Aufgabe 3: Hex-Max

Team-ID: 00730

Bearbeiter dieser Aufgabe:
Philip Gilde

7. April 2022

Inhaltsverzeichnis

1 Lösungsidee

Von den gegebenen n Karten mit jeweils m Bits werden p Karten gesucht, so dass das exklusive Oder (im Folgenden als XOR abgekürzt) von $p-1$ Karten gleich der p. Karte ist.

$$
\begin{aligned}
& & k_1 \oplus k_2 \oplus \ldots \oplus k_{p-1} = k_p & \qquad \mid \oplus k_p \\
\leftrightarrow & & k_1 \oplus k_2 \oplus \ldots \oplus k_{p-1} \oplus k_p = 0 &
\end{aligned}
$$

Diese Gleichung lässt sich zu jeder der p Karten umstellen. Es werden also p Karten gesucht, deren XOR gleich einer Karte mit m Nullen ist. Dieses Problem lässt sich umformulieren zu einem linearen Gleichungssystem im Galois-Feld $GF(2)$. Dieses besteht nur aus den beiden Elementen 0 und 1. Die Addition im Feld entspricht dem XOR, die Multiplikation einem UND. Die gemischten Karten entsprechen der Matrix $K^{(n,m)}$. K_n ist die n-te Karte und $K_{n,m}$ das m-te Bit der n-ten Karte. Gesucht wird der Vektor $v^{(n)} \in GF(2)$, so dass dieses lineare Gleichungssystem gilt:

$$
\begin{aligned}
K_{1,1}v_1 + K_{2,1}v_2 + \ldots + K_{n,1}v_n &= 0 \\
K_{1,2}v_1 + K_{2,2}v_2 + \ldots + K_{n,2}v_n &= 0 \\
&\ldots \\
K_{1,m}v_1 + K_{2,m}v_2 + \ldots + K_{n,m}v_n &= 0
\end{aligned}
$$

In Matrixform:

$$K \cdot v = 0$$

2 Umsetzung

3 Laufzeit

4 Beispiele

5 Quellcode