

Estruturas de Filtros IIR

Um sistema LTI que satisfaz a equação de diferença da forma:

$$y[n] - \sum_{k=1}^N a_k y[n-k] = \sum_{k=0}^M b_k x[n-k],$$

Possui uma resposta ao impulso correspondente:

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^M b_k z^{-k}}{1 - \sum_{k=1}^N a_k z^{-k}}.$$

E pode ser implementado de diferentes formas, sendo frequentemente usadas a (1) forma Direta; a (2) forma em Cascata e (3) forma Paralela.

Formas diretas

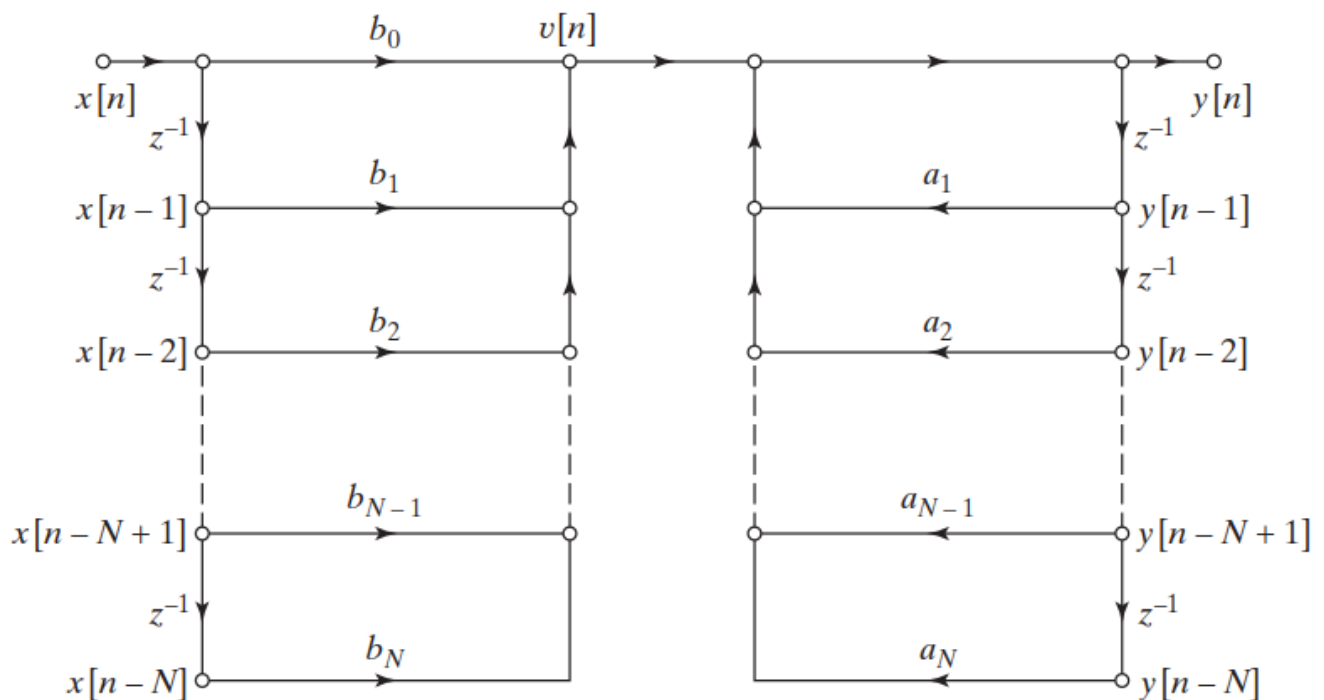
Um sistema LTI que satisfaz a equação de diferença da forma:

$$y[n] - \sum_{k=1}^N a_k y[n-k] = \sum_{k=0}^M b_k x[n-k],$$

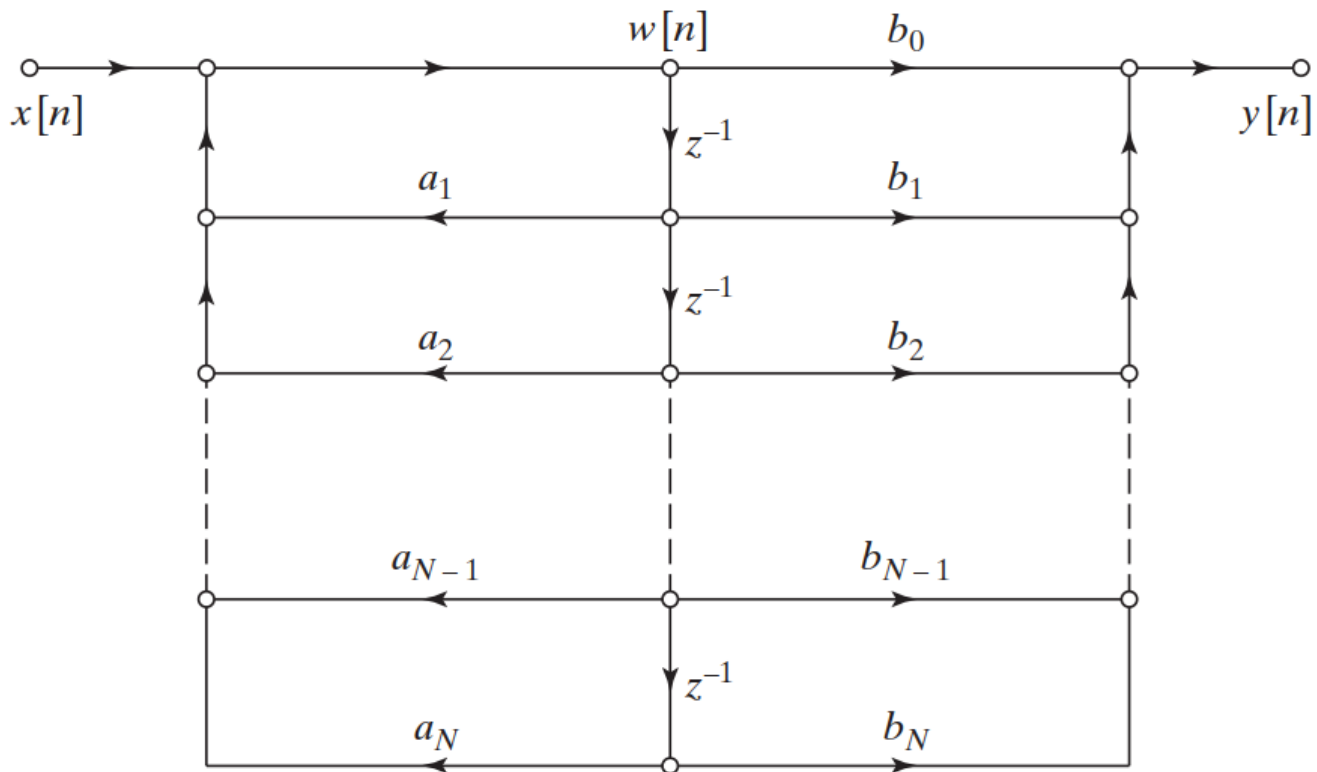
Possui uma resposta ao impulso correspondente:

$$y[n] - \sum_{k=1}^N a_k y[n-k] = \sum_{k=0}^M b_k x[n-k],$$

Pode ser implementado na forma direta I por inspeção através da estrutura da Figura_1, que mostra o diagrama em fluxo de sinais.



Esta forma pode ser simplificada utilizando a representação em fluxo de sinais na forma direta II.



Formas em cascata

O mesmo sistema LTI pode ser fatorado como uma razão de um produto de polinômios, onde $H(z)$ toma a forma:

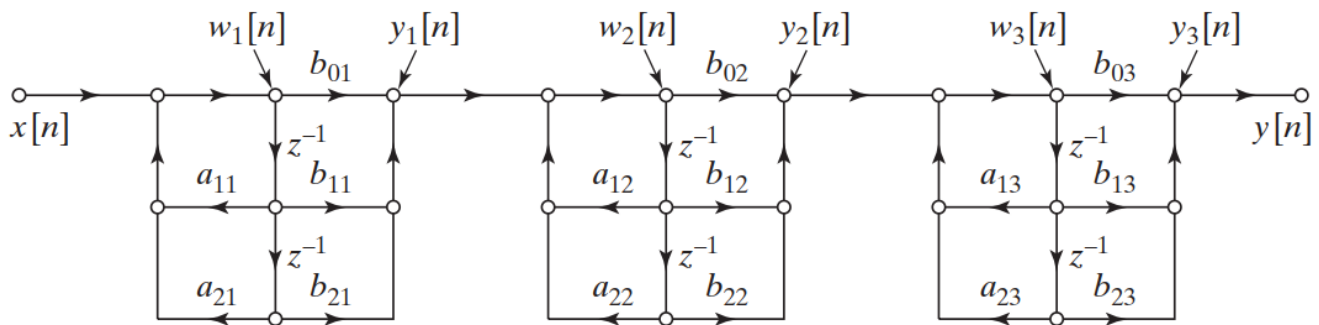
$$H(z) = A \frac{\prod_{k=1}^{M_1} (1 - f_k z^{-1}) \prod_{k=1}^{M_2} (1 - g_k z^{-1})(1 - g_k^* z^{-1})}{\prod_{k=1}^{N_1} (1 - c_k z^{-1}) \prod_{k=1}^{N_2} (1 - d_k z^{-1})(1 - d_k^* z^{-1})},$$

onde $M = M_1 + 2M_2$ e $N = N_1 + 2N_2$. f_k e c_k são zeros reais e polos reais, e g_k , g_k^* , d_k , d_k^* são pares conjugados complexos de polos e zeros.

Pode ser escrito como um produto de polinômios de segunda ordem:

$$H(z) = \prod_{k=1}^{N_s} \frac{b_{0k} + b_{1k}z^{-1} + b_{2k}z^{-2}}{1 - a_{1k}z^{-1} - a_{2k}z^{-2}},$$

E portanto implementado na seguinte estrutura concatenada, por inspeção:



Formas em paralelo

Como alternativa para evitar a fatoração, o sistema pode ser implementado em paralelo expandindo a equação em frações parciais, conforme equação:

$$H(z) = \sum_{k=0}^{N_p} C_k z^{-k} + \sum_{k=1}^{N_s} \frac{e_{0k} + e_{1k}z^{-1}}{1 - a_{1k}z^{-1} - a_{2k}z^{-2}},$$

Esse sistema possui a implementação na forma paralela com a seguinte estrutura:

