.007386821 0.016267422 0.010968240 0.006365457
## JPM  0.010605748 0.014532900 0.009352949 0.010968240 0.028181136 0.011716834
## BAC  0.005281807 0.008023646 0.005086150 0.006365457 0.011716834 0.011199343
```

Optimisation MV classique

Portefeuille Tangent:

```
optPorts <- optimalPortfolios.fPort(marketPosterior,  
  optimizer = "tangencyPortfolio")
```

Black-Litterman (7)

Weights

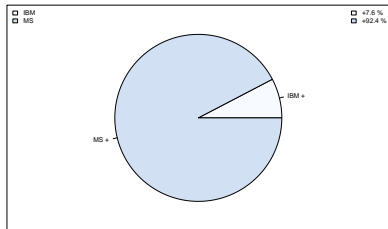


Figure 3: Prior Rdt/Risque

Weights

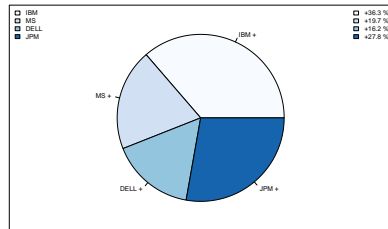


Figure 4: Posterior Rdt/Risque