NGUYỄN CÔNG PHƯƠNG - TRƯƠNG NGỌC TUẤN

BÀI TẬP
ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT
HÀ NỘI

PHẦN I

CÁC HỆ PHƯƠNG TRÌNH TUYẾN TÍNH CỦA ĐIỀU CHỈNH TỰ ĐỘNG

Chương 1

CÁC PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN VÀ CÁC HÀM TRUYỀN CỦA CÁC KHÂU VÀ CÁC HỆ TỰ ĐỘNG

1.1. CÁC PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN VÀ CÁC HÀM TRUYỀN CỦA CÁC KHÂU

1. Ở dạng tổng quát ta lập phương trình vi phân của điện từ trường có lò xo và cuộn cảm (hình 1a), nếu đại lượng đầu vào là điện áp u, còn đầu ra là sự dịch chuyển phần ứng x và coi đã biết là các lực lò xo F tác dụng vào điểm A, của cuộn cảm F_D, của điện từ trường F_E và lực quán tính F_P: bỏ qua ảnh hưởng lực ma sát khô.

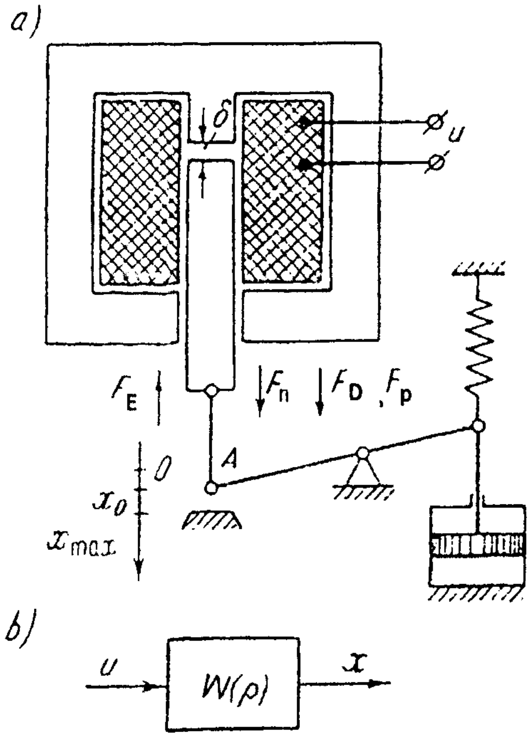
Bài giải. Ta chọn gốc toạ độ, như chỉ ra trên hình 1a. Ta lập phương trình cân bằng lực tác dụng vào điểm A:

$$m\ddot{x} + c_1\dot{x} + c_2x = F_E(i, x) \qquad (1)$$

và phương trình cân bằng điện áp:

$$u = iR + L(\delta, i)\frac{di}{dt} + i\frac{dL(\delta, i)}{dt} \qquad (2)$$

ở đây $m\ddot{x} = F_P$ - lực quán tính tỷ lệ với gia tốc $\ddot{x}$ và khối lượng quy đổi của các phần động m; $c_1\ddot{x} = F_D$ - lực của cuộn cảm tỷ lệ với tốc độ $\dot{x}$ và hệ số cuộn cảm c_1; $c_2x = F_D$ - lực lò xo tỷ lệ với sự dịch chuyển x và hệ số đàn hồi hay độ cứng của lò xo c_2; u, i - điện áp và dòng điện; $L = L(\delta, i)$ - độ cảm ứng của cuộn dây điện từ trường ở dạng tổng quát phụ thuộc vào khe hở làm việc δ và dòng điện i (khi bão hoà của mạch từ); R - trở điện thuần của cuộn dây điện từ trường; F_E - $F_E(i, x)$ - lực điện từ trường là hàm của hai biến.



Hình 1. Điện từ trường có lò xo và cuộn cảm.

Ta giả thiết rằng luôn có khe làm việc $\delta_0 \neq 0$ và thoả mãn biểu thức:

$$F_E(i, x) = c_3i^2x^{-2} \text{ ở } \delta \geq \delta_0, \qquad (3)$$

ở đây, c_3 - hệ số không đổi. Sự tồn tại của khe hở không khí ($\delta > \delta_0$) và các giá trị làm việc (bị giới hạn) của dòng điện i loại trừ sự bão hoà của mạch từ. Vì vậy độ cảm ứng không phụ thuộc vào dòng điện mà chỉ phụ thuộc vào độ dịch chuyển $L = L(x)$. Trên cơ sở giả thiết các độ lệch nhỏ ta sẽ cho rằng $L = L_0 = const$ ở lân cận giá trị chọn không đổi $x = x_0$.

Khi đó phương trình không tuyến tính trở thành tuyến tính:

$$u = iR + L_0\frac{di}{dt} \tag{4}$$

Trong các phương trình (1), (3) và (4) chỉ số hạng ở phần bên phải của phương trình (1) hay biểu thức của nó (3) là không tuyến tính. Ta làm tuyến tính nó, vì vậy ta viết ở dạng:

$$F(F_E, i, x) = F_E - c_3 i^2 x^{-2} = 0 \tag{5}$$

Khi phương trình tuyến tính ở các độ lệch nhỏ của các giá trị biến tương đối xác lập tĩnh ($i = i_0$, $x = x_0$, $F_E = F_{E0}$) có dạng:

$$\left(\frac{\partial F}{\partial F_E}\right)^0 \Delta F_E + \left(\frac{\partial F}{\partial i}\right)^0 \Delta i + \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^0 \Delta x = 0 \tag{6}$$

Nếu tìm các đạo hàm riêng $\frac{\partial F}{\partial F_E}, \frac{\partial F}{\partial i}, \frac{\partial F}{\partial x}$ từ (5) và thế các giá trị biến được xác lập vào chúng, ta có:

$$\Delta F_E - k_1\Delta i + k_2\Delta x = 0 \text{ hay } \Delta F_E = k_1\Delta i - k_2\Delta x \tag{7}$$

ở đây, $k_1 = 2c_3 i_0 x_0^{-2}$, $k_2 = 2c_3 i_0^2 x_0^{-3}$. Dấu trừ ở (7) cho thấy rằng khi tăng Δx lực ΔF_E giảm. Các hệ số truyền k_1 và k_2 bằng đồ thị có thể tìm từ các đặc tính tĩnh $F_E = c_3 x_0^{-2}.i^2$ và $F_E = c_3 i_0^2.x^{-2}$ bằng cách xác định tangen góc lệch của các tiếp tuyến tương ứng được vạch ở các điểm (i_0, F_E) và (x_0, F_{E0}).

Nếu biểu diễn Δi từ (7) và thế vào (4), còn kết quả thu được cho phép đối với ΔF_E - thế vào (1) và biến đổi ta có:

$$(T_E p + 1)(T_2^2 p^2 + T_{1p} + 1)\, x(t) = ku(t)$$

ở đây, $T_E = \frac{L_0}{R}$ - hằng số thời gian của cuộn cảm điện từ trường.

$T_1 = \frac{c_1}{c_2 + k_2}$, $T_2 = \sqrt{\frac{m}{c_2 + k_2}}$, $k = \frac{k_1}{R(c_2 + k_2)}$, $p = \frac{d}{dt}$ - là toán tử hay ký hiệu của vi phân.

2. Hãy tìm hàm truyền của cơ cấu thừa hành thuỷ lực (hình 2a) được sử dụng cùng với bộ đo ly tâm tốc độ góc (BĐTL) để điều chỉnh tốc độ quay của động cơ nhiệt. Giá trị đầu vào là sự dịch chuyển **x** của khớp nối bộ đo tốc độ góc ly tâm (BĐTL) 3, còn đầu ra - là sự dịch chuyển y của van chắn hay bộ điều chỉnh (PO) của động cơ nhiệt (hình 2b).

Bài giải. Động cơ thuỷ lực (ngăn kéo 2 với pittông 1) cùng với bộ quân bằng (lò xo 5 với cuộn cảm 6) có thể ở trạng thái tĩnh chỉ ở một vị trí xác định của đòn bẩy 4, khi lò xo ở trạng thái không ứng suất và ngăn kéo 2 - ở vị trí trung bình (như chỉ ra trên hình 2). Khi đó khớp nối 3 bộ đo tốc độ góc ly tâm (BĐTL) ở vị trí tương ứng với vận tốc góc đã cho Ω. Ở độ lệch Ω với giá trị đã cho khớp nối 3 dịch chuyển, ngăn kéo 2 cũng dịch chuyển và toàn bộ hệ chuyển động, lúc này tốc độ Ω vẫn chưa xác định được.

1. Phương trình động cơ thuỷ lực các lực do pittông lực vượt hơn nhiều các trở lực và các lực quán tính, vì vậy có thể bỏ qua ảnh hưởng của chúng. Khi đó, nếu không tính tới độ nén của chất lỏng và cho rằng diện tích của cửa do ngăn kéo mở tỷ lệ với độ dịch chuyển của nó z, phương trình động cơ thuỷ lực sẽ là:

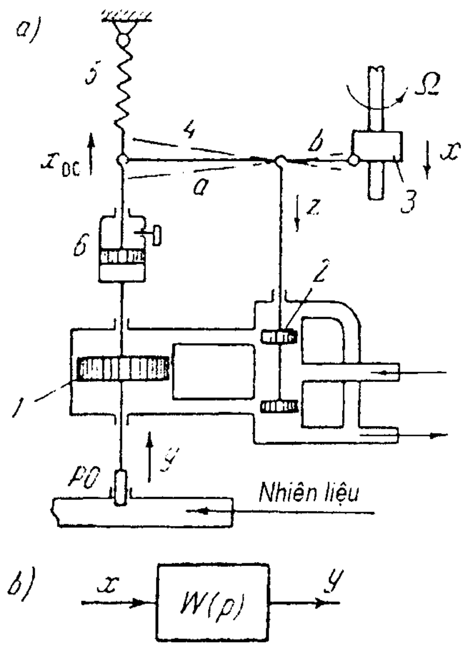
$$\frac{dy}{dt} = k_1 z \quad \text{hay } py = k_1 z \qquad (1)$$

ở đây k_1 - hệ số truyền.

2. Phương trình đòn bẩy liên quan với khớp nối, bộ quân bằng và ngăn kéo. Sự dịch chuyển của khớp nối x gây ra sự dịch chuyển của ngăn kéo z và pittông lực, nó dịch chuyển pittông của cuộn cảm x_{oc} theo hướng ngược dịch chuyển của khớp nối. Do đó, ta có phương trình:

$$z = k_2 (x - k_3 x_{oc}) \qquad (2)$$

ở đây $k_2 = \frac{a}{a+b}$, $k_3 = \frac{b}{a}$ - các hệ số truyền;



Hình 2. Cơ cấu thừa hành thuỷ lực.

a, b - các chiều dài của cánh tay đòn (xem hình 2).

3. Phương trình mạch liên hệ ngược. Trong mạch ngược có cuộn cảm, lò xo của đòn bẩy.

4. Ta lập phương trình cân bằng lực:

$$c_1 \dot{x}_{oc} + c_2 x_{oc} = c_3 \dot{y} \qquad (3)$$

ở đây $c_1 \dot{x}_{oc} = F_D$ - lực của cuộn cảm tỷ lệ tốc độ dịch chuyển của pittông cuộn cảm $\dot{x}_{oc}$; $c_2 x_{oc} = F_n$ - lực của lò xo; $c_3 \dot{y} = F_c$ - lực do pittông phát động; c_1, c_2, c_3 - các hệ số không đổi.

Sau khi biến đổi phương trình (3) ta có:

$$(T_{oc}p + 1)x_{oc} = k_4 py \qquad (4)$$

ở đây: $T_{oc} = \frac{c_1}{c_2}$ - hằng số thời gian của mạch liên hệ ngược;

$k_4 = \frac{c_3}{c_2}$ - hệ số truyền.

Ta tìm x_{oc} từ (2) và thế z từ phương trình (1) vào biểu thức của nó, ta có:

$$x_{oc} = \frac{k_2}{k_3}x - \frac{1}{k_1 k_3}py \qquad (5)$$

Nếu thế (5) vào (4) ta tìm phương trình vi phân của cơ cấu thừa hành thuỷ lực:

$$(Tp + 1)py(t) = k(T_{oc}p + 1)\, x(t) \tag{6}$$

ở đây:
$$T = \frac{T_{oc}}{1 + k_1 k_3 k_4}\ ; \quad k = \frac{k_1 k_2}{1 + k_1 k_3 k_4} \tag{7}$$

Suy ra hàm truyền cần tìm:

$$W(p) = \frac{k(T_{oc}p + 1)}{p(Tp + 1)}$$

3. Hãy tìm hàm truyền và phương trình vi phân mạch điện thụ động (hình 3) đối với các điện áp u_1 và u_2.

Bài giải. Để tìm các hàm truyền của các mạch điện tương tự trên hình 3, sử dụng dạng toán tử biểu diễn thuận tiện các điện trở, cảm ứng - pL, điện dung - 1/pC và trở thuần - R, ở đây p = d/dt - ký hiệu hay toán tử vi phân.

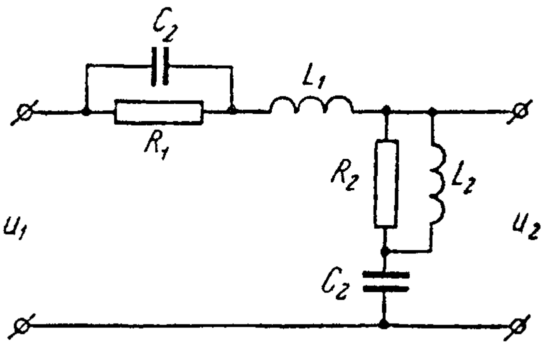
Ta biến đổi mạch điện hình 3 về mạch tương đương với nó (hình 4), ở đây

$$Z_1(p) = \frac{\frac{1}{pC_1}.R_1}{R_1 + \frac{1}{pC_1}} + pL_1 = \frac{R_1(T_1^2p^2 + T_{1L}p + 1)}{T_{1c}p + 1}, \tag{1}$$

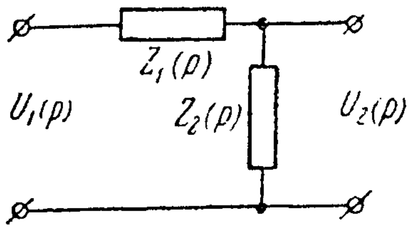
$$Z_2(p) = \frac{R_2L_2p}{R_2 + L_2p} + \frac{1}{C_2p} = \frac{R_2(T_2^2p^2 + T_{2L}p + 1)}{p(T_{2c} + T_2^2p)}, \tag{2}$$

$$\left.\begin{aligned} T_1 &= \sqrt{C_1L_1}, T_{1L} = \frac{L_1}{R_1}, T_{1C} = R_1C_1 \\ T_2 &= \sqrt{C_2L_2}, T_{2L} = \frac{L_2}{R_2}, T_{2C} = R_2C_2 \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Thứ nguyên của tất cả các hằng số thời gian (3) [T] = s.



***Hình 3.** Sơ đồ cho bài 3.*



***Hình 4.** Sơ đồ tương đương.*

Bởi vì sự sụt điện áp trên các điện trở nối tiếp nhau tỷ lệ giá trị các điện trở, thì hàm truyền của các mạch tương đương (hình 4) được xác định như tỷ số:

$$W(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{Z_{ra}(p)}{Z_{BX}(p)} = \frac{Z_2(p)}{Z_1(p) + Z_2(p)} \tag{4}$$

Nếu thế (1), (2) vào (4), ta có hàm truyền tìm được của mạch điện:

$$W(p) = \frac{R_2(b_0p^3 + b_1p^2 + b_2p + b_3)}{R_2(b_0p^3 + b_1p^2 + b_2p + b_3) + R_1(d_0p^4 + d_1p^3 + d_2p^2 + d_3p)} \tag{5}$$

$$b_0 = T_2^2T_{1C}, \quad b_1 = T_2^2 + T_{2L}T_{1C}, \quad b_2 = T_{2L} + T_{1C}, \quad b_3 = 1$$

$$d_0 = T_1^2T_2^2, \quad d_1 = T_1^2T_{2C} + T_2^2T_{1L} \quad d_2 = T_{1L}T_{2C} + T_2^2, \quad d_3 = T_{2C}$$

Phương trình vi phân của mạch điện đáng nghiên cứu đối với các điện áp có dạng:

$$[R_2(b_0p^3 + ... + b_3) + R_1(d_0p^4 + ... + d_3p)]\, u_2(t) = r_2(b_{0p}{}^3 + ... + b_3)u_1(t) \tag{6}$$

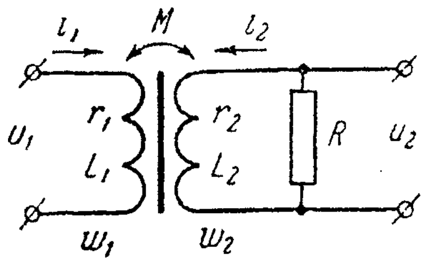
4. Hãy lập phương trình vi phân và tìm hàm truyền của máy biến áp (hình 5) đối với các điện áp u_1 và u_2. Các thông số điện của máy phát được chỉ ra trên hình 5.

Bài giải. Các phương trình vi phân cân bằng của các điện áp mạch của các cuộn sơ cấp và thứ cấp của máy biến áp có dạng

$$u_1 = r_1i_1 + L_1pi_1 + Mpi_2 \tag{1}$$

$$0 = r_2i_2 + L_2pi_2 + Mpi_1 + u_2 \tag{2}$$

ở đây, r_1, L_1, i_1 - trở điện, độ cảm ứng và dòng điện của cuộn sơ cấp; r_2, L_2, i_2 - tương ứng đối với cuộn thứ cấp; R - trở điện của phụ tải; u_1, u_2 - các điện áp đầu vào và đầu ra của máy biến áp; M - hệ số cảm ứng tương hỗ của các cuộn.



Hình 5. *Sơ đồ máy biến áp cho bài 4.*

Nếu tìm biểu thức đối với dòng điện i_1 từ phương trình (1) và thế vào (2), ta có phương trình vi phân của máy biến áp:

$$\left[\frac{L_1L_2 - M^2}{r_1(R + r_2)}p^2 + \frac{L_2r_1 + L_1(R + r_2)}{r_1(R + r_2)}p + 1\right]u_2(t) = -\frac{MR}{r_1(R + r_2)}pu_1(t) \tag{3}$$

hay:

$$\left[(T_1T_2 - T_3^2)p^2 + (T_1 + T_2)p + 1\right] u_2(t) = -k\tau_1pu_1(t) \tag{4}$$

ở đây: $T_1 = \dfrac{L_1}{r_1}$, $T_2 = \dfrac{L_2}{R + r_2}$, $\tau_1 = \dfrac{M}{r_1}$, $T_3 = \sqrt{\dfrac{M_2}{r_1(R + r_2)}}$, $k = \dfrac{R}{R + r_2}$

Thứ nguyên của hệ số τ_1 và của tất cả hằng số thời gian $[T_1] = s$ (i = 1, 2, 3). Bởi vì hệ số liên hệ $M/\sqrt{L_1L_2}$ trong biến áp có lõi thép gần 1 đơn vị, thì $M \approx \sqrt{L_1L_2}$ còn $L_1L_2 - M^2 \approx 0$ hay $T_1T_2 - T_3{}^2 \approx 0$. Khi đó phương trình máy biến áp (4) được đơn giản:

$$[(T_1 + T_2)p + 1]u_2(t) = -k\tau_1pu_1(t) \tag{5}$$

Đối với chế độ không tải ($R = \infty$, $T_2 = 0$) ta có:

$$(T_1p + 1)\ u_2(t) = -\tau_1 p u_1(t)$$

Trên cơ sở phương trình vi phân (5) có thể viết hàm truyền của máy biến áp theo điện áp:

$$W(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = -\frac{k\tau_1 p}{(T_1 + T_2)p + 1}$$

mà từ nó rõ ràng rằng máy biến áp là khâu vi phân phần quán tính. Dấu trừ trong các phương trình vi phân của biến áp có nghĩa pha của điện áp đầu ra thay đổi tới 180^0 đối với điện áp đầu vào.

5. Hãy lập phương trình vi phân của máy biến áp (hình 5), nếu giá trị đầu vào là dòng điện i_1, còn giá trị đầu ra là điện áp u_2.

Bài giải. Ta viết phương trình vi phân (1) của bài 4 ở dạng:

$$u_1 = r_1 i_1(1 + T_1p) + Mp\frac{u_2}{R} \qquad (1)$$

Nếu thế u_1 từ (1) vào phương trình (4) của bài 4 và biến đổi, ta có:

$$(T_2p + 1)u_2(t) = -kMpi_1(t) \qquad (2)$$

ở đây các hệ số T_2, k, M tương ứng các ký hiệu của bài 4.

Đối với chế độ không tải ($R = \infty$, $T_2 = 0$, $k = 1$) ta có:

$$u_2(t) = -Mpi_1(t) \qquad (3)$$

Từ đó rõ ràng rằng ở chế độ không tải máy biến áp là khâu vi phân lý tưởng, nếu giá trị đầu vào là dòng điện, còn đầu ra - là điện áp.

6. Hãy tìm phương trình vi phân và hàm truyền đối với các điện áp u_1 và u_2 của mạch điện thụ động RC ở dạng cầu (hình 6).

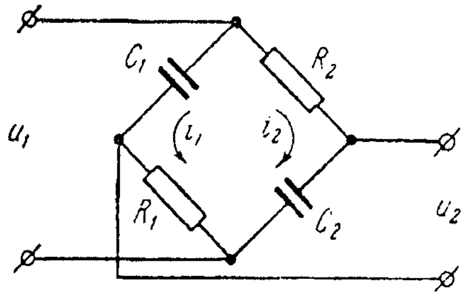
Bài giải. Các dòng điện của các nhánh cầu (xem lời giải bài 3).

$$i_1 = \frac{u_1C_1p}{T_1p+1}, \qquad i_2 = \frac{u_1C_2p}{T_2p+1}$$

$$T_1 = R_1C_1, \quad T_2 = R_2C_2, \quad p = \frac{d}{dt}$$

Khi đó:

$$u_2(t) = \frac{1}{C_2p}i_2(t) - R_1i_1(t) = \frac{1-T_1T_2p^2}{(T_1p+1)(T_2p+1)}u_1(t)$$



Hình 6

Từ đó suy ra phương trình vi phân cần tìm có dạng:

$$(T_1p + 1)(T_2p + 1)u_2(t) = (1 - \tau_1^2p^2)u_1(t) \qquad (1)$$

và hàm truyền bằng:

$$W(p) = \frac{1-\tau_1^2p^2}{(T_1p+1)(T_2p+1)} = \frac{1-T_1T_2p^2}{(T_1p+1)(T_2p+1)} \qquad (2)$$

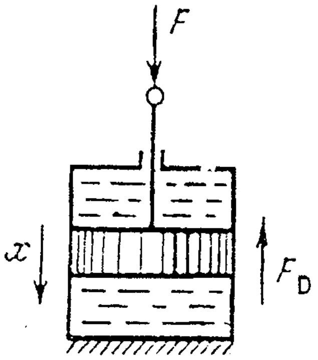
ở đây: $\tau_1^2 = T_1T_2$.

7. Hãy tìm hàm truyền của cầu điện (hình 6), nếu trở điện của các điện trở $R_1 = R_2$ và điện dung của các tụ điện $C_1 = C_2$.

Bài giải. Ở đẳng thức các điện trở và các điện d ıng của các nhánh đối nhau của cầu (hình 6) hằng số thời gian $T_1 = T_2 = T$ và hàm truyền (2 ı và bài 6 có dạng:

$$W(p) = \frac{1 - T^2p^2}{(1+Tp)^2} = \frac{1 - Tp}{1 + Tp}$$

8. Hãy tìm hàm truyền của cuộn cảm thuỷ lực (hình 7), nếu bỏ qua ảnh hưởng của khối lượng các phần dịch chuyển và đại lượng đầu vào là lực F, còn đầu ra là sự dịch chuyển pittông x.



Hình 7. *Pittông có xi lanh (cuộn cảm).*

Bài giải. Lực đặt F sẽ đối với lực cuộn cảm $F_D = c_1\dot{x}$, ở đây c_1 - hệ số cuộn cảm tỷ lệ độ nhớt của chất lỏng và diện tích pittông và tỷ lệ nghịch với diện tích lỗ đi qua.

Khi đó ta có $px = kF$, ở đây $k = c_1^{-1}$, $W(p) = \frac{X(p)}{F(p)} = \frac{k}{p}$

9. Hãy tìm hàm truyền theo các điều kiện của bài toán trước, nếu tính khối lượng của các phần chuyển động.

Đáp số:

$$W(p) = \frac{X(p)}{F(p)} = \frac{k}{p(Tp+1)},\ T = \frac{m}{c_1}$$

m - khối lượng các phần dịch chuyển.

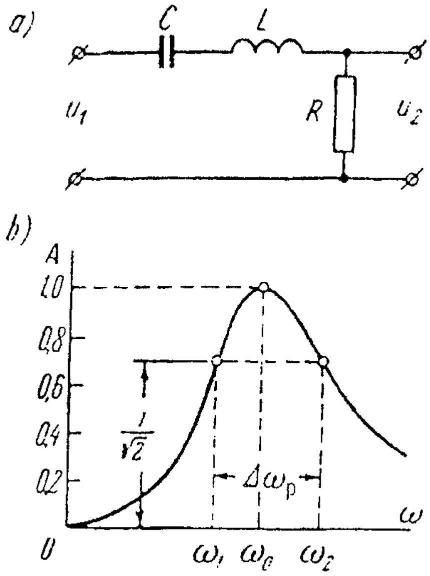
10. Hãy tìm hàm truyền của mạch điện (hình 8a) theo tín hiệu môđul hình bao với tần số mang $\omega_c = 2\pi f_c$, ở đây f_c - tần số mạng điện.

Bài giải. Trên cơ sở công thức (4) của bài 3 hàm truyền của mạch điện (xem hình 8a).

$$W(p) = |W(j\omega)| = \frac{T\omega}{\sqrt{(1 - T_0^2\omega^2)^2 + T^2\omega^2}} \qquad (2)$$

Phân tích sự phụ thuộc (2) chỉ ra rằng đồ thị ĐTB của mạch điện hình 8a có dạng biểu diễn trên hình 8b, ngoài ra ở tần số cộng hưởng $\omega = \omega_0 = 1/T_0$, ĐTB lấy giá trị cực đại $A(\omega_0) = 1$, còn khi $0 \le \omega < \omega_0$ và $\omega_0 < \omega \le \infty$; $A(\omega) < 1$.

Đặc tính tần số biên độ trên hình 8b tương ứng ĐTB của khâu không chu kỳ bậc nhất có hệ số truyền $k = 1$ và $\omega_0 = 0$. Ta tìm điều kiện, mở ở đó ĐTB với độ chính xác đủ lớn là đối xứng đối với tần số cộng hưởng ω_0, có nghĩa có thể xem như ĐTB của khâu không chu kỳ



Hình 8. *Sơ đồ và đồ thị cho bài 10.*

bậc nhất đối với tần số cộng hưởng ω_0. Vì vậy ta tìm tần số ω_1 và ω_2 từ điều kiện đồng nhất triệt tiêu các tần số biên bằng khâu không chu kỳ của bậc đầu và bằng mạch điện (xem hình 8b):

$$A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \tag{3}$$

Nếu thế (2) vào (3), ta có phương trình:

$$\frac{T\omega}{\sqrt{(1 - T_0^2\omega^2)^2 + T^2\omega^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \tag{4}$$

Nếu giải nó, ta tìm được các biểu thức đối với các tần số biên:

$$\omega_1 = \frac{-T + \sqrt{T^2 + 4T_0^2}}{2T_0^2}; \quad \omega_2 = \frac{T + \sqrt{T^2 + 4T_0^2}}{2T_0^2}; \tag{5}$$

Để ĐTB được biểu diễn trên hình 8b là đối xứng đối với tần số cộng hưởng $\omega_0 = T_0^{-1}$, cần thiết để thực hiện điều kiện:

$$\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} = \sqrt{\frac{1}{T_0^2} + \frac{T^2}{4T_0^4}} \approx \omega_0 \tag{6}$$

Điều kiện (6) được thực hiện khi:

$$\frac{T^2}{4T_0^4} < \frac{1}{T_0^2}, \quad \text{có nghĩa} \quad T < 2T_0, \text{ hay } \quad R < 2\sqrt{\frac{L}{C}} \tag{7}$$

Do đó, mạch điện (hình 8a) có thể thế ở dạng khâu không chu kỳ bậc đầu theo tín hiệu điều biến đường bao, nếu thực hiện điều kiện (7) và nếu tần số mang hay tần số mạng điện $\omega_c = \omega_0$.

Để xác định hằng số tương đương của thời gian khâu không chu kỳ bậc đầu theo tín hiệu điều biến đường bao cần tìm dải đi qua của mạch điện đang nghiên cứu:

$$\Delta\omega_n = \omega_2 - \omega_1 = \frac{T}{T_0^2} = \frac{R}{L} \tag{8}$$

Hằng số tương đương của thời gian:

$$T_E = \frac{2}{\Delta\omega_n} = 2\frac{L}{R} \tag{9}$$

Khi đó khi thực hiện điều kiện (7) và khi chọn các thông số L, C sao cho $\omega_0 = \omega_c$, có thể biểu diễn đối với hàm truyền của mạch điện trên hình 8a theo tín hiệu điều biến đường bao ở dạng:

$$W(p) = \frac{1}{T_E p + 1} \tag{10}$$

11. Hãy tìm hàm truyền của mạch điện (hình 8a) theo tín hiệu điều biến đường bao ở $R = 1000\ \Omega$, $C = 0{,}2\ \mu F$, $L = 0{,}8$ H và tần số mang của tín hiệu đầu vào $f_c = 400$ Hz

Bài giải. Ta sử dụng các công thức của bài toán trước.

Các hằng số thời gian $T_0 = \sqrt{LC} = \sqrt{0{,}8.0{,}2.10^{-6}} = 0{,}4.10^{-3}$ s, T = RC = 1000 . $0{,}2.10^{-6}$ = $0{,}2.10^{-3}$ s. Điều kiện (7) được thực hiện. Tần số cộng hưởng $\omega_0 = \dfrac{1}{T_0} = \dfrac{1}{0{,}4.10^{-3}} = 2500\ s^{-1}$.

Tần số tín hiệu đầu vào $\omega_c = 2\pi f_c = 6{,}28.400 = 2512\ s^{-1}$, có nghĩa điều kiện $\omega_0 = \omega_c$ thực tế được thực hiện. Điều kiện (7) có thể chính xác theo công thức (6):

$$\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} = \sqrt{\frac{1}{T_0^2} + \frac{T^2}{4T_0^4}} = \sqrt{\frac{1}{0{,}16.10^{-6}} + \frac{0{,}04.10^{-6}}{4(0{,}16.10^{-6})^2}} = 2575\ s^{-1}$$

Từ đó suy ra rằng ĐTB đối xứng với tần số cộng hưởng, bởi vì $\dfrac{\omega_1 + \omega_2}{2} \approx \omega_0$

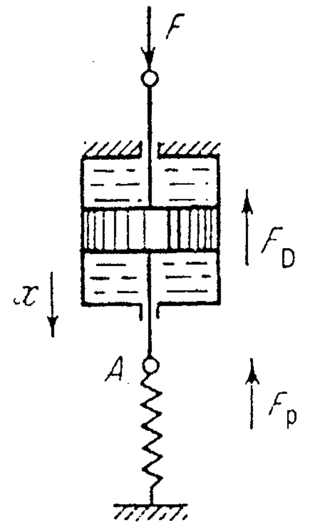
Hằng số tương đương của thời gian $T_E = 2\dfrac{L}{R} = 2\dfrac{0{,}8}{1000} = 1{,}6.10^{-3}$s. Hàm số truyền theo tín hiệu điều biến đường bao:

$$W(p) = \frac{1}{1{,}6.10^{-3}p + 1}$$

12. Hãy tìm hàm truyền lò xo và cuộn cảm (hình 9), nếu bỏ qua ảnh hưởng của khối lượng các phần dịch chuyển và giá trị đầu vào là lực F, còn đầu ra - sự dịch chuyển điểm A (pittông) x.

Bài giải. Ta lập phương trình cân bằng lực $F = F_D + F_n = c_1\dot{x} + c_2x$, ở đây: c_1 - hệ số cuộn cảm, c_2 - hệ số đàn hồi của lò xo. Khi đó ta có $(T_1p + 1)x = kF$, ở đây $T_1 = \dfrac{c_1}{c_2}$, $k = c_2^{-1}$ từ đó suy ra hàm truyền:

$$W(p) = \frac{k}{T_1p + 1}$$



***Hình 9.** Pittông có xi lanh và lò xo.*

13. Hãy tìm hàm truyền theo các điều kiện của bài trước, nếu kể đến khối lượng các phần dịch chuyển tới điểm A (xem hình 9).

Đáp số: Hàm truyền tìm được:

$$W(p) = \frac{k}{T_2^2p^2 + T_1p + 1}, \quad T_2 = \sqrt{\frac{m}{c_2}}$$

m - khối lượng các phần dịch chuyển.

14. Thay đổi hay không loại khâu động lực học, mà nó bao gồm cuộn cảm có trong bài 8 và bài 9, nếu các giá trị đầu vào và đầu ra thay đổi chỗ cho nhau. Hãy tìm các hàm truyền.

Đáp số: Có thay đổi. Không tính đến khối lượng thì hàm truyền:

$$W(p) = \frac{F(p)}{X(p)} = kp$$

ở đây, $k = c_1$. Có tính đến khối lượng:

$$W(p) = \frac{F(p)}{X(p)} = k(Tp+1)p$$

$T = \frac{m}{c_1}$. Các hệ số m và c_1 được xác định trong các bài 8 và 9.

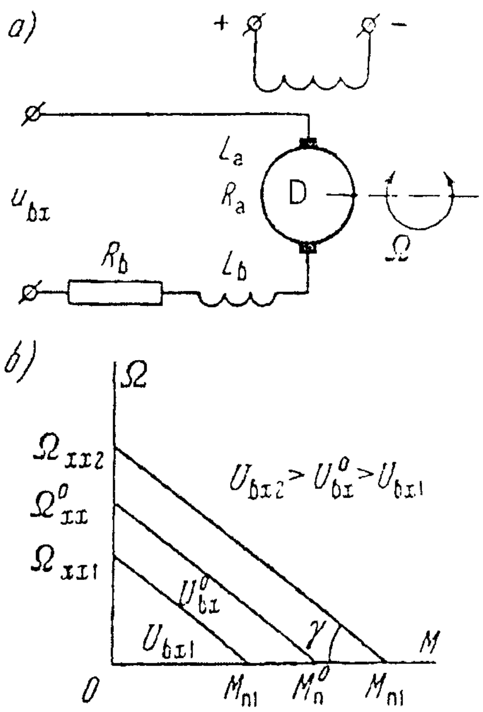
15. Hãy lập phương trình vi phân chuyển động và hàm truyền của động cơ có kích từ độc lập (hình 10a) đối với tốc độ góc Ω ở thời điểm tải $M_H = 0$.

Đáp số: Phương trình vi phân của chuyển động

$(T_A T_M p^2 + T_M p + 1)\,\Omega(t) = k u_{BX}(t)$

$T_A = \dfrac{L_A + L_B}{R_A + R_B}$ - hằng số điện trường thời gian của mạch phần ứng; L_A, R_A - độ cảm ứng và trở điện thuận của phần ứng; L_B, R_B - độ cảm ứng và trở điện trong tầng cuối của bộ khuếch đại cấp cho động cơ.

$T_M = J\dfrac{R_A}{c_M c_e} = J\dfrac{\Omega_{XX}}{M_n} = J.\beta$ - hằng số thời gian điện cơ của động cơ; J - mômen quán tính của các phần quay đối với trục của động cơ; M_n - thời điểm khởi động của động cơ ở $\Omega = 0$; Ω_{XX} - tốc độ góc chảy không tải ở thời điểm động cơ M = 0;



Hình 10. Sơ đồ và các đặc tính cơ khí cho bài 15.

$$c_e = \frac{U^0_{BX}}{\Omega^0_{XX}};\ c_M = \frac{M^0_n}{I^0_{A.K.Z}},\qquad I^0_{A.K.Z} = \frac{U^0_{BX}}{R_A + R_B}$$

- dòng điện ngắn mạch của phần ứng động cơ ở $\Omega = 0$, $\beta = \left|\dfrac{d\Omega}{dM}\right| = \dfrac{\Omega_{XX}}{M_n}$ - hệ số góc nghiêng của các đặc tính cơ khí của động cơ, $k = \dfrac{\Omega^0_{XX}}{U^0_{BX}} = \dfrac{1}{c_e}$ - hệ số truyền. Đối với các động cơ có dòng điện không đổi có kích từ độc lập β = const ở u_{BX} = var:

$$W_\Omega(p) = \frac{k}{T_A T_M p^2 + T_M p + 1}$$

16. Hãy tìm phương trình vi phân của chuyển động và hàm truyền của động cơ có kích từ độc lập (xem hình 10a) đối với góc quay α.

Đáp số:

$$(T_M T_A p^2 + T_M p + 1)\,p\alpha(t) = k u_{BX}(t),$$

$$W_\alpha(p) = \frac{k}{p(T_A T_M p^2 + T_M p + 1)}$$

17. Hãy tìm các hàm truyền của động cơ có dòng điện không đổi có kích từ độc lập, nếu bỏ qua ảnh hưởng của các quá trình chuyển tiếp điện từ trường trong mạch phần ứng (xem các bài 15 và 16).

Đáp số:

$$W_{\Omega}(p) = \frac{k}{T_M p + 1}$$

$$W_{\alpha}(p) = \frac{k}{p(T_M p + 1)}$$

18. Hãy tìm các hàm truyền của động cơ không đồng bộ hai pha (hình 11a) ở thời điểm tải $M_n = 0$. Các đặc tính cơ khí có dạng hình 11b còn có thể bỏ qua các quá trình chuyển tiếp điện từ trường trong stato và rôto.

Bài giải. Tương tự bài toán trước, các hàm truyền của động cơ không đồng bộ theo tốc độ góc:

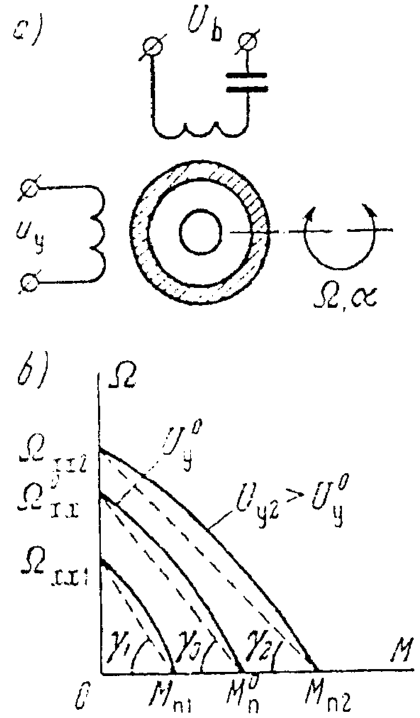
$$W_{\Omega}(p) = \frac{k}{T_M p + 1}$$

và theo góc:

$$W_{\alpha}(p) = \frac{k}{p(T_M p + 1)}$$

Hằng số điện cơ của thời gian T_M tỷ lệ hệ số góc nghiêng của đặc tính cơ khí β (xem bài 15):

$$T_M = J\beta_0 = J\frac{\Omega^0_{X.X}}{M^0_n}$$



Hình 11. *Sơ đồ và các đặc tính cơ khí cho bài 18.*

ở đây, J - mômen quán tính của các phần quay tới trục của động cơ; $\Omega^0_{X.X}$, M^0_n, β_0 - tương ứng là tốc độ góc không tải, mômen khởi động và hệ số góc nghiêng đường thẳng tiệm cận của đặc tính cơ khí tương ứng các giá trị thường được lấy nhất của điện áp điều khiển $u_y = U^0_y$ ở hệ tự động (xem hình 11b) $k = \dfrac{\Omega^0_{XX}}{U^0_y}$ - hệ số truyền của động cơ.

19. Để bù trở điện cảm ứng của cuộn dây điều khiển động cơ không đồng bộ hai pha trong mạch của nó có tụ điện với điện dung C (hình 12a). Yêu cầu hãy tìm hàm truyền của động cơ có các tính chất động lực học của vòng biến đổi LCR trong mạch cuộn điều khiển.

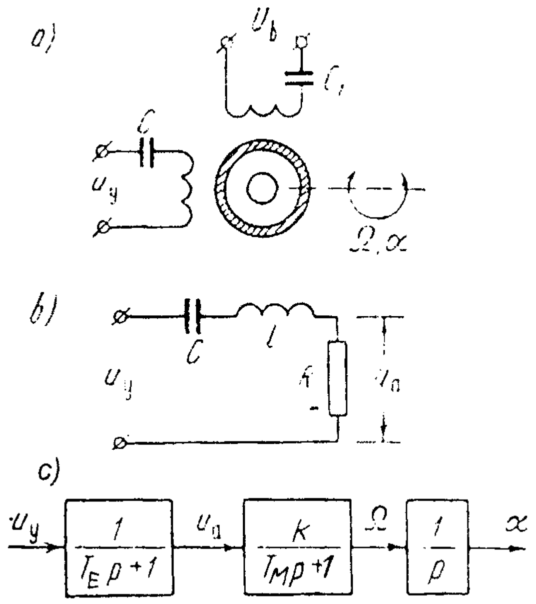
Bài giải. Các tính chất động lực học biểu diễn độ quán tính các quá trình điện cơ của động cơ hoàn toàn xác định bởi các hàm truyền $W_{\Omega}(p)$ và $W_{\alpha}(p)$ (xem bài 18).

Để xác định hàm truyền mạch LCR của cuộn dây điều khiển ta lập sơ đồ tương đương mạch của ống dây điều khiển hình 12b, ở đây L - độ cảm ứng, $R = P_y / I^2_y$ - trở điện thuần quy đổi của cuộn dây điều khiển, I_y - dòng điện tiêu chuẩn, P_y - công suất hiệu dụng định mức của cuộn dây điều khiển, C - điện dung của tụ điện được mắc vào mạch điều khiển. Ta bỏ qua ảnh hưởng của trở điện bên trong của nguồn cấp cho cuộn dây điều khiển.

Mạch LCR được nghiên cứu chi tiết trong bài 10. Hàm truyền của nó theo tín hiệu điều biên đường bao có tần số mang bằng tần số của mạng f_c hay tần số vòng tròn của mạng $\omega_c = 2\pi f_c$.

$$W(p) = \frac{1}{T_E p + 1},\ T_E = 2\frac{L}{R} \qquad (1)$$

Hàm truyền (1) đúng khi thực hiện các điều kiện $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}},\ \frac{1}{\sqrt{LC}} \approx 2\pi f_c$



Hình 12. Các sơ đồ điện và cấu trúc cho bài 19.

Khi thực hiện cả hai điều kiện các hàm truyền của động cơ không đồng bộ hai pha:

$$W_\Omega(p) = \frac{\Omega(p)}{U_y(p)} = \frac{k}{(T_E p + 1)(T_M p + 1)},$$

$$W_\alpha(p) = \frac{\alpha(p)}{U_y(p)} = \frac{k}{p(T_E p + 1)(T_M p + 1)}.$$

Sơ đồ cấu trúc của động cơ có dạng được biểu diễn trên hình 12c.

Sau một vài biến đổi có thể thu được các biểu thức mới để xác định hằng số thời gian tương đương:

$$T_E = 2\frac{L}{R} = \frac{2}{\omega_c}.\frac{x_L}{R} = \frac{2}{\omega_c}\text{tg}\varphi = \frac{2}{\omega_c}\frac{\sqrt{1-\cos^2\varphi}}{\cos\varphi} \qquad (2)$$

ở đây, $\omega_c \approx \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, $x_L = \omega_c L$ - trở điện cảm của cuộn dây điều khiển, $\cos\varphi$ - hệ số công suất của cuộn dây điều khiển khi hoạt động không có tụ điện (ở chế độ định mức).

20. Độ cảm ứng cuộn dây điều khiển của động cơ không đồng bộ ba pha L = 0,05 H, còn trở điện thuận R = 150 Ω. Điện dung của tụ điện được mắc vào mạch cuộn điều khiển cần bằng bao nhiêu, nếu tần số của mạng f_c = 400 Hz? Có thể sử dụng được hay không hàm truyền (1) từ bài toán trước?

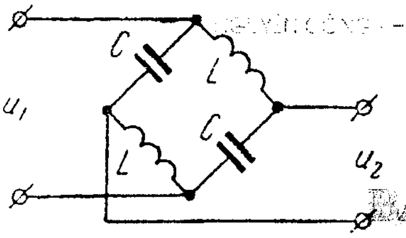
Đáp số: 1) C = 3,2 μF; 2) Có thể, bởi vì $R = 150\ \Omega < 2\sqrt{\frac{L}{C}} = 250\ \Omega$.

21. Hãy tìm hàm truyền của mạch điện thụ động LC ở dạng cầu được biểu diễn trên hình 13 (xem bài 6 và 7).

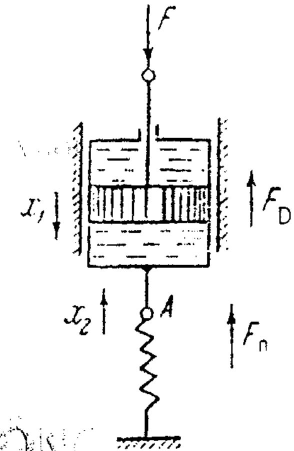
Đáp số: $W(p) = \dfrac{1 - T^2p^2}{1 + T^2p^2}$

$T = \sqrt{LC}$

22. Hãy tìm phương trình vi phân của chuyển động pittông đối với vỏ x_1 dưới tác dụng của lực F (hình 14) bỏ qua khối lượng của các phần dịch chuyển.



Hình 13. Sơ đồ cầu cho bài 21.



Hình 14. Pittông có xi lanh và lò xo.

Bài giải. Ta lập phương trình cân bằng các lực $F = F_D + F_n = c_1\dot{x}_3 + c_2x_2$. Ở đây, $x_3 = x_1 - x_2$ - sự dịch chuyển của pittông đối với xi lanh, x_2 - sự dịch chuyển của điểm A.

Nếu thế vào phương trình lực giá trị của nó vào vị trí x_3, ta có:

$$px_1(t) = k_1F(t) + k_2(\tau_1p - 1)\,x_2(t)$$

ở đây $k_1 = c_1^{-1}$, $k_2 = c_2c_1^{-1}$, $\tau_1 = c_1c_1^{-1}$ (xem bài 8 và 12).

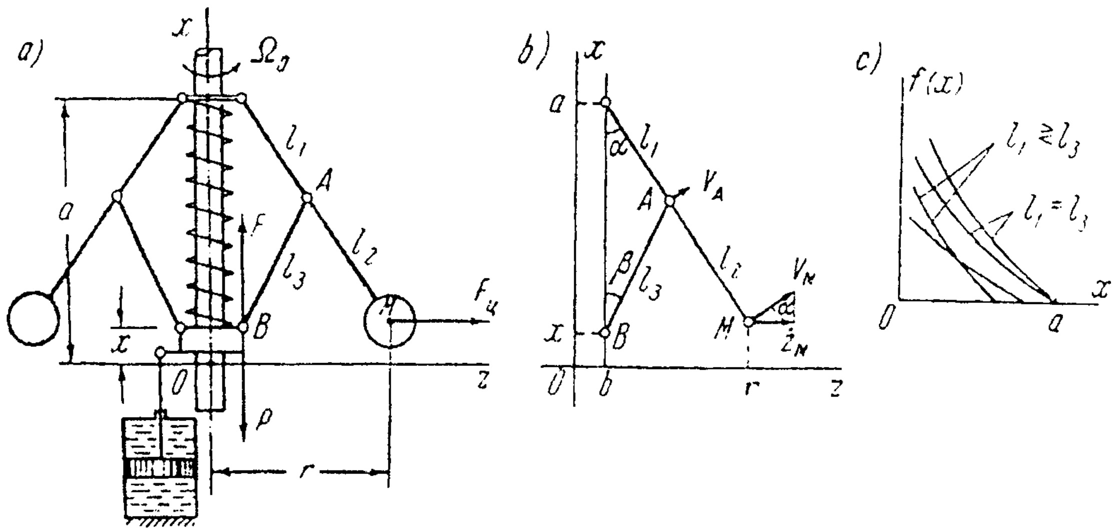
23. Hãy tìm phương trình vi phân chuyển động theo các điều kiện bài toán trước, nếu kể đến khối lượng của các phần dịch chuyển.

Đáp số: $(T_1p + 1)px_1(t) = k_1F(t) + k_2(\tau_2^2p^2 + \tau_1p - 1)x_2(t)$,

ở đây $T_1 = \dfrac{m_1}{c_1}$, $\tau_2 = \sqrt{\dfrac{m_1 - m_2}{c_2}}$, m_1 - khối lượng pittông với cán, m_2 - khối lượng quy đổi của lò xo với xi lanh tại điểm A (xem bài 9 và 13).

24. Hãy tìm phương trình vi phân và hàm truyền bộ đo tốc độ góc ly tâm (BDLT) trên hình 15a, nếu giá trị đầu ra là độ dịch chuyển của bích x, còn giá trị đầu vào là số gia tốc độ góc $\Delta\Omega$ và coi khối lượng của tất cả quả cầu m đặt tới điểm M, các chiều dài của các nhánh l_1, l_2, l_3; các khớp nối với điểm B đã biết.

a) lực của lò xo F_n; b) lực ma sát nhớt và cuộn cảm F_D; c) các lực quán tính của các khối lượng F_P quy đổi; e) các lực quy đổi từ khối lượng của tất cả các phần động F_B. Bỏ qua ảnh hưởng lực ma sát khô.



__Hình 15__. Bộ đo tốc độ ly tâm và đồ thị cho bài 24.

Bài giải. Ta chọn hệ toạ độ vuông góc z, x. Trục x trùng với trục quay BDLT, còn trục z - với vị trí điểm B ở $\Omega = 0$, khi độ khớp nối dưới tác dụng của lò xo được tìm ở vị trí $x = 0$, ở đây giá trị đầu ra x là toạ độ điểm B.

Lực ly tâm của các quả cầu là chuyển động:

$$F_X = mr\Omega^2 \tag{1}$$

ở đây, $r = z_M$ - khoảng cách điểm M từ trục x.

Tác dụng vào khớp nối là các lực cản quy đổi P và lực chuyển động quy đổi F (xem hình 15a). Ở điểm B ta xác định lực F_X trên cơ sở đẳng thức công suất:

$$F\dot x_B = F_X \dot z_M \ ; F = F_X \frac{\dot z_M}{\dot x_B} \tag{2}$$

ở đây, $\dot x_B$, $\dot z_M$ - các tốc độ thành phần dịch chuyển của điểm B và M theo các toạ độ tương ứng của các trục. Ta xác định $\dot z_M$:

$$\dot z_M = V_M \cos\alpha = V_A \frac{l}{l_1}\cos\alpha = \dot x_B \cdot \frac{l}{l_1} \cdot \frac{1}{\text{tg}\alpha + \text{tg}\beta} \tag{3}$$

ở đây, $l = l_1 + l_2$, V_A, V_M - các tốc độ tuyến tính của các điểm A và M ở chuyển động quay của chúng đối với tâm chung có các toạ độ (b, a), α, β - là các góc được chỉ ra trên hình 15b.

Nếu thế (3) vào (2) có kể đến (1), ta có:

$$F = m\frac{l}{l_1}\frac{r}{\text{tg}\alpha + \text{tg}\beta}\Omega^2 = k_1 f_1(r,\alpha,\beta)\Omega^2 \tag{4}$$

ở đây $k_1 = m\dfrac{l}{l_1}$, $f_1(r,\alpha,\beta) = \dfrac{r}{\text{tg}\alpha + \text{tg}\beta}$

Từ hình 15b ta tìm được:

$$r = b + l.\sin\alpha,\ x = a - l_1.\cos\alpha - l_3.\cos\beta \tag{5}$$

ở đây $a = l_1 + l_3$; b - bán kính khớp nối và bích, mà với nó có kẹp các thanh giữ các quả cầu. Từ biểu thức (5) thấy rõ rằng các biến r, x, α và β liên hệ với nhau bằng phụ thuộc hàm không tuyến tính. Do đó, có thể tìm:

$$f_1 = (r, \alpha, \beta) = f(x) \tag{6}$$

Ví dụ, ở $l_3 = l_1$ ($\alpha = \beta$; $a = 2l_1$):

$$f_1 = (r, \alpha) = f(x) = (2l_1 - x)\left[\frac{b}{2\sqrt{4l_1^2 - (2l_1 - x)^2}} + \frac{l}{4l_1}\right] \tag{6a}$$

Nếu thế (6) vào (4) ta có:

$$F = k_1 f(x)\Omega^2 \tag{7}$$

Ta tuyến tính biểu thức (7) ở vòng lân cận các độ lệch nhỏ của các biến x và Ω đối với chế độ xác lập đã chọn $\Omega = \Omega_0$, $x = x_0$:

$$\Delta F = \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^0 \Delta x + \left(\frac{\partial F}{\partial \Omega}\right)\Delta\Omega = k_1\Omega_0^2 D\Delta x + 2k_1\Omega_0 E\Delta\Omega \tag{8}$$

ở đây:

$$D = \left.\frac{df(x)}{dx}\right|_{x=x_0}, \; E = f(x)\big|_{x=x_0}$$

Ở chế độ xác lập lực cản quy đổi $P = F_n + F_B$. Khi đó lực quy đổi từ khối lượng các phần động (chủ yếu vào khối lượng các quả cầu) F_B cũng phụ thuộc vào sự dịch chuyển khớp x; phụ thuộc này cũng là không tuyến tính. Ta lấy gần đúng $F_B = const$. Khi đó ở chế độ động lực đối với các độ lệch nhỏ phương trình cân bằng lực có dạng:

$$\Delta F_P + \Delta F_D + \Delta F_n = \Delta P = \Delta F,$$

hay:

$$m_n\Delta\ddot{x} + c_1\Delta\dot{x} + c_2\Delta x = k_1\Omega_0^2 D\Delta x + 2k_1\Omega_0 E\Delta\Omega \tag{9}$$

ở đây, m_n - khối lượng các phần chuyển động quy đổi tại điểm B, $\dot{x}$, $\ddot{x}$ - tốc độ và gia tốc khớp nối, c_1 - hệ số của cuộn cảm, c_2 - hệ số đàn hồi của lò xo. Ta biến đổi phương trình (9) về dạng:

$$(T_2^2 p^2 + T_1 p + 1)\Delta x(t) = k\Delta\Omega(t) \tag{10}$$

ở đây:

$$T_2 = \sqrt{\frac{m_n}{c_2 - k_1\Omega_0^2 D}}; \; T_1 = \frac{c_1}{c_2 - k_1\Omega_0^2 D}; \; k = \frac{2k_1\Omega_0 E}{c_2 - k_1\Omega_0^2 D}$$

Đối với tất cả BĐTL theo sơ đồ hình 15a hàm f(x) có đặc tính giảm (hình 15c), còn hệ số $D = \left.\frac{df(x)}{dx}\right|_{x=x_0}$ có dấu trừ, nó cần thiết khi tính các thông số k, T_1, T_2 và ở biểu diễn các phương trình (9) và (10).

Hàm truyền BĐTL:

$$W(p) = \frac{k}{T_2^2p^2 + T_1p + 1}$$

1.2. CÁC KHÂU ĐỘNG LỰC ĐIỂN HÌNH

25. Khâu động lực học nó có hàm khối lượng $\omega(t) = 50(e^{-5t} - e^{-10t}).1(t)$? Hãy tìm các thông số của khâu này và biểu diễn hàm truyền.

Bài giải. *Phương pháp 1.* Hàm quy đổi của khối lượng từ hai số mũ. Do đó, đây là khâu không chu kỳ bậc hai với hàm khối lượng có dạng:

$$\omega(t) = \frac{k}{T_3 - T_4}\left(e^{-\frac{t}{T_3}} - e^{-\frac{t}{T_4}}\right).1(t),$$

Từ đó ta tìm được $T_3 = 0{,}2$ s, $T_4 = 0{,}1$ s và $k = (0{,}2 - 0{,}1) \times 50 = 5$,

$$W(p) = \frac{5}{(0{,}2p + 1)(0{,}1p + 1)}.$$

Phương pháp 2.

$$W(p) = \int_0^{\infty}\omega(t)e^{-pt}dt = \frac{5}{(1 + 0{,}2p)(1 + 0{,}1p)}$$

Suy ra $T_3 = 0{,}2$ s, $T_4 = 0{,}1$ s, $k = 5$.

26. Hãy tìm hàm truyền của khâu không ổn định có hàm truyền $W(p) = \dfrac{5}{0{,}1p - 1}$.

Đáp số: $h(t) = 5(-1 + e^{10t}).1(t)$.

27. Hãy tìm các thông số hàm truyền của khâu không dao động, nếu hàm chuyển tiếp của nó có dạng được biểu diễn trên hình 16.

Bài giải. *Phương pháp 1.* Đặc tính chuyển tiếp của khâu dao động được viết ở dạng:

$$h(t) = k\left[1 - e^{-\gamma t}\left(\cos\lambda t + \frac{\gamma}{\lambda}\sin\lambda t\right)\right].1(t)$$

Sự tắt dần của dao động xảy ra theo hàm số mũ có hằng số thời gian $T_\gamma = 1/\gamma = 0{,}5$ s, suy ra $\gamma = 2\ s^{-1}$. Chu kỳ các dao động $T_\lambda = 2\pi/\lambda = 0{,}628$s, suy ra $\lambda = 10\ s^{-1}$.

Ta lập hệ các phương trình

$$\left.\begin{aligned} \gamma &= \frac{\xi}{T} = 2, \\ \lambda &= \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T} = 10, \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

mà nếu giải nó, ta tìm được $T = 0{,}1$ s, $\xi = 0{,}2$. Từ đồ thị hình 16, ta xác định $k = 20$.

Phương pháp 2. Nếu xác định các biên độ A_1 và A_2 (xem hình 16), có thể tìm được hệ số tắt dần của quá trình chuyển tiếp γ theo công thức:

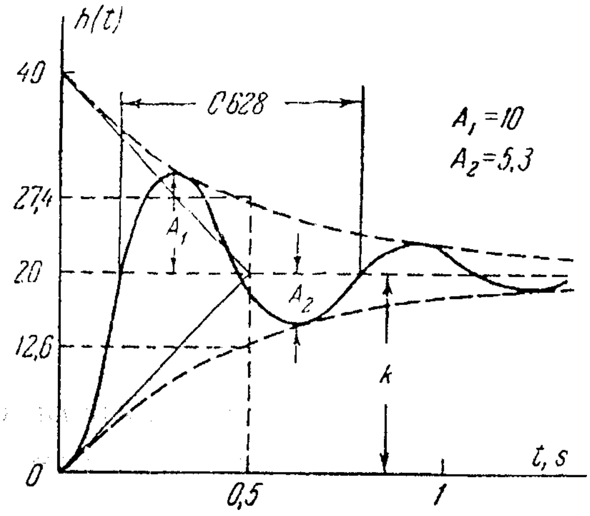
$$\gamma = \frac{\lambda}{\pi}\ln\frac{A_1}{A_2} = \frac{10}{\pi}\ln\frac{10}{5,3} \approx 2$$

Nếu thế các giá trị tần số các dao động tắt dần λ và hệ số γ vào hệ các phương trình (1), ta tìm hằng số thời gian T và thông số tắt dần ξ.

Hàm truyền:

$$W(p) = \frac{k}{T^2p^2 + 2\xi Tp + 1} =$$

$$= \frac{20}{0,01p^2 + 0,04p + 1}$$

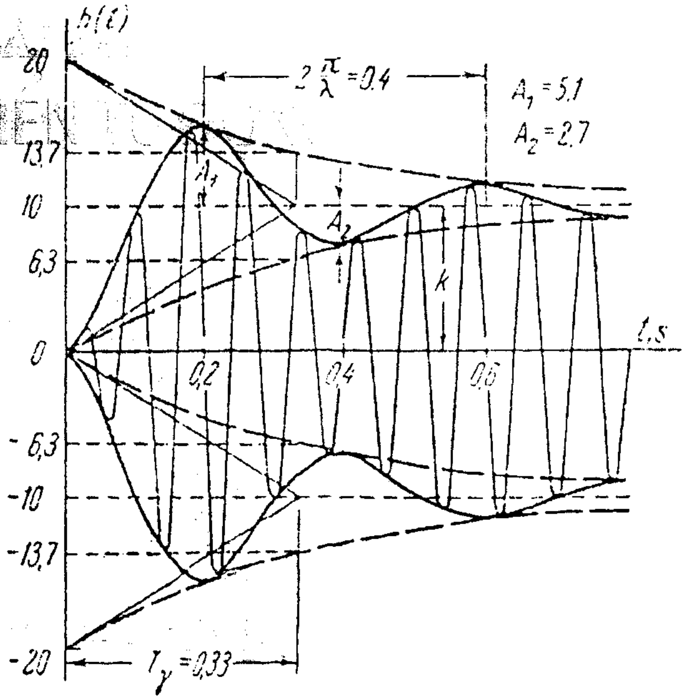


Hình 16. Hàm chuyển tiếp.

28. Thiết bị làm việc ở dòng điện thay đổi. Các tính chất động lực học của nó theo đường bao được xác định bằng khâu điển hình nào, nếu đặc tính chuyển tiếp có dạng được biểu diễn trên hình 17? Các dao động có tần số mạng trên đồ thị được thể hiện không tuân theo tỷ lệ thời gian. Hãy xác định các thông số của hàm truyền của khâu.

Đáp số: Khâu dao động có hàm truyền:

$$W(p) = \frac{10}{0,0042p^2 + 0,028p + 1}$$



Hình 17. Hàm chuyển tiếp của khâu làm việc ở dòng điện thay đổi.

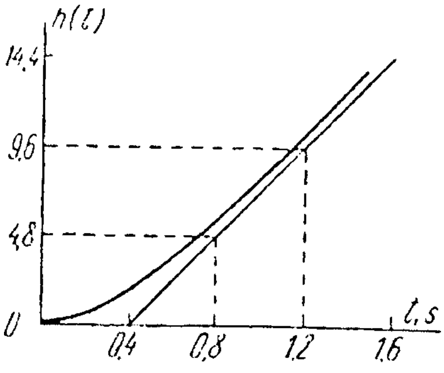
29. Biết các thông số của bộ đo tốc độ ly tâm như sau (xem hình 15). Khối lượng các quả cầu được quy đổi về điểm M m = 0,02 kg; l = 6 cm; l_1 = 3 cm; tốc độ góc được ổn định Ω_0 = 150 s^{-1}; hệ số D = $-0,11.10^{-3}$; khối lượng các phần chuyển động quy về điểm B m_n = 0,09 kg; hệ số đàn hồi của lò xo c_2 = 0,7 N/m.

Hệ số cuộn cảm c_1 cần bằng bao nhiêu để bộ đo tốc độ ly tâm là khâu không chu kỳ bậc hai?

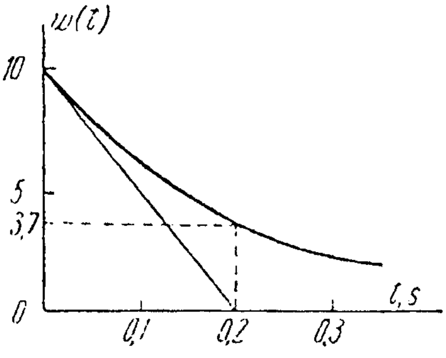
Đáp số: $c_1 \geq 0,54$ N.s/m.

Để giải bài này cần sử dụng các số liệu bài 24.

30. Theo hàm chuyển tiếp được biểu diễn trên hình 18 hãy xác định loại và hàm truyền của khâu. Hàm chuyển tiếp là tổng các số hạng tuyến tính và số mũ.



Hình 18. Hàm truyền



Hình 19. Hàm khối lượng

Đáp số: Đây là khâu tích phân có giảm tốc.

Hàm chuyển tiếp của nó:

$$h(t) = k\left[t - T\left(1 - e^{\frac{t}{T}}\right)\right].1(t)$$

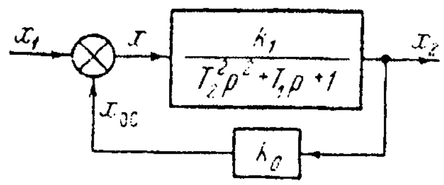
Phương trình đường tiệm cận hàm chuyển tiếp $h_A(t) = k(t - T)$ cho phép xác định các thông số của hàm truyền:

$$k = \frac{9,6 - 4,8}{1,2 - 0,8} = 12\ s^{-1};\ T = 0,4\ s;\ W(p) = \frac{12}{p(0,4p + 1)}$$

31. Hàm khối lượng của khâu không chu kỳ bậc đầu được biểu diễn trên hình 19. Hãy xác định các thông số hàm truyền.

Đáp số: Hệ số hàm truyền k = 2 và hằng số thời gian T = 0,2 s.

32. Các hằng số thời gian, hệ số truyền, thời gian và hình dạng quá trình chuyển tiếp không theo chu kỳ bậc hai hay khâu dao động khi bao nó bằng mối liên hệ ngược âm với hệ số truyền k_0 (hình 20)?



Hình 20. *Sơ đồ cấu trúc cho bài 20.*

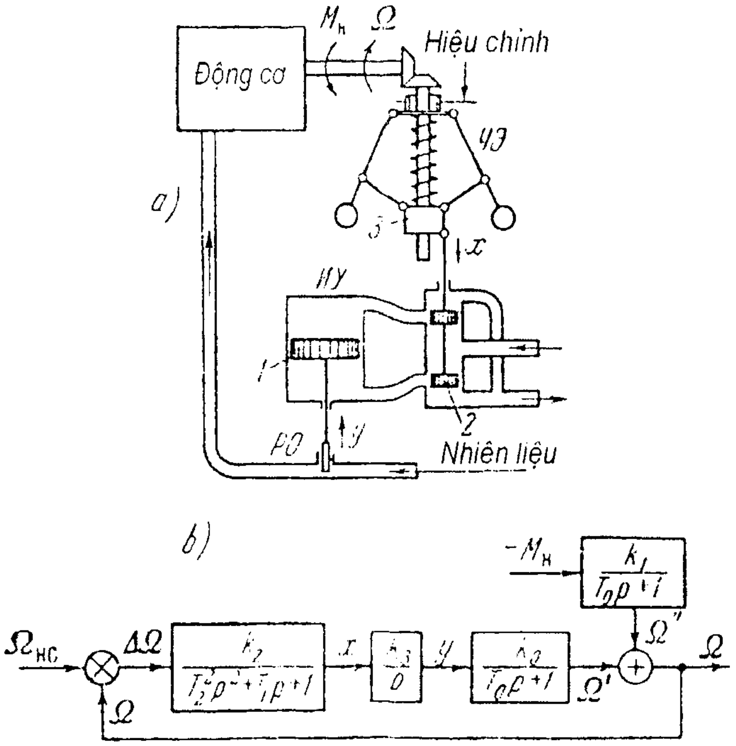
Đáp số: Thời gian quá trình chuyển tiếp giảm, bởi vì giảm cả hai hằng số thời gian T_2 và T_1; hình dạng của quá trình chuyển tiếp thay đổi (ví dụ, có thể thay thế không chu kỳ có thể là dao động) bởi vì hằng số thời gian T_1 giảm ở mức độ lớn hơn (tới $1 + k_1k_0$ lần), so với T_2 (tới $\sqrt{1 + k_1k_0}$ lần). Hệ số truyền giảm tới $1 + k_1k_0$ lần.

33. Hằng số thời gian T_1 và hệ số truyền k_1 của khâu không chu kỳ bậc đầu, nếu bao nó bằng mối liên hệ ngược âm dẻo lý tưởng với hàm truyền của mạch có liên hệ ngược $W_{oc}(p) = k_0p$?

Đáp số: Hằng số thời gian tăng ($T = T_1 + k_1k_0$), còn hệ số truyền là như nhau ($k = k_1$)

1.3. CÁC PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN VÀ CÁC HÀM TRUYỀN CỦA CÁC HỆ TỰ ĐỘNG

34. Trên hình 21a có sơ đồ nguyên lý của hệ điều chỉnh tự động (ổn định) của tốc độ động cơ nhiệt. Các phần tử nhạy cảm (PN) là bộ đo tốc độ ly tâm (BĐTL). Cơ cấu thừa hành (C.T) là động cơ thuỷ lực bao gồm ngăn kéo 2 liên hệ với khớp nối (BĐTL) 3, và pittông lực 1 liên hệ với van trượt, hay bộ điều chỉnh (PO).



Hình 21. Sơ đồ nguyên lý (a) và sơ đồ cấu trúc (b) cho bài 34.

Hãy lập sơ đồ cấu trúc, tìm các hàm truyền của hệ hở W(p), hệ khép kín của đại lượng điều chỉnh tương đối Φ(p), đối với sai số $\Phi_x(p)$ và theo nhiễu $\Phi_f(p)$, nếu các phương trình tuyến tính của các khâu riêng biệt có dạng sau:

1) Động cơ (đối tượng):

$(T_0p + 1)\Omega = k_0y - k_1M_P$

ở đây, Ω - tốc độ góc, y - sự dịch chuyển của van trượt, M_P - mômen phụ tải;

2) Bộ đo tốc độ ly tâm (xem bài 24):

$$(T_2^2p^2 + T_1p + 1)x = k_2\Delta\Omega$$

ở đây, x - sự dịch chuyển của khớp nối và ngăn kéo, T_2, T_1 - các hằng số thời gian BĐTL.

3) Động cơ thuỷ lực:

$$py = k_3x$$

k_0, k_1, k_2 và k_3 - các hệ số truyền.

Bài giải. Hãy lập sơ đồ cấu tạo (hình 21b), ở đây có các ký hiệu: Ω_{HC} - tốc độ hiệu chỉnh góc quy đổi hay tương đương được cho bởi nén lò xo BĐTL (xem hình 21a); Ω' - thành phần tốc độ góc từ dịch chuyển và trượt y, còn Ω" - từ mômen phụ tải. M_H, ngoài ra Ω = Ω' + Ω", và sai số hay độ lệch $\Delta\Omega = \Omega_{HC} - \Omega$. Khi đó hàm truyền của hệ hở theo tác dụng đã cho:

$$W(p) = \frac{\Omega(p)}{\Omega_{HC}(p)} = \frac{K}{p(T_0p+1)(T_2^2p^2+T_1p+1)}; \;\; K = k_0k_2k_3 \; [s^{-1}]$$

và theo nhiễu (theo phụ tải):

$$W_f(p) = \frac{\Omega(p)}{M_H(p)} = -\frac{k_1}{T_0p+1}$$

Hàm truyền của hệ kín đối với đại lượng điều chỉnh:

$$\Phi(p) = \frac{\Omega(p)}{\Omega_{HC}(p)} = \frac{W(p)}{1+W(p)} = \frac{K}{p(T_0p+1)(T_2^2p^2+T_1p+1)+K}$$

Hàm truyền của hệ kín đối với sai số:

$$\Phi_x(p) = \frac{\Delta\Omega(p)}{\Omega_{HC}(p)} = \frac{1}{1+W(p)} = \frac{p(T_0p+1)(T_2^2p^2+T_1p+1)}{p(T_0p+1)(T_2^2p^2+T_1p+1)+K}$$

và theo nhiễu:

$$\Phi_f(p) = \frac{\Omega(p)}{M_H(p)} = \frac{W_f(p)}{1+W(p)} = \frac{k_1p(T_2^2p^2+T_1p+1)}{p(T_0p+1)(T_2^2p^2+T_1p+1)+K}$$

35. Hãy tìm các hàm truyền của hệ ổn định tốc độ góc (xem bài trước), nếu động cơ thuỷ lực bao bởi mối liên hệ ngược âm mềm ở dạng cuộn cảm và lò xo (xem hình 2).

Đáp số:

$$W(p) = \frac{K(T_{oc}p+1)}{p(T_2^2p^2+T_1p+1)(Tp+1)(T_0p+1)}$$

$$K = k_2k_3'k_0, \quad W_f(p) = \frac{-k_1}{T_0p+1}$$

$$\Phi(p) = \frac{K(T_{oc}p+1)}{p(T_2^2p^2+T_1p+1)(Tp+1)(T_0p+1)+K(T_{oc}p+1)}$$

$$\Phi_x(p) = \frac{p(T_2^2p^2+T_1p+1)(Tp+1)(T_0p+1)}{p(T_2^2p^2+T_1p+1)(Tp+1)(T_0p+1)+K(T_{oc}p+1)}$$

$$\Phi_f(p) = \frac{k_1p(T_2^2p^2+T_1p+1)(Tp+1)}{p(T_2^2p^2+T_1p+1)(Tp+1)(T_0p+1)+K(T_{oc}p+1)}$$

ở đây các hệ số T_{oc}, T và $k_3' = k$ được xác định ở bài 2, các hệ số còn lại trong bài 34.

36. Hãy tìm các phương trình vi phân chuyển động của hệ ổn định tốc độ góc tự động (hình 21) đối với đại lượng điều chỉnh (Ω) ở tác dụng đã cho (Ω_{HC}) và ở nhiễu (M_H). Các phương trình vi phân của các khâu riêng biệt hình 21 được đưa ra ở bài 34.

Đáp số:

a) $[p(T_0p+1)(T_2p^2+T_1p+1)+K]\,\Omega(t) = K\Omega_{HC}(t)$

hay:

$$(a_0p^4 + a_1p^3 + a_2p^2 + a_3p + a_4)\Omega(t) = b_0\Omega_{HC}(t),$$

ở đây: $a_0 = T_0T_2^2$, $a_1 = T_2^2 + T_0T_1$, $a_2 = T_0 + T_1$, $a_3 = 1$, $a_4 = b_0 = K$;

b) $[p(T_0p+1)(T_2p^2+T_1p+1)+K]\,\Omega(t) = -k_1p(T_2^2p^2+T_1p+1)M_H(t)$

hay:

$$(a_0p^4 + a_1p^3 + a_2p^2 + a_3p + a_4)\Omega(t) = -(d_0p^3 + d_1p^2 + d_2p)M_H(t)$$

ở đây:

$$d_0 = k_1T_2^2; \quad d_1 = k_1T_1; \quad d_2 = k_1$$

37. Hãy tìm các phương trình vi phân chuyển động của hệ ổn định tốc độ góc (xem bài 21) đối với sai số ($\Delta\Omega$) theo tác dụng đã cho (Ω_{HC}) và theo nhiễu (M_H). Các phương trình vi phân của các khâu riêng biệt của hệ hình 21 được xác định ở bài 34.

Đáp số:

a) $[p(T_0p + 1)(T_2^2p^2 + T_1p + 1) + K]\,\Delta\Omega(t) =$

$$= p(T_0p + 1)\,(T_2^2p^2 + T_1p + 1)\Omega_{HC}(t);$$

b) $[p(T_0p + 1)(T_2^2p^2 + T_1p + 1) + K]\,\Delta\Omega(t) =$

$$= k_1p(T_2^2p^2 + T_1p + 1)M_H(t);$$

38. Hãy lập sơ đồ cấu tạo và tìm các hàm truyền của các hệ theo dõi hở $W(p)$, $W_f(p)$ và kín $\Phi(p)$, $\Phi_x(p)$, $\Phi_f(p)$ (xem bài 34) (hình 22a) nếu các khâu của hệ được mô tả bằng các phương trình sau:

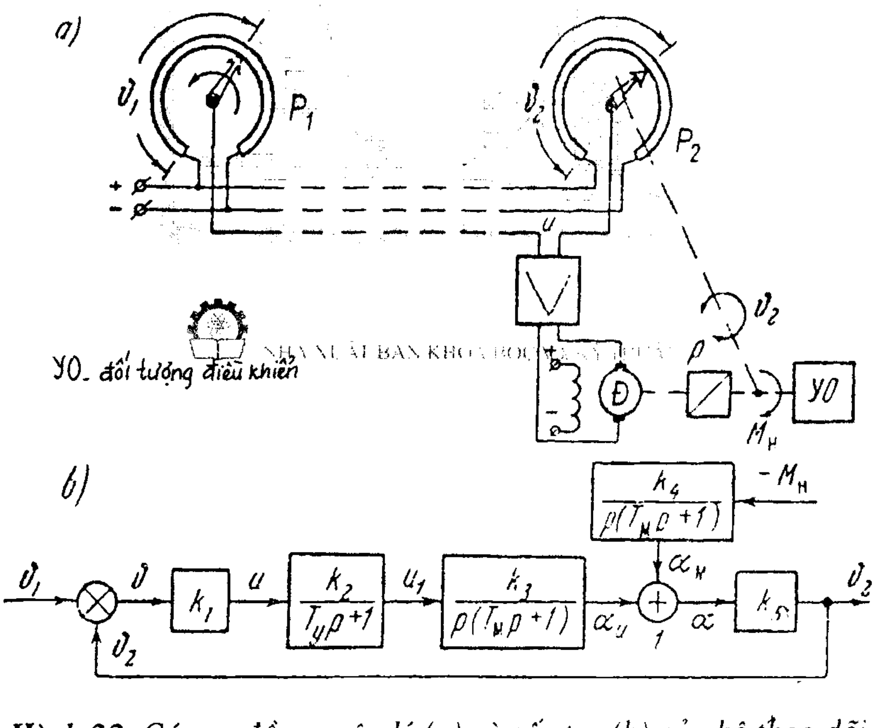
1) Phần tử so sánh $\vartheta = \vartheta_1 - \vartheta_2$

2) Bộ cảm biến đo thế điện $u = k_1\vartheta$

3) Bộ khuếch đại $(T_yp + 1)u_1 = k_2u$, T_y - hằng số thời gian của bộ khuếch đại.

4) Động cơ $(T_Mp + 1)p\alpha = k_3u_1 - k_4M_H$, T_M - hằng số thời gian của động cơ;

5) Bộ truyền động $\vartheta_2 = k_5\alpha$, k_1, k_3, k_4, k_5 - các hệ số truyền.



Hình 22. Các sơ đồ nguyên lý (a) và cấu tạo (b) của hệ theo dõi.

Đáp số: Sơ đồ cấu tạo biểu diễn trên hình 22b.

$$W(p) = \frac{K}{p(T_y p + 1)(T_M p + 1)}, \quad K = k_1 k_2 k_3 k_5 \ [s^{-1}]$$

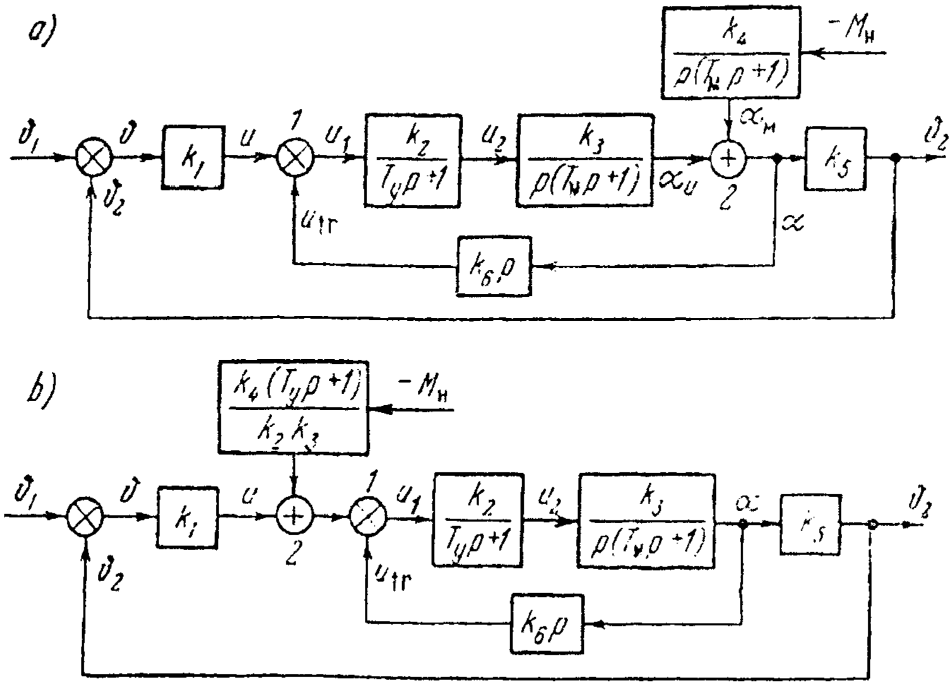
$$W_f(p) = -\frac{k_4 k_5}{p(T_M p + 1)},$$

$$\Phi(p) = \frac{K}{p(T_y p + 1)(T_M p + 1) + K}$$

$$\Phi_f(p) = -\frac{k_4 k_5 (T_y p + 1)}{p(T_y p + 1)(T_M p + 1) + K}$$

$$\Phi_x(p) = \frac{p(T_y p + 1)(T_M p + 1)}{p(T_y p + 1)(T_M p + 1) + K}$$

39. Hãy lập sơ đồ cấu tạo và tìm các hàm truyền của hệ theo dõi (xem hình 22a), nếu nối trực tiếp với trục động cơ là máy phát đo tốc độ, còn điện áp của nó tới đầu vào bộ khuếch đại ở ngược pha với điện áp đầu ra của bộ cảm biến góc lệch máy phát đo tốc độ.



Hình 23. *Các sơ đồ cấu tạo của hệ theo dõi.*

Phương trình vi phân của máy phát đo tốc độ $u_{tr} = k_6 p\alpha$. Các phương trình của các khâu còn lại của hệ theo dõi ở điều kiện bài toán trước.

Đáp số: Sơ đồ cấu tạo được thể hiện trên hình 23a. Để có kết quả các hàm truyền sơ đồ cấu tạo hình 23a cần biến đổi chuyển bộ cộng 2 tới đầu vào bộ cộng 1 (hình 23b). Khi đó:

$$W(p) = \frac{K}{p[(T_y p + 1)(T_M p + 1 + k_2 k_3 k_6)}, \quad K = k_1 k_2 k_3 k_5$$

$$W_f(p) = \frac{k_4k_5(T_yp+1)}{p[(T_yp+1)(T_Mp+1)+k_2k_3k_6]},$$

$$\Phi(p) = \frac{K}{p[(T_yp+1)(T_Mp+1)+k_2k_3k_6]+K}$$

$$\Phi_x(p) = \frac{p[(T_yp+1)(T_Mp+1)+k_2k_3k_6]}{p[(T_yp+1)(T_Mp+1)++k_2k_3k_6]+K}$$

$$\Phi_f(p) = \frac{k_4k_5(T_yp+1)}{p[(T_yp+1)(T_Mp+1)+k_2k_3k_6]+K}$$

40. Hãy tìm các phương trình vi phân chuyển động của hệ theo dõi (xem hình 21) đối với sai số (ϑ) theo tác dụng đã cho (ϑ_1) và theo nhiễu (M_H). Các phương trình vi phân của các khâu riêng biệt được đưa ra trong điều kiện bài 38.

Đáp số:

a) $[p(T_yp + 1)(T_Mp + 1) + K]\vartheta(t) = p(T_yp + 1)(T_Mp + 1)\vartheta_1(t)$

hay:

$$(a_0p^3 + a_1p^2 + a_2p + a_3)\ \vartheta(t) = (b_0p^3 + b_1p^2 + b_2p)\ \vartheta_1(t)$$

$$a_0 = b_0 = T_yT_M,\ a_1 = b_1 = T_y + T_M,\ a_2 = b_2 = 1,$$

$$a_3 = K,\ p = \frac{d}{dt}$$

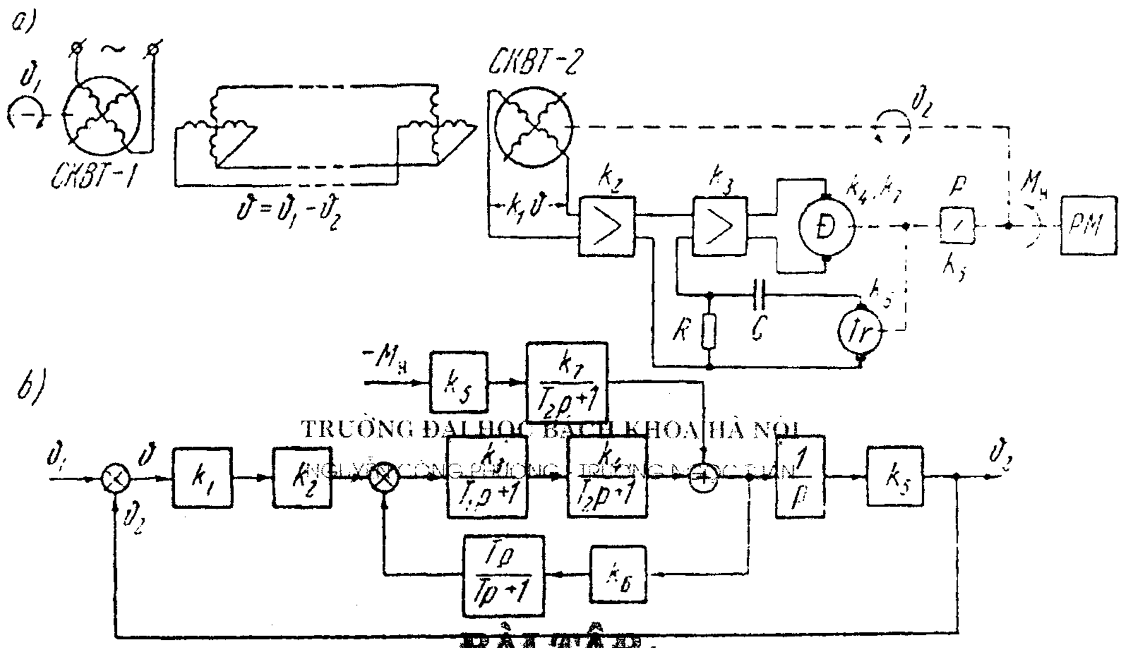
b) $[p(T_yp + 1)(T_Mp + 1) + K]\ \vartheta(t) = k_4k_5(T_yp + 1)M_P(t)$

$$d_0 = k_4k_5T_y,\quad d_1 = k_4k_5,\qquad p = \frac{d}{dt}$$

41. Trên hình 24 a ta biểu diễn sơ đồ nguyên lý hệ theo dõi từ xa với các biến áp quay sin - côsin (CKBT), mà ở nó ta ký hiệu: ϑ_1, ϑ_2 - các tốc độ quay của các trục chỉ huy và thừa hành, $\vartheta = \vartheta_1 - \vartheta_2$ - sai số, PM - cơ cấu làm việc (đối tượng), P - bộ truyền chuyển động, D - động cơ, MDT - máy phat đo tốc độ. Các thông số của các phần tử như sau: k_1 [V/rad] - là hệ số truyền của phần tử cảm ứng (CKBT) ở phần tuyến tính của đặc tính, k_2 và k_3 - các hệ số khuếch đại của các bộ khuếch đại theo điện áp, k_4 [rad/(v.s)] - hệ số truyền của động cơ thừa hành, $k_5 = n^{-1}$ - hệ số truyền của bộ truyền chuyển động, n - tỷ số truyền, k_6 [rad/(v.s)] - hệ số truyền của máy phát đo tốc độ, k_7 [rad/(N.cm.s)] - hệ số độ nghiêng của đặc tính cơ khí của động cơ, T_1 và T_2 - các hằng số thời gian khuếch đại và động cơ, T = RC - hằng số thời gian của mạch vi phân.

Yêu cầu lập sơ đồ cấu tạo và xác định hàm truyền của hệ hở, các hàm truyền của hệ kín: a) các đại lượng điều khiển tương đối theo tác dụng đã cho; b) đối với sai số theo tác dụng đã cho; c) đối với sai số theo tác dụng nhiễu và hệ số chất lượng của hệ theo dõi theo mômen phụ tải M_H.

Đáp số: Sơ đồ cấu tạo được biểu diễn trên hình 24b.



Hình 24. Hệ theo dõi

Hàm truyền của hệ hở:

$$W(p) = \frac{K(1+Tp)}{p[(1+T_1p)(1+T_2p)(1+Tp)+k_3k_4k_6Tp]}$$

ở đây hệ số chất lượng theo tốc độ (tỷ số hằng số tốc độ theo dõi với sai số xác lập):

$$K = k_1k_2k_3k_4k_5\ [s^{-1}]$$

Hàm truyền của hệ kín đối với giá điều khiển tương đối theo tác dụng đã cho:

$$\Phi(p) = \frac{K(1+Tp)}{p[(1+T_1p)(1+T_2p)(1+Tp)+k_3k_4k_6Tp]+K(1+Tp)}$$

Hàm truyền của hệ kín đối với sai số theo tác dụng đã cho:

$$\Phi_\vartheta(p) = \frac{p[(1+T_1p)(1+T_2p)(1+Tp)+k_3k_4k_6Tp}{p[(1+T_1p)(1+T_2p)(1+Tp)+k_3k_4k_6Tp]+K(1+Tp)}$$

Hàm số truyền của hệ kín đối với sai số theo tác dụng nhiễu (mômen phụ tải M_H):

$$\Phi_M(p) = \frac{k_7k_5^2(1+T_1p)(1+Tp)}{p[(1+T_1p)(1+T_2p)(1+Tp)+k_3k_4k_6Tp]+K(1+Tp)}$$

Hệ số chất lượng theo momen (tỷ số mômen phụ tải M_H trên trục thừa hành của hệ với độ lệch ở chế độ xác lập):

$$K_M = \frac{K}{k_7k_5^2} = \frac{Kn^2}{k_7} = \frac{k_1k_2k_3k_4n}{k_7}$$

42. Đối với bài trước xác định các giá trị số của các hệ số có trong hàm truyền của hệ ở các số liệu ban đầu như sau: Độ tương hỗ của phần tử cảm biến k_1 = 1 V/độ = 57,3 V/rad, các hệ số khuếch đại của bộ khuếch đại $k_2 = 2,5$ và $k_3 = 80$, giá trị định mức điện áp của động cơ $U_H = 110$ V, tốc độ không tải $n_{XX} = 9000$ V/ph và mômen khởi động $M_n = 55$ G.cm = 0,54 N.cm, mômen quán tính của động cơ với đối tượng $J = 0{,}098$ g.cm^2 = 0,01 G.cm.s^2, tỷ số truyền của bộ dẫn động n = 1000, hệ số truyền của máy phát đo tốc độ $k_6 = 0{,}001$ V.ph/V = $9{,}6.10^{-3}$ V.s/độ, hằng số thời gian của bộ khuếch đại $T_1 = 0{,}01$ s, hằng số thời gian của mạch vi phân T = 0,14 s.

Bài giải. Hệ số truyền của động cơ:

$$k_4 = \frac{\Omega_{XX}}{U_H} = \frac{\pi n_{XX}}{30U_H} = \frac{3{,}14.9000}{30.110} = 8{,}6\ \text{rad/V.s}$$

Hệ số góc nghiêng của đặc tính cơ khí:

$$k_7 = \frac{\Omega_{XX}}{M_n} = \frac{\pi n_{XX}}{30M_n} = \frac{3{,}14.9000}{30.55} = 17{,}2\ \text{rad/(G.cm.s)}$$

Hằng số thời gian của động cơ:

$$T_2 = J\frac{\Omega_{XX}}{M_n} = Jk_7 = 0{,}01.17{,}2 = 0{,}172\ \text{s}$$

Hệ số chất lượng của hệ theo tốc độ:

$$K = k_1k_2k_3k_4k_5 = \frac{57{,}3.2{,}5.80.2{,}6}{1000} \approx 100\ \text{s}^{-1}$$

Hàm số truyền của hệ hở:

$$W(p) = \frac{100(1+0{,}14p)}{p(1+1{,}18p+0{,}027p^2+0{,}00024p^3)}$$

Nếu phân chia mẫu số của biểu thức cuối cùng hàm truyền của hệ hở có thể biểu diễn ở dạng sau:

$$W(p) = \frac{K(1+Tp)}{p(1+T_3p)(1+2\xi T_4p+T_4^2p^2)}$$

ở đây $T_3 = 1{,}16$ s, $T_4 = 0{,}0145$ s và $\xi = 0{,}8$.

Hệ số chất lượng theo mômen:

$$K_M = \frac{Kn^2}{k_7} = \frac{100.1000^2}{17{,}2} = 5{,}8.10^6\ \text{G.cm.rad}^{-1} = 1700\ \text{G.cm(góc.ph)}^{-1}$$

1.4. CÁC SƠ ĐỒ CẤU TẠO VÀ BIẾN ĐỔI CỦA CHÚNG

43. Hãy biến đổi khâu động lực được mô tả bằng phương trình vi phân:

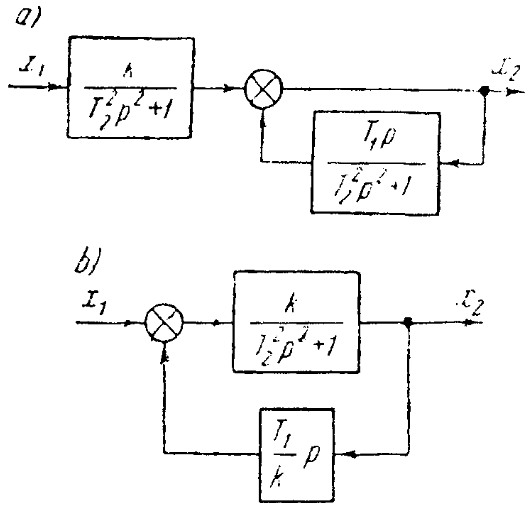
$$(T_2^2p^2 + T_1p + 1)x_2 = kx_1 \qquad (1)$$

thành nối song song đối nhau (có liên hệ ngược) của các khâu vi phân lý tưởng và bảo toàn góc.

Bài giải. Ta biến đổi phương trình vi phân (1) về dạng:

$$x_2 = \frac{k}{T_2^2p^2+1}x_1 - \frac{T_1p}{T_2^2p^2+1}x_2 \qquad (2)$$

Theo phương trình (2) ta lập sơ đồ cấu tạo (hình 25a) nó bằng biên độ bộ cộng hay phần tử so sánh, và bằng nối hai khâu nối tiếp tạo thành sơ đồ tìm được trên hình 25b.



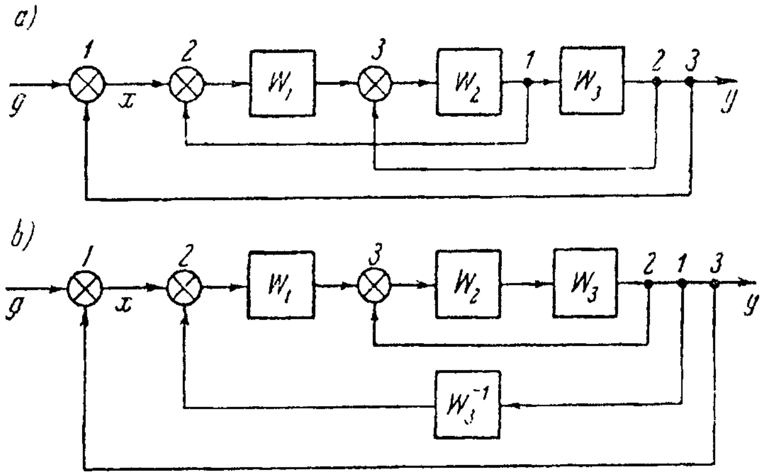
Hình 25. Các sơ đồ cấu tạo cho bài 43.

44. Hãy tìm hàm truyền của hệ kín Φ(p) của hệ tự động, mà sơ đồ cấu tạo của nó được biểu diễn trên hình 26a.

Bài giải. Ta giải phóng từ các mối liên hệ giao nhau trong sơ đồ cấu tạo trên hình 26a, do đó ta dịch chuyển nút 1 qua khâu W_3 theo hướng tác dụng của tín hiệu (hình 26b).

Theo sơ đồ cấu tạo thu được ta xác định hàm truyền cần tìm:

$$\Phi(p) = \frac{W_1W_2W_3}{1+W_1W_2+W_2W_3+W_1W_2W_3}$$



Hình 26. *Các sơ đồ cấu tạo cho bài 44.*

45. Hãy tìm phương trình vi phân của hệ tự động mà sơ đồ cấu tạo của nó được biểu diễn trên hình 26a đối với giá trị điều khiển y(t).

Theo tác dụng đã cho g(t) nếu:

$$W_1(p) = \frac{k_1}{T_1p+1}, \quad W_2(p) = \frac{k_2}{p}, \quad W_3(p) = k_3$$

Bài giải. Nếu sử dụng kết quả của bài trước, ta có:

$$\Phi(p) = \frac{Y(p)}{G(p)} = \frac{b_0}{a_0p^2+a_1p+a_2}$$

ở đây Y(p), G(p) - biểu diễn các đại lượng điều khiển và tác dụng đã cho:

p = c + jω - hàm truyền phức, $b_0 = k_1k_3$, $a_0 = T_1k_2^{-1}$, $a_1 = k_2^{-1} + k_3T_1$, $a_2 = k_1 + k_3 + k_1k_3$. Khi đó phương trình vi phân

$$(a_0p^2 + a_1p + a_2)\, y(t) = b_0g(t)$$

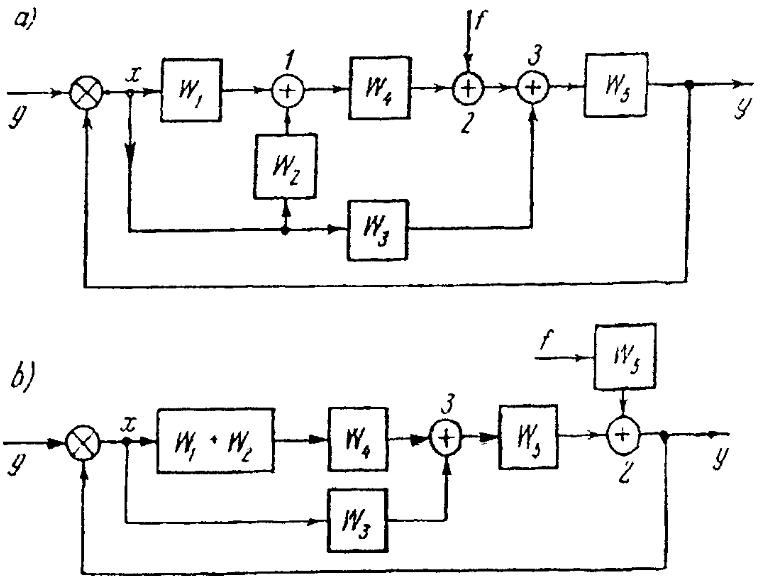
ở đây $p = \dfrac{d}{dt}$ - ký hiệu vi phân.

46. Hãy tìm phương trình vi phân của hệ tự động, mà sơ đồ cấu tạo của nó được biểu diễn trên hình 27a đối với đại lượng điều khiển y(t) theo nhiễu f(t), nếu

$$W_1(p) = k_1;\quad W_2(p) = \tau p;\quad W_3(p) = k_3;\quad W_4(p) = \frac{k_4}{T_1p+1}$$

$$W_5(p) = \frac{k_5}{T_2^2p^2 + T_3p + 1}$$

Bài giải. Ban đầu ta thu được hàm truyền của hệ tự động theo nhiễu $\Phi_f(p)$, do đó ta biến đổi sơ đồ cấu tạo hình 27a. Ta chuyển bộ cộng 2 qua khâu W_5 và thay thế W_1, W_2 bằng một khâu (hình 27b).



Hình 27.

Ta tìm hàm truyền của hệ hở theo tác dụng đã cho:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{G(p)} = [(W_1 + W_2)\, W_4 + W_3]W_5$$

và theo nhiễu:

$$W_f(p) = \frac{Y(p)}{F(p)} = W_5(p)$$

Khi đó: $$\Phi_f(p) = \frac{Y(p)}{F(p)} = \frac{W_f(p)}{1+W(p)} = \frac{d_0p + d_1}{a_0p^3 + a_1p^2 + a_2p + a_3}$$

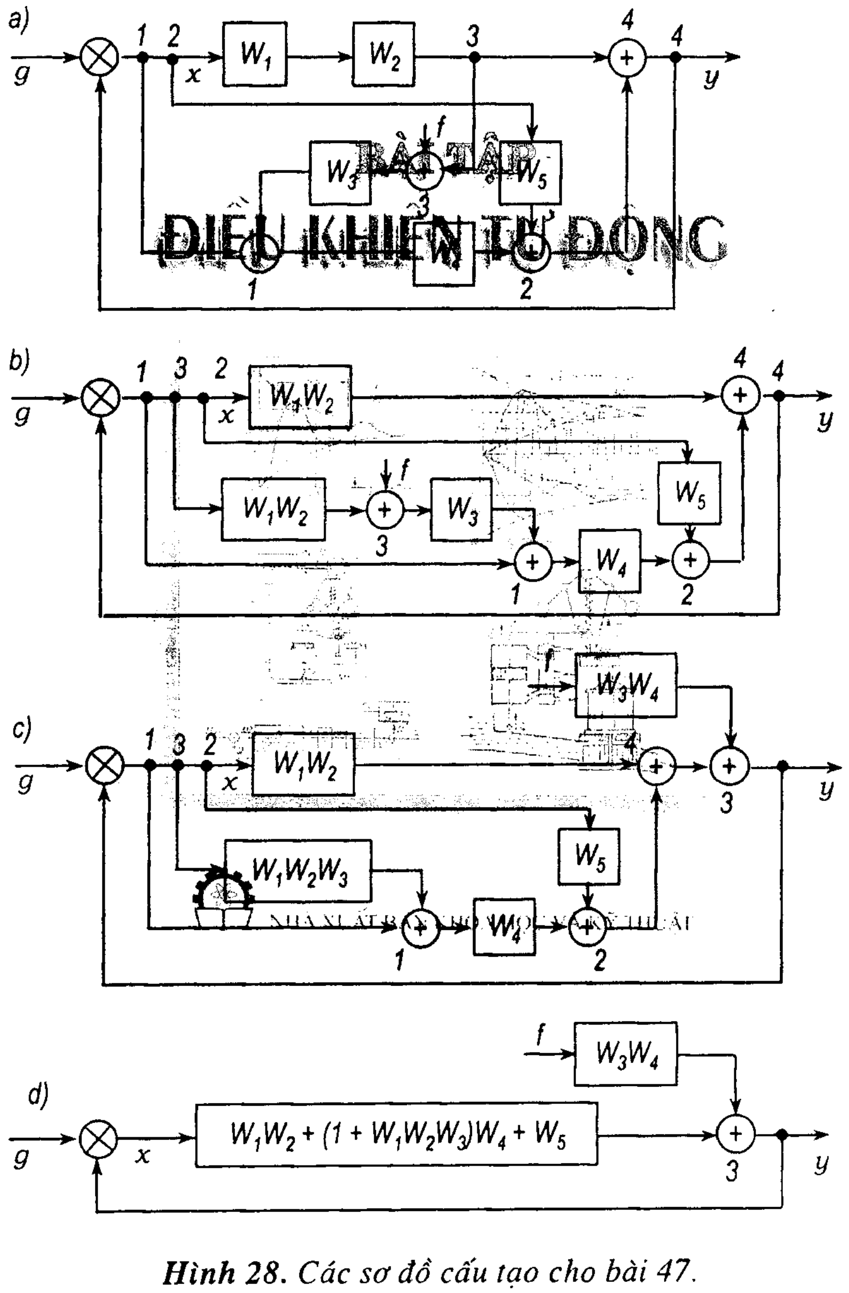
ở đây, Y(p), F(p) - các sự biểu diễn các đại lượng điều khiển y(t) và nhiễu f(t), $p = c + j\omega$ - biến phức, $d_0 = k_5T_1$, $d_1 = k_5$, $a_0 = T_1 T_2^2 + T_1T_3$

$$a_2 = T_1 + T_3 + k_4k_5\tau + k_3k_5T_1, \quad a_3 = 1 + k_3k_5 + k_1k_4k_5,$$

Từ đó phương trình vi phân cần tìm có dạng:

$$(a_0p^3 + a_1p^2 + a_2p + a_3)y(t) = (d_0p + d_1)f(t)\ ; \quad p = \frac{d}{dt}$$

47. Hãy tìm các hàm truyền sau của hệ điều khiển, mà sơ đồ cấu tạo của nó được biểu diễn trên hình 28a; hệ hở theo tác dụng đã cho W(p) và theo nhiễu $W_f(p)$; hàm cơ bản $\Phi(p)$ theo nhiễu $\Phi_f(p)$ và đối với sai số theo tác dụng đã cho $\Phi_x(p)$.



Hình 28. Các sơ đồ cấu tạo cho bài 47.

Bài giải. Ta biến đổi sơ đồ cấu tạo hình 28a (xem hình 28b, c và d). Theo sơ đồ cấu tạo hình 28c ta có:

$$W(p) = W_1W_2 + (1 + W_1W_2W_3)W_4 + W_5\,; \qquad W_f(p) = W_3W_4,$$

$$\Phi(p) = \frac{W_1W_2 + (1 + W_1W_2W_3)W_4 + W_5}{1 + W_1W_2 + (1 + W_1W_2W_3)W_4 + W_5}$$

$$\Phi_f(p) = \frac{W_3W_4}{1 + W_1W_2 + (1 + W_1W_2W_3)W_4 + W_5}$$

$$\Phi_x(p) = \frac{1}{1 + W_1W_2 + (1 + W_1W_2W_3)W_4 + W_5}$$

48. Hãy tìm các phương trình vi phân của hệ tự động, mà sơ đồ cấu tạo của nó được biểu diễn trên hình 28a đối với đại lượng điều khiển y(t) theo tác dụng đã cho g(t) và theo nhiễu f(t), cũng như đối với sai số x(t) theo tác dụng đã cho g(t) và theo nhiễu f(t), nếu $W_1(p) = k_1$,

$$W_2(p) = \frac{k_2}{T_1p+1},\ W_3(p) = k_3,\ W_4(p) = \frac{k_4}{p},\ W_5(p) = \frac{k_5}{p(T_2p+1)}$$

Đáp số:

$$D(p)y(t) = (b_0p^2 + b_1p + b_2)\,g(t)$$
$$D(p)y(t) = (d_0p^2 + d_1p + d_2)\,f(t)$$
$$D(p)x(t) = (c_0p^2 + c_1p + c_2)\,g(t)$$
$$D(p)x(t) = -(d_0p^2 + d_1p + d_2)\,f(t)$$

Ở đây đa thức đặc trưng của hệ

$$D(p) = a_0p^3 + a_1p^2 + a_2p + a_3;\quad a_0 = c_0,\ a_1 = b_0 + c_1,$$
$$a_2 = b_1 + c_2;\quad a_3 = b_2;\quad b_0 = k_1k_2k_4^{-1}T_2 + T_1T_2,$$
$$b_1 = k_1k_2k_4^{-1} + T_1 + T_2 + k_1k_2k_3T_2 + k_5k_4^{-1}T_1,$$
$$b_2 = 1 + k_1k_2k_3 + k_5k_4^{-1};$$
$$c_0 = k_4^{-1}T_1T_2;\ c_1 = k_4^{-1}(T_1 + T_2);\ c_2 = k_4^{-1}$$
$$d_0 = k_3T_1T_2;\quad d_1 = k_3(T_1 + T_2);\quad d_2 = k_3;\quad p = \frac{d}{dt}$$

Chương 2

CÁC ĐẶC TÍNH TẦN SỐ CỦA CÁC KHÂU ĐỘNG LỰC VÀ CÁC HỆ ĐIỀU CHỈNH TỰ ĐỘNG

2.1. CÁC ĐẶC TÍNH CỦA CÁC KHÂU ĐỘNG LỰC HỌC

49. Hãy xây dựng đặc tính biên độ - pha của khâu với hàm truyền:

$$W(p) = \frac{k}{p}$$

Đáp số: Đặc tính biên độ - pha trùng với nửa trục âm của các số ảo (hình 29a).

50. Hãy xây dựng đặc tính biên độ - pha của cơ cấu có hàm truyền:

$$W(p) = \frac{k}{p^2}$$

Đáp số: Đặc tính biên độ - pha trùng với nửa trục âm của các số thực (hình 29b).

51. Hãy xây dựng đặc tính biên độ - pha của mạch được biểu diễn trên hình 30a, R = 1 kΩ; C = 10 μF.

Bài giải. Hàm truyền tần số của mạch bằng:

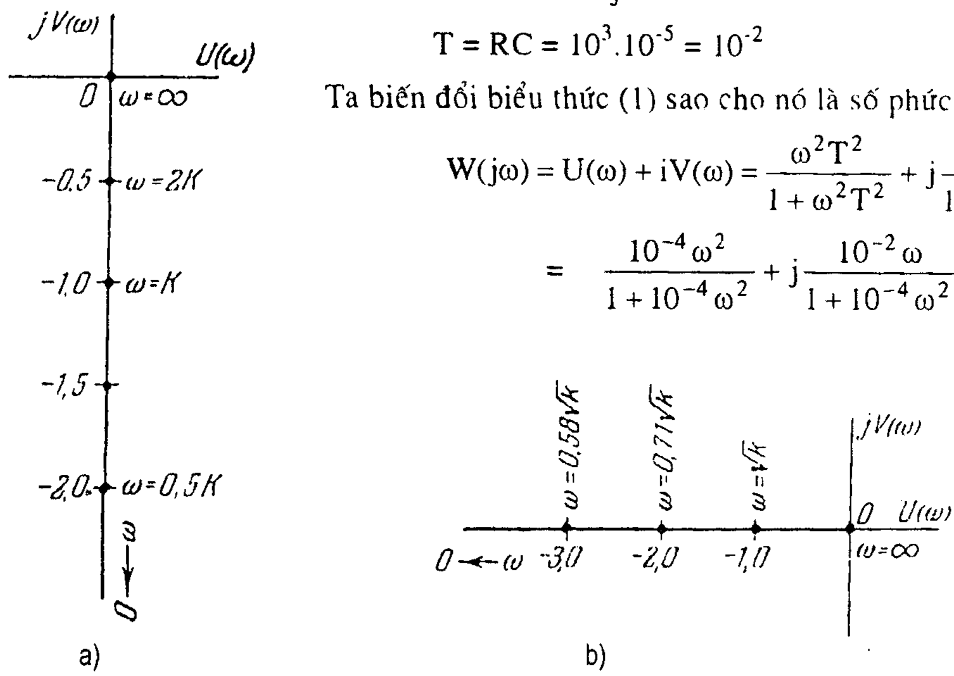
$$W(j\omega) = \frac{i\omega T}{1 + j\omega T} \qquad (1)$$

$$T = RC = 10^3.10^{-5} = 10^{-2}$$

Ta biến đổi biểu thức (1) sao cho nó là số phức ở dạng đại số:

$$W(j\omega) = U(\omega) + iV(\omega) = \frac{\omega^2T^2}{1 + \omega^2T^2} + j\frac{\omega T}{1 + \omega^2T^2}$$

$$= \frac{10^{-4}\omega^2}{1 + 10^{-4}\omega^2} + j\frac{10^{-2}\omega}{1 + 10^{-4}\omega^2} \qquad (2)$$



Hình 29. *Các đặc tính biên độ - pha của các khâu tích phân bậc nhất (a) và bậc hai (b).*

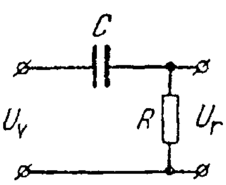
Nếu cho các giá trị riêng biệt theo công thức (2) có thể tính chuỗi các cặp giá trị U(ω) và V(ω) và theo nó hãy xây dựng đặc tính biên độ - pha của mạch.

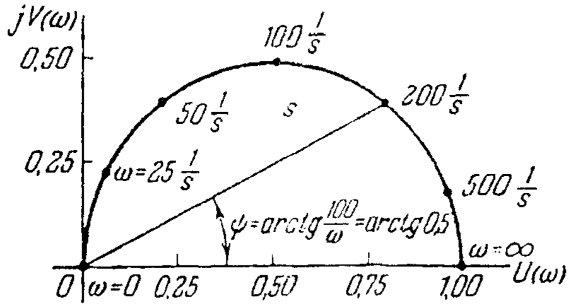
Tuy nhiên phân tích biểu thức (2) chỉ ra rằng đặc tính này được xác định bằng phương trình:

$$U^2(\omega) + V^2(\omega) = U(\omega)$$

Và đối với các tần số dương là nửa vòng tròn được đặt ở nửa mặt phẳng bên trên có tâm ở điểm (0,5; j0) và bán kính 0,5 hình (30b).

Từ biểu thức (2) rõ ràng ở $\omega = 0$ $W(j\omega) = 0 + j0$ còn ở $\omega = \infty$ $W(j\omega) = 1 + j0$, các điểm tương ứng nó cũng như một vài tần số trung gian được chỉ ra trên hình 30b, các giá trị của tần số ở đó và ở tất cả các hình vẽ sau.





Hình 30. Đặc tính biên độ - pha của khâu vi phân (trường hợp 1).

Các tần số tương ứng các điểm trung gian của đường cong có thể được tính như sau:

Argument của số phức (2) bằng:

$$\psi = \arg W(j\omega) = \text{arctg}\frac{1}{\omega T} = \text{arctg}\frac{100}{\omega} \quad (3)$$

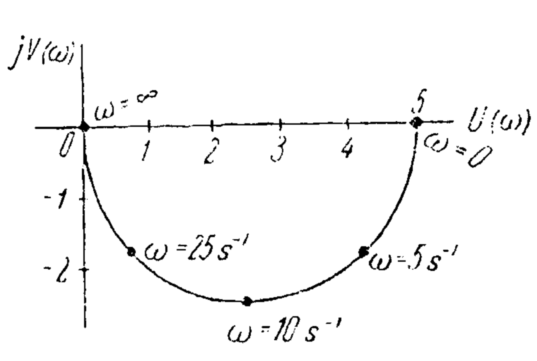
Vì vậy tia vạch từ gốc toạ độ dưới góc ψ tới trục hoành cắt đặc tính biên độ - pha ở điểm mà ở nó giá trị ω được xác định qua ψ theo (3). Một tia này được chỉ ra trên hình vẽ.

52. Hãy xây dựng đặc tính biên độ - pha của khâu không chu kỳ có hàm truyền:

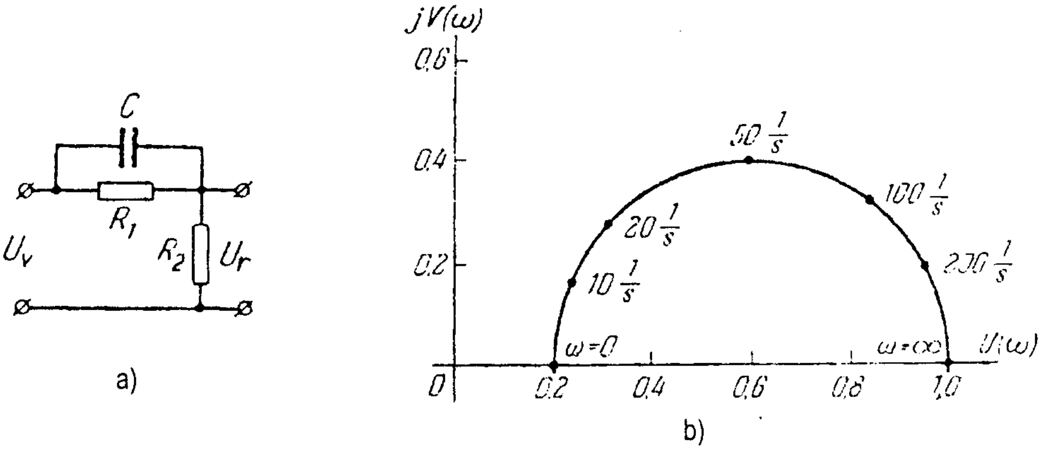
$$W(p) = \frac{k}{1+Tp} = \frac{5,1+0}{1p}$$

Đáp số: Xem hình 31 (Đ.B.F là nửa vòng tròn).

53. Hãy tìm phương trình đường cong là đặc tính biên độ - pha của khâu vi phân được biểu diễn trên hình 32a. Hãy xây dựng đặc tính biên độ - pha của khâu đối với trường hợp $R_1 = 40$ kΩ, $R_2 = 10$ kΩ, $C = 2,5$ μF.



Hình 31. Đặc tính biên độ - pha của khâu không chu kỳ bậc nhất.



Hình 32. Đặc tính biên độ - tần số của khâu vi phân (trường hợp 2).

Đáp số phương trình đường cong có dạng:

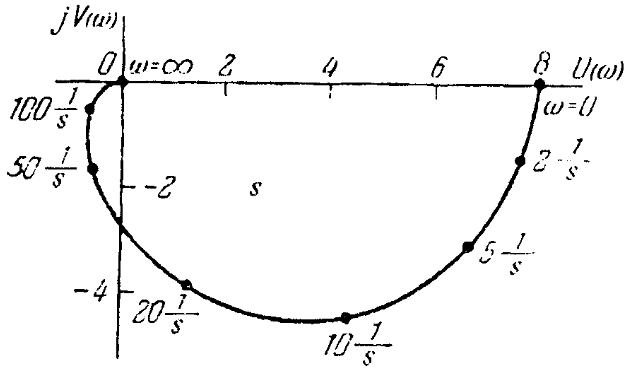
$$U^2(\omega) = V^2(\omega) = (p + 1)\,U(\omega) - p \qquad (1)$$

$$P = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Theo (1) đặc tính biên độ - pha đối với các tần số dương là nửa vòng tròn được nằm ở nửa mặt phẳng bên trên với tâm ở điểm $\left(\frac{p+1}{2}\right), j0$ và bán kính $\frac{p-1}{2}$; đặc tính này được xây dựng đối với các số liệu chỉ ra trên hình 32b của khâu không chu kỳ bậc hai có hàm truyền, $W(p) = \frac{K}{(1+T_1p)(1+T_2p)}$, nếu K = 8; T_1 = 80 ms; T_2 = 12 ms.

Đáp số: Xem hình 33.

Hình 33. Đặc tính biên độ - pha của khâu không chu kỳ bậc hai.

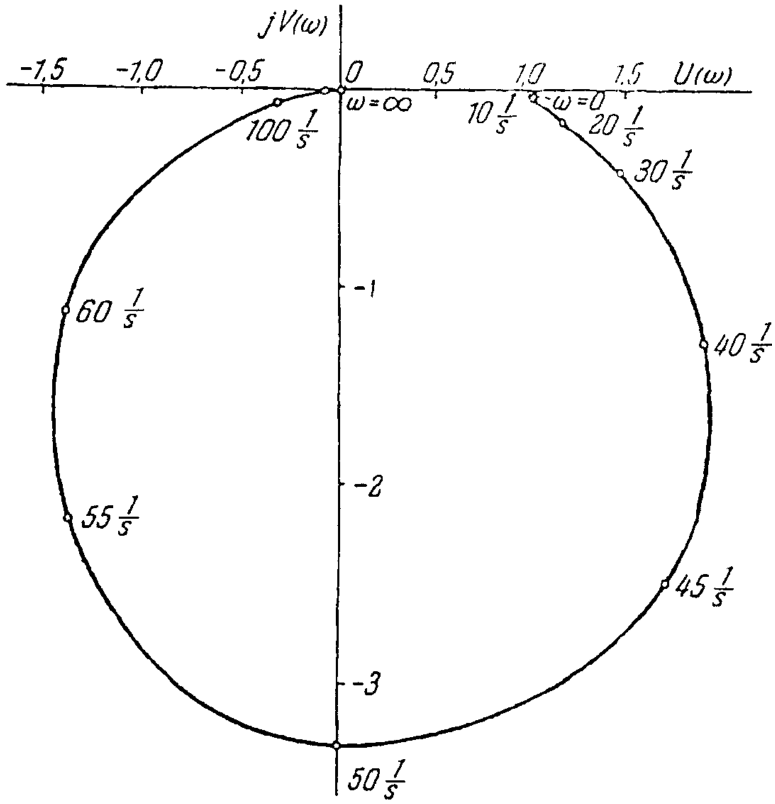


55. Hãy xây dựng đặc tính biên độ - pha của khâu dao động với hàm truyền:

$$W(p) = \frac{K}{1 + 2\xi Tp + T^2p^2}$$

ở đây k = 1; ξ = 0,15; T = 0,02.

Đáp số: Xem hình 34.



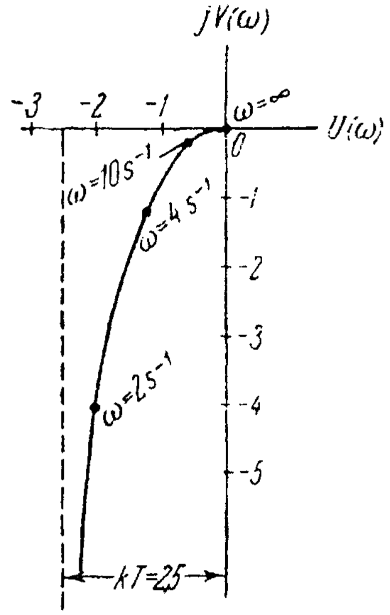
Hình 34. Đặc tính biên độ - pha của khâu dao động.

56. Hãy xây dựng đặc tính biên độ - pha của khâu có hàm truyền:

$$W(p) = \frac{k}{p(1+Tp)}$$

$K = 10\ s^{-1}$, $T = 0{,}25$ s.

Đáp số: Xem hình 35. Đường đứt nét là đường tiệm cận mà Đ.B.T tiến tới nó khi $\omega \to 0$.



Hình 35. Đặc tính biên độ - pha của khâu không chu kỳ bậc hai.

57. Hãy xây dựng đặc tính biên độ lôgarit $L(\omega) = 20\lg W(j\omega)$ và pha $\psi(\omega)$ của khâu không chu kỳ có hàm truyền:

$$W(p) = \frac{k}{1+Tp} \qquad (1)$$

Đối với hai trường hợp: a) ở dạng thuận lợi đối với các k và T bất kỳ; b) đối với k = 100, T = 50 ms.

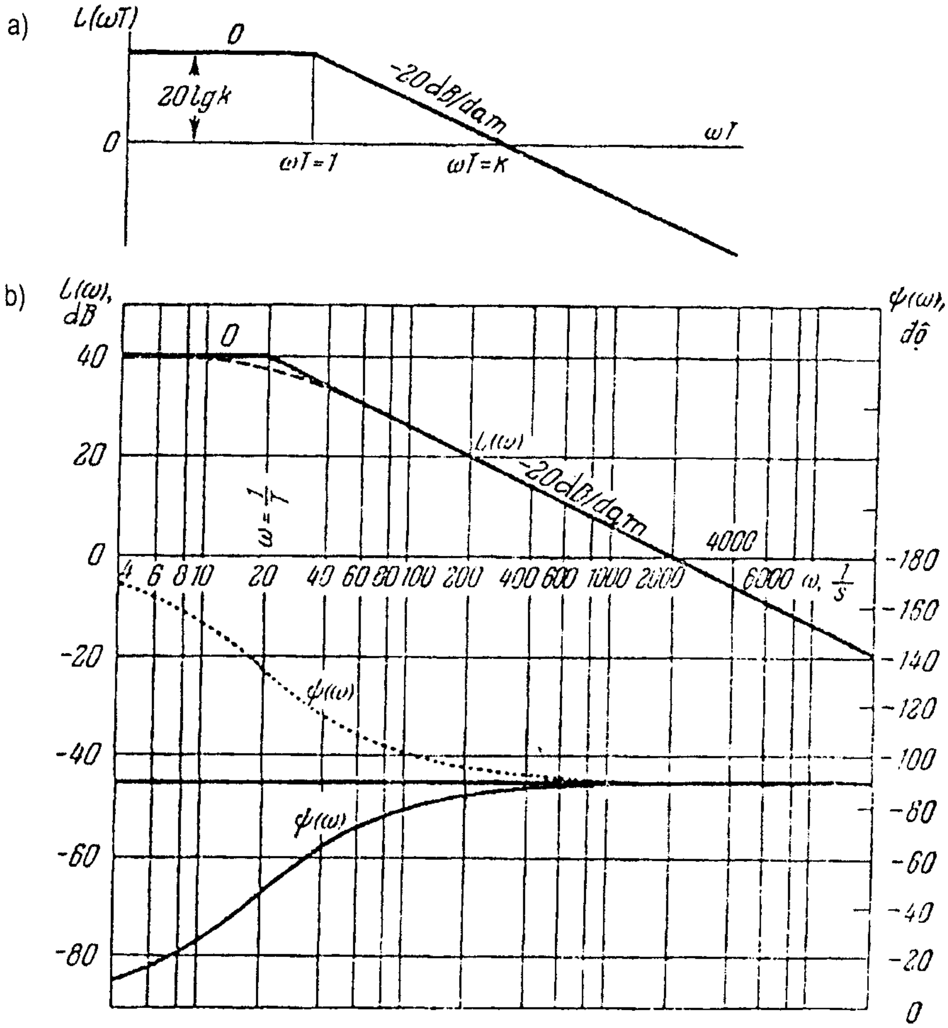
Bài giải. Đặc tính biên độ lôgarit tương ứng biểu thức (1) bằng.

$$L(\omega) = 20\lg,\ W(j\omega) =$$

$$= 20\lg |W(j\omega)| = 20\lg\frac{k}{\sqrt{1+(\omega T)^2}} \qquad (2)$$

Đặc tính biên độ lôgarit tiềm ẩn tương ứng được xây dựng trên hình 36a, theo trục hoành ta đặt đại lượng ở tỷ lệ lôgarit theo trục tung L (ω) theo đêxiben Đ.B.T không đối xứng theo (2) có gãy ở điểm mới ω T = 1. Bên trái từ chỗ gãy nó nằm ngang và phân bố ở chiều cao 20lg k, bên phải phần gãy nó có độ nghiêng −20dB/dam.Điểm giao nhau của đặc tính với trục tần số e, có nghĩa tần số ω_c bị cắt, được xác định từ điều kiện:

$$L(\omega_c) \approx 20\lg \frac{k}{\omega_c T} = 0 \text{ hay } \omega_c = \frac{k}{T}$$



Hình 36. Các đặc tính lôgarit của các khâu ổn định và không ổn định tiệm cận cho các bài 57 và 58.

Độ lệch lớn nhất của đặc tính tiệm cận từ điểm có vị trí khi ωT = 1 và bằng như có thể tìm từ biểu thức (2), 3 dB khi ωT = 0,5 và ωT = 2 độ lệch đặc tính tiệm cận từ điểm bằng khoảng 1 dB, còn sau các giới hạn của đoạn ωT = 1 ± 1 octa độ lệch này rất nhỏ.

Đặc tính pha của khâu được xác định theo (1) bằng biểu thức:

$$\psi(\omega) = \arg W(j\omega) = -\operatorname{arctg}\omega T. \qquad (3)$$

Ở vùng tần số thấp $\psi(\omega) \to 0$, ở vùng tần số cao $\psi(\omega) \to -90^0$, khi $\omega T = 1$ $\psi(\omega) = -45^0$, từ biểu thức (3), cũng suy ra rằng đặc tính pha đối xứng đối với điểm $\omega T = 1$, $\psi = -45^0$.

Đặc tính pha của khâu không chu kỳ có hàm truyền (1) được xây dựng theo (2) ở phụ lục.

Khi xây dựng ta sử dụng bảng sau đây:

ωT	0	0,05	0,1	0,2	0,5	1	2	5	10	20	∞
$\psi(\omega T)$	0	$-2^0 50'$	$-5^0 40'$	$-11^0 20'$	-2630'	-45	$-63^0 3'$	$-78^0 40'$	$-84^0 20'$	$-87^0 10'$	-90^0

Các đặc tính biên độ lôgarit và đặc tính pha của khâu có hàm truyền:

$$W(p) = \frac{100}{1 + 0,05p} \qquad (4)$$

được xây dựng trên hình 36b, đường đứt nét là đặc tính biên độ ở phần đó không trùng với tiệm cận được xây dựng theo công thức (2). Theo trục hoành ta đặt tần số ω ở tỷ lệ lôgarit theo trục tung – dexibel và độ.

58. Hãy xây dựng đặc tính biên độ lôgarit và pha của khâu bất ổn định không theo chu kỳ hàm truyền:

$$W(p) = \frac{100}{-1 + 0,05p}$$

Đáp số: Đặc tính biên độ $L(\omega)$ cũng như đối với khâu ổn định có hàm truyền (4) ở bài toán trước (xem mục 36b).

Đặc tính pha $\psi(\omega)$ cho trên hình 36b bằng đường cong đứt nét.

59. Hàm truyền của khâu động lực học bằng:

$$W(p) = \frac{K}{p(1 + Tp)}$$

Hãy xây dựng đặc tính biên độ lôgarit $L(\omega)$ và đặc tính pha $\psi(\omega)$ của khâu ở $K = 400\ s^{-1}$ đối với ba trường hợp: 1) T = 25 ms; 2) T = 5 ms; 3) T = 2,5 ms.

Chỉ dẫn: Khi xây dựng đặc tính pha ta sử dụng thích hợp phụ lục 3.

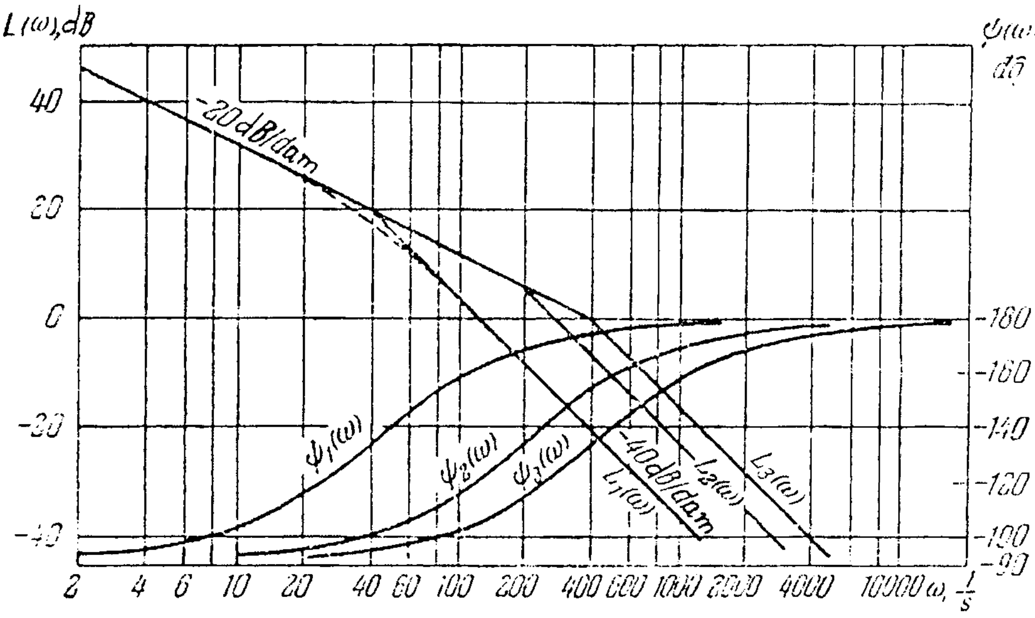
Đáp số: Xem hình 37. Chỉ số ở $L(\omega)$ và $\psi(\omega)$ có nghĩa là số của trường hợp này. Đối với trường hợp đầu T = 25 ms bằng đường đứt nét cho thấy đặc tính biên độ chính xác.

60. Hãy xây dựng các đặc tính biên độ và pha lôgarit của hệ có hàm số truyền:

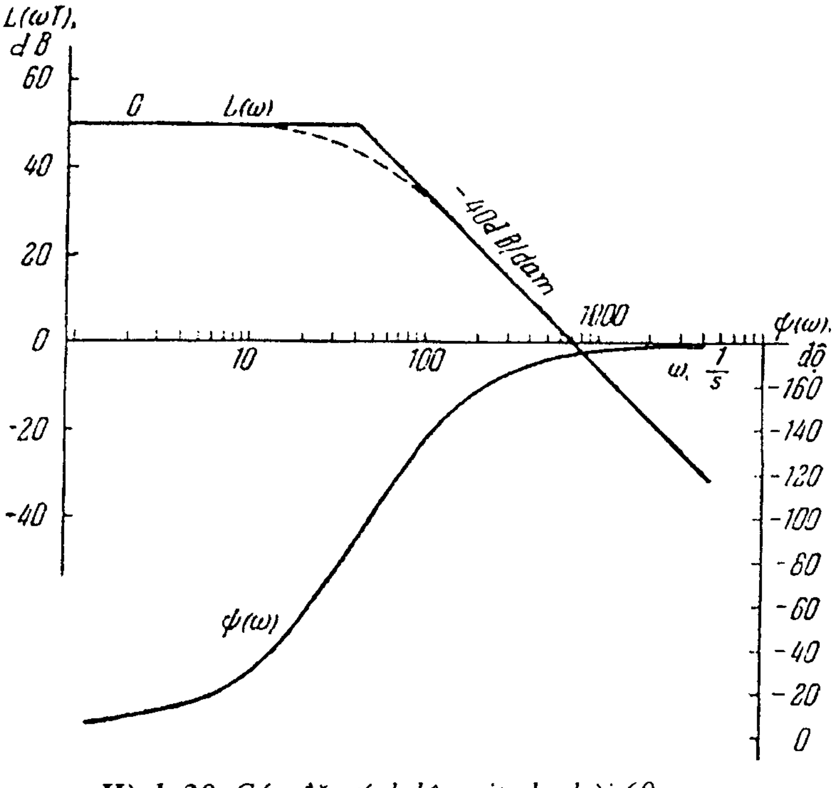
$$W(p) = \frac{K}{(1 + Tp)^2} = \frac{300}{(1 + 0,025p)^2}$$

Đáp số: Xem hình 38. Từ hình vẽ rõ ràng rằng khi vẽ các đặc tính lôgarit không nhất thiết xây dựng mạng tần số lôgarit, chỉ đủ đánh dấu tương ứng trên trục của tần số.

Để đưa ra các dấu này thường sử dụng thang đo lôgarit, tỷ lệ thuận tiện có thang lập phương thước đo nhỏ lôgarit.



Hình 37. Các đặc tính lôgarit cho bài 59.



Hình 38. Các đặc tính lôgarit cho bài 60.

61. Hãy xây dựng các đặc tính biên độ và pha lôgarit của khâu dao động với hàm truyền:

$$W(p) = \frac{k}{1 + 2\xi Tp + T^2p^2} \qquad (1)$$

Hãy xét các trường hợp:

1. Các đặc tính L(ωT) và ψ(ωT) ở k = 1 và ξ = 0,05; 0,10; ... 0,8; 1,0.

2. Các đặc tính L(ω) và ψ(ω) ở k = 30; ξ = 0,2; T = 50 ms.

Bài giải. (1) Hàm truyền tần số tương ứng (1) ở k = 1, bằng:

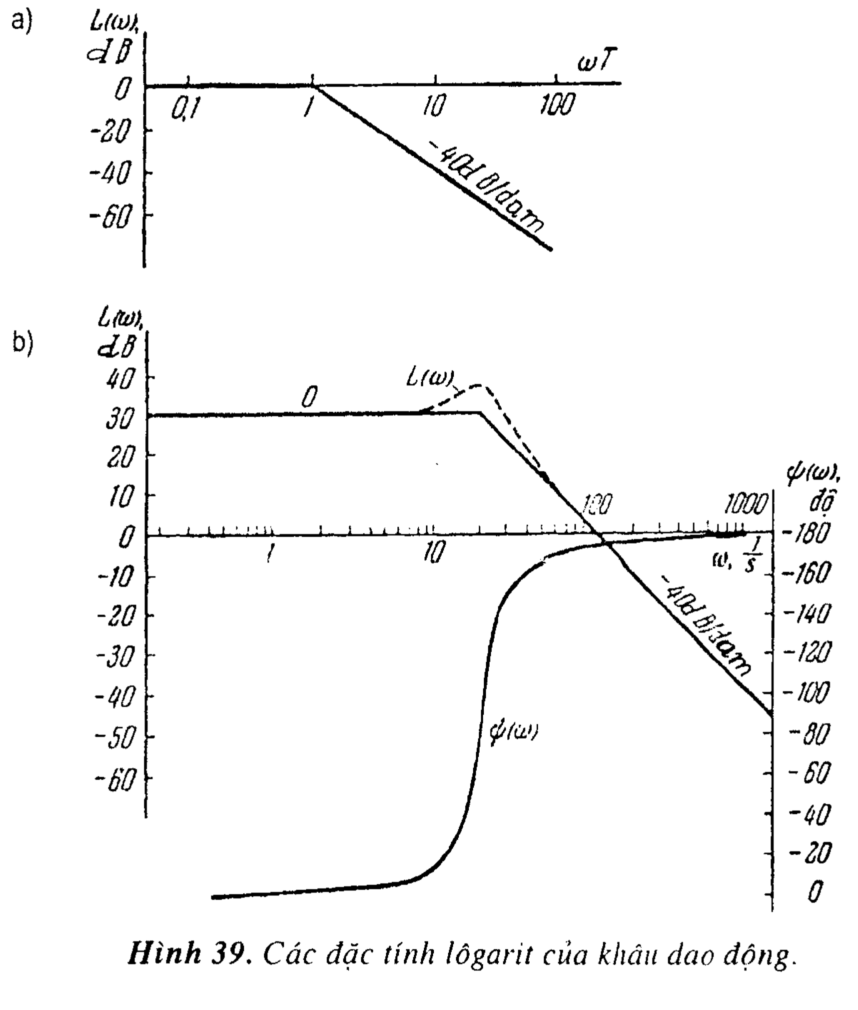
$$W(j\omega) = \frac{1}{(1 - T^2\omega^2) + j2\xi T\omega} \tag{2}$$

Từ (2) ta tìm được đặc tính biên độ tần số lôgarit

$$L(\omega T) = 20\lg\frac{1}{\sqrt{\left[1-(T\omega)^2\right]^2 + 4\xi^2(T\omega)^2}} \tag{3}$$

Và đặc tính pha lôgarit:

$$\psi(\omega T) = -\mathrm{arctg}\frac{2\xi\omega T}{1-(T\omega)^2} \tag{4}$$



Hình 39. Các đặc tính lôgarit của khâu dao động.

Theo các công thức (3) và (4) ta xây dựng các đặc tính biên độ và pha nếu cho các giá trị khác nhau.

Từ OT 0,05 tới 1,0. Các đặc tính này được thể hiện trong phụ lục 4.

Đặc tính biên độ (3) có hai tiệm cận:

$$\left.\begin{array}{ll} L'(\omega T) = 20\lg 1 = 0 & \text{ở } \omega T \le 1 \\ L''(\omega T) = -20\lg(\omega T)^2 & \text{ở } \omega T \ge 1 \end{array}\right\} \qquad (5)$$

Đặc tính biên độ tiệm cận được xác định theo các biểu thức (5), được xây dựng trên hình 39a.

Đối với khâu dao động đặc tính biên độ tiệm cận có thể rất khác biệt với điểm, mà nó suy ra từ so sánh hình 39a với hình được dao động thường xây dựng đặc tính biên độ điểm xây dựng này thực hiện dễ dàng nếu tổng các toạ độ của đặc tính tiệm cận với các toạ độ lệch cong $\Delta L(\omega)$ của đặc tính tiệm cận với điểm đường cong này cho ở phụ lục 5.

2. Các đặc tính $L(\omega)$ và $\psi(\omega)$ đối với khâu có hàm truyền:

$$W(p) = \frac{30}{1+2.0{,}2.0{,}05p+0{,}0025p^2} = \frac{30}{1+0{,}02p+0{,}0025p^2} \qquad (6)$$

Được xây dựng với sử dụng phụ lục 4 và 5 được đưa ra trên hình 39b.

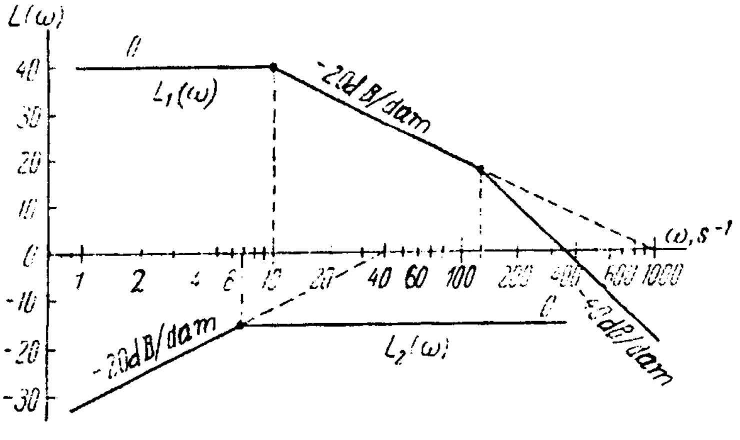
62. Hãy xây dựng các đặc tính biên độ và pha lôgarit của khâu dao động không ổn định có hàm truyền:

$$W(p) = \frac{k}{1-2\xi Tp+T^2p^2}$$

Ở đây k = 30, T = 50 ms, ξ = 0,2.

Đáp số: Đặc tính biên độ trùng với $L(\omega)$ của khâu dao động ổn định ở bài toán trước, có hàm truyền (6) trên hình 39b) đặc tính pha khác với OT $\psi(\omega)$ đối với khâu có hàm truyền (6) chỉ bằng dấu.

63. Trên hình 40 ta biểu diễn các đặc tính biên độ lôgarit tiệm cận của các khâu pha cực tiểu. Hãy tìm các hàm truyền của các khâu này.



Hình 40. *Các đặc tính biên độ cho bài 63.*

Đáp số:

$$W_1(p) = \frac{k}{(1+T_1p)(1+T_2p)},\ k = 100,\ T_1 = 100 \text{ ms},\ T_2 = 8 \text{ ms}.$$

$$W_2 = \frac{kp}{1+Tp},\ k = 0{,}025 \text{ s},\quad T = 0{,}15 \text{ s}.$$

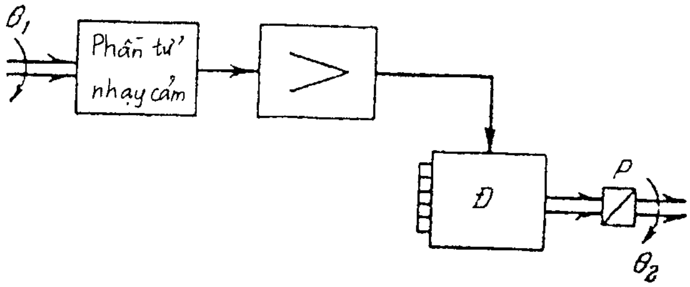
2.2. CÁC CÁC ĐẶC TÍNH BIÊN ĐỘ - PHA CỦA HỆ ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG HỞ

64. Sơ đồ điều chỉnh tự động có sơ đồ phần tử cấu tạo được chỉ ra trên hình 41.

Đ - động cơ, P - bộ truyền động hàm truyền của hệ hở bằng:

$$W(p) = \frac{K}{p(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)}$$

Hãy xây dựng đặc tính biên độ - pha của hệ ở K = 400 s^{-1}, T_1 = 80 ms, T_2 = 12 ms.



***Hình 41**. Sơ đồ cấu tạo cho các bài 64 và 65.*

Đáp số: Đặc tính biên độ - pha có thể được môđun A (ω) và argument ψ (ω) của hàm truyền tần số $W(j\omega) = A(\omega)\, e^{j\psi(\omega)}$ có trong bảng.

ω, s^{-1}	0	2	5	10	20	50	100	300	∞
A(ω)	∞	196	74	31	10,3	1,66	0,319	0,015	0
ψ(ω), độ	-90	-100	-115	-135	-162	-197	-197	-252	-270

65. Hệ điều chỉnh tự động có sơ đồ cấu tạo chỉ ra trên hình 41. Hàm truyền của hệ hở có dạng:

$$W = \frac{K}{p(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)} \quad (1)$$

Hãy tìm phương pháp biểu diễn đặc tính pha - biên độ.

Cho phép bao các trường hợp tổ hợp các tổ hợp các thông số khác nhau K, T_1, T_2 của hệ bài giải. Ta biểu diễn biểu thức (1) ở dạng:

$$W(p) = \frac{KT_1}{T_1 p(1 + T_1 p)(1 + T_1 a p)} \quad (2)$$

Ở đây $\alpha = T_1/T_2$

Hàm truyền tần số tương ứng với biểu thức (2) có dạng:

$$W(j\omega) = \frac{KT_1}{jT_1\omega(1 + jT_1\omega)(1 + jaT_1\omega)} = KT_1\, W_0(jT_1\omega) =$$

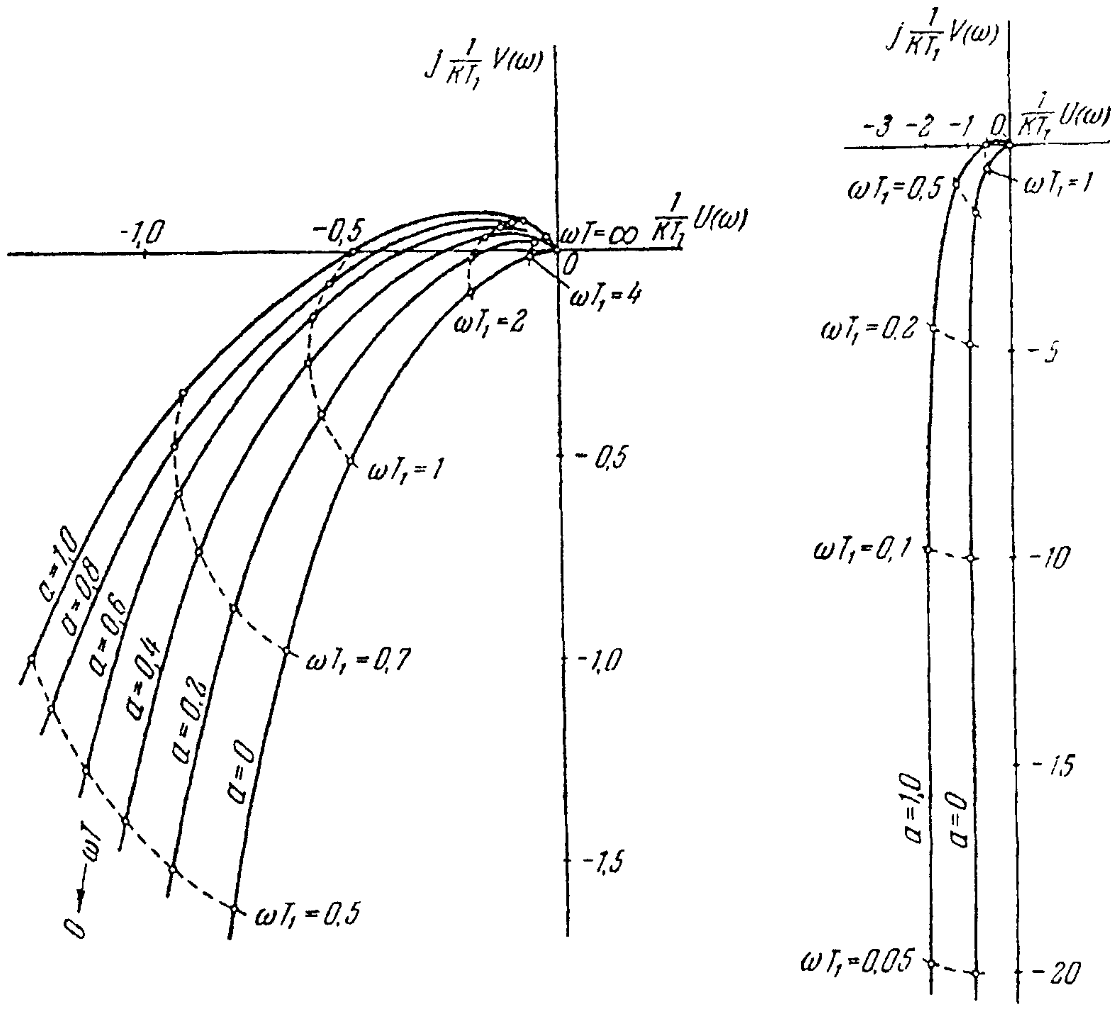
$$= KT_1 U_0(T_1\omega) + jKT_1 V_0(T_1\omega) \quad (3)$$

Nếu cho các trình tự của các giá trị gần nhau $a = T_2/T_1$ từ a = 0 tới a = 1, có thể xây dựng hệ các đường đặc tính – biên độ thực tế bao gồm tất cả các phương án có thể của hệ có hàm truyền (1).

Trên hình 42, ta xây dựng họ các đường đặc tính biên độ - pha đối với a = 0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8. Xây dựng được thực hiện trên cơ sở biểu thức (3) theo môđun và argument của nó đối với các giá trị tần số khác nhau; theo các trục toạ độ ta đặt các giá trị:

$$U_0(\omega) = (KT_1)^{-1}\, U(\omega) \text{ và } V_0(\omega) = (KT_1)^{-1}\, v(\omega)$$

Chuyển tới đặc tính tương ứng giá trị xác định KT, được thực hiện bằng cách nhân các số được đặt theo các trục của toạ độ tới giá trị KT_1.



Hình 42. Các đặc tính biên độ - pha cho bài 65.

Ngoại suy cho phép xác định dễ dàng các đặc tính biên độ - pha của hệ, mà đối với chúng các đại lượng $a = T_2/T_1$ khác với các giá trị được đưa ra trên hình 42.

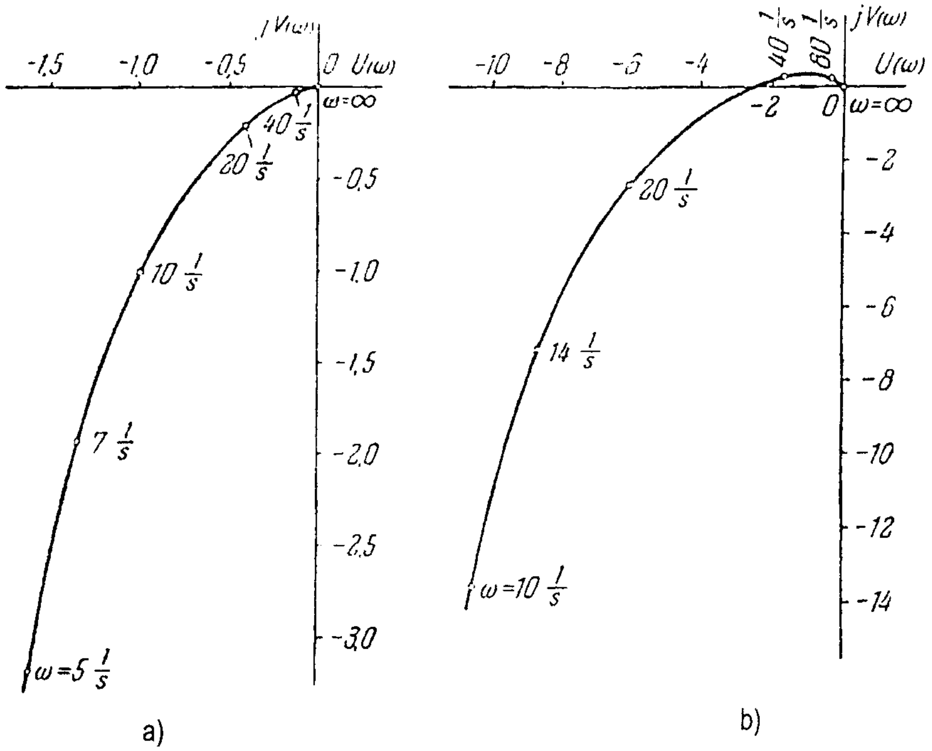
66. Hãy xây dựng các đặc tính biên độ - pha ở trạng thái gián đoạn có các hàm truyền

a) $$W_1(p) = \frac{20}{p(1+0{,}1p)}$$

b) $$W_2(p) = \frac{200}{p(1+0{,}05p)(1+0{,}02p)}$$

Chỉ dẫn: Có thể sử dụng các đường cong đã có từ bài trước.

Đáp số: Xem hình 43.



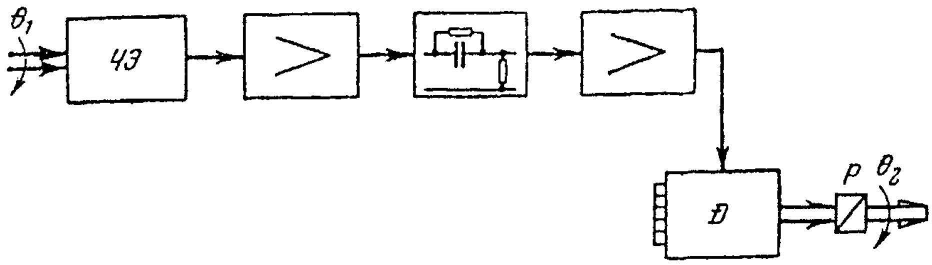
Hình 43. *Các đặc tính biên độ - pha cho bài 66:*

a- đường cong cho hệ đầu; b- cho hệ thứ hai.

67. Hãy xây dựng đặc tính biên độ - pha của hệ, mà khối hệ của nó cho trên hình 44. PN - bộ truyền động hàm truyền của hệ hở có dạng:

$$W(p) = \frac{K(1+T_2p)}{p(1+T_1p)(1+T_3p)} = \frac{500\ (1+0{,}03p)}{p(1+0{,}1p)(1+0{,}006p)}$$

Đáp số: Xem hình 45.



Hình 44. *Sơ đồ khối cho bài 67.*

68. Hãy tìm phương trình đường cong là đặc tính biên độ - pha của hệ có hàm truyền sau:

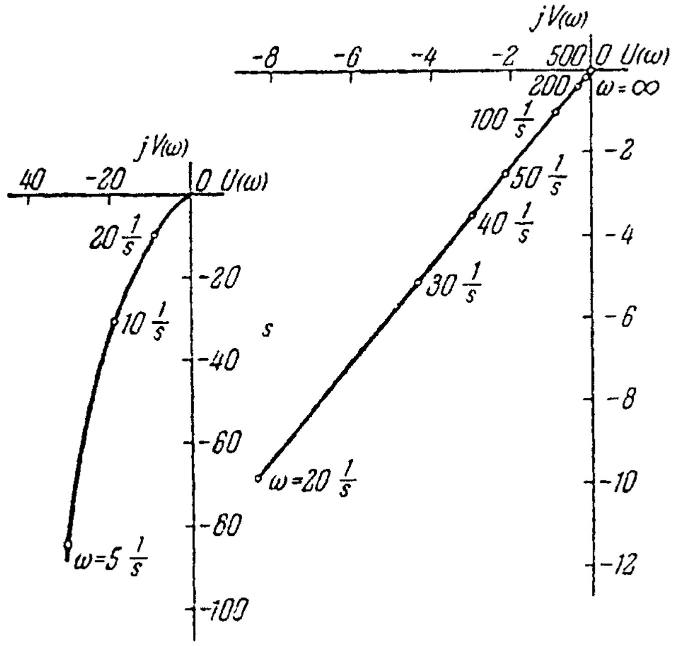
$$W\ (p) = \frac{K(1+Tp)}{p^2}$$

Hãy xây dựng đặc tính biên độ - pha cho trường hợp K = 100 s^{-2} và T = 0,2 s.

Bài giải. Hàm truyền tần số bằng $W(j\omega) = \dfrac{K(1 + jT\omega)}{-\omega^2} = U(\omega) = jW(\omega)$

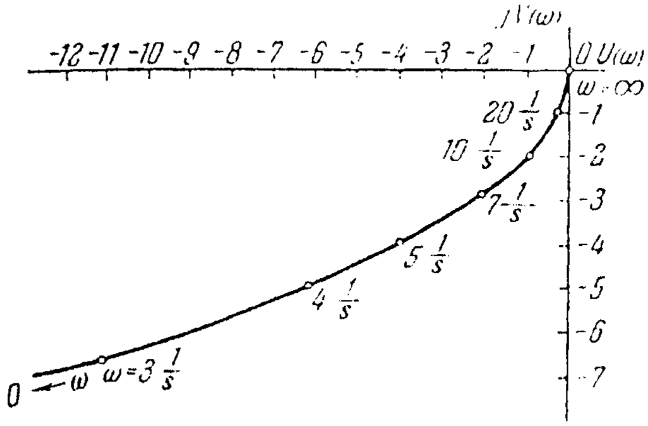
Ở đây $\qquad U(\omega) = -\dfrac{K}{\omega^2}$; $V(\omega) = -\dfrac{KT}{\omega}$ (1)

Từ (1) ta có: $\qquad U(\omega) = -\dfrac{1}{KT^2}V^2(\omega)$ (2)



***Hình 45**. Đặc tính biên độ - pha cho bài 67.*

Theo (1) và (2) đặc tính biên độ - pha đối với các tần số dương là nhánh parabol nằm ở phần tử thứ ba của mặt phẳng thức.



***Hình 46**. Đ.B.P ở dạng parabol cho bài 68.*

Điểm đặc tính biên độ - pha tương ứng giá trị nào đó của tần số ω, xác định dễ dàng như điểm giao nhau parabol với tia được vạch ra từ gốc toạ độ vào tạo với trục các số thực một góc:

$$\psi = \mathrm{arctg}\frac{V(\omega)}{U(\omega)} = -\pi + \omega T.$$

Đặc tính biên độ pha đối với các thông số đã cho được xây dựng trên hình 46.

69. Hàm truyền của hệ hở bằng:

$$W(p) = \frac{K(1 + 0{,}15p)}{p^2(1 + 0{,}5p)^2}$$

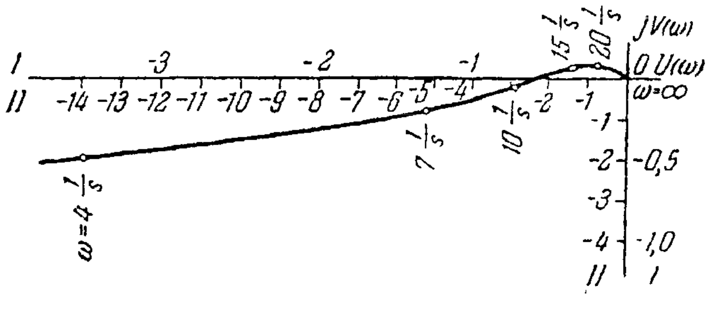
Hãy xây dựng đặc tính biên độ - pha ở $K = 50\,s^{-2}$ và $K = 200\,s^{-2}$

70. Hãy xây dựng đặc tính biên độ - pha của hệ có hàm truyền ở trạng thái hở.

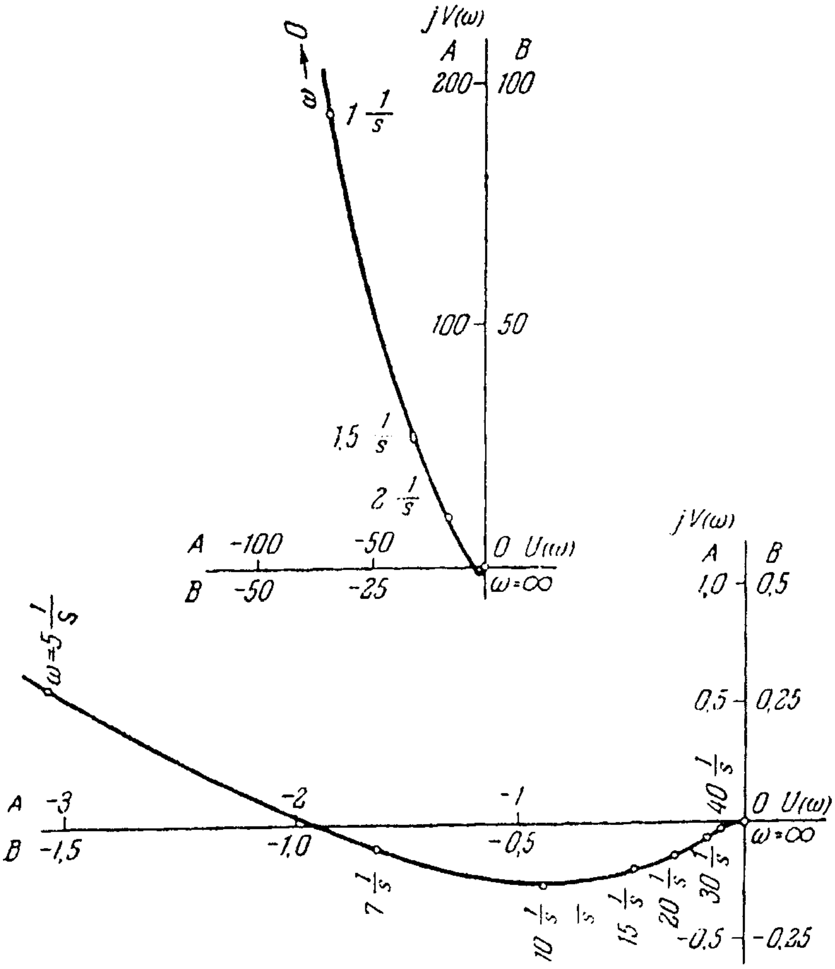
$$W(p) = \frac{K(1 + 0{,}2p)^2}{p^3(1 + 0{,}5p)}$$

Khi $K = 200\ s^{-3}$ và $K = 100\ s^{-3}$

Đáp số: Xem hình 48.

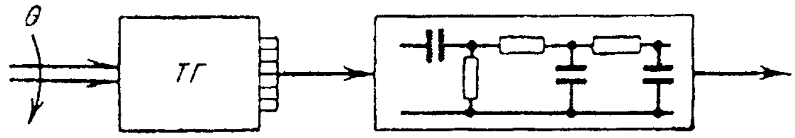


***Hình 47**. Đặc tính biên độ - pha cho bài 69, thang I đối với K = 50, thang II đối với K = 200.*

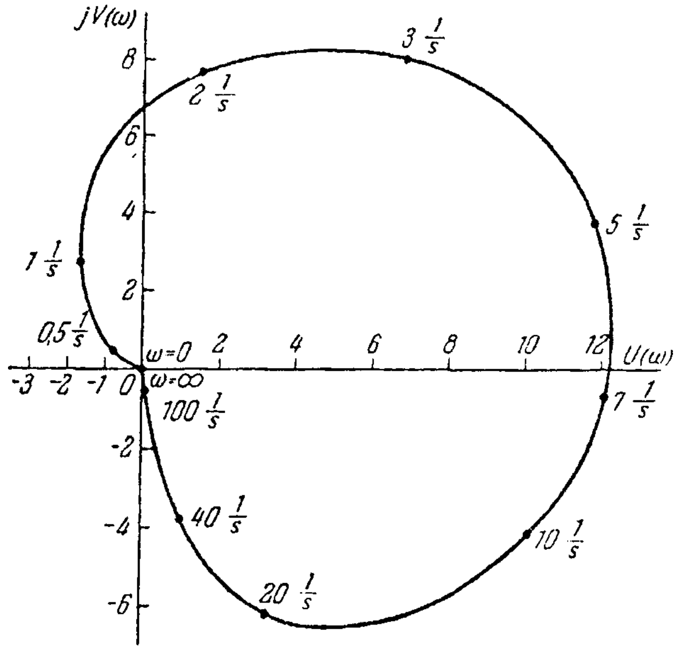


***Hình 48**. Các đặc tính biên độ - pha cho bài 70, thang A đối với $K = 200\ s^{-3}$, thang B đối với $K = 100\ s^{-3}$*

71. Trên hình 49 đưa ra mạch liên hệ ngược tốc kế với mạch hiệu chỉnh thụ động.



Hình 49. *Sơ đồ cho bài 71.*



Hình 50. *Đ.B.P của mạch có mối liên hệ ngược có tốc kế cho bài 71.*

TT - máy phát tốc kế. Hãy xây dựng đặc tính biên độ - pha của mạch này, nếu hàm số truyền của nó bằng:

$$W(p) = \frac{Kp^2}{(1+T_1p)^2(1+T_2p)}$$

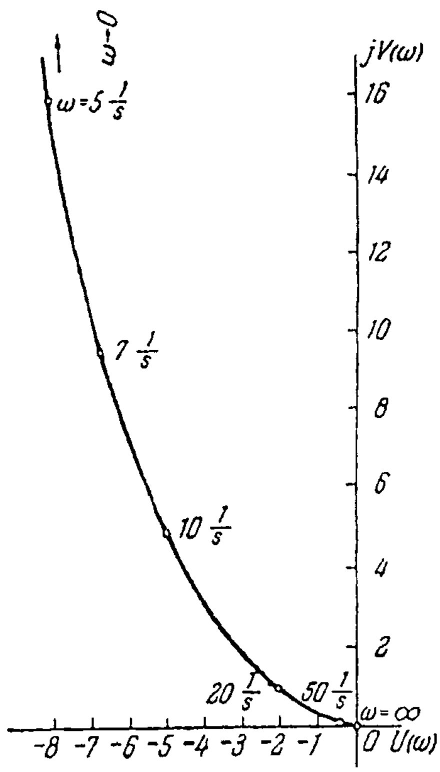
$K = 4$ V.m^2 độ; $T_1 = 0{,}5$ s; $T_2 = 0{,}1$ s.

Đáp số: Xem hình 50, ở đây các số đặt dọc theo trục có thứ nguyên V/độ.

72. Hãy xây dựng đặc tính pha - biên độ của mạch có hàm truyền:

$$W(p) = \frac{k}{p(-1+Tp)} = \frac{100}{p(-1+0{,}1p)}$$

Đáp số: Xem hình 51.



Hình 51. *Đ.T.B. của hệ có khâu không ổn định.*

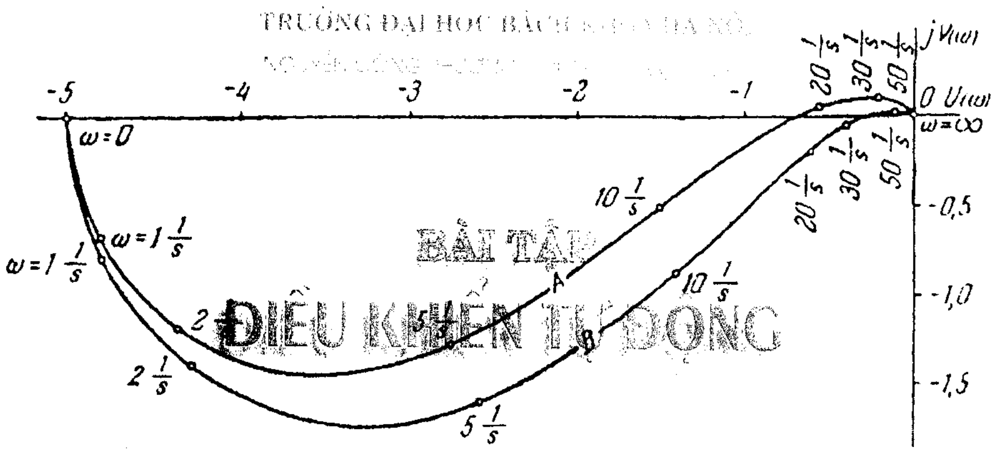
73. Hãy xây dựng các đặc tính biên độ - pha của hệ có các hàm truyền:

$$(A)\ W(p) = \frac{K}{(-1 + 2T_1p + T_1^2p^2)(1 + T_2p)}$$

$$(B)\ W(p) = \frac{K(1 + T_3p)}{(-1 + 2T_1p + T_1^2p^2)(1 + T_4p)}$$

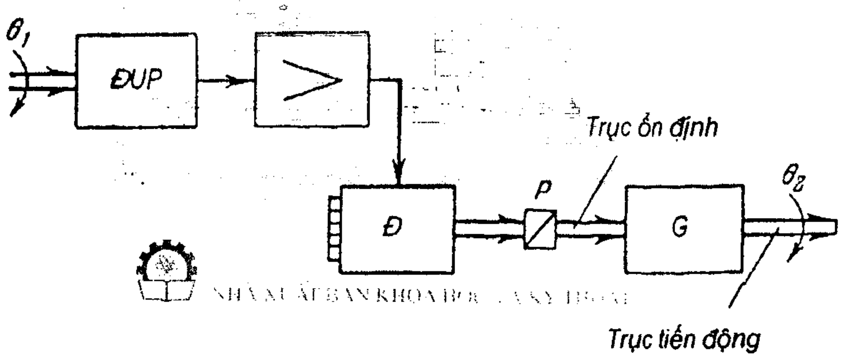
Đối với trường hợp $K = 5$; $T_1 = 0{,}1$ s; $T_2 = 0{,}05$ s; $T_3 = 0{,}03$ s; $T_4 = 0{,}006$ s.

Đáp số: Xem hình 52.



Hình 52. *Các đặc tính biên độ - pha cho bài 73.*

74. Khối sơ đồ của hệ ổn định háo nước mở ở đầu và bộ cảm biến có góc tiến động có thể biểu diễn ở dạng được chỉ ra trên hình 53 – B.G.Đ đo cảm ứng góc tiến động, Đ - động cơ, P - bộ dẫn động, G - ẩm kế. Hàm truyền của hệ hở ở bộ khuếch đại không quán tính.



Hình 53. *Sơ đồ khối hệ ổn định háo nước cho các bài 74 và 75.*

Có thể viết dưới dạng:

$$W(p) = \frac{K}{p(1 + 2\xi Tp + T^2p^2)}$$

Hãy xây dựng đặc tính biên độ của hệ này ở $K = 20\ s - 1$, $\xi = 0{,}15$, $T_2 = 0{,}02$ s.

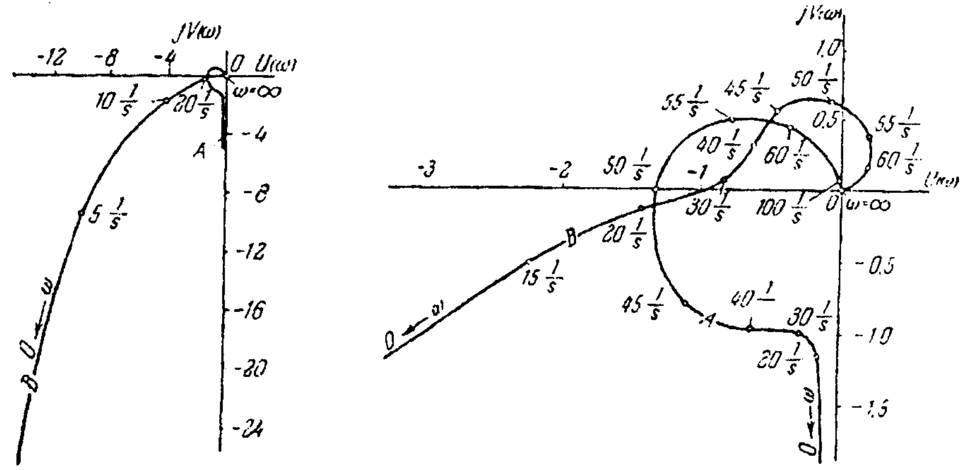
Đáp số: Xem đường cong A trên hình 54.

75. Hệ ổn định háo nước, mà sơ đồ khối của nó cho trên hình 53 cũng xem bài 74 ở hệ khuếch đại quán tính có hàm truyền sau ở trạng thái hở.

$$W(p) = \frac{K}{p(1+T_1p)(1+2\xi T_2p+T_2^2p^2)}$$

Hãy xây dựng đặc tính biên độ - pha của hệ này ở $K = 20\ s^{-1}$, $T_1 = 0{,}2$, $T_2 = 0{,}02$ s, $\xi = 0{,}15$.

Đáp số: Xem đường cong trên hình 54.



Hình 54. Các đặc tính biên độ - pha của hệ thống háo nước.

2.3. CÁC ĐẶC TÍNH TẦN SỐ THỰC CỦA CÁC HỆ ĐIỀU CHỈNH TỰ ĐỘNG KÍN

76. Hãy xây dựng đặc tính tần số thực P của hệ điều chỉnh tự động kín. Hàm truyền của hệ hở:

$$W(p) = \frac{k}{p(1+Tp)} \tag{1}$$

$K = 20\ s^{-1}$, $T = 0{,}1$ s.

Bài giải. Đặc tính tần số thực được xây dựng theo các điểm. Các điểm này có thể tìm bằng các phương pháp khác nhau.

a. Đặc tính tần số thực $P(\omega)$, có thể xây dựng theo biểu thức giải tích của nó:

$$P(\omega) = Re[\Phi(j\omega)] \tag{2}$$

Ở đây hàm truyền tần số của hệ kín bằng.

$$\Phi(j\omega) = \frac{W(j\omega)}{1+W(j\omega)} \tag{3}$$

Theo (3) và (1) ta có:

$$\Phi(j\omega) = \frac{K(K-T\omega^2)}{(K-T\omega^2)^2+\omega^2} - j\frac{K\omega}{(K-T\omega^2)^2+\omega^2} \tag{4}$$

Từ (4) và (2) ta có:

$$P(\omega) = \frac{K(K - T\omega^2)}{(K - T\omega^2)^2 + \omega^2} = \frac{20(20 - 0{,}1\omega^2)}{(K - T\omega^2)^2 + \omega^2} \quad (5)$$

Nếu thế vào (5) các giá trị khác nhau ω ta có bảng 1 cho xây dựng P(ω).

Bảng 1.

s^{-1}	0	5	7	10	15	18	20	25	30	40	50	60	∞
P (ω)	1,00	1,06	1,08	1,00	-0,23	-0,25	-0,50	-0,35	-0,24	-0,15	-0,18	-0,06	0

Theo số liệu bảng 1 trên hình 55a, ta xây dựng đặc tính tần số thực.

b. Nếu đối với hàng loạt các giá trị có tần số ω có các toạ độ U(ω) và V(ω) các điểm của đặc tính biên độ - pha của hệ hở (bảng 2) thì các giá trị tương ứng P(ω), có thể tìm theo công thức:

$$P(\omega) = \frac{U^2(\omega) + V^2(\omega) + U(\omega)}{[1 + U(\omega)]^2 + V^2(\omega)} \quad (6)$$

Bảng 2.

s^{-1}	0	5	7	10	20	40	∞
U (ω)	-∞	-1,60	-1,34	-1,00	-0,41	-0,13	0
V (ω)	-∞	-3,18	-1,93	-1,00	-0,21	-0,02	0

Trong trường hợp khi toạ độ các điểm của các đặc tính biên độ - pha cho ở dạng môđun A(ω), có thể được xây dựng theo công thức:

$$P(\omega) = \frac{A^2(\omega) + A(\omega)\cos\psi(\omega)}{A^2(\omega) + 2A(\omega)\cos\psi(\omega) + 1} \quad (7)$$

Bảng 3.

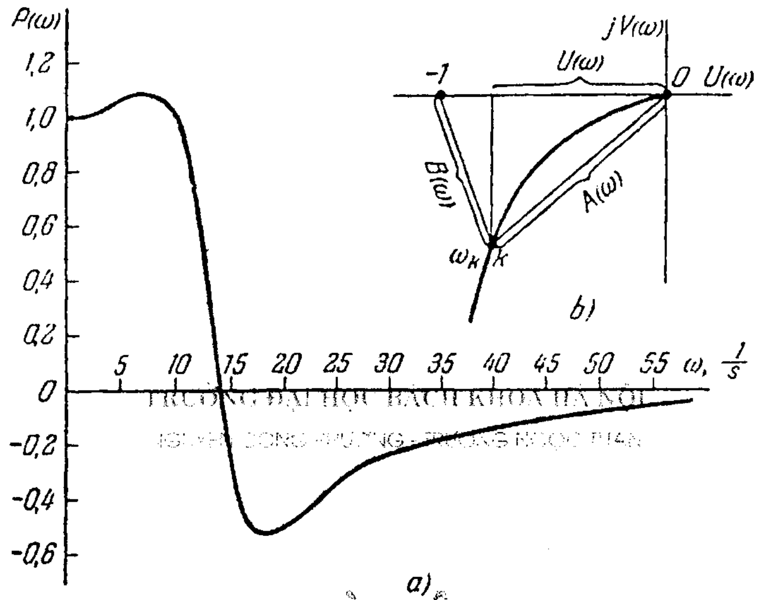
s^{-1}	0	5	7	10	20	30	40	50	60	∞
A (ω)	∞	3,56	2,34	1,41	0,448	0,211	0,121	0,078	0,054	0
ψ (ω) độ	-90	-116	-125	-135	-154	-162	-166	-169	-170	-180

Thu được từ công thức (6) khi thế:

$U^2(\omega) + V^2(\omega) = A^2(\omega)$ và $U(\omega) = A\omega\cos\psi(\omega)$.

c. Nếu có đặc tính biên độ - pha của hệ hở thì để xây dựng P(ω), sử dụng thuận tiện công thức:

$$P(\omega) = \frac{A^2(\omega) + U(\omega)}{B^2(\omega)} \quad (8)$$



Hình 55. Đặc tính tần số thực cho bài 76.

Thu được từ (6) khi thế $A^2(\omega) = U^2(\omega) + V^2(\omega)$ và $B^2(\omega) = [1 + U(\omega)]^2 + V^2(\omega)$. Các đại lượng A(ω) và B(ω) đối với mỗi tần số đã cho ω, thu được dễ dàng từ đặc tính biên độ - pha bởi vì A(ω) là môđun vectơ W(jω), có nghĩa khoảng cách từ góc toạ độ tới điểm k đã cho của đặc tính, còn B(ω) - khoảng cách từ điểm (−1 , j0) tới điểm k hình 55.

Các số có ở công thức (8) và cần thiết cho xây dựng đặc tính tần số thực được đưa ra trên hình 55a, có thể thu được từ đặc tính biên độ - pha của hệ có hàm truyền (1) được biểu diễn trên hình 43a.

d. Để xây dựng đặc tính tần số thực của hệ theo đặc tính biên độ - pha (hình 43a) có thể sử dụng đồ thị được gọi là đồ thị tuần hoàn thực. Đồ thị này cho ở phụ lục 11.

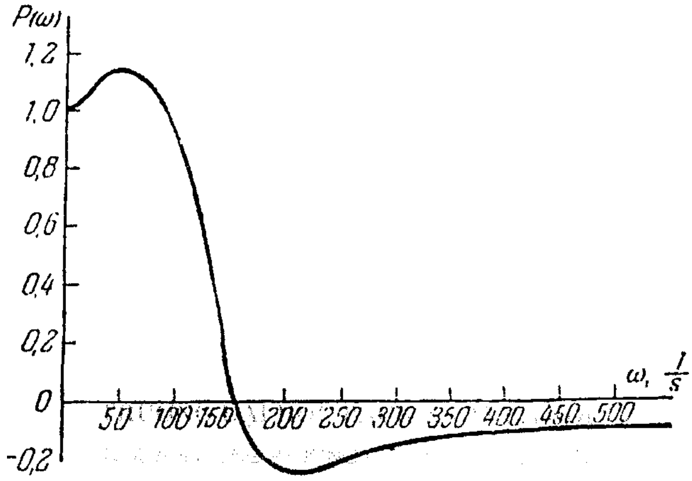
77. Hãy xây dựng đặc tính tần số thực P(ω) của hệ điều chỉnh tự động kín, nếu hàm truyền của hệ hở $W(p) = \dfrac{500(1 + 0{,}03p)}{p(1 + 0{,}1p)(1 + 0{,}006p)}$

Bảng 4.

s^{-1}	0	10	20	30	40	50	100	200	500	∞
U (ω)	-∞	36,8	13,0	6,85	4,6	3,38	1,35	0,488	0,095	0
V (ω), độ	-90	-122	-122	-130	-130	-130	-133	-136	-165	-180

Khi xây dựng P(ω), ta có thể sử dụng đặc tính biên độ - pha của hệ được đưa ra ở hình 45, hay bảng 4, các giá trị môđun A(ω) và argument ψ(ω) của hàm truyền tần số của hệ.

Đáp số: Xem hình 56.



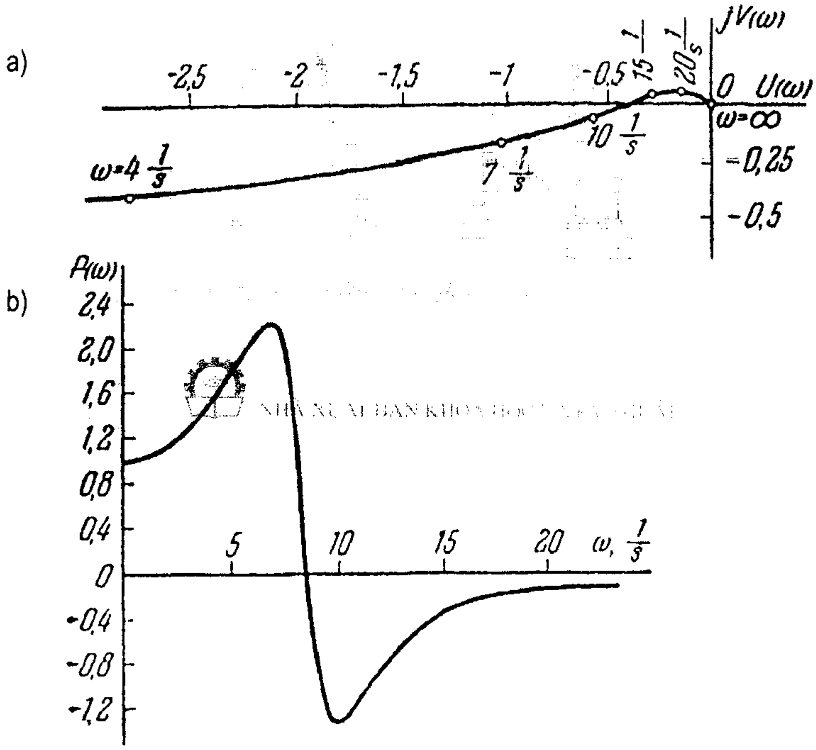
***Hình 56**. Đặc tính tần số thực cho bài 77.*

78. Hãy xây dựng đặc tính tần số thực P (ω) của hệ kín. Đặc tính biên độ - pha của hệ hở cho trên hình **57a**. Khi xây dựng có thể sử dụng số liệu của bảng **5**.

Đáp số xem hình **57 b**.

Bảng 5.

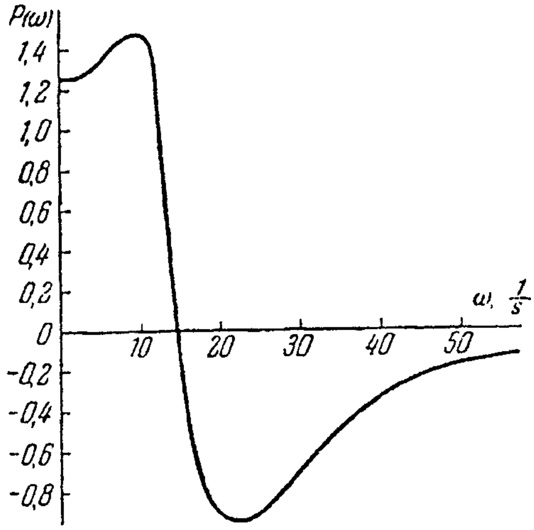
s^{-1}	0	2	4	7	10	15	20	∞
A(ω)	-∞	10,32	2,80	1,05	0,58	0,28	0,16	0
ψ(ω), độ	-180	-175	-172	-172	-177	-188	-199	-180



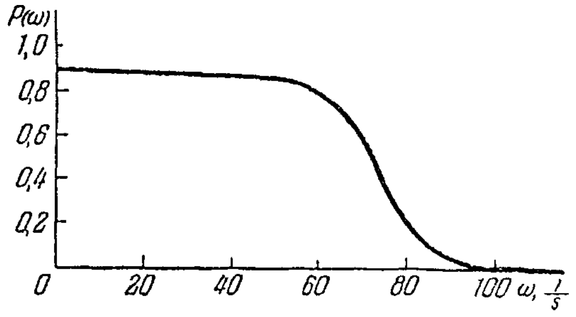
***Hình 57**. Các đặc tính biên độ - pha và tần số thực cho bài 78.*

79. Hãy xây dựng đặc tính tần số thực của hệ tĩnh khép kín. Đặc tính pha - biên độ của hệ hở cho ở dạng đường cong trên hình 52.

Đáp số: Xem hình 58.



Hình 58. Đặc tính tần số thực cho bài 79.



Hình 59. Đặc tính tần số thực cho bài 80.

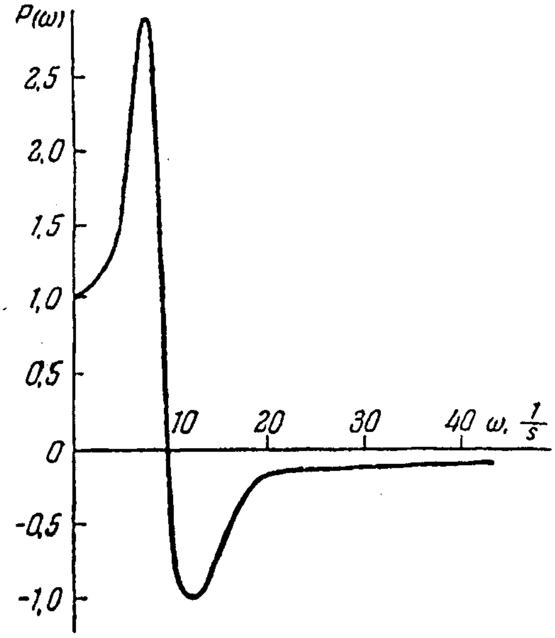
80. Hãy xây dựng đặc tính tần số thực của hệ tĩnh kín. Đặc tính pha - biên độ của hệ hở trùng với hệ được đưa ra trên hình 33.

Đáp số: Xem hình 59.

81. Hãy xây dựng đặc tính tần số thực của hệ kín có tính vô hướng bậc ba.

Đặc tính biên độ - pha của hệ hở cho trên hình 48 (các thang có chữ cái A).

Đáp số: Xem hình 60.



Hình 60. Đặc tính tần số thực cho bài 81.

2.4. CÁC ĐẶC TÍNH LÔGARIT CỦA HỆ ĐIỀU CHỈNH TỰ ĐỘNG

82. Hãy xây dựng các đặc tính biên độ và pha lôgarit với hàm số truyền:

$$W(p) = \frac{40}{1 + 0,12p + 0,002p^2} \qquad (1)$$

Bài giải: Để xây dựng các đặc tính lôgarit cần phân tích mẫu số (1) thành hai số phân.

Do đó, xác định các nghiệm của mẫu số, chúng bằng $-10\ s^{-1}$ và $-50\ s^{-1}$ và biểu diễn (1) dưới dạng:

$$W(p) = \frac{40}{(1 + T_1p)(1 + T_2p)} = \frac{40}{(1 + 0,1p)(1 + 0,02p)} \qquad (2)$$

Từ đó, ta tìm được đặc tính biên độ lôgrarit của hệ:

$$L(\omega) = 20\lg\left|\frac{40}{(1 + j0{,}1\omega)(1 + j0{,}02\omega)}\right| = 20\lg\frac{40}{\sqrt{\left[1 + (0{,}1\omega)^2\right]\left[1 + (0{,}02\omega)^2\right]}} \qquad (3)$$

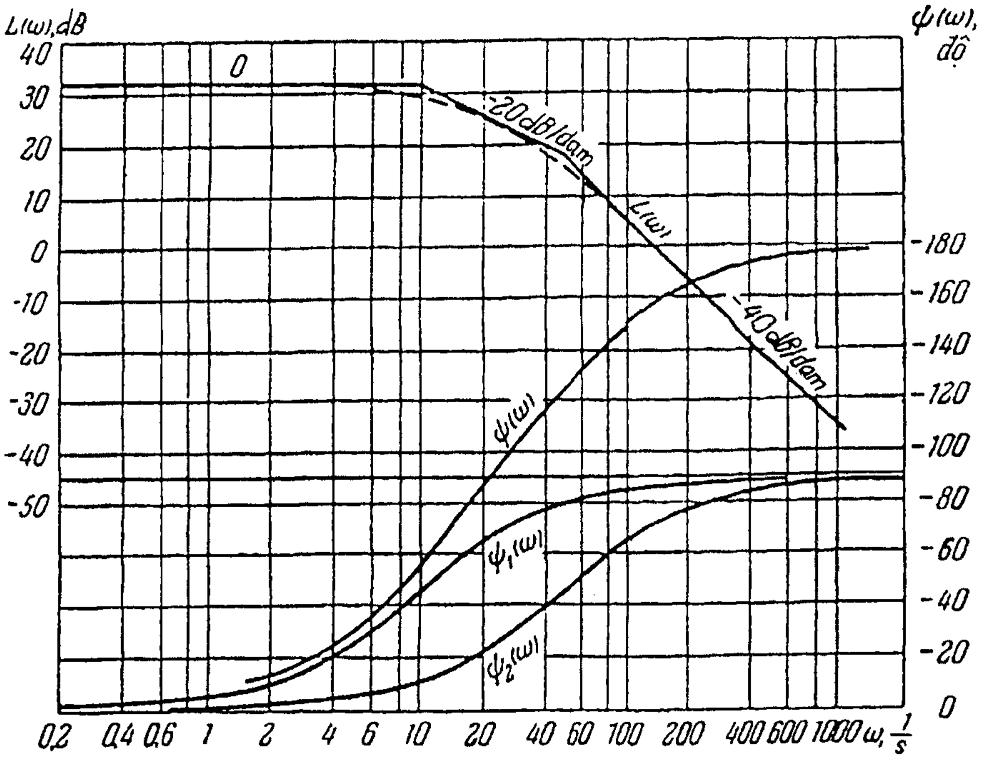
Từ các biểu thức (2) hay (3) suy ra đường Đ.B.T tiệm cận có hai chỗ gãy, ở các điểm $\omega_1 = 1/T_1 = 10\ s^{-1}$ và $\omega = 1/T_2 = 50\ s^{-1}$ và bao gồm ba đoạn nằm nghiêng ở độ cao 20lg40 = 32 dB, đoạn có độ nghiêng –20 dB/đêcamet đoạn có độ nghiêng –40 dB/đêcamet. Đặc tính tiệm cận này được biểu diễn trên hình 61.

Bởi vì tỷ số $T_1/T_2 = 5$ có nghĩa vượt hai octa, thì từ kết quả bài 57 suy ra rằng độ lệch đặc tính biên độ tiệm cận tại điểm trong vùng. Với mỗi một chỗ gãy có dạng cũng như đối với khâu không chu kỳ và không vượt quá 3 dB.

Đặc tính pha có dạng:

$$\psi(\omega) = -\mathrm{arctg}0{,}1\omega - \mathrm{arctg}0{,}02\omega \qquad (4)$$

Biểu thức cuối cùng cho phép xây dựng (ω) theo các điểm. Tuy nhiên, xây dựng $\psi(\omega)$ như tổng các toạ độ của các đặc tính pha $\psi_1(\omega)$ và $\psi_2(\omega)$ của hai khâu không chu kỳ có hằng số thời gian T_1 = 1s và T_2 = 0,2 s bởi vì mỗi một trong số các đặc tính này xây dựng dễ dàng nhờ các đồ thị của phụ lục 3. Đặc tính pha $\psi_1(\omega)$ của hệ được cho trên hình 61.



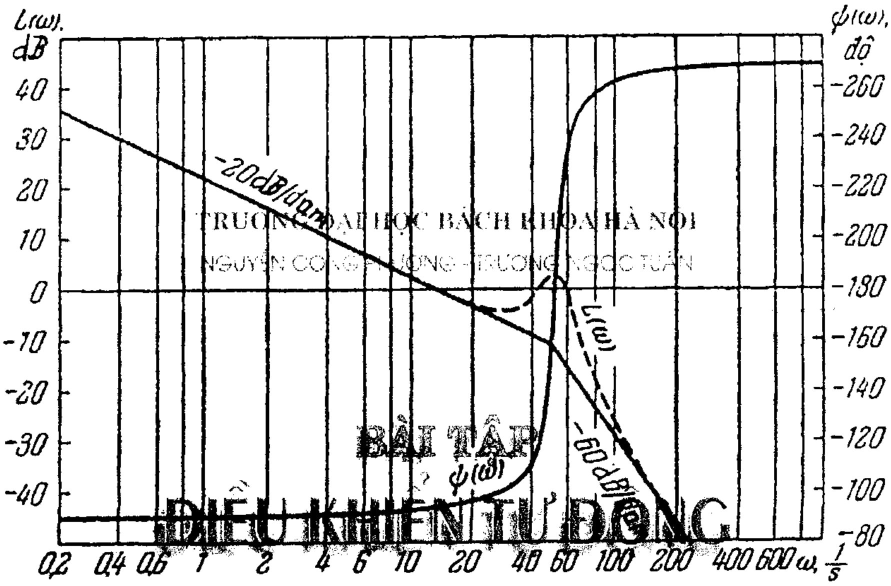
Hình 61. Các đặc tính lôgarit cho bài 82.

83. Hãy xây dựng các đặc tính biên độ và pha của hệ có hàm truyền:

$$W(p) = \frac{12{,}5}{p(1 + 0{,}004p + 0{,}0004p^2)}$$

Chỉ dẫn: Hàm truyền cần đưa về dạng thuận tiện để xây dựng các đặc tính lôgarit có nghĩa xác định có tương ứng hay không đa thức bậc hai ở mẫu với hai khâu không chu kỳ, hay nó tương ứng khâu dao động, và hãy xác định các thông số cần thiết của các khâu này.

Đáp số: Xem hình 62.



Hình 62. *Các đặc tính lôgarit cho bài 83.*

84. Hệ điều chỉnh tự động mà sơ đồ khối của nó được xây dựng theo mẫu biểu diễn trên hình 44 có hàm truyền ở trạng thái hở:

$$W(p) = \frac{K(1+T_2p)}{p(1+T_1p)(1+T_3p)(1+T_4p)} = \frac{K(1+0{,}017p)}{p(1+0{,}05p)(1+0{,}0025p)(1+0{,}001)} \qquad (1)$$

Hãy xây dựng các đặc tính pha và biên độ tiệm cận lôgarit của hệ đối với hai giá trị hệ số khuếch đại $K = 500\ s^{-1}$ và $K = 2000\ s^{-1}$

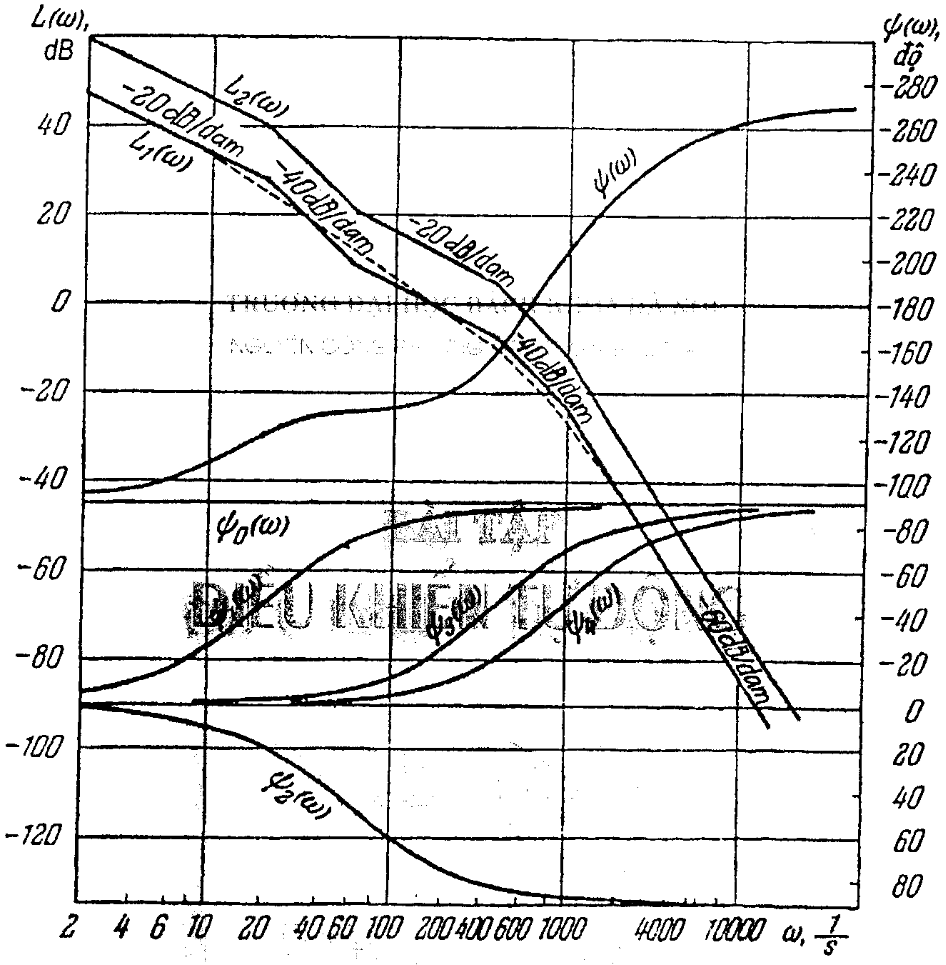
Bài giải: Hàm truyền tần số tương ứng (1) có dạng:

$$W(j\omega) = \frac{K(1+j0{,}017\omega)}{j\omega(1+j0{,}05\omega)(1+j0{,}025\omega)(1+j0{,}001\omega)} \qquad (2)$$

Từ biểu thức (2) hay từ biểu thức (1) thấy rõ rằng đặc tính biên độ tiệm cận có dạng đường thẳng gãy có các đoạn có góc nghiêng âm 20-40-20-40-60 dB/đêcamet và gãy khúc ở các điểm $\omega_1 = 1/T_1 = 20\ s^{-1}$; $\omega_2 = 1/T4 = 1000\ s^{-1}$ đoạn thẳng đầu của đặc tính là phần đường thẳng có góc nghiêng –20 dB/đêcamet cắt trục các tần số ở điểm $\omega = K$. Các đặc tính biên độ tiệm cận $L_1(\omega)$ đối với trường hợp $K = 500\ s^{-1}$ và $L_2(\omega)$ đối với trường hợp $K = 2000\ s^{-1}$ được biểu diễn trên hình 63.

Đặc tính pha đối với cả hai trường hợp trùng theo (1), (2) có (1) thế (2) tìm như tầng các toạ độ của đặc tính pha $\psi_0\omega$ của phân tích lý tưởng, các đặc tính pha $\psi_1\omega$, hằng số thời gian T_1, T_3 và T_4 và $\psi_2(\omega)$ - khâu vị phân có hằng số thời gian T_2.

Các đặc tính pha chỉ ra của các khâu và đặc tính pha kết quả $\psi(\omega)$ của toàn hệ được xây dựng hình 63.



***Hình 63.** Các đặc tính lôgarit cho bài 84.*

85. Hãy xây dựng đặc tính biên độ tiệm cận lôgarit $L(\omega)$ và đặc tính pha lôgarit $\psi(\omega)$ của hệ có hàm truyền:

$$W(p) = \frac{K(1+T_1p)}{p^2(1+T_2)(1+T_3p)}$$

ở $K = 75\ s^{-2}$; $T_1 = 200$ ms; $T_2 = 25$ ms; $T_3 = 5$ ms.

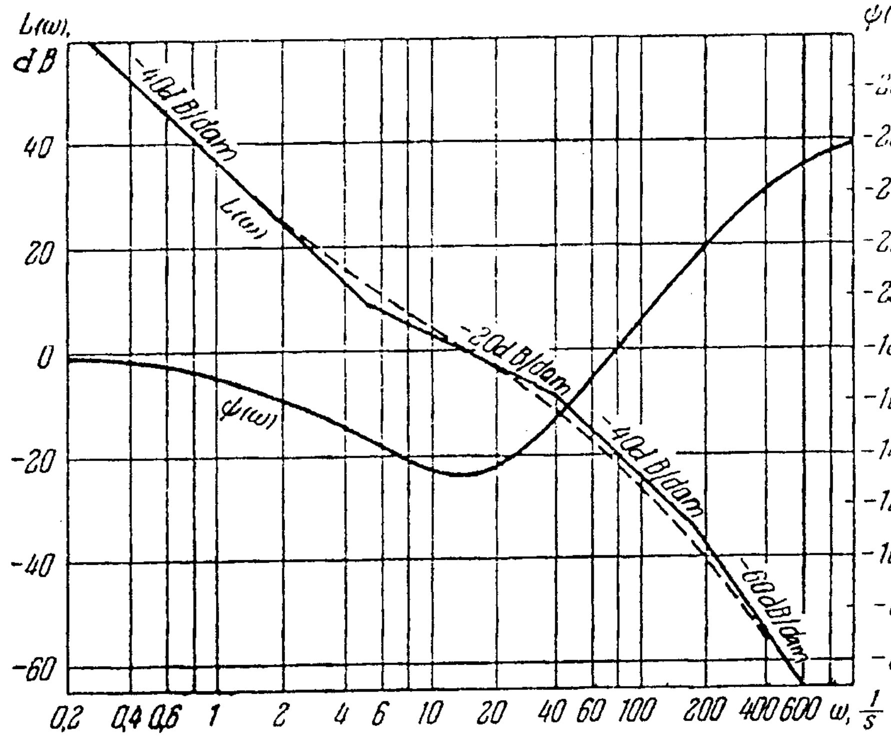
Đáp số: Hình 64.

86. Hãy xây dựng đặc tính biên độ và pha của hệ có hàm truyền:

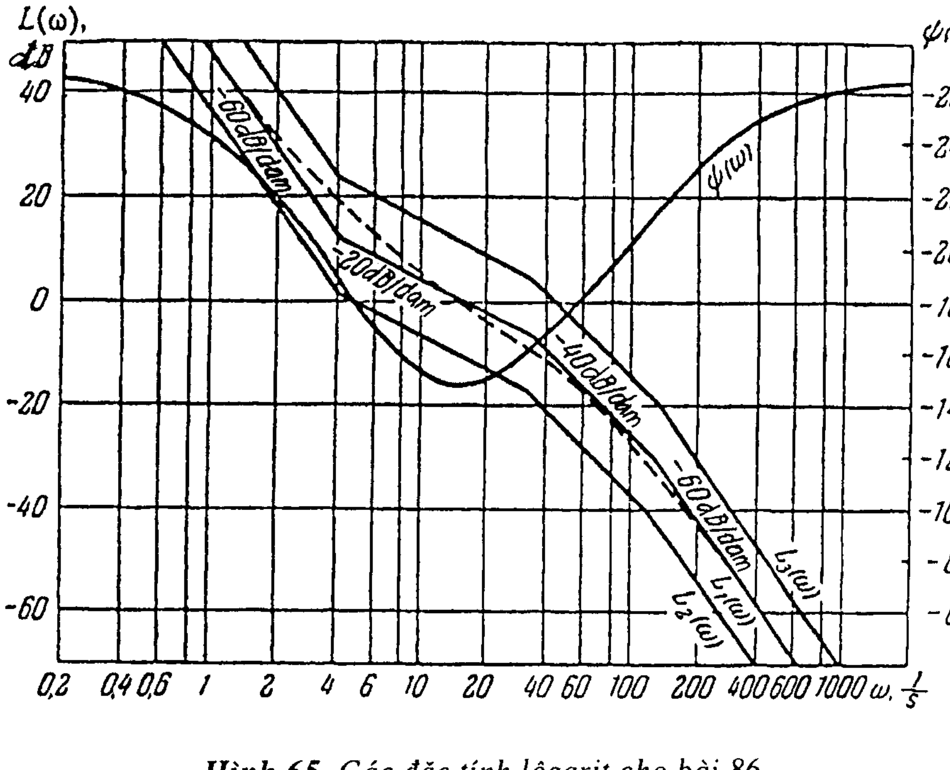
$$W(p) = \frac{K(1+T_1p)^2}{p^3(1+T_2p)(1+T_3p)} = \frac{K(1+0{,}25p)^2}{p^3(1+0{,}03p)(1+0{,}008p)}$$

đối với ba trường hợp 1) $K = 250\ s^{-3}$; 2) $K = 75\ s^{-3}$, 3)$K = 1000\ s^{-3}$.

Đáp số: Trên hình 65 cho các đặc tính biên độ tiệm cận $L_1(\omega)$, $L_2(\omega)$ và $L_3(\omega)$, ngoài ra, chỉ số tương ứng số của trường hợp, đối với trường hợp 1 bằng đường đứt nét ta chỉ ra đường đặc tính biên độ. Đặc tính pha $\psi(\omega)$ đối với tất cả các trường cũng là một.



Hình 64. Các đặc tính pha và biên độ lôgarit có hàm truyền.



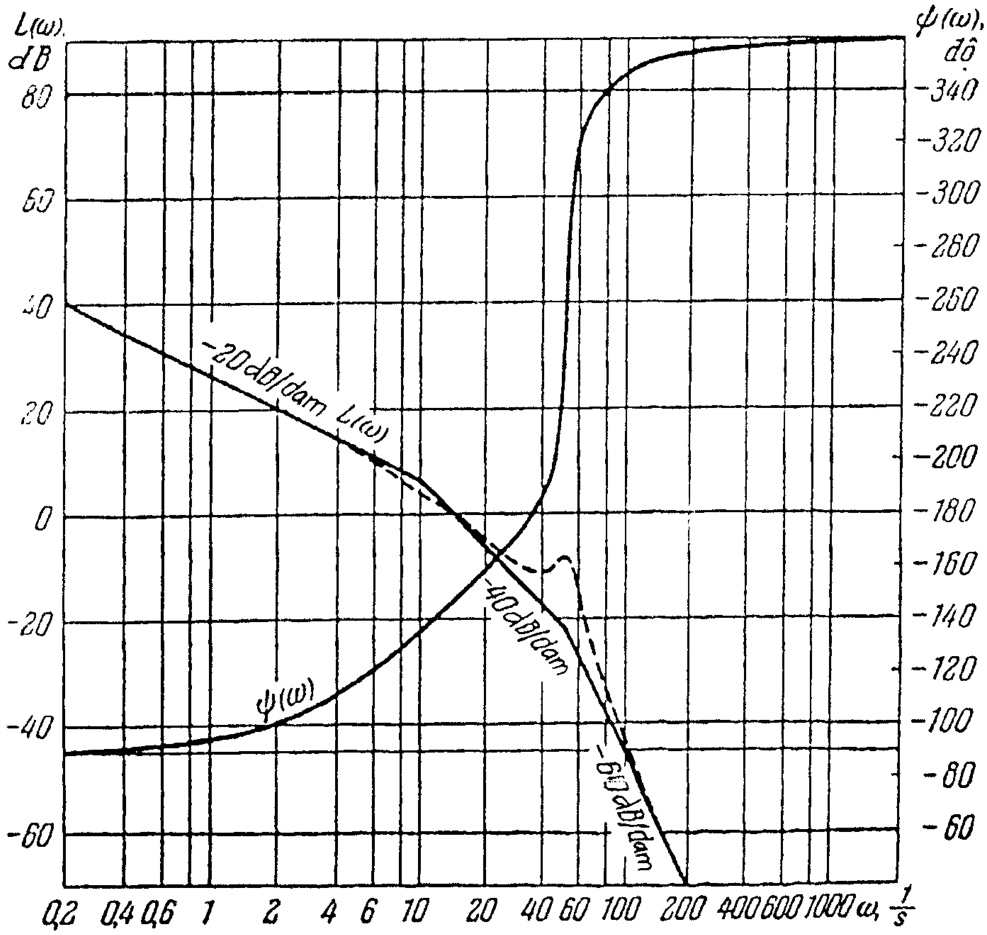
***Hình 65**. Các đặc tính lôgarit cho bài 86.*

87. Hãy xây dựng các đặc tính pha và biên độ lôgarit của hệ có hàm truyền:

$$W(p) = \frac{20}{p(1 + 0{,}104p + 0{,}0008p^2 + 0{,}0004p^3)}$$

Chỉ dẫn: Mẫu của hàm truyền cần phân tích thành các nhân tử, để đưa W(p) về dạng thuận tiện để xây dựng đặc tính lôgarit.

Đáp số: Các đặc tính biên độ L(ω) và pha ψ(ω) được xây dựng trên hình 66.



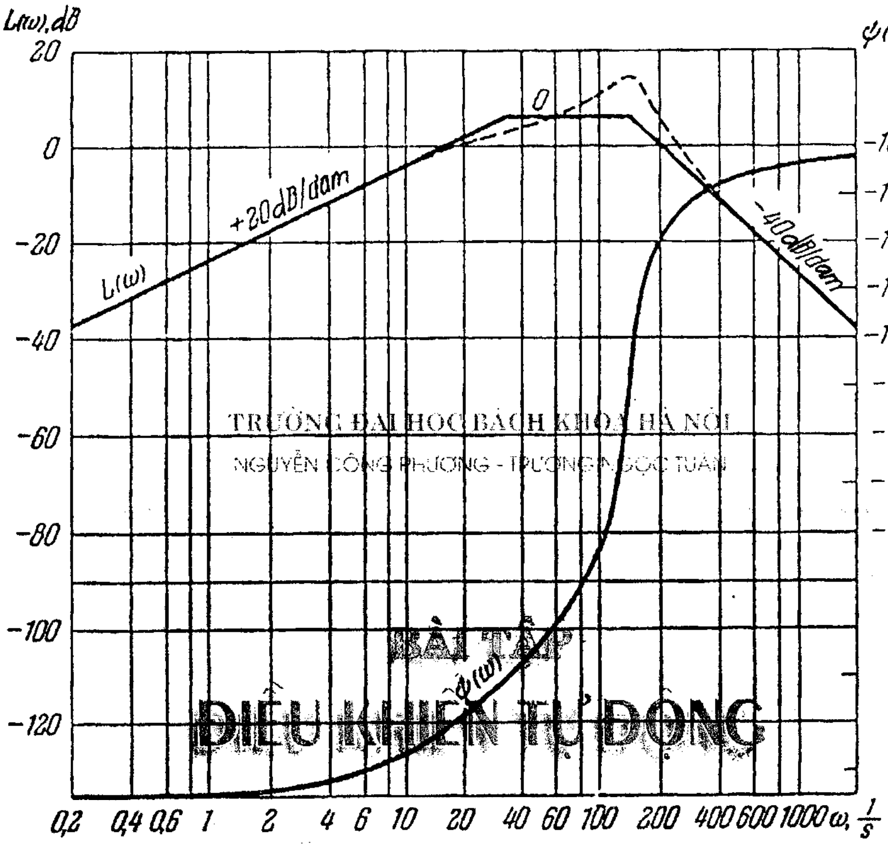
Hình 66. Các đặc tính lôgarit cho bài 87.

88. Hãy xây dựng các đặc tính biên độ và pha của hệ có hàm truyền:

$$W(p) = \frac{kP}{(1 + T_1p)(1 + 2\xi T_2p + T_2^2p^2}$$

ở K = 0,0645 s; T_1 = 30 ms; T_2 = 7 ms; ξ = 0,2.

Đáp số: Xem hình 67.



Hình 67. *Các đặc tính lôgarit cho bài 88.*

89. Hãy xây dựng các đặc tính biên độ - pha của hệ có hàm truyền:

$$W(p) = \frac{K(1+T_2p)}{p(1+T_1p)(1+T_3p)(1+T_4p)} = \frac{K(1+0{,}017p)}{p(1+0{,}05p)(1+0{,}0025p)(1+0{,}001p)}$$

đối với hai trường hợp: 1) $K = K_1 = 500\ s^{-1}$; 2) $K = K_2 = 2000\ s^{-1}$.

Bài giải. Để xây dựng đặc tính pha - biên độ lôgarit 20lg:

$$|W(j\omega)| = f[\psi(j\omega)]$$

Sơ bộ ta xây dựng các đặc tính pha và biên độ lôgarit của hệ. Nếu sử dụng các đặc tính này $L_1(\omega)$ và $\psi(j\omega)$ được biểu diễn trên hình 63 (xem bài 84) theo các điểm ta xây dựng đặc tính biên độ pha lôgarit đối với trường hợp $K = K_1 = 500\ s^{-1}$. Đặc tính này được thể hiện trên hình 68 (đường cong 1). Các số bên cạnh các đánh dấu trên đường cong chỉ ra các giá trị tương ứng của các tần số theo s^{-1}.

Phần cao tần của đường cong mà đối với nó $\psi(j\omega) < -180^o$ được thay thế bằng phản xạ gương của nó ở trục toạ độ. Đối với phần này của đường cong được chỉ ra trên hình bằng đường đứt nét trên trục hoành ta thấy thang của góc bổ sung từ −180 tới −280°. Trên hình vẽ cũng có thang dự trữ theo pha bằng $\eta(\omega) = \psi(\omega) + 180^o$.

Đối với trường hợp $K = K_0 = 2000\ s^{-1}$ đường cong tương tự có thể được xây dựng bằng dịch chuyển tất cả các điểm của đường cong 1 tới 12 dB trên ($20\lg K_2/K_1 = 12$ dB), xem hình 68 đường cong 2.

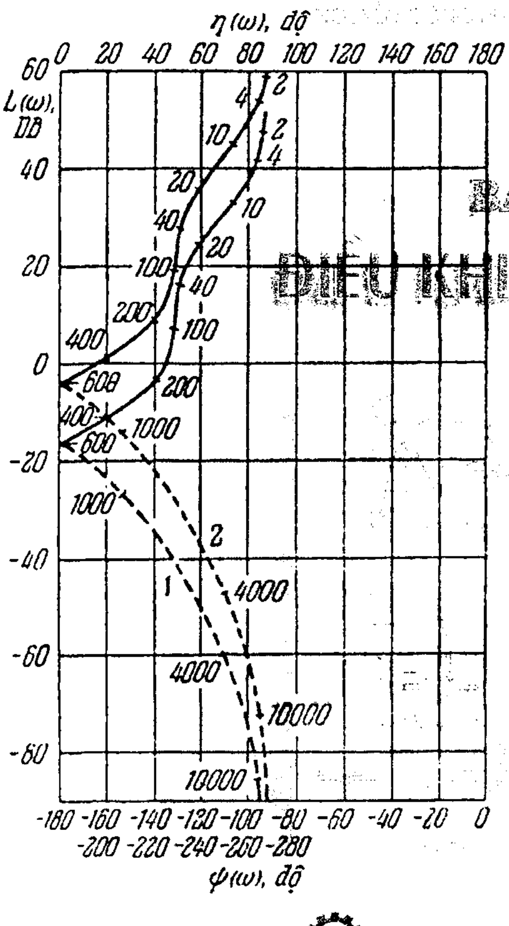
90. Hãy xây dựng các đặc tính pha - biên độ lôgarit của hệ có hàm truyền:

$$W(p) = \frac{K(1+T_1p)}{p^2(1+T_2p)(1+T_3p)} = \frac{K(1+0{,}2p)}{p^2(1+0{,}025p)(1+0{,}006p)}$$

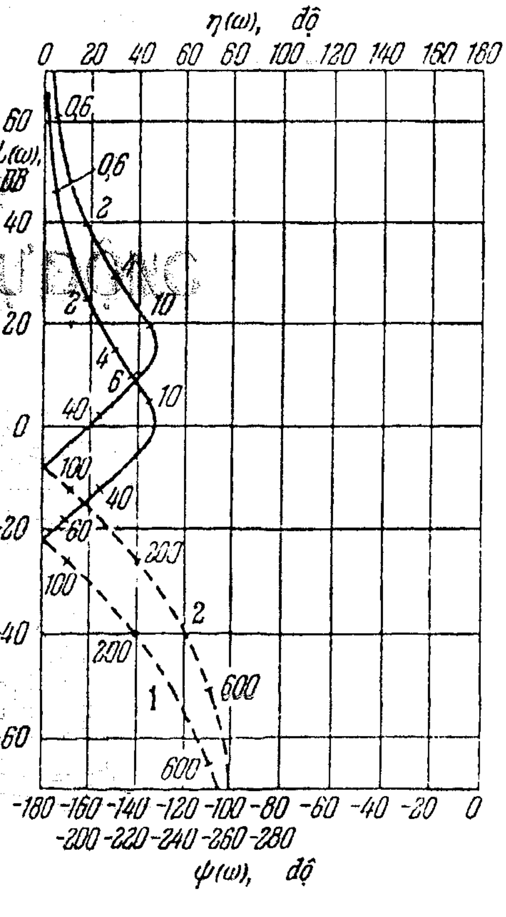
đối với hai trường hợp: 1) $K = 75\ s^{-2}$; 2) $K = 400\ s^{-2}$.

Chỉ dẫn: Có thể sử dụng kết quả bài 85.

Đáp số: Xem hình 69 ở đây đường cong 1 cho trường hợp đầu còn đường cong 2 cho trường hợp thứ 2.



Hình 68. Các đặc tính pha biên độ lôgarit cho bài 89.



Hình 69. Các đặc tính pha biên độ lôgarit cho bài 90.

Chương 3

ĐỘ ỔN ĐỊNH CỦA CÁC HỆ TUYẾN TÍNH

3.1. CÁC TIÊU CHUẨN ỔN ĐỊNH ĐẠI SỐ

91. Phương trình đặc trưng của hệ có dạng:

$$p^3 + p^2 + 2p + 1 = 0$$

Hãy xác định độ ổn định của hệ.

Đáp số: Hệ ổn định.

92. Phương trình đặc trưng của hệ có dạng:

$$5p^3 + 2p^2 - 3p + 1 = 0$$

Hãy xác định độ ổn định của hệ.

Bài giải. Hệ không ổn định bởi vì không thực hiện điều kiện ổn định cần thiết.

93. Hàm truyền của hệ hở:

$$W(p) = \frac{K}{p(1 + Tp)}$$

Hãy xác định các điều kiện ổn định của hệ kín.

Đáp số: $K > 0$; $T > 0$.

94. Hàm truyền của hệ hở:

$$W(p) = \frac{K}{p^2}$$

ở đây, $K = 100\ s^{-2}$.

Hãy xác định độ ổn định của hệ kín.

Đáp số: Hệ kín ở biên độ ổn định.

95. Hãy xác định độ ổn định của hệ kín, nếu hàm truyền của hệ hở có dạng:

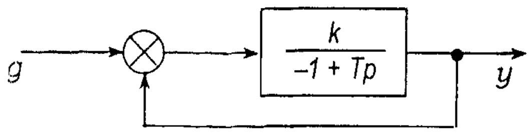
$$W(p) = \frac{K}{p^2(1 + Tp)}$$

ở đây, $K = 20\ s^{-2}$ - hệ số chất lượng của hệ theo gia tốc $T = 0{,}01$ s - hằng số thời gian.

Đáp số: Hệ kín không ổn định về cấu trúc, có nghĩa không ổn định ở các giá trị bất kỳ K và $T \neq 0$.

96. Sơ đồ cấu trúc của hệ đưa ra trên hình 70. Hệ số khuếch đại của hệ hở $K > 0$, hằng số thời gian $T > 0$. Hãy xác định độ ổn định của hệ hở và điều kiện ổn định của hệ kín.

Đáp số: Hệ hở của hệ không ổn định. Hệ kín ổn định khi K > 1.



Hình 70. Sơ đồ cấu tạo của hệ cho bài 96.

97. Phương trình đặc trưng của hệ có dạng:

$$(k_1 - k_2)p^3 + a_1p^2 + a_2p + a_3 = 0$$

ở đây $k_1 = 25\ s^3$; $k_2 = 25\ s^3$; $a_1 = 10\ s^2$; $a_2 = 5$ s; $a_3 = 25$. Hãy xác định độ ổn định của hệ.

Bài giải. Hệ số ở số hạng cũ của đa thức đặc trưng $a_0 = k_1 - k_2$. Khi $k_1 - k_2 < 0$ hệ không ổn định, bởi vì không thực hiện điều kiện ổn định cần thiết. Khi $a_0 = k_1 - k_2 > 0$ và khi thực hiện điều kiện $a_1a_2 - a_0a_3 > 0$ (xem phụ lục 6) hệ ổn định. Ở bài đã cho $a_0 = k_1 - k_2 = 25 - 25 = 0$. Hệ ở biên độ ổn định.

98. Phương trình đặc trưng của hệ có dạng:

$$a_0p^4 + a_1p^3 + a_2p^2 + a_3p = 0$$

ở đây, $a_0 = 10\ s^4$, $a_1 = 5\ s^3$, $a_2 = 2\ s^2$, $a_3 = 10$ s.

Hãy xác định độ ổn định của hệ.

Bài giải. Phương trình đặc trưng của hệ được viết ở dạng sau:

$$(a_0p^3 + a_1p^2 + a_2p + a_3)p = 0 \qquad (1)$$

Từ (1) thấy rằng một trong số các nghiệm của phương trình đặc trưng bằng 0. Hệ số ở biên của độ ổn định, nếu tất cả nghiệm còn lại của phương trình đặc trưng nằm ở nửa bên trái mặt phẳng nghiệm. Do đó cần thực hiện các điều kiện ổn định đối với đa thức:

$$a_0p^3 + a_1p^2 + a_2p + a_3$$

chúng có dạng:

$$a_0 > 0,\ a_1 > 0,\ a_2 > 0,\ a_3 > 0,\ \ a_1a_2 > a_0a_3$$

Đối với các giá trị số a_0, ..., a_3 có trong bài, bất đẳng thức cuối cùng không được thực hiện. Vì vậy hệ không ổn định.

99. Hãy giải bài toán trước đối với các giá trị của các hệ số sau:

a) $a_0 = 10\ s^4$, $\quad a_1 = 5\ s^3$, $\quad a_2 = 2\ s^2$, $\quad a_3 = 1$ s;

b) $a_0 = 10\ s^4$, $\quad a_1 = 5\ s^3$, $\quad a_2 = 2\ s^2$, $\quad a_3 = 0{,}5$ s;

Đáp số: a) Hệ ở biên độ ổn định;

b) Hệ ở biên độ ổn định không chu kỳ.

100. Hàm truyền hệ hở có dạng:

$$W(p) = \frac{K}{p^2(1 + T_1p)(1 + T_2p)}$$

ở đây, $K = 50\ s^{-2}$ - hệ số khuếch đại tổng quát của hệ hở; $T_1 = 1$ s, $T_2 = 0{,}05$ s - các hằng số thời gian. Hãy xác định độ không ổn định của hệ kín.

Đáp số: Hệ không ổn định về mặt cấu trúc, có nghĩa không ổn định ở các giá trị bất kỳ hệ số khuếch đại của hệ hở K và các hằng số thời gian $T_1 \neq 0$ và $T_2 \neq 0$.

101. Hàm truyền hệ kín của điều khiển tự động có dạng:

$$\Phi(p) = \frac{K}{T_1T_2p^3 + (T_1 + T_2)p^2 + p + K}$$

ở đây, $K = 50\ s^{-1}$, $T_1 = 0{,}2$ s, $T_2 = 0{,}2$ s.

Hãy xác định độ ổn định của hệ.

Đáp số: Hệ không ổn định.

102. Hãy giải bài 101, nếu $K = 50\ s^{-1}$, $T_1 = 0{,}1$ s và $T_2 = 0{,}02$ s.

Đáp số: Hệ ổn định.

103. Sự chuyển động của hệ tự động được mô tả bằng hệ các phương trình vi phân sau:

$$\left.\begin{aligned} &\dot\psi - \Omega(\gamma_0 + \gamma) = c_2\gamma_0 + \delta_1 \\ &\dot\gamma_0 + \dot\gamma + \Omega\psi = -c_1\gamma_0 + \delta_2 \\ &\dot\gamma + \Omega\psi = -k(\gamma_1 - \gamma_u) + \delta_3 \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

ở đây, γ_u - tác động đã cho; $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ - các tác dụng nhiễu; γ_1, γ_0, ψ - các toạ độ của hệ; $\Omega = 1{,}16.10^{-3}\ s^{-1}$, $k_1 = 10\ s^{-1}$, c_1, c_2 - các hệ số. Hãy xác định các điều kiện ổn định của hệ.

Bài giải. Ta viết hệ các phương trình vi phân (1) ở dạng ký hiệu:

$$\left.\begin{aligned} &p\psi - \Omega(\gamma_0 + \gamma) = c_2\gamma_0 + \delta_1, \\ &p\gamma_0 + p\gamma + \Omega\psi = -c_1\gamma_0 + \delta_2, \\ &p\gamma + \Omega\psi = -k(\gamma_1 - \gamma_u) + \delta_3 \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

ở đây, p - ký hiệu vi phân.

Đa thức đặc trưng của hệ tự động bằng định thức của hệ phương trình (2):

$$D(p) = \Delta(p) = \begin{vmatrix} -\Omega & -(\Omega + c_2) & p \\ p & p + c_1 & \Omega \\ p + k_1 & 0 & \Omega \end{vmatrix}$$

Phương trình đặc trưng của hệ:

$$p^3 + (c_1 + k_1)p^2 + (\Omega^2 + k_1c_1)p + \Omega^2(k_1 + c_1) + \Omega c_2k_1 =$$
$$= a_0p^3 + a_1p^2 + a_2p + a_3 = 0$$

ở đây, $a_0 = 1$, $a_1 = c_1 + k_1$, $a_2 = \Omega^2 + k_1c_1$, $a_3 = \Omega^2(k_1 + c_1) + \Omega c_2k_1$.

Điều kiện ổn định thu được, nếu sử dụng các tiêu chuẩn ổn định Gurvin (phụ lục 6). Trong bài toán đã cho, hệ sẽ ổn định khi thực hiện các bất đẳng thức sau:

$$a_0 > 0,\ a_1 > 0,\ a_2 > 0,\ a_3 > 0,\ a_1a_2 - a_0a_3 > 0 \qquad (3)$$

Nếu thế vào bất đẳng thức (3) các giá trị của các hệ số của hệ, ta thu được điều kiện ổn định:

$$c_2 < \frac{c_1 + k_1 c_1}{\Omega} = 863\,c_1^2 + 8630\,c_1$$

104. Hãy xác định độ ổn định của hệ tự động điều khiển, nếu chuyển động của nó được mô tả bằng hệ các phương trình vi phân sau:

$$\left.\begin{aligned} &\psi - \Omega(\gamma_0 + \gamma) = c_2\gamma_0 \\ &\dot\gamma_0 + \dot\gamma + \Omega\psi = -c_1\gamma_0 \\ &\dot\gamma + \Omega\psi = -k_1(\gamma_0 - \gamma_P) + \int k_2(\gamma_0 - \gamma_P)dt. \end{aligned}\right\}$$

ở đây, γ_P - tác động đã cho; γ, γ_0, ψ - các toạ độ của hệ; $\Omega = 1{,}16.10^{-3}\ s^{-1}$, $k_2 = 3.10^{-5}\ s^{-2}$, $k_1 = 1.10^{-2}\ s^{-1}$, $c_1 = 10^{-1}\ s^{-1}$, $c_2 = 2{,}5.10^{-2}\ s^{-1}$ - các hệ số. Hãy xác định độ ổn định của hệ.

Đáp số: Hệ ổn định.

105. Hàm truyền của hệ hở có dạng:

$$W(p) = \frac{K(1 + T_1 p)}{p^2(1 + T_2 p)}$$

Hãy xác định điều kiện ổn định của hệ kín.

Đáp số: $T_1 > T_2$.

106. Hàm truyền của hệ hở có dạng:

$$W(p) = \frac{K}{(1 + Tp)^3}$$

ở đây, K = 5 - hệ số khuếch đại tổng quát của hệ hở, T = 0,5 s - hằng số thời gian. Hãy xác định độ ổn định của hệ kín.

Đáp số: Hệ kín ổn định.

107. Hàm truyền của hệ ổn định háo nước một trục có dạng:

$$W(p) = \frac{K}{p(1 + 2\xi T_r p + T_r^2 p^2)}$$

Hệ số khuếch đại tổng quát của hệ hở $K = 50s^{-1}$, hằng số thời gian $T_r = 0{,}01$ s. Hãy xác định: a) ở các giá trị nào của hệ số cuộn cảm ξ bộ ổn định háo nước ổn định; b) điều kiện ổn định.

Đáp số: a) Bộ ổn định háo nước bền vững ở hệ số cuộn cảm $\xi > 0{,}25$; b) $K < \dfrac{2\xi}{T_r}$.

108. Ở bộ ổn định háo nước một trục được nghiên cứu trong bài 107, để tăng vùng ổn định ta đưa vào tín hiệu tỷ lệ với đạo hàm góc tiến động. Khi đó hàm truyền của hệ hở sẽ như sau:

$$W(p) = \frac{K(1 + \tau p)}{p(1 + 2\xi T_r p + T_r^2 p^2)}$$

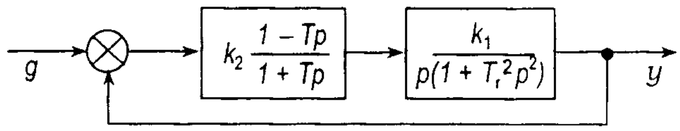
Hãy xác định: a) điều kiện ổn định của bộ ổn định thuỷ lực; b) độ ổn định của bộ ổn định thuỷ lực ở hệ số khuếch đại tổng quát của hệ hở $K = 50\ s^{-1}$, ở các hằng số thời gian $T_r = 0{,}01$ s, $\tau = 0{,}01$ s, ở hệ số chống rung $\xi = 0{,}1$.

Đáp số: a) $K < \dfrac{2\xi}{T_r - 2\xi\tau}$; b) Bộ ổn định thuỷ lực ổn định.

109. Hàm truyền của bộ ổn định thuỷ lực một trục có dạng

$$W_1(p) = \frac{k_1}{p(1 + T_r^2 p^2)}$$

ở đây, $k_1 = 25\ s^{-1}$ - hệ số khuếch đại của hệ hở; $T_r = 0{,}01$ s - hằng số thời gian.



Hình 71. *Sơ đồ cấu tạo của bộ ổn định thuỷ lực cho bài 109.*

Để cuộn cảm của hệ theo kênh điều khiển ta đưa tuần tự khâu có dải đi qua giới hạn (hình 71) và với độ khuếch đại $k_2 = 1\ s^{-1}$. Hãy chọn hằng số thời gian của khâu hiệu chỉnh T từ điều kiện ổn định.

Bài giải. Hàm truyền của hệ hở:

$$W(p) = \frac{K(1 - Tp)}{p(1 + T_r^2 p^2)(1 + Tp)}$$

ở đây, $K = k_1k_2$ - hệ số khuếch đại tổng quát của hệ hở.

Đa giác đặc trưng của hệ kín bằng tổng các đa giác mẫu số và tử số hàm truyền của hệ hở:

$$(p) = p(1 + T_r^2 p^2)(1 + Tp) + K(1 - Tp)$$
$$= T_r^2 T p^4 + T_r p^3 + T p^2 + (1 - KT)p + K$$

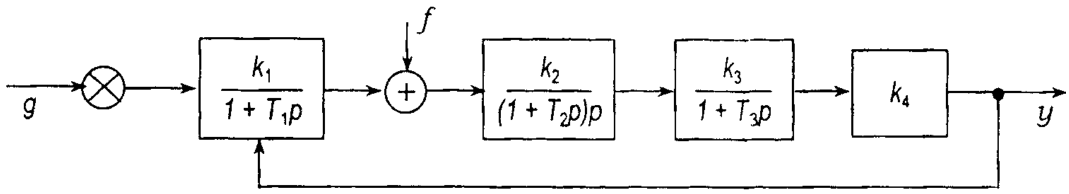
Nếu sử dụng các tiêu chuẩn ổn định Gurivin của các hệ tự động có đa giác đặc trưng của bậc bốn (phụ lục 6) ta thu được điều kiện ổn định của bộ ổn định thuỷ lực

$$K < \frac{1}{T} - \frac{T_r^2}{T^3}$$

Bộ ổn định thuỷ lực ổn định, ví dụ, ở $T = 0{,}015$ s.

110. Sơ đồ cấu tạo của hệ tự động được đưa ra trên hình 72. Các hằng số thời gian của các khâu $T_1 = 0{,}01$ s, $T_2 = 0{,}5$ s, $T_3 = 0{,}05$ s. Hãy xác định giá trị tới hạn của hệ số khuếch đại của hệ hở $K = k_1k_2k_3k_4$, mà ở nó hệ tự động ở biên độ ổn định.

Đáp số: Giá trị tới hạn của hệ số khuếch đại tổng hợp của hệ hở $K_K = 16{,}8\ s^{-1}$.



Hình 72. Sơ đồ cấu tạo cho bài 110.

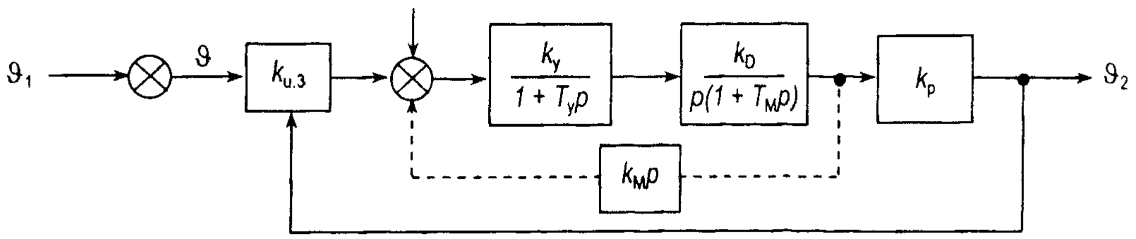
111. Hàm truyền của hệ hở có dạng:

$$W(p) = \frac{K(1+T_2p)}{p(1+T_1p)(1+T_3p)}$$

ở đây, K - hệ số chất lượng của hệ theo tốc độ; $T_1 = 0{,}2$ s, $T_3 = 0{,}02$ s - các hằng số thời gian của đối tượng điều khiển và bộ khuếch đại; T_2 - hằng số thời gian của thiết bị hiệu chỉnh. Hãy xác định các giá trị của hằng số thời gian của hệ hiệu chỉnh T_2, mà ở chúng hệ kín được ổn định ở tất cả giá trị dương bất kỳ hệ số chất lượng của hệ theo tốc độ.

Đáp số: $T_2 \geq \dfrac{T_1T_3}{T_1+T_3} = 0{,}018$ s.

112. Sơ đồ cấu tạo của hệ theo dõi cơ điện được đưa ra trên hình 73.



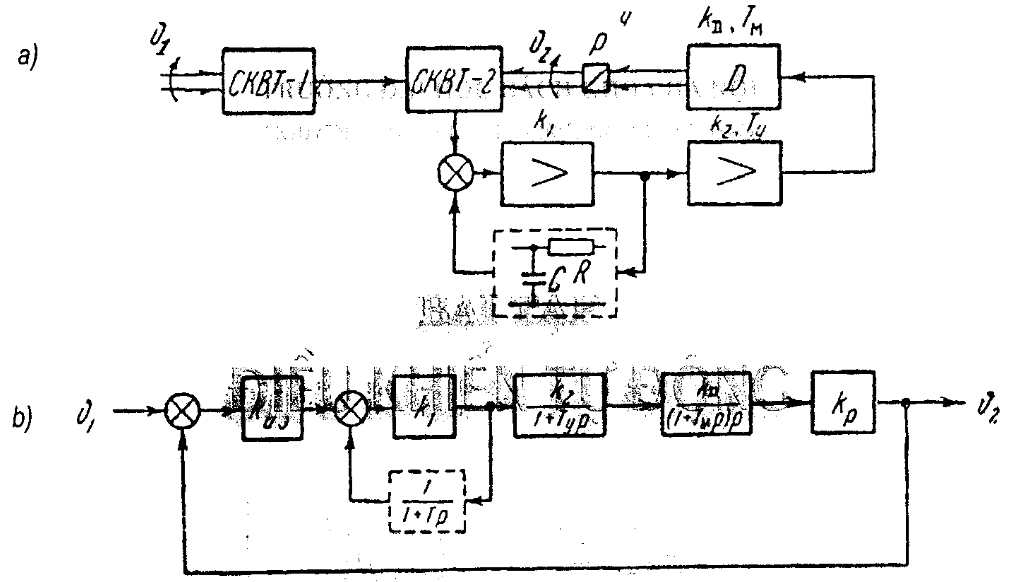
Hình 73. Sơ đồ cấu tạo của hệ theo dõi điện - cơ.

Hệ số truyền của phần đo $k_{P.E} = 1$ V/độ $= 57{,}3$ V/rad, hệ số khuếch đại của bộ khuếch đại $k_y = 1000$, hệ số truyền của động cơ $k_D = 50$ rad/Vs hệ số truyền của bộ dẫn động $k_p = 10^{-3}$, hằng số thời gian của động cơ $T_M = 0{,}05$ s, hằng số thời gian của bộ khuếch đại $T_y = 0{,}005$ s. Hãy xác định: a) độ ổn định của hệ theo dõi điện cơ khi không có mối liên hệ ngược đo tốc độ; b) các giá trị của hệ số truyền của máy phát đo tốc độ k_{TG}, mà ở chúng hệ theo dõi ổn định.

Đáp số: a) hệ theo dõi không ổn định;

$$\text{b) } k_{TG} > \left[\frac{k_{P.E}k_yk_Dk_p}{\dfrac{1}{T_M}+\dfrac{1}{T_y}} - 1\right](k_yk_D)^{-1} = 2{,}4.10^{-3}\,\text{V.s/rad}$$

113. Sơ đồ hệ theo dõi điện cơ được đưa ra trên hình 74, a. Hệ số truyền của phần tử đo được thực hiện trên CKBT, $k_{P.E} = 1$ V/độ; Hệ số khuếch đại của bộ khuếch đại - k_1; hệ số khuếch đại của bộ khuếch đại thứ hai - k_2; hằng số thời gian của bộ khuếch đại thứ hai - T = 0,005 s; hệ số truyền của động cơ $k_D = 50$ rad/Vs; hằng số thời gian của động cơ T_M = 0,05 s; hệ số truyền của bộ truyền động $k_p = 1/1000 = 10^{-3}$. Để cuộn cảm hệ bộ khuếch đại đầu được bao bằng bộ liên hệ ngược âm. Hệ số khuếch đại chung của hệ hở từ điều kiện đảm bảo độ chính xác hoạt động của hệ theo dõi cần không nhỏ hơn 300 s^{-1}.



Hình 74. Các sơ đồ hệ theo dõi điện cơ.

Hãy xác định các hệ số khuếch đại của các bộ khuếch đại và các thông số mạch hiệu chỉnh từ các điều kiện đảm bảo độ ổn định của hệ và giá trị đã cho hệ số truyền tổng quát của hệ hở.

Bài giải. Hàm truyền của mạch hiệu chỉnh:

$$W_k(p) = \frac{k_K}{1 + Tp}$$

ở đây, $k_K = 1$; T = RC.

Sơ đồ cấu tạo của hệ theo dõi điện cơ được vẽ tương ứng với sơ đồ 74a được đưa ra trên hình 74b.

Khi không có mạch hiệu chỉnh hàm truyền của hệ hở bằng:

$$W_1(p) = \frac{K'}{p(1 + T_y p)(1 + T_M p)}$$

ở đây, $K' = k_{P.E} k_1 k_2 k_D k_p$ - hệ số khuếch đại tổng của hệ hở.

Điều kiện ổn định của hệ kín có dạng:

$$K' < \frac{1}{T_y} + \frac{1}{T_M} = 220\ s^{-1}$$

Theo điều kiện của bài hệ số khuếch đại tổng của hệ hở cần lớn hơn 300 s^{-1}. Để đảm bảo độ ổn định ta đưa vào hệ khâu hiệu chỉnh (đường đứt nét trên hình 74).

Hàm truyền của hệ hở khi đưa vào hệ khâu hiệu chỉnh có dạng:

$$W(p) = \frac{K(1+Tp)}{p\left(1+\dfrac{T}{1+k_1}p\right)(1+T_y p)(1+T_M p)}$$

Ở đây, $K = \dfrac{k_{P.E}.k_1 k_2 k_D k_p}{1+k_1}$ - hệ số khuếch đại tổng quát của hệ kín.

Hằng số thời gian của khâu hiệu chỉnh T được lấy bằng hằng số thời gian của động cơ T_M. Điều này luôn luôn có thể thực hiện bằng cách chọn các thông số R và C.

Ta lấy R = 0,1 mΩ. Khi đó $C = \dfrac{T_M}{R} = \dfrac{0{,}05}{0{,}1} = 0{,}5$ μF.

Khi $T = T_M$ hàm số truyền của hệ hở bằng:

$$W(p) = \frac{K}{p\left(1+\dfrac{T_M}{1+k_1}p\right)(1+T_y p)}$$

còn phương trình đặc trưng của hệ kín có dạng:

$$\frac{T_M}{1+k_1}T_y p^3 + \left(\frac{T_M}{1+k_1} + T_y\right)p^2 + p + K = 0$$

Điều kiện ổn định được viết ở dạng:

$$K < \frac{1}{T_y} + \frac{k_1+1}{T_M}$$

Từ bất đẳng thức cuối cùng ta có biểu thức để xác định k_1:

$$k_1 > \left(K - \frac{1}{T_y}\right)T_M - 1 = 4$$

Ta chọn $k_1 = 9$.

Giá trị hệ số khuếch đại k_2 được chọn từ điều kiện đảm bảo giá trị đã cho của hệ số khuếch đại tổng quát của hệ hở:

$$k_2 = \frac{K(1+k_1)}{k_{P.E}.k_1 k_D k_p} = \frac{300(1+9)}{57{,}3.9.50.10^{-3}} = 174$$

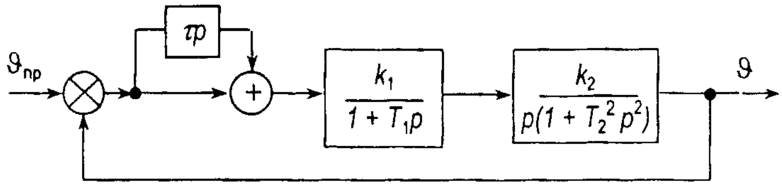
114. Hàm số truyền của hệ hở:

$$W(p) = \frac{K}{p(1+T_1 p)(1+T_2 p)}$$

Hệ số khuếch đại tổng của hệ hở K = 500 s^{-1}, hằng số thời gian T_1 = 0,02 s. Hãy xác định giá trị hằng số thời gian T_2, mà ở nó hệ kín ở trên biên của độ ổn định.

Đáp số: $T_2 = 2{,}22.10^{-3}$ s.

115. Sơ đồ cấu trúc của hệ điều khiển thiết bị bay ổn định tĩnh được đưa ra trên hình 75.



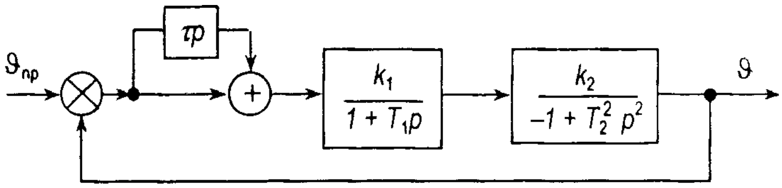
Hình 75. Sơ đồ cấu tạo của hệ điều khiển thiết bị bay ổn định tĩnh theo góc chòng chềnh.

Các hệ số truyền $k_1 = 1$, $k_2 = 5$. Các hằng số thời gian $T_1 = 0{,}5$ s và $T_0 = 2$ s. Hãy xác định: a) độ ổn định của hệ không có khâu hiệu chỉnh; b) đại lượng không đổi của thời gian của khâu hiệu chỉnh τ từ điều kiện ổn định.

Đáp số: a) hệ không ổn định;

$$\text{b) } \tau > \frac{k_1k_2 - 1}{k_1k_2}T_1 = 0{,}4\text{s}.$$

116. Trên hình 76 ta đưa ra sơ đồ cấu tạo của hệ điều khiển thiết bị bay không ổn định tĩnh cứng. Hằng số thời gian của dẫn động lái $T_1 = 0{,}5$ s; hằng số thời gian của đối tượng $T_2 = 2$ s.



Hình 76. Sơ đồ cấu trúc của hệ điều khiển của thiết bị bay không ổn định tĩnh.

Hãy xác định các giá trị hằng số thời gian của khâu hiệu chỉnh τ và hệ số khuếch đại tổng của hệ hở $K = k_1k_2$ từ điều kiện đảm bảo độ ổn định của hệ.

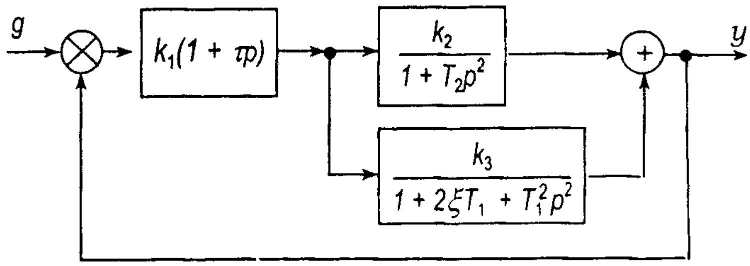
Đáp số: Các điều kiện ổn định của hệ có dạng sau:

$$\tau > T_1,\ K > 1,\ K > \frac{T_1}{\tau}$$

Hệ ổn định, ví dụ, ở $K = 5$, $\tau = 0{,}7$ s.

117. Sơ đồ cấu tạo của hệ tự động được đưa ra trên hình 77. Các hệ số truyền của các khâu: $k_1 = 2.10^3$, $k_2 = 6$, $k_3 = 0{,}25.10^{-3}$; các hằng số thời gian $\tau = 0{,}7.10^{-3}$ s, $T_2 = 1{,}42$ s, $T_3 = 2{,}2.10^{-2}$ s; hệ số cuộn cảm $\xi = 0{,}68.10^{-2}$. Hãy xác định độ ổn định của hệ.

Đáp số: Hệ ổn định.



Hình 77. Sơ đồ cấu tạo của hệ tự động.

118. Hãy xác định độ ổn định của hệ tự động, mà phương trình đặc trưng của nó có dạng:

$$a_0p^5 + a_1p^4 + a_2p^3 + a_3p^2 + a_4p + a_5 = 0$$

ở các giá trị hệ số sau:

a) $a_0 = 0{,}005\ s^5$, $a_1 = 0{,}15\ s^4$, $a_2 = 1{,}25\ s^3$

$a_3 = 5\ s^2$, $a_4 = 50\ s$, $a_5 = 300$;

b) $a_0 = 0{,}005\ s^5$, $a_1 = 0{,}1\ s^4$, $a_2 = 2{,}5\ s^3$,

$a_3 = 20\ s^2$, $a_4 = 50\ s$, $a_5 = 200$;

Đáp số: a) hệ không ổn định; b) hệ ổn định.

119. Phương trình đặc trưng của hệ điều khiển kín có dạng:

$$a_0p^6 + a_1p^5 + a_2p^4 + a_3p^3 + a_4p^2 + a_5p + a_6 = 0$$

ở đây $a_0 = 1\ s^6$, $a_1 = 2\ s^5$, $a_2 = 3\ s^4$, $a_3 = 4\ s^3$, $a_4 = 5\ s^2$, $a_5 = 6\ s$, $a_6 = 100$.

Hãy xác định độ ổn định của hệ.

Đáp số: Hệ không ổn định.

3.2. CÁC TIÊU CHUẨN ĐỘ ỔN ĐỊNH MIKHAILOV

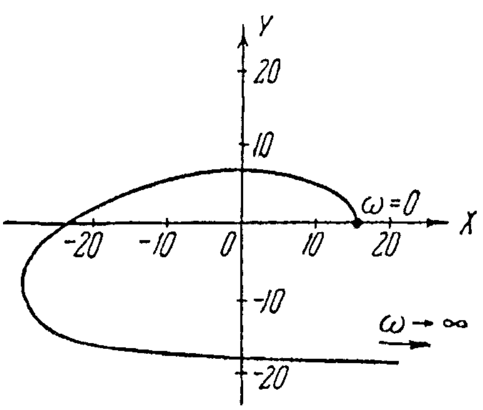
120. Hệ điều khiển tự động có phương trình đặc trưng bậc bốn. Đường cong Mikhailov của hệ được thể hiện trên hình 78. Hãy xác định độ ổn định của hệ tự động.

Đáp số: Hệ ổn định.

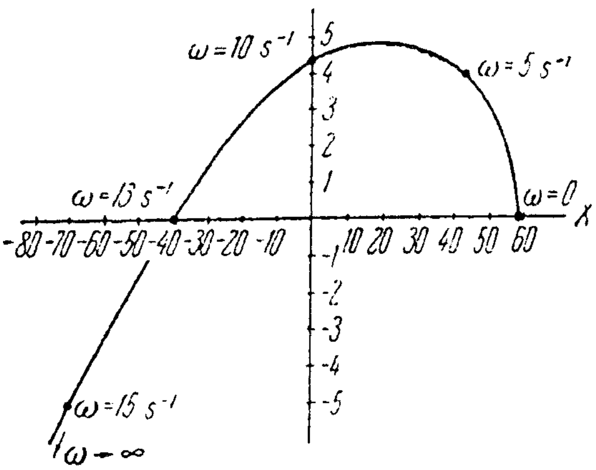
121. Nếu sử dụng các tiêu chuẩn ổn định Mikhailov, hãy xác định độ ổn định của hệ theo dõi điện cơ, mà hàm truyền của nó ở trạng thái hở bằng:

$$W(p) = \frac{K}{p(1 + T_y p)(1 + T_M p)}$$

ở đây, $K = 58\ s^{-1}$ - hệ số khuếch đại tổng quát của hệ hở, $T_M = 0{,}57$ s - hằng số thời gian của động cơ, $T_y = 0{,}01$ s - hằng số thời gian của bộ khuếch đại.



Hình 78. *Các đường cong Miakhailov cho bài 120.*



Hình 79. *Đường cong Miakhailov cho bài 121.*

Bài giải. Đa thức đặc trưng của hệ kín có dạng:

$$D(p) = p(1 + T_y p)(1 + T_M p) + K$$
$$= T_y T_M p^3 + (T_y + T_M)p^2 + p + K$$

Để xây dựng đường cong Mikhailov ta xác định các phần thực và ảo của hàm $D(j\omega)$:

$$X(\omega) = \mathrm{Re}D(j\omega) = K - (T_y + T_M)\omega^2 = 58 - 0{,}58\omega^2,$$
$$Y(\omega) = \mathrm{Im}D(j\omega) = \omega - T_y T_M \omega^3 = \omega - 5{,}7.10^{-3}\,\omega^3.$$

Ta tính $X(\omega)$ và $Y(\omega)$ đối với hàng loạt các giá trị tần số ω. Các kết quả tính toán được đưa vào bảng:

ω, s^{-1}	0	5	10	13	15	∞
$X(\omega)$	58	44	0	-40	-70	$-\infty$
$Y(\omega)$	0	4	4,5	0	-5	$-\infty$

Theo số liệu của bảng ta xây dựng đường cong Mikhailov (hình 79). Đường cong Mikhailov xảy ra liên tục qua ba phần tư. Do đó, hệ ổn định.

122. Hàm truyền của hệ hở có dạng:

$$W(p) = \frac{K}{-1 + Tp}$$

ở đây, K - hệ số khuếch đại tổng quát của hệ hở, $T > 0$ - hằng số thời gian.

Nếu sử dụng tiêu chuẩn ổn định Mikhailov, thì thu được điều kiện ổn định của hệ kín.

Bài giải. Đa thức đặc trưng của hệ kín bằng tổng các đa thức tử và mẫu số hàm truyền của hệ hở:

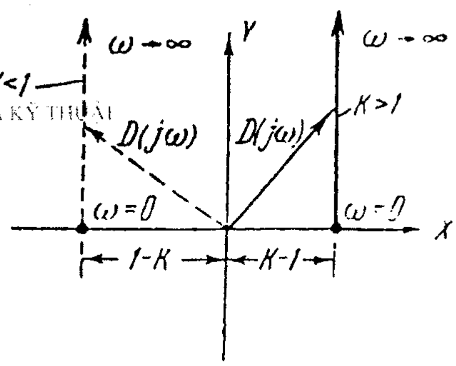
$$D(p) = Tp + K - 1$$

Vectơ $D(j\omega)$ thu được, nếu ở đa thức đặc trưng thay thế p bằng $j\omega m$:

$$D(j\omega) = j\omega T + K - 1 = X(\omega) + jY(\omega)$$

ở đây $X(\omega) = K - 1$, $Y(\omega) = \omega T$.

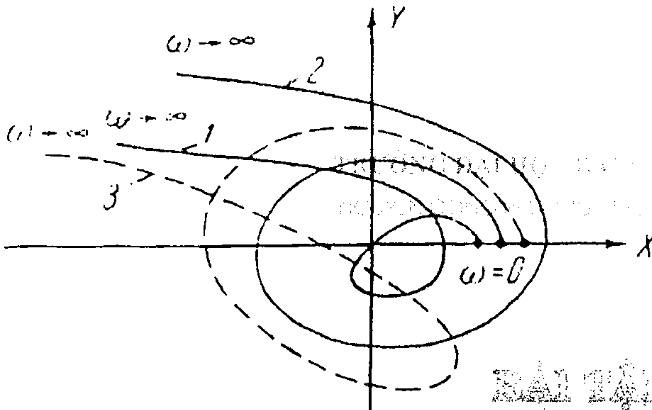
Đối với độ ổn định của hệ cần và đủ để vectơ $D(j\omega)$ khi thay đổi tần số ω từ không tới ∞ quay một góc $\varphi = \frac{\pi}{2}$ (hình 80). Ở $K < 1$ đường cong Mikhailov được phân bố ở góc phần tư thứ hai và góc quay của vectơ $D(j\omega)$ khi thay đổi tần số ω từ không tới ∞ bằng $\varphi = -\frac{\pi}{2}$, còn ở $K > 1$ bằng $\varphi = \frac{\pi}{2}$. Như vậy, hệ kín ổn định ở $K > 1$.



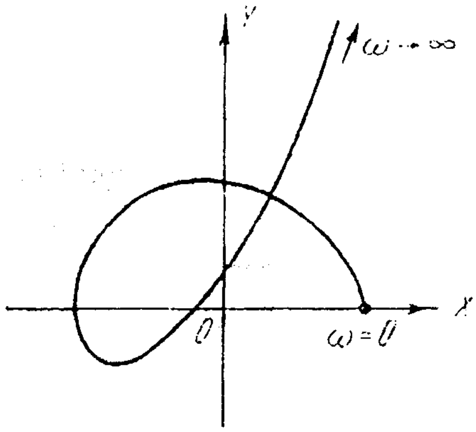
Hình 80. Đường mút tia của vectơ $D(j\omega)$ cho bài 122.

123. Hệ điều khiển tự động có đa thức đặc trưng bậc sáu. Trên hình 81 ta đưa ra các đường cong Mikhailov đối với các giá trị khác nhau của các thông số của hệ. Hãy xác định độ ổn định của hệ.

Đáp số: 1- hệ nằm ở biên độ ổn định; 2- hệ ổn định; 3- hệ không ổn định.



Hình 81. Các đường cong Mikhailov cho bài 123.



Hình 82. Đường cong Mikhailov cho bài 124.

124. Hệ điều khiển tự động có phương trình đặc trưng bậc năm. Trên hình 82 ta vạch ra đường cong Mikhailov của hệ. Hãy xác định số các nghiệm của phương trình đặc trưng có phần thực âm và số các nghiệm của phương trình đặc trưng có phần thực dương.

Bài giải. Góc quay của vectơ D(jω) khi thay đổi tần số ω từ 0 tới ∞ bằng:

$$\varphi = n\frac{\pi}{2} - l\pi \tag{1}$$

ở đây n - bậc của phương trình đặc trưng; l - số các nghiệm của phương trình đặc trưng có phần thực dương.

Từ hình 82 rõ ràng rằng góc quay của vectơ D(jω) khi thay đổi tần số ω từ 0 tới ∞ bằng:

$$\varphi = \frac{\pi}{2}$$

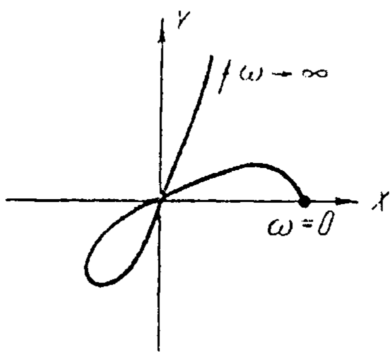
Sau khi thế vào (1) các giá trị của góc $\varphi = \frac{\pi}{2}$ và n = 5 thu được số các nghiệm của phương trình đặc trưng cho phần thực dương:

$$l = \frac{5.\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}}{\pi} = 2$$

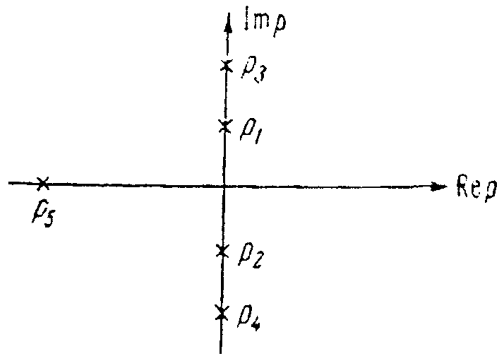
Đường cong Mikhailov không qua gốc toạ độ, vì vậy số các nghiệm có phần thực âm bằng $n - l = 5 - 2 = 3$.

125. Trên hình 83 ta đưa ra đường cong Mikhailov của hệ tự động có phương trình đặc trưng bậc năm. Hãy vẽ bức tranh phân bố các nghiệm của phương trình đặc trưng trên mặt phẳng nghiệm.

Đáp số: Bức tranh phân bố các nghiệm được đưa ra trên hình 84.



Hình 83. *Đường cong Mikhailov cho bài 125.*



Hình 84. *Phân bố các nghiệm của phương trình đặc trưng cho bài 125.*

126. Hệ tự động có phương trình đặc trưng bậc bốn. Đường cong Mikhailov của hệ được thể hiện trên hình 85. Hãy xác định số các nghiệm của phương trình đặc trưng có phần thực âm.

Đáp số: Phương trình đặc trưng của hệ có hai nghiệm với phần thực âm.

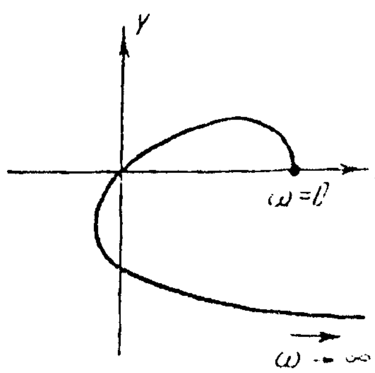
127. Hàm truyền của hệ tự động kín có dạng

$$\Phi(p) = \frac{K}{a_0p^4 + a_1p^3 + a_2p^2 + a_3p + K}$$

ở đây, $K = 100\ s^{-1}$, $a_3 = 1$, $a_2 = 1\ s$, $a_1 = 0{,}02\ s^2$, $a_0 = 0{,}001\ s^3$.

Hãy xác định độ ổn định của hệ nhờ tiêu chuẩn động dạng Mikhailov.

Đáp số: Hệ không ổn định.



Hình 85. *Đường cong Mikhailov cho bài 126.*

128. Hàm truyền của hệ hở có dạng:

$$W(p) = \frac{K}{p(1 + T_1p)(1 + T_2p)(1 + T_3p)}$$

ở đây, K - hệ số khuếch đại tổng quát của hệ hở; $T_1 = 0{,}5$ s, $T_2 = 0{,}1$ s, $T_3 = 0{,}02$ s - các hằng số thời gian.

Nhờ tiêu chuẩn ổn định Mikhailov xác định giá trị hệ số khuếch đại tổng của hệ hở K_K mà ở nó hệ nằm trên biên của độ ổn định.

Bài giải. Đa thức đặc trưng của hệ kín bằng:

$$D(p) = p(1 + T_1p)(1 + T_2p)(1 + T_3p) + K$$
$$= T_1T_2T_3p^4 + (T_1T_2 + T_1T_3 + T_2T_3)p^3 + (T_1 + T_2 + T_3)p^2 + p + K$$

Sau khi thế vào vị trí T_1, T_2, T_3 các giá trị số của chúng ta có:

$$D(p) = 10^{-3}p^4 + 62.10^{-3}p^3 + 610.10^{-3}p^2 + p + K$$

$D(j\omega)$ thu được, nếu trong đa thức đặc trưng thay p bằng $j\omega$,

$$D(j\omega) = X(\omega) + jY(\omega)$$

ở đây:

$$X(\omega) = K - 610.10^{-3}\omega^2 + 10^{-3}\omega^4$$

$$Y(\omega) = \omega - 62.10^{-3}\omega^3$$

Khi xác định hệ ở biên ổn định dao động đường cong Mikhailov đi qua gốc toạ độ ở tần số $\omega \neq 0$. Vì vậy ở $K = K_K$:

$$X(\omega) = K_K - 610.10^{-3}\omega^2 + 10^{-3}\omega^4 = 0 \quad (1)$$

$$Y(\omega) = \omega - 62.10^{-3}\omega^3 = 0 \quad (2)$$

Từ phương trình thứ hai ta tìm giá trị bình phương của tần số, mà ở nó đường cong Mikhailov đi qua gốc toạ độ:

$$\omega^2 = (62.10^{-3})^{-1}s^{-2} \quad (3)$$

Nếu thế (3) vào (1), sau một vài biến đổi đơn giản ta có:

$$K_K = \frac{610.10^{-3}}{62.10^{-3}} - \frac{10^{-3}}{62^2.10^{-6}} = 9,6$$

129. Hàm truyền hệ hở của điều khiển tự động có dạng

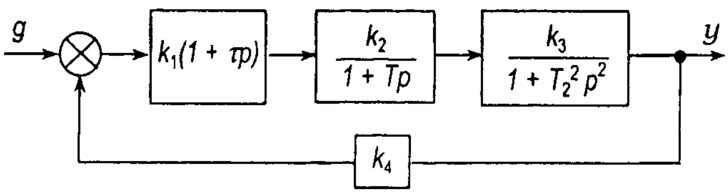
$$W(p) = \frac{K}{(1 + 2\xi T_1 p + T_1^2 p^2)(1 + T_2 p)(1 + T_3 p)}$$

ở đây, K - hệ số khuếch đại tổng quát của hệ hở; $T_1 = 0,05$ s, $T_2 = 0,2$ s, $T_3 = 0,1$ s - các hằng số thời gian; $\xi = 0,5$ - hệ số cuộn cảm.

Nhờ tiêu chuẩn ổn định Mikhailov xác định giá trị hệ số khuếch đại tổng quát của hệ hở K_K, mà ở đó hệ kín nằm trên biên ổn định.

Đáp số: $K_K = 0,46$.

130. Sơ đồ cấu tạo của hệ tự động được đưa ra trên hình 86.



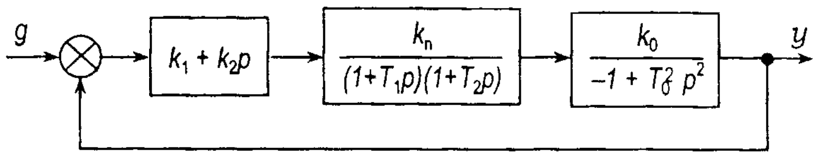
Hình 86. *Sơ đồ cấu tạo của hệ cho bài 130.*

Hệ số khuếch đại tổng của hệ hở $K = k_1k_2k_3k_4 = 10$; các hằng số thời gian $T = 0,2$ s, $T_0 = 0,8$ s. Nếu sử dụng các tiêu chuẩn ổn định Mikhailov hãy xác định giá trị hằng số thời gian thiết bị hiệu chỉnh $\tau = \tau_K$, mà ở nó hệ ở biên độ ổn định.

Đáp số: $\tau_K = 0,2$s.

131. Sơ đồ cấu tạo hệ ổn định tự động của đối tượng không ổn định tĩnh được đưa ra trên hình 87.

Các hằng số thời gian dẫn động $T_1 = 0,5$ s, $T_2 = 0,1$ s. Hằng số thời gian của đối tượng $T_0 = 2$ s . Hệ số truyền của đối tượng $k_0 = 1$. Hệ số truyền dẫn động $k_n = 0,5$ độ/V. Hệ số truyền của thiết bị hiệu chỉnh $k_2 = 20$ độ/s.V. Nếu sử dụng tiêu chuẩn ổn định Mikhailov xác định các giá trị hệ số truyền k_1, mà ở nó hệ ở biên độ ổn định.



Hình 87. Sơ đồ cấu tạo hệ ổn định tự động của đối tượng không ổn định tĩnh.

Đáp số: Ở $k_1 = 2$ V/độ hệ ở biên ổn định không theo chu kỳ. Ở $k_1 = 27$ V/độ hệ ở biên dao động của độ ổn định.

132. Phương trình đặc trưng của hệ tự động có dạng:

$$a_0p^5 + a_1p^4 + a_2p^3 + a_3p^2 + a_4p + a_5 = 0$$

ở đây: $a_0 = 3.10^{-4}\ s^5$, $a_1 = 5.10^{-3}\ s^4$, $a_2 = 0,1\ s^3$

$a_3 = 0,5\ s^2$ $a_4 = 0,9$ s $a_5 = 1$

Hãy xác định độ ổn định của hệ.

Bài giải.

$$D(j\omega) = X(\omega) + jY(\omega)$$

ở đây:

$$X(\omega) = a_5 - a_3\omega^2 + a_1\omega^4$$

$$Y(\omega) = a_4\omega - a_2\omega^3 + a_0\omega^5$$

Sau khi thế vào biểu thức đối với $X(\omega)$ và $Y(\omega)$ của các giá trị số $a_0, \dots, a_5$ ta có

$$X(\omega) = 1 - 0,5\omega^2 + 5.10^{-3}\omega^4,$$

$$Y(\omega) = 0,9\omega - 0,1\omega^3 + 3.10^{-4}\omega^5$$

Các nghiệm không âm của phương trình $Y(\omega) = 0$:

$$\omega_1 = 0, \quad \omega_2 = 3,2s^{-1}, \quad \omega_3 = 18s^{-1}$$

Các nghiệm dương của phương trình $X(\omega) = 0$:

$$\omega_4 = 1,41s^{-1}, \quad \omega_5 = 9,9\ s^{-1}$$

Các nghiệm không âm của phương trình $X(\omega) = 0$ và $Y(\omega) = 0$ bị gián đoạn. Điều đó cho thấy rằng đường cong Mikhailov xảy ra lần lượt qua năm các phần tư. Do đó, hệ ổn định.

133. Nếu sử dụng tiêu chuẩn Mikhailov. Hãy xác định độ ổn định của hệ tự động, nếu phương trình đặc trưng của nó có dạng:

$$a_0p^5 + a_1p^4 + a_2p^3 + a_3p^2 + a_4p + a_5 = 0$$

ở đây: $a_0 = 0,15.10^{-2}\ s^5$, $a_1 = 5.10^{-2}\ s^4$, $a_2 = 0,6\ s^3$

$a_3 = 4\ s^2$, $a_4 = 20\ s$, $a_5 = 500$

Đáp số: Hệ không ổn định.

134. Đa thức đặc trưng của hệ tự động bằng:

$$D(p) = 2.10^{-4}p^6 + 80.10^{-4}p^5 + 3.10^{-1}p^4 + 1,24p^3 + 10p^2 + 40p + 34$$

Hãy xác định độ ổn định của hệ.

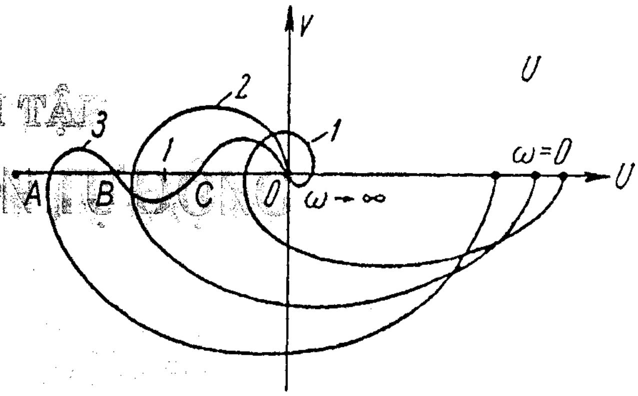
Đáp số: Hệ ổn định.

3.3. TIÊU CHUẨN ỔN ĐỊNH NAIKVISTA

135. Các đặc tính biên độ - pha của các hệ ổn định ở trạng thái hở được đưa ra trên hình 88.

Hãy xác định độ ổn định của các hệ kín.

Đáp số: 1- hệ kín ổn định; 2- hệ kín không ổn định, 3- hệ kín ổn định.



Hình 88. *Đ.B.P cho bài 135.*

136. Hàm truyền của hệ theo dõi điện cơ ở trạng thái hở có dạng:

$$W(p) = \frac{K}{p(1+T_M p)(1+T_y p)}$$

ở đây, $K = 100\ s^{-1}$ - hệ số chất lượng của hệ theo dõi theo tốc độ; $T_M = 0,1$ s - hằng số thời gian của động cơ; $T_y = 0,02$ s - hằng số thời gian của bộ khuếch đại.

Hãy xác định độ ổn định của hệ theo dõi điện - cơ, nếu sử dụng tiêu chuẩn ổn định Naikvista.

Bài giải. Để xây dựng Đ.B.P của hệ hở ta xác định đặc tính tần số biên độ $A(\omega)$ và đặc tính tần số pha $\psi(\omega)$:

$$A(\omega) = |W(j\omega)| = \left|\frac{K}{j\omega(1+j\omega T_M)(1+j\omega T_y)}\right|$$

$$= \frac{K}{\omega\sqrt{1+(\omega T_M)^2}\sqrt{1+(\omega T_y)^2}} = \frac{100}{\omega\sqrt{1+(\omega.0,1)^2}\sqrt{1+(\omega.0,02)^2}}$$

$$\psi(\omega) = \arg W(j\omega) = \arg\frac{K}{i\omega(1+j\omega T_M)(1+j\omega T_y)} = -90^0 + \psi_1 + \psi_2$$

ở đây: $\psi_1(\omega) = -\ \text{arctg}\ \omega T_M = -\ \text{arctg}\ 0,1\omega$

$\psi_2(\omega) = -\ \text{arctg}\ \omega T_y = -\ \text{arctg}\ 0,02\omega$

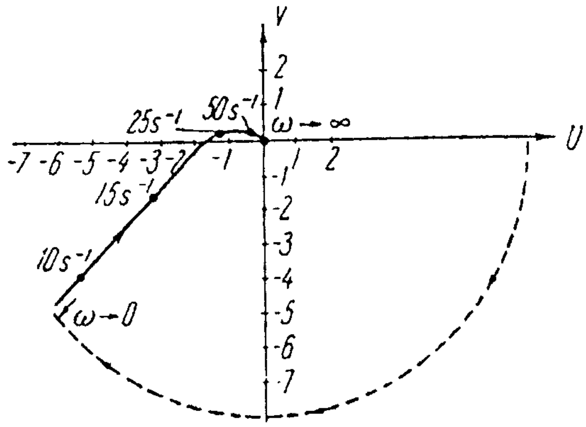
Ta tính $A(\omega), \psi_1(\omega), \psi_2(\omega), \psi(\omega)$ đối với hàng loạt các giá trị ω. Các kết quả tính toán được đưa vào bảng:

ω, s^{-1}	0	5	10	15	25	50	100
A	∞	18	6,9	3,56	1,32	0,28	0,045
ψ_1, độ	0	-26	-45	-56	-68	-79	-84
ψ_2, độ	0	-6	-11	-17	-26	-45	-64
ψ, độ	-90	-122	-144	-153	-184	-214	-238

Theo số liệu của bảng ta xây dựng Đ.B.P của hệ hở (hình 89).

Mẫu số hàm truyền của hệ hở có một nghiệm không. Vì vậy nhánh Đ.B.P tương ứng các tần số $\omega \to 0$, ta bổ sung cung vòng tròn có bán kính lớn vô hạn sao cho vectơ $W(j\omega)$ quay theo chiều kim đồng hồ tới góc bằng 90^0 (hình 89).

Từ hình 89 thấy rõ rằng Đ.B.P của hệ hở bao điểm (-1, 0). Do đó, hệ kín không ổn định.



Hình 89. Đ.B.P của hệ hở.

137. Nếu sử dụng tiêu chuẩn ổn định Naikvista. Hãy xác định độ ổn định của hệ theo dõi cơ điện được nghiên cứu trong bài 136 ở các thông số sau của hệ: a) $K = 50\ s^{-1}$, $T_M = 0,1$ s, $T_y = 0,025$ s; b) $K = 200\ s^{-1}$, $T_M = 0,02$ s, $T_y = 0,002$ s; c) $K = 50\ s^{-1}$, $T_M = 0,1$ s, $T_y = 0,005$ s.

Đáp số: a) hệ ở biên dao động ổn định; b) hệ ổn định; c) hệ ổn định.

138. Hàm truyền của hệ theo dõi điện cơ ở trạng thái hở có dạng:

$$W_M(p) = \frac{K}{p(1+T_M p)(1+T_y p)}$$

Trên hình 89 đưa ra Đ.B.P của hệ hở được xây dựng đối với hệ số chất lượng của hệ theo tốc độ $K = 100\ s^{-1}$.

Hãy xác định ở các giá trị K nào hệ kín ổn định.

Đáp số: Hệ kín ổn định ở $K < 57\ s^{-1}$.

139. Hàm truyền của bộ ổn định thuỷ lực một trục ở trạng thái hở có dạng:

$$W(p) = \frac{K}{p(1+2\xi T_r p + T_r^2 p^2)}$$

ở đây $K = 40\ s^{-1}$, $T_r = 0,02$ s, $\xi = 0,15$. Nếu sử dụng tiêu chuẩn ổn định Naikvista, hãy xác định độ bền vững ổn định con quay ở trạng thái kín.

Đáp số: Đ.T.B của hệ hở được xác định trên hình 90. Bộ ổn định con quay không bền vững.

140. Hàm truyền hệ điều khiển đối tượng ổn định tĩnh trong hệ hở có dạng:

$$W(p) = \frac{K}{p(1+\ T_r p)(1+T_0^2 p^2)}$$

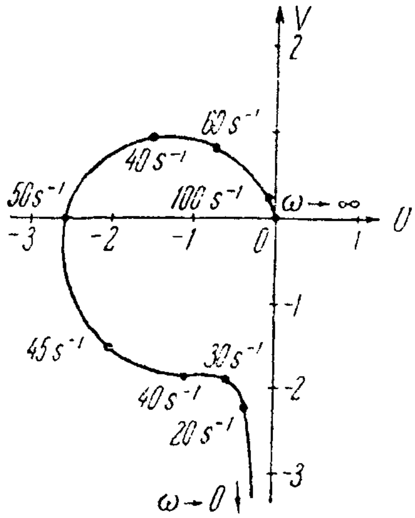
ở đây: K = 1 - hệ số khuếch đại tổng của hệ hở;

τ = 0,1 s - hằng số thời gian của thiết bị hiệu chỉnh;

T_1 = 0,2 s - hằng số thời gian của cơ cấu thừa hành;

T_0 = 0,5 s - hằng số thời gian của đối tượng.

Nếu sử dụng tiêu chuẩn ổn định Naikvista, hãy xác định độ ổn định của hệ kín.



Hình 90. Đ.B.P của hệ hở cho bài 139.

Bài giải. Đặc tính biên độ - pha của hệ hở:

$$A(\omega) = \frac{K\sqrt{1+(\omega\tau)^2}}{\sqrt{1+(\omega T_1)^2}.\left|1-(\omega T_0)^2\right|} = \frac{\sqrt{1+(0,1\omega)^2}}{\sqrt{1+(0,2\omega)^2}.\left|1-(0,5\omega)^2\right|}$$

Đặc tính tần số pha:

$$\psi(\omega) = \begin{cases} \text{arctg}\,\omega\tau - \text{arctg}\,\omega T_1 = \text{arctg}\,0,1\omega - \text{arctg}\,0,2\omega \\ \qquad \text{ở}\ \omega < \dfrac{1}{T_0} = 2\,s^{-1} \\ \text{arctg}\,\omega\tau - \text{arctg}\,\omega T_1 - 180^0 = \\ \qquad = \text{arctg}\,0,1\omega - \text{arctg}\,0,2\omega - 180^0 \\ \qquad \text{ở}\ \omega > \dfrac{1}{T_0} = 2\,s^{-1} \end{cases}$$

Ta tính $A(\omega)$ và $\psi(\omega)$ đối với hàng loạt các giá trị tần số ω. Các kết quả tính toán đưa vào bảng:

ω, s^{-1}	0	1	1,5	$\omega \to$ 2-0	$\omega \to$ 2+0	2,4	3	5	∞
$A(\omega)$	1	1,33	2,2	∞	∞	2,1	0,7	1,15	0
$\psi(\omega)$, độ	0	-6	-9	-11	-191	-192	-204	-198	-180

Theo số liệu của bảng hãy xây dựng Đ.B.T của hệ hở (hình 91).

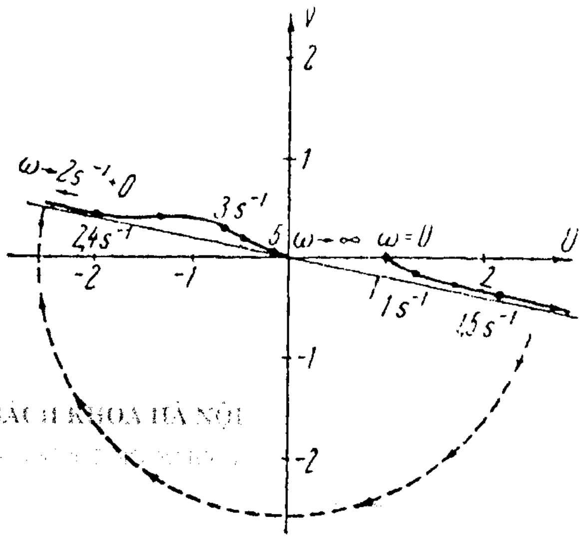
Ở tần số $\omega = \dfrac{1}{T_0} = 2\ s^{-1}$ Đ.T.P có đứt đoạn. Các nhánh Đ.T.P tương ứng các tần số $\omega \to \dfrac{1}{T_0} - 0$ và $\omega \to \dfrac{1}{T_0} + 0$, ta bổ sung nửa vòng tròn có bán kính lớn vô cùng. Nửa vòng tròn vạch theo chiều kim đồng hồ từ nhánh Đ.T.P tương ứng $\omega \to \frac{1}{T_0} - 0$ tới nhánh tương ứng $\omega \to \frac{1}{T_0} + 0$ (hình 91).

Từ hình 91 rõ ràng rằng Đ.T.P của hệ trở bao điểm (-1, 0). Do đó, hệ kín không ổn định.

Có thể xác định độ ổn định của hệ này bằng phương pháp đơn giản hơn.

Từ biểu thức đối với đặc tính pha suy ra ở $\tau > T_1$ đối với tất cả tần số $\psi(\omega) > -180^0$.

Vì vậy Đ.T.P ở $\tau > T_1$ không quay tới phần tư thứ ba và hệ ổn định ở các giá trị bất kỳ $K > 0$ và T_0.



Hình 91. Đ.T.P của hệ hở cho bài 140.

Ở $\tau < T_1 \psi(\omega) < -180^0$ đối với tất cả tần số $\omega > \frac{1}{T_0}$. Vì vậy phần Đ.T.P tương ứng các tần số $\omega > \frac{1}{T_0}$, nằm ở phần tư thứ ba, ngoài ra nhánh Đ.T.P tương ứng $\omega \to \frac{1}{T_0} + 0$, tới vô cùng. Vì vậy ở $\tau < T_1$ hệ không ổn định ở các K và T_0 bất kỳ. Ở bài đã cho $\tau < T_1$. Vì vậy hệ không ổn định.

141. Hàm truyền của hệ hở bằng:

$$W(p) = \frac{K(1 + \tau p)}{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)(1 + T_0^2 p^2)}$$

ở đây $K = 1$, $\tau = 0{,}4$ s, $T_1 = 0{,}2$ s, $T_2 = 0{,}1$ s, $T_0 = 0{,}5$ s.

Nếu sử dụng tiêu chuẩn Naikvista hãy xác định độ ổn định của hệ kín.

Đáp số: Hệ kín ổn định.

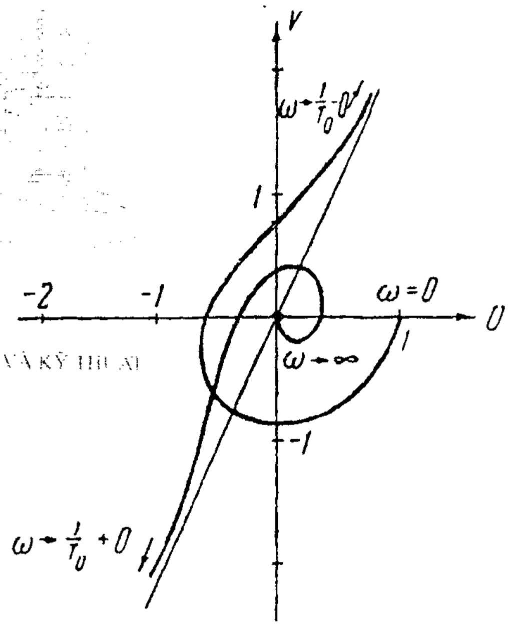
142. Hàm truyền hệ hở có dạng:

$$W(p) = \frac{A(p)}{(1 + T_0^2 p^2)B(p)}$$

ở đây B(p) - đa thức, tất cả nghiệm của nó có các phần thực âm.

Trên hình 92 ta đưa ra Đ.T.P của hệ hở. Hãy xác định độ ổn định của hệ kín.

Đáp số: Hệ kín ổn định.



Hình 92. Đ.B.T của hệ hở cho bài 142.

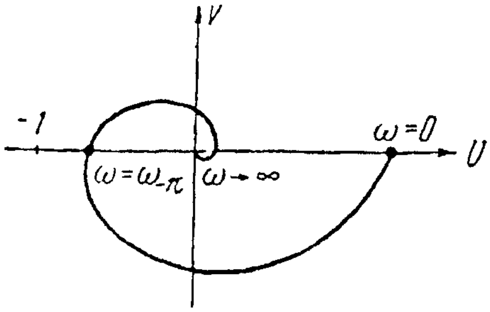
143. Hàm truyền của hệ hở bằng:

$$W(p) = \frac{K}{(1+Tp)^n}$$

ở đây, K > 0, T > 0, n > 2.

Hãy xác định điều kiện ổn định của hệ kín.

Bài giải. Dạng Đ.T.P của hệ hở cho thấy trên hình 93.



Hình 93. Đ.B.T cho bài 143.

Đặc tính tần số pha của hệ bằng:

$$\psi(\omega) = -n \text{ arctg } \omega T$$

Ta xác định giá trị của tần số $\omega = \omega_{-\pi}$, mà ở nó:

$$\psi(\omega) = -n \text{ arctg } \omega T = -\pi \qquad (1)$$

Từ (1) suy ra rằng:

$$\omega_{-\pi} = \frac{\text{tg}\frac{\pi}{n}}{T}$$

Đối với độ ổn định của hệ đã cho cần và đủ để:

$$|W(j\omega)|_{\omega=\omega_{-\pi}} = \left.\frac{K}{\left(\sqrt{1+(\omega T)^2}\right)^n}\right|_{\omega=\omega_{-\pi}} < 1 \qquad (2)$$

Từ (2) ta xác định điều kiện ổn định:

$$K < \left(\sqrt{1+\text{tg}^2\frac{\pi}{2}}\right)^n = \frac{1}{\cos^n\frac{\pi}{n}}$$

Cần nhận thấy rằng độ ổn định của hệ này không phụ thuộc vào giá trị hằng số thời gian T.

144. Hãy xác định độ ổn định của hệ, mà hàm truyền của nó trong trạng thái hở có dạng:

$$W(p) = \frac{K}{p(1+Tp)^n}$$

ở đây K > 0, T > 0.

Đáp số: Ở n = 1 hệ ổn định ở các giá trị bất kỳ K > 0 và T > 0. Khi n ≥ 2 hệ ổn định ở:

$$K < \frac{\text{tg}\frac{\pi}{2n}\left(\sqrt{1+\text{tg}^2\frac{\pi}{2n}}\right)^n}{T}$$

145. Nếu sử dụng tiêu chuẩn ổn định Naikvista, hãy xác định độ ổn định hệ ổn định tự động của thiết bị bay, mà hàm truyền của nó ở trạng thái hở có dạng:

$$W(p) = \frac{K(1+\tau p)}{p(-1+Tp)}$$

ở đây $K = 4\ s^{-1}$, $T = 1$ s, $\tau = 0,5$ s.

Bài giải. Đặc tính biên độ tần số của hệ hở có dạng:

$$A(\omega) = \frac{K\sqrt{1+(\omega\tau)^2}}{\omega\sqrt{1+(\omega T)^2}} = \frac{2}{\omega}\sqrt{\frac{1+(0,5\omega)^2}{1+\omega^2}}$$

Đặc tính tần số pha bằng:

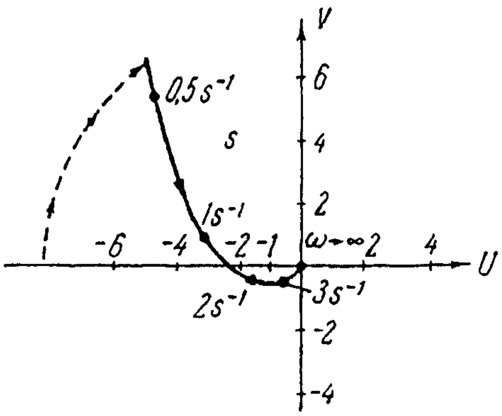
$$\psi(\omega) = \text{arctg}\omega\tau - 90^0 - (180^0 - \text{arctg}\omega T)$$
$$= -270^0 + \text{arctg}\ 0,5\omega + \text{arctg}\omega.$$

Trên hình 94 ta đưa ra Đ.T.P của hệ hở.

Mẫu số của hàm truyền của hệ hở có một nghiệm không. Vì vậy nhánh Đ.T.P tương ứng các tần số $\omega \to 0$, ta bổ sung bởi cung vòng tròn có bán kính lớn vô cùng (xem hình 94).

Đa thức mẫu số hàm truyền của hệ hở chỉ có một nghiệm dương.

Góc quay của vectơ, mà gốc của nó nằm ở điểm (−1, 0), còn đầu cuối ở Đ.B.P, khi thay đổi tần số ω từ +0 tới ∞ bằng 180^0. Do đó hệ kín ổn định.



Hình 94. Đ.B.T cho bài 145.

146. Sơ đồ cấu tạo của hệ tự động được đưa ra trên hình 87. Các hằng số thời gian $\tau = 0,1$ s, $T_1 = 0,05$ s, $T_2 = 0,01$ s, $T_0 = 2$ s. Các hệ số truyền $k_1 = 6$ V/độ, $k_n = 0,5$ độ/V, $k_0 = 1$, $k_2 = 0,2$ s/độ.

Hãy xác định độ ổn định của hệ nếu sử dụng tiêu chuẩn ổn định của Naikvista.

Đáp số: Hệ không ổn định.

147. Trên hình 95 ta biểu diễn sơ đồ cấu tạo của hệ theo dõi hai kênh có các mối liên hệ giao nhau phản đối xứng.

Các hệ số truyền của các khâu $k_1 = 1$, $k_2 = 2$, $k_3 = 5\ s^{-1}$. Hằng số thời gian $T = 1$ s. Hệ số mối liên hệ giao nhau $a = 2$.

Hãy xác định độ ổn định của hệ.

Bài giải. Các hệ tự động hai kênh có các kênh đồng nhất và các mối liên hệ phản đối xứng tính toán thuận tiện bằng cách đưa vào các toạ độ phức.

Theo sơ đồ cấu tạo hình 95 ta viết phương trình chuyển động của hệ:

$$x_1 = \frac{k_2}{1+Tp}(z_1 - ax_2) \qquad (1)$$

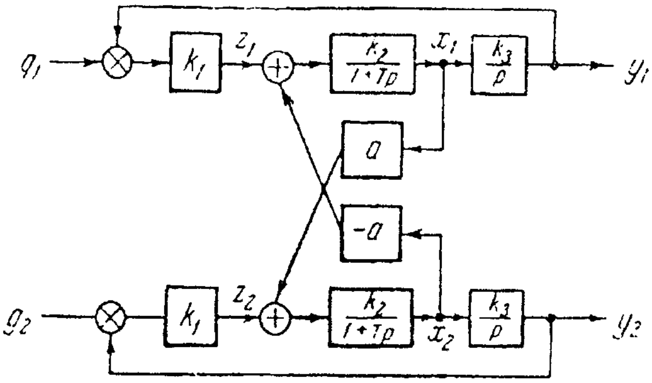
$$x_2 = \frac{k_2}{1+Tp}(z_2 + ax_1) \qquad (2)$$

$$z_1 = k_1(g_1 - y_1) \qquad (3)$$

$$z_2 = k_1(g_2 - y_2) \qquad (4)$$

$$y_1 = \frac{k_3}{p}x_1 \qquad (5)$$

$$y_2 = \frac{k_3}{p}x_2 \qquad (6)$$



Hình 95. Sơ đồ cấu tạo của hệ theo dõi hai kênh có các mối liên hệ phản đối xứng.

Nếu nhân các phương trình (2), (4) và (6) với j và cộng chúng tương ứng với các phương trình (1), (3), (5), sau một vài biến đổi đơn giản ta có:

$$\bar{x} = \frac{k_1}{Tp + 1 - jak_2}\bar{z} \qquad (7)$$

$$\bar{z} = k_1(\bar{g} - \bar{y}) \qquad (8)$$

$$\bar{y} = \frac{k_3}{p}\bar{x} \qquad (9)$$

ở đây $\bar{x} = x_1 + jx_2$, $\bar{z} = z_1 + jz_2$, $g = g_1 + jg_2$, $\bar{y} = y_1 + jy_2$

ở kết quả giải hệ phương trình (7) - (9) ta có:

$$\bar{y} = \frac{W(p)}{1 + W(p)}\bar{g}$$

ở đây:

$$W(p) = \frac{k_1k_2k_3}{p(Tp + 1 - jak_2)} = \frac{K}{p(Tp + 1 - jak_2)}$$

là hàm truyền của hệ hở.

Đặc tính tần số của hệ hở bằng:

$$W(j\omega) = \frac{K}{j\omega(j\omega T + 1 - jak_2)} = U(\omega) + V(\omega),$$

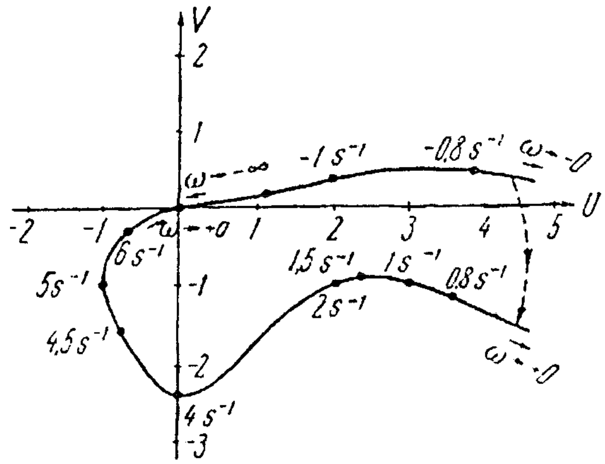
ở đây:

$$U(\omega) = -\frac{K(\omega T - ak_2)}{\omega[1 + (\omega T - ak_2)^2]} = \frac{-10(\omega - 4)}{\omega[1 + (\omega - 4)^2]}$$

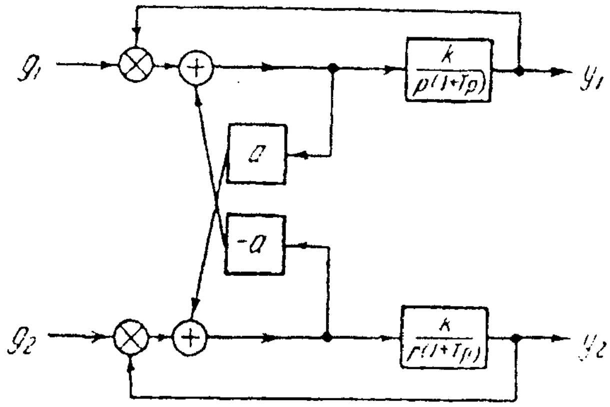
$$V(\omega) = -\frac{K}{\omega[1 + (\omega T - ak_2)^2]} = \frac{-10}{\omega[1 + (\omega - 4)^2]}$$

Hàm truyền của hệ hở có các hệ số phức. Vì vậy để xác định độ ổn định cần thiết xây dựng Đ.T.P trong dải các tần số $-\infty \div +\infty$.

Đ.T.P của hệ được đưa ra trên hình 96. Từ hình 96 rõ ràng rằng Đ.T.P của hệ hở không bao điểm (-1, 0). Do đó, hệ theo dõi hai kênh ổn định.



Hình 96. Đ.B.P cho bài 147.



Hình 97. Sơ đồ cấu tạo của hệ theo dõi hai kênh cho bài 148.

148. Sơ đồ cấu tạo của hệ thể hiện trên hình 97. Các thông số của hệ bằng: K = 20 s^{-1}, T = 1 s, a = 2.

Hãy xác định độ ổn định của hệ.

Đáp số: Hệ không ổn định cần nhận thấy rằng khi không các mối liên hệ giao nhau (ở a = 0) hệ ổn định ở các K > 0 và T > 0 bất kỳ.

3.4. XÁC ĐỊNH ĐỘ ỔN ĐỊNH THEO CÁC ĐẶC TÍNH TẦN SỐ LÔGARIT CỦA HỆ HỞ

Ghi chú: Đ.B.L - đặc tính biên độ lôgarit;

Đ.T.L - đặc tính tần số pha lôgarit.

149. Hàm truyền của hệ theo dõi điện - cơ ở trạng thái hở có dạng:

$$W(p) = \frac{K}{p(1+T_M p)(1+T_y p)}$$

ở đây K = 75 s^{-1}, $T_M = 0,02$ s, $T_y = 0,005$ s.

Hãy xác định độ ổn định của hệ theo các đặc tính tần số lôgarit của hệ hở.

Bài giải. Độ ổn định của hệ sẽ xác định theo đặc tính biên độ lôgarit (Đ.B.L) và đặc tính tần số lôgarit (Đ.B.L) tiệm cận. Tần số gãy của Đ.B.L tiệm cận bằng.

$$\omega_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{0,02} = 50s^{-1}, \quad \omega_2 = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{0,005} = 200s^{-1}$$

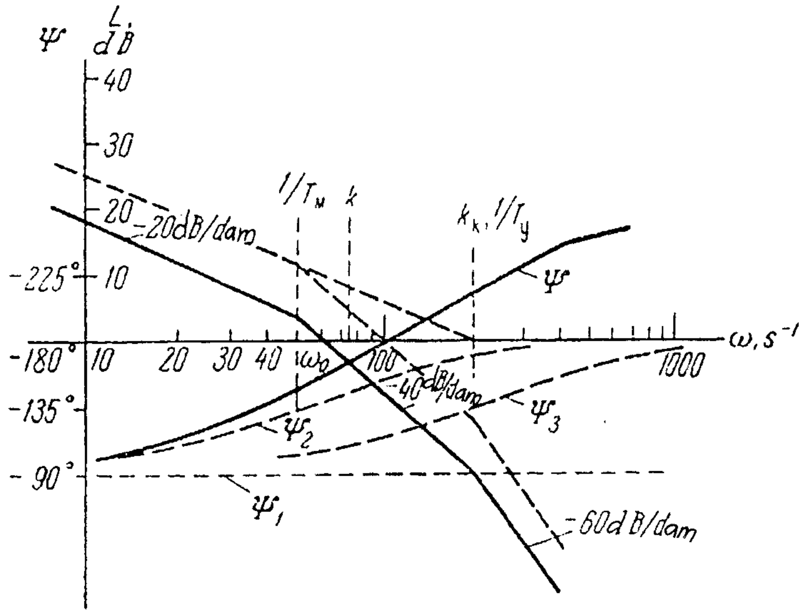
Tiệm cận tần số thấp của Đ.B.L cắt trục tần số ở tần số:

$$\omega = K = 75\ s^{-1}$$

Theo số liệu này ta xây dựng Đ.B.L tiệm cận (hình 98). Đặc tính tần số pha bằng:

$$\psi(\omega) = \psi_1(\omega) + \psi_2(\omega) + \psi_3(\omega)$$

ở đây $\psi_1(\omega) = -90^0$, $\psi_2(\omega) = -\text{arctg}\omega T_M = -\text{arctg}0{,}02\omega$, $\psi_3(\omega) = -\text{arctg}T_y\omega = -\text{arctg}0{,}005\omega$.



Hình 98. Đ.B.L và Đ.T.L tiệm cận cho các bài 149 và 152.

Các đồ thị hàm số $\psi_2(\omega)$ và $\psi_3(\omega)$ được xây dựng nhờ mẫu.

Đ.P.L thu được bằng cộng các hàm $\psi_1(\omega)$, $\psi_2(\omega)$, $\psi_3(\omega)$ (xem hình 98).

Đ.P.L cắt đường $\psi = -180^0$ ở các giá trị âm của Đ.B.L. Do đó, hệ kín được ổn định.

Trong bài đã cho Đ.P.L là hàm chỉ phụ thuộc vào tần số ω, vì vậy bài toán có thể giải không xây dựng Đ.P.L.

Sau khi xây dựng Đ.B.L ta xác định tần số cắt của hệ hở $\omega = \omega_c = 60\ s^{-1}$ (xem hình 98).

Giá trị pha ở tần số cắt:

$$\psi(\omega_c) = -90^0 - \text{arctg}\,(0{,}02.60) - \text{arctg}\,(0{,}005.60) = -157^0 > -180^0$$

Do đó, hệ kín ổn định.

150. Hãy xác định độ ổn định của hệ được xem trong bài 149 ở $T_y = 0{,}005$ s, $T_M = 0{,}02$ s, $K = 300\ s^{-1}$.

Đáp số: Hệ không ổn định.

151. Hàm truyền của hệ hở có dạng:

$$W(p) = \frac{K(1+\tau p)}{p(1+T_M p)(1+T_y p)}$$

ở đây $K = 300\ s^{-1}$, $T_M = 0{,}02$ s, $T_y = 0{,}005$ s, $\tau = 0{,}0045$ s. Hãy xác định độ ổn định của hệ.

Đáp số: Hệ ổn định.

152. Đối với hệ theo dõi điện cơ được nghiên cứu trong bài 149, hãy xác định giá trị hệ số chất lượng của hệ, mà ở nó hệ ở biên dao động ổn định.

Bài giải. Đặc tính pha lôgarit được xác định bằng biểu thức:

$$\psi(\omega) = \psi_1(\omega) + \psi_2(\omega) + \psi_3(\omega)$$

ở đây $\psi_1(\omega) = -90^0$, $\psi_2(\omega) = -\mathrm{arctg}\omega T_M$, $\psi_3(\omega) = -\mathrm{arctg}\omega T_y$.

Các đồ thị hàm số $\psi_2(\omega)$ và $\psi_3(\omega)$ được xây dựng nhờ mẫu Đ.P.L thu được bằng cộng đồ thị các đặc tính $\psi_1(\omega),\psi_2(\omega)$ và $\psi_3(\omega)$ (xem hình 98).

Hệ ở biên dao động của ổn định, nếu Đ.B.L cắt trục các tần số ở tần số giao với Đ.P.L của đường $\psi = -180^0$, $\omega = 100\ s^{-1}$.

Đ.B.L tiệm cận của hệ trong dải tần số $0 \div \frac{1}{T_M}$ có góc nghiêng −20 dB/decamet trong dải tần số $\frac{1}{T_M} \div \frac{1}{T_y}$ là −40 dB/decamet trong dải tần số $\frac{1}{T_y} \div \infty$ là −60 dB/decamet. Nếu biết các góc nghiêng Đ.B.L tiệm cận, ta dễ dàng vẽ được Đ.B.L tiệm cận cắt với trục tần số ở tần số cắt Đ.P.L đường $\psi = -180^0$ (xem hình 98). Hệ số chất lượng của hệ theo tốc độ $K = K_K$ được xác định theo điểm giao nhau tiệm cận tần số thấp của Đ.B.

Giá trị chính xác $K_K = 250\ s^{-1}$. Sai số trong xác định K_K được giải thích bằng sự khác nhau Đ.B.L tiệm cận với thực tế.

153. Hãy xác định độ ổn định của hệ tự động, nếu hàm truyền của nó ở hệ hở có dạng:

$$W(p) = \frac{K}{p(1+T_1p)(1+T_2p)(1+T_3p)}$$

ở đây $K = 300\ s^{-1}$ $T_1 = 0{,}2s$, $T_2 = 0{,}05s$, $T_3 = 0{,}02s$.

Đáp số: Hệ ổn định.

154. Đối với hệ được nghiên cứu ở bài 153, hãy xác định giá trị hệ số khuếch đại tổng của hệ hở K_K, mà ở đó hệ ở biên dao động của độ ổn định.

Đáp số: $K_K = 20\ s^{-1}$.

155. Sơ đồ cấu tạo của hệ tự động được đưa ra trên hình 76. Hãy xác định độ ổn định của hệ, nếu $K = k_1k_2 = 10$, $T_0 = 2s$, $T_1 = 0{,}05s$, $\tau = 0{,}1s$.

Đáp số: Hệ ổn định.

156. Hàm truyền của bộ ổn định thuỷ lực một trục ở hệ số cuộn cảm $\xi = 0$ ở trạng thái hở có dạng:

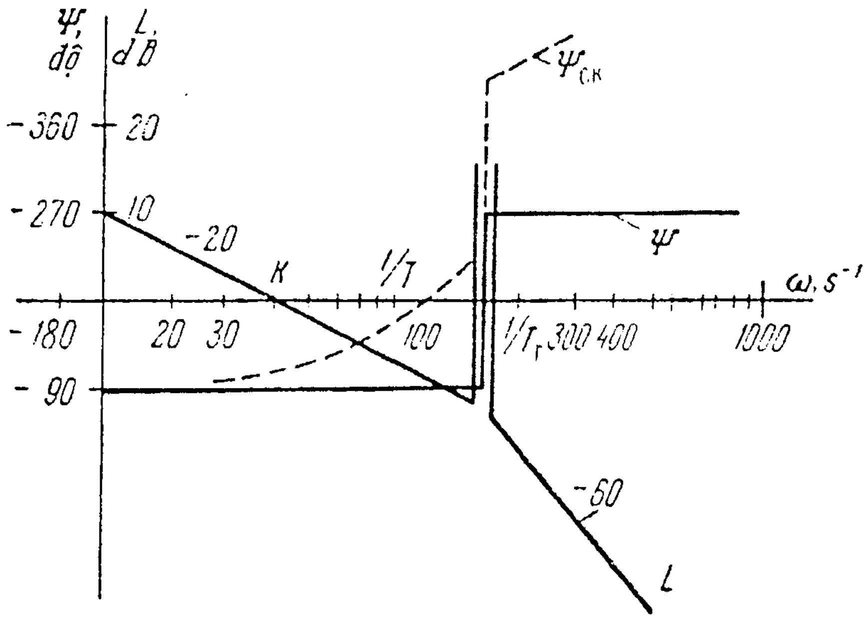
$$W(p) = \frac{K}{p(1+T_G^2p^2)}$$

ở đây $K = 40\ s^{-1}$ $T_G = 6{,}5.10^{-3}\ s$.

Đối với cuộn cảm của hệ đưa tiếp theo vào hàm truyền:

$$W_K(p) = \frac{1 - Tp}{1 + Tp}$$

Hãy xác định giá trị của hằng số thời gian T, mà ở nó bộ ổn định thuỷ lực sẽ là ổn định.



Hình 99. Đ.B.L và Đ.P.L tiệm cận cho bài 156.

Bài giải. Trên hình 99 ta đưa ra Đ.B.L và Đ.T.L tiệm cận của hệ không hiệu chỉnh nào đó (đường đậm nét). Đối với độ ổn định của hệ cần thiết để Đ.P.L cắt đường $\psi = -180^0$ ở dải tần số $K \div \frac{1}{T_G}$. Vì vậy hằng số thời gian của khâu hiệu chỉnh cần chọn từ điều kiện

$$K < \frac{1}{T} < \frac{1}{T_G}$$

Hệ ổn định, ví dụ khi T = 0,01 s.

157. Hãy xác định độ ổn định của bộ ổn định thuỷ lực, mà hàm truyền của nó, ở trạng thái hở có dạng:

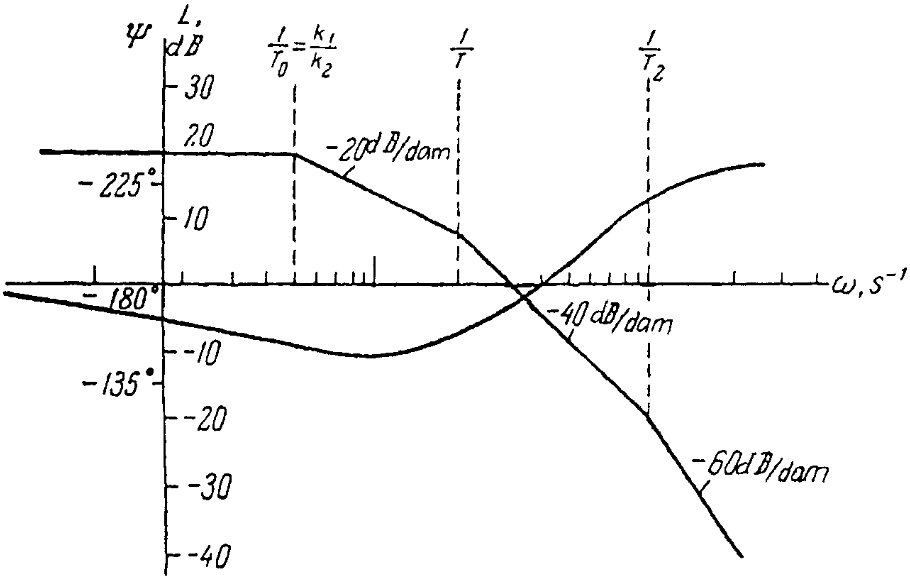
$$W(p) = \frac{K}{p(1 + 2\xi T_G p + T_G^2 p^2)}$$

ở đây $K = 40\ s^{-1}$, $T_G = 6{,}5.10^{-3}$ s, $\xi = 0{,}2$.

Đáp số: Bộ ổn định thuỷ lực ổn định.

158. Hãy xác định độ ổn định của hệ, mà sơ đồ cấu tạo của nó được đưa ra trên hình 87, nếu $k_1 = 20$ V/độ, $k_2 = 40$ Vs/độ, $T_1 = 0{,}5$ s, $T_2 = 0{,}1$ s, $T_0 = 2$ s, $k_P = 0{,}5$ độ/V, $k_0 = 1$.

Đáp số: Đ.B.L chính xác và tiệm cận của hệ được đưa ra trên hình 100. Hệ ổn định.



Hình 100. Đ.B.L và Đ.P.L tiệm cận cho bài 158.

159. Hãy giải bài trước ở $k_1 = 20$ V/độ, $k_2 = 100$ V.s.độ, $T_1 = 0,5$ s, $T_2 = 0,1$ s, $T_0 = 2$ s, $k_P = 0,5$ độ/V, $k_0 = 1$.

Đáp số: Hệ không ổn định.

3.5. XÂY DỰNG CÁC VÙNG ỔN ĐỊNH

160. Hàm truyền của hệ điều khiển tự động tĩnh ở trạng thái hở có dạng:

$$W(p) = \frac{K}{(1+T_1p)(1+T_2p)(1+T_3p)}$$

ở đây $T_2 = 0,2$ s, $T_3 = 0,1$ s.

Hãy xây dựng vùng ổn định của hệ trong mặt phẳng các thông số.

Bài giải. Đa thức đặc trưng của hệ kín có dạng:

$$D(p) = (1 + T_1p)\,(1 + T_2p)\,(1 + T_3p) + K$$
$$= T_1T_2T_3p^3 + (T_1T_2 + T_1T_3 + T_2T_3)p^2 + (T_1 + T_2 + T_3)\,p + K$$
$$= 0,02T_1p^3 + (0,02 + 0,3T_1)p^2 + (0,3 + T_1\,p + K + 1$$

Để xây dựng các vùng ổn định ta tìm biểu thức cho các biên vùng ổn định.

Để thu được các phương trình biên của vùng ổn định tương ứng với sự tồn tại trong đa thức đặc trưng của hệ nghiệm vô hạn và không, ta cho hệ số bằng 0 ở mức cũ của đa thức đặc trưng và số hạng tự do của đa thức đặc trưng.

Do đó ta thu được các phương trình biên vùng ổn định như sau:

$$T_1 = 0 \qquad (1)$$

$$K = -1 \qquad (2)$$

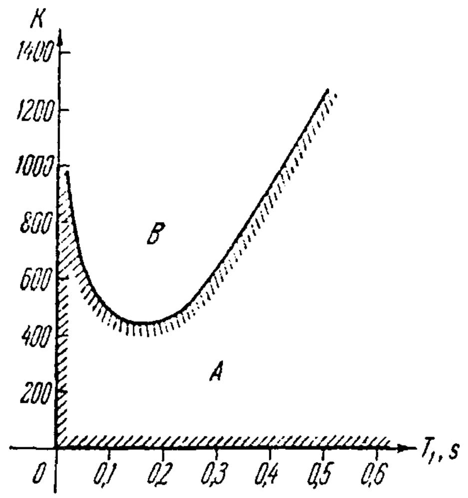
Phương trình đối với các biên của vùng ổn định tương ứng sự xác định của hệ ở biên dao động của độ ổn định tìm được nếu cho định thức Gurvin trước cuối cùng bằng 0 $\Delta_{n-1} = 0$.

Ở bài đã cho điều kiện này có dạng:

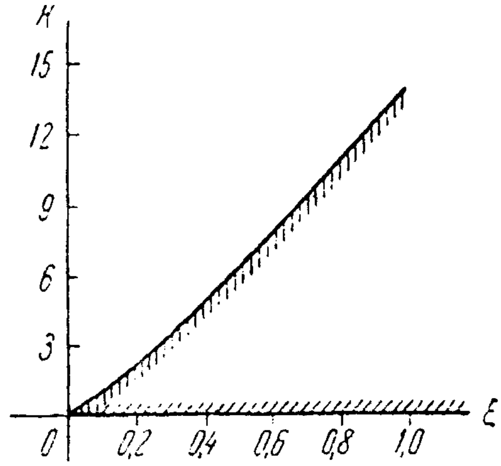
$$(0{,}02 + 0{,}3T_1)(0{,}3 + T_1) = 0{,}02T_1(1 + K)$$

Từ đó ta có:

$$K = \frac{(1 + 15T_1)(15 + 50T_1)}{T_1} - 1 \qquad (3)$$



Hình 101. Vùng ổn định cho bài 160.



Hình 102. Vùng ổn định cho bài 161.

Tương ứng với các phương trình (1), (2), (3) trên hình 101 ta xây dựng các biên của vùng ổn định. Đường tương ứng với phương trình K = -1 thực tế trùng với trục hoành.

Vùng ổn định là vùng A (xem hình 101), bởi vì đối với các điểm bất kỳ trong số các điểm bên trong vùng này thực hiện điều kiện ổn định.

161. Hàm truyền của hệ hở bằng:

$$W(p) = \frac{K}{(1 + T_1p)(1 + 2\xi Tp + T^2p^2)}$$

ở đây $T_1 = 0{,}2$ s, T = 1 s - các hằng số thời gian của cơ cấu thừa hành và đối tượng; K - hệ số khuếch đại tổng của hệ hở; ξ - hệ số cuộn cản.

Hãy xây dựng vùng ổn định của hệ kín trong mặt phẳng có các thông số K, ξ.

Đáp số: Vùng ổn định của hệ được thể hiện trên hình 102.

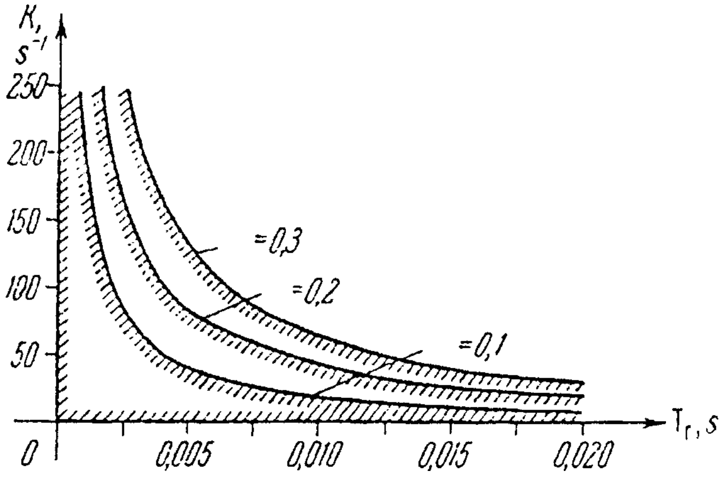
162. Hàm truyền của bộ thuỷ lực một trục ở trạng thái hở có dạng:

$$W(p) = \frac{K}{p\left(1 + 2\xi T_G p + T_G^2p^2\right)}$$

ở đây, K - hệ số khuếch đại tổng của hệ hở, ξ - hệ số cuộn cản, T_G - hằng số thời gian.

Hãy xây dựng vùng ổn định của bộ ổn định thuỷ lực một trục trên mặt phẳng các thông số K, T_G đối với các giá trị của hệ số cuộn cản $\xi = 0{,}1$, $\xi = 0{,}2$, $\xi = 0{,}3$.

Đáp số: Vùng ổn định của hệ được đưa ra trên hình 103.



Hình 103. *Vùng ổn định của bộ thuỷ lực một trục cho bài 162.*

163. Trên hình 87 ta đưa ra sơ đồ cấu tạo của hệ ổn định tự động của thiết bị bay.

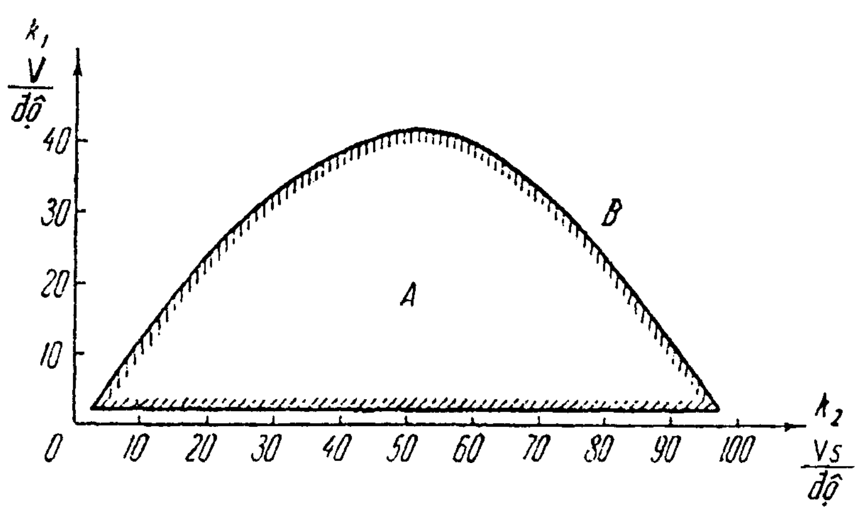
Các hằng số thời gian dẫn động của cơ cấu thừa hành $T_1 = 0{,}5$ s, $T_2 = 0{,}1$ s. Hằng số thời gian của đối tượng $T_0 = 2$ s. Các hệ số truyền dẫn động của cơ cấu thừa hành và đối tượng $k_n = 0{,}5$ độ/V, $k_0 = 1$.

Hãy xây dựng vùng ổn định của hệ trên mặt phẳng K_1, K_2.

Bài giải. Phương trình đặc trưng của hệ kín:

$$(1 + T_1p)(1 + T_2p)(-1+T_0^2p^2) + k_nk_0(k_1 + k_2p) =$$
$$= T_1T_2T_0^2p^4 + (T_1 + T_2)T_0^2p^3 + (T_0^2 - T_1T_2)p^2 +$$
$$+ (k_0k_nk_2 - T_1 - T_2)p + k_0k_nk_1 - 1$$

Ta tìm các phương trình biên của vùng ổn định.



Hình 104. *Vùng ổn định cho bài 163.*

Phương trình biên độ ổn định không theo chu kỳ được xác định, nếu số hạng tự do của phương trình đặc trưng bằng 0. Khi đó:

$$k_1 = \frac{1}{k_0 k_n} = 2 \text{ V/độ} \tag{1}$$

Biên dao động của độ ổn định tương ứng đẳng thức bằng 0 của tổ hợp đặc trưng:

$$D(j\omega) = X(\omega) + jY(\omega) = 0$$

hay:

$$X(\omega) = k_0 k_n k_1 - 1 - (T_0^2 - T_1 T_2)\omega^2 + T_1 T_2 T_0^2 \omega^4 = 0 \tag{2}$$

$$Y(\omega) = (k_0 k_n k_2 - T_1 - T_2)\omega - (T_1 + T_2) T_0^2 \omega^3 = 0 \tag{3}$$

Từ phương trình (2) ta có:

$$k_1 = \frac{1 + (T_0^2 - T_1 T_2)\omega^2 - T_1 T_2 T_0^2 \omega^4}{k_0 k_n} \tag{4}$$

Tiếp theo từ (3) có thể tìm biểu thức đối với:

$$k_2 = \frac{T_1 + T_2}{k_0 k_n} + \frac{T_1 + T_2}{T_0^2}\omega^2 \tag{5}$$

Các phương trình (4) và (5) - phương trình biên của độ ổn định được viết ở dạng thông số.

Ở bài toán đã cho đơn giản hơn thực hiện như sau:

Từ (3) ta tìm biểu thức đối với ω^2 và thế nó vào (2). Ở kết quả ta thu được phương trình parabol:

$$k_1 = -\frac{1}{k_0 k_n} + \frac{(T_0^2 - T_1 T_2)(k_0 k_n k_2 - T_1 - T_2)}{k_0 k_n (T_1 + T_2) T_0^2} -$$

$$- \frac{T_1 T_2 (k_0 k_n k_2 - T_1 - T_2)^2}{k_0 k_n (T_1 + T_2)^2 T_0^2} = k_2(-1{,}73.10^{-2} k_2 + 1{,}7) \tag{6}$$

Theo các phương trình (1) và (6) trên hình 104 ta xây dựng biên của vùng ổn định. Vùng ổn định là vùng A. Điều đó có thể kiểm tra, nếu sử dụng tiêu chuẩn ổn định bất kỳ cho một trong số các điểm nằm trong vùng này.

Chương 4

XÂY DỰNG CÁC QUÁ TRÌNH CHUYỂN TIẾP TRONG CÁC HỆ ĐIỀU CHỈNH TỰ ĐỘNG

4.1. PHƯƠNG PHÁP CỔ ĐIỂN GIẢI CÁC PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN

164. Hãy tìm giá trị đầu ra y(t) của hệ được mô tả bằng phương trình:

$$T\frac{d}{dt}y(t) + y(t) = g(t)$$

đối với hai trường hợp.

1. Ở đầu vào của hệ có tác dụng điều khiển thay đổi theo quy luật điều hoà:

$$g(t) = G_M \sin\Omega t;$$

điều kiện ban đầu $y(0) = y_0$.

2. Ở chế độ xác lập tương ứng tác dụng điều khiển $g(t) = G_M \sin\Omega t$, xảy ra dịch chuyển pha đột biến của tác dụng điều khiển tới $+90^0$; dịch chuyển xảy ra ở thời điểm khi $\Omega t = 2\pi n$, ở đây n - số nguyên.

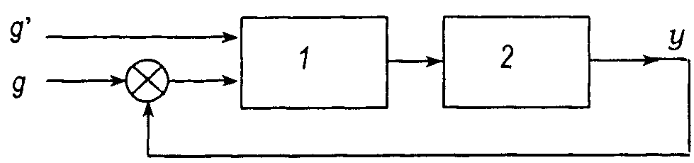
Đáp số:

1. $$y(t) = Y_M \sin(\Omega t - \psi) + (y_0 + Y_M \sin\psi)\, e^{-\frac{t}{T}}$$

$$Y_M = \frac{G_M}{\sqrt{1 + (\Omega T)^2}}, \qquad \psi = \operatorname{arctg}\Omega T$$

2. $$y(t) = Y_M \cos(\Omega t - \psi) - Y_M(\sin\psi + \cos\psi)\, e^{-\frac{t}{T}}$$

165. Cho hàm theo dõi được biểu diễn trên hình 105. Ở đầu vào bộ khuếch đại có 1 hiệu giữa tác động điều khiển g và đại lượng đầu ra y.



Hình 105. Sơ đồ khối của hệ theo dõi cho bài 165.

Ngoài ra, ở bộ khuếch đại có đạo hàm bậc nhất g' của tác dụng điều khiển, 2 - động cơ, bộ dẫn động và cơ cấu thực hành.

Hệ được mô tả bởi phương trình:

$$(Tp^2 + p + K)\, y(t) = (K\tau p + K)\, g(t) \qquad (1)$$

Hằng số thời gian T = 5 ms, hệ số khuếch đại theo tác dụng điều khiển $K = 40\ s^{-1}$, hệ số khuếch đại theo đạo hàm của tác dụng điều khiển $K\tau = 0{,}8$. Hãy tìm quy luật thay đổi đại lượng đầu ra g đối với hai trường hợp sau:

1. Ở sự tồn tại hệ có độ không khớp y_0 khi không có tác dụng điều khiển và tốc độ ban đầu không.

2. Ở tác dụng điều khiển ở dạng hàm số bậc 1 đơn vị 1(t) và các điều kiện không ban đầu $y_{-0} = y'_{-0} = 0$.

Bài giải. 1. Phương trình vi phân của hệ đối với trường hợp đầu có dạng:

$$(Tp^2 + p + K\ y(t) = 0 \text{ hay } (0{,}005p^2 + p + 40)\ y(t) = 0 \tag{2}$$

Phương trình đặc trưng:

$$0{,}005p^2 + p + 40 = 0 \tag{3}$$

có hai nghiệm thực: $p_1 = -55{,}3\ s^{-1}$; $p_2 = -144{,}7\ s^{-1}$.

Đối với trường hợp các nghiệm số thực nghiệm của phương trình (2) có dạng:

$$y(t) = A_1 e^{\alpha_1 t} + A_2 e^{-\alpha_2 t} \tag{4}$$

ở đây, α_1 và α_2 - các giá trị tuyệt đối các nghiệm của phương trình đặc trưng.

Các điều kiện ban đầu:

ở t = 0

$$\left.\begin{aligned} y &= y_0, \\ y' &= y'_0 = 0 \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Từ (4) và (5) ta có:

$$\left.\begin{aligned} A_1 + A_2 &= y_0 \\ -\alpha_1 A_1 - \alpha_2 A_2 &= 0 \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

Từ (6) ta tìm được:

$$A_1 = \frac{\alpha_2 y_2}{\alpha_2 - \alpha_1}, \qquad A_2 = \frac{\alpha_1 y_0}{\alpha_1 - \alpha_2} \tag{7}$$

Nghiệm của bài toán đối với trường hợp đầu có dạng theo (4) và (7):

$$y(t) = \frac{y_0}{\alpha_2 - \alpha_2}(\alpha_2 e^{-\alpha_1 t} - \alpha_1 e^{\alpha_2 t})1(t) \quad ^{(*)}$$

hay:

$$y(t) = y_0)1{,}619e^{-55{,}3t} - 0{,}619\ e^{-144{,}7t})\ 1(t) \tag{8}$$

Biểu thức (8) cũng có thể thu được trực tiếp theo số liệu bài toán, nếu sử dụng phụ lục 10, ở đây có các nghiệm các phương trình đồng nhất của các bậc một, hai và ba như ở các nghiệm thực cũng như ở các nghiệm phức.

2. Phương trình vi phân của hệ đối với trường hợp thứ hai theo (1), có thể viết dưới dạng:

$$(a_0p^2 + a_1p + a_2)\ y(t) = (b_0p + b_1)\ g(t) \tag{9}$$

(*) 1(t) là hàm số bậc 1 đơn vị.

ở đây $a_0 = T = 0{,}005$ s, $a_1 = 1$, $a_2 = K = 40\ s^{-1}$, $b_0 = K\tau = 0{,}8$, $b_1 = K = 40\ s^{-1}$

Trước hết ta tìm các điều kiện ban đầu có vị trí trực tiếp sau tác dụng tới hệ của hàm một bậc.

Do đó ta sử dụng thuận tiện phụ lục 9. Tương ứng với phụ lục được đưa ra từ (9) ta tìm được n = 2, m = 1 và ta có:

$$y_{+0} = y_{-0} = 0$$

$$y'_{+0} = y'_{-0} + \frac{b_0}{a_0} 1(t) = 0 + \frac{0{,}8}{0{,}005} 1(t) = 160\, 1(t)\ s^{-1} \qquad (10)$$

Nghiệm của phương trình (9) thuận tiện đưa về nghiệm của phương trình đồng nhất có cùng các hệ số, nếu chuyển tới biến mới:

$$z(t) = y(t) - y_{dk} \qquad (11)$$

ở đây:

$$y_{yct} = \frac{b_m}{a_n} 1(t) = \frac{b_1}{a_2} 1(t) = 1(t) \qquad (12)$$

- Nghiệm riêng của phương trình (9), có nghĩa giá trị xác lập của giá trị đầu ra y. Do đó, thay vào (9) ta có phương trình:

$$(a_0 p^2 + a_1 p + a_2)\, z(t) = 0 \qquad (13)$$

ở các điều kiện ban đầu:

$$z_{+0} = y_{+0} - y_{dk},\ z'_{+0} = y'_0 \qquad (14)$$

Các tỷ số này thu được từ phương trình (11).

Nghiệm (13) có dạng:

$$z(t) = A_1 e^{-\alpha_1 t} + A_2 e^{-\alpha_2 t} \qquad (15)$$

ở đây, theo trường hợp đầu, $\alpha_1 = 55{,}3\ s^{-1}$, $\alpha_2 = 144{,}7\ s^{-1}$.

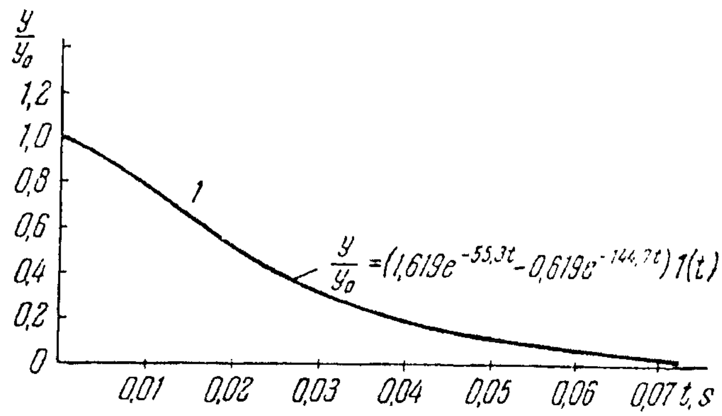
Để xác định các hằng số tích phân A_1 và A_2 từ (15), theo (10), (12) và (14) ta thu được các phương trình:

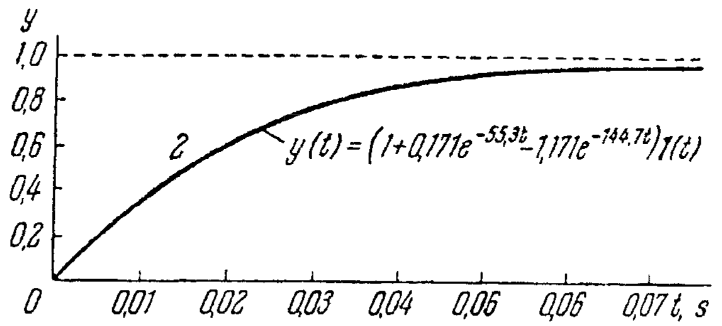
$$\left.\begin{aligned} A_1 + A_2 &= z_{+0} = y_{+0} - y_{yct} \\ \text{hay:}\quad A_1 + A_2 &= -1(t) \\ -\alpha_1 A_1 - \alpha_2 A_2 &= z'_{+0} = y'_{+0} \\ \text{hay:}\quad -\alpha_1 A_1 - \alpha_2 A_2 &= 160\quad 1(t) \end{aligned}\right\} \qquad (16)$$

Từ (16) ta có:

$$\left.\begin{aligned} A_1 &= \frac{-\alpha_2 + 160}{\alpha_2 - \alpha_1} 1(t) = 0{,}171\ 1(t), \\ A_2 &= \frac{-\alpha_2 + 160}{\alpha_1 - \alpha_2} 1(t) = -1{,}171\ 1(t), \end{aligned}\right\} \qquad (17)$$

Ta nhận thấy rằng nghiệm của phương trình (13) có thể thu được, nếu sử dụng phụ lục 10.





Hình 106. Các đường cong của các quá trình chuyển tiếp cho bài 165:

1- các điều kiện ban đầu không bằng 0;

2- phản lực của hệ tới tác dụng bậc.

Từ (15) ta có (theo (11), (12) và (17)):

$$y(t) = z(t) + y_{dk} = (0{,}171\ e^{-55{,}3t} - 1{,}171\ e^{-144{,}7t})\ 1(t) + 1(t)$$

Do đó, khi tác dụng tới hệ của hàm bậc duy nhất 1(t) giá trị đầu ra thay đổi theo quy luật:

$$y(t) = [1 + 0{,}171\ e^{-55{,}3t} - 1{,}171e^{-144{,}7t}]\ 1(t) \qquad (18)$$

Theo phương trình (8) trên hình 106 ta xây dựng đường cong 1, còn theo phương trình (18) - đường cong 2.

166. Hãy giải bài 165 ở các số liệu sau:

$$T = 0{,}005s, \quad K = 200\ s^{-1}, \quad K\tau = 0{,}8.$$

Đáp số:

1. Khi thoả mãn hệ quy luật chuyển động của nó:

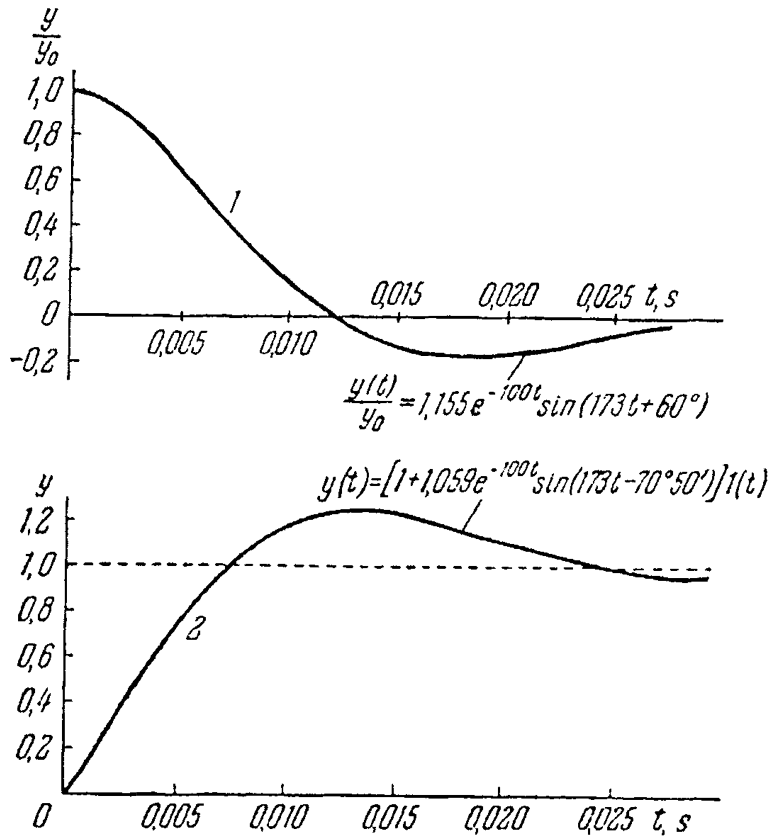
$$y(t) = 1{,}155y_0e^{-100t}\sin(173t + 60^0)$$

(đường cong 1 trên hình 107).

2. Ở tác dụng hàm bậc duy nhất tới hệ:

$$y(t) = [1 + 1{,}059e^{-100t}\sin(173t - 70^050')]\ 1(t)$$

(đường cong 2 trên hình 107).



Hình 107. Các đường cong của các quá trình chuyển tiếp cho bài 166:
1- các điều kiện ban đầu khác không; 2- phản lực của hệ tới tác dụng của bậc.

167. Hãy tìm hàm khối lượng ω(t):

1) đối với hệ được biểu diễn trong bài toán 165;

2) đối với hệ được biểu diễn trong bài 166.

Chỉ dẫn. Có thể sử dụng các hàm số chuyển tiếp của hệ này thu được trong các bài 165 và 166.

Đáp số:

1) $\omega(t) = (169{,}2e^{-144{,}7t} - 9{,}45e^{-55{,}3t})\, 1(t)$;

2) $\omega(t) = 212\, e^{-100t} \cos(173t - 40^0 50')\, 1(t)$

168. Hãy tìm hàm chuyển tiếp h(t) và hàm khối lượng ω(t) của hệ được mô tả bằng phương trình:

$$(a_0p^2 + a_1p + a_2)\, y(t) = b_0 g(t)$$

Tất cả các hệ số của phương trình dương; $b_0 = a_2$, $a_1^2 > 4a_0a_2$.

Đáp số:

$$h(t) = \left(1 - \frac{\alpha_2 e^{-\alpha_1 t} - \alpha_1 e^{-\alpha_2 t}}{\alpha_2 - \alpha_1}\right) 1(t)$$

$$\omega(t) = \frac{\alpha_1\alpha_2}{(\alpha_2 - \alpha_1)}\left(e^{-\alpha_1 t} - e^{\alpha_2 t}\right)1(t)$$

ở lây α_1 và α_2 - các giá trị tuyệt đối của các nghiệm phương trình đặc trưng của hệ.

169. Cho hệ điều khiển tự động tĩnh được mô tả bằng phương trình:

$$(a_0p^2 + a_1p + a_2)\, y(t) = b_0\, g(t)$$

ở lây $a_0 = 0{,}002\ s^2$, $a_1 = 0{,}12\ s$, $a_2 = 5$, $b_0 = 4$.

Hãy tìm phản ứng của hệ tới tác dụng của tầng $g(t) = g_0 \,.\, 1(t)$.

Đáp số: $y(t) = g_0[0{,}8 - e^{-30t}\sin(40t + 53^0 10')]\ 1(t)$

170. Hệ điều chỉnh tự động được mô tả bằng phương trình:

$$(a_0p^3 + a_1p^2 + a_2p + a_3)\, y(t) = (b_0p + b_1)\, g(t) \qquad (1)$$

ở đây, $a_0 = 5.10^{-4}\ s^2$; $a_1 = 0{,}105\ s$; $a_2 = 2{,}16$; $a_3 = b_1 = 65{,}3\ s^{-1}$; $b_0 = 1{,}16$

Hãy tính quá trình chuyển tiếp đối với hai trường hợp.

1. Khi mắc hệ sau khi độ không ăn khớp sơ bộ của nó tới giá trị x_0.

2. Khi hoạt động điều khiển ở dạng hàm một bậc $y(t) = 1(t)$ và các điều kiện không ban đầu $y_{-0} = y'_{-0} = y''_{-0} = 0$.

1. Bài giải đối với trường hợp 1. Phương trình đặc trưng tương ứng (1), có dạng ở các hệ số đã cho:

$$0{,}0005p^3 + 0{,}105p^2 + 2{,}16p + 65{,}3 = 0 \qquad (2)$$

Các nghiệm của phương trình (2) có thể tìm bằng phương pháp nào đó trong số các phương pháp đã biết. Các nghiệm này bằng:

$$\left.\begin{aligned} p_1 &= -\alpha = -180s^{-1} \\ p_{2,3} &= -\gamma \pm j\lambda = -10 \pm j25s^{-1} \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Đại lượng đầu ra của hệ, mà phương trình đặc trưng của nó một nghiệm thực và cặp nghiệm phức, có dạng:

$$y(t) = Ae^{-\alpha t} + Be^{-\gamma t}\sin(\lambda t + \delta) \qquad (4)$$

Các điều kiện ban đầu bằng:

$$y(0) = y_0\,,\ y'(0) = 0,\ y''(0) = 0 \qquad (5)$$

Từ (4) ta có:

$$\left.\begin{aligned} y'(t) &= -\alpha Ae^{-\alpha t} + Be^{-\gamma t}[\lambda\cos(\lambda t + \delta) - \gamma\sin(\lambda t + \delta)] \\ y''(t) &= \alpha^2 Ae^{-\alpha t} + Be^{-\gamma t}[(\gamma^2 - \lambda^2)\sin(\lambda t + \delta) - \\ &\qquad - 2\gamma\lambda\cos(\lambda t + \delta)] \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

Từ các biểu thức (4) ÷ (6) ta thu được hệ phương trình để xác định các hằng số tích phân A, B, δ:

$$\left.\begin{aligned} A + B\sin\delta &= y_0, \\ -\alpha A + B\lambda\cos\delta - \gamma B\sin\delta &= 0 \\ \alpha^2 A + B(\gamma^2 - \lambda^2)\sin\delta - 2\gamma\lambda\cos\delta &= 0 \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

Sau khi thế α, γ, λ theo (3) ta tìm được:

$$A = 0{,}0246y_0; \quad B = 1{,}13y_0; \quad \delta = 59^0 50' \quad (8)$$

Thế (8) vào (4) cho nghiệm của bài toán:

$$y(t) = y_0[0{,}0246e^{-180t} + 1{,}13e^{-10t}\sin(25t + 59^0 50')]$$

Kết quả này có thể thu được trực tiếp từ (2) và (5), nếu sử dụng phụ lục 10.

2. Chỉ dẫn cho kết quả bài toán đối với trường hợp thứ hai. Các điều kiện bạn đo (có vị trí trực tiếp, sau áp dụng tác dụng cưa tầng) có thể xác định nhờ phụ lục 9.

Đáp số:

$$y(t) = [1 + 0{,}0541e^{-180t} - 1{,}0541e^{-10t}\sin(25t + 88^0 15')]\ 1(t)$$

171. Hãy tìm quá trình chuyển tiếp trong hệ cho ở bài toán trước, ở tác dụng điều khiển tăng theo quy luật tuyến tính:

$$g(t) = at\ 1(t)$$

Chỉ dẫn. Nghiệm riêng của phương trình vi phân của hệ có nghĩa thành phần cưỡng bức của quá trình chuyển tiếp cần tìm ở dạng:

$$y_B = b + ct$$

Đáp số:

$$y(t) = a[t - 0{,}000302e^{-180t} - 0{,}0392e^{-10t}\sin(25t - 23^0 30') - 0{,}01532]\ 1(t)$$

172. Hệ điều chỉnh tự động được mô tả bằng phương trình

$$(a_0 p + a_1)\ y(t) = b_0 p g(t) \quad (1)$$

Hãy tìm quá trình chuyển tiếp ở hệ nhờ tích phân Diuamel đối với hai dạng của tác dụng điều khiển:

1) $$g(t) = at1(t) \quad (2)$$

2) $$g(t) = b(e^{-qt} - e^{-rt})\ 1(t) \quad (3)$$

Ở các điều kiện không ban đầu

Bài giải. Đối với trường hợp $g(t) = at\ 1(t)$

Tích phân Diuamel có thể viết dưới dạng:

$$y(t) = g(0)\ h(t) + \int_0^t g'(\tau)h(t-\tau)d\tau \quad (4)$$

Ở đây h(t) - hàm chuyển tiếp của hệ.

Để xác định h(t) ta tìm phản ứng của hệ tới tác dụng bậc duy nhất, có nghĩa ta giải phương trình:

$$(a_0p + a_1)\, y(t) = b_0 p\, 1(t) \tag{5}$$

Ở các điều kiện không ban đầu.

Tương ứng với phương trình 5 ta có:

$$y_{0d} = 0 \tag{6}$$

Nếu sử dụng phụ lục 9, ta cũng tìm được:

$$y_{+0} = y_{-0} + \frac{b_0}{a_0} 1(t) = \frac{b_0}{a_0} 1(t) \tag{7}$$

Có kể đến (6) và (7) nghiệm của phương trình (5) có dạng:

$$y(t) = A\, e^{-\frac{t}{T}} + y_{yct} = Ae^{-\frac{t}{T}} = 1(t)\frac{b_0}{a_0} e^{-\frac{t}{T}} \tag{8}$$

ở đây $T = \frac{a_0}{a_1}$

Do đó, hàm chuyển tiếp của hệ bằng:

$$h(t) = \frac{b_0}{a_0} e^{-\frac{t}{T}} 1(t) \tag{9}$$

Đối với tác dụng điều khiển tuyến tính (2) có:

$$g'(t) = a \tag{10}$$

Ta thế (9) và (10) vào (4):

$$y(t) = \int_a^t a \frac{b_0}{a_0} e^{-\frac{t-\tau}{T}} d\tau \tag{11}$$

Nếu tích phân phương trình (11), ta tìm được kết quả đối với trường hợp đầu của bài toán:

$$y(t) = a\frac{b_0}{a_1}\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) 1(t)$$

Kết quả đối với trường hợp tác dụng điều khiển không theo chu kỳ (3):

$$y(t) = b\frac{b_0}{a_0} \frac{(r - qrT)e^{-rt} - (q - qrT)e^{-qT} + (q - r)e^{-\frac{t}{T}}}{T\left(\frac{1}{T} - q\right)\left(\frac{1}{T} - r\right)}$$

173. Hãy tìm quá trình chuyển tiếp ở hệ mô tả bằng phương trình:

$$(a_0p + a_1)\, y(t) = b_0 g(t)$$

ở tác dụng điều khiển dao động tắt dần:

$$g(t) = ce^{-rt} \sin\Omega t$$

và các điều kiện không ban đầu.

Chỉ dẫn. Yêu cầu sử dụng tích phân Diuamel.

Đáp số:

$$y(t) = c\frac{b_0}{a_1}\frac{\left(\frac{1}{T}-r\right)e^{-rt}\sin\Omega t-\Omega e^{-rt}\cos\Omega T+\Omega e^{-\frac{t}{T}}}{T\left[\left(\frac{1}{T}-r\right)^2+\Omega^2\right]}1(t)$$

ở đây $T = \frac{a_0}{a_1}$.

4.2. SỬ DỤNG BIỂU DIỄN LAPLACE VÀ KARSON - HEVINSAID

174. Hàm truyền của hệ điều chỉnh tự động hở bằng:

$$W(p) = \frac{K}{p(1+Tp)} = \frac{20}{p(1+0,1p)} \tag{1}$$

Hãy tìm hàm chuyển tiếp h(t) và hàm khối lượng ω(t) của hệ kín.

Bài giải. Hàm truyền của hệ kín, có tính đến (1) bằng:

$$\Omega(p) = \frac{W(p)}{1+W(p)} = \frac{K}{Tp^2+p+K} = \frac{20}{0,1p^2+p+20} \tag{2}$$

Hàm chuyển tiếp h(t) là phản ứng của hệ cho tác dụng tầng đơn 1(t).

Biểu diễn Y(p) giá trị đầu ra y(t) của hệ kín ở tác dụng điều khiển g(t) mà biểu diễn của nó bằng G(p), ở các điều kiện không ban đầu là tích:

$$Y(p) = \Phi(p)\,G(p)$$

Biểu diễn hàm tầng đơn theo Karson - Hevinsaid bằng 1, còn theo Laplace 1/p. Vì vậy hàm chuyển tiếp h(t) của hệ có thể thu được như kết quả biến đổi ngược theo Karson - Hevinsaid hàm truyền của hệ kín, có nghĩa biểu thức (2) như kết quả biến đổi ngược theo tích Laplace:

$$\frac{1}{p}\Phi(p) = \frac{20}{p(0,1p^2+p+20)} \tag{3}$$

Để chuyển tiếp từ biểu diễn (2) hay (3) tới gốc cần tìm h(t) thì mẫu số biểu diễn cần phân tích thành các số nhân. Vì vậy ta cho mẫu số (2) bằng 0:

$$Tp^2 + p + K = 0 \quad \text{hay} \quad 0,1p^2 + p + 20 = 0 \tag{4}$$

và tìm các nghiệm của phương trình thu được (4):

$$\left.\begin{aligned} p_1 &= -\gamma + j\lambda = -5 + j13,2s^{-1} \\ p_2 &= -\gamma - j\lambda = -5 - j13,2s^{-1} \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Tiếp theo có thể viết mẫu của biểu thức (2) ở dạng:

$$0{,}1p^2 + p + 20 = 0{,}1\,(p - p_1)\,(p - p_2)$$
$$= 0{,}1[p - (-\gamma + j\lambda)]\,[p - (-\gamma - j\lambda)]$$
$$= 0{,}1[(p+\gamma)^2 + \lambda^2] = 0{,}1\,[(p+5)^2 + 13{,}2^2] \quad (6)$$

Bây giờ thay thế (3) ta có

$$\frac{1}{p}\Phi(p) = \frac{20}{0{,}1p[(p+5)^2 + 13{,}2^2]} = \frac{200}{p[(p+5)^2 + 13{,}2^2]} \quad (7)$$

Từ các bảng biểu diễn hàm theo Laplace ta chọn công thức tương ứng biểu diễn (7):

$$\frac{1}{p[(p+\gamma)^2 + \lambda^2]} = \frac{1}{\gamma^2 + \lambda^2} + \frac{1}{\lambda\sqrt{\gamma^2 + \lambda^2}} e^{-\gamma t} \sin(\lambda t - \psi)$$

$$\psi = \text{arctg}\, \frac{\lambda}{-\gamma} \quad (8)$$

Khi chọn các công thức cần thấy rằng trong các tài liệu tra cứu các công thức này được biểu diễn ở trình tự tăng bậc của đa thức từ p ở mẫu số biểu diễn.

Đối với trường hợp các nghiệm thực và đối với các nghiệm phức luôn sơ bộ sử dụng các công thức riêng biệt. Vì vậy, nếu các nghiệm tử số của biểu thức (2) là thực, thì thay công thức (8) bằng công thức:

$$\frac{1}{p(p+\alpha)(p+\beta)} = \frac{1}{\alpha\beta} + \frac{1}{\alpha-\beta}\left(\frac{1}{\alpha}e^{-\alpha t} - \frac{1}{\beta}e^{-\beta t}\right)$$

ở đây α và β - các giá trị thực của các nghiệm.

So sánh (7) và (8) ta thu được gốc biểu thức (7) có nghĩa hàm chuyển tiếp của hệ

$$h(t) \doteqdot \Phi(p)$$
$$\doteqdot \left[\frac{200}{5^2 + 13{,}2^2} - \frac{200}{13{,}2\sqrt{5^2 + 13{,}2^2}} e^{-5t} \sin(13{,}2t + 69^0 15')\right] 1(t)$$

hay: $$h(t) = [1 - 1{,}068e^{-5t} \sin(13{,}2t + 69^0 15')]\, 1(t) \quad (9)$$

Nhận xét. Cần chú ý đến tính toán góc ψ theo công thức (8), bởi vì các dấu trong các công thức đối với ψ, điển hình đối với các biểu thức tương tự được biểu diễn độc đáo. Dấu của tử số trong các biểu thức đối với tangen ψ là dấu của Sinus ψ, còn dấu của mẫu số là dấu của Cosinus ψ. Do đó, công thức đối với ψ có chứa biểu thức nâng lên bình phương, mà ở nó có góc này. Điều này cho phép thoát khỏi tính kép ở kết quả đối với ψ được gây ra bởi sự trùng các tangen của hai góc khác nhau đối với π.

Ở ví dụ đã cho ở đây $\text{tg}\psi = -\dfrac{13{,}2}{5} = -2{,}64$, từ hai giá trị có thể ψ bằng $-69^0 15$ và $+110^0 45'$, cần lấy số thứ hai, bởi vì biểu thức $\psi = \text{arctg}\dfrac{\lambda}{-\gamma} = \text{arctg}\dfrac{13{,}2}{-5}$ chỉ ra rằng góc ở góc phần tư thứ hai.

Ở kết quả từ công thức (8) suy ra:

$$\sin(\lambda t - \psi) = \sin(13{,}2t - 110^0 45') = -\sin(13{,}2t + 69^0 15'),$$

điều đó kể tới khi biểu diễn biểu thức (9).

Hàm khối lượng $\omega(t)$ của hệ có thể tìm như đạo hàm của hàm chuyển tiếp (9) theo thời gian.

H àm khối lượng có thể tìm và trực tiếp theo hàm truyền (2), như biến đổi ngược của nó theo Laplace.

$$\omega(t) = L^{-1}[\Phi(p)] = L^{-1}\left[\frac{20}{0{,}1p^2 + p + 20}\right] = L^{-1}\left[\frac{200}{(p+5)^2 + 13{,}2^2}\right] \tag{10}$$

hay như biến đổi ngược tích theo Karson - Hevinsaid

$$p\Phi(p) = \frac{20p}{0{,}1p^2 + p + 20} = \frac{200p}{(p+5)^2 + 13{,}2^2} \tag{11}$$

Từ bảng biểu diễn các hàm theo công thức Laplace tương ứng (10):

$$\frac{1}{(p+\gamma)^2 + \lambda^2} = \frac{1}{\lambda} e^{-\gamma t} \sin \lambda t \tag{12}$$

Theo (7), (10) và (12) ta thu được hàm khối lượng của hệ:

$$\omega(t) = 15{,}15 e^{-5t} \sin 13{,}2t \; 1(t) \tag{13}$$

175. Đối với hệ điều chỉnh tự động kín cho trong bài toán trước, hãy tìm quy luật thay đổi của đại lượng đầu ra $y(t)$ khi không có tác dụng điều khiển, độ không ăn khớp ban đầu $y(0) = y_0$ và tốc độ không ban đầu.

Bài giải. Theo phương trình (2) của bài toán trước, phương trình vi phân của hệ kín có dạng:

$$(Tp^2 + p + K)\, y(t) = Kg(t) \tag{1}$$

ở đây $g(t)$ - tác dụng điều khiển. Từ (1) để thu được sự biểu diễn đại lượng $y(t)$ đầu ra cần thiết sử dụng các biểu thức toán tử đối với các đạo hàm có kể đến các điều kiện ban đầu. Ta viết các biểu thức này theo Laplace, nếu giả thiết rằng $Y(p)$ là biểu diễn hàm số $y(t)$:

$$\left.\begin{aligned} py(t) &= y'(t) = pY(p) - y(0) \\ y(t) &= y''(t) = p^2Y(p) - py(0) - y'(0) \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

ở đây $y(0)$ và $y'(0)$ - các giá trị ban đầu của đại lượng đầu ra và đạo hàm của nó. Từ (1) và (2) và cho rằng $g(t) = 0$, ta có:

$$Tp^2Y(p) - Tpy(0) - Ty'(0) + pY(p) - y(0) + KY(p) = 0$$

hay:

$$Y(p) = \frac{(Tp+1)y(0) + Ty'(0)}{Tp^2 + p + K} \tag{3}$$

Nếu thế các giá trị của các điều kiện bay đầu $y(0) = y_0$ và $y'(0) = 0$ và các hệ số của phương trình T = 0,1s và K' = 20 s^{-1}, ta có:

$$Y(p) = \frac{(0{,}1p+1)y_0}{0{,}1p^2+p+20} = \frac{(0{,}1p+1)y_0}{0{,}1[(p+5)^2+13{,}2^2]} = \frac{(p+10)y_0}{(p+5)^2+13{,}2^2} \tag{4}$$

Công thức theo bảng (theo Laplace):

$$\frac{(p+\delta)}{(p+\gamma)^2+\lambda^2} \risingdotseq \frac{1}{\lambda}\sqrt{(\delta-\gamma)^2+\lambda^2}\, e^{-\gamma t}(\lambda t+\psi) \tag{5}$$

$$\psi = \text{arctg}\,\frac{\lambda}{\delta-\gamma}$$

Từ biểu thức (4) trên cơ sở công thức (5) ta có:

$$y(t) = y_0\frac{\sqrt{(10-5)^2+13{,}2^2}}{13{,}2}e^{-5t}\sin(13{,}2t+69^0 15')$$

hay:

$$y(t) = y_0 1{,}068e^{-5t}\sin(13{,}2t+69^0 15')$$

Nhận xét. Sử dụng các công thức bảng kiểu công thức (5) không là phương pháp duy nhất chuyển từ biểu diễn hàm tới dạng gốc của nó. Ví dụ, có thể sử dụng lý thuyết phân tích.

Trước khi chuyển về gốc y(t) có thể kiểm tra độ chính xác của biển diễn Y(p) theo một vài dấu hiệu. Trong trường hợp riêng có thể kiểm tra biểu diễn theo thứ nguyên của nó. Biểu diễn theo Karson - Hevinsaid của hàm nào đó, ví dụ y(t):

$$Y(p) = p\int_0^\infty y(t)e^{-pt}dt \tag{6}$$

có cùng thứ nguyên như ở gốc y(y). Ví dụ, điều đó cho thấy rằng biểu diễn hàm tầng theo Karson - Hevinsaid bằng chính hàm số, có nghĩa A1(t) = A ở $t \geq 0$. Từ biểu thức (6) suy ra rằng argument p của biểu thức có thứ nguyên thời gian^{-1}. Thứ nguyên biểu diễn hàm theo Laplace:

$$Y(p) = L[y(t)] = \int_0^\infty y(t)e^{-pt}dt \tag{7}$$

bằng thứ nguyên gốc nhân với thời gian, có nghĩa lệch với thứ nguyên của biểu thức (6) theo Karson - Hevinsaid bởi số nhân thời gian.

Ta sử dụng các khái niệm này về các thứ nguyên cho kiểm tra biểu diễn Laplace (3) có toạ độ y của hệ được nghiên cứu phần bên phải của biểu thức (3) cần có thứ nguyên của tích toạ độ X thời gian. Ta cho rằng thứ nguyên p - đó là thời gian^{-1}, ta thấy rằng tất cả số hạng tử số của biểu thức (3) có thứ nguyên toạ độ, còn mẫu - thời gian^{-1}. Do đó, kiểm tra theo thứ nguyên cho kết quả dương.

Ta chuyển sang các dạng khác kiểm tra biểu thức.

Theo biểu thức (3) có thể trực tiếp tìm giá trị ban đầu của góc

$$y(0) = \lim_{p\to\infty} pY(p) \qquad (8)$$

Nếu sử dụng (8) cho (3), ta có: $y(0) = \dfrac{T}{T}y(0)$.

Theo biểu thức (3) có thể cũng tìm thấy giới hạn gốc y(t) khi $t \to \infty$, nếu giới hạn này tồn tại, theo công thức :

$$\lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{p\to 0} pY(p) \qquad (9)$$

Dấu hiệu sự tồn tại giới hạn gốc đã chỉ ra là phân bố tất cả các cực của biểu thức Y(p) chỉ ở nửa mặt phẳng bên trái của biến phức p, có nghĩa các phần thực của tất cả nghiệm của mẫu số hàm Y(p) cần là âm. Đối với biểu thức (3) điều kiện này được thực hiện. Nếu sử dụng (9) cho (3) ta tìm được $y(\infty) = \dfrac{0}{K} = 0$, điều đó đúng, bởi vì từ các biểu thức vật lý suy ra rằng ở bài toán đang xét sai số thiết lập bằng 0.

Các dạng kiểm tra nêu ra của biểu thức thu được chỉ cho các điều kiện cần thiết của độ chính xác kết quả; tuy nhiên thực tế các điều kiện này thường là đủ.

176. Hàm truyền của hệ hở bằng :

$$W(p) = \frac{K}{(1+T_1p)(1+T_2p)} = \frac{3}{(1+0{,}2p)(1+0{,}01p)}$$

Hãy tìm hàm chuyển tiếp của hệ kín.

Đáp số:

$$h(t) = (0{,}750 + 0{,}341e^{-80t} - 1{,}091e^{-25t}\, 1(t).$$

177. Đối với hệ của bài toán trước hãy tìm quy luật chuyển động khi không có tác dụng điều khiển ở các điều kiện ban đầu $y(0) = y_0$ và $y'(0) = y'_0$.

Chỉ dẫn. Kết quả là tổng của hai số hạng, mà một trong số chúng tỷ lệ với y_0, còn khác - là y'_0; các số hạng này thuận tiện tìm riêng biệt và các kết quả cộng.

Đáp số:

$$y(t) = y_0[1{,}455^{-25t} - 0{,}455e^{-80t}] + 0{,}0182y'_0[e^{-25t} - e^{-80t}].$$

178. Đối với hệ theo dõi kín có hàm truyền (xem bài 174):

$$\Phi(p) = \frac{20}{0{,}1p^2 + p + 20}$$

Hãy tìm quy luật chuyển động ở tác dụng điều khiển dưới dạng hàm tầng $g_0 1(t)$ và ở các điều kiện ban đầu $y(0) = y_0$ và $y'(0) = 0$.

Đáp số:

$$y(t) = g_0[1 - 1{,}068e^{-5t}\sin(13{,}2t + 69^0 15')] + y_0 1{,}068e^{-5t}\sin(13{,}2t + 69^0 15')$$

179. Đối với hệ theo dõi ở trạng thái hệ có hàm truyền:

$$W(p) = \frac{K}{p(1+Tp)} = \frac{24}{p(1+0,0067p)}$$

Hãy tìm đại lượng đầu ra y(t) ở tác dụng điều khiển ở dạng hàm tầng $g(t) = g_0 1(t)$ và ở các điều kiện ban đầu $y(0) = y_0$ và $y'(0) = y'_0$.

Đáp số:

$$y(t) = g_0[1 - 1{,}333e^{-30t} + 0{,}333e^{-120t}] +$$
$$+ y_0[1{,}333e^{-30t} - 0{,}333e^{-120t}] + 0{,}0111y'_0[e^{-30t} - e^{-120t}]$$

180. Hãy tìm quy luật thay đổi đại lượng đầu ra y(t) của hệ theo dõi kín ở tác dụng điều khiển tầng 1(t) và các điều kiện không ban đầu. Hàm truyền của hệ hở:

$$W(p) = \frac{K(1+T_2p)}{p(1+T_1p)(1+T_3p)} = \frac{500(1+0{,}03p)}{p(1+0{,}1p)(1+0{,}006p)} \quad (1)$$

Bài giải. Ta tìm hàm truyền của hệ kín:

$$\Phi(p) = \frac{W(p)}{1+W(p)} = \frac{K(1+T_2p)}{p(1+T_1p)(1+T_3p)+K(1+T_2p)}$$
$$= \frac{15p+500}{0{,}0006p^3+0{,}106p^2+16p+500} \quad (2)$$

Biểu thức theo Karson- Hevinsaid của phản ứng hệ cần tìm cho tác dụng tầng có dạng:

$$X(p) = \Phi(p) \quad (3)$$

Tiếp theo, không phụ thuộc vào phương pháp chuyển từ (3) tới gốc được đưa ra cần thiết tìm các nghiệm của mẫu biểu thức (2), có nghĩa các nghiệm của phương trình:

$$0{,}0006p^3 + 0{,}106p^2 + 16p + 500 = 0 \quad (4)$$

ở kết quả tính toán không được đưa ra ở đây ta có các nghiệm sau của phương trình (4):

$$\left.\begin{aligned} p_1 &= -39{,}2s^{-1}, \\ p_2 &= (-68{,}8 + j128{,}5)s^{-1}, \\ p_3 &= (-68{,}8 - j128{,}5)s^{-1} \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

Nếu bây giờ mẫu của biểu thức (2) được biểu diễn ở dạng tích (có kể đến (5)):

$$0{,}0006p^3 + 0{,}106p^2 + 16p + 500 =$$
$$= 0{,}0006(p + 39{,}2)\,[(p + 68{,}8)^2 + 128{,}5^2]$$

thì chuyển về góc có thể được nhờ các bảng biểu thức.

Ở đây ta sử dụng phương pháp khác chuyển về gốc - nhờ lý thuyết phân tích. Giả sử hàm cần tìm y(t) có biểu thức sau theo Karson - Hevinsaid:

$$Y(p) = \frac{B(p)}{D(p)} = \frac{b_0p^m + b_1p^{m-1} + \ldots + b_{m-1}p + b_m}{a_0p^n + a_1p^{n-1} + \ldots + a_{n-1}p + a_n} \quad (6)$$

ngoài ra $m \leq n$ và phương trình $D(p) = 0$ không có nghiệm không và nghiệm khả ước. Khi đó theo lý thuyết phân tích gốc $y(t)$ có thể tìm theo công thức:

$$y(t) = \frac{B(0)}{D(0)} + \sum_{k=1}^{n} \frac{B(p_k)}{p_k D'(p_k)} e^{p_k t} \tag{7}$$

ở đây, $p_1, \ldots, p_k, \ldots, p_n$ - các nghiệm của phương trình, còn $D'(p) = \frac{d}{dp} D(p)$. Tương ứng với (2) và (3), ta viết:

$$Y(p) = \frac{15p + 500}{0{,}0006p^3 + 0{,}106p^2 + 16p + 500}$$

$$= \frac{25000(p + 33{,}3)}{p^3 + 176{,}6p^2 + 26700p + 833000} \tag{8}$$

So sánh (8) và (6) ta có:

$$\left.\begin{aligned} &B(p) = 25000\,(p + 33{,}3)\,B(0) = 833000 \\ &D(p) = p^3 + 176{,}6p^2 + 26700p + 833000 \\ &D(0) = 833000, D'(p) = 3p^2 + 353p + 26700 \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Theo lý thuyết phân tích (7) ta có:

$$y(t) = 1 + \sum_{k+1}^{3} \frac{25000(p_k + 33{,}3)}{(3p_k^2 + 353p_k + 26700)} e^{p_k t} \tag{10}$$

Ta tính riêng các số hạng trong (10) dưới dấu tổng. Ở $p_1 = -39{,}2\ s^{-1}$ ta có:

$$\frac{B(p_1)}{p_1 D'(p_1)} e^{p_1 t} = \frac{-147500}{-39{,}2.17430} e^{-39{,}2t} = 0{,}216 e^{-39{,}2t} \tag{11}$$

Ở $p_2 = (-68{,}8 + j128{,}5)\ s^{-1} = 146 e^{j118^0 10'}\ s^{-1}$ ta có:

$$\frac{B(p_2)}{p_2 D'(p_2)} e^{p_2 t} = \frac{2{,}5.10^4.133{,}5 e^{j105^0 25'}}{146 e^{j118^0 10'}.3{,}4.10^4 e^{-j166^0 53'}} e^{(-68{,}8 + j128{,}5)t}$$

$$= 0{,}672\, e^{j(154^0 8')} e^{-68{,}8t} e^{j128{,}5t} = 0{,}672 e^{j(128{,}5t + 154^0 8')} e^{-68{,}8t} \tag{12}$$

Ở $p_3 = (-68{,}8 - j128{,}5)\ s^{-1} = 146 e^{j118^0 10'}\ s^{-1}$ ta có:

$$\frac{B(p_3)}{p_3 D'(p_3)} e^{p_3 t} = 0{,}672 e^{-j(128{,}5t + 154^0 8')} e^{-68{,}8t} \tag{13}$$

Biểu thức (13) được viết không tính toán, trực tiếp dạng biểu thức (12), bởi vì các nghiệm p_2 và p_3 là liên hợp, còn các hệ số trong biểu thức (10) đơn thuần là thực. Ở các điều kiện này các biểu thức phức (12) và (13) cũng là liên hợp.

Nếu tất cả các nghiệm của phương trình (4) là thực, thì các biểu thức (11) ÷ (13) không chứa các số phức và tính toán có thể kết thúc bằng cách thế các biểu thức này vào công thức (10).

Ở trường hợp đã cho các biểu thức (12) và (13) là phức, vì vậy chúng cần biến đổi. Nếu sử dụng công thức Ole cho tổng các biểu thức liên hợp (12) và (13):

$$\frac{e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}}{2} = \cos\alpha$$

Ta có:

$$\frac{B(p_2)}{p_2 D'(p_2)} e^{p_2 t} + \frac{B(p_3)}{p_3 D'(p_3)} e^{p_3 t} =$$

$$= 0{,}672 e^{-68{,}8t}[e^{j(128{,}5t+154^0 8')} + e^{-j(128{,}5t+154^0 8')}]$$

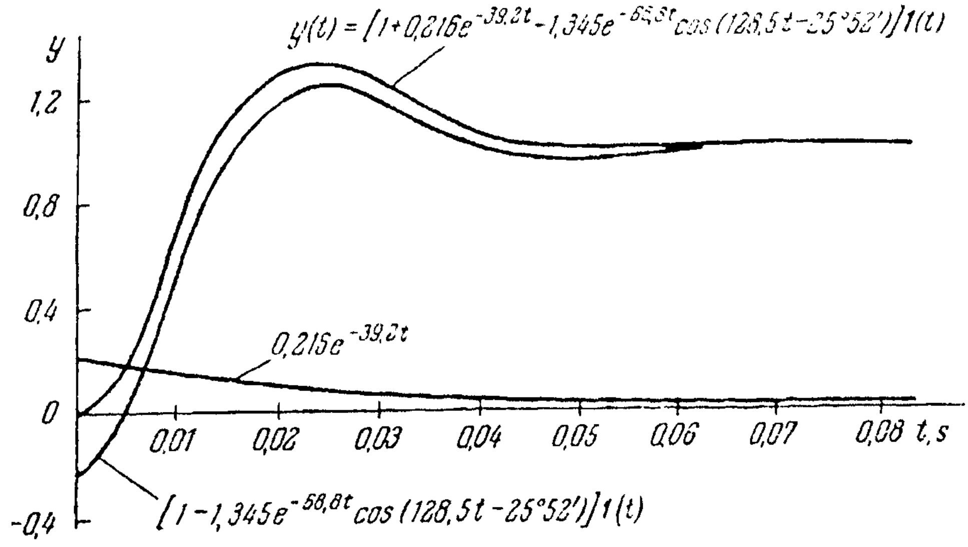
$$= 1{,}345 e^{-68{,}8t}\cos(128{,}5t + 154^0 8')$$

$$= -1{,}345 e^{-68{,}8t}\cos(128{,}5t - 25^0 52') \qquad (14)$$

Thế các hàm (11) và (14) vào công thức (10) cho phản ứng của hệ cho tác dụng tầng 1(t):

$$y(t) = [1 + 0{,}216 e^{-39{,}2t} - 1{,}345 e^{-68{,}8t}\cos(128{,}5t - 25^0 52')]\, 1(t) \qquad (15)$$

Các số hạng riêng biệt của phương trình này và đường cong y(t) được xây dựng trên hình 108.



Hình 108. Quá trình chuyển tiếp trong hệ theo dõi có tính vô hướng bậc một ở tác dụng điều khiển tầng.

181. Đối với hệ theo dõi kín có ở bài toán trước hãy tìm ở dạng tổng quát biểu thức Y(p) theo Laplace và Karson - Hevinsaid của đại lượng đầu ra Y(t) qua biểu thức G(p) của tác dụng điều khiển. Ở hai điều kiện không phải là không ban đầu $y(0) = y_0$, $y'(0) = y'_0$ và $y''(0) = y''_0$.

Đáp số: Biểu diễn theo Laplace:

$$Y(p) = L[y(t)]$$
$$= [(15p + 500)G(p) + (6.10^{-4}p^2 + 0,106p + 16)y_0 +$$
$$+ (6.10^{-4}p + 0,106)y'_0 + 6.10^{-4}y''_0] \times$$
$$\times [6.10^{-4}p^3 + 0,106p^2 + 16p + 500]^{-1}$$

Biểu diễn theo Karson - Hevinsaid:

$$Y(p) = [(15p + 500)G(p) + p(6.10^{-4}p^2 + 0,106p + 16)y_0 +$$
$$+ p(6.10^{-4}p + 0,106(y'_0 + 6.10^{-4}py''_0] \times$$
$$\times 6.10^{-4}p^3 + 0,106p^2 + 16p + 500]^{-1}.$$

182. Hãy tìm quy luật chuyển động của hệ được thể hiện trong bài 180 và 181 khi không có tác dụng điều khiển và các điều kiện ban đầu $y(0) = y_0$, $y'(0) = 0$ và $y''(0) = 0$.

Đáp số:

$$y(t) = y_0[1,221e^{-39,2t} + 0,335e^{-68,8t}\sin(128,5t + 41^0 45')].$$

183. Hệ theo dõi được đưa ra trong bài 180, có hàm truyền ở trạng thái hở:

$$W(p) = \frac{K(1+T_2p)}{p(1+T_1p)(1+T_3p)} = \frac{500(1+0,03p)}{p(1+0,1p)(1+0,006p)}$$

Hãy tìm đại lượng đầu ra y(t) của hệ theo dõi kín ở tác dụng điều khiển ở dạng hàm xung $A\delta(t)$ ở các điều kiện không ban đầu, $\delta(t)$ - hàm xung duy nhất. Hãy tìm hàm khối lượng $\omega(t)$ của hệ.

Đáp số:

$$y(t) = A[-8,46e^{-39,2t} + 196,4e^{-68,8t}\sin(128,5t + 2^0 30')]$$

$$\omega(t) = \frac{1}{A}y(t)$$

184. Đối với hệ theo dõi kín, mà hàm truyền của nó ở trạng thái hở bằng:

$$W(p) = \frac{K}{p(1+Tp)} = \frac{24}{p(1+0,0067p)}$$

Hãy tìm đại lượng đầu ra y(t) ở tác dụng điều khiển tuyến tính $g(t) = at\,1(t)$ và các điều kiện không ban đầu.

Bài giải. Hàm truyền của hệ kín bằng:

$$\Phi(p) = \frac{W(p)}{1+W(p)} = \frac{3600}{p^2 + 150p + 3600} \quad (1)$$

Biểu diễn tác dụng điều khiển theo Laplace:

$$G(p) = \frac{a}{p^2} \quad (2)$$

Theo (1) và (2) biểu diễn đại lượng đầu ra theo Laplace bằng

$$Y(p) = \Phi(p)\,G(p) = \frac{3600a}{p^2(p^2+150p+3600)} \tag{3}$$

Để tìm kiếm gốc của biểu thức (3) có thể sử dụng lý thuyết phép co, mà theo nó:

$$y(t) = \int_0^t x_1(\tau)x_2(t-\tau)d\tau \tag{4}$$

nếu:

$$Y(p) = X_1(p)\,X_2(p) \tag{5}$$

và:

$$x_1(t) = X_1(p) \tag{6}$$

$$x_2(t) = X_2(p) \tag{7}$$

Tương ứng với (5) biểu thức (3) cần phân tách ra hai số nhân có tính toán sao cho tích của các gốc của chúng được tích phân dễ dàng. Ta lấy các số nhân này như sau:

$$Y(p) = \frac{3600}{p(p^2+150p+3600)}\cdot\frac{a}{p}$$

có nghĩa:

$$X_1(p) = \frac{3600}{(p(p^2+150p+3600)} = \frac{3600}{p(p+30)(p+120)} \tag{8}$$

$$X_2(p) = \frac{a}{p} \tag{9}$$

Mẫu của biểu thức (8) được phân tích thành các số nhân bằng cách bình thường. Đối với các biểu thức (8) và (9) ta chọn các công thức hợp lý từ bảng biểu diễn theo Laplace:

$$\frac{1}{p(p+\alpha)(p+\beta)} = \frac{1}{\alpha\beta} + \frac{\frac{1}{\alpha}e^{-\alpha t} - \frac{1}{\beta}e^{-\beta t}}{\alpha-\beta} \tag{10}$$

$$\frac{1}{p} \fallingdotseq 1(t) \tag{11}$$

Bây giờ từ (6) ÷ (11) ta tìm được:

$$x_1(t) = (1 - 1{,}333e^{-30t} + 0{,}333e^{-120t})\,1(t) \tag{12}$$

$$x_2(t) = a1\,(t) \tag{13}$$

Ta thế các phương trình gốc (12) và (13) vào công thức (4) của lý thuyết phép co:

$$y(t) = \int_0^t [1 - 1{,}333e^{-30\tau} + 0{,}333e^{-120\tau}].[-a1(t-\tau)]d\tau \tag{14}$$

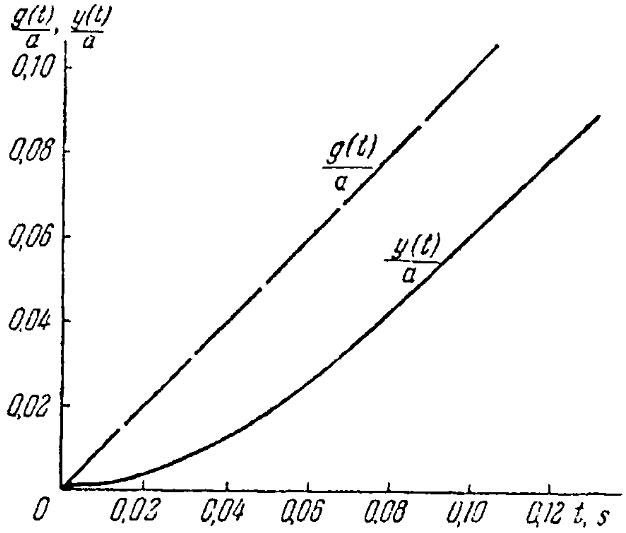
Ta tích phân (14):

$$y(t) = a[\tau + 0{,}0445e^{-30\tau} - 0{,}00277e^{-120\tau}]_0^t$$

Từ đó nghiệm cần tìm của bài toán:

$$y(t) = a(t + 0{,}0445e^{-30t} - 0{,}00277e^{-120t} - 0{,}0417)\ 1(t)$$

Tác dụng điều khiển g(t) và đại lượng đầu ra y(t) được xây dựng trên hình 109.



Hình 109. *Quá trình chuyển tiếp ở hệ theo dõi với tính vô hướng bậc nhất ở tác dụng điều khiển tuyến tính.*

185. Hàm truyền của hệ theo dõi hở bằng:

$$W(p) = \frac{K}{p(1+Tp)} = \frac{24}{p(1+0{,}0067p)}$$

Hãy tìm sai số $x(t) = g(t) - y(t)$ của hệ theo dõi kín ở các điều kiện không ban đầu đối với tác động điều khiển có hai dạng:

1) ở tác dụng theo tầng $g(t) = g_0 1(t)$;

2) ở tác dụng điều khiển tăng theo quy luật tuyến tính $g(t) = at\ 1(t)$.

Chỉ dẫn. Hàm truyền của hệ theo dõi đối với sai số bằng:

$$\Phi_x(p) = \frac{1}{1+W(p)}$$

Đáp số:

1) $x(t) = g_0(1{,}333e^{-30t} - 0{,}333e^{-120t})\ 1(t)$

2) $x(t) = a(0{,}0417 - 0{,}0445e^{-30t} - 0{,}00277e^{-120t}\ 1(t).$

Sai số đối với cả hai trường hợp được xây dựng trên hình 110.

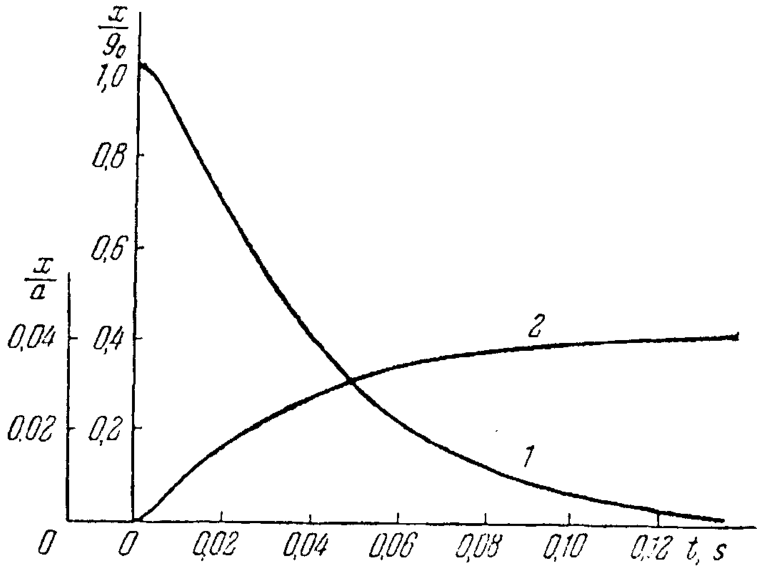
186. Hệ theo dõi, mà sơ đồ của nó cho trên hình 111, có trạng thái hở của hàm tuyến:

$$W(p) = W_1(p)\,W_2(p) = \frac{k_1}{1+Tp}\cdot\frac{k_2}{p}$$

Sơ đồ bao gồm hai khâu, mà giữa chúng có nhiễu f(t). Hãy tìm giá trị đầu ra y(t) đối với nhiễu tầng $f(t) = f_0 1(t)$ khi không có tác dụng điều khiển g(t) và các điều kiện không ban đầu; $K = k_1k_2 = 24s^{-1}$, T = 6,7 ms, $k_2 = 0,01\ V^{-1}\ s^{-1}$. Hệ số cuối cùng có trong giả thiết các toạ độ y(t) và g(t) là không thứ nguyên, còn các giá trị đầu vào của khâu thứ hai (trong số đó có nhiễu f(t), có thứ nguyên điện áp.

Đáp số:

$$y(t) = 10^{-4}f_0[4,17 - 4,45e^{-30t} + 0,278e^{-120t}]\ 1(t).$$

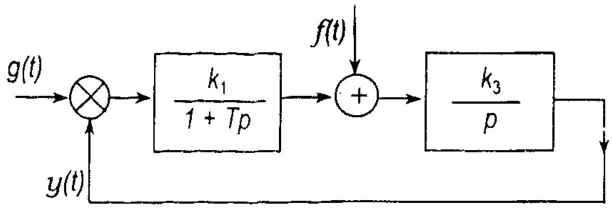


Hình 110. *Các đồ thị sai số của hệ theo dõi với tính vô hướng bậc nhất ở các tác dụng điều khiển tầng (đường cong 1) và tuyến tính (đường cong 2). Thang chia độ bên phải của trục tung cho đường cong 1, thang bên trái cho đường cong 2.*

187. Hệ theo dõi bao gồm hai khâu được chỉ ra trên hình 111:

$$W(p) = \frac{k_1k_2}{p(1+Tp)} = \frac{100}{p(1+0,0025p)}$$

Mà ở đầu vào của khâu thứ hai có tác dụng của nhiễu ở dạng hàm xung $f(t) = A\delta(t)$; tác dụng điều khiển g(t) không có, các điều kiện không ban đầu. Hãy tìm giá trị đầu ra y(t) của hệ theo dõi kín.



Hình 111. *Sơ đồ cấu trúc của hệ theo dõi cho các bài 186 và 188.*

Đáp số:

$$y(t) = k_2A\ 1,053e^{-20t}\sin(60t - 71^0 34')\ 1(t)$$

188. Hàm truyền của hệ theo dõi hở bằng:

$$W(p) = \frac{K(1+Tp)}{p^2}$$

ở đây K = 400 s^{-2}, T = 0,01 s. Hãy tìm giá trị đầu ra y(t) của hệ kín ở tác dụng điều khiển $g(t) = g_0 1(t)$ và các điều kiện không ban đầu.

Đáp số:

$$y(t) = g_0[1 + 1{,}053e^{-20t}\sin(60t - 71^0 34')]\ 1(t)$$

189. Hãy cho hai hệ theo dõi có hàm truyền ở trạng thái hở:

1) $$W_1(p) = \frac{K_1}{p(1 + T_1 p)}$$

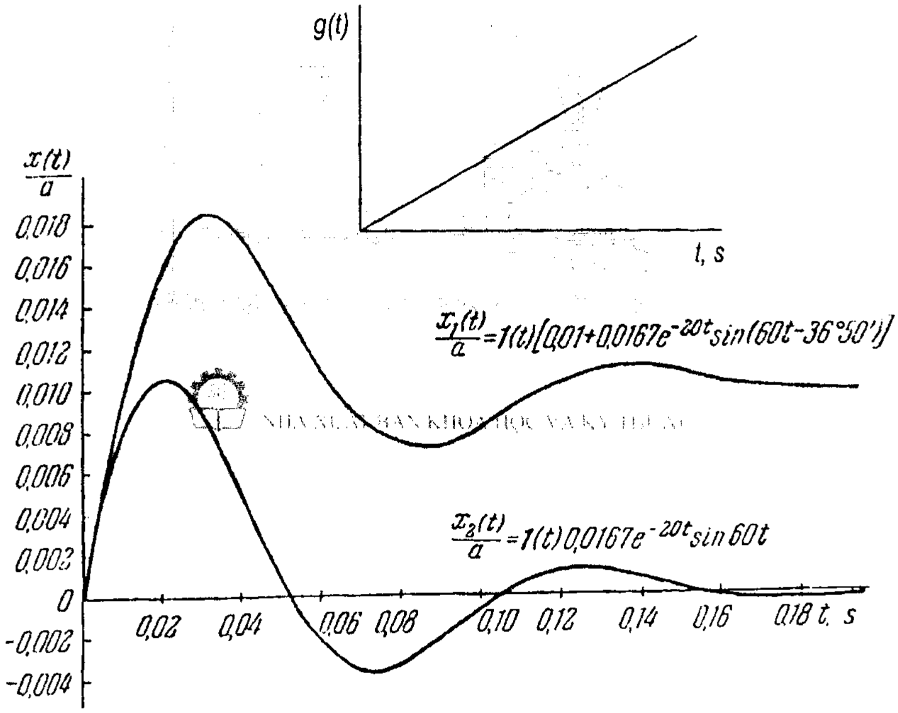
2) $$W_2(p) = \frac{K_2(1 + T_2 p)}{p^2}$$

Ở đây $K_1 = 100\ s^{-1}$, $T_1 = 25$ ms, $K_2 = 4000\ s^{-2}$, $T_2 = 10$ ms. Hãy tìm các giá trị đầu ra y(t) và các sai số x(t) = g(t) − y(t) của các hệ theo dõi kín ở tác dụng điều khiển tuyến tính g(t) = at 1(t) và các điều kiện không ban đầu. Trên một đồ thị hãy xây dựng các đường cong sai số đối với các hệ này.

Đáp số:

$$y_1(t) = a[t - 0{,}01 - 0{,}0167e^{-20t}\sin(20t - 36^0 50')]\ 1(t)$$
$$x_1(t) = a[0{,}01 + 0{,}0167e^{-20t}\sin(60t - 36^0 50')]\ 1(t)$$
$$y_2(t) = a[t - 0{,}0167e^{-20t}\sin 60t]\ 1(t)$$
$$x_2(t) = a\ 0{,}0167e^{-20t}\sin 60t\ 1(t)$$

Các đường cong $x_1(t)$ và $x_2(t)$ được xây dựng trên hình 112.



Hình 112. Các sai số khi điều khiển tác dụng g(t) = at1(t) đối với các hệ theo dõi có tính vô hướng bậc một $x_1(t)$ và có tính vô hướng bậc 2 $x_2(t)$.

190. Hệ kín của điều chỉnh tự động được mô tả bằng phương trình:

$$(0{,}1479p^4 + 3{,}7p^3 + 15{,}61p^2 + 17{,}9p + 20)\, y(t) =$$
$$= (17{,}9p + 20)\, g(t)$$

Hãy tìm đại lượng đầu ra y(t) ở tác dụng điều khiển theo bậc $g(t) = g_0 1(t)$ và các điều kiện không ban đầu.

Đáp số:

$$y(t) = g_0[1 + 1{,}456e^{-0,5t} \sin(1{,}2t - 72^0) +$$
$$+ 0{,}398e^{-4t} - 0{,}019e^{-20t}]\, 1(t)$$

191. Hãy tìm đại lượng đầu ra y(t) của hệ cho trong bài toán trước, khi không có tác dung điều khiển và các điều kiện ban đầu $y(0) = y_0$, $y'(0) = y'_0$, $y''(0) = y''_0$ và $y'''(0) = y'''_0$.

Đáp số:

$$y(t) = y_0[1{,}202e^{-0,5t}(1{,}2t - 45^0) + 0{,}155e^{-4t} - 0{,}005^{-20t}] +$$
$$+ y'_0[1{,}112e^{-0,5t}\sin(1{,}2t - 4^050') + 0{,}099e^{-4t} - 0{,}005e^{-20t}] +$$
$$+ y''_0[0{,}283e^{-0,5t}\sin(1{,}2t - 19^050') + 0{,}096e^{-4t} - 0{,}002e^{-20t}] +$$
$$+ y'''_0[0{,}288e^{-0,5t}\sin(1{,}2t - 22^015') + 0{,}114e^{-4t} - 0{,}004e^{-20t}]$$

192. Hãy tìm hàm chuyển tiếp h(t) và hàm khối lượng ω(t) của hệ, mà hàm truyền của nó bằng:

$$\Phi(p) = \frac{K}{(p+\alpha)^n}$$

ở đây, n - số nguyên dương.

Chỉ dẫn. Cần sử dụng lý thuyết phép co.

Đáp số:

$$h(t) = K\left[\frac{1}{\alpha^n} - e^{-\alpha t}\sum_{k=0}^{n-1}\frac{t^k}{\alpha^{n-k}k!}\right]$$

$$\omega(t) = \frac{K}{(n-1)!}t^{n-1}e^{-\alpha t}$$

4.3. CÁC PHƯƠNG PHÁP GẦN ĐÚNG TÍNH TOÁN CÁC QUÁ TRÌNH CHUYỂN TIẾP

A. Sử dụng các đặc tính tần số

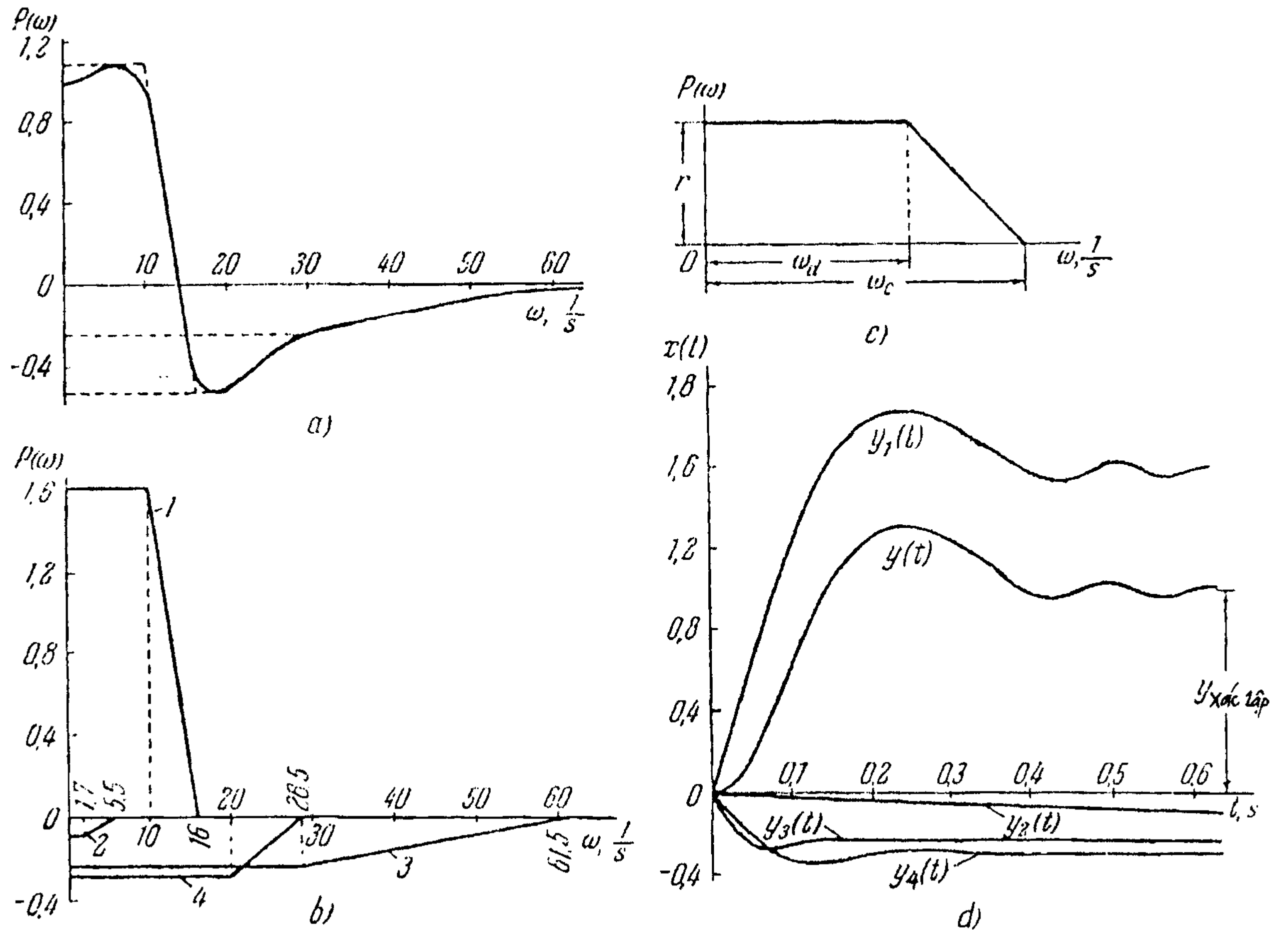
193. Theo đặc tính tần số thực P(ω) của hệ điều chỉnh (hình 113a). Hãy xây dựng đường cong của quá trình chuyển tiếp ở tác dụng tầng duy nhất và các điều kiện không ban đầu.

Bài giải. Đường cong P(ω) được thay thế gần đúng bằng một vài đường cong hình thang sao cho tổng các toạ độ hình thang bằng toạ độ đặc tính tần số thực P(ω). Ở trường hợp đã cho có thể lấy bốn hình thang thể hiện trên hình 113b; một trong số chúng dương, còn lại âm. Mỗi hình thang cần có dạng điển hình thể hiện trên hình 113c; khi đó nó hoàn toàn xác định bởi ba số: tần số cắt ω_c, hệ số góc nghiêng $\chi = \omega_d/\omega_c$ và chiều cao r. Các hình thang trên hình 113b có các thông số chỉ ra trong bảng 1.

Bảng 1

№ hình thang	1	2	3	4
$\chi = \dfrac{\omega_d}{\omega_c}$	0,62	0,31	0,46	0,70
ω_c, s^{-1}	16	5,5	61,5	28,5
r	1,62	-0,09	-0,24	-0,29

Tiếp theo cần sử dụng các bảng hàm số $h(t_0)$.



***Hình 113.** Thay thế gần đúng đặc tính tần số thực bởi tổng các hàm tần số hình thang và thu được đường cong quá trình chuyển tiếp.*

Hàm $h(t_0)$ là đường cong chuyển tiếp của hệ, mà đặc tính tần số của nó - hành thang duy nhất có $r = +1$ và $\omega_c = 1\ s^{-1}$. Các hàm số của bảng $h(t_0)$ được thực hiện đối với các hệ số nghiêng khác nhau $0 \le \chi \le 1$, ngoài ra cho phép nội suy, nếu χ nằm giữa hai giá trị bảng. Bảng rút gọn của các hàm này cho ở phụ lục 35.

Ta lấy bảng $h(t_0)$ của hàm số đối với $\chi = 0{,}62$ (hệ số nghiêng của hình thang 1) và viết dãy các giá trị thời gian t_0 và các hàm $h(t_0)$ (xem hai dòng đầu ở bảng 2). Để thu được các điểm của đường cong y(t) của quá trình chuyển tiếp tương ứng với hình thang không duy nhất, mỗi giá trị của hàm $h(t_0)$ cần nhân với chiều cao hình thang r, còn thời gian t_0 chia cho tần số cắt ω_c, có nghĩa:

$$y(t) = rh\left(\frac{t_0}{\omega_c}\right)$$

Ở các dòng ba và bốn của bảng 2 cho các số t và $y_1(t)$ đối với hình thang 1.

Tương tự ta thu được $y_2(t)$, $y_3(t)$ và $y_4(t)$ đối với các hình thang còn lại (xem các bảng 3-5). theo số liệu bảng 2-5 trên hình 113e ta xây dựng các đồ thị $y_1(t)$, $y_2(t)$, $y_3(t)$ và $y_4(t)$. Nếu cộng các toạ độ của các đường cong này có kể đến các dấu của chúng, ta xây dựng trên hình 113e đường cong y(t) của quá trình chuyển tiếp ở hệ đã cho ở tác dụng tầng duy nhất. Trên hình vẽ cũng chỉ ra đại lượng $y_{ôđ} = \lim_{t\to\infty} y(t)$.

Trong trường hợp tác dụng tầng không duy nhất $g(t) = g_0 1(t)$ các toạ độ đường cong y(t) cần nhân với g_0.

194. Theo đặc tính tần số thực của hệ điều chỉnh (hình 114, a) hãy xây dựng đường cong chuyển tiếp của quá trình y(t) ở tác dụng điều khiển $g(t) = g_0 1(t)$ và các điều kiện không ban đầu.

Đáp số: Đường cong P(ω) có thể thay bằng hai hình thang được chỉ ra trên hình 114a bằng đường đứt nứt. Các số liệu của hình thang 1: $\chi = 0{,}78$, $\omega_c = 79\ s^{-1}$, $r = 0{,}688$; số liệu của hình thang 2: $\chi = 0{,}84$, $\omega_c = 95\ s^{-1}$, $r = 0{,}2$.

Bảng 2. Hình thang 1

t_0	0	0,2	0,4	0,8	1,0	1,6	2,6	3,0	4,0
$h(t_0)$	0	0,10	0,20	0,40	0,50	0,75	1,04	1,11	1,16
t, s	0	0,0125	0,025	0,050	0,0625	0,100	0,162	0,188	0,250
$y_1(t)$	0	0,17	0,33	0,65	0,81	1,21	1,68	1,80	1,88

t_0	4,4	4,8	5,4	6,0	7,0	7,8	9,0	10
$h(t_0)$	1,15	1,12	1,07	1,01	0,95	0,94	0,96	1,00
t, s	0,275	0,300	0,337	0,375	0,438	0,488	0,562	0,625
$y_1(t)$	1,86	1,82	1,73	1,64	1,54	1,52	1,56	1,62

Bảng 3. Hình thang 2

t, s	0	0,109	0,218	0,364	0,546	0,728	0,822	1,09	1,27
$y_2(t)$	0	-0,022	-0,043	-0,067	-0,086	-0,096	-0,098	-0,096	-0,094

Bảng 4. Hình thang 3

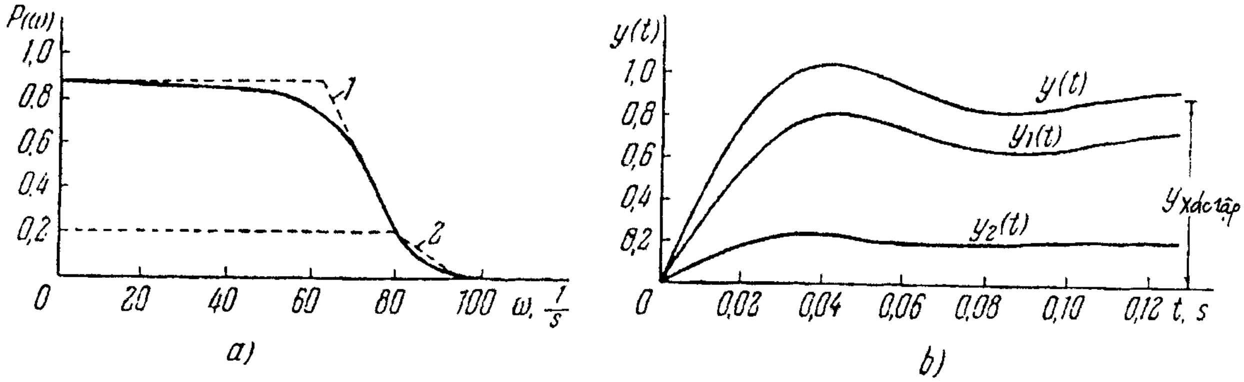
t, s	0	0,0065	0,0163	0,026	0,0325	0,0488
$y_3(t)$	0	-0,043	-0,108	-0,163	-0,194	-0,25

t, s	0,065	0,0813	0,0976	0,114	0,13
$y_3(t)$	-0,271	-0,269	-0,254	-0,242	-0,235

Bảng 5. Hình thang 4

t, s	0	0,014	0,028	0,042	0,070	0,105	0,133	0,176
$y_4(t)$	0	-0,064	-0,122	-0,467	-0,267	-0,328	-0,339	-0,314

t, s	0,210	0,246	0281	0,316	0,351	0,386	0,456
y_4 (t)	-0,284	-0,27	-0,27	-0,284	-0,296	-0,302	-0,290



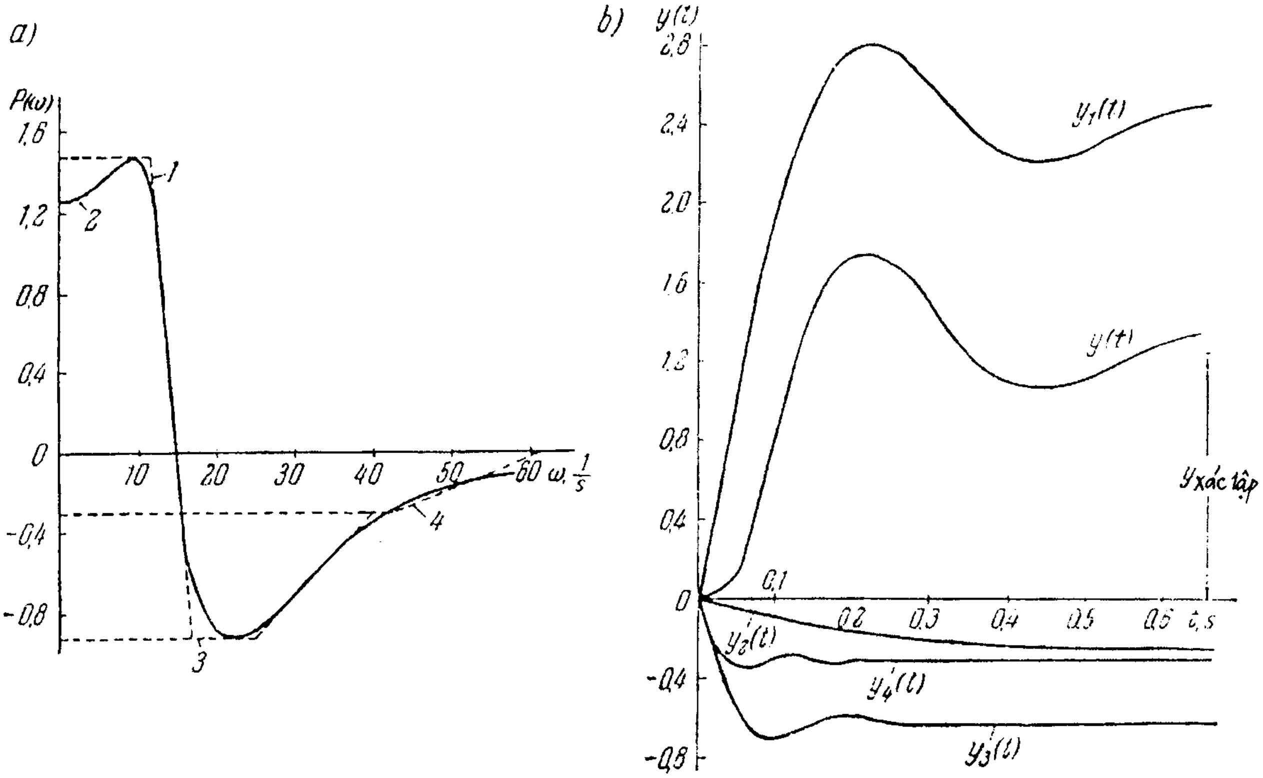
***Hình 114**. Đặc tính tần số thực P(ω) và các đường cong của quá trình chuyển tiếp x(t) cho bài 194.*

Theo các hình thang này ta xây dựng các đường cong $y_1(t)$ và $y_2(t)$ trên hình 114b; trên chính hình vẽ này cho hàm cần tìm y(t) đối với trường hợp $g_0 = 1$. Khi $g_0 \neq 1$ các toạ độ của đường cong y(t) cần nhân với g_0.

195. Hãy xây dựng đường cong y(t) quá trình chuyển tiếp của hệ kín ở tác dụng điều khiển g(t) = 1(t) và các điều kiện không ban đầu. Hàm truyền của hệ hở:

$$W(p) = \frac{K(1+T_3p)}{(-1+2T_1p+T_1^2p^2)(1+T_2p)(1+T_4p)}$$

$$= \frac{5(1+0{,}03p)}{(-1+0{,}2p+0{,}01p^2)(1+0{,}05p)(1+0{,}006p)}$$



Hình 115*. Đặc tính tần số thực và đường cong của quá trình chuyển tiếp cho bài 195.*

Chỉ dẫn. Có thể sử dụng các kết quả nghiên cứu bài 73 (B) và 79.

Đáp số: Xem hình 115b. Các đường cong $y_{1,\ 2,\ 3,\ 4}(t)$ được xây dựng theo bốn hình thang được chỉ ra trên hình 115a.

196. Hãy xây dựng đường cong y(t) của quá trình chuyển tiếp của hệ kín ở tác dụng điều khiển g(t) = 1(t) và các điều kiện không ban đầu

Hàm truyền của hệ hở:

$$W(p) = \frac{K(1 + T_2p)}{p(1 + T_1p)(1 + T_3p)} = \frac{500(1 + 0{,}03p)}{p(1 + 0{,}1p)(1 + 0{,}006p)}$$

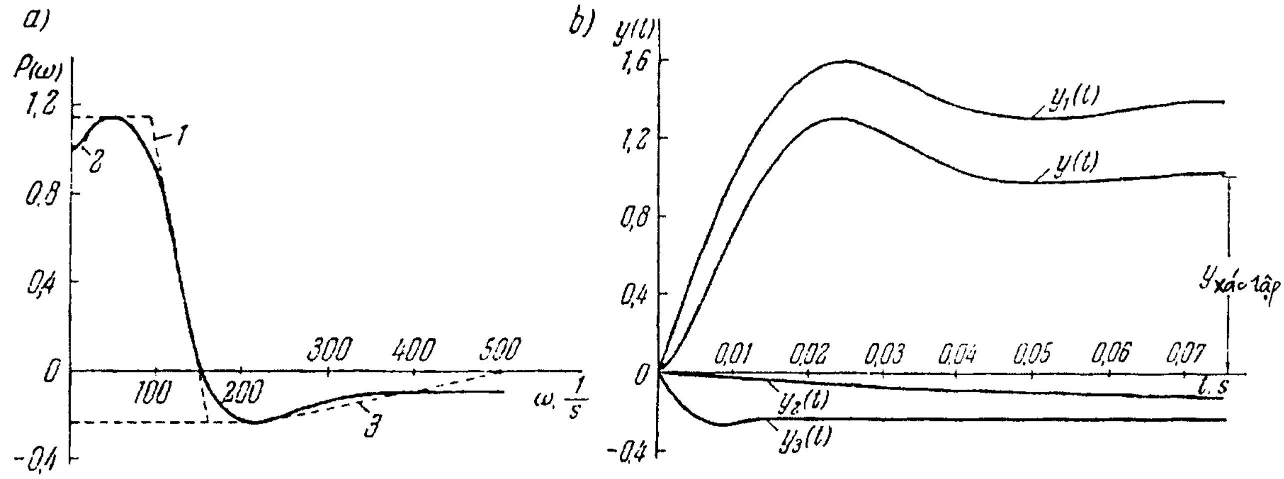
Chỉ dẫn. Có thể sử dụng các kết quả giải các bài 67 và 77.

Đáp số: Xem hình 116b. Các đường cong $y_{1,2,3}(t)$ được xây dựng theo ba hình thang được chỉ ra trên hình 116a.

197. Hàm truyền của hệ hở bằng:

$$W(p) = \frac{K(1 + T_2p)}{p(1 + T_1p)(1 + T_3p)} \qquad (1)$$

ở đây $K = 500\ s^{-1}$, $T_1 = 0{,}1$ s, $T_2 = 0{,}025$ s, $T_3 = 0{,}0025$ s. Hãy xây dựng đường cong gần đúng của sai số x(t) = g(t) - y(t) của hệ ở tác dụng tầng duy nhất g(t) = 1(t) và các điều kiện không ban đầu. Xây dựng thực hiện theo các tần số đồng chỉnh của đặc tính tần số biên độ lôgarit.

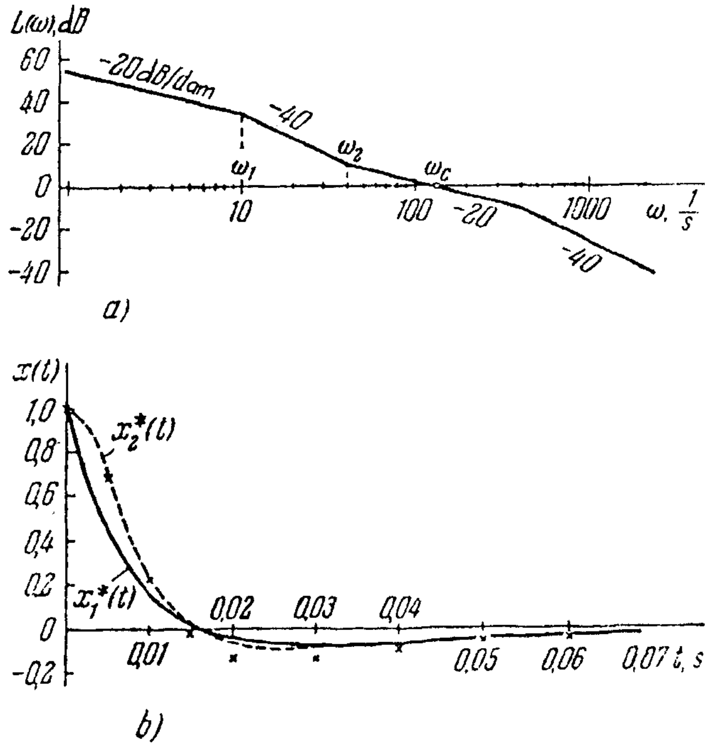


Hình 116. *Đặc tính tần số thực và đường cong chuyển tiếp của quá trình cho bài 196.*

Bài giải. Đ.B.L của hệ được xây dựng trên hình 117a. Đ.B.L này thoả mãn điều kiện độ choán đoạn của nó cắt trục tần số với góc nghiêng -20 dB/dcm cần không nhỏ hơn 1 decat vì vậy xây dựng đường cong cần tìm theo các tần số đồng chỉnh là có thể.

Ta xác định tần số cắt Đ.B.L trực tiếp theo Đ.B.L hay theo công thức $\omega_c = K\dfrac{T_2}{T_1}$ lấy từ hình vẽ; ω_c = 125 s^{-1}.

Tương ứng với phương pháp sử dụng các tần số đồng chỉnh Đ.B.L ở Đ.B.L loại bỏ toàn bộ phần của nó nằm bên phải của tần số cắt, và thay nó bằng đoạn nằm ngang trùng với



Hình 117. *Đ.B.L và đường cong của quá trình chuyển tiếp cho bài 197.*

trục tần số. Đ.B.L biến đổi mới này tương ứng với hàm truyền:

$$W^*(p) = \frac{K(1+T_2p)\left(1+\dfrac{1}{\omega_c}p\right)}{p(1+T_1p)} \qquad (2)$$

hay:

$$W^*(p) = \frac{KT_2 p \frac{1}{\omega_c}\left(\frac{1}{T_2} + p\right)(\omega_c + p)}{T_1 p\left(\frac{1}{T_1} + p\right)} =$$

$$= \frac{(p+\omega_2)(p+\omega_c)}{p(p+\omega_1)} = \frac{(p+40)(p+125)}{p(p+10)} \tag{2'}$$

ở đây $\omega_1 = 1/T_1$, $\omega_2 = 1/T_2$.

Các công thức (2) và (2') tương ứng hàm truyền biến đổi của hệ đối với sai số:

$$\Phi^*(p) = \frac{1}{W^*(p)} = \frac{p(p+10)}{(p+40)(p+125)} \tag{3}$$

Nếu kể đến biến đổi Laplace $G(p) = \frac{1}{p}$ đối với tác dụng $g(t) = 1(t)$ ta tìm được biểu diễn theo Laplace đối với gần đúng bậc nhất $x_1^*(t)$ của hàm $x(t)$

$$X(p) = \Phi^*(p)\, G(p) = \frac{p+10}{(p+40)(p+125)} \tag{4}$$

Từ bảng biểu diễn theo Laplace tìm được công thức phù hợp:

$$\frac{p+\delta}{(p+\alpha)(p+\beta)} = \frac{(\delta-\alpha)e^{-\alpha t} - (\delta-\beta)e^{-\beta t}}{\beta-\alpha} \tag{5}$$

Các công thức (4) và (5) cho kết quả đối với gần đúng đầu sai số của hệ:

$$x_1^*(t) = 1{,}353e^{-12t} - 0{,}353\,e^{-40t} \tag{6}$$

Hàm này được thể hiện bằng đường đậm nét trên hình 117b.

Để thu được gần đúng thứ hai $x_2^*(t)$ của nghiệm cần tìm thì các toạ độ của đường cong $x_1^*(t)$ cần nhân với hệ số hiệu chỉnh ρ ở dải $T_3 < t < T_2$, có nghĩa $0{,}0025$ s $< t < 0{,}025$ s. Hệ số này được xác định từ công thức:

$$\rho = \left|\frac{W^*(p)}{1+W(p)}\right|_{p=j\omega_c}$$

hay, theo (1) và (2):

$$\rho = \left|\frac{\dfrac{(p+40)(p+125)}{p(p+10)}}{1+\dfrac{500(1+0{,}025p)}{p(1+0{,}1p)(1+0{,}0025p)}}\right|_{p=j125}$$

$$= \left|\frac{(j125+40)(j125+125)(j125+400)}{50000(j125+40)+j125(j125+10)(j125+400)}\right| = 1{,}485$$

Nghiệm gần đúng thứ hai được xây dựng trên hình 117b bằng đường đứt nét. Trên chính hình vẽ này bằng các chữ thập chỉ các điểm biểu diễn kết quả chính xác.

B. Sử dụng các đường cong tiêu chuẩn đối với hệ pha tối thiểu có Đ.B.L điển hình

198. Hàm truyền của hệ theo dõi hở bằng:

$$W(p) = \frac{K(1+T_2p)}{p^2(1+T_3p)(1+T_4p)} = \frac{100(1+0{,}160p)}{p^2(1+0{,}024p)(1+0{,}004p)}$$

Hãy xây dựng đồ thị đại lượng đầu ra y(t) ở tác dụng điều khiển tầng $g(t) = g_0 1(t)$, $g_0 = 10$ độ và ở các điều kiện ban đầu.

Bài giải. Ta xây dựng đặc tính biên độ của hệ đã cho (hình 118a). Theo phụ lục 19 ta thấy rằng Đ.B.L là đối xứng điển hình, loại 2-1-2-3. Tần số cơ sở $\omega_0 = \sqrt{K} = \sqrt{100} = 10\ s^{-1}$.

Theo công thức có ở phụ lục 19 ta tìm được chỉ số dao động của hệ

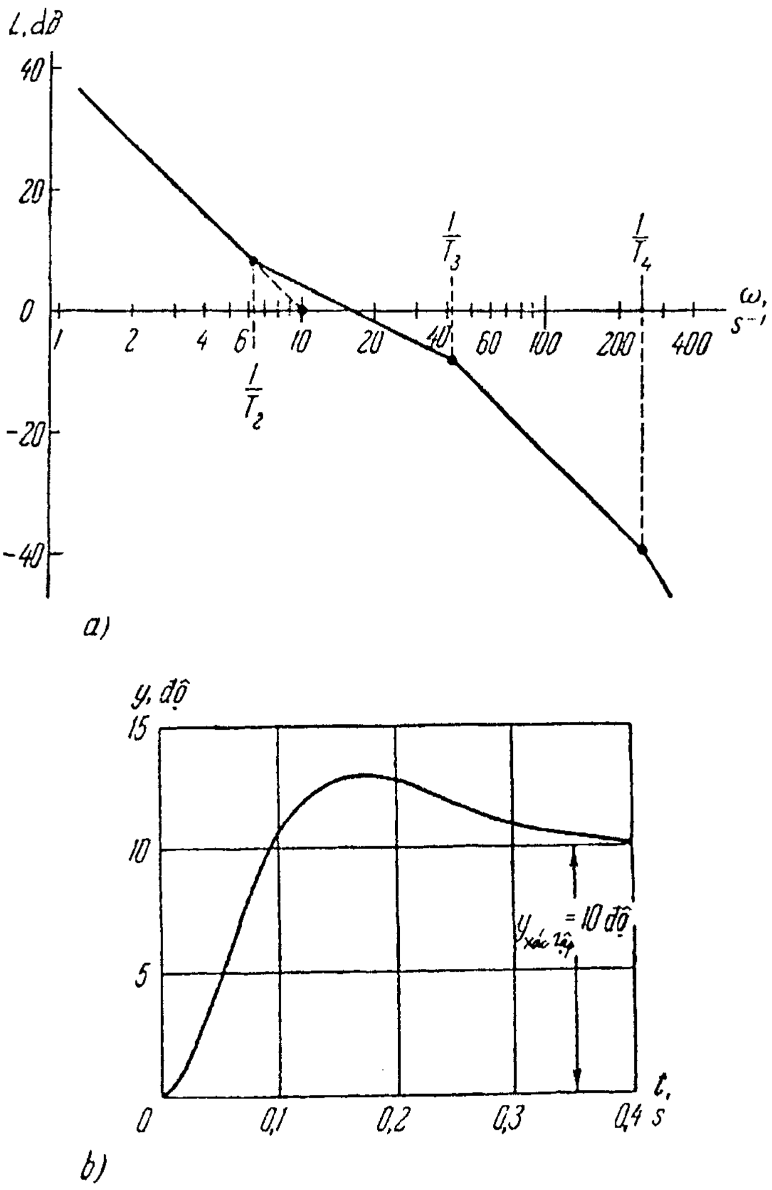
$$M = \frac{m+1}{m-1} = \frac{5{,}7+1}{5{,}7-1} \approx 1{,}4$$

ở đây

$$m = \frac{T_2}{\sum_{i=3}^{n} T_i} = \frac{T_2}{T_2 + T_4} =$$

$$= \frac{0{,}16}{0{,}024 + 0{,}004} \approx 5{,}7$$

Ở $M \approx 1{,}4$ đường cong cần tìm y(t) của quá trình chuyển tiếp cần được xây dựng đường cong trung gian giữa các đường cong định mức được đưa ra đối với M = 1,3 và M = 1,5 ở phụ lục 20, hình P12.



Hình 118. Đ.B.L và đường cong của quá trình chuyển tiếp cho bài 198.

Khi chuyển từ đường cong định mức $\frac{y}{g_0}(\omega_0 t)$ của quá trình chuyển tiếp tới y(t) các hoành độ của đường cong định mức cần chia cho $\omega_0 = 10\ s^{-1}$ còn tung độ cần nhân với $g_0 = 10$ độ.

Do đó ta thu được đường cong y(t), được xây dựng trên hình 118b.

199. Hàm truyền của hệ hở bằng:

$$W(p) = \frac{250(1+0{,}024p)}{(1+0{,}2p)^2(1+0{,}0024p)(1+0{,}0016p)}$$

Hãy xây dựng đường cong y(t) của quá trình chuyển tiếp ở hệ kín ở tác dụng điều khiển g(t) = 1(t) và các điều kiện không ban đầu.

Đáp số: Đường cong y(t) của quá trình chuyển tiếp có thể thu được gần đúng từ đường cong định mức của quá trình chuyển tiếp đối với Đ.B.L đối xứng ở M = 1,4; tần số gốc $\omega_0 = 79\ s^{-1}$.

200. Hàm truyền của hệ hở bằng:

$$W(p) = \frac{400(1+0{,}04p)}{p(1+0{,}1p)(1+0{,}03p)(1+0{,}0008p)^2}$$

Hãy xây dựng đường cong chuyển tiếp y(t) ở hệ kín ở tác dụng điều khiển tầng $g(t) = g_0\ 1(t)$, $g_0 = 0{,}5$ và các điều kiện không ban đầu.

Đáp số: Đường cong y(t) có thể xây dựng gần đúng theo đường cong định mức $\frac{y}{g_0}(\omega_0 t)$ đối với M = 1,3; tần số gốc $\omega_0 = 63{,}2\ s^{-1}$.

201. Hệ theo dõi ở trạng thái hở có hàm truyền:

$$W(p) = \frac{K(1+T_2p)}{p^2(1+T_3p)}$$

$K = 400\ s^{-2}$, $T_2 = 0{,}078$ s, $T_3 = 0{,}020$ s, ở các điều kiện không ban đầu có tác dụng điều khiển g(t) = a . t . 1(t), a = 20 độ/s. Hãy xây dựng đồ thị sai số tái tạo tác dụng điều khiển này.

Bài giải. Ta xây dựng Đ.B.L của hệ (xem $L_1(\omega)$ trên hình 119a). Đ.B.L thuộc vào loại 2-1-2.(.. (xem dòng cuối cùng của bảng 1 phụ lục 19).

Tần số gốc Đ.B.L $\omega_0 = \sqrt{K} = \sqrt{400} = 20\ s^{-1}$. Chỉ số của dao động:

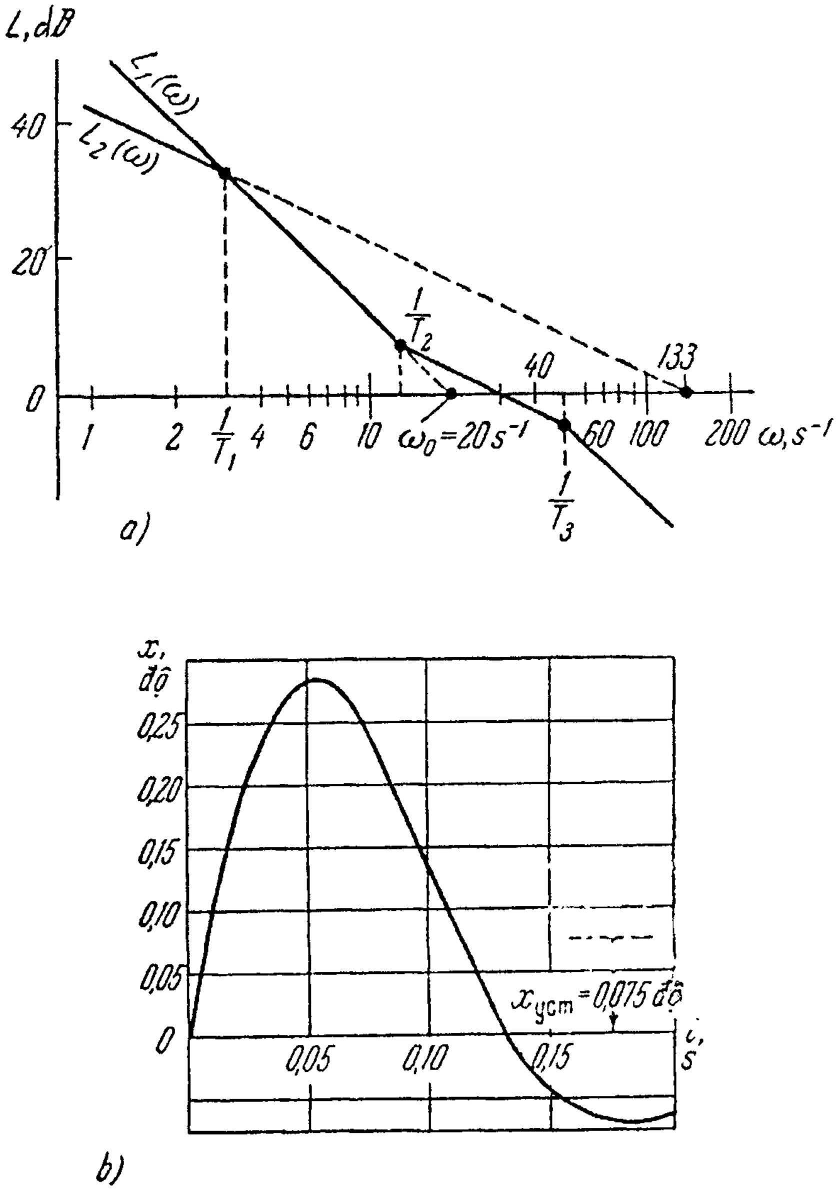
$$M = \frac{m+1}{m-1} = \frac{4{,}9}{2{,}9} = 1{,}7$$

ở đây

$$m = \frac{T_2}{\sum_{i=3}^{n} T_i} = \frac{T_2}{T_3} = 3{,}9$$

Đường cong sai số cần tìm của hệ được xác định bởi đường cong sai số tái tạo lại tác dụng điều khiển tuyến tính, phụ lục 20, hình P14 (phần b, trường hợp 1).

Đường cong sai số cần tìm x(t) (xem hình 119, b) thu được từ đường cong định mức đối với M = 1,7 bởi chia hoành độ của đường cong cho giá trị $\omega_0 = 20\ s^{-1}$ và bởi nhân tung độ với tỷ số $a/\omega_0 = 10/20 = 0,5$ độ. Sai số tiến dần tới không, bởi vì hệ có tính vô hướng bậc hai.



Hình 119. Các đặc tính biên độ lôgarit và đường cong sai số tái tạo lại tác dụng điều khiển cho các bài 201 và 202.

202. Hệ theo dõi ở trạng thái hở có hàm truyền:

$$W(p) = \frac{K(1 + T_2 p)}{p(1 + T_1 p)(1 + T_3 p)}$$

$K = 133\ s^{-1}$, $T = 0,333$ s, $T_2 = 0,078$ s, $T_3 = 0,020$ s, ở các điều kiện không ban đầu chịu tác dụng điều khiển g(t) = a.t.1(t), a = 20 độ/s. Hãy xây dựng đồ thị sai số tái tạo lại tác dụng này.

Đáp số: Nghiệm gần đúng có dạng đồ thị trên hình 119b thu được từ đường cong tiêu chuẩn của phụ lục 20, tương ứng Đ.B.L của hệ $L_2(\omega)$, được biểu diễn ở hình 119a. Sai số ổn định bằng:

$$x_{ôđ} = \frac{a}{K} = \frac{10}{133} = 0,075 \text{ độ} = 4,5 \text{ góc.phút}$$

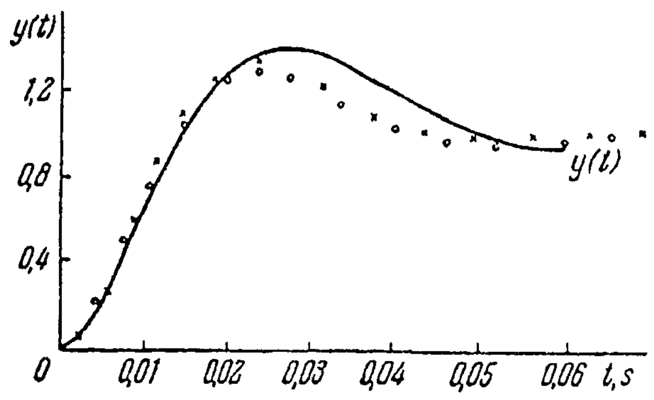
203. Hàm truyền của hệ hở bằng:

$$W(p) = \frac{500(1+0,03p)}{p(1+0,1p)(1+0,006p)}$$

1. Hãy sử dụng các đường cong định mức của các quá trình chuyển tiếp để xây dựng đồ thị đại lượng ra y(t) của hệ kín ở tác dụng điều khiển tầng duy nhất và các điều kiện không ban đầu.

2. Hãy giải chính xác bài toán này (bằng phương pháp cổ điển hay bằng phương pháp toán tử), nếu cũng sử dụng đặc tính tần số thực của hệ.

Hãy xây dựng tất cả ba nghiệm ở một đồ thị.



Hình 120. Các đường cong của quá trình chuyển tiếp cho bài 203 thu được bằng ba phương pháp.

Chỉ dẫn. Ở phần thứ hai của bài toán có thể sử dụng các kết quả bài 180 và 193 theo các đường cong định mức $\frac{y}{g_0}(\omega_0 t)$ - đường đậm nét nhờ nghiệm chính xác - các dấu thập và theo đặc tính tần số thực - vòng tròn.

Đáp số: Trên hình 120 ta xây dựng đường cong y(t) tìm gần đúng theo các đường cong định mức của các quá trình chuyển tiếp, ở $\omega_0 = 70,7 \text{ s}^{-1}$ và M = 1,5. Các điểm thuộc nghiệm chính xác được thể hiện bằng dấu thập, còn các điểm thu được theo đặc tính tần số thực bởi các vòng tròn.

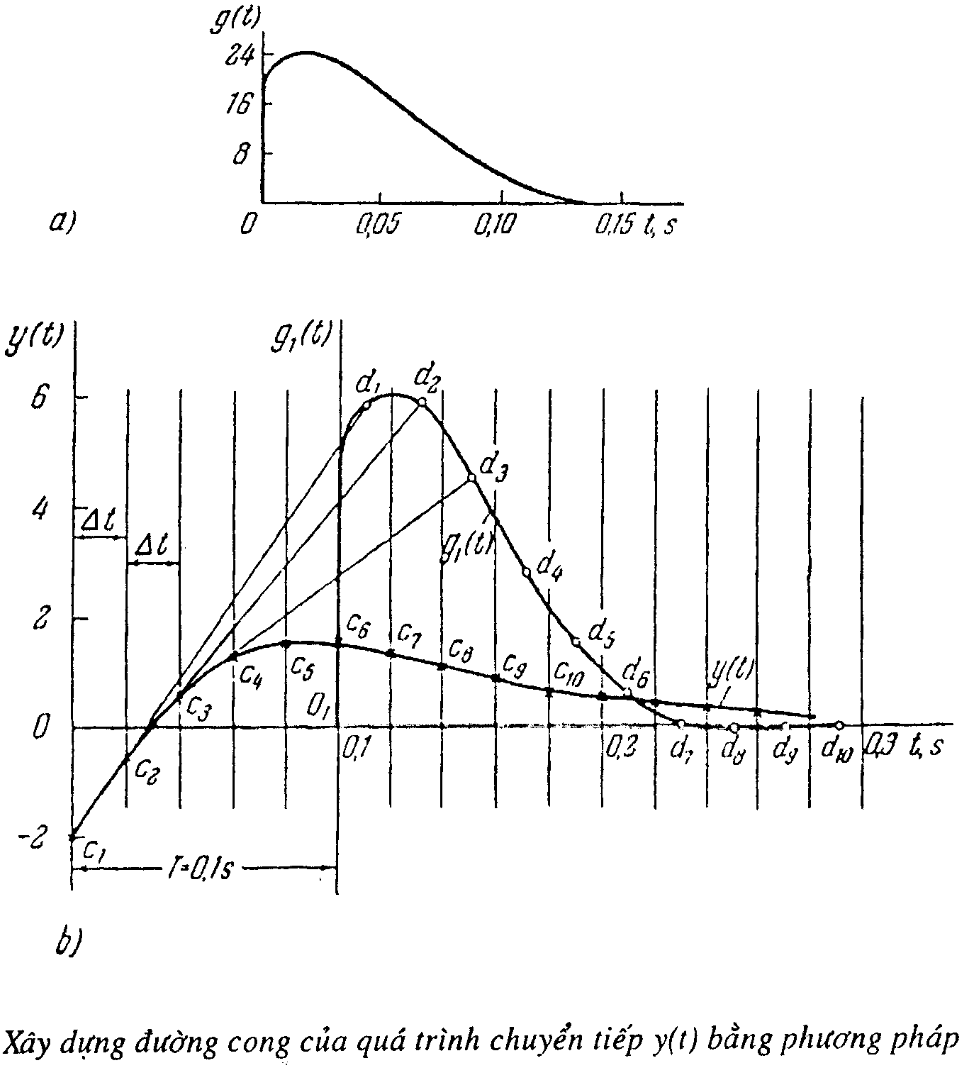
C. Xây dựng đường cong của quá trình chuyển tiếp bằng phương pháp đồ thị

204. Hãy xây dựng đồ thị của đại lượng đầu ra y(t) trong hệ được mô tả bằng phương trình:

$$a_0\frac{dy}{dt} + a_1 y = b_0 g(t) \quad \text{hay} \quad 2\frac{dy}{dt} + 20y = 5g(t) \qquad (1)$$

ở đây tác dụng điều khiển g(t) cho bằng đồ thị trên hình 121a. Các thứ nguyên y(t) và g(t) là như nhau. Điều kiện ban đầu y(0) = −2. Sử dụng phương pháp Đ. A. Baskirov.

Bài giải. Ta viết (1) ở dạng $T\frac{dy}{dt} + y = g_1(t)$, ở đây hằng số thời gian $T = a_0/a_1 = 2/20 = 0{,}1$s, tác dụng nhiễu $g_1(t) = (b_0/a_1)\ g(t) = 0{,}25\ g(t)$. Trên hình 121b ta xây dựng hai hệ toạ độ: t, y(t) và t, $g_1(t)$ có tỷ lệ giống nhau, ngoài ra các trục thời gian của cả hai hệ trùng nhau, nhưng gốc O_1 tính toán $g_1(t)$ dịch về bên phải đối với gốc O tính toán y(t) tới giá trị T. Theo công thức đối với $g_1(t)$ và hình 121a ta xây dựng hàm số $g_1(t)$.



Hình 121. Xây dựng đường cong của quá trình chuyển tiếp y(t) bằng phương pháp đồ thị.

Ta chọn bước tích phân $\Delta t = 0{,}020$ s và phân chia đồ thị trên hình 121b cho các đoạn theo 0,020 s. Trên đồ thị hàm số $g_1(t)$ bằng các điểm d_1, d_2, d_3,... ta nhận thấy giá trị của hàm số này có vị trí ở giữa mỗi đoạn. Trên đồ thị y(t) ta đặt giá trị ban đầu y(0) = −2 và bằng đường thẳng ta nối điểm thu được c_1 với điểm d_1. Giao của đường thẳng c_1d_1 với hoành độ đầu cuối của đoạn thứ nhất cho điểm thứ hai c_2 đường cong cần tìm. Nếu vạch đường thẳng

c_2d_2 ta thu được điểm c_3 ở giao đường thẳng này với hoành độ đầu cuối của đoạn thứ hai. Hàm số cần tìm y(t) được xác định như đường cong trơn nối các điểm c_1, c_2, c_3...

205. Hãy xây dựng đồ thị đại lượng đầu ra y(t) ở hệ được mô tả bằng phương trình:

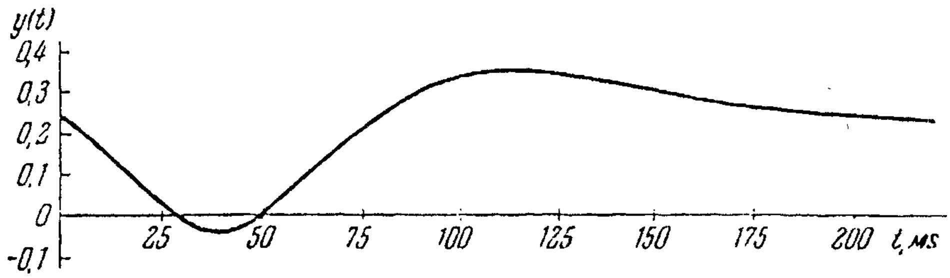
$$a_0\frac{dy}{dt} + a_1b = b_0g(t),\ a_0 = 1\,s,\ a_1 = 20,\ b_0 = 12$$

ở y(0) = 0,25 và tác dụng điều khiển g(t) cho ở dạng bảng (tác dụng điều khiển có thứ nguyên của giá trị đầu ra).

t, ms	0	5	10	15	20	25	30	35	45	50
g(t)	0	-0,300	-0,466	-0,584	-0,640	-0,637	-0,559	-0,350	+0,300	+0,575

t, ms	60	65	75	85	100	115	125	140	160	∞
g(t)	-0,900	+0,968	+1,000	+0,950	+0,759	+0,564	+0,472	+0,387	+0,350	+0,334

Đáp số: Xem hình 122.



Hình 122. *Đường cong của quá trình chuyển tiếp cho bài 205.*

206. Hãy xây dựng đồ thị đại lượng đầu ra ở hệ được mô tả bằng phương trình

$$a_0\frac{d^2y}{dt^2} + a_1\frac{dy}{dt} + a_2y = b_0g(t)$$

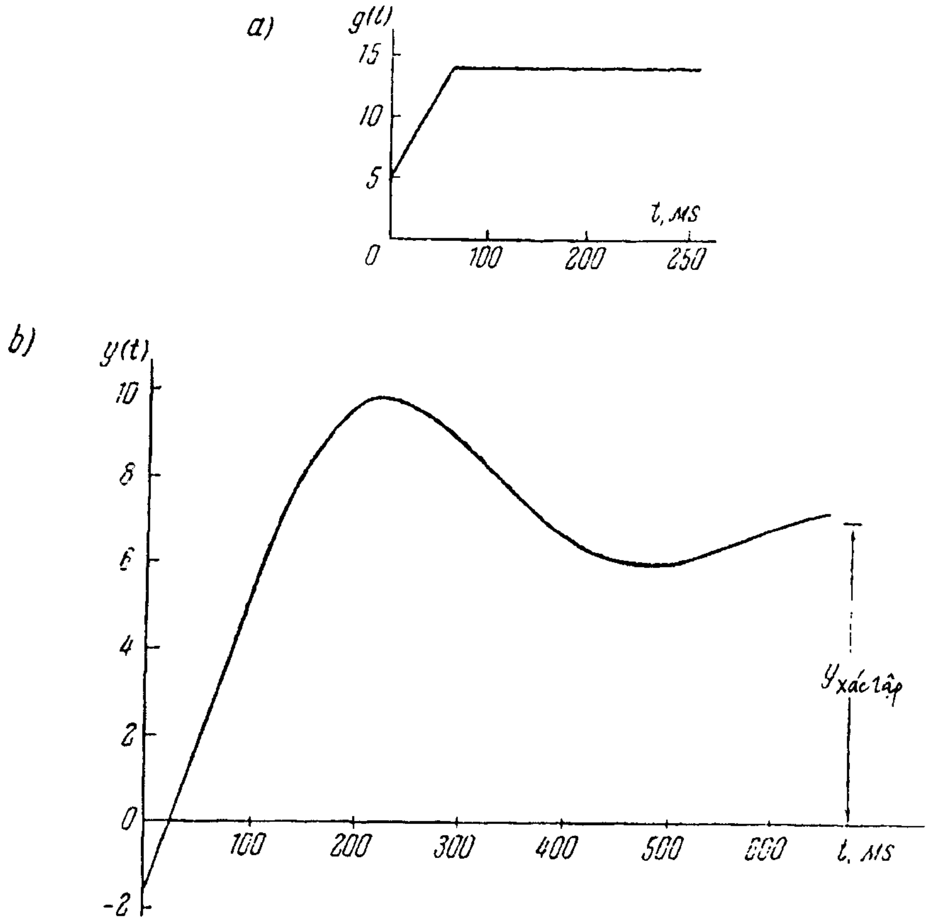
$$a_0 = 0{,}048\ s^2,\quad a_1 = 0{,}4\ s,\quad a_2 = 10,\quad b_0 = 5$$

ở $y(0) = -1{,}5$, $y'(0) = 75\ s^{-1}$ và tác dụng điều khiển g(t) được chỉ ra trên hình 123a.

Chỉ dẫn. Phương trình đã cho cần đưa về dạng:

$$T_1T_2\frac{d^2y}{dt^2} + T_2\frac{dy}{dt} + y = g1(t)$$

Đáp số: Xem hình 123b.



Hình 123. *Tác dụng điều khiển g(t) và đại lượng đầu ra y(t) của hệ bài 206.*

Chương 5

ĐÁNH GIÁ CHẤT LƯỢNG ĐIỀU CHỈNH

5.1. XÁC ĐỊNH CHÍNH XÁC KHI TỒN TẠI DẠNG ĐÃ CHO

207. Hàm truyền của hệ theo dõi kín có dạng:

$$\Phi(p) = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + .. + b_{m-1} p + b_m}{a_0 p^n + a_1 b^{n-1} + ... + a_{n-1} p + a_n}$$

Các điều kiện nào thu được: 1) tính vô hướng của bậc không; 2) tính vô hướng của bậc đầu; 3) tính vô hướng của bậc thứ hai?

Đáp số:

1) $b_m \neq a_n$;

2) $b_m = a_n$; $b_{m-1} \neq a_{n-1}$;

3) $b_m = a_n$, $b_{m-1} = a_{n-1}$, $b_{m-2} \neq a_{n-2}$.

208. Hàm truyền của hệ theo dõi hở hình 124 có dạng:

$$W(p) = \frac{A_0 p^m + A_1 p^{m-1} + .. + A_{m-1} p + A_m}{B_0 p^n + B_1 b^{n-1} + ... + B_{n-1} p + B_n}$$

Các điều kiện nào thu được; 1) tính vô hướng của bậc không; 2) tính vô hướng của bậc thứ nhất; 3) tính vô hướng của bậc thứ hai?

Đáp số:

1) $B_n \neq 0$;

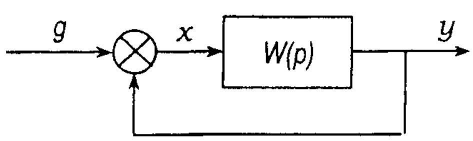
2) $B_n = 0$;

3) $B_n = 0$ và $B_{n-1} = 0$.

209. Hàm truyền của hệ theo dõi hở hình 124 có dạng:

$$W(p) = \frac{K}{p(1+T_1 p)(1+T_2 p)}$$

Hãy xác định ba hệ số đầu của sai số, cũng như hệ số chất lượng theo tốc độ.



***Hình 124.** Hệ theo dõi.*

Bài giải. Ta tìm hàm truyền đối với sai số:

$$\Phi_x(p) = \frac{1}{1+W(p)} = \frac{p(1+T_1 p)(1+T_2 p)}{p(1+T_1 p)(1+T_2 p)+K}$$

Ta phân biểu thức này thành chuỗi bằng cách chia tử số cho mẫu số:

$$
\begin{array}{l|l}
p + (T_1 + T_2)p^2 + T_1T_2p^3 & \dfrac{K + p + (T_1 + T_2)p^2 + T_1T_2p^3}{\dfrac{1}{K}p + \dfrac{1}{K}\left(T_1 + T_2 - \dfrac{1}{K}\right)p^2 + \ldots} \\
\quad p + \dfrac{1}{K}p^2 + \dfrac{T_1 + T_2}{K}p^3 + \dfrac{T_1T_2}{K}p^4 & \\
\hline
\left(T_1 + T_2 - \dfrac{1}{K}\right)p^2 + \left(T_1T_2 - \dfrac{T_1 + T_2}{K}\right)p^3 - \dfrac{T_1T_2}{K}p^4 &
\end{array}
$$

Tiếp theo ta có thể viết đồng nhất:

$$c_0 + c_1p + \frac{c_2}{2}p^2 + \ldots = \frac{1}{K}p + \frac{1}{K}\left(T_1 + T_2 - \frac{1}{K}\right) s^2$$

Hệ số chất lượng theo tốc độ:

$$K_\Omega = \frac{1}{c_1} = K \ s^{-1}$$

210. Đối với bài trước ta xác định các giá trị số của các hệ số sai số, nếu $K = 100\ s^{-1}$, $T_1 = 0{,}01s$ và $T_2 = 0{,}005$ s.

Đáp số: $c_1 = 0{,}01s$ và $\dfrac{c_2}{2} = 0{,}00005\ s^2$.

211. Hãy xác định giá trị sai số ổn định đối với bài toán trước ở chuyển động hệ theo dõi với tốc độ $\Omega = 12$ độ/s.

Đáp số: $\theta_{\hat{o}d} = \dfrac{\Omega}{K_\Omega} = c_1\Omega = 0{,}01\ .\ 12 = 0^0, 12 = 7', 2.$

212. Hàm truyền của hệ kín (xem hình 124) có dạng:

$$\Phi(p) = \frac{5p + 200}{0{,}001p^3 + 0{,}502p^2 + 6p + 200}$$

Hãy tìm giá trị sai số ổn định (sau dao động tắt dần của quá trình chuyển tiếp) khi thay đổi đại lượng đầu vào theo quy luật:

$$g(t) = 5 + 20t + 10t^2$$

Bài giải. Ta tìm hàm truyền đối với sai số:

$$\Phi_x(p) = 1 - \Phi(p) = \frac{0{,}001p^3 + 0{,}502p^2 + p}{0{,}001p^3 + 0{,}502p^2 + 6p + 200}$$

Bằng chia tử số cho mẫu số (xem bài 209) ta tìm được các hệ số của các sai số:

$$c_0 = 0,\ \ c_1 = \frac{1}{200}s \text{ và } \frac{c_2}{2} = 0{,}00236\ s^2$$

Tiếp theo ta tìm đạo hàm:

$$g'(t) = 20 + 20t$$

$$g''(t) = 20$$

Biểu thức đối với sai số có dạng:

$$x(t) = c_0 g(t) + c_1 g'(t) + \frac{c_2}{2} g''(t)$$

$$= \frac{20+20t}{200} + 20.0,00236 = 0,1472 + 0,1t$$

213. Hàm truyền của hệ hở (xem hình 124) có dạng:

$$W(p) = \frac{50(1+0,15p)}{p^2(1+0,02p)}$$

Hãy xác định ba hệ số đầu của sai số, cũng như hệ số chất lượng theo tốc độ và hệ số chất lượng theo gia tốc.

Đáp số:

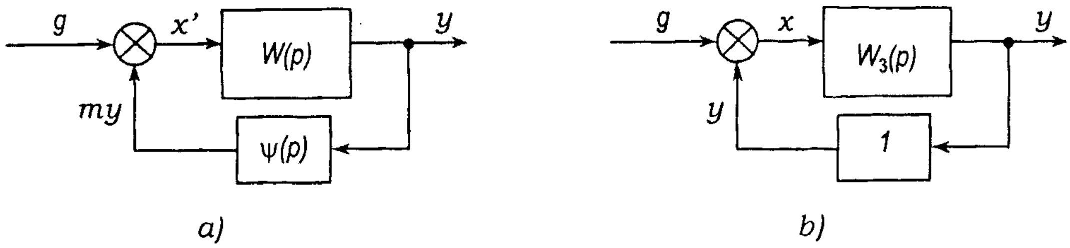
$$c_0 = 0, \qquad c_1 = 0, \quad \frac{c_2}{2} = 0,02 s^2$$

Hệ số chất lượng theo tốc độ $K_\Omega \to \infty$, hệ số chất lượng theo gia tốc $K_\varepsilon = 50\ s^{-2}$.

214. Ở hệ điều chỉnh tĩnh (hình 125a) hàm truyền của hệ hở có dạng:

$$W(p) = \frac{K}{(1+T_1p)(1+T_2p)}$$

Hãy xác định hệ số truyền $\psi(p) = m$ có mối liên hệ ngược không duy nhất, mà ở nó hệ có tính vô hướng bậc một, và hàm truyền của hệ tương đương hở có liên hệ ngược duy nhất (xem hình 125b).



Hình 125. *Hệ tĩnh có liên hệ ngược duy nhất.*

Bài giải. Hàm truyền của hệ kín bằng:

$$\Phi(p) = \frac{W(p)}{1+mW(p)} = \frac{K}{T_1T_2p^2 + (T_1+T_2)p + 1 + mK} \qquad (1)$$

Điều kiện không có sai số tĩnh $\Phi(0) = 1$ hay $K = 1 + mK$, suy ra:

$$m = \frac{K-1}{K} = 1 - \frac{1}{K}$$

Khi đó hàm truyền của hệ kín có dạng:

$$\Phi(p) = \frac{K}{T_1T_2p^2 + (T_1 + T_2)p + K} \qquad (2)$$

Còn hàm truyền tương đương của hệ hở với mối liên hệ ngược duy nhất bằng:

$$W_э(p) = \frac{\Phi(p)}{1 - \Phi(p)} = \frac{K}{(T_1 + T_2)p + T_1T_2p^2} = \frac{K_\Omega}{p(1 + T_эp)}$$

Ở đây hệ số chất lượng theo tốc độ:

$$K_\Omega = \frac{K}{T_1 + T_2}$$

và hằng số tương đương của thời gian:

$$T_э = \frac{T_1T_2}{T_1 + T_2}$$

215. Đối với bài toán trước hãy xác định hai hệ số đầu của sai số trong hai trường hợp:

1) Hệ số khuếch đại chung của mạch ổn định thẳng (K = const);

2) Hệ số khuếch đại chung của mạch không ổn định thẳng (K ≠ const)

Bài giải. Trong trường hợp K = const từ (2) ta có hàm truyền theo sai số:

$$\Phi_x(p) = 1 - \Phi(p) = \frac{T_1T_2p^2 + (T_1 + T_2)p}{T_1T_2p^2 + (T_1 + T_2)p + K}$$

Nếu phân tích nó thành chuỗi bằng cách chia tử cho mẫu (xem bài 209), ta tìm được hệ số sai số:

$$c_0 = 0 \text{ và } c_1 = \frac{T_1 + T_2}{K}$$

Trong trường hợp K ≠ const ta có $K = K_0 + \Delta K$ (ta sẽ giả thiết rằng $\frac{\Delta K}{K_0} < 1$, còn hệ số truyền của mạch có liên hệ ngược $m = 1 - \frac{1}{K_0}$). Hàm truyền của hệ kín (1) trong trường hợp này có dạng:

$$\Phi(p) = \frac{K_0 + \Delta K}{T_1T_2p^2 + (T_1 + T_2)p + K_0 + \Delta K - \frac{\Delta K}{K_0}}$$

Hàm truyền theo sai số:

$$\Phi_x(p) = 1 - \Phi(p) = \frac{T_1T_2p^2 + (T_1 + T_2)p - \frac{\Delta K}{K_0}}{T_1T_2p^2 + (T_1 + T_2)p + K_0 + \Delta K - \frac{\Delta K}{K_0}}$$

Nếu phân tích nó thành chuỗi, ta có:

$$c_0 = -\frac{\Delta K}{K_0\left(K_0 + \Delta K - \dfrac{\Delta K}{K_0}\right)} \approx -\frac{\Delta K}{K_0^2}$$

$$c_1 = \frac{(T_1 + T_2)(K_0 + \Delta K)}{\left(K_0 + \Delta K - \dfrac{\Delta K}{K_0}\right)^2} \approx \frac{T_1 + T_2}{K_0}$$

216. Hãy xác định hàm truyền của mối liên hệ ngược không duy nhất $\psi(p)$, mà ở nó hệ điều chỉnh tĩnh ta loại các sai số tĩnh và tốc độ. Sơ đồ cấu trúc của hệ điều chỉnh với mối liên hệ ngược không duy nhất được biểu diễn trên hình 125a. Hàm truyền bằng

$$W(p) = \frac{K}{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)}$$

Bài giải. Hàm truyền của hệ kín có liên hệ ngược không duy nhất trong trường hợp chung có dạng:

$$\frac{Y}{G} = \Phi(p) = \frac{W(p)}{1 + \psi(p)W(p)} = \frac{A_m p^m + A_{m-1}p^{m-1} + \ldots + A_1 p + A_0}{B_n p^n + B_{n-1}p^{n-1} + \ldots + B_1 p + B_0}$$

Sai số tĩnh bằng 0 khi:

$$A_0 = B_0$$

Khi thực hiện điều kiện bổ sung:

$$A_1 = B_1$$

trong hệ ta loại bỏ sai số tốc độ.

Trong bài toán nghiên cứu sự loại bỏ các sai số tĩnh và tốc độ có thể đạt được khi đưa vào mạch mối liên hệ ngược của bộ lọc có hàm truyền:

$$\psi(p) = \frac{k_{oc}}{1 + \tau_2 p}$$

Khi đó hàm truyền của hệ kín có dạng:

$$\frac{Y}{G} = \Phi(p) = \frac{W(p)}{1 + \psi(p)W(p)}$$

$$= \frac{K(1 + \tau_2 p)}{T_1 T_2 \tau_2 p^3 + (T_1 T_2 + T_1 \tau_2 + T_2 \tau_2)p^2 + (T_1 + T_2 + \tau_2)p + 1 + Kk_{oc}}$$

Khi:

$$1 + Kk_{0c} = K$$

$$k_{0c} = \frac{K - 1}{K}$$

và:

$$K\tau_2 = T_1 + T_2 + \tau_2$$

$$\tau_2 = \frac{T_1 + T_2}{K - 1}$$

hệ sẽ có tính vô hướng bậc hai. Khi đó các sai số tính và tốc độ bằng 0.

217. Đối với hệ tĩnh (hình 125a) có hàm truyền của hệ hở:

$$W(p) = \frac{K}{(1+T_1p)(1+T_2p)}$$

và hàm truyền của mạch có liên hệ ngược $\psi(p) = m$, được chọn sao cho thu được tính vô hướng bậc nhất, xác định hai hệ số đầu của sai số, nếu $T_1 = 1$ s, $T_2 = 0{,}02$ s và $K = 1000 \pm 50$.

Bài giải. Trên cơ sở công thức thu được trong bài 215, ta có:

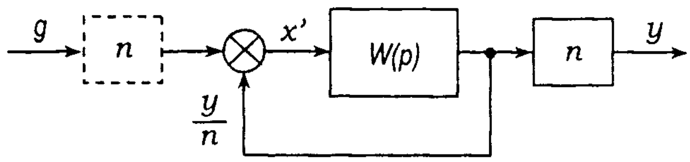
$$c_0 \approx -\frac{\Delta K}{K_0^2} = \mp\frac{50}{1000^2} = \mp 5.10^{-5}$$

$$c_1 \approx \frac{T_1 + T_2}{K_0} = \frac{1 + 0{,}02}{1000} = 1{,}02.10^{-3} \text{ s}$$

218. Ở hệ điều chỉnh tĩnh (hình 126) hàm truyền của hệ hở có dạng:

$$W(p) = \frac{K}{(1+T_0p)(1+T_1p)(1+T_2p)}$$

Hãy xác định hệ số truyền n của thiết bị định tỷ lệ ở mạch đầu ra hay đầu vào, mà ở đó hệ có tính vô hướng bậc một đối với tác dụng điều khiển.



Hình 126. *Sơ đồ tĩnh có định tỷ lệ.*

Bài giải. Hàm truyền của hệ kín có thiết bị định tỷ lệ:

$$\Phi(p) = \frac{nK}{T_0T_1T_2p^3 + (T_0T_1 + T_0T_2 + T_1T_2)p^2 + (T_1 + T_2 + T_3)p + K}$$

Điều kiện thu được tính vô hướng bậc thứ nhất:

$$nK = 1 + K$$

Từ đó ta có:

$$n = \frac{1+K}{K}$$

219. Đối với bài toán trước hãy xác định hàm truyền của hệ tương đương hở không có thiết bị định tỷ lệ.

Đáp số:

$$W_э(p) = \frac{\Phi(p)}{1-\Phi(p)} = \frac{K_\Omega}{p(1+ap+bp^2)}$$

ở đây hệ số chất lượng tương đương theo tốc độ:

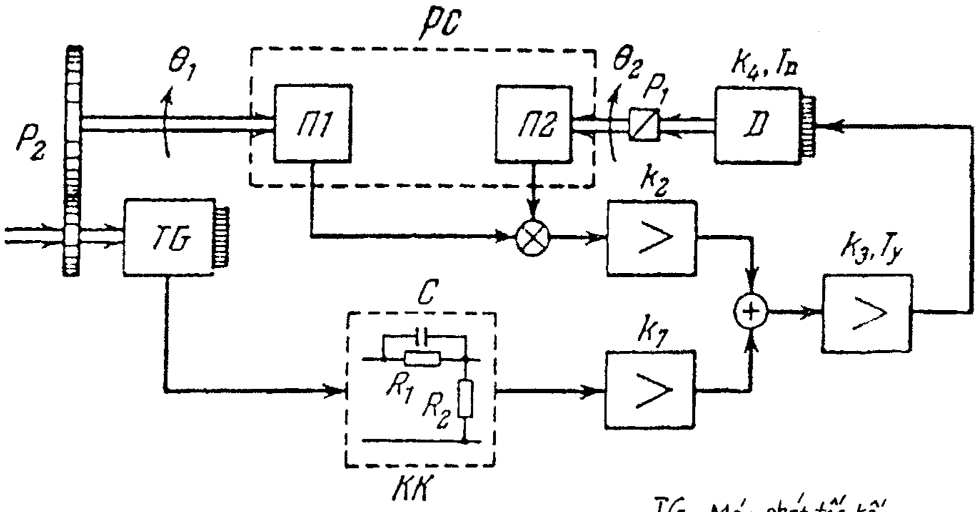
$$K_\Omega = \frac{K}{T_0 + T_1 + T_2} \ [s^{-1}]$$

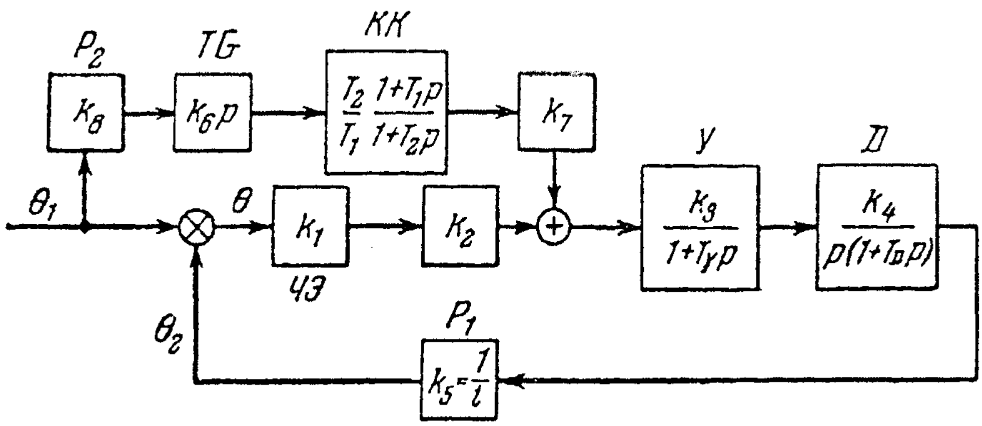
Các hệ số:

$$a = \frac{T_0T_1 + T_0T_2 + T_1T_2}{T_0 + T_1 + T_2}$$

$$b = \frac{T_0T_1T_2}{T_0 + T_1 + T_2}$$

220. Đối với hệ có điều khiển tổ hợp (hình 127) hãy xác định các điều kiện thu được tính vô hướng bậc ba và hệ số sai số c_3.





Hình 127. Hệ điều khiển tổ hợp.

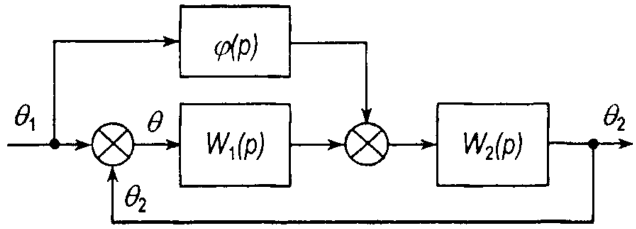
Trên hình 127 ta ký hiệu: PC - phần tử cảm ứng bao gồm hai điện kế П1 và П2 của các trục đã cho và trục ta chọn, D - động cơ thừa hành, P_1 và P_2 - các bộ dẫn động, NT-nguồn điện đo tốc độ, KK - mạch hiệu chỉnh, θ_1 - góc quay của trục đã cho, θ_2 - góc quay của trục cơ cấu thừa hành chọn, $\theta = \theta_1 - \theta_2$ - độ không ăn khớp. Các số liệu ban đầu: $k_1 = 1$

V/độ = 57,3 V/rad - độ hỗ dẫn của phần tử cảm ứng; $k_2 = 25$ - hệ số khuếch đại theo điện áp của bộ khuếch đại sơ bộ của mạch cơ bản; $k_3 = 4$ - hệ số khuếch đại theo điện áp của bộ khuếch đại cuối; $k_4 = 27,3$ vòng/V.ph = 2,86 rad/V.s - hệ số truyền của cơ cấu thừa hành; $k_5 = \frac{1}{i_1} = \frac{1}{1000}$ - hệ số truyền của bộ dẫn động P_1; $k_6 = 0,055$ V.ph/g = 0,525V.s/rad - hệ số truyền của nguồn phát đo tốc độ; k_7 - hệ số khuếch đại theo điện áp của bộ khuếch đại sơ bộ trong mạch hiệu chỉnh, $k_8 = i_2 = 500$ - hệ số truyền của bộ dẫn động P_2; $T_y = 0,005$ s - hằng số thời gian của bộ khuếch đại; $T_D = 0,1$s - hằng số thời gian của động cơ thừa hành; $T_1 = R_1C$ và $T_2 = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2}C$ - hằng số thời gian của mạch vi phân thụ động. Các thông số cần tìm là k_7, T_1 và T_2.

Bài giải. Sơ đồ cấu trúc biến đổi của hệ tính toán được biểu diễn trên hình 128. Các hàm truyền của các phần mạch cơ bản:

$$W_1(p) = k_1k_2$$

$$W_2(p) = \frac{k_3k_4k_5}{p(1 + T_yp)(1 + T_Dp)}$$



Hình 128. *Sơ đồ cấu trúc biến đổi của hệ điều khiển tổ hợp.*

Hàm truyền của mạch hiệu chỉnh:

$$\varphi(p) = k_6k_7k_8p\frac{T_2(1 + T_1p)}{T_1(1 + T_2p)} \quad (1)$$

Hàm truyền của mạch kín:

$$\Phi(p) = \frac{\theta_2(p)}{\theta_1(p)} = \frac{W(p) + \varphi(p)W_2(p)}{1 + W(p)} \quad (2)$$

Ở đây hàm truyền của hệ gốc hở:

$$W(p) = W_1(p)W_2(p) = \frac{K}{p(1 + T_yp)(1 + T_Dp)} \quad (3)$$

Hệ số chung của bộ khuếch đại:

$$K = k_1k_2k_3k_4k_5 = \frac{57,3.25.4.2,86}{1000} = 16,4s^{-1}$$

Hàm truyền đối với sai số bằng:

$$\Phi_\theta(p) = \frac{\theta(p)}{\theta_1(p)} = 1 - \Phi(p) = \frac{1 - \varphi(p)W_2(p)}{1 + W(p)} \quad (4)$$

Thế (1) và (3) cho:

$$\Phi_\theta(p) = \frac{b_0p^4 + b_1p^3 + b_2p^2 + b_3p}{(1 + T_2p)[T_yT_Dp^3 + (T_y + T_D)p^2 + p + K]} \quad (5)$$

ở đây:

$$b_0 = T_2T_yT_D$$
$$b_1 = T_yT_D + T_yT_2 + T_DT_2$$
$$b_2 = T_y + T_D + T_2 - k_3k_4k_5k_6k_7k_8T_2$$
$$b_3 = 1 - k_3k_4k_5k_6k_7k_8\frac{T_2}{T_1}$$

Các điều kiện thu được tính vô hướng bậc ba:

$$b_3 = 0 \quad \text{và} \quad b_2 = 0$$

Từ đó ta thu được hai phương trình:

$$k_7 = \frac{T_2}{T_1}\cdot\frac{1}{k_3k_4k_5k_6k_8} \qquad (6)$$

$$T_2{*}k_3k_4k_5k_6k_7k_8 - 1) = T_y + T_D \qquad (7)$$

Ở hai phương trình (6) và (7) có ẩn số: k_7, T_1 và T_2. Ẩn thứ ba do không đủ phương trình có thể thu được trên cơ sở các yêu cầu bổ sung cho giá trị của các hệ số sai số tiếp theo sau c_0, c_1 và c_2, chúng bằng 0, bởi vì hệ có tính vô hướng bậc ba. Nếu không có các giới hạn nào cho các hệ số sai số tiếp theo, thì tính toán có thể dựa trên cơ sở của các biểu thức sau:

Đối với mạch vi phân thụ động tỷ số của các hằng số thời gian T_2/T_1 thường lấy gần bằng 10. Thế vào phương trình (6) $T_2/T_1 = 10$, ta có giá trị yêu cầu hệ số khuếch đại của bộ khuếch đại trong mạch hiệu chỉnh.

$$k_7 = \frac{\frac{T_1}{T_2}}{k_3k_4k_5k_6k_8} = \frac{10.1000}{4.2,86.0,525.500} = 3,34$$

Từ (7) ta tìm giá trị yêu cầu của hằng số thời gian:

$$T_2 = \frac{T_y + T_D}{k_3k_4k_5k_6k_7k_8 - 1} = \frac{0,005 + 0,1}{4.2,86.0,5.0,525.3,34 - 1}$$
$$= \frac{0,105}{10-1} = 0,0117 \text{ s}$$

Ngoài ra, ta có:

$$T_1 = 10T_2 = 0,117\text{s}.$$

Khi thực hiện các điều kiện (6) và (7) hàm truyền theo sai số (5) có dạng:

$$\Phi_\theta(p) = \frac{b_0p^4 + b_1p^3}{(1+T_2p)[T_yT_Dp^3 + (T_y+T_D)p^2 + p + K]} \qquad (8)$$

Bằng chia tử số cho mẫu số (8) ta tìm được hệ số sai số theo đạo hàm thứ ba của tác dụng điều khiển:

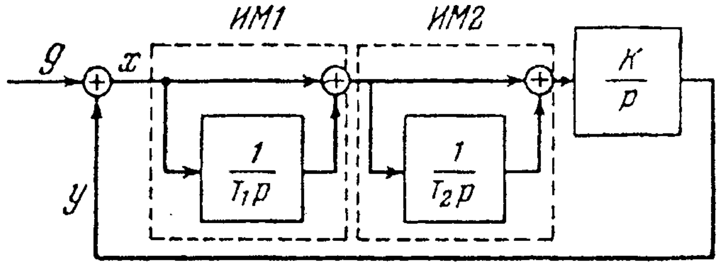
$$\frac{c_3}{3!} = \frac{b_1}{K} = \frac{T_yT_D + T_yT_2 + T_D.T_2}{K} \qquad (9)$$

Thế các giá trị số, cho kết quả:

$$\frac{c_3}{6} = \frac{0{,}005.0{,}1 + 0{,}005.0{,}0117 + 0{,}1.0{,}0117}{16{,}4} = 1{,}3.10^{-4}\ s^3$$

Phương trình (9) là phương trình không đủ, nó có thể sử dụng để giải đồng thời với các phương trình (6) và (7).

221. Ở hệ điều chỉnh (hình 129) để tăng bậc vô hướng có hai thiết bị quân bằng, ИМ1 và ИМ2. Hãy xác định năm hệ số đầu tiên của sai số.



Hình 129. *Hệ có các thiết bị quân bằng.*

Đáp số:

$$c_0 = 0, \qquad c_1 = 0, \qquad c_2 = 0, \qquad \frac{c_3}{6} = \frac{T_1T_2}{K}, \qquad \frac{c_4}{24} = \frac{T_1T_2(T_1+T_2)}{K}$$

222. Hàm truyền của hệ theo dõi hở có dạng:

$$W(p) = \frac{K}{p(1+T_1p)(1+T_2p)}$$

Các giá trị của các thông số $K = 20\ s^{-1}$, $T_1 = 0{,}02$ s và $T_2 = 0{,}03$ s. Ở đầu vào hệ có tác dụng dao động điều hoà với biên độ $\theta_{1\ max} = 10^0$ và chu kỳ $T_K = 7$ s. Hãy xác định biên độ của sai số.

Bài giải. 1) Để giải chính xác ta tìm hàm truyền đối với sai số:

$$\Phi_\theta(p) = \frac{1}{1+W(p)} = \frac{p(1+T_1p)(1+T_2p)}{p(1+T_1p)(1+T_2p)+K}$$

Sau khi đưa ra các số hạng tương tự và thế các giá trị của các thông số ta có:

$$\Phi_\theta(p) = \frac{6.10^{-4}p^3 + 5.10^{-2}p^2 + p}{6.10^{-4}p^3 + 5.10^{-2}p^2 + p + 20}$$

Biên độ sai số:

$$\theta_{max} = |\Phi_\theta(j\omega)|\,\theta_{1max}$$

Ta tìm môđun hàm truyền tần số đối với sai số ở $\omega = \omega_K = \dfrac{2\pi}{T_K} = 0{,}9\ s^{-1}$.

$$|\Phi_\theta(j\omega)| = \left|\frac{6.10^{-4}(j\omega_k)^3 + 5.10^{-2}(j\omega_k)^2 + j\omega_k}{6.10^{-4}(j\omega_k)^3 + 5.10^{-2}(j\omega_k)^2 + j\omega_k + 20}\right| =$$

$$= \left|\frac{-0{,}004 + j0{,}9}{20 + j0{,}9}\right| = \sqrt{\frac{0{,}004^2 + 0{,}9^2}{20^2 + 0{,}9^2}} = 0{,}045$$

Tiếp theo ta tìm được:

$$\theta_{max} = 0{,}045\ .\ 10 = 0^0{,}45 = 27'$$

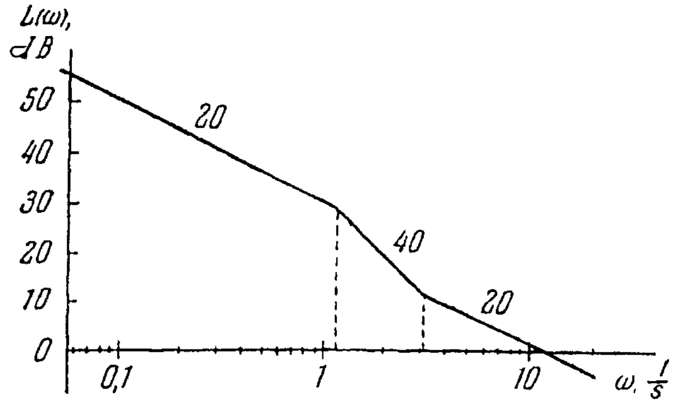
2) Để giải gần đúng ta tìm môđun của hàm truyền tần số ở hệ hở khi $\omega = \omega_k$:

$$A(\omega_k) = |W(j\omega_k)| = \frac{20}{0{,}9\sqrt{1 + 0{,}9^2.0{,}02^2}\sqrt{1 + 0{,}9^2.0{,}03^2}} = 22{,}2$$

Biên độ của sai số:

$$\theta_{max} = \frac{\theta_{1max}}{A(\omega_k)} = \frac{10}{22{,}2} = 0^0{,}45 = 27'$$

223. Đối với hệ theo dõi cho Đ.B.L của hệ hở (hình 130). Hãy xác định biên độ sai số, nếu tác dụng đầu vào thay đổi theo quy luật $\theta_1 = \theta_{1max}\sin\omega_k t$, ở đây $\theta_{1\ max} = 15^0$, còn $\omega_k = 0{,}2\ s^{-1}$.



Hình 130. Đ.B.L của hệ theo dõi.

Bài giải. Theo Đ.B.L được biểu diễn trên hình 130, ta xác định giá trị môđun theo dexiben ở tần số $\omega = \omega_k = 0{,}2\ s^{-1}$.

$$L(\omega_k) = 20\lg A(\omega_k) = 45\ \text{dB}$$

Tiếp theo ta tìm $\lg A(\omega_k) = 2{,}25$. Theo đồ thị lôgarit ta xác định:

$$A(\omega_k) = 10^{2,25} = 168$$

Biên độ sai số:

$$\theta_{max} = \frac{\theta_{1max}}{A(\omega_k)} = \frac{15}{168} = 0^0{,}089 = 5'{,}3$$

224. Hãy giải bài toán trước, nếu:

1) $\theta_{1max} = 5^0$, $\omega_k = 0{,}1$ 1/s

2) $\theta_{1max} = 10^0$, $\omega_k = 0{,}8$ 1/s

3) $\theta_{1max} = 30^0$, $\omega_k = 0{,}4$ 1/s

Đáp số: 1) 0',88; 2) 14',2; 3) 21',2.

225. Hàm truyền của hệ theo dõi hở có dạng:

$$W(p) = \frac{K(1+T_s p)}{p(1+T_1 p)(1+T_2 p)}$$

ở đây $K = 200\ s^{-1}$, $T_1 = 0{,}5$ s, $T_2 = 0{,}1$ s và $T_3 = 0{,}01$ s. Hãy xác định sai số pha khi sử dụng tín hiệu đầu vào dao động điều hoà có biên độ $\theta_{1max} = 20^0$ và chu kỳ $T_K = 1$ s.

Bài giải. 1) Để giải chính xác ta tìm hàm truyền của tần số của hệ kín khi $\omega = \omega_k = \frac{2\pi}{T_k} = 6{,}28$ 1/s.

$$\Phi(j\omega_k) = \frac{W(j\omega_k)}{1+W(j\omega_k)} = \frac{K(1+j\omega_k T_2)}{j\omega_k(1+j\omega_k T_1)(1+j\omega_k T_3)+K(1+j\omega_k T_2)}$$

$$= \frac{K(1+j\omega_k T_2)}{K-\omega_k^2(T_1+T_3)+j[\omega_k(1+KT_2)-\omega_k^3 T_1 T_3]}$$

Thế các giá trị sai số của các thông số cho:

$$\Phi(j\omega_k) = \frac{200+j135}{180+j130} = 1{,}09 - j0{,}0325$$

Suy ra

$$\varphi = -\text{arctg}\ \frac{0{,}0325}{1{,}09} = -\ \text{arctg}\,0{,}03 \approx -1^0{,}7$$

2) Để giải gần đúng ta cho rằng ở vùng tần số tác dụng đầu vào hàm truyền tần số của hệ hở có dạng:

$$W(j\omega) \approx \frac{K}{j\omega(1+j\omega T_1)}$$

Ở giá trị $\omega = \omega_k$ hàm truyền đối với sai số có thể lấy bằng:

$$\Phi_\theta(j\omega_k) \approx \frac{1}{W(j\omega_k)} = \frac{j\omega_k(1+j\omega_k T_1)}{K}$$

Suy ra:

$$\varphi \approx -\text{Im}\ \frac{1}{W(j\omega_k)} = -\frac{\omega_k}{K} = -\frac{6{,}28}{200} = -0{,}0314\text{rad} = -1^0{,}8$$

226. Hãy xác định sai số pha đối với bài toán trước, nếu:

1) $T_k = 10$s; 2) $T_k = 2$s

Đáp số: 1) $-0^0{,}18$; 2) $-0^0{,}9$.

5.2. XÁC ĐỊNH ĐỘ CHÍNH XÁC KHI CÓ TÁC DỤNG NHIỄU

227. Đối với hệ theo dõi được biểu diễn trên hình 24 (các bài 41 và 42). Hãy xác định giá trị ổn định của sai số mômen, nếu mômen của tải trên trục thừa hành bằng M = 200 G.cm, còn hiệu suất của bộ dẫn động bằng 0,8.

Bài giải. Hệ số chất lượng theo mômen của hệ theo dõi đang nghiên cứu (xem bài 42) bằng $K_M = 1700 \dfrac{\text{G.cm}}{\text{góc.ph}}$

Từ đó ta tìm được sai số mômen:

$$\theta_M = \frac{M_H}{K_M} = \frac{M}{\eta K_M} = \frac{2000}{0{,}8.1700} = 1',47$$

228. Hãy giải bài toán trước, nếu cho mômen tải trên trục động cơ $M_{HD} = 5$ G.cm.

Bài giải. Ta xác định hệ số chất lượng theo mômen tác dụng tới trục động cơ:

$$K_{MD} = \frac{K_M}{i} = \frac{1700}{1000} = 1{,}7 \ \frac{\text{G.cm}}{\text{góc.ph}}$$

ở đây i = 1000 – tỷ số hàm truyền của bộ dẫn động. Sai số mômen:

$$\theta_M = \frac{M_{HD}}{K_{MD}} = \frac{5}{1{,}7} = 2',95$$

229. Hãy xác định các sai số mômen đối với các hệ theo dõi với tính vô hướng bậc đầu ở các số liệu ban đầu như sau:

1) Hệ số chất lượng theo tốc độ $K_\Omega = 200\ s^{-1}$, tỷ số truyền của bộ dẫn động i = 500, tốc độ chạy không tải của động cơ $n_{xx} = 6000$ V9/ph, mômen khởi động $M_n = 100$ G.cm, mômen tải tác dụng tới trục động cơ $M_{HD} = 30$ G.cm.

2) $K_\Omega = 500\ s^{-1}$, i = 10000, $n_{xx} = 7500$ V9/ph, $M_n = 300$ g.cm, $M_{HD} = 150$ g.cm.

Đáp số:

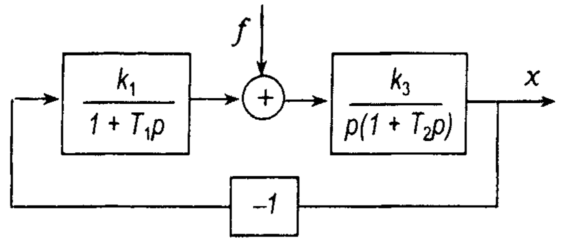
1) $\theta_M = \dfrac{3440\pi n_{xx}}{30 i K_\Omega}.\dfrac{M_{HD}}{M_n} = \dfrac{3440.3{,}14.6000}{30.500.200}.\dfrac{30}{100} = 6',5$

2) $\theta_M = \dfrac{3440.3{,}14.7500}{30.10000.500}.\dfrac{150}{300} = 0',27$

230. Trên hình 131 ta biểu diễn sơ đồ cấu tạo của hệ điều chỉnh. Các giá trị của các thông số $k_1 = 10$, $k_2 = 2\ s^{-1}$, $T_1 = 0{,}1$ s và $T_2 = 1$ s. Tác dụng nhiễu thay đổi theo quy luật $f = f_{max}\sin\omega_k t$, ở đây $f_{max} = 15$ và $\omega_k = 5\ s^{-1}$. Hãy xác định biên độ sai số x_{max}.

Bài giải. Hàm truyền theo tác dụng nhiễu ở hệ kín bằng:

$$\Phi_f(p) = \frac{W_f(p)}{1 + W(p)} = \frac{\dfrac{k_2}{p(1+T_2p)}}{1 + \dfrac{k_1k_2}{p(1+T_1p)(1+T_2p)}} = \frac{k_2(1+T_1p)}{p(1+T_1p)(1+T_2p) + k_1k_2}$$



Hình 131. *Sơ đồ cấu trúc cho bài 230.*

Biên độ của sai số:

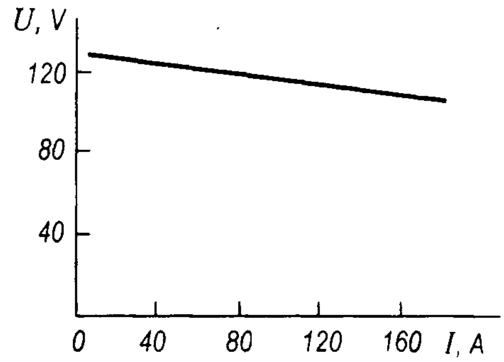
$$x_{max} = |\Phi_f(j\omega_k)|f_{max}$$

$$= \frac{k_2 f_{max}\sqrt{1+\omega_k^2 T_1^2}}{\sqrt{[k_1k_2 - \omega_k^2(T_1+T_2)]^2 + \omega_k^2(1-\omega_k^2 T_1T_2)^2}}$$

Thế các giá trị số, ta có:

$$x_{max} = \frac{2.15\sqrt{1+5^2.0,1^2}}{\sqrt{(10.2-5^2(0,1+1)]^2 + 5^2(1-5^2.0,11)^2}} = 2,65$$

231. Đặc tính bên ngoài của máy phát (sự phụ thuộc điện áp ở các cực của nó với dòng điện tải) được biểu diễn trên hình 132. Độ nghiêng đặc tính bằng β = 0,1 V/a. Máy phát có hệ ổn định điện áp tĩnh có hệ số khuếch đại chung theo mạch hở K = 200. Hãy xác định sai số ổn định ở đột biến tải ΔI_H = 100 a.



Hình 132. Đặc tính bên ngoài của máy phát.

Bài giải.

$$\Delta U = \frac{\beta \Delta I_H}{1+K} = \frac{0,1.100}{1+200} \approx 0,05 \text{ V}$$

232. Trong hệ ổn định nhiệt độ của lò phần tử nhạy cảm là cặp nhiệt. Ở hệ điều chỉnh ngắt nhiễu bên ngoài gây ra độ lệch của nhiệt độ vào giá trị đã cho $\Delta\tau_0 = 200^0$C. Hãy xác định độ lệch ổn định của nhiệt độ, nếu ta sử dụng hệ điều chỉnh có hàm truyền của hệ hở:

$$W(p) = \frac{K}{(1+T_1p)(1+T_2p)}$$

ở đây K = 500.

Đáp số: $$\Delta\tau = \frac{\Delta\tau_0}{1+K} = \frac{200}{1+500} \approx 0,4^0\text{C}$$

5.3. CÁC PHƯƠNG PHÁP GỐC ĐÁNH GIÁ CÁC TÍNH CHẤT ĐỘNG LỰC HỌC

233. Ta cho các phương trình đặc trưng của hệ điều chỉnh:

1) $p^3 + 14p^2 + 53p + 130 = 0$

2) $p^3 + 11p^2 + 51p + 41 = 0$

3) $p^3 + 2,5p^2 + 27p + 13 = 0$

4) $p^4 + 7p^3 + 418p^2 + 1220p + 808 = 0$

5) $p^4 + 3p^3 + 5,5p^2 + 6p + 2,5 = 0$

Hãy xác định các nghiệm của phương trình, độ ổn định h, độ dao động μ và độ tắt dần η của hệ.

Đáp số:

1) $p_1 = -10\ s^{-1}$, $p_{2,3} = (-2 \pm j3)\ s^{-1}$,

$$h = 2\ s^{-1},\ \mu = \frac{3}{2} = 1{,}5,\quad \eta = 1 - e^{-\frac{2\pi}{\mu}} = 98{,}5\%$$

2) $p_1 = -1\ s^{-1}$, $p_{2,3} = (-5 \pm j4)\ s^{-1}$,

$h = 1\ s^{-1}$, $\mu = 0{,}8$ $\quad \eta = 99{,}96\%$;

3) $p_1 = -0{,}5\ s^{-1}$, $p_{2,3} = (-1 \pm j5)\ s^{-1}$,

$h = 0{,}5\ s^{-1}$, $\mu = 5$ $\quad \eta = 71{,}5\%$;

4) $p_1 = -1\ s^{-1}$, $p_2 = -2\ s^{-1}$, $p_{3,4} = (-2 \pm j20)\ s^{-1}$

$h = 1\ s^{-1}$, $\mu = 10$, $\quad \eta = 47\%$;

5) $p_1 = -1\ s^{-1}$, $p_2 = -1\ s^{-1}$, $p_{3,4} = (-0{,}5 \pm j1{,}5)\ s^{-1}$

$h = 0{,}5\ s^{-1}$, $\mu = 3$ $\quad \eta = 88\%$;

234. Cho các phương trình đặc trưng của hệ điều chỉnh:

$$\left.\begin{aligned} &1)\ p^3 + 4p^2 + 41p + 64 = 0 \\ &2)\ p^3 + 14p^2 + 144p + 1000 = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Nếu sử dụng đồ thị Vưsnhegratki không tìm nghiệm gốc hay xác định độ tắt dần và mức độ ổn định.

Bài giải. 1) Ta sử dụng thế $p = \sqrt[3]{64}\,q = 4q$. Khi đó phương trình (1) sau khi chia cho 64 có dạng:

$$q^3 + q^2 + \frac{41}{16}q + 1 = 0$$

Các thông số Vưsnhegratki A = 1 và $B = \frac{41}{16} = 2{,}56$. Theo đồ thị Vưsnhegratki với các đường được vạch của tắt dần bằng nhau (phụ lục 7) ta tìm được $\eta = 70\%$. Theo đồ thị Vưsnhegratki có các đường được vạch có độ ổn định như nhau (phụ lục 8) ta tìm độ ổn định tương đối $h_0 = 0{,}25$. Tiếp theo ta xác định giá trị tuyệt đối của độ ổn định $h = 4h_0 = 1\ s^{-1}$.

2) $\eta = 75\%$, $h = 2\ s^{-1}$.

235. Cho hàm truyền của hệ hở có tính vô hướng bậc thứ nhất:

$$W(p) = \frac{K_\Omega}{p(1 + Tp)} \qquad (1)$$

Hãy xác định tỷ số giữa hệ số chất lượng theo tốc độ K_Ω và hằng số thời gian T, mà ở đó độ tắt dần sau một chu kỳ sẽ không nhỏ hơn giá trị đã cho η.

Bài giải. Ta tìm phương trình đặc trưng của hệ:

$$1 + W(p) = 0$$

hay, sau khi thế (1):

$$p^2 + \frac{1}{T}p + \frac{K_\Omega}{T} = 0 \qquad (2)$$

Các nghiệm gốc của phương trình này:

$$p_{1,2} = -\frac{1}{2T} \pm j\sqrt{\frac{K_\Omega}{T} - \frac{1}{4T^2}} = -\alpha^1\beta \qquad (3)$$

Ở đây:

$$\alpha = \frac{1}{2T} \quad \text{và } \beta = \sqrt{\frac{K_\Omega}{T} - \frac{1}{4T^2}}$$

Các nghiệm gốc của phương trình này:

$$p_{1,2} = -\frac{K_\varepsilon T}{2} \pm j\sqrt{K_\varepsilon - \frac{K_\varepsilon^2 T^2}{4}} = -\alpha \pm j\beta \qquad (3)$$

Độ dao động:

$$\mu = \frac{\beta}{\alpha} = \sqrt{\frac{4}{T^2 K_\varepsilon} - 1} \qquad (4)$$

Nếu sử dụng tỷ số giữa dao động và độ tắt dần:

$$\mu = \frac{2\pi}{\ln\frac{1}{1-\eta}} \qquad (5)$$

Cuối cùng ta tìm:

$$\frac{1}{K_\varepsilon T^2} \le \frac{\pi^2}{\left(\ln\frac{1}{1-\eta}\right)^2} + 0{,}25 \qquad (6)$$

hay:

$$K_\varepsilon T^2 \ge \frac{1}{\dfrac{\pi^2}{\left(\ln\frac{1}{1-\eta}\right)^2} + 0{,}25} \qquad (7)$$

238. Ở hệ có hàm truyền của hệ hở:

$$W(p) = \frac{K_\varepsilon(1 + Tp)}{p^2}$$

Hệ số chất lượng theo gia tốc $K_\varepsilon = 100\ s^{-2}$. Hãy xác định giá trị tối thiểu của hằng số thời gian T tương ứng với giá trị tắt dần sau một chu kỳ η = 90%, η = 95%, η = 98% và η = 100% (xem bài trước).

Đáp số:

$$T = 0{,}069\ s,\ T = 0{,}086\ s,\ T = 0{,}107 s,\ T = 0{,}20\ s.$$

239. Ở hệ điều chỉnh tĩnh hàm truyền của hệ hở có dạng:

$$W(p) = \frac{K}{(1 + T_0 p)(1 + T_1 p)}$$

Các hằng số thời gian bằng T_0 = 1 s và T_1 = 0,5 s. Hãy xác định giá trị cho phép của hệ số chung của bộ khuếch đại K, mà ở đó dao động tắt dần sau một chu kỳ sẽ không nhỏ hơn η = 90%.

Đáp số:

$$K \le \frac{(T_0 + T_1)^2}{T_0 T_1}\left[\frac{\pi^2}{\left(\ln\frac{1}{1-\eta}\right)^2} + 0{,}25\right] - 1$$

$$= \frac{(1+0{,}5)^2}{1.0{,}5}\left[\frac{3{,}14^2}{\left(\ln\frac{1}{1-0{,}9}\right)^2} + 0{,}25\right] - 1 = 8{,}5.$$

5.4. ĐÁNH GIÁ THEO ĐƯỜNG CONG CỦA QUÁ TRÌNH CHUYỂN TIẾP

240. Hệ điều chỉnh kín được mô tả bằng phương trình vi phân:

$$(a_0 p^2 + a_1 p + 1)y = (a_1 p + 1)g \qquad (1)$$

Hãy xác định giá trị điều chỉnh lại trong giả thiết rằng các nghiệm của phương trình đặc trưng là phức $p_{1,2} = -\alpha \pm j\beta$, đối với trường hợp không có tác dụng đã cho g = 0. Các điều kiện ban đầu $y = y_0$ và $\dot{y} = 0$ ở t = -0.

Đáp số: Quá trình chuyển tiếp được xác định bằng biểu thức:

$$y = y_0 e^{-\alpha t}\left(\cos\beta t + \frac{\alpha}{\beta}\sin\beta t\right)$$

$$= y_0\frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{\beta}e^{-\alpha t}\sin\left(\beta t + \mathrm{arctg}\frac{\beta}{\alpha}\right) \qquad (2)$$

Khi nghiên cứu về cực trị có thể thu được giá trị đầu của nó:

$$y_m = -y_0 e^{-\frac{\alpha}{\beta}\pi} = -y_0 e^{-\frac{\pi}{\mu}} \qquad (3)$$

Từ đó độ điều chỉnh lại cần tìm:

$$\sigma=\frac{|y_m|}{y_0}=e^{-\frac{\alpha}{\beta}\pi}=\exp\left[-\frac{\pi}{\sqrt{4\frac{a_0}{a_1^2}-1}}\right] \tag{4}$$

241. Đối với bài toán trước hãy xác định điều kiện không có điều chỉnh lại.

Đáp số: $\beta = 0$, điều đó tương ứng với sự thoả mãn điều kiện $a_0 \leq 0{,}25\,a_1^2$.

242. Đối với bài 240 hãy xác định quan hệ của các hệ số, mà ở đó sự điều chỉnh lại sẽ là $\sigma = 10\%$, $\sigma = 20\%$, $\sigma = 50\%$.

Đáp số: $a_0 = 0{,}72\,a_1^2$; $a_0 = 1{,}22\,a_1^2$; $a_0 = 5{,}25\,a_1^2$

243. Đối với hệ điều chỉnh mà phương trình vi phân (1) của nó có trong bài 240, hãy xác định sự điều chỉnh lại hàm tầng $g_0 1(t)$, khi cấp tới đầu vào, nếu trước khi tác dụng đầu vào hệ ở trạng thái tĩnh.

Đáp số: Quá trình chuyển tiếp được xác định bởi biểu thức:

$$y=g_0\left[1-e^{-\alpha t}\left(\cos\beta t-\frac{\alpha}{\beta}\sin\beta t\right)\right]$$

Nghiên cứu nó đạt cực đại cho:

$$y_m=g_0\left[1+e^{-\frac{1}{\mu}\mathrm{arctg}\frac{2\mu}{1-\mu^2}}\right]$$

Từ đó ta xác định sự điều chỉnh lại:

$$\sigma=\frac{y_m-g_0}{g_0}=\exp\left[-\frac{\mathrm{arctg}\dfrac{2\mu}{1-\mu^2}}{\mu}\right]$$

ở đây:

$$\mu=\frac{\beta}{\alpha}=\sqrt{4\frac{a_0}{a_1^2}-1}$$

244. Đối với quan hệ các số a_0 và a_1 tương ứng với kết quả điều chỉnh lại $\sigma = 0\%$, $\sigma = 10\%$, $\sigma = 20\%$ và $\sigma = 50\%$, khi phù hợp từ vị trí không đổi (xem bài 241 và 242), hãy xác định giá trị của điều chỉnh lại tác dụng của tầng $g(t) = g_0 \cdot 1(t)$. Khi cấp tới đầu vào và tiến hành so sánh các giá trị điều chỉnh lại.

Đáp số:

Các giá trị của điều chỉnh lại được đưa vào bảng:

Dạng chuyển động	$a_0 = 0{,}25\,a_1^2$	$a_0 = 0{,}72\,a_1^2$	$a_0 = 1{,}22\,a_1^2$	$a_0 = 5{,}25\,a_1^2$
Thoả mãn từ vị trí không đổi	0%	10%	20%	50%
Thực hiện tác dụng tầng duy nhất	13,5%	25%	32%	55%

245. Hàm truyền của hệ điều khiển kín có dạng:

$$\Phi(p) = \frac{a_1 p + 1}{a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p} + 1$$

ở đầu vào của hệ có tác động loại hàm tầng duy nhất 1(t). Trực tiếp xây dựng quá trình chuyển tiếp xác định sự điều chỉnh lại và thời gian của quá trình chuyển tiếp ở các giá trị các hệ số sau:

1) $a_1 = 0{,}33s$, $a_2 = 0{,}01s^2$, $a_3 = 1{,}58.10^{-4}s^3$

2) $a_1 = 0{,}415s$, $a_2 = 0{,}04s^2$, $a_3 = 0{,}002s^3$

3) $a_1 = 0{,}087s$, $a_2 = 0{,}0025s^2$, $a_3 = 0{,}435.10^{-4}s^3$

Đáp số:

1) $\sigma = 13{,}8\%$ $t_n = 0{,}775s$;

2) $\sigma = 26{,}5\%$ $t_n = 1{,}17s$;

3) $\sigma = 37{,}2\%$ $t_n = 0{,}27s$;

246. Trên hình 133 biểu diễn đặc tính tần số thực của hệ kín. Hãy xác định các quá trình sơ bộ của điều chỉnh lại và thời gian của quá trình chuyển tiếp.

Bài giải. Khoảng các tần số thực đối với đặc tính thực $\omega_c = 20\ s^{-1}$. Điều đó cho thời gian của quá trình chuyển tiếp:

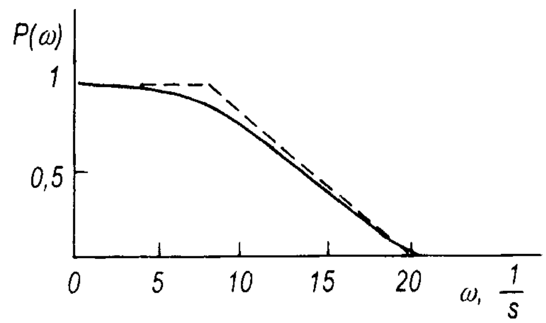
$$\frac{\pi}{\omega_c} < t_n < \frac{4\pi}{\omega_c}$$

hay:

$$0{,}157s < t_n < 0{,}628s$$

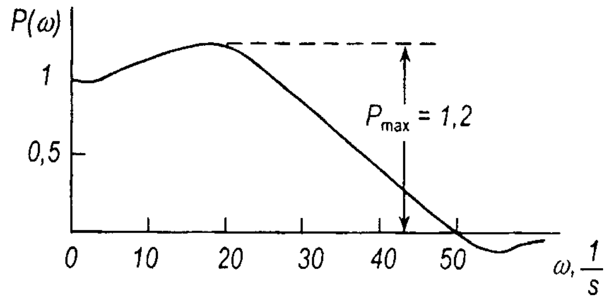
Sự điều chỉnh lại $\sigma < 18\%$.

Để tính toán chính xác hơn cần thiết chú ý đến các đường cong cho ở phụ lục 12. Hệ số góc nghiêng của đặc tính thực (xem hình 133) bằng $\chi = 0{,}4$. Điều đó cho $\sigma = 10\%$ và $t_n = 7/20 = 0{,}35$ s.



Hình 133. Đặc tính tần số thực.

247. Hãy xác định sự điều chỉnh lại và thời gian của quá trình chuyển tiếp đối với đặc tính tần số được biểu diễn trên hình 134.



Hình 134. Đặc tính thực.

Bài giải. Phần tần số cao của đặc tính tương ứng P(ω) < 0 có thể bỏ, bởi vì $P_{min} < 0{,}2$. Khi đó sự điều chỉnh lại trong hệ bằng:

$$\sigma < \frac{1{,}18P_{max} - P(0)}{P(0)} = \frac{1{,}18.1{,}2 - 1}{1} = 0{,}41 = 41\%$$

Thời gian của quá trình chuyển tiếp:

$$t_n > \frac{\pi}{\omega_c} = \frac{3{,}14}{50} = 0{,}0628 \text{ s}$$

Để tính toán chính xác hơn cần thiết chú ý đến các đường cong phụ lục 13. ở kết quả sử dụng nó ta xác định:

$$\sigma = 23\% \quad \text{và} \quad t_n = \frac{3\pi}{\omega_c} = \frac{3.3{,}14}{50} = 0{,}18 \text{ s.}$$

5.5. CÁC ĐÁNH GIÁ TÍCH PHÂN

248. Hàm truyền của hệ theo dõi hở có tính vô hướng bậc một có dạng:

$$W(p) = \frac{K_\Omega}{p(1 + T_1p)(1 + T_2p)}$$

Ở các giá trị hằng số thời gian $T_1 = 0{,}02$ s và $T_2 = 0{,}04$ s. Hãy xác định giá trị hệ số chất lượng theo tốc độ tương ứng giá trị cực tiểu của đánh giá tích phân bình phương khi thực hiện tác dụng tầng $g(t) = g_0 . 1(t)$.

Bài giải. Hàm truyền của hệ kín:

$$\Phi(p) = \frac{W(p)}{1 + W(p)} = \frac{K_\Omega}{K_\Omega + p + (T_1 + T_2)p^2 + T_1 + T_2p^3}$$

Biểu diễn đại lượng đầu ra theo Laplace có dạng:

$$X(p) = \frac{K_\Omega}{K_\Omega + p + (T_1 + T_2)p^2 + T_1T_2p^3}\frac{1}{p}$$

$$= \frac{b_0}{a_0 + a_1p + a_2p^2 + a_3p^3}\frac{1}{p}$$

Tương ứng với phụ lục 16 ta tìm giá trị của đánh giá tích phân:

$$I = \frac{B_0\Delta_0}{2a_0^2\Delta}g_0$$

Ở đây $B_0 = b_0^2 = K_\Omega^2, a_0 = K_\Omega$. Các giá trị của các định thức:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_0 & -a_2 & 0 \\ 0 & a_1 & -a_3 \\ 0 & -a_0 & a_2 \end{vmatrix} = a_0(a_1a_2 - a_0a_3)$$

$$\Delta_0 = \begin{vmatrix} a_1 & -a_2 & 0 \\ a_0 & a_1 & -a_3 \\ 0 & -a_0 & a_2 \end{vmatrix} = a_1^2a_2 - a_1a_0a_3 + a_0a_2^2$$

Ở kết quả ta có

$$I = \left[\frac{1}{2K_\Omega} + \frac{1}{2}\frac{(T_1+T_2)^2}{T_1+T_2-K_\Omega T_1T_2}\right]g_0$$

Để thu được giá trị tối thiểu của đánh giá tích phân ta cho đạo hàm bằng 0:

$$\frac{dI}{dK_\Omega} = \frac{1}{2}\left[-\frac{1}{K_\Omega^2} + \frac{T_1T_2(T_1+T_2)^2}{(T_1+T_2-K_\Omega T_1T_2)^2}\right] = 0$$

Suy ra giá trị tối ưu của hệ số chất lượng:

$$K_\Omega = \frac{T_1+T_2}{T_1T_2 + (T_1+T_2)\sqrt{T_1T_2}}$$

Thế các giá trị tính toán của các hằng số thời gian cho:

$$K_\Omega = \frac{0{,}06}{8.10^{-4} + 6\sqrt{8.10^{-4}}} = 24\,s^{-1}$$

249. Hàm truyền của hệ hở có dạng:

$$W(p) = \frac{K_\Omega + K_1p}{p(1+Tp)}$$

Ở các giá trị xác định T = 0,1 s và hệ số chất lượng theo tốc độ $K_\Omega = 20\ s^{-1}$. Hãy xác định giá trị hệ số K_1 (xác định mức tín hiệu theo đạo hàm thứ nhất) tương ứng cực tiểu của đánh giá tích phân bình phương tác dụng điều khiển ở dạng hàm xung duy nhất g(t) = δ(t).

Bài giải. Hàm truyền của hệ kín bằng:

$$\Phi(p) = \frac{W(p)}{1+W(p)} = \frac{K_\Omega + K_1p}{K_\Omega + (1+K_1)p + Tp^2}$$

Biểu diễn tác dụng đầu vào G(p) = 1. Biểu diễn đại lượng đầu ra:

$$Y(p) = \Phi(p)\,G(p) = \frac{K_\Omega + K_1p}{K_\Omega + (1+K_1)p + Tp^2}$$

Giá trị đánh giá tích phân bình phương (xem phụ lục 16):

$$I = \frac{B_1\Delta_1 + B_2\Delta_2}{2a_0^2\Delta}$$

Các hệ số bằng:

$$B_1 = b_1^2 = K_\Omega^2, \qquad B_2 = b_2^2 = K_1^2$$

$$a_0 = K_\Omega, \quad a_1 = 1 + K_1 \quad \text{và} \quad a_2 = T$$

Các giá trị của các định thức:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_0 & -a_2 & 0 \\ 0 & a_1 & 0 \\ 0 & -a_0 & a_2 \end{vmatrix} = a_0 a_1 a_2 = K_\Omega(1 + K_1)T$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} a_0 & a_1 & 0 \\ 0 & a_0 & 0 \\ 0 & 0 & a_2 \end{vmatrix} = a_0^2 a_2 = K_\Omega^2 T$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_0 & -a_2 & a_1 \\ 0 & a_1 & a_0 \\ 0 & -a_0 & 0 \end{vmatrix} = a_0^3 = K_\Omega^3$$

Tiếp theo ta tìm được:

$$I = \frac{K_\Omega^2 K_\Omega^2 T + K_1^2 K_\Omega^3}{2K_\Omega^2 K K_\Omega (1 + K_1)T} = \frac{K_\Omega T + K_1^2}{2(1 + K_1)T}$$

Để tìm cực tiểu I ta cho đạo hàm bằng 0; $\frac{dI}{dK_1} = 0$. Ở kết quả ta có:

$$K_1^2 + 2K_1 - K_\Omega T = 0$$

Suy ra

$$K_1 = -1 + \sqrt{1 + K_\Omega T}$$

Thế các giá trị số cho:

$$K_1 = -1 + \sqrt{1 + 20.0,1} = 0,73$$

250. Hàm truyền của hệ hở có dạng:

$$W(p) = \frac{K_\Omega}{p(1 + Tp)}$$

Ở giá trị xác định của hằng số thời gian T = 0,2 s hãy xác định giá trị tối ưu của hệ số chất lượng theo tốc độ tương ứng giá trị cực tiểu của đánh giá tích phân có dạng:

$$I = \int_0^\infty (x^2 + \tau^2 x^2)dx \qquad (1)$$

Khi có tác dụng tầng duy nhất g(t) = 1(t) tới đầu vào đối với các giá trị hằng số thời gian cực trị $\tau = 0$, $\tau = 0,1$ s, $\tau = 0,5$ s và $\tau = 1$ s.

Bài giải. Ta tách tích phân (1) thành hai tích phân:

$$I = I_1 + I_2 = \int_0^\infty x^2 dt + \tau^2 \int_0^\infty x^2 dt$$

Ta tìm hàm truyền của hệ kín:

$$\Phi(p) = \frac{K_\Omega}{K_\Omega + p + Tp^2}$$

Biểu diễn đại lượng đầu ra ở $G(p) = \frac{1}{p}$, bằng:

$$Y(p) = \Phi(p)\, G(p) = \frac{K_\Omega}{K_\Omega + p + Tp^2}\,\frac{1}{p}$$

Tương ứng với phụ lục (16) ta có:

$$I_1 = \frac{B_0 \Delta_0}{2a_0^2 \Delta} \qquad (2)$$

Các giá trị của các hệ số:

$$B_0 = b_0^2 = K_\Omega^2,\ a_0 = K_\Omega,\ \ a_1 = 1 \text{ và } a_2 = T$$

Các giá trị của các định thức:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_0 & -a_2 \\ 0 & a_1 \end{vmatrix} = a_0 a_1 = K_\Omega$$

$$\Delta_0 = \begin{vmatrix} a_1 & -a_2 \\ a_0 & a_1 \end{vmatrix} = a_1^2 + a_0 a_2 = 1 + K_{\Omega T}$$

Ta thế các giá trị tìm được vào (2), ta có:

$$I_1 = \frac{K_\Omega^2 (1 + K_\Omega T)}{2K_\Omega^2 K_\Omega} = \frac{1 + K_\Omega T}{2K_\Omega}$$

Để tìm I_2 ta xác định biểu diễn tốc độ thay đổi đại lượng đầu ra:

$$pY(p) = \frac{K_\Omega}{K_\Omega + p + Tp^2}$$

Tương ứng với phụ lục 16 ta tìm:

$$I_2 = \tau^2 \frac{B_1 \Delta_1}{2a_0^2 \Delta} \qquad (3)$$

ở đây $B_1 = b_1^2 - K_\Omega^2$ còn định thức:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} a_0 & a_1 \\ 0 & a_0 \end{vmatrix} = a_0^2 = K_\Omega^2$$

Tiếp theo ta có:

$$I_2 = \frac{K_\Omega \tau^2}{2}$$

Giá trị kết quả của đánh giá tích phân bằng:

$$I = I_1 + I_2 = \frac{1 + K_\Omega T}{2K_\Omega} + \frac{K_\Omega \tau^2}{2} \qquad (4)$$

Để xác định giá trị tối ưu K_Ω ta cho đạo hàm bậc nhất (4) bằng 0:

$$\frac{dI}{dK_\Omega} = 0$$

Sau khi vi phân ta có:

$$-\frac{1}{K_\Omega^2} + \tau^2 = 0$$

Suy ra giá trị tối ưu của hệ số chất lượng theo tốc độ $K_\Omega = \frac{1}{\tau}$. Các giá trị số $K_\Omega \to \infty$, $K_\Omega = 10\ s^{-1}$, $K_\Omega = 2\ s^{-1}$ và $K_\Omega = 1\ s^{-1}$.

5.6. CÁC ĐÁNH GIÁ CÁC TÍNH CHẤT ĐỘNG LỰC THEO TẦN SỐ

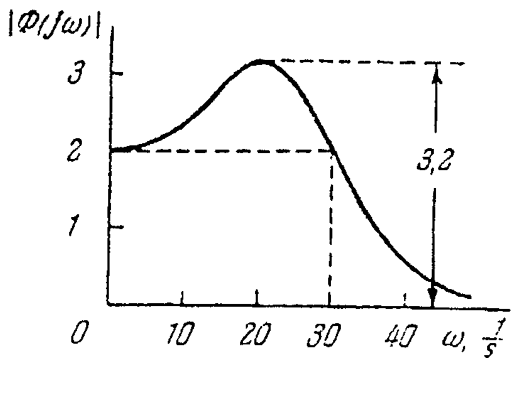
251. Trên hình 135 ta biểu diễn đặc tính tần số biên độ của hệ kín. Hãy xác định chỉ số dao động:

Đáp số:

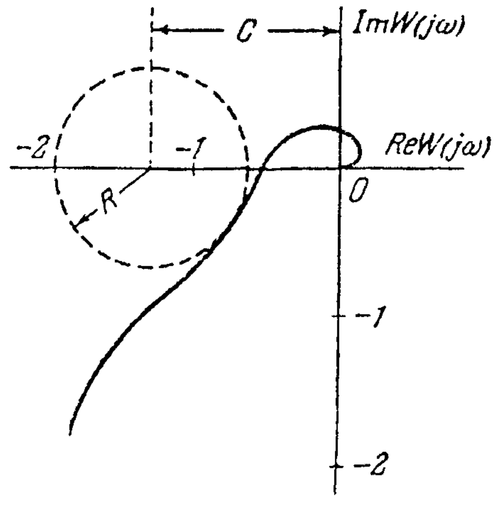
$$M = \frac{|\Phi(j\omega)|_{max}}{|\Phi(0)|} = \frac{3{,}2}{2} = 1{,}6$$

252. Trên hình 136 ta biểu diễn đặc tính biên độ pha của hệ theo dõi hở. Nó có thể biểu diễn theo bảng:

Re W(jω)	-2	-1,75	-1,5	-1,25	-1	-0,75	-0,5	-0,25	0
Im W(jω)	-4,95	-1,8	-1,75	-1,6	-1,4	-1,05	-0,85	-0,65	-0,55



Hình 135. Đ.B.T của hệ kín.



Hình 136. Đ.B.T của hệ hở.

Hãy xác định chỉ số dao động của hệ kín.

Bài giải. Để tìm chỉ số dao động cần thiết xác định các thông số vòng tròn, mà đặc tính biên độ pha tiếp xúc với nó. Các thông số của vòng tròn liên quan với chỉ số dao động theo các công thức:

$$R = \frac{M}{M^2 - 1} \quad \text{và} \quad C = \frac{M^2}{M^2 - 1}$$

ở đây R - bán kính vòng tròn, còn C - độ dịch chuyển tâm vòng tròn về bên trái từ gốc toạ độ. Ở kết quả chọn ta xác định vòng tròn tiếp tuyến tương ứng:

$$M = 2, \qquad R = \frac{2}{3} \text{ và } \qquad C = \frac{4}{3}$$

Xây dựng thực hiện bằng đường đứt nét trên hình 136.

253. Hàm truyền của hệ theo dõi hở có dạng:

$$W(p) = \frac{K_\Omega}{p(1 + Tp)}$$

Hãy xác định quan hệ giữa hệ số chất lượng theo tốc độ K_Ω và hằng số thời gian, mà ở đó hệ sẽ có chỉ số dao động của giá trị đã cho không lớn hơn M.

Bài giải. Hàm truyền của hệ kín bằng:

$$\Phi(p) = \frac{W(p)}{1 + W(p)} = \frac{K_\Omega}{K_\Omega + p + Tp^2}$$

Hàm truyền tần số của hệ kín được viết ở dạng:

$$\Phi(j\omega) = \frac{K_\Omega}{K_\Omega - j\omega - \omega^2 T}$$

Môđun của nó bằng:

$$|\Phi(j\omega)| = \frac{K_\Omega}{\sqrt{(K_\Omega - \omega^2 T)^2 + \omega^2}}$$

Nghiên cứu giá trị cực đại của biểu thức này cho giá trị chỉ số dao động:

$$|\Phi(j\omega)|_{max} = \frac{2K_\Omega T}{\sqrt{4K_\Omega T - 1}} = M \quad (\text{ở } K_\Omega T \geq 0{,}5)$$

Từ biểu thức cuối cùng ta có:

$$K_\Omega T \leq \frac{M^2 + M\sqrt{M^2 - 1}}{2}$$

254. Hãy giải bài toán trước, nếu hàm truyền của hệ hở có dạng:

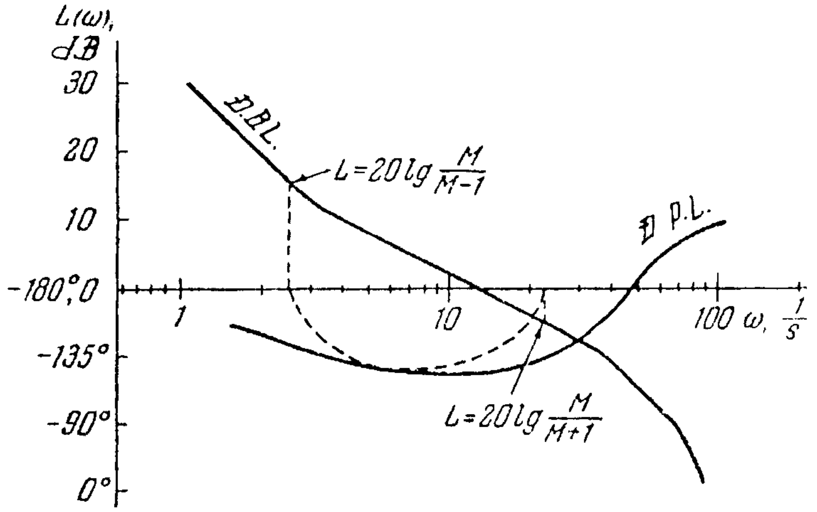
$$W(p) = \frac{K_\varepsilon(1 + \tau p)}{p^2}$$

ở đây, K_ε - hệ số chất lượng theo gia tốc, còn τ - hằng số thời gian của mạch hiệu chỉnh.

Đáp số:

$$K_\varepsilon \tau^2 \geq 2\frac{M^2 - M\sqrt{M^2-1}}{M^2-1}$$

255. Trên hình 137 ta biểu diễn các đặc tính pha và tần số lôgarit (Đ.B.L và Đ.P.L) của hệ hở. Hãy xác định chỉ số dao động của hệ kín.



Hình 137. *Đ.B.L và Đ.P.L của hệ hở.*

Bài giải. Để tìm chỉ số dao động cần xây dựng vùng cân đối với đặc tính pha sao cho đặc tính pha tiếp xúc với vùng này. Xây dựng vùng cấm được thực hiện theo phụ lục 14, ở đây ta đưa ra các độ dự trữ cần thiết theo pha ở hàm môđun bằng dexiben đối với các giá trị khác nhau của chỉ số dao động. Ở kết quả chọn ta xác định chỉ số dao động M = 1, 2. Xây dựng vùng cấm chỉ ra bằng đường dứt nét trên hình 137.

256. Hãy xây dựng Đ.B.L và Đ.P.L và xác định chỉ số dao động, nếu hàm truyền của hệ hở có dạng:

1) $W(p) = \dfrac{100(1+0{,}173p)}{p^2(1+0{,}035p)}$

2) $W(p) = \dfrac{25(1+0{,}66p)}{p^2(1+0{,}03p)}$

3) $W(p) = \dfrac{400(1+0{,}1p)}{p(1+p)(1+0{,}013p)}$

4) $W(p) = \dfrac{1000(1+0{,}05p)}{p(1+0{,}4p)(0{,}013p)}$

Đáp số:

1) M = 1,5; 2) M = 1,1; 3) M = 1,3; 4) M = 1,7.

257. Hàm truyền của hệ hở có dạng:

$$w(p) = \frac{K_\Omega}{p\prod_{i=1}^{n}(1+T_i p)}$$

Hãy xác định điều kiện, mà ở nó chỉ số dao động của hệ kín sẽ không vượt quá 1 đơn vị, nếu số hằng số thời gian là đạo hàm, có nghĩa n - số nguyên bất kỳ.

Đáp số:

$$K_\Omega \sum_{i=1}^{n} T_i \leq \frac{1}{2}$$

258. Đối với đặc tính tần số biên độ của hệ kín (xem hình 135). Hãy xác định dải đi qua của hệ.

Đáp số:

$$\omega_n = 30\ s^{-1},\ \ f_n = 4{,}8\ Hz.$$

259. Đối với Đ.B.L được biểu diễn trên hình 137 hãy xác định giá trị sơ bộ của dải đi qua.

Đáp số:

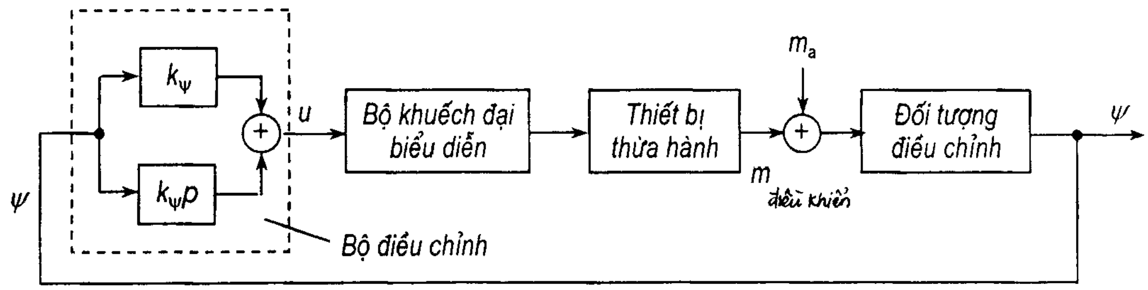
Ở gần đúng đầu có thể lấy dải đi qua của hệ kín bằng tần số cắt Đ.B.L của hệ hở ở kết quả ta có $\omega_n \approx \omega_{cp} = 13\ s^{-1}$ hay $f_n = 2{,}1$ Hz.

Chương 6

TỔNG HỢP CÁC HỆ TUYẾN TÍNH

6.1. CHỌN CÁC THÔNG SỐ CAP THEO ĐỘ CHÍNH XÁC YÊU CẦU

260. Đối với hệ ổn định vị trí góc của vật thể nào đó (hình 138) hãy chọn giá trị hệ số truyền theo góc k_ψ sao cho ở mômen nhiễu bên ngoài $M(t) = m_0$ độ lệch góc ψ không vượt quá giá trị cho phép ψ_{chp}.



Hình 138. *Sơ đồ khối của hệ ổn định vị trí góc nhiễu.*

Các phương trình của các khâu của hệ có dạng:

1. Phương trình đối tượng điều khiển:

$$J\frac{d\psi}{dt} = m_{ynp} + m_0$$

ở đây J - mômen quán tính của vật thể - góc quay của vật thể;

ψ - tốc độ quay của nó;

m_{dk} - mômen điều khiển từ hướng bộ thừa hành của hệ ổn định;

m_0 - mômen nhiễu bên ngoài.

2. Phương trình bộ thừa hành cùng với bộ khuếch đại biến đổi.

$$m_{dk} = k_{H.O}\mu$$

ở đây $k_{H.O}$ - hệ số truyền của bộ thừa hành cùng với bộ khuếch đại biến đổi:

3. Phương trình điều chỉnh (quy luật điều khiển được lấy):

$$u = -(k_\psi\psi + k_\psi\psi):$$

Bài giải.

Phương trình hệ ổn định kín có thể viết ở dạng:

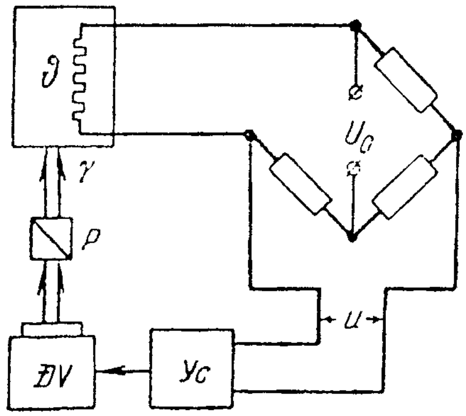
$$J\frac{d^2\psi}{dt^2} + k_{H.O}k\psi\frac{d\psi}{dt} + k_{H.O}k_\psi\psi = m_0$$

Suy ra:

$$\psi_{chp} \le \frac{m_0}{k_{H.O}k_\psi} \qquad \text{và} \qquad k_\psi \ge \frac{m_0}{k_{H.O}\psi_{chp}}$$

261. Hãy xác định giá trị yêu cầu của hệ số khuếch đại chung K đối với hệ điều chỉnh nhiệt độ (hình 139) từ điều kiện đảm bảo độ chính xác điều chỉnh cần thiết ở chế độ ổn định.

Độ lệch giá trị điều chỉnh ϑ được đo nhờ nhiệt kế điện trở được mắc vào sơ đồ cầu điện áp μ từ đường chéo của cầu đi tới bộ khuếch đại cân bằng y_c điều khiển động cơ ĐV. Qua bộ dẫn động P động cơ làm chuyển động bộ điều chỉnh. Bộ điều chỉnh tác dụng tới đối tượng do sự thay đổi giá trị của tác động điều chỉnh γ.



Hình 139. Hệ điều chỉnh nhiệt độ.

Các phương trình của các khâu có dạng.

1. Phương trình của đối tượng điều chỉnh:

$$(1 + T_1p)\ \vartheta = -\ k_1\gamma + k_0f$$

ở đây T_1 [s] - hằng số thời gian của đối tượng;

k_1 và k_0 - các hệ số truyền;

f - tác động nhiễu.

2. Phương trình phần tử nhạy cảm cần có nhiệt kế điện trở:

$$u = k_2\vartheta$$

ở đây k_2 [v/độ] - hệ số truyền.

3. Phương trình dẫn động cùng với hệ khuếch đại:

$$(1 + T_2p) = p\gamma = k_3U$$

ở đây T_2[s] - hằng số điện cơ của thời gian;

k_3[1/s] - hệ số truyền.

Bài giải. Hệ số khuếch đại chung của hệ hở cần chọn từ điều kiện:

$$K = k_1k_2k_3 \ge \frac{k_0f}{\vartheta_{chp}}$$

ở đây f - giá trị tốc độ của tác động nhiễu;

ϑ - giá trị cho phép sai số ở chế độ định.

262. Hãy xác định giá trị yêu cầu của hệ số khuếch đại đối với dẫn động đo tốc độ có tốc độ (hình 140). Sai số tốc độ quay cho phép ở thời điểm tải theo trục động cơ $M_H = 0{,}2\ M_{K3}$ không cần vượt quá 0,1% với tốc độ không tải.

Bài giải. Sai số điều chỉnh ΔΩ, bao gồm hai số hạng:

$$\Delta\Omega = \frac{1}{1+W(p)}\Omega_3 \pm \frac{W_M(p)}{1+W(p)}M_B$$

ở đây Ω_3 - tốc độ quay dẫn động đã cho;

$W(p)$ - hàm truyền của hệ hở;

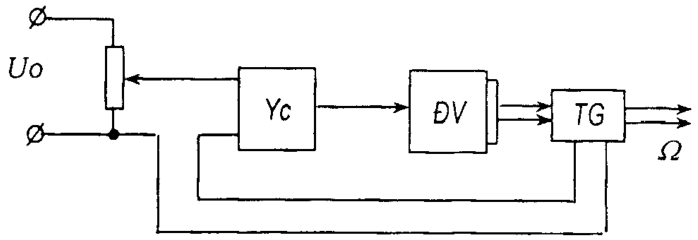
$W_M(p)$ - hàm truyền của hệ hở theo mômen tải số hạng đầu tiên tương ứng với sai số do quy luật đã chọn số hạng thứ hai xác định thành phần sai số gây ra bởi tác dụng của mômen tải M_H.

Nếu tính toán hằng số thời gian khuếch đại T_y và hằng số điện cơ thời gian của động cơ T_M thì:

$$W(p)\frac{K}{(1+T_M p)(1+T_y p)}$$

và

$$W_M(p) = \frac{\frac{\Omega_0}{M_{K3}}}{(1+T_M p)}$$



Hình 140. Dẫn động đo tốc độ có tốc độ không đổi.

ở đây M_{K3} - thời điểm ngắn mạch do động cơ phát động;

Ω_0 - tốc độ không tải của động cơ;

K - hệ số khuếch đại chung của hệ hở.

Biểu thức đối với sai số điều chỉnh $\Delta\Omega$ có dạng:

$$\Delta\Omega = \frac{\left[T_M T_y p^2 + \left(T_M + T_y\right)p + 1\right]\Omega_3}{T_M T_y p^2 \left(T_M + T_y\right)p + 1 + K} = \frac{\frac{M_H}{M_{K3}}\Omega_0\left(1 + T_y p\right)}{T_M T_y p^2 \left(T_M + T_y\right)p + 1 + K} \quad (2)$$

Hiệu chỉnh hệ thường thực hiện sao cho sai số điều chỉnh là nhỏ nhất. Điều kiện này tương ứng hiệu chỉnh mà ở đó bộ tĩnh loại bỏ sai số tĩnh từ quy luật điều chỉnh. Để loại bỏ sai số tĩnh hệ số truyền của liên hệ ngược chủ yếu cần lệch với một đơn vị và bằng có nghĩa ở hệ điều chỉnh cần có mối liên hệ ngược không duy nhất:

$$K_{oc} = \frac{K-1}{K} \quad (3)$$

Để đảm bảo độ chính xác duy trì tốc độ quay yêu cầu ở mômen phụ tải $M_H = 0{,}2M_{K3}$, hệ số khuếch đại của hệ hở K cần chọn từ điều kiện:

$$\Delta\Omega = \frac{\frac{M_H}{M_{K3}}\Omega_0}{1+K} \quad (4)$$

Suy ra:

$$K = \frac{\dfrac{M_H}{M_{K3}} - \dfrac{\Delta\Omega}{\Omega_0}}{\dfrac{\Delta\Omega}{\Omega}} = \frac{0{,}2 - 0{,}001}{0{,}001} = 199 \qquad (5)$$

263. Hãy xác định vị trí Đ.B.L của hệ theo dõi hở từ điều kiện để sai số theo dõi không vượt quá $\vartheta_{max} \leq 1{,}5$ khi thay đổi tác dụng đầu vào theo quy luật:

$$\vartheta_1 = \theta_{1\,max} \sin \omega_k t$$

ở đây $\theta_{1max} = 25^0$

$$\omega_k = \frac{2\pi}{T_K} = 6{,}281/s$$

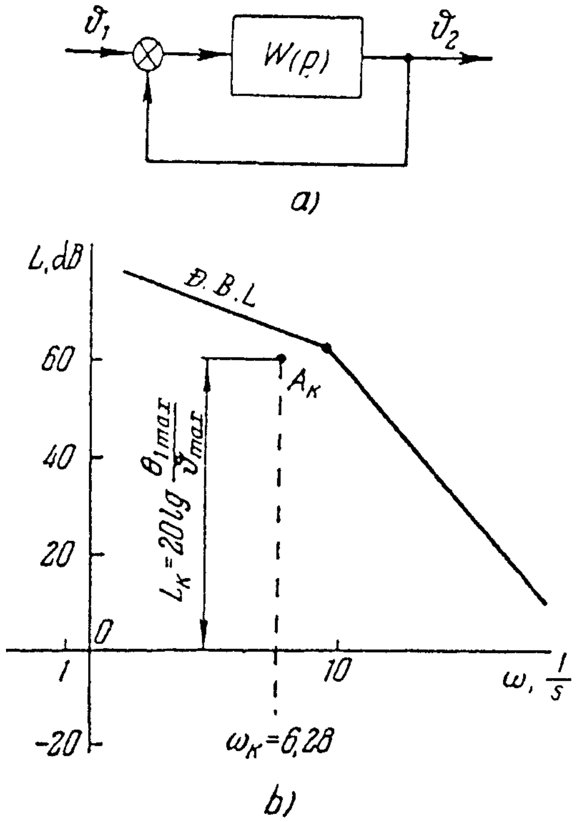
Sơ đồ cấu trúc của hệ theo dõi được chỉ ra trên hình 141a.

Bài giải. Sai số theo dõi được gây nên bởi sự thay đổi tác dụng đầu vào bằng:

$$\vartheta_{max} = \frac{1}{|1 + W(j\omega)|}\theta_{1max} \quad \text{ở } \omega = \omega_K \quad (1)$$

ở đây W(jω) - hàm truyền của tần số của hệ hở. Bởi vì thường ở các hệ theo dõi $|W(j\omega_K) >> 1|$ thì có thể sử dụng phụ thuộc gần đúng:

$$\vartheta_{max} \approx \frac{\theta_{1max}}{|W(j\omega_K)|} \qquad (2)$$



***Hình 141.** a- Sơ đồ cấu tạo của hệ theo dõi; b- Xây dựng điểm kiểm tra A_K.*

Nếu tính biểu thức (2) đối với $|W(j\omega_K)|$ thu được giá trị yêu cầu của môđun hàm truyền của tần số:

$$|W(j\omega_K)| = \frac{\theta_{1max}}{\vartheta_{max}} \qquad (3)$$

hay:

$$L_K = 20lg\,|W(j\omega_K)| = 20lg\,\frac{\theta_1 max}{\vartheta_{max}} \qquad (4)$$

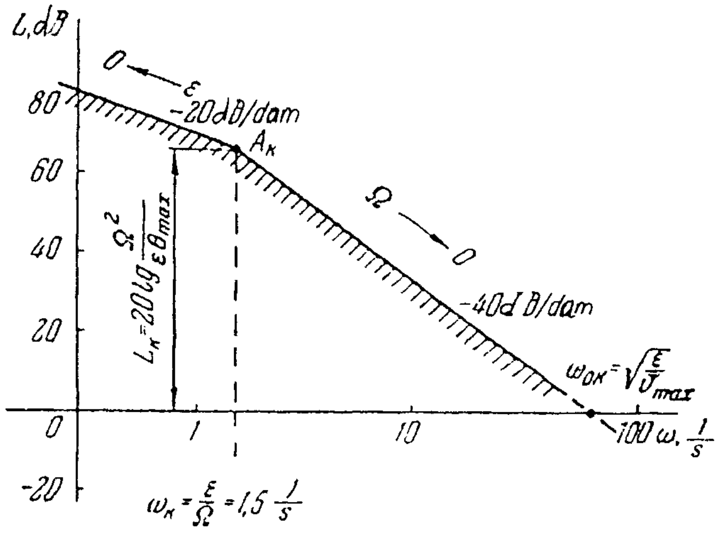
Theo công thức (4) ở hệ toạ độ lôgarit (hình 141b) ta xây dựng điểm kiểm tra được gọi như vậy A_K.

$$\omega_K = 6{,}28\ s^{-1},\ 20lg\,\frac{\theta_{1max}}{\vartheta_{max}} = 20\,lg\frac{25.60}{1.5} = 60\ dB$$

Độ chính xác theo dõi yêu cầu sẽ đạt được, nếu Đ.B.L của sơ đồ sẽ nằm cao hơn điểm A_K ở giới hạn cắt nó (hình 141b).

264. Hãy xác định vùng cấm đối với Đ.B.L của hệ theo dõi hở từ điều kiện sao cho sai số theo dõi không quá $\vartheta_{max} \le 1,0$. Khi thay đổi tác dụng đầu vào với tốc độ cực đại Ω = 40 độ/s và gia tốc cực đại ε = 60 độ/s^2.

Bài giải. Ở chính các trường hợp khi quy luật thay đổi của tác dụng đã cho đầu vào không thay đổi, tính toán có thể thực hiện theo tác dụng hình sin tương ứng.



Hình 142. *Xây dựng vùng cấm.*

Các thông số của chế độ tương đương được xác định theo các công thức:

$$\omega_K = \frac{\varepsilon}{\Omega} = 1,5\ s^{-1}$$

$$\theta_{1max} = \frac{\Omega}{\omega_K} = \frac{\varepsilon}{\omega_K^2} = \frac{40}{1,5} = 26^o,7 \qquad (1)$$

ở đây ω_K - tần số dao động góc của tác dụng hình sin tương đương;

θ_{1max} - biên độ dao động cực đại tác dụng hình sin tương đương.

Các toạ độ của điểm kiểm tra A_K, xem bài toán trước bằng hình 142:

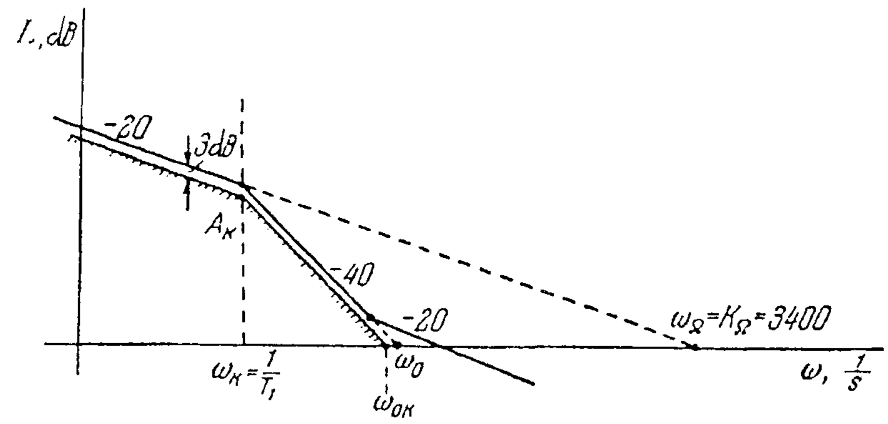
$$\omega_K = = \frac{\varepsilon}{\Omega} = 1,5\ s^{-1}$$

$$L_K = 20\lg\frac{\theta_{1max}}{\vartheta_{max}} = 20\lg\frac{\Omega^2}{\varepsilon\vartheta_{max}} = 20\lg 1600 \approx 63\ \text{dB}$$

Để xây dựng toàn bộ vùng cấm ta tìm vị trí hình học của các điểm tra A_{ki} tương ứng với hai trường hợp ; (1) Khi Ω cực đại, còn ε giảm tới không, (2) Khi ε cực đại còn Ω giảm tới không. Ở trường hợp thứ nhất vị trí hình học của các điểm sẽ là đường thẳng đi qua với độ nghiêng – 40 dB/dam qua điểm A_K. Ở trường hợp thứ hai - đường thẳng có góc nghiêng - 20 dB/dam (xem hình 142).

Để đảm bảo độ chính xác theo dõi yêu cầu của Đ.B.P của hệ theo dõi hở không cần đi vào vùng cấm được giới hạn bởi các đường thẳng này.

265. Đối với hệ theo dõi sơ đồ cấu trúc của nó chỉ trên hình 141a. Hãy xây dựng phần tần số thấp của Đ.B.L mong muốn và xác định giá trị yêu cầu của hệ số khuếch đại trùng từ điều kiện đảm bảo độ chính xác theo dõi yêu cầu. Hệ có tính vô hướng bậc đầu. Các yêu cầu đáp ứng độ chính xác theo dõi cũng như ở bài 264.



Hình 143. Xây dựng phần tần số thấp của Đ.B.L mong muốn.

Bài giải. Để làm dễ bài toán cuộn cảm của hệ Đ.B.L cần có thể phân bố lệch về bên trái ıơn bởi vùng cấm theo độ chính xác. Từ quan điểm này thấy rằng nhánh tần số thấp của Đ.B.L mong muốn có góc nghiêng – 40 dB/dam, có thể xảy ra với đường của vùng cấm (hình 143) có nghĩa để $\omega_0 = \omega_{0K}$ và $T_1 = 1/\omega_K$.

Tuy nhiên, B.Đ.L đầu có góc nghiêng –20 dB/dam, cần cao hơn giới hạn của vùng cấm 3dB(xem hình 143).

Nếu tiệm cận này kéo dài tới cắt trục không thì điểm giao nhau ω_Ω cho giá trị hệ số khuếch đại chung của hệ hở, hệ số - chất lượng theo tốc độ K_Ω.

Theo hình 143 có:

$$K_\Omega = \sqrt{2}\frac{\Omega}{\vartheta_{max}} - 1,41\frac{40.600}{1} = 3400 s^{-1}$$

Tần số gốc

$$\omega_0 = \sqrt{1,41\frac{\varepsilon}{\vartheta_{max}}} = 1,19\sqrt{\frac{\varepsilon}{\vartheta_{max}}} = 1,19\sqrt{60.60} = 71,3 s^{-1}$$

266. Hãy xác định giá trị yêu cầu của hệ số khuếch đại chung của hệ theo dõi hở. Tính chất heo dõi có tính vô hướng bậc hai các đại lượng còn lại cũng như ở bài 143.

Đáp số:

Hệ số khuếch đại chung của hệ hở hệ số chất lượng theo gia tốc $K_\varepsilon = 3600\ s^{-2}$.

267. Đối với hệ theo dõi có tính vô hướng bậc một, xác định các thông số phần tần số thíp của Đ.B.L mong muốn từ điều kiện đảm bảo độ chính xác theo dõi yêu cầu bỏ qua tính oán và có tính toán phụ tải. Tốc độ theo dõi cực đại Ω = 24 độ/s, gia tốc cực đại ε = 2) độ/s^2, giá trị cho phép của sai số $\vartheta_{max} = 0^0 1$, mômen của phụ tải tác dụng tới trục của độngcơ, M_H = 2 G.cm = 19,6.10^{-5} N.m. Độ cứng của đặc tính cơ học $\beta = \frac{\Omega_0}{M_0} = \frac{5000.6}{57,3.10}$ = 52,3] G.cm.s (ở đây Ω_0 = 5000 ^{vg}/ph - tốc độ không tải; M_0 = 10 G/cm = 9,81.10^{-4} N.m -

mômen khởi động của động cơ). Tỷ số truyền của bộ dẫn động i = 1000.

Bài giải. 1. Mômen tải không có (xem bài 265). Khi đó:

$$T_1 = \frac{1}{\omega_K} = \frac{\Omega}{\varepsilon} = 1,2 \text{ s} \tag{1}$$

$$K_\Omega = \sqrt{2}\frac{\Omega}{\vartheta_{max}} = \frac{1,41.24}{0,1} = 338 \text{ s}^{-1} \tag{2}$$

2. Động cơ chịu tải bởi mômen M_H = 2 G.cm, cuộn cảm của hệ được thực hiện theo phương pháp đầu có nghĩa bằng đưa vào các liên hệ ngược bao động cơ hay đáo hạn theo góc không ăn khớp. Khi đó:

$$T_1 = \frac{1}{\omega_K} = \frac{\Omega}{\varepsilon} = 1,2 \text{ s} \tag{3}$$

$$K_\Omega = \sqrt{2}\frac{\Omega}{\vartheta_{max}} + \frac{\beta M_H}{\vartheta_{max} i} = 338 + \frac{104,6 - 57,3}{0,1.1000} = 338 + 60 = 398 \text{ s}^{-1} \tag{4}$$

ở đây $\vartheta_{max} i$ - sai số tác dụng tới trục động cơ.

3. Động cơ tải, M_H = 2 G.cm. Cuộn cảm của hệ được thực hiện theo phương pháp thứ hai, có nghĩa đưa độ quản tĩnh vào bệnh khuếch đại. Khi đó:

$$T_1 \le 0,236 \frac{\sqrt{(\vartheta_{max} + \vartheta_M)^3}}{\vartheta_M \sqrt{\varepsilon}} \tag{5}$$

ở đây $\vartheta_M = \dfrac{\beta M_H}{K_\Omega i}$ - sai số mômen tác dụng tới trục cơ cấu thừa hành.

Nếu hệ số khuếch đại chung được chọn bằng:

$$K_\Omega = \frac{\Omega}{\vartheta_{max}} = \frac{24}{0,1} = 240 \text{ s}^{-1}$$

Thì:
$$\vartheta_M = \frac{\beta M_H}{K_\Omega i} = \frac{104,6.57,3}{240.1000} = 0^o,025$$

Và:
$$T_1 \le 0,236 \frac{\sqrt{(0,1 + 0,025)^3}}{0,025\sqrt{20}} = 0,0935 \text{ s}$$

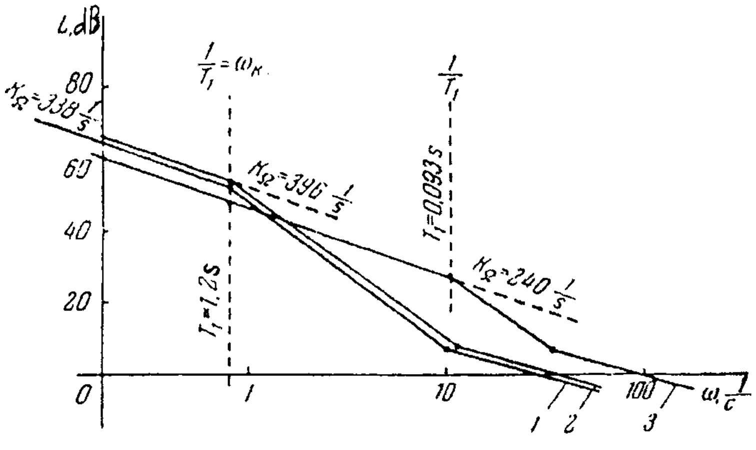
Nếu giá trị của hệ số khuếch đại chung tăng, ví dụ tới:

$$K_\Omega = 300 \text{ s}^{-1}$$

Thì:
$$\vartheta_M = \frac{\beta M_H}{K_\Omega i} = \frac{104,6.57,3}{300.1000} = 0^0,02$$

Và:
$$T_1 \le 0,236 \frac{\sqrt{(0,1+0,02)^3}}{0,02\sqrt{20}} = 0,11 \text{ s}$$

Để minh hoạ trên hình 144, ta xây dựng Đ.B.L tương ứng với ba trường hợp nghiên cứu.



Hình 144. Các nhánh tần số thấp của Đ.B.L.

Không tính mômen tải trọng (2) có tính đến mômen tải ở phương pháp cuộn cảm thứ nhất có tính đến mômen tải ở phương pháp cuộn cảm thứ hai.

268. Đối với hệ điều chỉnh hãy xây dựng phần tần số thấp của Đ.B.L mong muốn, nếu biết rằng khi thay đổi tác dụng đầu vào đã cho theo quy luật $\vartheta_1 = \theta_{1max} \sin \omega_K t$, ở đây:

$$\theta_{1max} = 30^0$$

$$\omega_K = \frac{2\pi}{T_K} = 12{,}56\ s^{-1},$$

Sai số theo dõi cho phép không cần vượt quá theo pha $\Delta\omega \le 1^0$, theo biên độ $\dfrac{\Delta\vartheta}{\theta_{1max}} \le 1\%$.

Hệ có tính vô hướng bậc một. Ở vùng có tần số thấp hàm truyền của hệ hở được biểu diễn gần đúng:

$$W(j\omega) = \frac{K_\Omega}{j\omega(1 + j\omega T_1)}$$

Bài giải. Trên hình 145a, ta chỉ ra đồ thị vectơ sai số sai số theo dõi:

$$\vartheta = \frac{\vartheta_1}{1 + W(j\omega_K)} = (P + j\,S)\,\vartheta_1 = \vartheta_A + \vartheta_\psi$$

Ở đây ϑ_A - thành phần đồng pha của sai số;

ϑ_φ - thành phần bình phương của sai số pha.

$$\Delta\varphi = \operatorname{arctg} \frac{|\vartheta_\varphi|}{|\vartheta_1 - \vartheta_A|},$$

Sai số biên độ tương đối:

$$\frac{\Delta\vartheta}{\theta_{1max}} = \frac{|\vartheta_1| - |\vartheta_2|}{\theta_{1max}}.$$

Nếu cho rằng ở tần số ω_K môđun $|W(j\omega)| >> 1$ thì sai số pha có thể tính gần đúng:

$$\Delta\varphi \approx \frac{1}{\theta_{1max}} \text{ Im } \frac{\theta_{1max}}{W(j\omega_K)} = \frac{\omega_K}{K_\Omega},$$

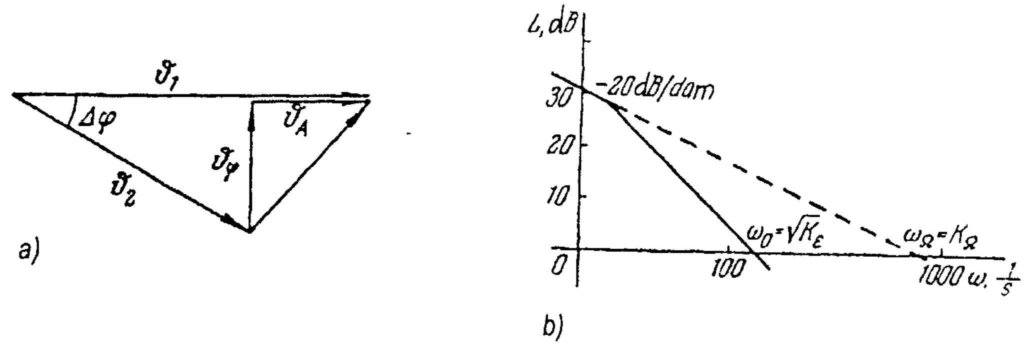
Còn sai số biên độ tương đối theo công thức:

$$\frac{\Delta\vartheta}{\theta_{1max}} \approx \frac{\vartheta_A}{\theta_{1max}} \approx \frac{1}{\theta_{1max}} \text{Re} \frac{\theta_{1max}}{W(j\omega_K)} = \frac{\omega_K^2 T_1}{K\varepsilon} = \frac{\omega_K^2}{K\varepsilon}$$

Trị số quy định đại lượng các sai số pha và biên độ tương đối xác định vị trí giới hạn bên trái tiệm cận đầu và hứ hai của Đ.B.L:

$$\omega_\Omega = k_\Omega = \frac{\omega_K}{\Delta_\varphi} = \frac{12{,}56.57{,}3}{1} = 750 \text{ s}^{-1}$$

Dạng phần tần số thấp của Đ.B.L mong muốn được thể hiện trên hình 145b.

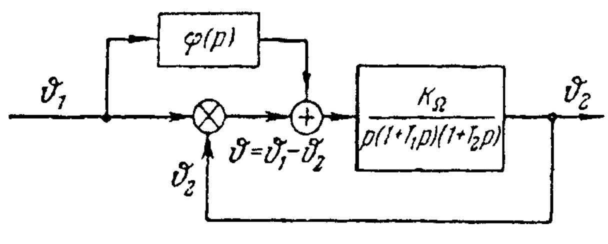


Hình 145. a) Đồ thị sai số vectơ; b) phần tần số thấp của Đ.B.L mong muốn.

269. Đối với hệ kín điều khiển kết hợp xác định các mức của các tín hiệu bù theo đạo hàm bậc nhất và bậc hai vào tác dụng đầu vào mà ở chúng ở hệ có tính vô hướng bậc nhất, ta loại bỏ sai số tốc độ và sai số phụ thuộc vào gia tốc. Sơ đồ cấu tạo hệ kín của hệ điều chỉnh kết hợp được thể hiện trên hình 146. Các tín hiệu bù có dạng:

$$\varphi(p)\vartheta_1 = (\tau_1 p + \tau_1\tau_2 p^2)\vartheta_1$$

Ở đây $\tau_1 = 0$ tỷ số độ hỗ dẫn tín hiệu theo đạo hàm thứ nhất vào ϑ_1 với độ hỗ dẫn tín hiệu theo sai số ϑ, τ_2 - tỷ số hệ dẫn tín hiệu theo đạo hàm bài hai với độ hỗ dẫn theo đạo hàm bậc nhất vào ϑ_1.



Hình 146. Sơ đồ cấu tạo hệ theo dõi của điều khiển kết hợp.

Bài giải ở hệ điều khiển kết hợp đại lượng đầu ra ϑ_2 tỷ lệ không chỉ vào sai số ϑ mà còn vào tín hiệu bổ sung φ (p) ϑ_1 có nghĩa:

$$\vartheta_2 = W(p)[\vartheta + \varphi(p)\vartheta_1],$$

Ở đây $W(p) = \dfrac{K_\Omega}{p(1+T_1 p)(T_2 p)}$ hàm truyền của hệ hở.

Sai số ở hệ kín bằng:

$$\vartheta = \frac{[1 - W(p)\varphi(p)]\vartheta_1}{1 + W(p)}$$

Nếu thế các giá trị W (p) và φ(p)' ta có:

$$\vartheta = \frac{[T_1T_2p^3 + (T_1 + T_2 - K_\Omega\tau_1\tau_2)p^2 + (1 - K_\Omega\tau)p]\vartheta_1}{T_1T_2p^3 + (T_1 + T_2)p^2 + p + K_\Omega}$$

Khi thực hiện điều kiện:

$$\tau_1 = \frac{1}{K_\Omega}$$

Trong hệ ta loại bỏ sai số tốc độ. Ở điều kiện bổ sung:

$$T_1 + T_1 = K_\Omega\tau_1\tau_2$$

Hay:

$$\tau_2 = T_1 + T_2$$

Cũng bằng 0 là sai số phụ thuộc và giảm tốc.

Hàm truyền tương đương của hệ hở tương ứng với hệ có tính vô hướng bậc ba:

$$W_э(p) = \frac{W(p)[1 + \varphi(p)]}{1 - W(p)\varphi(p)} =$$

$$= \frac{K_\Omega(1 + \tau_1 p + \tau_1\tau_2 p^2)}{T_1T_2p^3 + (T_1 + T_2 - K_\Omega\tau_1\tau_2)p^2 + (1 - K_\Omega\tau_1)p} =$$

$$= \frac{K_\Omega}{(1 + \tau_1 p + \tau_1\tau_2 p^3)}$$

6.2. CÁC PHƯƠNG PHÁP ĐẠI SỐ CHỌN CÁC THÔNG SỐ CAP

270. Hệ điều chỉnh điện áp có bộ điều khiển góc hình 147 mô tả bằng phương trình bậc ba:

$$[(1 + T_0p)(1 + T_1p)(1 + T_2p) + K_0K_p]\,\Delta u = (T_1p + 1)(1 + T_2p)\,f(t)$$

ở đây $T_0 = 0{,}02$ s - hằng số thời gian của máy phát (đối tượng điều chỉnh); $k_0 = 36$ V/Ω - hệ số truyền của máy phát; T_1 - hằng số thời gian của phần tử nhạy cảm (các cuộn dây điện từ); T_2 - hằng số thời gian của hệ điều chỉnh; $k_p = 0{,}405$ Ω/V - hệ số truyền của hệ điều chỉnh.

Hãy chọn các thông số thay đổi của hệ điều chỉnh, T_1, T_2 sao cho đảm bảo mức độ ổn định $h_0 \geq 0{,}4$ ở dạng dao động của quá trình chuyển tiếp.

Bài giải. Ta chú ý đến đồ thị Vưsnhegratki (các phụ lục 7 và 8) phương trình đặc trưng các hệ điều chỉnh có dạng:

$$a_0p^3 + a_1p^2 + a_2p + a_3 = 0, \tag{1}$$

Ở đây:

$$a_0 = T_0 T_1 T_2 \qquad a_1 = T_0 T_1 + T_1 T_2 + T_0 T_2$$

$$a_2 = T_0 + T_1 + T_2 \qquad a_3 = 1 + k_0 k_p$$

Ta đưa nó về dạng tiêu chuẩn:

$$p^3 + Ap^2 + Bp + 1 = 0$$

Ở đây:

$$A = \frac{a_1}{\sqrt[3]{a_0^2 a_3}} = \frac{T_0 T_1 + T_0 T_2 + T_1 T_2}{\sqrt[3]{T_0^2 T_1^2 T_2^2 (1 + k_0 k_p)}} \qquad (2)$$

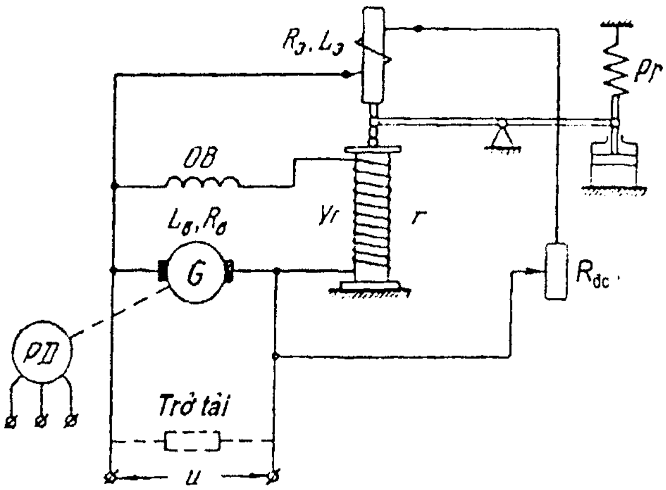
Và:

$$B = \frac{a_2}{\sqrt[3]{a_0 a_3^2}} = \frac{T_0 + T_1 + T_2}{\sqrt[3]{T_0 T_1 T_2 (1 + k_0 k_p)_2}} \qquad (3)$$

- Các thông số Vưsnhegratki

Có thể giải nếu sơ bộ ta cho các giá trị A và B (ví dụ), A = 4 và B = 3.

Thoả mãn các yêu cầu đặt ra. Tuy nhiên phương pháp xác định T_1 và T_2 liên quan với nghiệm của hệ hai phương trình. Đơn giản hơn có thể tìm các giá trị T_1 và T_2 bằng phương pháp gần đúng liên tiếp nếu cho các giá trị số của chúng và quan sát quỹ đạo điểm có các toạ độ A và B trên đồ thị Vưsnhegratki.



Hình 147. Sơ đồ điều chỉnh điện áp có bộ điều chỉnh than.

Thế các giá trị đã cho của các thông số vào (3) ta thu được công thức tính toán để tính A và B:

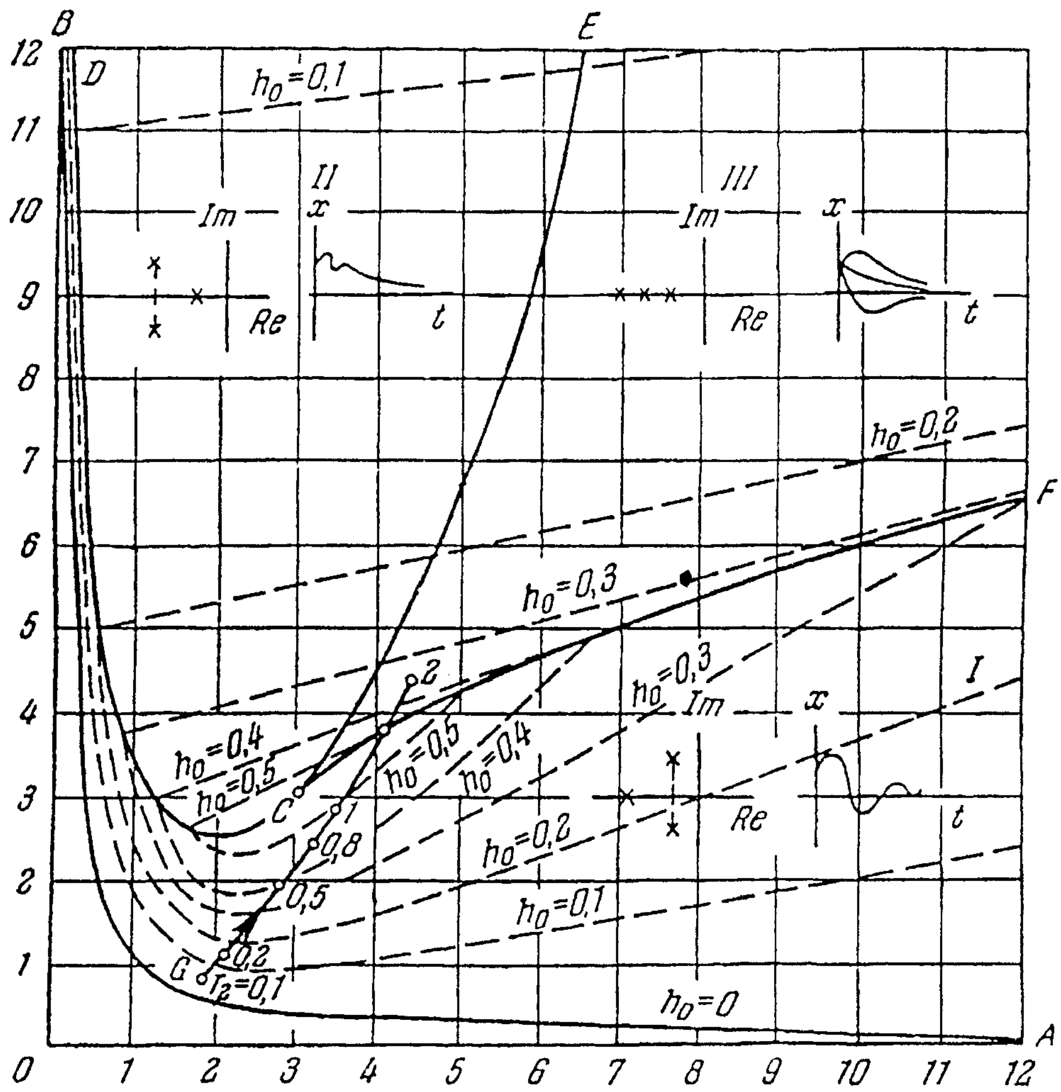
$$A = \frac{0{,}2(T_1 + T_2) + 10T_1T}{1{,}84\sqrt[3]{(T_1T_2)^2}}, \quad B = \frac{0{,}02 + T_1 + T_2}{1{,}7\sqrt[3]{T_1 T_2}} \qquad (4)$$

Các kết quả tính A và B theo các công thức (4) khi thay đổi T_2 và khi T_1 = 0,01 s được đưa ra dưới đây.

T_2, s	0,1	0,2	0,5	0,8	1	2
A	1,8	2,1	2,8	3,3	3,5	3,8
B	0,8	1,1	1,9	2,4	2,8	4,4

Trên đồ thị Vưsnhegratki (hình 148) ta xây dựng quỹ đạo điểm G (A, B) từ xây dựng suy ra để đảm bảo yêu cầu đặt ra $h_0 > 0{,}4$, ở T_1 = 0,1 s thì điều kiện đủ là:

$$0{,}5 < T_2 < 1{,}8 \qquad (5)$$



Hình 148. Xây dựng quỹ đạo trên đồ thị Vưsnhegratki.

Điều kiện này có thể thực hiện bởi hiệu chỉnh tương đối cuộn cảm của bộ điều chỉnh.

Nếu như quỹ đạo G không ở vùng mong muốn của đồ thị Vưsnhegratki, thì chúng ta cần thay đổi giá trị T_1 và tương tự tìm quỹ đạo mới dịch chuyển đi qua đoạn cần thiết của đồ thị.

Sự thay đổi các thông số T_1 và T_2 cần thực hiện nếu đảm bảo các giá trị đã cho phù hợp với yêu cầu kỹ thuật.

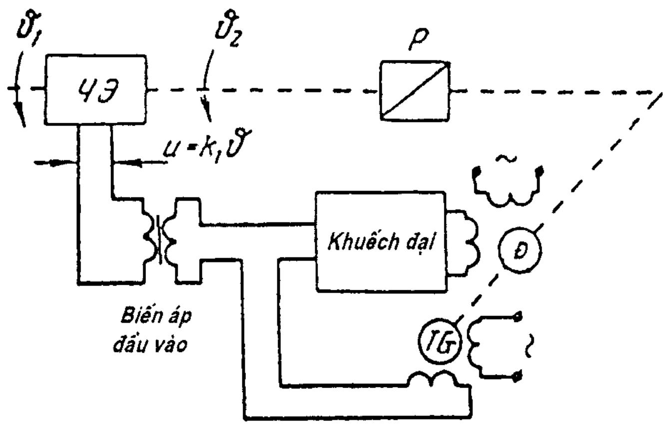
271. Đối với hệ theo dõi, sơ đồ của nó được thể hiện trên hình 149, hãy xác định các giá trị yêu cầu hệ số khuếch đại của bộ khuếch đại k_y và hệ số truyền theo vòng ghép của liên hệ ngược k_0 ở các giá trị đã cho hệ số khuếch đại chung của hệ $K_\Omega = 500\ s^{-1}$ và các độ dao động tắt dần của quá trình chuyển tiếp đến $\eta = 98\%$.

Hàm truyền của hệ hở có tính mối liên hệ ngược đo tốc độ có dạng:

$$\frac{\vartheta_2}{\vartheta} = W(p) = \frac{\dfrac{K}{1+k_0}}{p\left(1+\dfrac{T_M}{1+k_0}p\right)} = \frac{K_\Omega}{p\left(1+\dfrac{T_M}{1+k_0}p\right)},$$

Ở đây $T_M = 0{,}03$ s - hằng số thời gian điện cơ của động cơ, $K = k_1 k_{Tp} k_y / i_B$ - hệ số khuếch đại chung của hệ không tính đến ảnh hưởng của liên hệ ngược, $k_1 = 0{,}1$ V/rad - độ hỗ dẫn của phần tử nhạy cảm $k_{dộ} = \frac{1}{-0{,}55} k_{oc} k_{Tp} = 3$ - hệ số biến áp của máy biến áp đầu vào, k_{oc} - hệ số truyền của mạch liên hệ ngược.

ЧЭ: phần tử nhạy cảm



Hình 149. Hệ theo dõi có liên hệ ngược đo tốc độ.

Bài giải. Ta tìm hàm truyền của hệ kín đối với sai số:

$$\frac{\vartheta}{\vartheta_1} = \Phi_\vartheta(p) = \frac{p + \dfrac{1}{T_M}(1+k_0)}{p^2 + \dfrac{1}{T_M}(1+k_0)p + \dfrac{K}{T_M}} \qquad (1)$$

Phương trình đặc trưng của hệ kín khi đó bằng:

$$P^2 + B_1 p + B_2 = 0, \qquad (2)$$

Ở đây:

$$B_1 = \frac{1}{T_M(1+k_0)} \quad \text{và} \quad B_2 = \frac{K}{T_M}.$$

Ở mức độ tắt dần $\eta = 98\%$, cần thực hiện điều kiện:

$$B_2 = \frac{\pi^2+4}{16} \cdot B_1^2 \qquad (3)$$

Hay: $$K = \frac{\pi^2+4}{16T_M}(1+k_0)^2$$

Suy ra: $$K_y = \frac{\pi^2+4}{16 T_M k_1 k_{dộ} k_{Tp}}(1+k_0)^2.$$

Hệ số khuếch đại chung của hệ K_Ω liên quan với hệ số khuếch đại K, bằng biểu thức:

$$K_\Omega = \frac{K}{1+k_0} = \frac{\pi^2+4}{16}(1+k_0) \quad (4)$$

Từ đẳng thức này suy ra:

$$K_0 = \frac{16T_M}{\pi^2+4} K_\Omega - 1 \quad (5)$$

Các giá trị số của các hệ số bằng:

$$k_0 = \frac{16\times 0{,}03}{3{,}14^2+4}500 - 1 = 16{,}3$$

$$K = K_\Omega\,(1 + k_0) = 500\,(1 + 16{,}3) = 8700\ s^{-1},$$

$$k_y = = \frac{8700.0{,}55}{1.3} = 1617,$$

$$k_{0.c} = \frac{k_0}{k_y k_{dc}} = \frac{16{,}3\times 0{,}55}{1617} = 0{,}0057\ v.s/rad$$

272. Nếu sử dụng phương pháp đặc tính chuyển tiếp tiêu chuẩn (xem phụ lục 18) hãy chọn các thông số của hệ điều chỉnh sao cho thời gian tắt dần của quá trình chuyển tiếp là $t \le 15\%s$, còn giá trị độ điều chỉnh lại $\sigma \le 10\%$, hàm truyền của hệ hở có dạng:

$$W(p) = \frac{K(1+T_1p)}{p^2(1+T_2p)},$$

Ở đây K_ε - hệ số khuếch đại chung của hệ hở theo gia tốc T_1 và T_2 - các hằng số thời gian tương ứng có dạng (phụ lục 18):

$$W(p) = \frac{6{,}3\omega_0^2 p + \omega_0^3}{p^3 + 5{,}1\omega_0} = \frac{\frac{\omega_0^2}{5{,}1}(1+\frac{6{,}3}{\omega_0}p}{p^2(1+\frac{1}{5{,}1\omega_0}p}.$$

Nếu cho nó bằng hàm truyền đã cho, ta thu được các điều kiện để chọn các thông số:

$$K_\varepsilon = \frac{\omega_0^2}{5{,}1}, \quad T_1 = \frac{6{,}3}{\omega_0}, \quad T_2 = 5{,}1\frac{1}{\omega_0}.$$

Để thời gian dao động tắt dần của quá trình chuyển tiếp không vượt quá giá trị đã cho cần thiết để:

$$\omega_0 = \frac{\tau}{t} = \frac{9}{1{,}5} = 6\ s^{-1}$$

Ở đây thời gian chuyển tiếp của quá trình khi đó:

$$K_\varepsilon = \frac{36}{5{,}1} = 7{,}05\ s^{-2}$$

$$T_1 = \frac{6,3}{6} = 1,05 \text{ s}$$

$$T_2 = \frac{1}{5,16} = 0,032 \text{ s}$$

Do đó, hàm truyền của hệ hở cần có dạng

$$W(p) = \frac{7,05(1 + 1,05p)}{p^2(1 + 0,0326p)}.$$

273. Nếu sử dụng phương pháp các đặc tính chuyển tiếp tiêu chuẩn (phụ lục 18), hãy chọn các thông số của hệ theo dõi sao cho hệ số khuếch đại chung của hệ hở cũng như ở bài 272.

Đáp số:

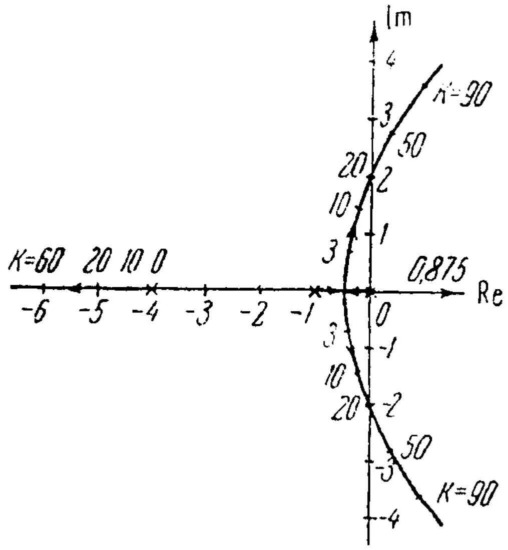
$$W(p) = \frac{100(1 + 0,28p)}{p^2(1 + 0,0087p)}.$$

274. Đối với hệ điều chỉnh tự động ở trạng thái hở có hàm truyền:

$$W(p) = \frac{K}{p(1+T_1p)(1+T_2p)} = \frac{k}{p\left(p+\frac{1}{T_1}\right)\left(p+\frac{1}{T_2}\right)},$$

Ở đây T = 1 s, $T_2 = 0,25$, $k = \frac{K}{T_1T_2}$, hãy xây dựng đường mút tia gốc.

Đáp số: Đường mút tia gốc bao gồm ba nhánh bởi vì mẫu hàm số W(p), có bậc ba dạng mút tia chỉ ra trên hình 150.



Hình 150. Đường mút tia gốc cho bài 274.

6.3. CÁC PHƯƠNG PHÁP TẦN SỐ CHỌN CÁC THÔNG SỐ CAP TÍNH TOÁN CÁC THIẾT BỊ HIỆU CHỈNH BIÊN TIẾP

275. Hãy xây dựng Đ.B.L yêu cầu và tiến hành chọn thiết bị hiệu chỉnh tuần tự đối với hệ điều chỉnh tự động, nếu hàm truyền của hệ hở khi không có thiết bị hiệu chỉnh có dạng:

$$W(p) = \frac{K_\Omega}{p(p + T_1p)(p + T_2p)(p + T_3p)(p + T_4p)}$$

Ở đây $T_1 = 0,1$ s, $T_2 = 0,02$ s, $T_3 = 0,01$ s, $T_4 = 0,005$ s.

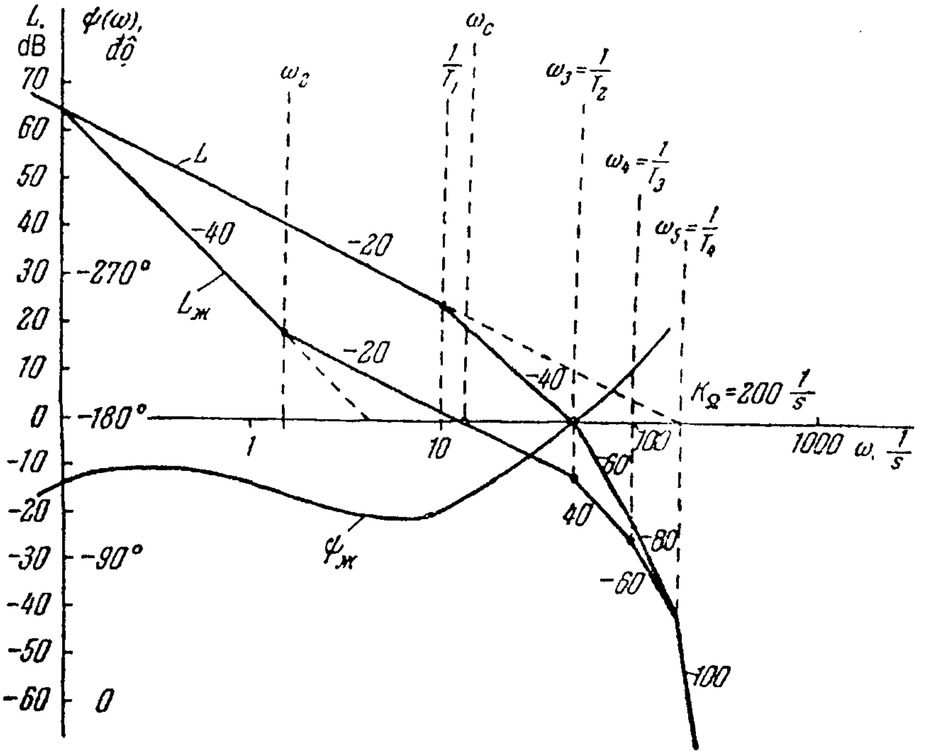
Hệ điều chỉnh cần là hệ hở vô hướng bậc thứ nhất và thoả mãn chỉ số chất lượng sau: a) hệ số sai số theo tốc độ $C_1 = \frac{1}{200}$ s; b) hệ số sai số theo gia tốc $C_2 = 0,06$ s^2; c) độ điều chỉnh lại ở tác dụng điều khiển tầng duy nhất không cần vượt qua 30%; d) thời gian của quá trình chuyển tiếp t_{II} ở tác dụng điều khiển tầng duy nhất không cần vượt quá 0,8 s ở số dao động không vượt quá hai.

Bài giải. Trên hình 151 ta xây dựng Đ.B.L của hệ không hiệu chỉnh có hệ số khuếch đại K_Ω bằng giá trị yêu cầu:

$$K_\Omega = \frac{1}{C_1} = 200\ s^{-1}$$

Sau đó theo chỉ số chất lượng đã cho ta xây dựng Đ.B.L yêu cầu. Tần số liên hợp đầu của Đ.B.L yêu cầu theo mục b. Từ biểu thức tính toán gần đúng sau ta xác định được:

$$\omega_1 \approx \frac{1}{C_1 K_\Omega} = \frac{1}{0{,}06 \times 200} \approx 0{,}08\ s^{-1}$$



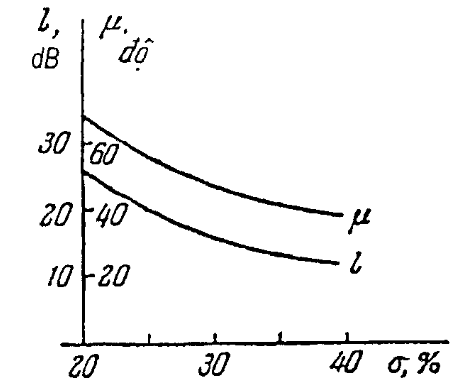
Hình 151. Các đặc tính biên độ lôgarit và tần số pha có trong bài 275.

Để đảm bảo điều kiện của mục c sao cho Đ.B.L yêu cầu có độ dự trữ ổn định theo môđun ± dB theo phụ 45^0 (hình 152).

Bây giờ hãy tìm giá hiện số cắt. Nếu sử dụng phụ lục 12, 13, ta thu được ở σ = 30%, điều đó tương ứng $P_{max} = 1{,}3$.

$$\omega_c \approx \frac{11{,}5}{t_M} \approx 14\ s^{-1}$$

Qua điểm ω_c ta vạch đường thẳng có góc nghiêng 20 dB cho 1 dam. Sự giao nhau của đường thẳng này với đường tiệm cận thứ hai của



Hình 152. Các đường cong để chọn độ dự trữ ổn định theo môđun l và pha μ.

Đ.B.L yêu cầu có góc nghiêng 40. Đ.B cho 1 dam cho tần số liên hợp thứ hai, $\omega_2 = 1{,}3\ s^{-1}$, ở ví dụ dạng xét $\omega_c/\omega_2 > 10$, điều đó hoàn toàn cho phép.

Do đó dạng yêu cầu L ở $\omega < \omega_c$ được xác định.

Ta chuyển sang chọn hình dạng L_{yc} đặc biệt chú ý đến vấn đề ở mỗi một trong số các đoạn góc nghiêng của Đ.B.L mong muốn có thể lệch ít hơn với góc nghiêng của Đ.B.L ban đầu.

Yêu cầu thoả mãn các điều kiện chất lượng đã cho nếu giới hạn bởi hiệu các độ nghiêng giữa L_{yc} và L không vượt quá 20 dB cho 1 dam, khi đó L_{yc} cần làm sao để thấy rõ từ hình 151, kết hợp với các tần số $\omega_3 = 50\ s^{-1}$, $\omega_4 = 100\ s^{-1}$ tương ứng với các tần số kết hợp của Đ.B.L ban đầu. Nếu bắt đầu từ tần số $\omega_5 = 200\ s^{-1}$, Đ.B.L yêu cầu trùng với Đ.B.L ban đầu. Hàm truyền yêu cầu có dạng:

$$W_{yc}(p) = \frac{K_\Omega\left(1+\dfrac{p}{p1{,}3}\right)}{p\left(1+\dfrac{p}{0{,}08}\right)\left(1+\dfrac{p}{50}\right)\left(1+\dfrac{p}{100}\right)\left(1+\dfrac{p}{200}\right)^2}$$

Độ dự trữ ổn định được xác định bởi dạng các đặc tính lôgarit ở vùng các tần số trung bình có nghĩa trong khoảng $\omega_2 \le \omega \le \omega_3$. Ta kiểm tra có hay không Đ.B.L thu được L_{yc} độ dự trữ ổn định yêu cầu theo pha $L_{yc} = 16$ dB $(\omega = \omega_2)$, 0 dB $(\omega = \omega_c)$ và 1dB $(\omega = \omega_3)$.

Theo hình 151 khi $L_{yc} = 16$ dB $\omega = 2\ s^{-1}$ và:

$$\psi\ (2) = -90 - \text{arctg}\frac{2}{0{,}08} + \text{arctg}\frac{2}{1{,}3} = -121^0$$

Điều đó tương đương với độ dự trữ theo pha:

$$\mu = 180^0 + \psi = 180^0 - 121^0 = 59^0$$

Khi $L_{yc} = -14$ dB, $\omega = 50\ s^{-1}$.

$$\Psi(56) = -90 - \text{arctg}\frac{50}{50} - \text{arctg}\frac{50}{100} - 2\ \text{arctg}\frac{50}{200} = -190^0$$

Và tương ứng $\mu = 180^0 - 190^0 = -10^0$

Khi $L_{yc} = 0$, $\omega = \omega_c = 14\ s^{-1}$,

$$\psi\ (14) = -90^0 - \text{arctg}\ \frac{14}{0{,}08} + \text{arctg}\ \frac{14}{1{,}2} - \text{arctg}\frac{14}{50} - $$
$$- \text{arctg}\frac{14}{100} - 2\text{arctg}\frac{14}{200} = -108^0$$

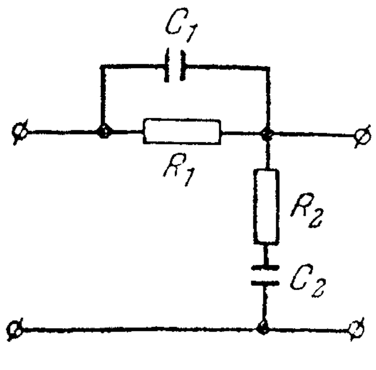
Và tương ứng:

$$\mu = 180^0 - 108^0 = 72^0.$$

Từ ba giá trị thu được $\psi(\omega)$ chỉ có giá trị thứ hai không nằm trong các giới hạn đã cho. Điều đó có thể làm tăng một chút giá trị tuyệt đối $|P_{min}|$ so với giá trị lấy $|P_{min}| = P_{max} - 1 = 0{,}3$.

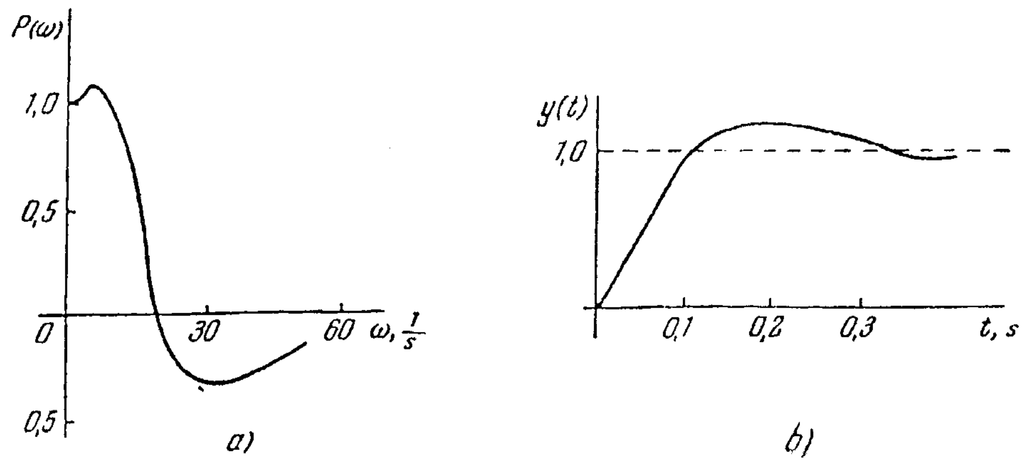
Vì vậy Đ.B.L yêu cầu L_{yc} (hình 151) thu được Đ.B.L của thiết bị hiệu chỉnh tiếp theo không chỉ ra trên hình 151, ở bài toán nghiên cứu thiết bị hiệu chỉnh cần là khâu tích phân vi phân (hình 153) mà hàm truyền của nó có dạng:

$$W_K(p) = \frac{\left(1+\frac{p}{1,3}\right)\left(1+\frac{p}{10}\right)}{\left(1+\frac{p}{0,8}\right)\left(1+\frac{p}{200}\right)} = \frac{(1+0,77p)(1+0,1p)}{(1+12,5p)(1+0,005p)}$$



Hình 153. Khâu tích phân và vi phân tự động.

Để kiểm tra các kết quả thu được ta xây dựng đặc tính pha ψ_{yc} hình 151, cũng như sử dụng đồ thị của phụ lục 11 ta xác định đặc tính tần số thực $P(\omega)$ của hệ kín hình 154a. Nếu sử dụng phương pháp đặc tính hình thang, ta xây dựng đồ thị của quá trình chuyển tiếp (hình 154). Quá trình chuyển tiếp trong hệ thoả mãn các chỉ số chất lượng đã cho.



***Hình 154.** a) Đặc tính tần số thực của hệ kín; b) Đồ thị của quá trình chuyển tiếp.*

276. Hãy chọn thiết bị hiệu chỉnh tiếp đối với hệ điều chỉnh tự động. Hàm truyền của hệ hở không có hiệu chỉnh có dạng:

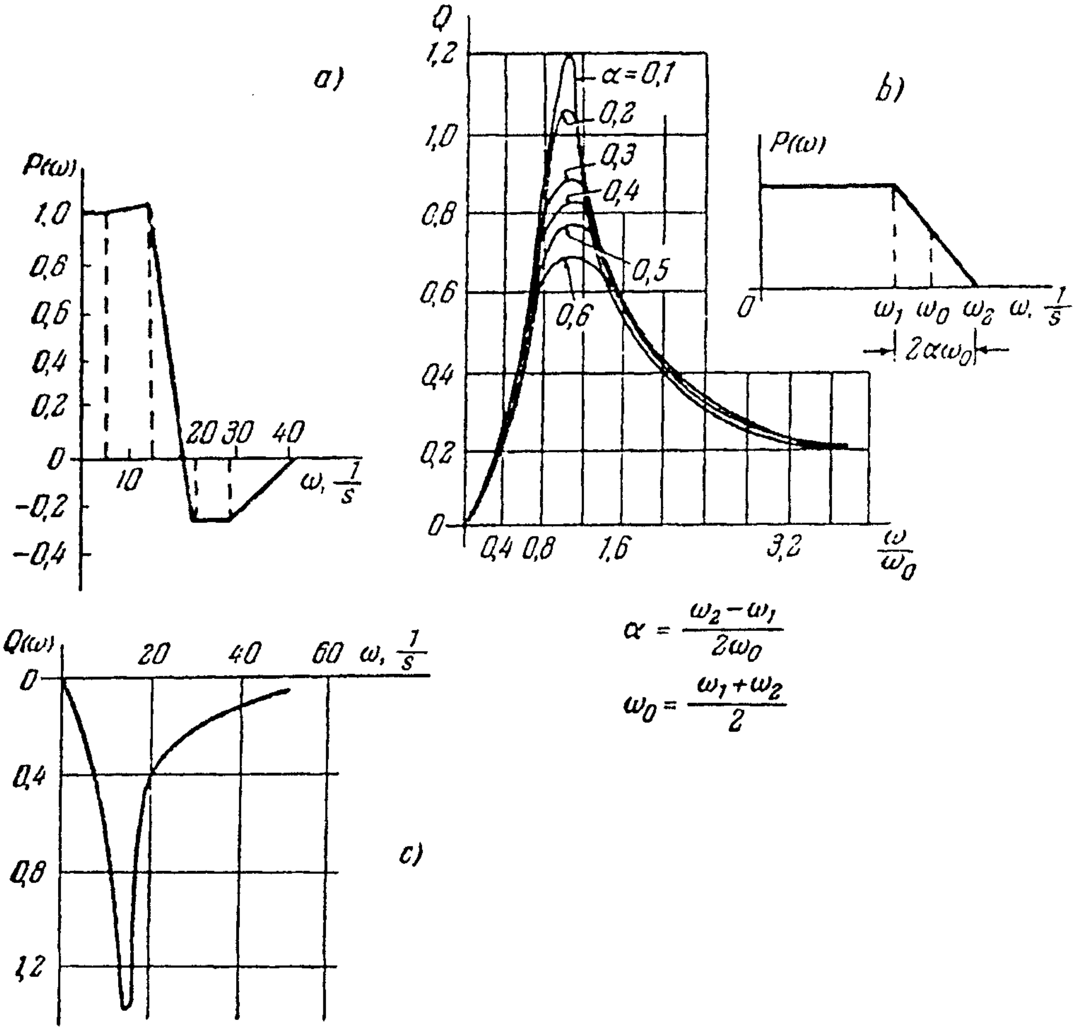
$$W(p) = \frac{K}{(1+T_1p)(1+T_2p)(1+T_3p)}$$

Ở đây $T_1 = 0,05$ s, $T_2 = 0,1$ s, $T_3 = 0,2$ s. Hệ hiệu chỉnh cần đảm bảo các chỉ số chất lượng sau của quá trình chuyển tiếp ở tác dụng điều khiển theo bậc: a) điều chỉnh lại $\sigma \leq 20\%$; b) thời gian của quá trình chuyển tiếp $t_П \leq 0,6$ s ở số dao động người ≤ 3; c) sai số ổn định Δ không cần vượt quá 3%.

Bài giải. Ta tiến hành chọn thiết bị hiệu chỉnh nhờ đặc tính biên độ - pha. Để thu được sai số ổn định 3% cần thiết sao cho hệ số truyền của hệ không dưới:

$$K = \frac{1-\Delta}{\Delta} = \frac{1-0{,}03}{0{,}03} = 32.$$

Để xây dựng đặc tính biên độ - pha của hệ hiệu chỉnh cần chọn hình dạng tương ứng của đặc tính tần số chất lượng P(ω).



Hình 155. *a) Đặc tính tần số thực; b) Đồ thị* $Q = f\,\dfrac{\omega}{\omega_0}$; *c) Đặc tính tần số ảo.*

Từ các chỉ số chất lượng suy ra rằng nếu cho hệ số góc nghiêng x = 0,7 nếu sử dụng đồ thị (xem phụ lục 14) các giá trị của đặc tính số thực P(ω) đảm bảo các chỉ số chất lượng cần thiết của hệ hiệu chỉnh. Đối với σ = 20% và $P_{max} = 1{,}0$ ta tìm được $P_{min} = 0{,}3$.

Độ dự trữ ổn định theo môđun ΔR = 55%, còn độ dự trữ theo pha Δφ = 40% cũng như $t_{II} = \dfrac{3}{8\pi.\omega_{II}}$, ở thời gian hiệu chỉnh đã cho ta thu được khoảng dương:

$$\omega_{II} = \frac{3{,}8\pi}{t_{II}} = \frac{3{,}8\pi}{0{,}6} \approx 20\ s^{-1}$$

Trên cơ sở giá trị ω_{II} và các thông số cơ bản ở đồ thị phụ lục 14, ta xây dựng đặc tính tần số thực P(ω) hình 155a.

Toạ độ ban đầu $P(0) = \dfrac{K}{1+K} = \dfrac{32}{1+32} = 0{,}97$,

$$\omega_d = x\omega_\Pi\ 0{,}7\ .\ 20 = 14\ s^{-1}$$

$$\omega_d = \lambda\omega_\Pi\ 0{,}5\ .\ 20 = 10\ s^{-1}$$

$$\omega_d = x_a\omega_b\ 0{,}5\ .\ 10 = 5\ s^{-1}$$

$$\omega_2 = 25\ s^{-1}, \quad \omega_0 = \frac{\omega_2}{\lambda_1} = \frac{25}{0{,}6} = 42\ s^{-1}$$

$$\omega_1 = x_1\omega_0 = 0{,}7\ .\ 42 = 29\ s^{-1}.$$

Nhờ đồ thị $Q = f\left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)$, được lập đối với hình thang có chiều cao bằng 1 đơn vị (hình 155 b) ta xây dựng đặc tính tần số ảo của hệ kín (hình 155c).

Theo các đặc tính $P(\omega)$ và $Q(\omega)$ xây dựng dễ dàng đặc tính biên độ - pha của hệ hiệu chỉnh. Đặc tính này được xây dựng trên hình 145: a) Theo số liệu của bảng 1 trên hình 145. b) Bằng đường đứt nét ta biểu diễn đặc tính biên độ - pha của hệ không hiệu chỉnh (bảng 2).

Bảng 1: Đặc tính biên độ - pha của hệ hiệu chỉnh.

s^{-1}	15	20	25	30	40	50
$R_c(\omega)$ $\psi(\omega)$	4,6 -164^0	2,3 -185^0	1,15 -200^0	0,99 -208^0	0,5 -220^0	0,23 -231^0

Bảng 2: Đặc tính biên độ - pha của hệ không hiệu chỉnh.

s^{-1}	20	25	30	40	50
$R_c(\omega)$ $\psi(\omega)$	0,37 -116^0	0,20 -130^0	0,17 -150^0	0,11 -160^0	0,06 -181^0

Môđun và argument đặc tính biên độ - pha của thiết bị hiệu chỉnh thu được từ các đặc tính các hệ không hiệu chỉnh và hiệu chỉnh:

$$R_K(\omega)\, e^{\tilde{N}\psi_K(\omega)} = \frac{R_c(\omega)}{R(\omega)} e^{\tilde{N}[\Psi_c(\omega)-(\omega)-\Psi(\omega)]}.$$

Các số liệu tính toán được đưa vào bảng 3:

Bảng 3: Đặc tính biên độ - pha của thiết bị hiệu chỉnh.

s^{-1}	15	20	25	30	40	50
$F_c(\omega)$	0,23	0,16	0,174	0,17	0,22	0,26
$\nu(\omega)$	33^0	69^0	70^0	58^0	60^0	50^0

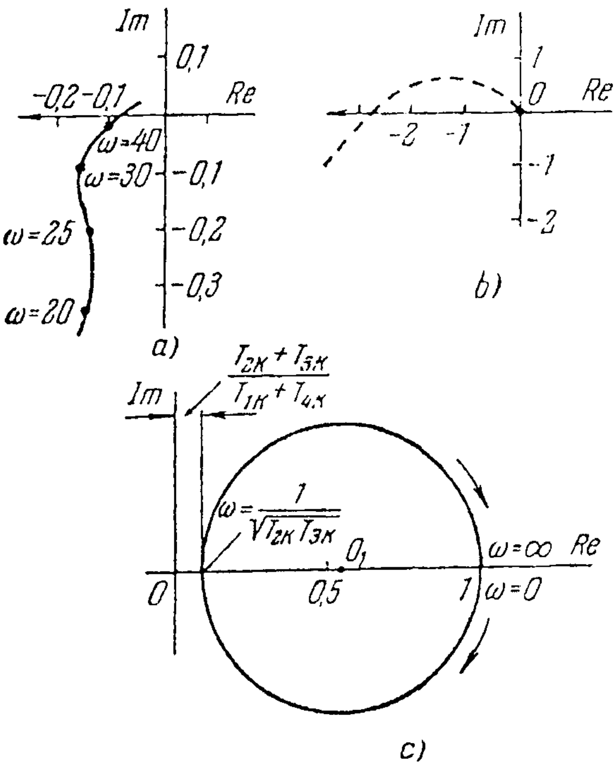
Theo các giá trị tìm được có thể xây dựng đặc tính biên độ - pha của thiết bị hiệu chỉnh.

Nghiệm tiếp theo của bài toán chọn loại nào của mạch hiệu chỉnh và đặc tính biên độ - pha của nó lệch ít nhất với đặc tính biên độ - pha tính toán của thiết bị hiệu chỉnh.

Ta giả thiết rằng ở vùng tần số thấp và cao đặc tính biên độ - pha của các hệ hiệu chỉnh và không hiệu chỉnh cần trùng nhau. Khi đó mạch hiệu chỉnh cần là khâu tích phân - vi phân thụ động với hàm truyền:

$$\omega_K(p) = \frac{(1 + T_{2Kp})(1 + T_{3Kp})}{(1 + T_{1Kp})(1 + T_{4Kp})}$$

Đặc tính biên độ - pha của mạch này là vòng tròn có tâm ở điểm O (hình 156c) Nếu đối với bốn điểm bất kỳ ta lấy các giá trị môđun R_K hay pha ψ_K ta tìm hằng số thời gian T_{1K} = 1,85 s, T_{2K} = 0,18 s, T_{3K} = 0,08 s, t_{4K} = 0,02 s.



Hình 156. Các đặc tính biên độ - pha: a) Hệ hiệu chỉnh; b) Hệ không hiệu chỉnh; c) Thiết bị hiệu chỉnh.

277. Hãy xác định hàm truyền của thiết bị hiệu chỉnh tiếp đối với hệ theo dõi, mà hàm truyền của nó có dạng:

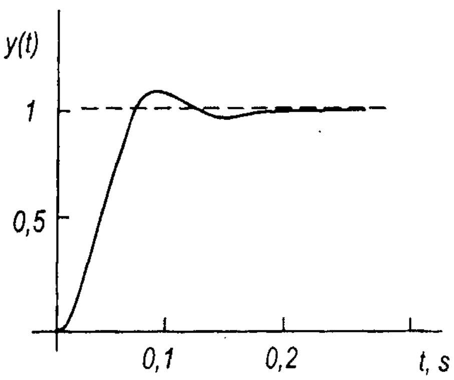
$$W(p) = \frac{K_\varepsilon}{p^2(1 + T_1p)(1 + T_2p)(1 + T_3p)}$$

ở đây T_1 = 0,04 s, T_2 = 0,01 s, T_3 = 0,002 s. Hệ theo dõi cần có tính vô hướng bậc hai. Và thỏa mãn các chỉ số chất lượng sau: a) Hệ số khuếch đại chung theo gia tốc $K_\varepsilon \geq 100\ s^{-2}$; b) Độ điều chỉnh lại $\sigma \leq 30\%$; c) Thời gian dao động tắt dần của quá trình chuyển tiếp $t_\Pi \leq 0,45$ s.

Đáp số:

$$W_K(p) = \frac{(1 + 0,25p)(1 + 0,04p)}{(1 + 0,0029p)(1 + 0,00066p)}$$

Đồ thị của quá trình chuyển tiếp được xây dựng trên hình 157.



Hình 157. Đồ thị quá trình chuyển tiếp cho bài 277.

278. Hãy thực hiện tổng hợp động lực học của hệ theo dõi theo các chỉ số chất lượng sau đây: sai số $x_{max} \leq 0{,}1$ độ ở tốc độ theo dõi cực đại Ω_{1max} = 20 độ/s - gia tốc cực đại ε_{1max} = 5 độ/s, độ dự trữ ổn định được đánh giá theo chỉ số dao động $M \leq 1{,}5$.

Hàm truyền của hệ không hiệu chỉnh gốc có dạng:

$$W(p) = \frac{K_\Omega}{p(1 + Tp)},$$

ở đây T = 0,1 s.

Bài giải. Ta xác định vùng cấm theo độ chính xác:

$$\omega_K = \frac{\omega_{1max}}{\Omega_{1max}} = \frac{5}{20} = 0{,}25\ s^{-1},\ \omega_\Omega = \frac{\Omega_{1max}}{x_{max}} = \frac{20}{0{,}1} = 200\ s^{-1},$$

$$\omega_{0.K} = \sqrt{\varepsilon_{1max} \cdot x_{max}} = \sqrt{\frac{5}{0{,}1}} = 7{,}07\ s^{-1}$$

Đ.B.L yêu cầu của hệ L_{yc} vùng tần số thấp được biểu diễn từ hai đoạn thẳng có góc nghiêng −20 dB/dam và −40 dB/dam với điểm gãy ở tần số:

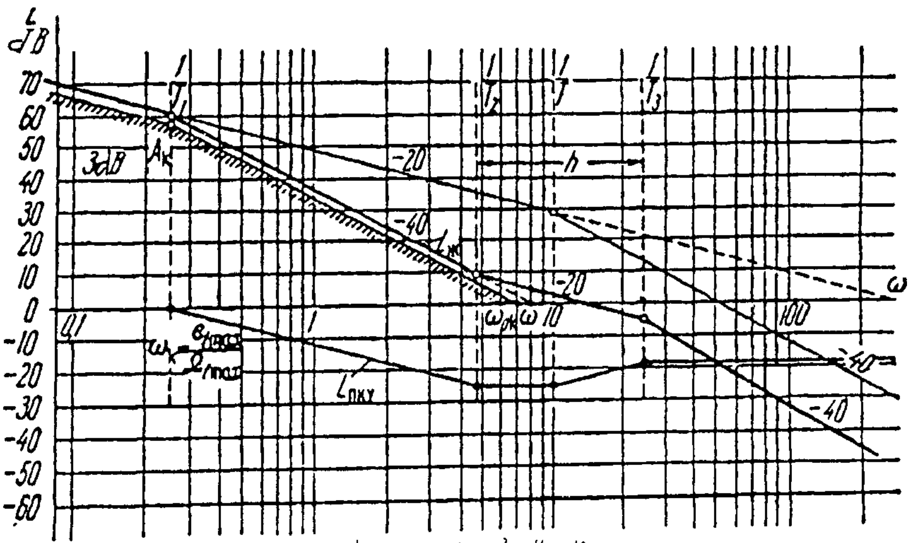
$$\omega_K = \frac{1}{T_1} = 0{,}25\ s^{-1}$$

Để đảm bảo độ chính xác yêu cầu L_{yc} ta nâng lên trên vùng cấm tới 3 dB có nghĩa giá trị yêu cầu của hệ khuếch đại chúng được xác định từ điều kiện:

$$K_\Omega = 1{,}41;\quad \omega_\Omega = 1{,}41\frac{\Omega_{1max}}{x_{max}} = 282\ s^{-1}$$

$$\text{Và}\qquad \omega_0 = 1{,}19\omega_{0.K} = 1{,}19\sqrt{\frac{\varepsilon_{1max}}{x_{max}}} = 8{,}42\ s^{-1}$$

Ta xác định các hằng số thời gian T_2 và T_3 (xem hình 158).



L_{yk} – $L_{mong\ muốn}$; $L_{пку}$ – điều chỉnh thụ động

Hình 158. Đ.B.L cho bài 278.

$$T_2 = \frac{1}{\omega_0}\sqrt{\frac{M}{M-1}} = \frac{1}{8{,}42}\sqrt{\frac{1{,}5}{1{,}5-1}} = 0{,}206\ s$$

$$T_3 = \frac{T_2}{h} = \frac{T_2(M-1)}{M+1} = 0{,}042\ s$$

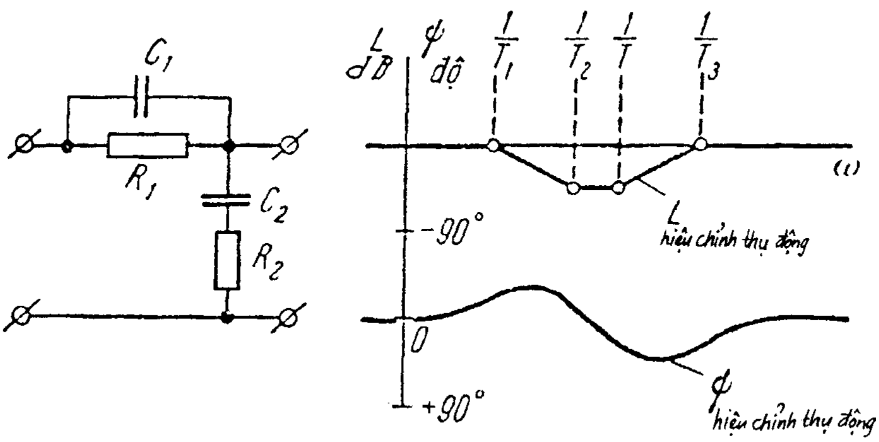
Hàm truyền của hệ hiệu chỉnh có nghĩa tương ứng Đ.B.L yêu cầu có thể viết dưới dạng:

$$W_{ck}(p) = \frac{K_\Omega(1+Tp)}{p(1+T_1p)(1+T_3p)}$$

Để hiệu chỉnh hệ cần sử dụng khâu vi phân tích phân thụ động có hàm số truyền:

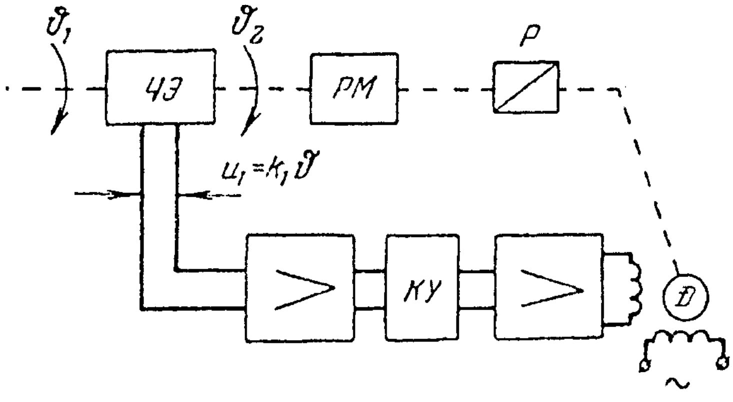
$$W_{nky}(p) = \frac{(1+T_2p)(1+Tp)}{p(1+T_1p)(1+T_3p)}$$

Sơ đồ của khâu này và các đặc tính tần số của nó được chỉ ra trên hình 159.



Hình 159*. Khâu tích phân - vi phân và các đặc tính tần số của nó.*

279. Hãy xác định thiết bị hiệu chỉnh nối tiếp và tính toán hệ số khuếch đại cần thiết của bộ khuếch đại k_2 đối với hệ theo dõi, mà sơ đồ cấu trúc được biểu diễn trên hình 160.



Hình 160*. Sơ đồ theo dõi.*

Trên sơ đồ ký hiệu:

Đ - động cơ, KY - thiết bị hiệu chỉnh, P - bộ dẫn động, ЧЭ phần tử nhạy cảm xác định độ không ăn khớp, PM - cơ cấu làm việc, ϑ_1 và ϑ_2 các góc quay của trục đã cho và trục thực hành các số liệu ban đầu.

1) Độ hỗ dẫn của phần tử nhạy cảm: k_1 = 10 mV/góc ph = 34,4 V/rad;

2) Tỷ số hàm truyền của bộ dẫn động i = 3500;

3) Tốc độ theo dõi cực đại Ω = 5 độ/s = 300 góc ph/s;

4) Gia tốc cực đại: ε = 2 độ/s^2 = 120 góc ph/s^2;

5) Sai số cực đại ϑ_{max} = 1;

6) Điện áp cực đại của đầu ra bộ khuếch đại U_{max} = 110;

7) Tốc độ cực đại của động cơ khi mở hoàn toàn bộ khuếch đại $\Omega_{D\,max}$ = 6000 g/ph = 630 s^{-1};

8) Mômen khởi động M_0 = 100 G.cm = 9,81. 10^{-3} N.m các đặc tính cơ khí của động cơ cùng với bộ khuếch đại là các đường thẳng song song;

9) Mômen tải trên trục động cơ M_H = 10 G.cm = 9,81 . 10^{-4} N.m;

10) Mômen quán tính tác dụng lên trục của động cơ, J = 0,018 G.cm s^2 = 17,6.10^{-8} kG.m^2;

11) Hằng số thời gian khuếch đại T_y = 0,02 s;

12) Chỉ số dao động M ≤ 1,5.

Bài giải. Hàm truyền của hệ hở khi không có thiết bị hiệu chỉnh bằng tích các hàm truyền của các khâu:

$$W(p) = \frac{k_1 k_2 k_3 \frac{1}{i}}{p(1+T_D p)(1+T_y p)} = \frac{K_\Omega}{p(1+T_D p)(1+T_y p)}$$

Hệ số truyền của động cơ bằng:

$$k_3 = \frac{\Omega_{D\max}}{U_{max}} = \frac{630}{110} = 5{,}73\ v^{-1}.s^{-1}$$

Hệ số nghiêng các đặc tính cơ khí của động cơ cùng với bộ dẫn động:

$$\beta = \frac{\beta_0}{j} = \frac{\Omega_{D\max}}{iM_0} = \frac{630}{3500 \times 100} =$$

$$= 1{,}8\ .\ 10^{-3}\ 1/\text{G.cm.s} = 6{,}3 \text{ góc ph/G.cm.s}$$

Hằng số thời gian của động cơ:

$$T_D = \beta_0 J = \frac{630}{100}\ .\ 0{,}018 \approx 0{,}1 \text{ s.}$$

Để xác định giá trị cần thiết của hệ số khuếch đại chung (hệ số chất lượng) theo tốc độ K_Ω ta xây dựng vùng cấm đối với phần tần số thấp của Đ.B.L (xem bài 264). Tần số kiểm tra:

$$\omega_K = \frac{\varepsilon}{\Omega} = \frac{2}{5} = 0{,}4\ s^{-1}$$

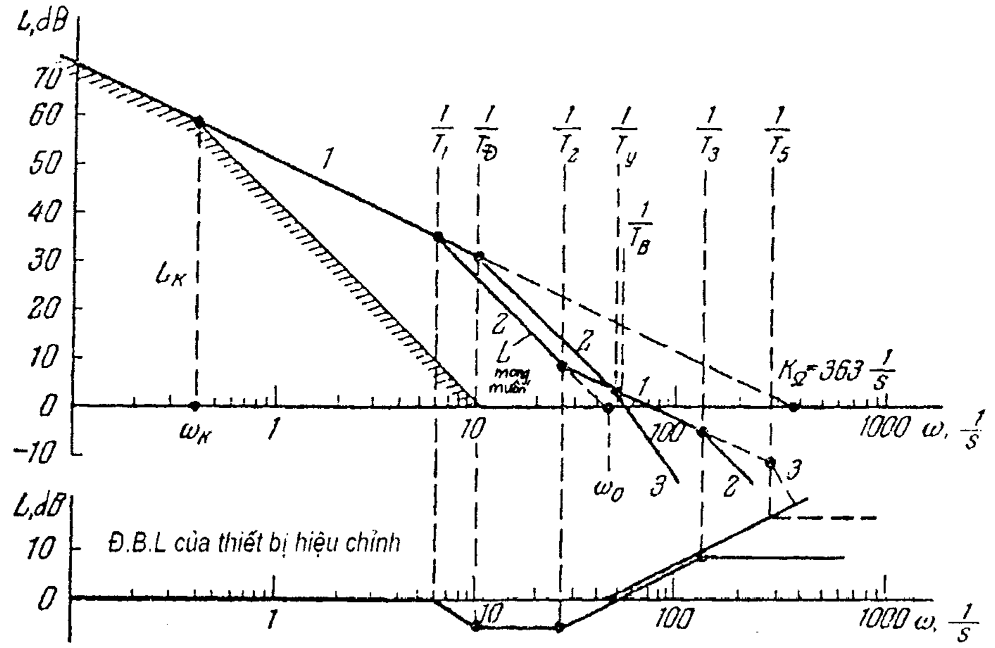
Toạ độ của điểm kiểm tra:

$$L_K = 20\lg\frac{\Omega^2 + \beta M_H \Omega}{\vartheta_{max\,\varepsilon}} = 20\lg\frac{300^2 + 6{,}3\times 10\times 300}{1\times 120} = 59 \text{ dB}.$$

Giá trị giới hạn của hệ số chất lượng theo tốc độ:

$$K_\Omega = \frac{\Omega + \beta M_H}{\vartheta_{max}} = \frac{300 + 6{,}3\times 10}{1} = 363 \text{ s}^{-1}.$$

Theo các số liệu này ta xây dựng vùng cấm (hình 161).



Hình 161. Đ.B.L cho bài 279.

Ta kiểm tra khả năng làm việc của hệ theo dõi không có các khâu hiệu chỉnh. Bởi vì tần số liên hợp thứ nhất của Đ.B.L của hàm truyền (1) bằng $\omega_1 = 1/T_D = 10$ s^{-1}, lớn hơn nhiều so với tần số kiểm tra $\omega_K = 0{,}8$ s^{-1}, thì giá trị cuối cùng của hệ số chất lượng theo tốc độ là giá trị bằng s^{-1}, Đ.B.L tương ứng loại 1 – 2 – 3 chỉ ra trên hình 161.

Tổng các hằng số thời gian cho phép:

$$\sum T = \frac{1}{K_\Omega}\frac{M^2 + M\sqrt{M^2 - 1}}{2} = \frac{1}{363}\frac{1{,}5^2 + 1{,}5\sqrt{1{,}5^2 - 1}}{2} = 0{,}0054 \text{ s}$$

Thực tế tổng của các hằng số thời gian thu được:

$$\sum T = T_D + T_y = 0{,}10 + 0{,}02 = 0{,}15 \text{ s}.$$

Do đó ta thấy rằng không có thiết bị hiệu chỉnh hệ sẽ không có chỉ số chất lượng yêu cầu.

Hãy nghiên cứu phương pháp các tính chất của hệ động lực có thể khi nhờ các khâu nối tiếp.

Khi đưa vào kênh thẳng khâu thụ động chứa phần quán tính cần thiết hiệu dẫn Đ.B.L yêu cầu để trị số định sai số ở vùng thay đổi dấu của tốc độ không vượt quá giá trị cực đại đã cho ϑ_{max}. Giá trị tìm được của hệ số chất lượng theo tốc độ $K_\Omega = 363\ s^{-1}$ tương ứng với hệ số chất lượng theo mômen:

$$K_M = \frac{K_\Omega}{\beta} = \frac{363.6}{3} \approx 57,5 \text{ g.cm/ góc pha.}$$

Sai số mômen:

$$\vartheta_M = \frac{M_H}{K_M} = \frac{10}{57,5} \approx 0,174'$$

Giá trị cho phép của hằng số thời gian lớn:

$$T_1 = 0,236\ \frac{\sqrt{(\vartheta_{max} + \vartheta_M)^3}}{\vartheta_M \sqrt{\varepsilon}} = 0,236 \times \frac{\sqrt{(1+0,17)^3}}{0,174\sqrt{120}} = 0,16\ s$$

Theo hệ số chất lượng $K_\Omega = 363\ s^{-1}$ và hằng số thời gian $T_1 = 0,16$ s có thể xây dựng phần tần số thấp của Đ.B.L (hình 161). Tần số gốc của Đ.B.L:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K_\Omega}{T_1}} = \sqrt{\frac{363}{0,16}} = 47,5\ s^{-1}$$

Bây giờ ta biểu diễn các phần tần số thấp và tần số cao của Đ.B.L yêu cầu loại 1 – 2 – 1 – 2. Theo tần số cơ bản ta xác định giá trị yêu cầu của hằng số thời gian thứ hai:

$$T_2 = \frac{1}{\omega_0}\sqrt{\frac{M}{M-1}} = \frac{1}{47,5}\sqrt{\frac{1,5}{1,5-1}} = 0,0365\ s$$

Theo số liệu này ta xây dựng toàn bộ Đ.B.L yêu cầu L_{yc}. Đ.B.L của thiết bị hiệu chỉnh thu được ở kết quả trừ đi toạ độ của Đ.B.L từ các toạ độ của Đ.B.L yêu cầu. Đ.B.L hiệu này cũng được biểu diễn trên hình 161. Từ dạng Đ.B.L này suy ra rằng thiết bị hiệu chỉnh nối tiếp cần bao gồm từ:

1) Khâu tích phân - vi phân thụ động có hàm truyền:

$$W_K(p) = \frac{(1+T_D p)(1+T_2 p)}{(1+T_1 p)(1+T_B p)}$$

Ở đây hằng số thời gian T_B được xác định từ tính chất đã biết của khâu tích phân - vi phân.

$$T_B = \frac{T_D T_2}{T_1} = \frac{0,05 \times 0,0365}{0,16} = 0,0114\ s;$$

2) Khâu vi phân lý tưởng có hàm truyền:

$$W_{K2}(p) = 1 + T_y p,$$

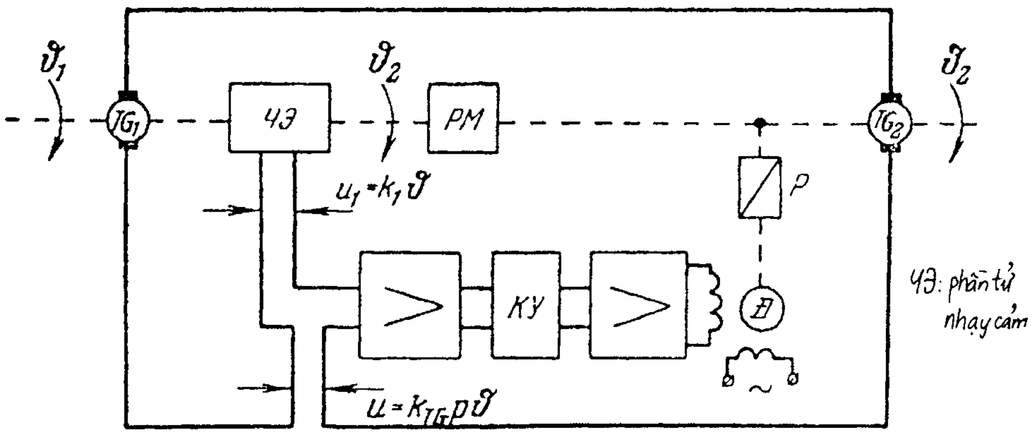
3) Các tổ hợp khâu vi phân thụ động và bộ khuếch đại tuyến tính có hàm số truyền chung:

$$W_{K3}(p) = \frac{1+T_B p}{1+T_3 p} = k_y \frac{\frac{T_3}{T_B}(1+T_B p)}{1+T_3 p}.$$

Khâu vi phân lý tưởng có thể cho gần đúng do sử dụng các nguồn phát đi tốc độ trên các trục đã cho và thực hành được mắc đối nhau và đưa vào đạo hàm theo góc không ăn khớp.

Trong trường hợp mắc tín hiệu từ máy phát đo tốc độ ở chính nơi mắc và tín hiệu từ phần tử nhạy cảm (hình 162) độ hộ dẫn yêu cầu của điện áp của mỗi máy phát đo tốc độ bằng:

$$K_{TT} = k_1 T_y = 10.\ 0{,}02 = 0{,}2\ \text{mV.s/góc ph} = 0{,}37\ \text{V.s/vg} = 0{,}06\ \text{V.s}.$$



Hình 162. Sơ đồ có các máy phát đo tốc độ để thu được khâu vi phân hoàn chỉnh.

Các khâu thụ động cần đưa vào kênh thẳng của bộ khuếch đại có thể có các mạch RC.

Hệ số khuếch đại của bộ khuếch đại có tính đến khuếch đại bổ sung cần thiết để hoạt động của khâu vi phân thụ động $k_2 = \frac{T_B}{T_3} = \frac{K_\Omega i}{k_1 k_3} = \frac{0{,}0114}{0{,}0073} \times \frac{363 \times 3500}{34{,}4 \times 5{,}73} = 9850.$

Trong trường hợp không thể đặt các máy đo tốc độ để đưa đạo hàm từ góc không ăn khớp có thể thay đổi dạng các thiết bị hiệu chỉnh yêu cầu.

Như thấy rõ từ hình 161, khâu vi phân lý tưởng thu được do đường tiệm cận cao tần của Đ.B.L gốc có độ nghiêng lớn so với góc nghiêng của Đ.B.L yêu cầu. Để loại bỏ điều này có thể thay đổi dạng Đ.B.L yêu cầu ở vùng cao tần chuyển từ Đ.B.L yêu cầu ở vùng tới Đ.B.L loại 1 – 2 – 1 – 3 nhưng với chính độ dự trữ ổn định.

Phần cao tần của Đ.B.L trên hình 161 chỉ ra bằng đường đứt nét. Nó tương ứng với hàm truyền:

$$W(p) = \frac{K_\Omega(1+T_2 p)}{p(1+T_1 p)(1+T_5 p)^2}.$$

Hằng số thời gian T_5 được xác định như sau:

$$T_5 = \frac{1}{2\omega_0}\sqrt{\frac{M(M-1)}{M+1}} = \frac{T_3}{2} = 0{,}0036 \text{ s}$$

Đ.B.L của thiết bị hiệu chỉnh được chỉ ra đối với trường hợp này trên hình 161, cũng bằng đường đứt nét. Từ nghiên cứu Đ.B.L này rõ ràng rằng thiết bị hiệu chỉnh của loại nối tiếp cần bao gồm từ ba khâu thụ động khâu tích phân - vi phân và hai khâu vi phân thụ động trong tổ hợp với bộ khuếch đại tuyến tính có hàm truyền chung:

$$W_K(p) = \frac{(1+T_D p)(1+T_2 p)}{(1+T_1 p)(1+T_B p)} \cdot \frac{1+T_B p}{1+T_5 p} \cdot \frac{1+T_y p}{1+T_5 p} =$$

$$= \frac{(1+T_D p)(1+T_2 p)(1+T_y p)}{(1+T_1 p)(1+T_B p)(1+T_5 p)^2}$$

Hệ số khuếch đại k_y sẽ cao hơn ở trường hợp trước:

$$k_y = \frac{T_y T_B}{T_5^2} = \frac{0{,}02 \times 0{,}0114}{0{,}0036^2} = 17{,}5$$

Hệ số khuếch đại tổng k_2 cũng sẽ cao hơn ở trường hợp trước:

$$k_2 = k_y \frac{K_\Omega i}{k_1 k_3} = 17{,}5 \times \frac{363 \times 3500}{34{,}4 \times 5{,}73} = 110000.$$

Có thể có chọn phần cao tần của Đ.B.L yêu cầu kiểu khác trong trường hợp riêng, tương ứng hàm truyền có dạng:

$$W(p) = \frac{K(1+T_2 p)}{p(1+T_1 p)(1+T_4 p)(1+T_5 p)}$$

Khi đó $T_4 \neq T_5$ nhưng tổng của chúng như trước đây cân bằng:

$$T_4 + T_5 = \frac{1}{\omega_0} = \frac{\sqrt{M(M-1)}}{M+1}.$$

6.4. TÍNH TOÁN CÁC MỐI LIÊN HỆ NGƯỢC BỔ SUNG VÀ CÁC MỐI LIÊN HỆ HIỆU CHỈNH SONG SONG THẲNG

280. Hãy thực hiện tính toán mối liên hệ ngược bổ sung đối với hệ theo dõi của bài 278.

Bài giải. Ta tìm mối liên hệ ngược bổ sung W_{oc} (p) tương ứng với khâu tích phân - vi phân $W_{\Pi ky}$ (p), thu được khi giải bài toán 278. Ta giả thiết rằng mối liên hệ ngược bổ sung bao phần hệ có hàm truyền:

$$W_c(p) = \frac{k_c}{p(1+Tp)}.$$

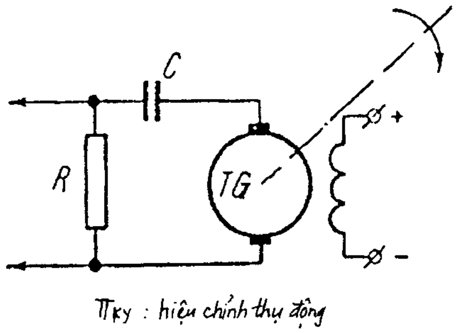
Khi đó:

$$W_{oc}(p) = \frac{1 - W_{\Pi ky}(p)}{W_{\Pi ky}(p)W_c(p)}$$

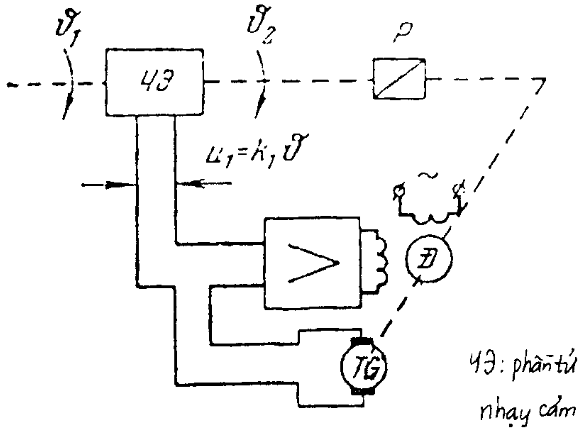
$$= \frac{1 - \dfrac{(1+T_2p)(1+Tp)}{(1+T_1p)(1+T_3p)}}{\dfrac{(1+T_2p)(1+Tp)}{(1+T_1p)(1+T_3p)} \cdot \dfrac{kc}{p(1+Tp)}} = \frac{k_{oc}p^2}{1+T_2p},$$

ở đây $k_{oc} = \dfrac{T_1 + T_3 - T_2 - T}{k_c}$.

Sơ đồ thực hiện có thể của mối liên hệ ngược này được chỉ ra trên hình 163.



Hình 163. Sơ đồ mối liên hệ bổ sung cho bài 280.



Hình 164. Sơ đồ hệ theo dõi có mối liên hệ ngược.

281. Thực hiện chọn các thông số mối liên hệ ngược đo tốc độ cứng đối với hệ theo dõi mà sơ đồ của nó được thể hiện trên hình 164. Các số liệu ban đầu cũng như ở bài 279 ngoài ra $T_D = 0{,}05$ s.

Bài giải. Hàm truyền của hệ hở có tính đến tác dụng của mối liên hệ ngược đo tốc độ có dạng:

$$W(p) = \frac{K_{H\Omega}}{p(1 + ap + bp^2)} \qquad (1)$$

Ở đây $K_{H\Omega} = \dfrac{K_\Omega}{1 + k_{oc}}$ - giá trị mới của hệ số khuếch đại chung theo tốc độ (hệ số chất lượng theo tốc độ); $a = \dfrac{T_D + T_y}{1 + k_{o2}}$ và $b = \dfrac{T_DT_y}{1 + k_{oc}}$ - các hệ số của khâu tương đương bậc hai; $k_{oc} = k_2k_3k_{Tb}$ - hệ số khuếch đại của kênh có mối liên hệ ngược; k_{Tp} độ hệ dẫn của máy phát đo tốc độ và thiết bị định tỷ lệ trong mạch liên hệ ngược.

Để đảm bảo độ dự trữ ổn định cần thiết được đánh giá bởi giá trị chỉ số dao động cần tuân theo bất đẳng thức:

$$\frac{T_D + T_y}{1 + k_{oc}} = a \leq \frac{1}{k_{H\Omega}} \cdot \frac{M^2 + M\sqrt{M^2 - 1}}{2} \qquad (2)$$

Cũng cần tính đến sự đưa mối liên hệ ngược cứng đo tốc độ làm thay đổi tới $(1 + k_{oc})$ lần góc nghiêng các đặc tính cơ khí của động cơ thực hành giá trị yêu cầu của hệ số phẩm chất theo tốc độ khi tính toán các đặc tính cơ khí cứng hơn bằng:

$$K_{H\Omega} = \frac{\Omega_{max} + \dfrac{\beta M_H}{1 + k_{oc}}}{\vartheta_{max}} \qquad (3)$$

Nếu giải hai phương trình cuối này, thì có thể xác định giá trị yêu cầu hệ số khuếch đại kênh của mối liên hệ ngược:

$$k_{oc} = \frac{\Omega_{max}(T_D + T_y)}{2\mu\vartheta_{max}} - 1 +$$

$$+ \sqrt{\frac{\Omega_{max}^2 (T_D + T_y)^2}{4\mu^2 \vartheta_{max}^2} + \frac{\beta M_H (T_D + T_y)}{\mu\vartheta_{max}}} =$$

$$= \frac{300.0,7}{2.1,96.1} - 1 + \sqrt{\frac{300^2.0,07^2}{4.1,96^2.1} + \frac{6,3.10.0,07}{1,96.1}} = 10$$

Ở đây: $\mu = \dfrac{M^2 + M\sqrt{M^2 - 1}}{2} = \dfrac{1,5^2.1,5\sqrt{1,5^2 - 1}}{2} = 1,96$

Giá trị yêu cầu hệ số chất lượng theo tốc độ (3):

$$K_{H\Omega} = \frac{300 + \dfrac{6,3.10}{1 + 10}}{1} = 306 \text{ s}^{-1}$$

Tổng cho phép của các hằng số thời gian (2):

$$\sum T = \frac{1}{306} \cdot \frac{1,5^2 + 1,5\sqrt{1,5^2 - 1}}{2} = 0,0064 \text{ s}$$

Hằng số tương đương của thời gian:

$$a = \frac{T_D + T}{1 + k_{oc}} = \frac{0,07}{1 + 10} = 0,0064 \text{ s}$$

Do đó bài toán chọn các thông số mạch của liên hệ ngược có thể coi giải được.

Hàm truyền của hệ cuộn cản hở có dạng.

$$W(p) = \frac{K_{H\Omega}}{p(1 + ap + ba^2)} = \frac{306}{p(1 + 6,4.10^{-3}p + 9,1.10^{-5}p^2)}$$

Ở kết luận ta xác định hệ số khuếch đại yêu cầu của bộ khuếch đại và độ hỗ dẫn yêu cầu của máy phát đo tốc độ. Hệ số khuếch đại chung mạch hở của hệ theo dõi ở mối liên hệ ngược bị ngắt cân bằng:

$$K_{H\Omega} = K_{H\Omega}(1 + k_{oc}) = 306.11 \approx 3360\ s^{-1}$$

Hệ số khuếch đại của bộ khuếch đại:

$$K_2 = \frac{K_\Omega i}{k_1 k_3} = \frac{3360 \times 3500}{34{,}4 \times 5{,}73} = 59.500.$$

Giá trị yêu cầu độ hỗ dẫn của máy phát đo tốc độ có tính đến thiết bị tạo tỷ lệ:

$$K_{TG} = \frac{k_{oc}}{k_2 k_3} = \frac{15}{59500 \times 5{,}73} \approx 3.10^{-5}\ v.s$$

Giá trị lớn hệ số khuếch đại của bộ khuếch đại là nhược điểm phương pháp nghiên cứu có sử dụng mối liên hệ ngược.

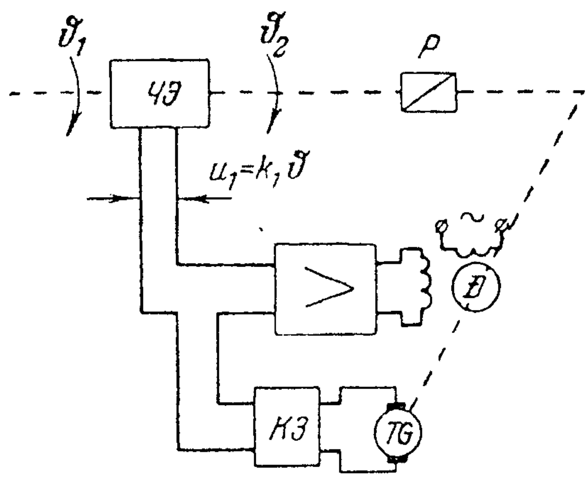
282. Hãy tiến hành chọn các thông số liên hệ ngược đo tốc độ mềm đối với hệ theo dõi mà sơ đồ của nó được biểu diễn trên hình 165. Các số liệu ban đầu cũng như ở bài 279. Độ hỗ dẫn của máy phát đo tốc độ $k_{TG} = 0{,}05$ v.s.

Bài giải. Liên quan với vấn đề sử dụng cuộn cản theo phương pháp thứ nhất. Xem 6.1 Đ.B.L yêu cầu L_{yc} có thể biểu diễn để độ gãy đầu của nó trùng với tần số kiểm tra của điểm A_K hình 166. Khi đó Đ.B.L cần nâng lên cao hơn vùng cấm tới 3 dB. Giá trị yêu cầu của hệ số chất lượng theo tốc độ sẽ là:

$$K_{T\Omega} = \sqrt{2K_\Omega} = 1{,}41.363 = 512\ s^{-1}$$

Điều đó gây ra sự cần thiết có hệ số khuếch đại của bộ khuếch đại:

$$k_2 = \frac{K_{T\Omega} i}{k_1 k_3} = \frac{512.3500}{34{,}4.5{,}73} = 9100.$$



Hình 165. Sơ đồ theo dõi với mối liên hệ ngược:
ЧЭ - phần tử nhạy cảm;
KЭ - Khâu hiệu chỉnh.

Tần số gốc của Đ.B.L mong muốn:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K_{T\Omega}}{T_1}} = \sqrt{\omega_K K_{T\Omega}} = \sqrt{0{,}4.512} = 14{,}3s-1.$$

Hằng số thời gian thứ hai của Đ.B.L mong muốn:

$$T_2 = \frac{1}{\omega_0}\sqrt{\frac{M}{M-1}} = \frac{1}{14{,}3}\sqrt{\frac{1{,}5}{1{,}5-1}} = 0{,}12s-1$$

Tổng các hằng số thời gian cho phép tương ứng các tần số liên hợp bên phải tần số cắt bằng:

$$\sum T = \frac{1}{\omega_0}\cdot\frac{\sqrt{M(M-1)}}{M+1} = \frac{1}{14{,}3}\cdot\frac{\sqrt{1{,}5(1{,}5-1)}}{1{,}5+1} = 0{,}024\ s$$

Ta biểu diễn Đ.B.L yêu cầu sao cho tiệm cận cao tần của nó có góc nghiêng duy nhất với tiệm cận cao tần của Đ.B.L. Trong trường hợp đã cho góc nghiêng là 60 dB/dưm. Khi đó ở phần cao tần của Đ.T.L yêu cầu có thể có gãy đúp ở tần số $\omega_3 = \frac{1}{T_5}$.

Hằng số thời gian tương ứng bằng:

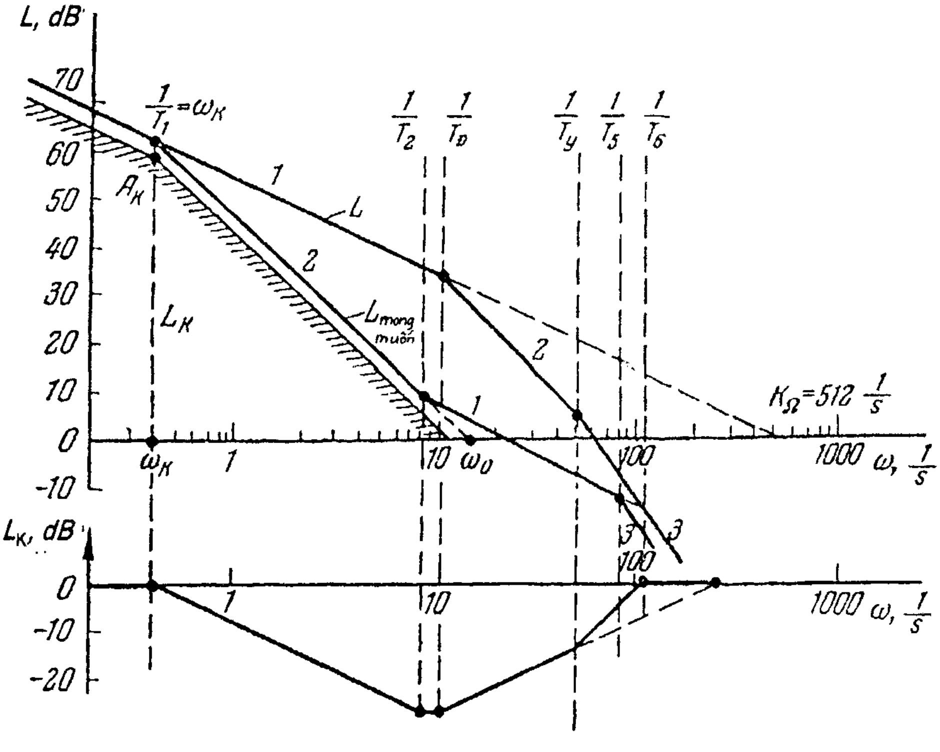
$$T_5 = \frac{\sum T}{2} = \frac{0{,}024}{2} = 0{,}012 \text{ s}$$

Để đơn giản thiết bị hiệu chỉnh có thể tiếp tục đoạn có góc nghiêng duy nhất của Đ.B.L tới trùng các đường tiệm cận cao tần L_{yc} và L, điều đó chỉ trên hình 166 bằng đường đứt nét. Điều này làm tăng một chút độ dự trữ ổn định. Hằng số thời gian xác định gãy kép của Đ.B.L yêu cầu có thể xác định đo trực tiếp tần số liên hợp. Nó bằng $T_6 = 0{,}009$ s.

Đ.B.L được xây dựng như vậy tương ứng với hàm truyền của hệ hở:

$$W(p) = \frac{K_{T\Omega}(1 + T_2p)}{p(1 + T_1p)(1 + T_6p)^2} = \frac{512(1 + 0{,}12p)}{p(1 + 2{,}5p)(1 + 0{,}009)^2}$$

Tiếp theo chúng ta sẽ xét trường hợp đơn giản hơn này.



Hình 166. Các đặc tính biên độ lôgarit cho bài 282.

Trên hình 166 ta xây dựng Đ.B.L của thiết bị hiệu chỉnh loại nối tiếp L_{K_1} thu được bằng cách trừ mắc nối tiếp của các khâu tích phân - vi phân và vi phân có hàm truyền:

$$W_{HZ}(p) = \frac{(1 + T_2p)(1 + T_\Delta p)(1 + T_yp)}{(1 + T_1p)(1 + T_6p)^2}$$

Hàm truyền thu được đóng vai trò phụ bởi vì theo điều kiện bài toán hiệu chỉnh hệ cần thực hiện bởi liên hệ ngược mà không bởi các khâu nối tiếp, vì vậy nếu sử dụng nó, cần thiết tính mối liên hệ ngược tương đương.

Hàm truyền của khâu hiệu chỉnh trong mạch của máy phát đo tốc độ có thể xác định theo công thức:

$$W_{oc}(p) = \frac{1 - W_{pz}(p)}{W_{pz}(p)W_c(p)},$$

Ở đây $W_c(p) = \dfrac{k_2 k_3}{(1+T_y p)(1+T_D p)}$ - hàm truyền của phần hệ bao bởi mối liên hệ ngược.

Ở kết quả thế các giá trị $W_c(p)$ và $W_{pz}(p)$ có:

$$\begin{aligned} W_{cc}(p) = {} & [\,(T_1 + 2\,T_6 - T_2 - T_D - T_y)\,p + \\ & + (T^2_6 + 2T_1T_6 - T_2T_D - T_2T_D - T_2T_y - T_DT_y)\,p^2 + \\ & + (\,T_1T_6^2 - T_2T_DT_y)\,p^3]\ X\ [\,k_2k_3\,(1 + T_2p)]^{-1}. \end{aligned}$$

Khâu này là không thực tế được về mặt vật lý, bởi vì bậc của đa thức ở tử số cao hơn bậc đa thức của mẫu. Tuy nhiên có thể thử sử dụng khâu thực tế nào đó có hàm truyền gần với mong muốn. Hàm truyền thực tế về mặt vật lý có thể là hàm (gần đúng bậc đầu).

$$W_{oc}(p) = \frac{T_1 p}{k_2 k_3 (1+T_2 p)} = k_{oc}\frac{T_2 p}{1+T_2 p},$$

Ở đây $\quad k_{oc} = \dfrac{T_1}{T_2 k_2 k_3}$

Hàm truyền này có thể thực hiện nhờ máy phát đo tốc có dòng điện không đổi, bộ chia đơn giản và mạch vi phân RC có hằng số thời gian $T_2 = 0{,}12$ s.

Hệ số truyền yêu cầu trong mạch có liên hệ ngược:

$$K_{oc} = k_{Tc}.k_D = \frac{2{,}5}{0{,}12 \times 9100 \times 5{,}75 \times 0{,}05} = 40{,}5.10^{-5}$$

Bộ chia riêng có thể thậm chí không ổn định, mà trong trường hợp này vị trí mắc mối liên hệ ngược trong bộ khuếch đại có thể được chọn sao cho từ vị trí này tới đầu ra của bộ khuếch đại hệ số khuếch đại theo điện áp bằng:

$$k_2 = k_2 k_{oc} = 9100.\ 40{,}5.10^{-5} = 3{,}6.$$

Do đó ở gần đúng thứ nhất hàm truyền của khâu hiệu chỉnh trong mạch có liên hệ ngược cần là:

$$W_{oc}(p) = 40{,}5.10^{-5}\ \frac{0{,}12p}{1+0{,}12p}$$

Bây giờ ta kiểm tra mức độ sử dụng của khâu này để đạt được các chất lượng động lực học cần thiết chỉ định dạng Đ.B.L có dạng yêu cầu. Hàm truyền của hệ hở có tính đến mối liên hệ ngược đo tốc độ có dạng:

$$W_{CK}(p) = \frac{K_{T\Omega}(1+T_2P)}{p(1+a_1p+a_2p^2+a_3p^3}, $$

Ở đây:

$a_1 = T_y + T_D + T_2 + k_2 k_3 k_{0c} T_2 = T_y + T_D + T_2 + T_1 = 2{,}74$ s,

$a_2 = T_yT_D + T_yT_2 + T_DT_2 = 1{,}64.10^{-4}$ s^2

$a_3 = T_yT_DT_2 = 2{,}4.10^{-4}$ s^3.

Phân tích mẫu số của hàm truyền thu được ra các phân tử, ta có:

$$W_{CK}(P) = \frac{K_{T\Omega}(1+T_2p)}{p(1+Tp)(1+ap+bp^2)} =$$

$$= \frac{512(1+0{,}12p)}{p(1+2{,}74p)(1+0{,}6.10^{-2}p+0{,}88.10^{-4}p^2)}$$

Ở phần tần số thấp hàm truyền này thực tế trùng với hàm truyền tương ứng Đ.B.L yêu cầu L_{yc}. Độ lệch nhỏ chỉ có ở giá trị hằng số thời gian $T_1 = 2{,}74$ s, mô tả gãy đầu của Đ.B.L ở vùng tần số cao điều kiện giới hạn tổng các hằng số thời gian được thực hiện bởi vì a = 0,6. 10^{-2} s, còn theo điều kiện tổng các hằng số thời gian cho phép bằng $\sum T = 2{,}4.\ 10^{-2}$s.

Kiểm tra sao cho giá trị đỉnh đặc tính biên độ của khâu dao động không tới vùng cấm đối với phần cao tần của Đ.B.L có nghĩa:

$$\text{Mod}\ |W(j\omega)|\frac{M}{M+1},$$

Khẳng định độ cho phép của gần đúng tương tự.

Mong muốn có thể thu được trùng nhau chính xác hơn của hàm truyền thu được với yêu cầu ở vùng tần số thấp và loại bỏ bất đẳng thức $T \neq T_1$.

Vì vậy cần thiết chính xác giá trị của hệ số k_{oc} và chọn nó bằng:

$$k_{oc} = \frac{T_1}{T}k_{oc} = \frac{2{,}5}{2{,}74}\ .\ 40{,}5\ .\ 10^{-5} = 37{,}4.\ 10^{-5}.$$

Khi đó tương tự có thể thu được hàm truyền hiệu chỉnh của hệ hở ở dạng:

$$W_{CK}(p) = \frac{512(1+0{,}12p)}{p(1+2{,}5p)(1+0{,}65.10^{-2}p+0{,}95.10^{-4}p^2)}$$

283. Hãy xác định dạng và các thông số liên hệ ngược đối với hệ theo dõi điện thuỷ lực, mà sơ đồ khối của nó được thể hiện trên hình 167a. Trên hình 167a, ta ký hiệu, PD - động cơ dẫn động, PM - cơ cấu thừa hành, ЧЭ- máy phát đo tốc độ , P - bộ dẫn động hàm truyền của hệ hở có dạng:

$$W(p) = \frac{K_\varepsilon}{p(1+T_Dp)(1+T_{GM}p)}$$

Ở đây K_ε - hệ số hiệu quả theo gia tốc, $T_D = 0{,}05$ s - hằng số thời gian điện cơ của động cơ điều khiển, $T_{GM} = 0{,}02$ s, hằng số thời gian cơ học - thuỷ lực của bộ điều khiển thuỷ lực thế cần có hệ số chất lượng theo gia tốc $K_\varepsilon \geq 25$ s – 2 và chỉ số của dao động $M \leq 1{,}8$. Liên hệ ngược bao hàm động cơ điều khiển và bộ khuếch đại.

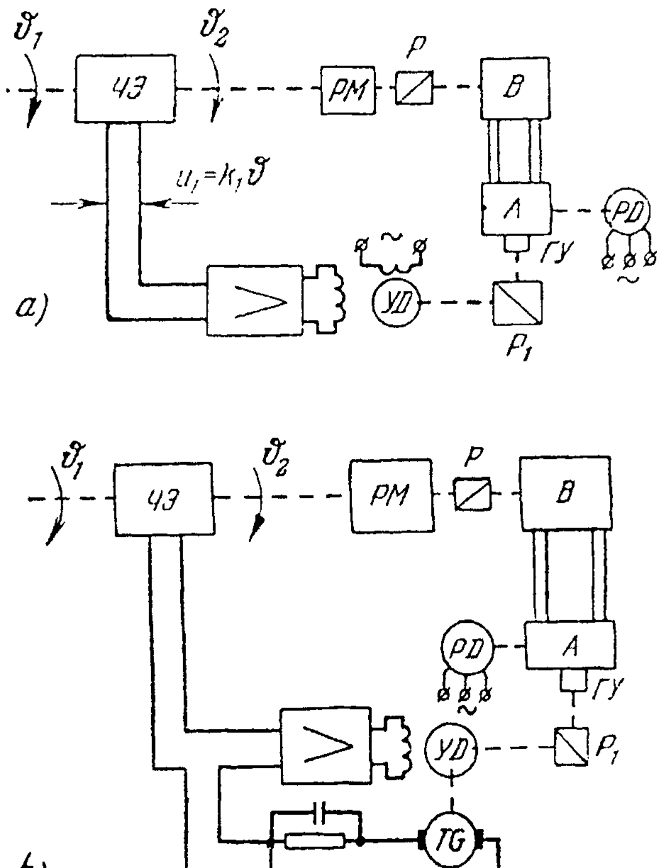
Bài giải. Trên hình 168 ta xây dựng Đ.B.L của hệ gốc L_H ở giá trị $K_\varepsilon = 25$ s- 2. Vì vậy ta xây dựng Đ.B.L yêu cầu L_{yc} đáp ứng toàn bộ yêu cầu chất lượng cho hệ.

Hãy nghiên cứu trình tự xác định dạng và các thông số của mối liên hệ ngược.

Có tính đến mối liên hệ ngược bổ sung thì hàm truyền của hệ hở $W_{yc}(p)$ có thể biểu hiện ở dạng:

$$W_{yc}(p) = \frac{W(p)}{1 + W_{yc}(p) + W_{oc}(p)}$$

Ở đây $W_{oc}(p)$ - hàm truyền mạch của mối liên hệ ngược bổ sung, $W_x(p)$-. hàm truyền của phần hệ được khép kín bằng mối liên hệ ngược. Từ biểu thức đưa ra suy ra rằng Đ.B.L của mạch có liên hệ ngược L_{oc} có thể xác định theo Đ.B.L đã biết L_{yc} và L_H ở trình tự sau:



ЧЭ: phần tử nhạy cảm (máy phát đo tốc); A, B - các phần tử của bộ điều chỉnh thủy lực; ГУ- bộ khuếch đại thủy lực; YD- động cơ điều khiển.

Hình 167. *Các sơ đồ hệ theo dõi điện - thuỷ lực.*

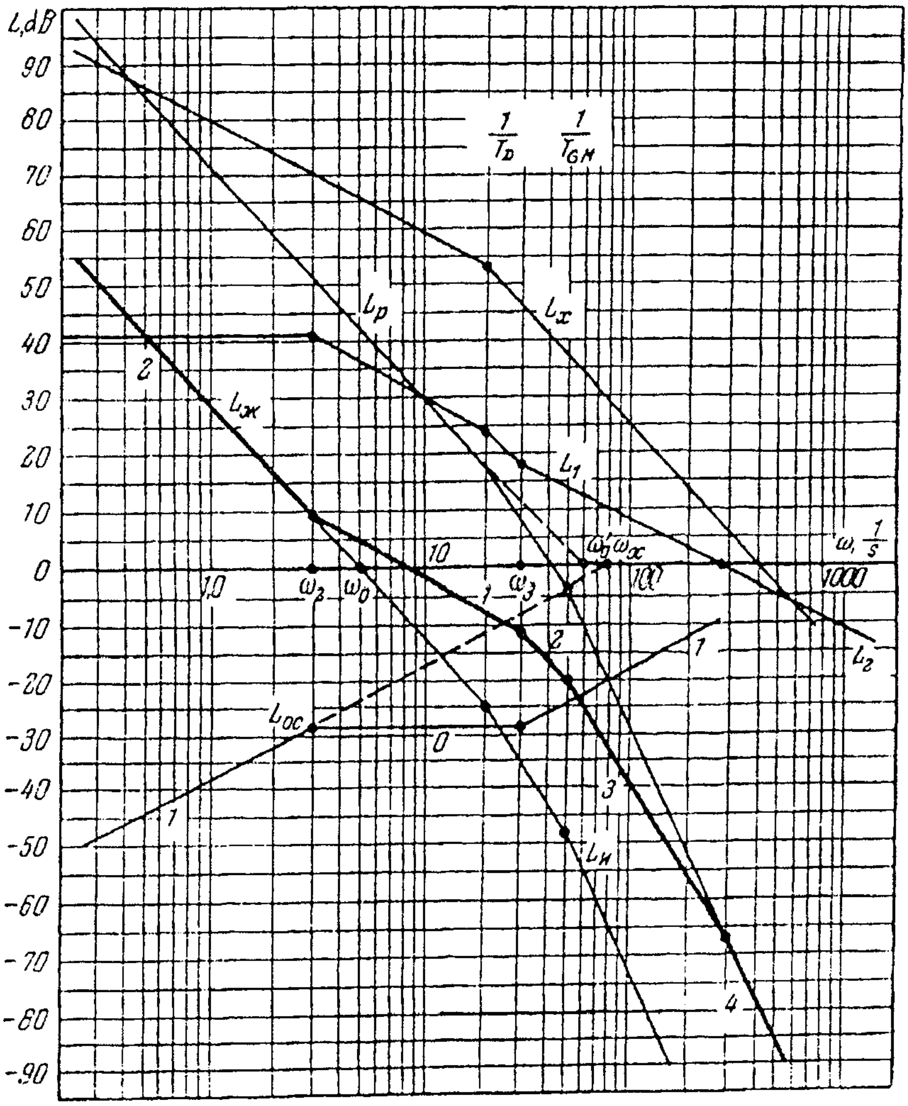
1. Từ Đ.B.L của hệ gốc L_H ta tính Đ.B.L ta tính Đ.B.L yêu cầu L_{yc} có nghĩa xác định Đ.B.L L_1 tương ứng hàm truyền $1 + W_x(p)\, W_{oc}(p)$.

2. Theo dạng Đ.B.L L_1 ta xây dựng Đ.B.L L_2 tương ứng hàm truyền $W_x(p)\ W_{oc}(p)$.

3. Từ Đ.B.L L_2 ta tính Đ.B.L của phần hệ được khép kín bằng mối liên hệ ngược L_x do đó ta xác định Đ.B.L của mạch có liên hệ ngược L_{oc}.

Ở bài toán đã giải Đ.B.L hiện L_1 sẽ phân bố hoàn toàn dưới trục không dexibel, điều đó làm phá huỷ các điều kiện tối thiểu của pha khi chuyển tới Đ.B.L L_2 [4]. Vì vậy trước hết cần tăng hệ số khuếch đại của hệ gốc lớn tới mức để Đ.B.L hiệu L_1 hoàn toàn nằm trên trục không dexibel .

Trên hình 168 ta xây dựng Đ.B.L của hệ gốc có hệ số khuếch đại tăng $K'_\varepsilon = \omega'_0 = 3600$ s^{-2}, nó được ký hiệu L_p chính nóc biểu diễn Đ.B.L hiệu L_1 thu được bằng tính toán Đ.B.L yêu cầu L_{yc} ta quay lại bảng biến đổi Đ.B.L (phụ lục 25, mục VII).



Hình 168. Đ.B.L cho bài 283.

Bởi vì mối liên hệ ngược bao cả động cơ điều khiển và bộ khuếch đại thì:

$$W_x(p) = \frac{k_x}{p(1 + T_D)}$$

Đ.B.L L_x tương ứng với biểu thức này được xây dựng trên hình 168.

Nếu từ các toạ độ Đ.B.L trừ đi các toạ độ Đ.B.L L_x ta xây dựng Đ.B.L cần tìm L_{oc} mà theo dạng của nó có thể biểu diễn đối với hàm truyền của mạch có mối liên hệ ngược:

$$W_{oc}(p) = \frac{k_{oc}p(1 + T_3p)}{1 + T_2p}$$

Ở đây:

$$k_{oc} = \frac{1}{\omega_{oc}}\ ; \quad T_2 = \frac{1}{\omega_2};\quad T_2 = \frac{1}{\omega_3}$$

Hàm truyền thu được có thể dễ dàng thực hiện nếu ở mạch liên hệ ngược có máy phát đo tốc độ và khâu thụ động của loại đã chỉ ra (hình 167b).

284. Hãy xác định dạng liên hệ ngược đối với hệ nghiên cứu trong bài 283 với giả thiết rằng mạch có mối liên hệ ngược bao phần khuếch đại có nghĩa $W_x(p) = k_x$. Các số liệu còn lại cũng như ở bài trước.

Đáp số: Hàm truyền của mạch có mối liên hệ ngược có dạng:

$$W_{oc}(p) = \frac{k_{oc}(1 + T_3p)}{(1 + T_2p)(1 + T_Mp)}$$

285. Hãy chọn các thông số có liên hệ hiệu chỉnh trực tiếp song song đối với hệ điều chỉnh tự động mà sơ đồ cấu tạo của nó được chỉ ra trên hình 169a. Hàm truyền của hệ gốc hở có dạng

$$W(p) = \frac{K_\Omega}{p(1 + T_yp)(1 + T_Dp)}$$

Ở đây $K_\Omega = 900\ s^{-1}$; $T_D = 0{,}08$ s; $T_y = 0{,}02$ s. Sau khi đưa vào mối liên hệ thẳng song song hệ cần có tính vô hướng bậc hai có hệ số chất lượng theo gia tốc $K_\varepsilon = 100\ s^{-2}$ chỉ số dao động $M \le 1{,}5$.

Bài giải. Hàm truyền của hệ hở có tính đến sự đưa vào của mối liên hệ thẳng song song được biểu diễn ở dạng:

$$W_{cp}(p) = \frac{K_\varepsilon\left(1 + \dfrac{k_1}{k_{tr}}p\right)}{p^2(1 + T_Dp)(1 + T_yp)}$$

Ở đây: $\quad K_\varepsilon = K_\Omega k_{tr}$

Sự thực hiện mối liên hệ có đưa vào tín hiệu tỷ lệ tích phân theo sai số (độ không ăn khớp) có thể thực hiện bằng cách sử dụng dẫn động của tích phân.

Trên hình 169b biểu diễn Đ.B.L của hệ gốc L_H Đ.B.L yêu cầu L_{yc} và Đ.B.L của liên hệ trực tiếp L_{tr} theo mạch có mối liên hệ trực tiếp k_{tr} được xác định từ điều kiện

$$K_\varepsilon = \omega^2{}_0 = K_\Omega k$$

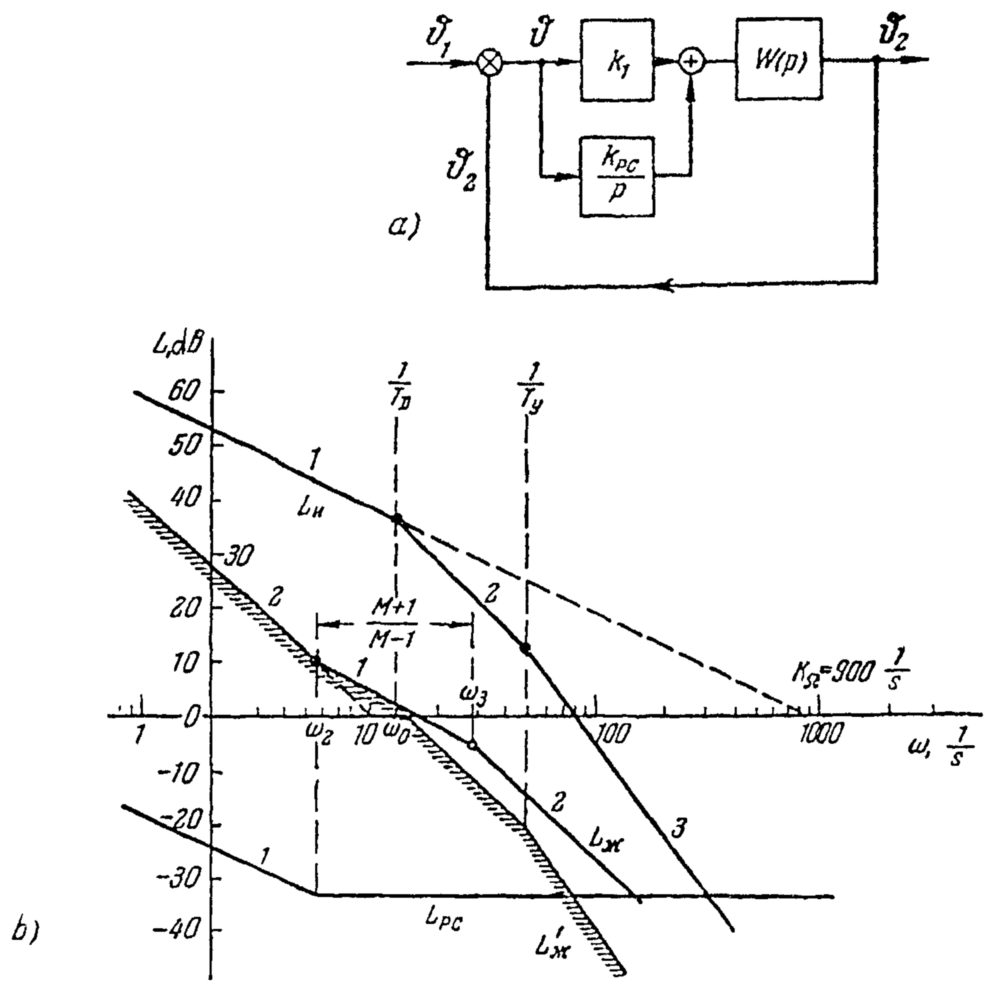
Hay:

$$K_{tr} = \frac{K_\varepsilon}{K_\Omega} = \frac{100}{900} = 0{,}11\ s^{-1}$$

Tỷ số $\frac{k_1}{k_{tr}}$ được chọn thích hợp bằng $\frac{1}{\omega_2}$ suy ra

$$k_1 = \frac{k_{nc}}{\omega_2} = \frac{0{,}11}{6} \approx 0{,}018$$

Để thực hiện điều kiện này cần giảm tương đối hệ số truyền của khâu thứ nhất bao liên hệ song song trực tiếp. Đồng thời cũng tăng từng ấy lần hệ số truyền của khâu khác có trong tuyến khuếch đại trực tiếp để đảm bảo hằng số đại lượng K_Ω.



Hình 169. a) Sơ đồ cấu tạo của hệ có mối liên hệ hiệu chỉnh trực tiếp song song; b) Đ.B.L cho bài 285.

Bằng đưa vào mối liên hệ tích phân đã đưa Đ.B.L hệ gốc L_H gần tới đúng yêu cầu L_{yc} chỉ ở vùng có tần số thấp và một phần tần số trung bình L_{yc} .

Gần đúng cuối cùng của Đ.B.L của hệ với dạng yêu cầu có thể đạt được bằng cách hiệu chỉnh Đ.B.L của hệ ở vùng tần số trung bình và cao bằng cách sử dụng các khâu hiệu chỉnh nối tiếp nhờ mối liên hệ trực tiếp tương đương với chúng hay các mối liên hệ ngược.

6.5. TÍNH TOÁN CÁC HỆ ĐIỀU KHIỂN TỔ HỢP

286. Hãy xác định yêu cầu của tín hiệu bù theo đạo hàm thứ nhất vào tác dụng đầu vào, mà ở nó loại bỏ sai số tốc độ của hệ (hình 170) mà khâu của nó có hàm truyền sau đây:

$$\varphi(p) = \tau_1 p$$

$$W_1(p) = k_1$$

$$W_2(p) = \frac{k_2}{p(1+T_p)}$$

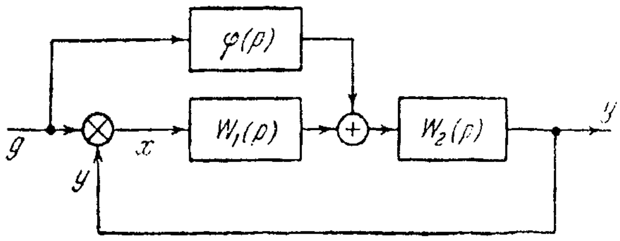
Ở đây $k_1 = 10$ V/độ; $k_2 = 10$ độ/s; $T = 0{,}02$ s; τ [s] - hệ số xác định mức độ tín hiệu bù.

Bài giải. Hàm truyền của hệ kín đối với sai số có dạng:

$$\Phi_x(p) = \frac{1 - W_2(p)\varphi(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)} \qquad (1)$$

suy ra

$$\Phi_x(p) = \frac{Tp^2 + p - k_2\tau p}{Tp^2 + p + k_1k_2} \qquad (2)$$



Hình 170. Sơ đồ cấu trúc của hệ điều khiển tổ hợp.

Điều kiện loại bỏ sai số tốc độ

$$k_2\tau = 1$$

Do đó, mức yêu cầu của tín hiệu bù bằng

$$\tau = \frac{1}{k_2} = 0{,}1 \text{ V.s/độ}$$

287. Hãy xác định các mức yêu cầu của các tín hiệu bù theo đạo hàm bậc một và bậc hai vào tác dụng đầu vào đối với theo dõi có điều khiển tổ hợp (xem hình 170) với các hàm truyền.

$$\varphi(p) = \tau_1 p + \frac{\tau_1\tau_1 p^2}{1+\tau_3 p}$$

$$W_1(p) = 1$$

$$W_2(p) = \frac{K_\Omega}{p(1+T_1p)(1+T_2p)}$$

ở đây $T_1 = 0{,}05$ s, $T_2 = 0{,}002$ s. Hệ cần đảm bảo theo dõi với sai số $x_{max} = 0^{\circ}{,}1$ ở tốc độ theo dõi cực đại $\Omega_{max} = 150^{\circ}\ s^{-1}$ và ở gia tốc cực đại $\varepsilon_{max} = 750$ độ/s^2. Chỉ số dao động $M \le 1{,}5$.

Bài giải. Trên hình 171 ta xây dựng điểm kiểm tra có các toạ độ:

$$\omega_K = \frac{\varepsilon}{\Omega} = 5\ s^{-1}$$

Và: $$L_K = 20\lg\frac{\Omega_{max}^2}{x_{max}\varepsilon_{max}} = 20\lg\frac{150^2}{0{,}1.750} \approx 50\ dB$$

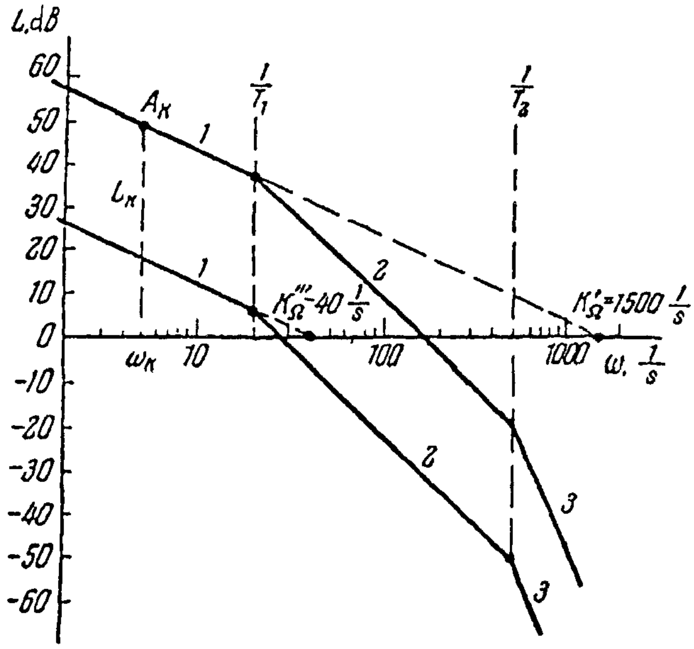
Nếu qua điểm kiểm tra này ta tạo ra tiệm cận tần số thấp Đ.B.L tương ứng hàm truyền của hệ ban đầu thì giá trị yêu cầu của hệ số phẩm chất theo tốc độ bằng:

$$K_\Omega = \frac{\Omega_{max}}{x_{max}} = \frac{150}{0{,}1} = 1500\ s^{-1}$$

Tuy nhiên rõ ràng rằng ở giá trị đã cho của chỉ số dao động M giá trị cho phép nhỏ nhất của hệ số chất lượng theo tốc độ khi không có thiết bị hiệu chỉnh nào bằng:

$$K_\Omega = \frac{M^2 + M\sqrt{M^2 - 1}}{2(T_1 + T_2)} = \frac{1{,}5^2 + 1{,}5\sqrt{1{,}5^2 - 1}}{2(0{,}05 + 0{,}02)} = 40\ s^{-1}$$

Nếu đưa vào tín hiệu của đạo hàm bậc nhất từ tác dụng điều khiển thì hệ theo dõi có các tính chất của hệ với độ vô lượng bậc hai.



Hình 171. Đ.B.L cho bài 287.

Giá trị yêu cầu của hệ số chất lượng theo gia tốc bằng:

$$K_\varepsilon = \frac{\varepsilon_{max}}{x_{max}} = \frac{750}{0{,}1} = 7500\ s^{-1}$$

Giá trị yêu cầu của hệ số chất lượng theo tốc độ khi đó đối với hệ số ban đầu được xác định theo công thức:

$$K''_{\Omega} = (T_1 + T_2)K_{\varepsilon} = 0,052 \times 7500 = 390\ s^{-1}$$

Có nghĩa K''_{Ω} thu được đã nhỏ hơn nhiều so với K'_{Ω} khi đưa vào đạo hàm bậc hai bổ sung hệ số chất lượng yếu theo đạo hàm bậc ba:

$$K_{\gamma} = \frac{\omega_K \varepsilon_{max}}{x_{max}} = \frac{5 \times 750}{0,1} = 37500\ s^{-3}$$

Hệ số chất lượng yêu cầu theo tốc độ có thể xác định theo biểu thức:

$$K'''_{\Omega} = [T_1T_2 + \tau_3(T_1 + T_2)]K_{\gamma}$$

Nếu lấy bằng K'''_{Ω} hệ số chất lượng theo tốc độ, mà nó có thể không có các thiết bị hiệu chỉnh ($K_{\Omega} = 40\ s^{-1}$) ta thu được giá trị yêu cầu của hằng số thời gian τ_3:

$$\tau_3 = \frac{K_{\Omega} - T_1T_2k_{\gamma}}{(T_1 + T_2)K_{\gamma}} = \frac{40 - 0,05.0,002.37500}{(0,05 + 0,002).37500} = 18,5.10^{-3}$$

Các hằng số thời gian xác định các mức tín hiệu đưa vào từ các điều kiện bù ta tìm được:

$$\tau = \frac{1}{K_{\Omega}} = \frac{1}{40} = 0,025\ s$$

$$\tau_2 = T_1 + T_2 + \tau_3 = 0,05 + 0,018 = 0,070\ s$$

Do đó, hàm số truyền của mạch bù cần có dạng

$$\varphi(p) = 0,025p + \frac{0,025.0,07p^2}{1 + 0,0018p}$$

Đ.B.L của hệ tương ứng với các thông số tìm được chỉ ra trên hình 171 (Đ.B.L dưới).

288. Hãy xác định mức yêu cầu của tín hiệu bù tỷ lệ với đạo hàm bậc nhất vào tác dụng đầu vào:

$$\varphi(p) = \tau_1 p$$

Và thực hiện tính toán các thiết bị hiệu chỉnh cần thiết khác đối với hệ theo dõi mà hàm truyền của nó ở trạng thái hở có dạng T (xem hình 170):

$$W(p) = \frac{K_{\Omega}}{p(1 + T_1 p)(1 + T_y p)}; \quad W_1(p) = 1,$$

ở đây $T_D = 0,1$ - hằng số thời gian cơ điện của động cơ, $T_y = 0,05$ s - hằng số thời gian của hệ khuếch đại. Hệ cần có tính vô hướng bậc hai và đảm bảo theo dõi với sai số $\vartheta_{max} \leq$ góc phút ở tốc độ theo dõi của đại $\Omega_{max} = 30$ độ/s và gia tốc cực đại $\varepsilon_{max} = 3$ độ/s^2. Độ dự trữ ổn định được xác định bằng chỉ số dao động $M \leq 15$.

Bài giải. Đầu tiên ta xác định hàm truyền tương ứng yêu cầu của hệ hở.

Đường tiệm cận đầu của Đ.B.L là đường thẳng có góc nghiêng 40^0. Vị trí của nó được xác định bởi tần số cơ sở (hình 172):

$$\omega_0 = \sqrt{K_\varepsilon} = \sqrt{\frac{\varepsilon_{max}}{\vartheta_{max}}} = \sqrt{\frac{30.60}{2}} = 30\ s^{-1}$$

Để thu được độ dự trữ ổn định tương ứng chỉ số dao động M, hàm tryền đối với vùng có các tần số trung bình cần có dạng [4]:

$$W_{Eyc}(p) = \frac{\omega_0^2(1+T_1p)}{p_2(1+T_2p)},$$

Ở đây:

$$\omega_0^2 = K_\varepsilon = 900\ s^{-2}$$

$$T_1 = \frac{1}{\omega_0}\sqrt{\frac{M}{M-1}} = \frac{1}{30}\sqrt{\frac{1,5}{1,5-1}} = 0,057\ s$$

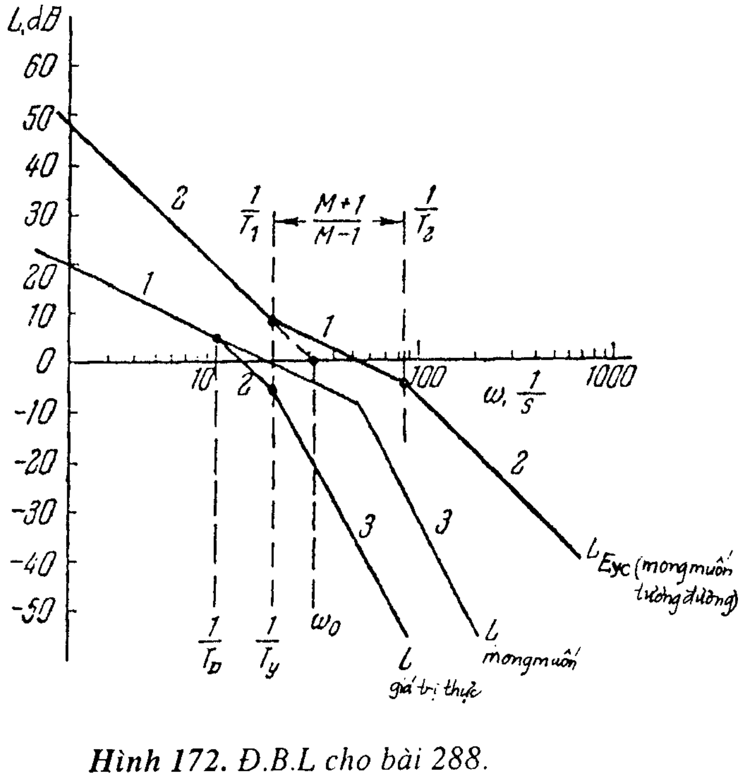
$$T_2 = \frac{M-1}{M+1}T_1 = \frac{1,5-1}{1,5+1}\cdot 0,0575 = 0,0115\ s$$

Hàm truyền yêu cầu của hệ kín bằng:

$$\Phi_{yc}(p) = \frac{W_{Eyc}}{1+W_{Eyc}(p)} = \frac{K_\varepsilon(1+T_1p)}{K_\varepsilon + K_\varepsilon T_1 p + p^2 + T_2 p^3}.$$

Khi đưa vào tín hiệu là hàm truyền của hệ kín có thể biểu diễn ở dạng:

$$\Phi_{yc}(p) = \frac{W_{Eyc}(p)}{1+W_{Eyc}(p)} = \frac{W_{Eyc}(p)[1+\varphi(p)]}{1+W_{yc}(p)} = \Phi_1(p) + \Phi_2(p).$$



Hình 172. Đ.B.L cho bài 288.

So sánh các biểu thức nêu trên ta có:

$$\varphi(p) = \tau_1 p = T_1 p,$$

Hay:

$$\tau_1 = T_1 = 0{,}0575\ s.$$

Điều đó xác định mức yêu cầu của tín hiệu bù, tiếp theo ta có:

$$\Phi_K(p) = \frac{K_\varepsilon}{K_\varepsilon + K_\varepsilon T_1 p + p^2 + T_3 p^3} + \frac{K_\varepsilon T_1 p}{K_\varepsilon + K_\varepsilon T_1 p + p^2 + T_2 p^3} =$$

$$= \Phi_1(p) + \Phi_2(p).$$

Hàm truyền mong muốn của hệ theo dõi gốc bằng:

$$W_{ck}(p) = \frac{\Phi_1(p)}{1 - \Phi_1(p)} = \frac{\frac{1}{T_1}}{p(1 + \frac{1}{K_\varepsilon T_1} p + \frac{T_2}{K_\varepsilon T_1} p^2} =$$

$$= \frac{\frac{1}{T_1}}{p(1 + ap + bp_2)} = \frac{17{,}4}{p(1 + 0{,}0193p + {,}00022p^2)}$$

Hàm truyền của hệ không hiệu chỉnh có dạng:

$$W(p) = \frac{K_\Omega}{p(1 + T_D p)(1 + T_y p)} = \frac{K_\Omega}{p[1 + (T_D + T_y)p + T_D T_y p^2]}$$

So sánh hai biểu thức cuối cùng chỉ ra rằng để thu được đẳng thức $W_{yc}(p) = W(p)$, cần thiết thực hiện các điều kiện sau:

$$K_\Omega = 17{,}4\ s^{-1}$$

$$T_D + T_y = 0{,}0193\ s.$$

$$T_D T_y = 0{,}00022\ s^{-2}$$

Thực hiện điều kiện đầu không khó, bởi vì hệ số chất lượng theo tốc độ K_Ω là hệ số truyền chung của hệ hở có thể lấy bất kỳ. Thực hiện các điều kiện thứ hai và thứ ba yêu cầu đưa vào các khâu hiệu chỉnh làm giảm các hệ số ở p và p^2 trong ngoặc của biểu thức đối với W(p), bởi vì không có các khâu hiệu chỉnh:

$$T_D + T_y = 0{,}15\ s \quad \text{và} \quad T_D T_y = 0{,}005\ s^2.$$

Điều này có thể thực hiện bằng cách đưa vào các mối liên hệ ngược cứng bao bộ khuếch đại và bộ khuếch đại cùng với động cơ (hình 173). Trong trường hợp này hàm truyền của hệ hở cùng với các mối liên hệ ngược sản xuất bằng:

$$W_{CK}(p) = \frac{K_\Omega}{p\left[1 + \left(\frac{T_D + T_y + k_1 T_D}{1 + k_1 + k_2}\right)p + \frac{T_D T_y}{1 + k_1 + k_2} p^2\right]}$$

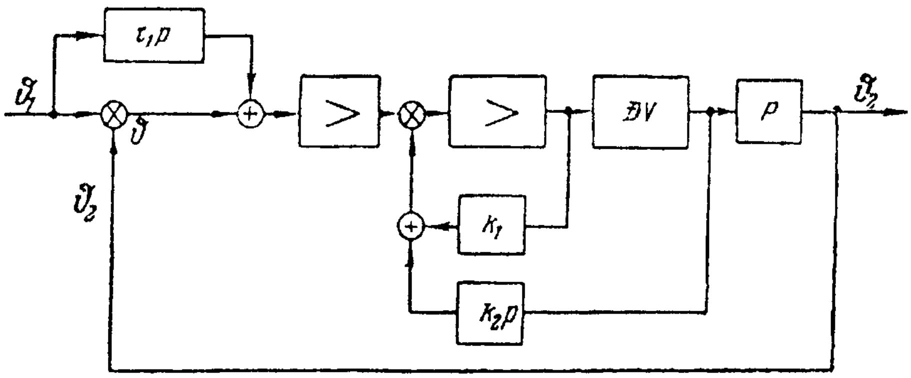
Nếu so sánh biểu thức cuối cùng với biểu thức đối với W_{yc} (p), ta có:

$$\frac{T_D + T_y + k_1 T_D}{1 + k_1 + k_2} = a = 0{,}0193\ s,$$

$$\frac{T_D T_y}{1 + k_1 + k_2} = 0{,}00022\ s^2,$$

Từ đó ta tìm được các hệ số khuếch đại yêu cầu theo nhánh thứ nhất và thứ hai của các mối liên hệ ngược (xem hình 173):

$$k_1 = 1{,}9 \qquad k_2 = 22{,}5.$$



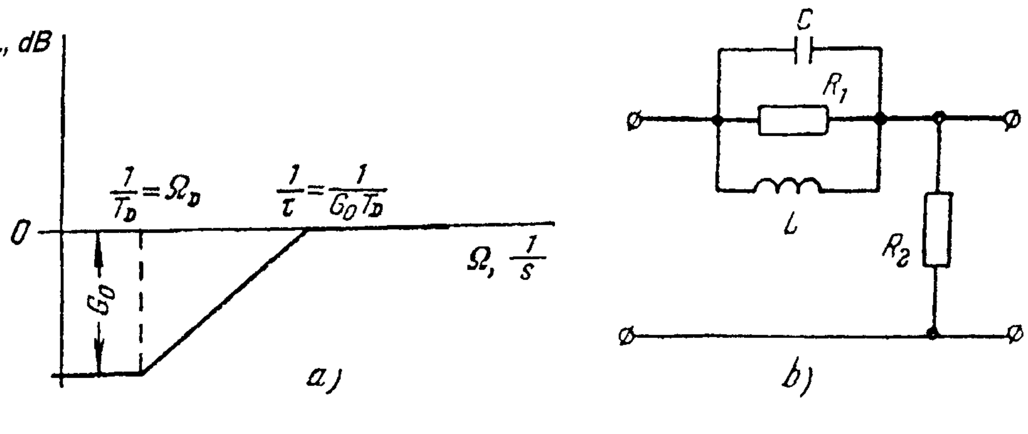
Hình 173. Sơ đồ cấu trúc cho bài 288.

6.6. TÍNH TOÁN CÁC MẠCH HIỆU CHỈNH NỐI TIẾP LÀM VIỆC Ở TẦN SỐ MẠNG

289. Hãy chọn sơ đồ và các thông số của khâu có dòng điện thay đổi Đ.B.L của nó theo đường bao tương ứng với khâu vi phân (hình 174a) có hàm truyền:

$$W(p) = \frac{T_2(1 + T_1 p)}{T_1(1 + T_2 p)},$$

ở đây $T_1 = 0{,}08$ s, $T_2 = 0{,}01$ s, tần số mang ω_H bằng 3140 s^{-1}.



Hình 174. Đ.B.L của khâu vi phân thực; b. Sơ đồ của khâu cộng hưởng.

Bài giải. Hàm truyền của khâu vi phân thực của dòng điện thay đổi theo tỷ số với tần số bao Ω có thể viết dưới dạng:

$$W(j\Omega) = G_0\,\frac{1 + j\Omega T_D}{1 + j\Omega T_D G_0} = G_0\,\frac{1 + j\Omega T_D}{1 + j\Omega\tau}$$

Theo điều kiện bài toán $G_0 = \dfrac{T_2}{T_1} = \dfrac{0{,}01}{0{,}08} = 0{,}125$ và $T_D = T_1 = 0{,}08$ s.

Sự lan truyền của các khâu vi phân có dạng sau: a) các khâu RC kép hay song song có dạng T; b) các khâu RC có dạng cầu là T; c) các khâu RC và LC cầu; d) các khâu LC cộng hưởng.

Ta nghiên cứu các khả năng sử dụng khâu cộng hưởng (hình 174b). Hàm truyền của khâu này theo đường bao có dạng:

$$W\,(j\Omega) = \frac{R_2}{R_1 + R_2}\cdot\frac{1 + j\Omega 2R_1C}{1 + j\Omega 2R_1C\dfrac{R_2}{R_1 + R_2}}$$

Đối với trường hợp của chúng ta:

$$2\,R_1C = T_D, \qquad 2\,R_1C\,\frac{R_2}{R_1 + R_2} = T_DG_0,$$

$$\frac{R_2}{R_1 + R_2} = G_0\,; \quad \omega_H = \frac{1}{\sqrt{LL}}$$

Do đó, ta thu được bốn phương trình có bốn ẩn số:

$$0{,}08 = 2\,R_1C, \qquad 0{,}01 = 2\,R_1C\,\frac{R_2}{R_1 + R_2},$$

$$0{,}125 = \frac{R_2}{R_1 + R_2}, \qquad 3140 = \frac{1}{LC}$$

Giá trị điện trở điện R_2 thường cho bằng trở đầu vào của thiết bị tiếp theo (giả sử) bằng 100 kΩ. Ta xác định R_1:

$$0{,}125\,R_1 + 0{,}125\,.\,100 = 100,$$

$$R_1 = \frac{87{,}5}{0{,}125} = 700\ \text{k}\Omega$$

Bây giờ ta xác định điện dung của tụ điện:

$$C = \frac{0{,}08}{2R_1} = \frac{0{,}08}{2 \times 0{,}7} = 0{,}057\ \mu\text{F}$$

Cuối cùng ta tìm được độ cảm ứng:

$$L = \frac{1}{\omega_{\text{H}}^2 C} = \frac{10^6}{3140^2 \times 0{,}057} = 1{,}8\ \text{H}$$

290. Hãy xác định các thông số khâu kép có dạng T (hình 175) hợp đồng ở tần số mang $\omega_H = 2\pi f_H = 314\ s^{-1}$. Các điều kiện còn lại cũng như ở bài toán trước.

Bài giải. Để xác định các thông số của khâu ta chú ý đến bảng được đưa ra trong phụ lục 22.

Theo điều kiện bài toán tích $T_D\omega_H = 25$. Bằng cách tích phân các số liệu có thể tìm G_0, tương ứng với tích thu được $T_D\omega_H$. Hệ số được xác định như vậy bằng 0,02. Do đó giá trị thu được G_0 so sánh với giá trị thu được của nó có thể giảm. Đến lượt mình khi đảm bảo $T_1 = T_D = 0{,}08$ s, điều đó có thể làm giảm hằng số thời gian t_2 tới giá trị:

$$T_2 = T_1 G_0 = 0{,}08 \times 0{,}02 = 0{,}0016\ s.$$

Sự giảm hằng số thời gian T_2 thường không liên quan với độ xấu đi các tính chất động lực học của hệ hiệu chỉnh.

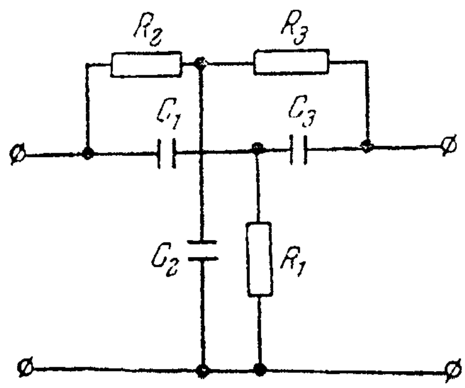
Ta chuyển tới xác định các thông số của khâu kép có dạng T, giả sử $C_1 = C_2 = C_3 = C = 0{,}5\ \mu F$.

Khi đó theo phụ lục 22.

$$R_1 = \frac{a}{\omega_H C} = \frac{0{,}394.10^6}{314 \times 0{,}5} \approx 2500\ \Omega$$

$$R_2 = \frac{1}{2\omega_H C} = \frac{10^6}{2 \times 314 \times 0{,}5 \times 0{,}394} \approx 8000\ \Omega$$

$$R_3 = \frac{1}{\sqrt{2}\,\omega_H C} = \frac{10^6}{1{,}41 \times 314 \times 0{,}5} \approx 4500\ \Omega$$



Hình 175. Sơ đồ khâu RC kép có dạng T.

291. Hãy xác định các thông số của khâu kép có dạng T hằng số thời gian $T_D = 0{,}047$ s. Tần số mang $\omega_H = 2\pi f_H = 3140\ s^{-1}$; $C_1 = C_2 = C = 1\ \mu F$.

Đáp số: $G_0 = 0{,}034$; $R_1 = 134\ \Omega$; $R_2 = 380\ \Omega$; $R_3 = 225\ \Omega$.

Chương 7

CÁC QUÁ TRÌNH NGẪU NHIÊN TRONG CÁC HỆ TUYẾN TÍNH

7.1. TÍNH TOÁN CÁC HÀM HIỆU CHỈNH VÀ CÁC MẬT ĐỘ PHỔ

292. Hãy xác định hàm hiệu chỉnh $R(\tau)$ và mật độ phổ $S(\omega)$ đối với đại lượng thay đổi theo quy luật dao động điều hoà

$$x = A\sin(\beta t + \psi)$$

Hãy kiểm tra tích phân mật độ phổ theo tất cả tần số cũng như giá trị $R(0)$ cho bình phương trung bình (ở trường đã cho nó bằng phương sai) của đại lượng nghiên cứu. Biên độ $A = 10$ và tần số góc $\beta = 2$ s.

Bài giải. Hàm tương quan:

$$R(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} x(t)\, x(t+\tau)dt =$$

$$= \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} A^2 \sin(\beta t + \psi)\sin(\beta t + \beta\tau + \psi)dt = \frac{A^2}{2}\cos\beta\tau$$

ở đây $T = \dfrac{2\pi}{\beta}$. Thế các số liệu ban đầu cho $R(\tau) = 50 \cos 2\tau$, cũng như $R(0) = 50$.

Mật độ phổ có thể tính trên cơ sở tích phân Fourier:

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau)e^{-j\omega\tau} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{A^2}{2} e^{-j\omega\tau} \cos\beta\tau d\tau$$

$$= \frac{A^2}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \cos\omega\tau \cos\beta\tau d\tau$$

$$= \frac{A^2}{4} \int_{-\infty}^{\infty} [\cos(\omega-\beta)\tau + \cos(\omega+\beta)\tau]d\tau$$

$$= \frac{\pi A^2}{2}[\delta(\omega-\beta) + \delta(\omega+\beta)]$$

ở đây $\delta(\omega - \beta)$ và $\delta(\omega + \beta)$ - các hàm xung duy nhất được phân bố ở các tần số $\omega = \beta$ và $\omega = -\beta$.

Tích phân mật độ phổ theo toàn bộ tần số cho:

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega)d\omega = \frac{A^2}{4}\int_{-\infty}^{+\infty}[\delta(\omega-\beta)+\delta(\omega+\beta)]d\omega$$

Các tích phân theo hàm xung duy nhất bằng 1 đơn vị:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(\omega-\beta)d\omega = \int_{-\infty}^{+\infty}\delta(\omega+\beta)d\omega = 1$$

Vì vậy ở kết quả ta thu được:

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega)d\omega = \frac{A^2}{2} = \frac{10^2}{2} = 50$$

293. Đối với quá trình ngẫu nhiên tĩnh có phổ không đổi ở dải từ $-\omega$ tới $+\omega$ (hình 176), hãy tính giá trị trung bình (kỳ vọng toán học), bình phương trung bình (mômen bậc hai) và phương sai, cũng như tìm biểu thức giải tích và xây dựng đồ thị hàm tương quan.

Bài giải. Giá trị trung bình của đại lượng ngẫu nhiên bằng không $\bar{x} = 0$, bởi vì mật độ phổ ở $\omega = 0$ không chứa các đặc điểm loại hàm xung (delta - hàm số). Do đó phương sai bằng bình phương trung bình của đại lượng ngẫu nhiên:

$$D = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = \overline{x^2} = \sigma^2$$

ở đây σ - độ lệch trung bình bình phương. Tiếp theo ta tìm được:

$$\overline{x^2} = D = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega)d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\omega_n}^{+\omega_n} Nd\omega = \frac{N\Delta\omega}{2\pi}$$

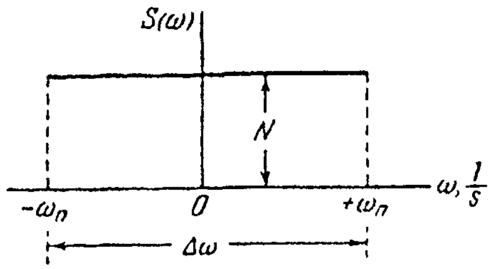
ở đây $\Delta\omega = 2\omega$ - dải tần số (theo radian trên giây).

Biểu thức cuối cùng cũng có thể viết ở dạng sau:

$$\overline{x^2} = D = N\Delta f$$

ở đây $\Delta f = \dfrac{\Delta\omega}{2\pi}$ - dải tần số (theo hec). Giá trị bình phương trung bình của đại lượng ngẫu nhiên:

$$x = \sigma = \sqrt{N}\sqrt{\Delta f}$$



Hình 176. Phổ trắng ở dải tần số giới hạn.

Hàm tương quan có thể xác định trên cơ sở tích phân Fourier:

$$R(\tau) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega)e^{j\omega\tau}d\omega = \frac{1}{\pi}\int_{0}^{\infty} S(\omega)\cos\omega\tau d\omega$$

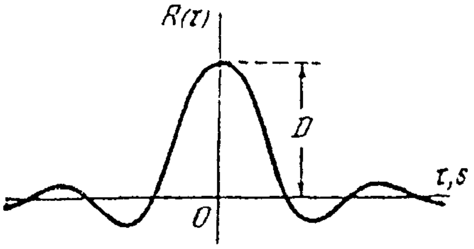
hay:

$$R(\tau) = \frac{1}{\pi}\int_{0}^{\omega_n} N\cos\omega\tau d\omega = \frac{N}{\pi\tau}\sin\omega_n\tau$$

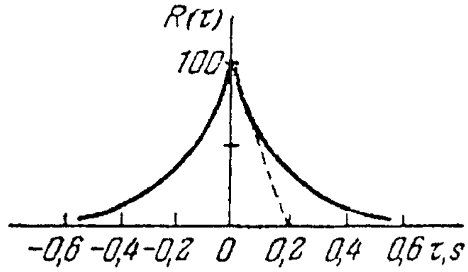
Đồ thị hàm tương quan được biểu diễn trên hình 177. Giá trị hàm tương quan ở $\tau = 0$ bằng:

$$R(0) = \lim_{\tau \to 0} \frac{N}{\pi\tau} \sin\omega_n\tau = \frac{N\omega_n}{\pi} = D$$

294. Đối với bài toán trước hãy xác định giá trị tiêu chuẩn của mật độ phổ và hàm tương quan.



Hình 177. Hàm tương quan cho bài 293.



Hình 178. Hàm tương quan có dạng số mũ.

Đáp số: Mật độ phổ tiêu chuẩn ở $-\omega \le \omega \le \omega_n$ bằng:

$$\sigma(\omega) = \frac{S(\omega)}{D} = \frac{2\pi}{\Delta\omega} = \frac{1}{\Delta f}$$

Hàm tương quan tiêu chuẩn

$$\rho(\tau) = \frac{R(\tau)}{D} = \frac{\sin\omega_n\tau}{\omega_n\tau}$$

Giá trị $\rho(\tau)$ ở $\tau = 0$:

$$\rho(0) = \lim_{\tau \to 0} \frac{\sin\omega_n\tau}{\omega_n\tau} = 1$$

295. Ở kết quả xử lý biểu đồ dao động của quá trình ngẫu nhiên tĩnh có kỳ vọng toán học (giá trị trung bình) bằng không ta thu được biểu thức đối với hàm tương quan:

$$R(\tau) = D.e^{-\mu|\tau|}$$

ở đây D = 100 - phương sai và μ = 5 s - thông số tắt dần. Hàm tương quan được xây dựng trên hình 178. Hãy xác định mật độ phổ và xây dựng đồ thị của nó.

Bài giải. Mật độ phổ có thể tìm theo tích phân Fourier.

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R(\tau)e^{-j\omega\tau}d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} De^{-\mu|\tau|}e^{j\omega\tau}d\tau$$

Tích phân cuối cùng để thuận tiện cần phân thành hai:

$$S(\omega) = D\left[\int_{-\infty}^{0} e^{(\mu-j\omega)\tau}d\tau + \int_{0}^{\infty} e^{-(\mu+j\omega)\tau}d\tau\right]$$

$$= \frac{2\mu D}{\mu^2 + \omega^2} = \frac{2TD}{1 + \omega^2 T^2}$$

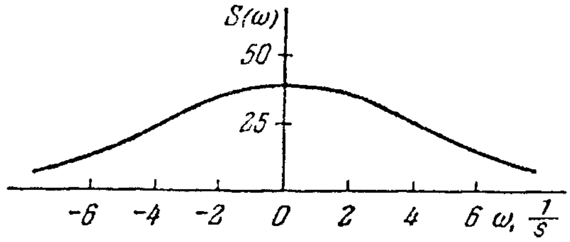
ở đây:

$$T = \frac{1}{\mu} = 0{,}2 \text{ s}$$

Thế các giá trị số cho

$$S(\omega) = \frac{40}{1 + 0{,}04\omega^2}$$

Mật độ phổ được xây dựng trên hình 179.



Hình 179. Mật độ phổ tương ứng với hàm tương quan trên hình 178.

296. Hãy giải bài toán trước, nếu quá trình ngẫu nhiên tĩnh đang xem xét có giá trị trung bình (kỳ vọng toán học) $\bar{x} = 5$. Hãy xây dựng các đồ thị hàm tương quan và mật độ phổ.

Đáp số: Bình phương trung bình của đại lượng ngẫu nhiên:

$$\overline{x^2} = D + \bar{x}^2 = 100 + 5^2 = 125$$

Hàm tương quan:

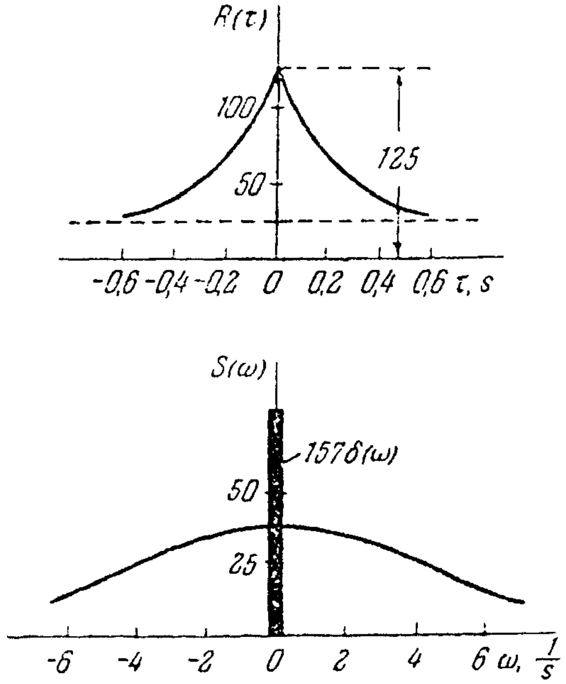
$$R(\tau) = De^{-\mu|\tau|} + \bar{x}^2 = 100\, e^{-\mu|\tau|} + 25$$

Mật độ phổ:

$$S(\omega) = 2\pi \bar{x}^2\, \delta(\omega) + \frac{2TD}{1 + \omega^2 T^2}$$

$$= 157\delta(\omega) + \frac{40}{1 + 0{,}04\omega^2}$$

ở đây $\delta(\omega)$ - hàm xung duy nhất. Các đồ thị được xây dựng trên hình 180.



Hình 180. Hàm tương quan và mật độ phổ cho bài 296.

297. Ở kết quả xử lý biểu đồ dao động của quá trình tĩnh ngẫu nhiên có kỳ vọng toán học bằng không ta thu được biểu thức cho hàm tương quan:

$$R(\tau) = De^{-\mu|\tau|} \cos\beta\tau \qquad (1)$$

ở đây D = 40 - phương sai;

$\mu = 0{,}5$ s - thông số dao động tắt dần (hệ số không điều chỉnh);

$\beta = 2$ s - tần số cộng hưởng.

Hàm số tương quan được biểu diễn trên hình 181. Hãy tìm biểu thức giải tích và xây dựng đồ thị mật độ phổ.

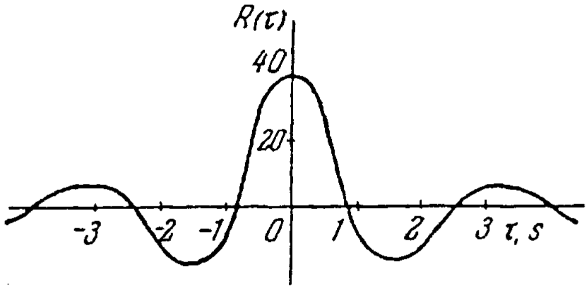
Đáp số: Mật độ phổ:

$$S(\omega) = \mu D\left[\frac{1}{\mu^2 + (\beta - \omega)^2} + \frac{1}{\mu^2 + (\beta + \omega)^2}\right]$$

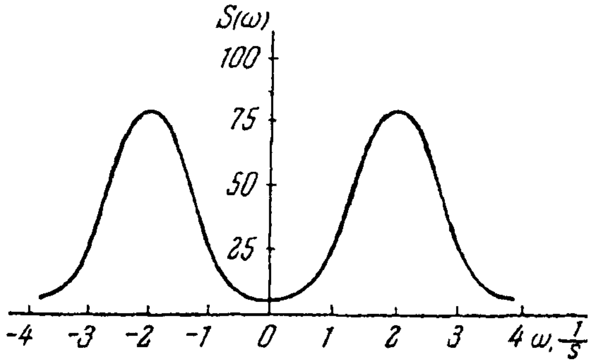
Sau khi thế các giá trị số:

$$S(\omega) = \frac{20}{0{,}25 + (2 - \omega)^2} + \frac{20}{0{,}25(2 + \omega)^2}$$

Đồ thị mật độ phổ được biểu diễn trên hình 182.



Hình 181. *Hàm tương quan có đột biến không điều chỉnh.*



Hình 182. *Mật độ phổ của đột biến không điều chỉnh.*

298. Để lấy gần đúng công thức hàm tương quan theo số liệu ban đầu của bài toán trước ta đưa ra biểu thức chính xác hơn:

$$R(\tau) = De^{-\mu|\tau|}\left(\cos\beta\tau + \frac{\mu}{\beta}\sin\beta|\tau|\right).$$

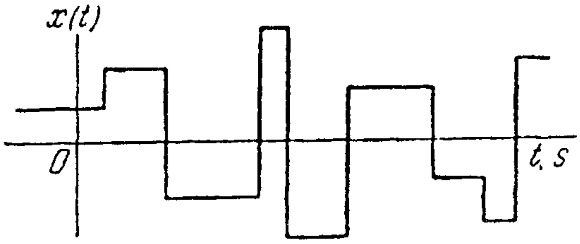
Hãy tìm mật độ phổ đối với trường hợp này:

$$S(\omega) = \frac{\mu}{\beta}D\left[\frac{2\beta - \omega}{\mu^2 + (\beta - \omega)^2} + \frac{2\beta + \omega}{\mu^2 + (\beta + \omega)^2}\right]$$

$$= 10\left[\frac{4 - \omega}{0{,}25 + (2 - \omega)^2} + \frac{4 + \omega}{0{,}25 + (2 + \omega)^2}\right]$$

299. Quá trình ngẫu nhiên tĩnh ở đầu vào của hệ theo dõi có dạng biểu diễn trên hình 183.

Giá trị trung bình bình phương của đại lượng đang xét x = 2. Độ choán trung bình của đoạn x = const bằng T = 10 s. Hãy xác định hàm hiệu chỉnh và mật độ phổ.



Hình 183. *Tín hiệu đầu vào điển hình của hệ theo dõi.*

Bài giải. Hàm tương quan có thể tìm theo biểu thức:

$$R(\tau) = \overline{x^2}P_1 + \bar{x}^2P_2 \qquad (1)$$

ở đây $\overline{x^2}$ - bình phương trung bình;

$\bar{x}^2$ - bình phương giá trị trung bình của đại lượng ngẫu nhiên;

P - xác suất tìm các toạ độ nhân liên tiếp của quá trình ngẫu nhiên ở khoảng x = const, có nghĩa xác suất không có sự thay đổi tốc độ trên đoạn thời gian τ, P = 1 − P - xác suất của sự tồn tại thay đổi tốc độ trên đoạn thời gian τ.

Bởi vì đối với quá trình đang xem xét $\bar{x} = 0$, thì $\overline{x^2} = D$ và công thức (1) có dạng:

$$R(\tau) = DP \qquad (2)$$

Xác suất xuất hiện sự thay đổi đại lượng ngẫu nhiên ở đoạn nhỏ của thời gian $\Delta\tau$ có thể lấy tỷ lệ với giá trị $\Delta\tau$ và bằng $\frac{\Delta\tau}{T}$. Xác suất không có sự thay đổi của đại lượng ngẫu nhiên sẽ là $1 - \frac{\Delta\tau}{T}$. Xác suất không có sự thay đổi các giá trị trên khoảng thời gian τ bằng tích các xác suất:

$$P' = \left(1 - \frac{\Delta\tau}{T}\right)^{\frac{\tau}{\Delta\tau}} \qquad (3)$$

Xác suất cần tìm P có thể tìm được như giới hạn biểu thức (3) khi $\Delta\tau \to 0$:

$$P = \lim_{\Delta\tau \to 0}\left(1 - \frac{\Delta\tau}{T}\right)^{\frac{\tau}{\Delta\tau}} = e^{-\frac{\tau}{T}}$$

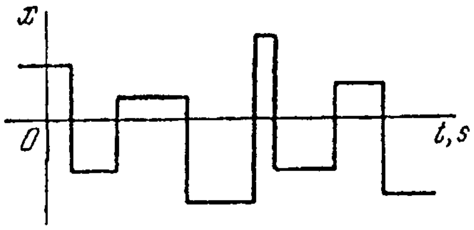
Bởi vì $P(\tau) = P(-\tau)$, thì ở kết quả ta thu được hàm tương quan ở dạng:

$$R(\tau) = De^{-\frac{|\tau|}{T}} = 4e^{-0,1|\tau|}$$

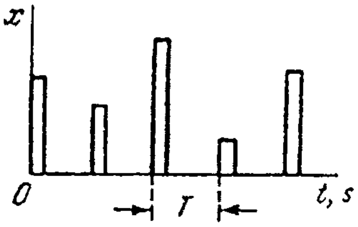
Mật độ phổ:

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R(\tau)e^{-j\omega\tau}d\tau = \frac{2TD}{1 + \omega^2T^2} = \frac{80}{1 + 100\omega^2}$$

300. Hãy giải bài toán trước, nếu biết rằng các đoạn x > 0 và x < 0 được luân phiên và sự thay đổi các giá trị luôn kèm theo sự thay đổi dấu.



Hình 184. *Đồ thị quá trình cho bài 300.*



Hình 185. *Tuần tự các xung.*

Đồ thị của quá trình này được biểu diễn trên hình 184.

Đáp số:

$$R(\tau) = D e^{-2\frac{|\tau|}{T}} = 4e^{-0,2|\tau|}$$

$$S(\omega) = \frac{TD}{1+\dfrac{T^2}{4}\omega^2} = \frac{40}{1+25\omega^2}$$

301. Hãy xác định mật độ phổ tuần tự các xung động dương cách đều nhau có bề rộng giống nhau và biên độ ngẫu nhiên (hình 185), ở các số liệu ban đầu sau: chu kỳ theo dõi các xung T = 0,1 s; bề rộng của xung $\gamma T = 0,01$ s, điều đó tương ứng với độ rỗng $\gamma = 0,1$; giá trị trung bình của biên độ xung $\bar{x} = 20$; giá trị bình phương trung bình của biên độ xung $\sqrt{\bar{x}^2} = x_{ck} = 25$.

Bài giải. Ta biểu diễn hàm x(t) ở dạng tổng thành phần chu kỳ x(t) cấu tạo từ trình tự các xung có biên độ không đổi bằng $\bar{x}$ (hình 186a) và thành phần ngẫu nhiên x(t), cấu tạo từ trình tự các xung có biên độ ngẫu nhiên và giá trị trung bình bằng không (hình 186b).

Thành phần chu kỳ được phân tích thành chuỗi Fourier:

$$x_1(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} C_k e^{j\frac{2\pi kt}{T}} \qquad (1)$$

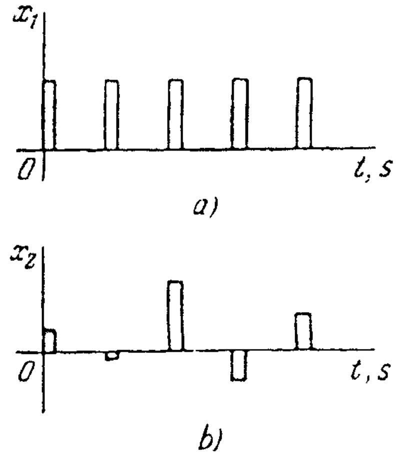
ở đây, C - số tổ hợp.

Biên độ dao động điều hoà:

$$A = A_k = |C_k| = \left|\frac{\bar{x}}{k\pi}\sin k\pi\gamma\right| \qquad (2)$$

Khi thế các số liệu ban đầu vào đẳng thức:

$$A = A_k = \left|\frac{6,4}{k}\sin 0,314k\right|$$



Hình 186. *Các trình tự các xung được thiết lập.*

Điều đó cho các giá trị sau đây của biên độ dao động điều hoà:

$A_0 = 2$,	$A_6 = 1$,	$A_{12} = 0,31$
$A_1 = 1,9$,	$A_7 = 0,73$,	$A_{13} = 0,39$
$A_2 = 1,86$,	$A_8 = 0,46$,	$A_{14} = 0,43$
$A_3 = 1,7$,	$A_9 = 0,21$,	$A_{15} = 0,42$
$A_4 = 1,51$,	$A_{10} = 0$,	$A_{16} = 0,42$
$A_5 = 1,27$,	$A_{11} = 0,17$,	...

Mật độ phổ đối với thành phần chu kỳ (1) có thể viết ở dạng (xem bài 292):

$$S(\omega) = 2\pi \frac{A_K^2}{4} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta\left(\omega - \frac{2\pi k}{T}\right) \quad (3)$$

và là phổ vân kẻ. Nó được biểu diễn trên hình 187a, ngoài ra diện tích của hàm xung bằng $2\pi \frac{A_K^2}{4}$ theo quy ước được chỉ ra dưới dạng xung cuối theo chiều cao.

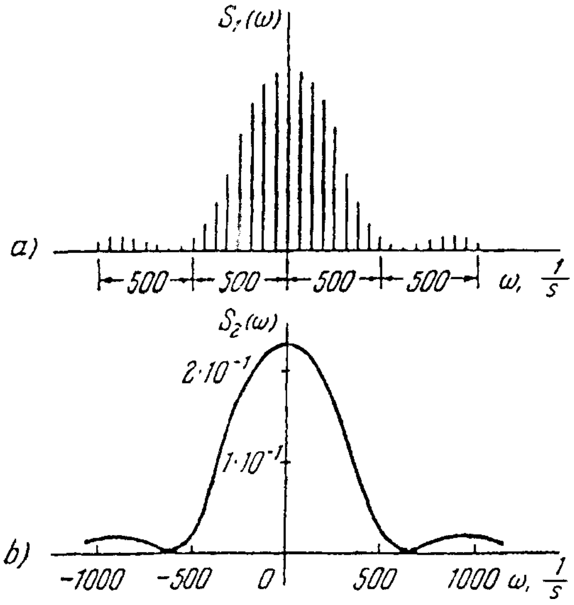
Giá trị biên độ dao động điều hoà (2) cũng có thể tìm ra trên cơ sở biến đổi Fourier từ xung đơn có chiều cao $\bar{x}$ và khoảng thời gian γT.

Biểu diễn Fourier đối với xung bằng:

$$F(j\omega) = \int_0^{\gamma T} \bar{x} e^{j\omega t} dt = \bar{x} \frac{1 - e^{-j\omega\gamma T}}{j\omega}$$

Môđun của biểu thức này:

$$|F_1(j\omega)| = \left| \frac{2\bar{x} \sin \frac{\omega\gamma T}{2}}{\omega} \right| \quad (4)$$



Hình 187. Các thành phần mật độ phổ cho bài 301.

Biên độ dao động điều hoà thứ K có thể thu được từ công thức (4) đối với tần số ω bằng thế $\omega = \frac{2\pi k}{T}$ và bằng chia giá trị thu được cho chu kỳ theo dõi T:

$$A_k = \frac{\left| F\left(j\frac{2\pi k}{T}\right) \right|}{T} = \left| \frac{x}{k\pi} \sin k\pi\gamma \right|$$

Biểu thức này trùng với (2).

Mật độ phổ của thành phần ngẫu nhiên có thể tìm từ biểu thức tổng quát đối với mật độ phổ của đại lượng ngẫu nhiên, mà:

$$S(\omega) = \lim_{T_0 \to \infty} \frac{1}{2T_0} |F(j\omega)|^2$$

Trong trường hợp đã cho nó biến thành biểu thức:

$$S(\omega) = \frac{1}{T} |F_2(j\omega)|^2$$

ở đây $F_2(j\omega)$ là biểu diễn Fourier của xung duy nhất, mà giá trị bình phương trung bình của nó bằng $\sigma = \sqrt{\overline{x^2} - \bar{x}^2}$. Tương tự công thức (4) có thể viết:

$$|F_2(j\omega)| = \left| \frac{2\sigma \sin \frac{\omega\gamma T}{2}}{\omega} \right|$$

Suy ra ta tìm được mật độ phổ của thành phần ngẫu nhiên:

$$S_2(\omega) = \frac{4\sigma^2 \sin^2 \frac{\omega\gamma T}{2}}{T\omega^2} \quad (6)$$

Thế các giá trị số cho:

$$S_2(\omega) = \frac{9000 \sin^2 0{,}005\,\omega}{\omega^2}$$

Phổ là liên tục. Nó biểu diễn trên hình h 187b. Theo dạng của mình nó tương tự phổ vân kẻ đường bao, bởi vì các giá trị của mật độ phổ cũng tỷ lệ bình phương của môdun biểu diễn xung duy nhất (4).

302. Mật độ phổ tốc độ tín hiệu đầu vào của hệ theo dõi (hình 183) có thể được biểu diễn ở dạng:

$$S_1(\omega) = \frac{2TD_\Omega}{1 + \omega^2 T^2} \quad (1)$$

ở đây $D_\Omega = D_{ck}^2$ bình phương trung bình của tốc độ. Mômen của tải trên trục thừa hành không đổi theo giá trị ($M = M_H = \text{const}$), còn dấu của nó thay đổi cùng với sự thay đổi dấu tốc độ của trục thừa hành. Nếu cho rằng dấu mômen thay đổi cùng với dấu tốc độ đầu vào xác định hàm tương quan đối với mômen tải $S_2(\omega)$ cũng như các hàm tương quan đối với tốc độ đầu vào và mômen tải $S_{12}(\omega)$ và $S_{21}(\omega)$. Nếu cho rằng tốc độ đầu vào thay đổi theo quy luật phân bố tiêu chuẩn.

Bài giải. Mật độ phổ của mômen tải có thể thu được từ mật độ phổ tốc độ tín hiệu đầu vào (1), nếu ở nó thay thế bình phương trung bình của tốc độ cho bình phương trung bình của mômen $M^2 = M_H^2$:

$$S_2(\omega) = \frac{2TM_H^2}{1 + \omega^2 T^2}$$

Mật độ phổ tương hỗ có thể tính theo hàm tương quan với nhau được xác định như trung bình theo thời gian hay trung bình theo tập hợp:

$$R_{12}(\tau) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} \Omega(t+\tau) M(t)\,dt = \overline{\Omega(t+\tau) M(t)}.$$

Xác suất tìm $\Omega(t + \tau)$ và $M(t)$ ở một tích phân (xem bài 299) bằng:

$$P = e^{\frac{|\tau|}{T}}$$

còn xác suất tìm ở các khoảng khác nhau:

$$P = 1 - P = 1 - e^{-\frac{|\tau|}{T}}$$

Khi xác định tốc độ và mômen ở các khoảng khác nhau trung bình theo tích của chúng bằng 0.

Khi tìm Ω và M ở một khoảng dấu mômen bằng dấu của tốc độ. Tích của tốc độ với mômen khi đó luôn luôn dương. Khi đó, bởi vì giá trị mômen không đổi, mômen có thể đưa ra ngoài dưới dấu trung bình:

$$\overline{\Omega(t+\tau)M(t)} = M_H\overline{\Omega(t+\tau)} = M_H\Omega_c$$

ở đây, Ω_c - giá trị tốc độ trung bình theo mômen. Đối với phân bố tiêu chuẩn:

$$\Omega_c = \Omega_{CK}\sqrt{\frac{2}{\pi}} = 0{,}8\Omega_{CK}$$

Do đó, có hàm tương quan lẫn nhau:

$$R_{12}(\tau) = M_H\Omega_c e^{-\frac{|\tau|}{T}} = 0{,}8M_H\Omega_{CK}e^{-\frac{|\tau|}{T}} \quad (2)$$

Mật độ phổ được tìm (như biểu diễn Fourier) từ biểu thức (2):

$$S_{12}(\omega) = \frac{2TM_H\Omega_C}{1+\omega^2T^2} = \frac{1{,}6TM_H\Omega_{CK}}{1+\omega^2T^2} \quad (3)$$

Tương tự có thể tìm được $R_{21}(\tau) = R_{12}(\tau)$ và $S_{21}(\omega) = S_{12}(\omega)$.

7.2. SỰ ĐI QUA CỦA TÍN HIỆU NGẪU NHIÊN TĨNH QUA HỆ TUYẾN TÍNH

303. Hệ theo dõi sau các sao bao gồm tế bào quang điện, bộ khuếch đại không quán tính, bộ lọc (khâu không chu kỳ của bậc đầu) và cơ cấu thừa hành ở dạng ẩm nghiệm hay dẫn động đo tốc độ (khâu tích phân lý tưởng). Nhiễu ở đầu ra tế bào điện quang có thể lấy ở dạng âm tạp trắng có mất độ phổ $S(\omega) = N$. Chỉ ra rằng giá trị trung bình bình phương của sai số ngẫu nhiên của hệ không phụ thuộc vào hằng số thời gian của bộ lọc.

Bài giải. Hàm truyền của hệ hở có dạng

$$W(p) = \frac{K}{p(1+Tp)}$$

ở đây K $[s^{-1}]$ - hệ số chất lượng theo tốc độ, T - hằng số thời gian của bộ lọc.

Hàm truyền của hệ kín bằng:

$$\Phi(p) = \frac{W(p)}{1+W(p)} = \frac{K}{Tp^2+p+K}$$

Mật độ phổ của sai số có dạng:

$$S(\omega) = |\Phi(j\omega)|^2 S(\omega) = \frac{K^2N}{|T(j\omega)^2 + j\omega + K|^2}$$

Tích phân mật độ phổ của sai số theo tất cả các tần số (xem phụ lục 17) cho bình phương trung bình của sai số:

$$\bar{\theta}^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{K^2 N d\omega}{\left|T(j\omega)^2 + j\omega + K\right|^2} = \frac{KN}{2} = \Delta f N$$

ở đây dải tương đương của tạp âm trắng đi qua:

$$\Delta f = \frac{K}{2} \text{ [Hz]}$$

Như thấy rõ từ các biểu thức thu được, sai số bình phương trung bình không phụ thuộc vào hằng số thời gian của bộ lọc.

304. Đối với hộ theo dõi sau các sao (xem bài toán trước) điện áp bình phương trung bình tạp âm của tế bào quang điện U = 6 V ở dải tần số Δf = 10.000 Hz (± 5000 Hz). Độ hỗ dẫn đặc trưng của tế bào quang điện k = 10 mV/góc phút. Hãy xác định giá trị cho phép của hệ số khuếch đại chung (hệ số chất lượng theo tốc độ K) mà ở đó giá trị bình phương trung bình của sai số ngẫu nhiên sẽ không vượt quá 1 góc phút.

Bài giải. Ta biểu diễn điện áp của các tiếng ồn của tế bào quang điện ở dạng tín hiệu góc bình phương trung bình tương đương ở đầu vào:

$$\theta = \frac{U_{ck}}{k_{\phi э}} = \frac{6}{10.10^{-3}} = 600 \text{ góc phút}$$

Mức ồn trắng ở đầu vào:

$$S_n(\omega) = \frac{\theta_{ck}^2}{\Delta f} = \frac{600^2}{10000} = 36 \text{ (góc ph)}^2 \text{ Hz}$$

Ở bài 303 đã xác định giá trị bình phương của sai số bằng:

$$\sigma = \sqrt{\frac{KN}{2}}$$

Từ đó ta tìm giá trị của hệ số khuếch đại chung:

$$K \le \frac{2\sigma^2}{N} = \frac{2.1}{36} = 0{,}055 \text{ s}^{-1}$$

305. Cho các hàm truyền của hệ điều chỉnh hở có tính vô hướng bậc một:

1) $W(p) = \dfrac{K}{p}$

2) $W(p) = \dfrac{K}{p(1+T_1p)}$

3) $W(p) = \dfrac{K}{p(1+T_1p)(1+T_2p)}$

Hãy tính dải tiếng ồn trắng tương đương đi qua của hệ kín, nếu hệ số chất lượng theo tốc độ bằng $K = 10\ s^{-1}$, còn các hằng số thời gian $T = 0{,}1$ s và $T = 0{,}05$ s.

Đáp số:

1) $\Delta f = \dfrac{K}{2} = \dfrac{10}{2} = 5$ Hz

2) $\Delta f = \dfrac{K}{2} = \dfrac{10}{2} = 5$ Hz

3) $\Delta f = \dfrac{K}{2\left(1 - \dfrac{KT_1T_2}{T_1 + T_2}\right)} = \dfrac{10}{2\left(1 - \dfrac{10.0{,}1.0{,}05}{0{,}1 + 0{,}05}\right)} = 7{,}5$ Hz

306. Ta cho các hàm truyền của hệ hở điều chỉnh có độ vô hướng bậc hai:

1) $\qquad W(p) = \dfrac{K(1 + \tau p)}{p^2}$

2) $\qquad W(p) = \dfrac{K(1 + \tau p)}{p^2(1 + Tp)}$

Hãy tính dải tiếng ồn trắng tương đương đi qua của hệ kín, nếu hệ số chất lượng theo gia tốc $K = 10\ s^{-2}$, còn các hằng số thời gian $\tau = 1$ s và $T = 0{,}5$ s.

Đáp số:

1) $\qquad \Delta f = \dfrac{1 + K\tau^2}{2\tau} = \dfrac{1 + 10.1^2}{2.1} = 5{,}5$ Hz

2) $\qquad \Delta f = \dfrac{1 + K\tau^2}{2(\tau - T)} = \dfrac{1 + 10.1^2}{2(1 - 0{,}5)} = 11$ Hz

307. Ở đầu vào hệ điều chỉnh có nhiễu với mật độ phổ:

$$S_n(\omega) = \frac{2T_n\sigma_n^2}{1 + \omega^2T_n^2}$$

Hãy xác định hệ số làm bằng của hệ bằng tỷ số giá trị bình phương trung bình của nhiễu ở đầu vào với giá trị bình phương trung bình của sai số:

$$K_{lb} = \frac{\sigma_n}{\sigma}$$

và giá trị trung bình bình phương của sai số σ. Hàm truyền của hệ hở:

$$W(p) = \frac{K}{p}$$

Các giá trị số của các hệ số:

$$K = 0{,}5\ s^{-1}; \qquad \sigma = 10,\ T = 0{,}1\ s.$$

Đáp số:

$$K_{lb} = \sqrt{1 + \frac{1}{KT_n}} = \sqrt{1 + \frac{1}{0,5.0,1}} = \sqrt{21} = 4,6$$

$$\sigma = \frac{\sigma_n}{K_{lb}} = \frac{10}{4,6} = 2,18$$

308. Hãy giải bài trước, nếu hàm truyền của hệ hở:

$$W(p) = \frac{K}{p(1+T_1p)}$$

ở đây T = 1 s.

Đáp số:

$$K_{lb} = \sqrt{\frac{T_n}{T_1 + T_n} + \frac{1}{KT_n}} = \sqrt{\frac{0,1}{1+0,1} + \frac{1}{0,5.0,1}} = \sqrt{20,1} = 4,5$$

$$\sigma = \frac{\sigma_n}{K_{lb}} = \frac{10}{4,5} = 2,22$$

309. Ở đầu vào hệ theo dõi có tác dụng của tín hiệu hữu ích, mà tốc độ của nó thay đổi tương ứng với hình 183. Mật độ phổ được viết cho tốc độ có dạng:

$$S_\Omega(\omega) = \frac{2TD_\Omega}{1+\omega^2T^2}$$

Ở đây $D_\Omega = \Omega_{CK}^2$ - phương sai của tốc độ. Giá trị trung bình của tốc độ Ω_{CK} = 2 độ/s. Thời gian trung bình của một đoạn T = 1 s. Hãy xác định sai số trung bình bình phương, nếu hàm truyền của hệ hở có dạng:

$$W(p) = \frac{K}{p(1+T_1p)}$$

Hệ số phẩm chất theo tốc độ bằng K = 25 s^{-1}, còn hằng số thời gian T = 0,05 s.

Bài giải. Hàm truyền đối với sai số bằng:

$$\Phi_\theta(\omega) = \frac{1}{1+W(p)} = \frac{p(1+T_1p)}{T_1p^2+p+K}$$

Mật độ phổ của sai số:

$$S_\theta(\omega) = |\Phi(j\omega)|^2 \frac{S_\Omega(\omega)}{\omega^2} = \frac{2TD_\Omega(1+\omega^2T_1^2)}{(1+\omega^2T^2)|T_1(j\omega)^2+j\omega+K|^2}$$

Ta đưa nó về dạng thuận tiện để tích phân (xem phụ lục 17):

$$S_\theta(\omega) = 2TD_\Omega \frac{-T_1^2(j\omega)^2+1}{|TT_1(j\omega)^3+(T+T_1)(j\omega)^2+(1+KT)j\omega+K|^2}$$

Tích phân theo tất cả các tần số cho bình phương trung bình của sai số.

$$\overline{\theta^2} = 2TD_\Omega I_3$$

Ở đây tích phân:

$$I_3 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\left|-T_1^2(j\omega)+1\right| d\omega}{\left|TT_1(j\omega)^3 + (T+T_1)(j\omega)^2 + (1+KT)j\omega + K\right|^2}$$

Tương ứng với phụ lục 17 bằng:

$$I_3 = \frac{-a_2b_0 + a_0b_1 - \dfrac{a_0a_1b_2}{a_3}}{2a_0(a_0a_3 - a_1a_2)}$$

Các giá trị của các hằng số:

$$a_0 = TT \qquad b_0 = 0$$

$$a_1 = T + T \qquad b_1 = -T_1^2$$

$$a_2 = 1 + KT \qquad b_2 = 1$$

$$a_3 = K$$

Ở kết quả ta có:

$$I_3 = \frac{b_1 - \dfrac{a_1b_2}{a_3}}{2(a_0a_3 - a_1a_2)} = \frac{T + T_1 + KT_1^2}{2K(T + T_1 + KT^2)}$$

Cuối cùng:

$$\theta = \sqrt{\frac{TD_\Omega(T + T_1 + KT_1^2)}{K(T + T_1 + KT^2)}}$$

$$= \sqrt{\frac{1.4(1 + 0,05 + 25.0,05^2)}{25(1 + 0,05 + 25.1^2)}} = \sqrt{0,0068} = 0^0,082 \approx 5'$$

Biểu thức gần đúng cho sai số bình phương trung bình có dạng:

$$\theta_{CK} = \sqrt{\frac{TDT}{KKT^2}} = \frac{\Omega_{CK}}{K} = \frac{2}{25} = 0^0,08 \approx 4',8$$

310. Ở đầu vào của hệ điều chỉnh có tác dụng của nhiễu với hàm tương quan:

$$R_n(\tau) = D_n e\left(\cos\beta\tau + \frac{\mu}{\beta}\sin\beta|\tau|\right)$$

và mật độ phổ:

$$S_n(\omega) = D_n\frac{\mu}{\beta}\left[\frac{2\beta - \omega}{\mu^2 + (\omega - \beta)^2} + \frac{2\beta + \omega}{\mu^2 + (\omega + \beta)^2}\right]$$

Các giá trị số của các hệ số:

$$D_n = \sigma_n^2 = 100,\ \mu = 0{,}4\ s^{-1} \text{ và } \beta = 5\ s^{-1}$$

Hãy xác định hệ số làm bằng bằng tỷ số của giá trị bình phương trung bình của nhiễu ở đầu vào với sai số bình phương trung bình ở đầu ra của hệ:

$$K_{lb} = \frac{\sigma_n}{\sigma}$$

và sai số bình phương trung bình σ. Hàm truyền của hệ hở:

$$W(p) = \frac{K}{p}$$

ở đây hệ số chất lượng của hệ theo tốc độ $K = 0{,}1\ s^{-1}$.

Đáp số:

Hệ số làm bằng:

$$K_{lb} = \frac{\beta^2 + \mu^2}{\beta K\sqrt{1 + \dfrac{2\mu(\beta^2 + \mu^2)}{\beta^2 K} - \dfrac{2\mu^2}{\beta^2}}}$$

$$= \frac{5^2 + 0{,}4^2}{5.0{,}1\sqrt{1 + \dfrac{2.0{,}4(5^2 + 0{,}4)^2}{5^2.0{,}1} - \dfrac{2.0{,}4^2}{5^2}}} = 16{,}7$$

Sai số bình phương trung bình:

$$\sigma = \frac{\sigma_n}{K_{lb}} = \frac{10}{16{,}7} = 0{,}6$$

311. Để lấy gần đúng hàm tương quan của bài toán trước ta sử dụng hai công thức:

$$R(\tau) = De^{-\mu|\tau|}\cos\beta\tau \qquad (1)$$

$$R(\tau) = De^{-\mu|\tau|}\left(\cos\beta\tau + \frac{\mu}{\beta}\sin\beta|\tau|\right) \qquad (2)$$

Các hàm tương quan này tương ứng với các mật độ phổ:

đối với công thức (1):

$$S(\omega) = \mu D\left[\frac{1}{\mu^2 + (\omega - \beta)^2} + \frac{1}{\mu^2 + (\omega + \beta)^2}\right] \qquad (3)$$

đối với công thức (2):

$$S(\omega) = \frac{\mu}{B} D\left[\frac{2\beta - \omega}{\mu^2 + (\omega - \beta)^2} + \frac{2\beta + \omega}{\mu^2 + (\omega + \beta)^2}\right] \qquad (4)$$

Hãy xác định phương sai của tốc độ đối với các công thức (1) và (2).

Đáp số:

1) $D_\Omega \to \infty$; 2) $D_\Omega = (\mu + \beta)D$.

312. Ở đầu vào của hệ có hàm truyền:

$$W(p) = \frac{K}{1+Tp} \quad (1)$$

Ở thời điểm t = 0 có tín hiệu tĩnh định tâm ngẫu nhiên với hàm tương quan:

$$R_1(\tau) = De^{-\mu|\tau|} \quad (2)$$

Hãy xác định sự thay đổi phương sai của đại lượng đầu ra theo thời gian $D_2(t)$, cũng như phương sai của đại lượng đầu vào ở chế độ ổn định.

Các số liệu ban đầu: K = 10, T = 10 s, $D_1 = 1$ và $\mu = 0{,}05\ s^{-1}$.

Bài giải. Giá trị phương sai ở đầu ra có thể được xác định theo công thức:

$$D_2(t) = \int_0^t \omega(s)ds \int_0^t \omega(\eta) R_1(\eta - s)d\eta \quad (3)$$

ở đây $\omega(s)$ và $\omega(\eta)$ là hàm khối lượng của hệ $\omega(t)$. Khi thay thế $t = s$ và $t = \eta$.

Đối với hàm truyền (1) hàm khối lượng sẽ là $\omega(t) = \alpha K e^{-\alpha t}$, ở đây $\alpha = T^{-1}$ (xem phụ lục 1). Do đó:

$$D_2(t) = \frac{K^2 D_1}{T^2}\int_0^t e^{-as}ds \int_0^t e^{-\alpha\eta}e^{-\mu(\eta-s)}d\eta =$$

$$= \frac{K^2 D_1}{T^2}\int_0^t e^{-as}ds\left[\int_0^s e^{-\alpha\eta}e^{+\mu(\eta-s)}d\eta + \int_s^t e^{-\alpha\eta}e^{-\mu(\eta-s)}d\eta\right] \quad (4)$$

Hãy tính các tích phân ở $\alpha \neq \mu$ cho:

$$I_1 = \int_0^s e^{-\alpha\eta}e^{\mu(\eta-s)}d\eta = \frac{e^{-as} - e^{-\mu s}}{\mu - \alpha}$$

$$I_2 = \int_s^t e^{-\alpha\eta}e^{\mu(\eta-s)}d\eta = \frac{e^{-as} - e^{-\mu s}e^{-(\alpha+\mu)t}}{\alpha + \mu}$$

$$D_2(t) = \frac{K^2 D}{T^2}\int_0^t e^{-as}(I_1 + I_2)ds$$

$$= K^2 D_1\left[\frac{1}{1+\mu T} + \frac{e^{-2\alpha t}}{1-\mu T} - \frac{2e^{-(\alpha+\mu)t}}{1-\mu^2T^2}\right] \quad (5)$$

Ở chế độ ổn định:

$$D_2(\infty) = \frac{K^2 D_1}{1+\mu T} \quad (6)$$

Công thức (6) có thể cũng thu được từ mật độ các phổ của tín hiệu đầu vào:

$$S_1(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_1(\tau)e^{-j\omega\tau}d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} D_1 e^{-\mu|\tau|}e^{-j\omega\tau} = \frac{2\mu D_1}{\mu^2 + \omega^2}$$

Mật độ phổ của tín hiệu đầu ra:

$$S_2(\omega) = |W(j\omega)|^2 S_1(\omega) = \frac{K^2 2\mu D_1}{|(1 + j\omega T)(\mu + j\omega)|^2}$$

Tích phân của mật độ phổ $S_2(\omega)$ theo tất cả tần số cho:

$$D_2(\infty) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} S_2(\omega)d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{2K^2\mu D_1 d\omega}{|T(j\omega)^2 + (1 + \mu T)j\omega + \mu|^2}$$

Tương ứng với phụ lục 17 ta có:

$$D_2(\infty) = \frac{K^2 D_1}{1 + \mu T}$$

Khi thế các giá trị số ta có:

$$D_2(t) = 66 + 200e^{-0,2t} - 266e^{-0,15t}$$

$$D_2(\infty) = 66$$

313. Hãy giải bài trước, nếu hàm truyền của hệ tương ứng với khâu tích phân lý tưởng có hàm truyền:

$$W(p) = \frac{K_1}{p}$$

ở đây K = 0,1 s.

Đáp số:

$$D_2(t) = 2K_1^2 D_1\left[\frac{t}{\mu} - \frac{(1 - e^{-\mu t})}{\mu^2}\right] = 0,4t - 8(1 - e^{-0,005t})$$

$$D_2(\infty) \to \infty$$

7.3. CÁC HỆ TỐI ƯU

314. Hàm truyền của hệ điều chỉnh hở có dạng:

$$W(p) = \frac{K(1 + \tau p)}{p^2}$$

ở đây K = 100 s - hằng số khuếch đại chung của mạch hở, còn τ - hằng số thời gian của thiết bị hiệu chỉnh. Ở đầu vào hệ có tác dụng của tín hiệu điều chỉnh với dạng $g = at + \frac{bt^2}{2}$, ở đây a = 100 độ/s và b = 10 độ/s, và nhiễu là độ ồn trắng có mật độ phổ $S_n(\omega) = N = 0,2$ độ/Hz. Hãy xác định giá trị hằng số thời gian của thiết bị hiệu chỉnh tương ứng tối thiểu của sai số trung bình bình phương ở chế độ ổn định, cũng như giá trị sai số bình phương trung bình.

Bài giải. Giá trị ổn định của sai số từ tín hiệu hữu ích:

$$x_c = c\dot{g} + \frac{c_2}{2}\ddot{g} = c_1(a + bt) + \frac{c_2}{2}b$$

ở đây c_1 và c_2 - các hệ số của sai số. Trên cơ sở phân tích hàm truyền đối với sai số:

$$\Phi_x(p) = \frac{1}{1+W(p)} = \frac{p^2}{p^2 + K\tau p + K}$$

ở chuỗi luỹ thừa ta có $c_1 = 0$ và $\frac{c_2}{2} = \frac{1}{K}$. Ở kết quả thành phần điều chỉnh của sai số

$$x_c = \frac{b}{K}$$

hay:

$$x_c^2 = \frac{b^2}{K^2} \tag{1}$$

Bình phương trung bình của sai số ngẫu nhiên (xem phụ lục 17) bằng:

$$\overline{x_n^2} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}|\Phi(j\omega)|^2 N d\omega =$$

$$= \frac{K^2N}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\left[-\tau^2(j\omega)+1\right]d\omega}{\left|(j\omega)^2 + K\tau j\omega + K\right|^2} = \frac{(1+K\tau^2)N}{2\tau} \tag{2}$$

còn bình phương trung bình của sai số tổng:

$$\overline{x^2} = \overline{x_c^2} + \overline{x_n^2} = \frac{b^2}{K^2} + \frac{(1+K\tau^2)N}{2\tau} \tag{3}$$

Để tìm cực tiểu của biểu thức cuối cùng ta cho đạo hàm bậc nhất theo hằng số thời gian của thiết bị hiệu chỉnh bằng 0:

$$2K\tau^2 - (1 + K\tau^2) = 0$$

từ đó ta thu được:

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{K}} = \frac{1}{\sqrt{100}} = 0{,}1 \text{ s}$$

Sai số bình phương trung bình được xác định từ (3):

$$x_{CK} = \sqrt{\frac{10^2}{100^2} + \frac{1+100.0{,}1^2}{2.0{,}1}.0{,}2} = 1^{\circ}{,}41$$

315. Hãy giải bài toán trước, nếu hàm truyền của hệ thống hở có dạng:

$$W(p) = \frac{K(1+\tau p)}{p^2(1+Tp)}$$

ở đây K = 100 s và T = 0,05 s.

Đáp số:

$$\tau = T + \sqrt{T^2 + \frac{1}{K}} = 0{,}05 + \sqrt{0{,}05^2 + 0{,}01} = 0{,}16 \text{ s}$$

Sai số trung bình bình phương:

$$x_{CK} = \sqrt{\frac{b^2}{K^2} + \frac{(1 + K\tau^2)N}{2(\tau - T)}}$$

$$= \sqrt{\frac{10^2}{100^2} + \frac{(1 + 100.0{,}16^2).0{,}2}{2(0{,}16 - 0{,}05)}} = 1^0{,}81$$

316. Hãy giải bài 314 với giả thiết có thể thay đổi giá trị hằng số thời gian của thiết bị hiệu chỉnh τ, bởi vì hệ số khuếch đại chung K.

Bài giải.

Biểu thức vi phân (3) trong bài 314 theo τ và theo K và đạo hàm riêng bằng 0, ta có:

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{K}} \tag{1}$$

$$-\frac{2b^2}{K^3} + \frac{\tau N}{2} = 0 \tag{2}$$

Nếu thế (1) vào (2) và giải phương trình cuối cùng, ta có:

$$K_{trung} = \sqrt[5]{\frac{16b^4}{N^2}} = \sqrt{\frac{1{,}6.10^4}{0{,}2^2}} = 21 \text{ s}^{-2}$$

Hằng số thời gian của khâu hiệu chỉnh:

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{K}} = \frac{1}{\sqrt{21}} = 0{,}218 \text{ s}$$

Sai số bình phương trung bình được xác định từ (3) của bài 314,

$$x_{CK} = \sqrt{\frac{10^2}{21^2} + \frac{(1 + 21.0{,}218^2)0{,}2}{2.0{,}218}} = 1^0{,}07$$

317. Hàm chuyển của hệ điều chỉnh hở có dạng:

$$W(p) = \frac{K}{p(1 + T_1 p)}$$

ở đây, K - hằng số khuếch đại chung, còn T - hằng số thời gian. Hàm truyền của hệ kín bằng:

$$\Phi(p) = \frac{W(p)}{1 + W(p)} = \frac{K}{T_1 p^2 + p + K}$$

ở đầu vào hệ có tác dụng của nhiễu ở dạng tiếng ồn trắng có mật độ phổ $S(\omega) = N$ và tín hiệu hữu ích có mật độ phổ:

$$S_c(\omega) = \frac{2T_cD}{1+\omega^2T_c^2}$$

Giữa nhiễu và tín hiệu hữu ích không có hiệu chỉnh. Các số liệu ban đầu: T = 0,1 s, T = 20 s, D = 100 độ và N = 0,01 độ/Hz. Hãy xác định giá trị tối ưu của hệ số khuếch đại chung K tương ứng giá trị cực tiểu của sai số trung bình bình phương, và sai số trung bình bình phương ở $K = K_{tng}$.

Bài giải.

Thành phần bình phương trung bình của sai số xác định nhiễu (xem phụ lục 17) bằng:

$$\theta_n^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{K^2Nd\omega}{\left|T_1(j\omega)^2+j\omega+K\right|^2} = \frac{KN}{2} \tag{1}$$

Thành phần bình phương trung bình sai số được xác định bởi tín hiệu hữu ích ở đầu vào (xem phụ lục 17):

$$\theta_c^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\omega^2(1+\omega^2T_1^2)}{\left|T_1(j\omega)^2+j\omega+K\right|^2}.\frac{2T_cD}{1+\omega^2T_c^2}d\omega =$$

$$= 2T_cD.\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\left|T_1^2(j\omega)^4-(j\omega)^2\right|d\omega}{\left|T_1T_c(j\omega)^3+(T_1+T_c)(j\omega)^2+(1+KT_c)j\omega+K\right|^2} =$$

$$= D\frac{T_1+T_c+KT_1T_c}{T_1+T_c+KT_c^2} \tag{2}$$

Bình phương trung bình tổng của sai số:

$$\overline{\theta^2} = \theta_n^2+\theta_c^2 = \frac{KN}{2}+D\frac{T_1+T_c+KT_1T_c}{T_1+T_c+KT_c^2} \tag{3}$$

Khi tối thiểu hoá sai số trung bình bình phương cần cho đạo hàm biểu thức cuối cùng theo hệ số khuếch đại bằng không. Ở kết quả ta có:

$$\frac{N}{2}-\frac{DT_c(T_c^2-T_1^2)}{(T_1+T_c+KT_c^2)^2} = 0$$

Giải phương trình cuối cùng cho giá trị tối ưu của hệ số khuếch đại:

$$K_{tng} = \sqrt{\frac{2D(T_c^2-T_1^2)}{NT_c^3}}-\frac{T_c+T_1}{T_c^2}$$

Ta xác định giá trị số hệ số khuếch đại tối ưu:

$$K_{tng} = \sqrt{\frac{2.100(20^2-0{,}1^2)}{0{,}01.20^3}}-\frac{20+0{,}1}{20^2} \approx 30\ s^{-1}$$

Sai số trung bình bình phương trên cơ sở (3) bằng:

$$\theta_{CK} = \sqrt{\frac{30.0,01}{2} + 100\frac{0,1+20+30.0,1.20}{0,1+20+30.20^2}} = 0^0,9$$

318. Đối với bài toán trước hãy xác định hàm truyền của hệ điều chỉnh tương ứng tối thiểu lý thuyết của sai số bình phương trung bình và hãy xác định giá trị của sai số đo.

Bài giải. Ở điều kiện thực hiện hệ điều chỉnh về mặt vật lý hàm truyền về mặt tần số cần tìm của hệ kín có thể được biểu diễn ở dạng:

$$\Phi(j\omega) = \frac{B(j\omega)}{\psi(j\omega)} \qquad (1)$$

Mẫu số của (1) được xác định từ đẳng thức:

$$\psi(j\omega)\psi^*(j\omega) = S_c(\omega) + S_n(\omega) \qquad (2)$$

ở đây $\psi^*(j\omega)$ là hàm liên hợp phức $\psi(j\omega)$. Đối với trường hợp của chúng ta:

$$S_c(\omega) + S_n(\omega) = \frac{2T_cD}{1+\omega^2T_c^2} + N = \frac{2T_cD + N(1+\omega^2T_c^2)}{1+\omega^2T_c^2}$$

Ta phân tích biểu thức cuối ra các số nhân liên hợp phức:

$$\frac{2T_cD + N(1+\omega^2T_c^2)}{1+\omega^2T_c^2} = A\frac{(1+ja\omega)(1-ja\omega)}{(1+jT_c\omega)(1-jT_c\omega)}$$

Từ đó ta có:

$$\psi(j\omega) = \sqrt{A}\,\frac{1+ja\omega}{1+jT_c\omega} \qquad (3)$$

$$\psi(j\omega) = \sqrt{A}\,\frac{1-ja\omega}{1-jT_c\omega} \qquad (4)$$

ở đây:

$$A = 2T_cD + A, \qquad a^2 = \frac{NT_c^2}{2T_cD+N} = \frac{NT_c^2}{A}$$

Tiếp theo ta tìm biểu thức:

$$\frac{S_c(\omega)}{\psi^*(\omega)} = \frac{2T_cD(1-jT_c\omega)}{(1+\omega^2T_c^2)\sqrt{A}(1-ja\omega)} = \frac{2T_cD}{\sqrt{A}}\frac{1}{(1+jT_c\omega)(1-ja\omega)}$$

Ta phân tích biểu thức cuối ra các phân số đơn giản:

$$\frac{S_c(\omega)}{\psi^*(j\omega)} = \frac{2T_cD}{\sqrt{A}}\left[\frac{T_c}{T_c+a}.\frac{1}{1+jT_c\omega} + \frac{a}{T_c+a}\frac{1}{1-ja\omega}\right]$$

Hàm $B(j\omega)$ được xác định bởi các số hạng của chuỗi tương ứng với các cực $S_c(\omega)$, nằm ở nửa mặt phẳng trên ở kết quả ta có:

$$B(j\omega) = \frac{2T_cD}{\sqrt{A}}.\frac{T_c}{T_c+a}\frac{1}{1+jT_c\omega} \qquad (5)$$

Hàm truyền theo tần số cần tìm của hệ kín (1) bằng:

$$\Phi(j\omega) = \frac{B(j\omega)}{\psi(j\omega)} = \frac{2T_cD}{A}\frac{T_c}{T_c + a}.\frac{1}{1 + ja\omega} \quad (6)$$

Ta xác định các giá trị số của các hệ số:

$$a = T_c\sqrt{\frac{N}{2T_cD + N}} = 20\sqrt{\frac{0,01}{2.20.100 + 0,01}} = 0,032 \text{ s}$$

$$\frac{2T_c^2D}{A(T_c + a)} = \frac{2T_c^2D}{(2T_cD + N)(T_c + a)} \approx \frac{2T_c^2D}{2T_c^2D} = 1$$

Biểu thức cuối cùng đối với hàm truyền của hệ thống kín có dạng:

$$\Phi(p) = \frac{1}{1 + Tp} \quad (7)$$

ở đây T = 0,032 s. Hàm truyền này tương ứng hàm truyền của hệ hở:

$$W(p) = \frac{\Phi(p)}{1 - \Phi(p)} = \frac{1}{Tp} = \frac{K}{p} \quad (8)$$

ở đây $K = \frac{1}{T} = 31 \text{ s}^{-1}$ - hệ số khuếch đại chung của hệ hở (hệ số chất lượng theo tốc độ).

Hàm truyền đối với sai số:

$$S_0(\omega) = |\Phi_\theta(j\omega)|^2 S_c(\omega) + |\Phi(j\omega)|^2 S_n(\omega)$$

$$= \frac{T^2\omega^2}{1 + \omega^2T^2}.\frac{2T_cD}{1 + \omega^2T_c^2} + \frac{1}{1 + \omega^2T^2}N \quad (10)$$

Tích phân (10) theo tất cả các tần số cho bình phương trung bình của sai số:

$$\overline{\theta^2} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} S_0(\omega)d\omega = \frac{TD}{T_c + T} + \frac{N}{2T} \quad (11)$$

Sai số bình phương trung bình của sai số:

$$\theta = \sqrt{\frac{TD}{T_c + T} + \frac{N}{2T}} = \sqrt{\frac{0,032 \times 100}{20 + 0,032} + \frac{0,01}{2 \times 0,032}} = 0^0 56$$

Chương 8

CÁC HỆ CÓ CÁC THÔNG SỐ BIẾN ĐỔI

8.1. XÂY DỰNG CÁC QUÁ TRÌNH CHUYỂN TIẾP

319. Hãy xác định hàm khối lượng của hệ mà chuyển động của nó được mô tả bằng phương trình vi phân:

$$a_o\frac{dx}{dt}+\left(a_1^0+bt\right)x=f(t) \tag{1}$$

ở đây $a_o = 1$ s, $a_1^0 = 0{,}5$ và $b = 0{,}2\ s^{-1}$, khi tới đầu vào của hàm δ duy nhất $f(t) = \delta(t - \vartheta)$ ở thời điểm bất kỳ $t = \vartheta$. Điều kiện ban đầu $x = 0$ ở $t = 0$.

Bài giải. Ở biểu thức (1) ta thay thế $f(t) = \delta(t - \vartheta)$ và chia tất cả các số hạng cho a,

$$\frac{dx}{dt}+\frac{a_1^0+b(t)}{a_0}x=\frac{\delta(t-\vartheta)}{a_0} \tag{2}$$

hay:

$$\frac{dx}{dt}+P(t)x=Q(t) \tag{3}$$

Tiếp theo ta tìm được:

$$S(t)=\int_\vartheta^t P(t)dt=\int_\vartheta^t\frac{a_1^0+bt}{a_0}dt$$

$$=\frac{a_1^0}{a_0}(t-\vartheta)+\frac{b}{2a_0}(t^2-\vartheta^2)=\alpha(t-\vartheta)+\beta(t^2-\vartheta^2)$$

Hàm khối lượng:

$$\omega(t-\vartheta,\vartheta)=e^{-S(t)}\int_\vartheta^t\frac{\delta(t-\vartheta)}{a_0}e^{+S(t)}dt$$

$$=e^{-\alpha(t-\vartheta)-\beta(t^2-\vartheta^2)}\int_\vartheta^t\frac{\delta(t-\vartheta)}{a_0}e^{+\alpha(t-\vartheta)+\beta(t^2-\vartheta^2)}dt \tag{4}$$

Khi tính toán khoảng cuối cùng cần sử dụng các tích đã biết của hàm δ:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t-\vartheta)f(t)dt=f(\vartheta)$$

Khi đó từ công thức (4) ta có:

$$\omega(t-\vartheta,\vartheta)=\frac{1}{a_0}e^{-\alpha(t-\vartheta)-\beta(t^2-\vartheta^2)} \tag{5}$$

Thế các giá trị số cho:

$$\omega(t-\vartheta,\vartheta)=e^{-0,5(t-\vartheta)-0,1(t^2-\vartheta^2)} \tag{6}$$

320. Đối với hàm khối lượng của bài trước hãy xây dựng các đồ thị:

1) Hàm khối lượng tiêu chuẩn ở $\vartheta = 2$ s ở dạng $\omega(t-\vartheta, \vartheta)$ và ở dạng $\omega(\tau, \vartheta)$, ở đây $\tau = t - \vartheta$.

2) Hàm khối lượng liên hợp ở t = 5 s, ở dạng $\omega(t-\vartheta, \vartheta)$, có nghĩa phụ thuộc vào độ dịch chuyển ϑ và ở dạng $\omega(\theta, t-\theta)$, ở đây $\theta = t - \vartheta$ - dịch chuyển đảo chiều.

Đáp số:

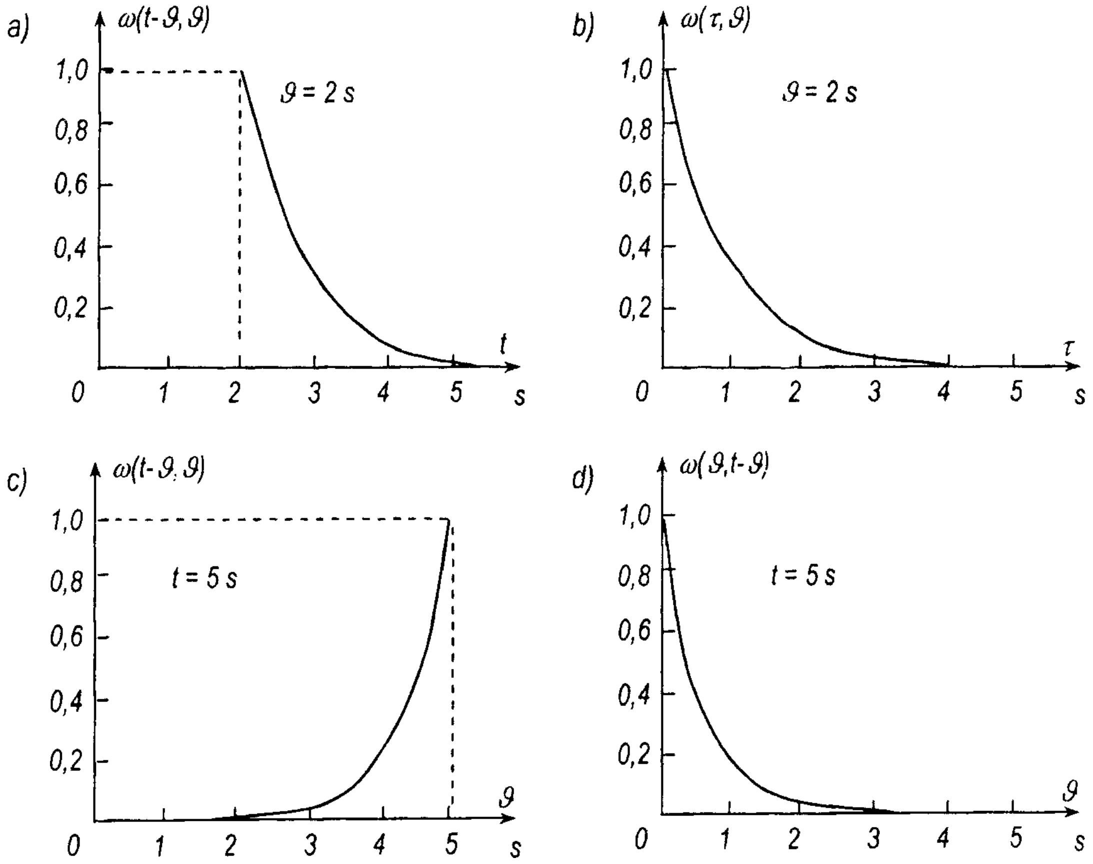
1) Hàm khối lượng tiêu chuẩn:

$$\omega(t-\vartheta, \vartheta) = e^{-0,5(t-2)-0,1(t^2-4)} \text{ ở } t \geq \vartheta = 2 \text{ s}$$

Đồ thị được biểu diễn trên hình 188a. Sự chuyển tới thời gian $\tau = t - \vartheta$ cho:

$$\omega(\tau,\vartheta) = e^{-0,5\tau-0,1\tau(\tau+2\vartheta)} = e^{-0,9\tau-0,1\tau^2} \text{ ở } \tau \geq 0$$

Đồ thị được biểu diễn trên hình 188b.



Hình 188. Các đồ thị cho bài 320.

2) Hàm khối lượng liên hợp:

$$\omega(t - \vartheta, \vartheta) = e^{-0,5(5-\vartheta)-0,1(25-\vartheta^2)} = e^{0,5(\vartheta-5)+0,1(\vartheta^2-25)}$$

$$ở\ \vartheta \leq t = 5\ s$$

Đồ thị được biểu diễn trên hình 188c.

Chuyển tới đảo chiều dịch chuyển $\theta = t - \vartheta = 5 - \vartheta$ cho:

$$\omega(\theta, t - \theta) = e^{-1,5\theta+0,1\theta^2} \qquad ở\ \theta \geq 0$$

Đồ thị được biểu diễn trên hình 188d.

321. Bằng phương pháp gần đúng tuần tự ta xây dựng quá trình chuyển tiếp ở hệ được mô tả bằng phương trình vi phân:

$$a_o \frac{d^2x}{dt^2} + a_1(t)\frac{dx}{dt} + a_2 x = g(t) \qquad (1)$$

Khi tới đầu vào ở thời điểm $t = \vartheta = 1$ s của hàm tầng $g(t) = g_0 1(t - \vartheta)$. Các giá trị của các hệ số: $a_0 = 1\ s^2$, $a_1(t) = (0,9 + 0,1.t)$ s, $a_2 = 0,16$ và $g_0 = 1,6$. Các điều kiện ban đầu bằng 0.

Bài giải.

Ta xác định hệ số thay đổi của phương trình vi phân (1) ở thời điểm $t = \vartheta = 1$ s. Ở kết quả ta có $a_1(\vartheta) = a_1^0 + 0,1 = 1$ s.

Phương trình (1) được viết ở dạng:

$$a_0 \frac{d^2x}{d\tau^2} + a_1(\vartheta)\frac{dx}{d\tau} + a_2 x = g(\tau) - 0,1\tau\frac{dx}{d\tau} \qquad (2)$$

Gần đúng đầu được xác định từ phương trình vi phân:

$$a_0 \frac{d^2x_1}{d\tau^2} + a_1(\vartheta)\frac{dx_1}{d\tau} + a_2 x_1 = g_0 1(\tau) \qquad (3)$$

$$\tau = t - \vartheta$$

Nếu sử dụng biến đổi Laplace, ta tìm được biểu thức của đại lượng cần tìm:

$$X_1(p) = \frac{G(p)}{a_0 p^2 + a_1(\vartheta)p + a_2} = \frac{1,6}{p(p^2 + p + 0,16)}$$

$$= \frac{1,6}{p(p+0,8)(p+0,2)} = \frac{10}{p} - \frac{13,3}{p+0,2} + \frac{3,3}{p+0,8}$$

Chuyển về dạng gốc (xem phụ lục 1) cho:

$$x_1(\tau) = 10(1 - 1,33e^{-0,2\tau} + 0,33\,e^{-0,8\tau})$$

Hiệu chỉnh $x_2(\tau)$ được xác định ở kết quả giải phương trình:

$$a_0 \frac{d^2x_2}{d\tau^2} + a_1(\vartheta)\frac{dx_2}{d\tau} + a_2 x_2 = -0,1\tau\frac{dx_1}{d\tau} \qquad (4)$$

Thế các giá trị số của các hệ số vào biểu thức (4) cũng như tìm theo gần đúng bậc nhất ta có:

$$\frac{d^2x_2}{d\tau^2}+\frac{dx_2}{d\tau}+0{,}16x_2=0{,}027\tau(e^{-0,8\tau}-e^{-0,2\tau}) \tag{5}$$

Biểu diễn hiệu chỉnh tìm được:

$$X(p)=\frac{0{,}027}{p^2+p+0{,}16}\left[\frac{1}{(p+0{,}8)^2}-\frac{1}{(p+0{,}2)^2}\right]$$

$$=\frac{0{,}027}{(p+0{,}8)^3(p+0{,}2)}-\frac{0{,}027}{(p+0{,}2)^3(p+0{,}8)} \tag{6}$$

Chuyển về gốc có thể thực hiện được, nếu sử dụng tích phân một cuộn. Vì vậy ta viết các gốc của các biểu thức sau:

$$\frac{1}{p+0{,}8}\risingdotseq e^{-0,8\tau}$$

$$\frac{1}{p+0{,}2}\risingdotseq e^{-0,2\tau}$$

$$\frac{1}{(p+0{,}8)^3}\risingdotseq\frac{\tau^2}{2}e^{-0,8\tau}$$

$$\frac{1}{(p+0{,}2)^3}\risingdotseq\frac{\tau^2}{2}e^{-0,2\tau}$$

Tích phân 1 cuộn:

$$x_2(\tau)=0{,}027\int_0^{\tau}\frac{\tau_1^2}{2}e^{-0,8\tau_1}.e^{-0,2(\tau-\tau_1)}d\tau_1-$$

$$-0{,}027\int_0^{\tau}\frac{\tau_1^2}{2}e^{-0,2\tau_1}.e^{-0,8(\tau-\tau_1)}d\tau_1$$

$$=0{,}027\int_0^{\tau}\frac{\tau_1^2}{2}e^{-0,6\tau_1-0,2\tau}d\tau_1-0{,}027\int_0^{\tau}\frac{\tau_1^2}{2}e^{0,6\tau_1-0,8\tau}d\tau_1$$

Tính toán các tích phân cho:

$$x_2(\tau)=0{,}075[e^{-0,2\tau}(\tau-0{,}3\tau^2)-e^{-0,8\tau}(\tau+0{,}3\tau^2)]$$

Do đó, gần đúng thứ hai cho:

$$x(\tau)=x_1(\tau)+x_2(\tau)=10(1-1{,}33e^{-0,2\tau}+0{,}33e^{-0,8\tau})+$$

$$+0{,}075[e^{-0,2\tau}(\tau-0{,}3\tau^2)-e^{-0,8\tau}(\tau+0{,}3\tau^2)]$$

So sánh $x_2(\tau)$ và $x_1(\tau)$ chỉ ra rằng tính toán hiệu chỉnh sâu $x_3(\tau)$ không là cần thiết.

322. Hàm truyền thông số của hệ điều chỉnh kín có dạng:

$$\Phi(p, t) = \frac{a}{p + a + bt + ct^2} \quad (1)$$

Hãy xác định hàm truyền của hệ khi thực hiện tác dụng đầu vào g(t) = g1(t).

Bài giải. Biểu diễn giá trị đầu vào theo Laplace.

$$G(p) = \frac{g_0}{p}$$

Biểu diễn đại lượng đầu ra bằng:

$$Y(p, t) = \Phi(p, t).\ G(p) = \frac{ag_0}{p(p + a + bt + ct^2)} \quad (2)$$

Nếu ở biểu thức (2) xác định thời gian t = const, trên cơ sở phụ lục 1 ta tìm được gốc,

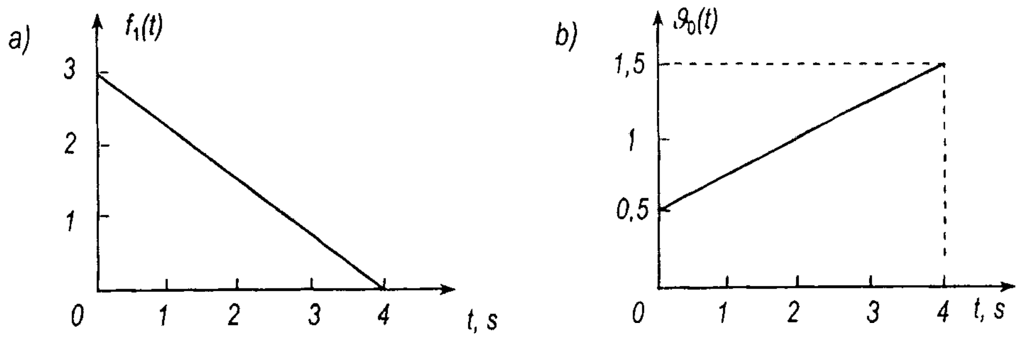
$$y(t) = \frac{ag_0}{a + bt + ct^2}\left[1 - e^{-(a+bt+ct^2)t}\right]$$

323. Bằng phương pháp đồ thị hãy xây dựng quá trình chuyển tiếp trong hệ được biểu diễn bằng phương trình vi phân:

$$a_0(t)\frac{dx}{dt} + a_1 x = f_1(t) \quad (1)$$

Đồ thị thay đổi tác dụng đầu vào $f_1(t)$ được biểu diễn trên hình 189a. Đồ thị thay đổi hệ số $a_0(t)$ cho ở hình 189b.

Hệ số a = 2. Giá trị ban đầu x = x = 1,5 ở t = 0.



Hình 189. *Các đồ thị cho bài 323.*

Bài giải.

Tất cả đại lượng của phương trình (1) chia cho a_1,

$$T(t)\frac{dx}{dt} + x = f(t) \quad (2)$$

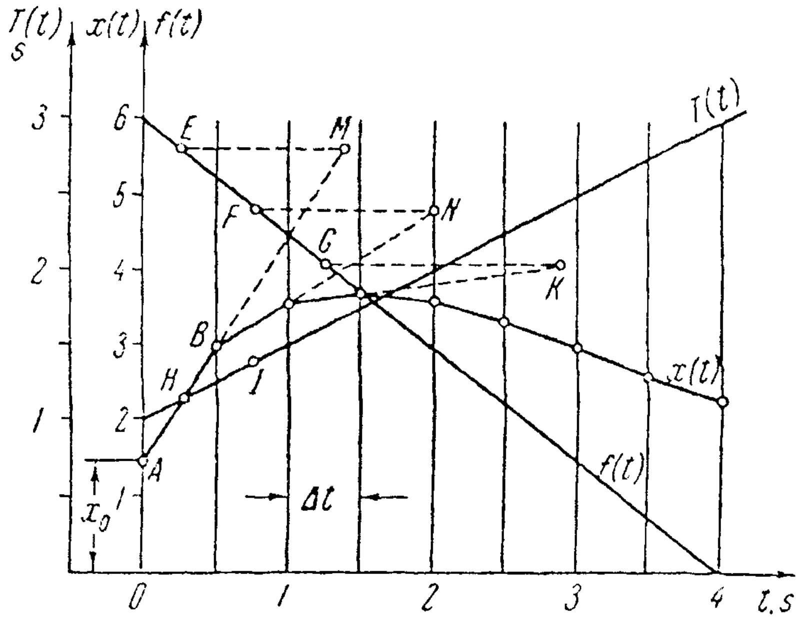
Ở đây:

$$T(t) = \frac{a_0(t)}{a_1} \qquad \text{và} \qquad f(t) = \frac{f_1(t)}{a_1}$$

Khi giải phương trình (2) bằng phương pháp đồ thị thời gian "không đổi" T(t) coi là không đổi trên đoạn t, t + Δt và bằng $T\left(t+\frac{\Delta t}{2}\right)$. Công thức để giải trong trường hợp này có dạng:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{f\left(t+\frac{\Delta t}{2}\right)-x(t)}{T\left(t+\frac{\Delta t}{2}\right)+\frac{\Delta t}{2}} \tag{3}$$

Quá trình xây dựng được đưa về dạng sau. Trên hình 190 ta đặt f(t) và T(t). Bước thời gian được chọn Δt = 0,5 s.



Hình 190. Xây dựng quá trình chuyển tiếp cho bài 323.

Từ điểm E của đường cong f(t), lấy ở giữa đoạn thứ nhất Δt, theo phương nằm ngang ta đặt đoạn EM = $T\left(\frac{\Delta t}{2}\right)$, mà giá trị của nó được lấy bằng toạ độ điểm H của đường cong T(t), có nghĩa cũng ở giữa đoạn thứ nhất Δt. Điểm M thu được nối bằng đường thẳng với điểm đầu đã cho của quá trình A. Ở kết quả ta thu được điểm B mới bằng đường cong cần tìm x(t). Tương tự ta lấy được toạ độ điểm I, được lấy ở dạng đoạn FN và vạch đường thẳng NB, cho điểm C mới của nghiệm x(t)...

8.2. ĐÁNH GIÁ ĐỘ ỔN ĐỊNH VÀ CHẤT LƯỢNG ĐIỀU CHỈNH

324. Hệ điều chỉnh được mô tả bằng phương trình vi phân:

$$a_0\frac{d^3y}{dt^3}+a_1\frac{d^2y}{dt^2}+a_2(t)\frac{dy}{dt}+a_3y=b_0g(t) \tag{1}$$

Các giá trị của các hệ số: $a_0 = 0{,}1\ s^3$, $a_1 = 4{,}2\ s^2$, $a_2(t) = (72 - 0{,}1t)\ s$, $a_3 = 400$ và $b_0 = 400$. Đánh giá gần đúng độ ổn định của hệ, nếu thời gian làm việc của nó T = 100 s.

Bài giải. Ta nghiên cứu hệ có các hệ số hãm ở t = 0 và ở t = T = 100 s. Trong các trường hợp này phương trình đặc trưng tương ứng với phương trình vi phân gốc (1) sẽ là:

$$0{,}1p^3 + 4{,}2p^2 + 72p + 400 = 0 \qquad (2)$$

$$0{,}1p^3 + 4{,}2p^2 + 62p + 400 = 0 \qquad (3)$$

Đối với phương trình (2) ta tìm các nghiệm: $p = 10\ s^{-1}$, $p_{2\text{-}3} = (-16 \pm j12)\ s^{-1}$. Độ ổn định $\eta = |p_1| = 10\ s^{-1}$. Thời gian của quá trình chuyển tiếp $t \approx 3\eta^{-1} = 0{,}3$ s.

Đối với phương trình (3) các nghiệm bằng $p = -25\ s^{-1}$, $p_{2\text{-}3} = (-8{,}8 \pm j8{,}7)\ s^{-1}$. Độ ổn định $\eta = 8{,}8\ s^{-1}$. Thời gian quá trình chuyển tiếp $t_n < 3\eta^{-1} = 0{,}34$ s.

Sau thời gian quá trình chuyển tiếp hệ số $a_2(t)$ được thay đổi tới giá trị $\Delta a_2 \approx 0{,}1.0{,}34 = 0{,}034$, điều đó gần bằng 0,05%. Do đó hệ có thể xem như giả ổn định. Đánh giá sự ổn định có thể theo hệ số hãm của phương trình đặc trưng. Nếu sử dụng tiêu chuẩn Gurvin, ta có:

$$a_1a_2(t) > a_0a_3$$

Thế các giá trị số cho

$$4{,}2\ (72 - 0{,}1t) > 40$$

Biểu thức cuối cùng được thực hiện ở thời gian bất kỳ nằm trong các khoảng $0 \le t \le 100$ s. Do đó, hệ ổn định.

325. Cho hàm khối lượng của hệ giả tĩnh:

$$\omega(t - \vartheta, \vartheta) = e^{-\alpha(\vartheta_0 - \vartheta)(t - \vartheta)},$$

ở đây $\vartheta_0 = 20$ s; $\alpha = 5\ s^{-2}$; t - thời gian trôi tính từ thời điểm mắc vào hệ; ϑ - thời điểm xảy ra bổ sung đầu vào.

Hãy xác định độ ổn định của hệ.

Đáp số:

Hàm khối lượng tiêu chuẩn dao động tắt dần và hệ là ổn định trong các giới hạn thời gian $0 \le t < \vartheta_0 = 20$ s. Khi $t > \vartheta_0$ nhiễu yếu bất kỳ ở đầu vào có thể gây ra sự tăng vô giới hạn của đại lượng đầu ra.

326. Hàm truyền tham số của hệ kín có dạng:

$$\Phi(p, t) = \frac{a}{p + a + bt + ct^2} \qquad (1)$$

Ở đây $a = 10\ s^{-1}$, $b = 0{,}1\ s^{-2}$ và $c = 0{,}01\ s^{-3}$. Hãy xác định các hệ số sai số $c_0(t)$, $c_1(t)$ và $c_2(t)$.

Bài giải. Ta tìm được hàm truyền của hệ kín đối với sai số:

$$\Phi_x(p, t) = 1 - \Phi(p, t) = \frac{p + bt + ct^2}{p + a + bt + ct^2} \qquad (2)$$

Nếu phân tích biểu thức cuối cùng thành chuỗi theo mức độ toán tử p, ta có:

$$\Phi_x(p, t) = \frac{bt + ct^2}{a + bt + ct^2} + \frac{ap}{(a + bt + ct^2)^2} - \frac{ap^2}{(a + bt + ct^2)^3} + \ldots$$

Từ đó có thể xác định các hệ số sai số:

$$c_0(t) = \frac{bt + ct^2}{a + bt + ct^2} = \frac{0,1t + 0,01t^2}{10 + 0,1t + 0,01t^2}$$

$$c_1(t) = \frac{a}{(a + bt + ct^2)^2} = \frac{10}{(10 + 0,1t + 0,01t^2)^2}$$

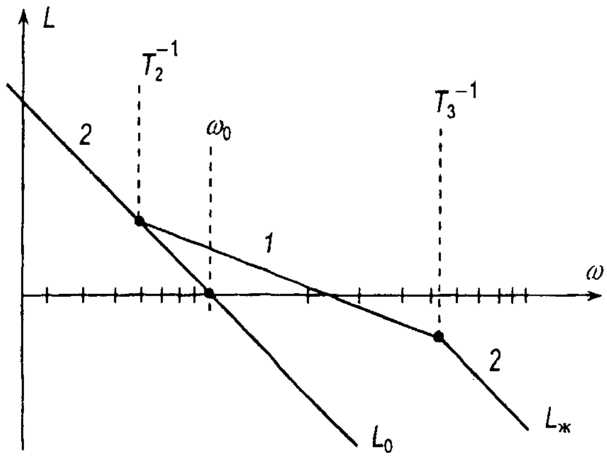
$$\frac{c_2(t)}{2} = \frac{a}{(a + bt + ct^2)^3} = \frac{10}{(10 + 0,1t + 0,01t^2)^3}$$

327. Đối tượng điều chỉnh cùng với cơ cấu thừa hành được mô tả bằng phương trình vi phân:

$$\frac{d^2y}{dt^2} = (b_0 + b_1t)x(t) \qquad (1)$$

ở đây y - đại lượng điều chỉnh, x = g – y - sai số, g - tác dụng đầu vào, $b_0 = 100\ s^{-2}$ và $b_1 = 0,1\ s^{-3}$. Nếu cho rằng hệ giả ổn định, hãy xác định các thiết bị hiệu chỉnh cần thiết, để trong các giới hạn thời gian làm việc của hệ $0 \le t < 1000$ s hệ kín có chỉ số dao động không vượt quá giá trị M = 1,5.

Bài toán giải bằng phương pháp hãm các hệ số.



Hình 191. Đ.B.L cho bài 327.

Bài giải. Hàm truyền của hệ hở ban đầu có hệ số hãm bằng:

$$W_0(p) = \frac{b_0 + b_1t}{p^2} = \frac{K}{p^2} \qquad (2)$$

Đ.B.L là đường thẳng có góc nghiêng –40 dB/dam(hình 191). Tần số cơ sở của Đ.B.L $\omega_0 = \sqrt{K}$.

Nếu sử dụng Đ.B.L loại 2 - 1 - 2 (xem phụ lục 19), ta thu được hàm truyền của hệ hở:

$$W_{yc}(p) = \frac{K(1 + T_2p)}{p^2(1 + T_3p)}$$

Các hằng số thời gian bằng:

$$T_2 = \frac{1}{\omega_0}\sqrt{\frac{M}{M-1}}$$

$$T_3 = \frac{T_2(M-1)}{M+1} = \frac{1}{\omega_0}.\frac{\sqrt{M(M-1)}}{M+1}$$

Hàm truyền của khâu hiệu chỉnh được biểu diễn ở dạng:

$$W_{hc}(p) = \frac{W_{yc}(p)}{W_0(p)} = \frac{1+T_2p}{1+T_3p}$$

Thế các giá trị gốc cho các quy luật yêu cầu của sự thay đổi các hằng số thời gian:

$$T_2 = \sqrt{\frac{3}{100+0{,}1t}}$$

$$T_3 = \frac{1}{5}\sqrt{\frac{3}{100+0{,}1t}}$$

Ở t = 0 các giá trị của các hằng số thời gian $T_2 = 0{,}173$ s và $T_3 = 0{,}0346$ s. Ở t = 1000 s, $T_2 = 0{,}123$ s và $T_3 = 0{,}0246$ s.

328. Hãy xác định hàm truyền của đối tượng cùng với cơ cấu thừa hành theo số liệu của bài toán trước bằng phương pháp phản ứng hãm.

Bài giải.

1) Sự hãm hàm khối lượng.

Ở phương trình (1) của bài toán trước cần thiết đặt $x(t) = \delta(t - \vartheta)$.

Khi đó:

$$\frac{dy}{dt} = \int_{\vartheta}^{t}(b_0 + b_1 t)\delta(t-\vartheta)dt = b_0 + b_1\vartheta \qquad (1)$$

$$y = \omega_0(t - \vartheta, \vartheta) = \int_{\vartheta}^{t}(b_0 + b_1\vartheta)dt$$

$$= (b_0 + b_1\vartheta)(t - \vartheta) = (b_0 + b_1\vartheta)\tau \qquad (2)$$

Nếu ở biểu thức cuối cùng xác định $\vartheta = \vartheta_0 = const$, ta tìm được $\omega_0(\tau) = (b_0 + b_1\vartheta_0)\tau$. Chuyển tới hàm truyền của đối tượng cho:

$$W_0(p) = L[(b_0 + b_1\vartheta_0)\tau] = \frac{b_0 + b_1\vartheta_0}{p^2} = \frac{K}{p^2} \qquad (3)$$

Hàm truyền này trùng với biểu thức (2) thu được trong bài 327. Vì vậy sử dụng hàm khối lượng hãm trong trường hợp đã cho không cho mới mẻ gì so với phương pháp các hệ số hãm.

2. Sự hãm của hàm chuyển tiếp.

Ở biểu thức (1) của bài 327 ta đặt $x(t) = (t - \vartheta)$. Khi đó, nếu đặt $t - \vartheta = \tau$, ta có:

$$\frac{dy}{dt} = \int_0^\tau [b_0 + b_1(\vartheta + \tau)] \cdot 1(\tau)d\tau = b_0\tau + b_1\vartheta\tau + \frac{b_1\tau^2}{2} \qquad (4)$$

$$y = h_0(t - \vartheta, \vartheta) = \int_0^\tau \left(b_0\tau + b_1\vartheta\tau + \frac{b_1\tau^2}{2} \right) d\tau$$

$$= \frac{b_0\tau^2}{2} + \frac{b_1\vartheta\tau^2}{2} + \frac{b_1\tau^3}{6} \qquad (5)$$

Nếu lấy độ dịch chuyển $\vartheta = \vartheta_0 = \text{const}$, ta có hàm chuyển tiếp hãm $h_0(\tau) = \frac{b_0\tau^2}{2} + \frac{b_2\vartheta_0\tau^2}{2} + \frac{b_1\tau^3}{6}$. Nếu tích phân nó theo τ, ta thu được hàm khối lượng hãm $\omega_0(\tau) = (b_0 + b_1\vartheta_0)\tau + \frac{b_1\tau^2}{2}$. Hàm truyền của đối tượng:

$$W_0(p) = L\left[(b_0 + b_1\vartheta_0)\tau + \frac{b_1\tau^2}{2} \right]$$

$$= \frac{b_0 + b_1\vartheta_0}{p^2} + \frac{b_1}{p^3} = \frac{b_1(1 + T_0 p)}{p^3} \qquad (6)$$

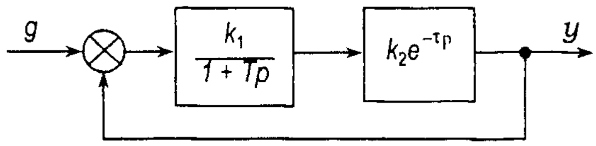
ở đây $T_0 = \frac{b_0 + b_1\vartheta_0}{b_1}$, có trong các giới hạn từ 1000 s ở $\vartheta_0 = 0$ tới 2000 s ở $\vartheta_0 = 1000$ s.

Chương 9

CÁC HỆ CÓ TRỄ VÀ VỚI CÁC THÔNG SỐ PHÂN BỐ

9.1. CÁC HỆ CÓ ĐỘ TRỄ TỨC THỜI

329. Sơ đồ cấu trúc của hệ tự động có dạng được chỉ ra trên hình 192. Hãy xác định ở giá trị nào của hệ số khuếch đại chung của hệ hở $K = k_1k_2$ hệ kín ổn định ở bất kỳ giá trị nào của hằng số thời gian T và thời gian trễ τ.



Hình 192. *Sơ đồ cấu trúc cho các bài 329 và 330.*

Đáp số: $K \le 1$.

330. Đối với hệ điều khiển tự động, mà sơ đồ cấu trúc của nó được chỉ ra trên hình 192, hãy xác định thời gian trễ tới hạn τ_k. Hệ số khuếch đại chung của hệ hở $K = k_1k_2$. Hằng số thời gian T = 0,5 s.

Bài giải. Hàm truyền theo tần số của hệ hở bằng

$$W(j\omega) = \frac{Ke^{-j\omega\tau}}{1 + j\omega T}$$

ở đây $K = k_1k_2$.

Tần số cắt ω_c, mà ở đó Đ.B.P của hệ hở cắt vòng tròn có bán kính 1 đơn vị, được xác định từ điều kiện:

$$|W(j\omega_c)| = 1 \qquad (1)$$

Từ phương trình (1) ta có:

$$\omega_c = \frac{\sqrt{K^2 - 1}}{T}$$

Thời gian trễ tới hạn τ_k được xác định từ điều kiện đẳng thức đặc tính tần số pha (Đ.B.P) của hệ hở ở tần số $\omega = \omega_c$ bằng giá trị $-\pi$.

$$\psi(\omega_c) = -\operatorname{arctg}\omega_c T - \omega_c\tau_k = -\pi$$

Từ phương trình cuối cùng ta tìm được:

$$\tau_k = \frac{\pi - \operatorname{arctg}\omega_c T}{\omega_c} = \frac{\pi - \operatorname{arctg}\sqrt{K^2 - 1}}{\sqrt{K^2 - 1}}T = 0,18 \text{ s}$$

331. Hàm truyền của hệ điều khiển tự động có dạng:

$$W_0(p) = \frac{K}{p(1 + Tp)}$$

ở dây $K = 20s^{-1}$ - hệ số khuếch đại chung của hệ hở, $T = 0,1$ s - hằng số thời gian. Sau đó tới kênh điều khiển có mắc khâu trễ thuần tuý có hàm số truyền $e^{-\tau p}$, ở đây τ - thời gian trễ. Yêu cầu tìm thời gian trễ tới hạn τ_k, mà ở đó hệ kín của điều khiển tự động nằm ở biên độ ổn định, và tần số dao động không tắt dần ω_k.

Đáp số: $\omega_k = 12,5\ s^{-1}$, $\tau_k = 0,11$ s.

332. Giải bài trước, nếu hằng số thời gian T = 0.

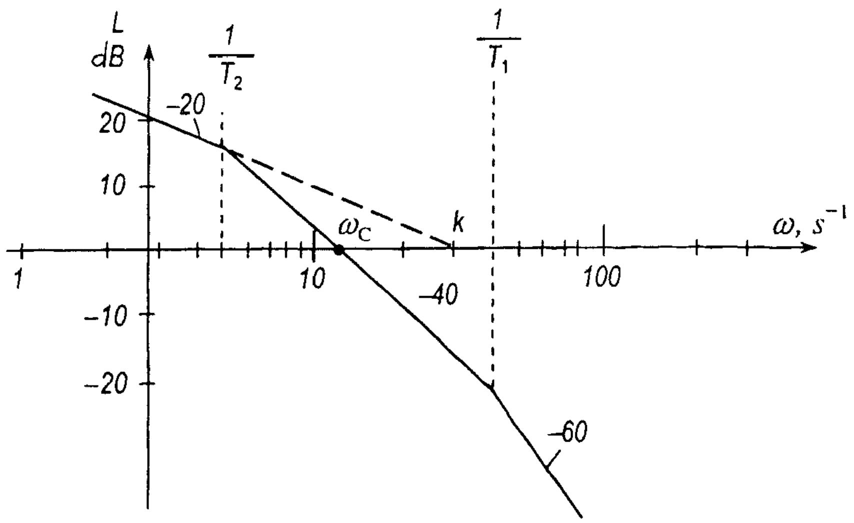
Đáp số: $\omega_k = 20\ s^{-1}$, $\tau_k = 0,78$ s.

333. Hàm truyền của hệ hở có dạng:

$$W(p) = \frac{Ke^{-\tau p}}{p(1+T_1p)(1+T_2p)}$$

Nhờ các đặc tính tần số lôgarit (Đ.T.L) hãy xác định thời gian trễ tới hạn τ_k, nếu hệ sô khuếch đại của hệ hở $K = 30\ s^{-1}$, các hằng số thời gian $T_1 = 0,025$ s và $T_2 = 0,2$ s.

Bài giải. Đ.B.L tiệm cận của hệ được thể hiện trên hình 193. Tần số cắt của hệ hở $\omega_c = 12,6\ s^{-1}$. Đặc tính tần số pha (Đ.T.P) ở tần số $\omega = \omega_c$ và thời gian trễ tới hạn τ_k cần cắt đường $\psi = -\pi$.



Hình 193. *Đ.B.L tiệm cận cho bài 333.*

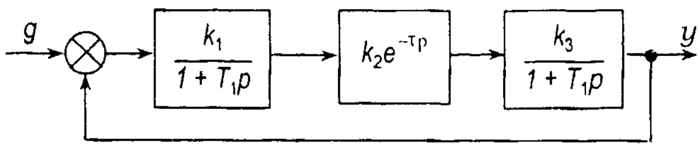
Vì vậy:

$$\psi(\omega_c) = -\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}\omega_c T_1 - \operatorname{arctg}\omega_c T_2 - \omega_c \tau_k = -\pi$$

Từ đó ta tìm được:

$$\tau_k = \frac{\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}\omega_c T_1 - \operatorname{arctg}\omega_c T_2}{\omega_c} = 4,8.10^{-2} s$$

334. Hãy xác định thời gian trễ tới hạn τ_k của hệ, mà sơ đồ cấu tạo của nó được thể hiện trên hình 194.



Hình 194. Sơ đồ cấu tạo cho bài 334.

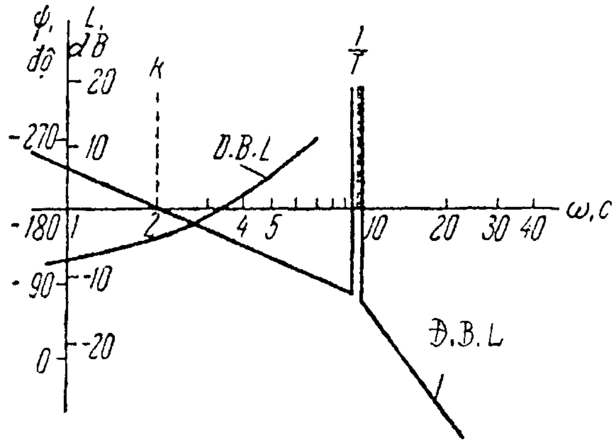
Hệ số khuếch đại chung của hệ hở $K = k_1k_2k_3 = 5$, các hằng số thời gian của các khâu không chu kỳ $T_1 = 5$ s và $T_2 = 0,4$ s.

Đáp số: $\tau_k = 1,4$s.

335. Hàm truyền của hệ hở có dạng:

$$W_0(p) = \frac{K}{p(1+T^2p^2)}$$

ở đây $K = 2\ s^{-1}$, $T = 0,1$ s. Để đạt được độ ổn định của hệ tới kênh điều khiển ta đưa tuần tự khâu trễ có hàm truyền $e^{-\tau p}$. Hãy xác định ở các giá trị nào của thời gian trễ τ hệ kín hoàn toàn ổn định.



Hình 195. Đ.B.L và Đ.T.L cho bài 335.

Bài giải. Hàm truyền hợp thành của hệ hở:

$$W(p) = W_0(p)e^{-\tau p} = \frac{Ke^{-\tau p}}{p(1+T^2p^2)}$$

Đ.B.L tiệm cận của hệ được thể hiện trên hình 195. Hệ kín sẽ ổn định, nếu Đ.B.L cắt đường $\psi = -\pi$, ở dải các tần số $K \div \frac{1}{T}$.

Các giá trị thời gian trễ tới hạn τ_k được tìm từ các phương trình sau:

$$-\frac{\pi}{2} - K\tau_{max} = -\pi, \quad -\frac{\pi}{2} - \frac{1}{T}\tau_{K\,min} = -\pi$$

Suy ra:

$$\tau_{Kmax} = \frac{\pi}{2K} = 0,79 \text{ s} \qquad \tau_{Kmin} = \frac{\pi}{2}T = 0,16 \text{ s}$$

Hệ kín ổn định, nếu thực hiện bất đẳng thức sau: $0,16s < \tau < 0,79s$.

336. Hàm truyền của hệ hở có dạng:

$$W(p) = \frac{Ke^{-\tau p}}{T_2^2p^2 + T_1p + 1}$$

ở đây $K = 0,5$, $T_2 = 1\ s^2$, $T_1 = 0,25$ s.

Hãy xác định độ ổn định của hệ kín ở các giá trị thời gian trễ τ sau: a) $\tau = 0$; b) $\tau = 0,3$ s; c) $\tau = 2$s; d) $\tau = 5$ s.

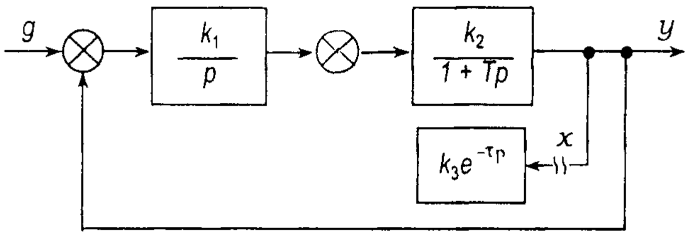
Đáp số:

a) Hệ ổn định; b) Hệ ổn định; c) Hệ không ổn định; d) Hệ ổn định.

337. Sơ đồ cấu tạo của hệ tự động được thể hiện trên hình 196. Các hệ số truyền của các khâu tương ứng bằng $k_1 = 1\ s^{-1}$, $k_2 = 0,125$, $k_3 = 1$. Hằng số thời gian $T = 2$ s. Thời gian trễ $\tau = 0,2$ s.

Hãy xác định độ ổn định của hệ theo tiêu chuẩn Naicvista. Sự ngắt mạch của hệ thực hiện ở điểm x (xem hình 196).

Đáp số: Hệ ổn định.



Hình 196. *Sơ đồ cấu trúc cho bài 337.*

338. Hàm truyền của hệ hở với độ trễ có dạng:

$$W(p) = \frac{K(1+T_1p)}{p^2(1+T_2p)}e^{-\tau p}$$

ở đây $T_1 = 0,5$ s; $T_2 = 0,2$ s; $\tau = 0,3$ s.

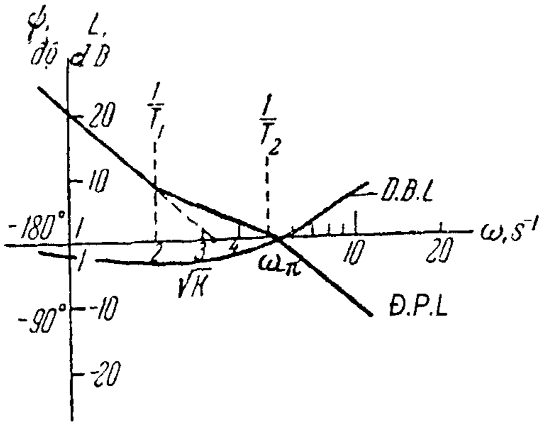
Hãy xác định các giá trị của hệ số khuếch đại chung của hệ hở K, mà ở chúng hệ kín ổn định.

Bài giải. Đặc tính tần số pha (Đ.T.P) của hệ được xác dịnh theo biểu thức sau:

$$\psi(\omega) = -180^0 + \text{arctg}\omega T_1 - \text{arctg}\omega T_2 - \omega\tau\frac{180^0}{\pi} \qquad (1)$$

và thể hiện trên hình 197. Mạch kín ổn định, nếu Đ.B.L cắt đường L = 0 bên trái điểm giao nhau $\psi(\omega)$ đường $\psi = -180^0$. Ở trường hợp tới hạn Đ.B.L giao đường L = 0 ở tần số $\omega_{-\pi}$. Ta dựng đường Đ.B.L tiệm cận sao cho nó cắt đường L = 0 ở tần số $\omega_{-\pi}$. Điểm giao nhau tiệm cận tần số thấp của Đ.B.L với trục tần số bằng $\sqrt{K_k} = 3,5\ s^{-1}$

Từ đó ta tìm được $K_k = 3,5^2 = 12,2\ s^{-2}$ Đ.B.L. Tiệm cận ở điểm gãy lệch với Đ.B.L thực khoảng 3 dB. Vì vậy cuối cùng ta có $K_k = \sqrt{2}.12,2 = 17\ s^{-2}$. Hệ kín ổn định ở $0 < K < 17\ s^{-2}$.



Hình 197. *Đ.B.L tiệm cận và Đ.P.L cho bài 338.*

339. Hàm truyền của hệ hở có dạng:

$$W(p) = \frac{Ke^{-\tau p}}{p(1+Tp)}$$

ở đây $K = 10\ s^{-1}$, $T = 0,05$ s, τ - thời gian trễ.

Hãy xác định giá trị thời gian trễ cho phép τ_D, mà ở nó chỉ số dao động của hệ không vượt quá M = 1,1.

Bài giải. Chỉ số dao động của hệ không vượt quá giá trị đã cho M, nếu thực hiện điều kiện sau:

$$K(T+\tau) \le \frac{M^2 + M\sqrt{M^2-1}}{2}$$

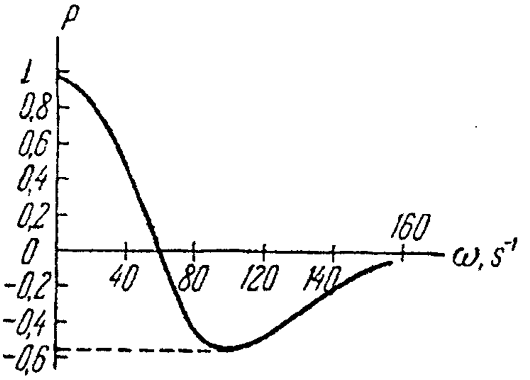
Từ bất đẳng thức ta thu được biểu thức đối với thời gian trễ cho phép:

$$\tau_D = \frac{M^2 + M\sqrt{M^2-1} - 2KT}{2K} = 0{,}036 \text{ s}$$

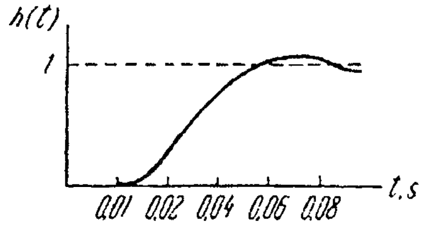
340. Hãy xác định độ dự trữ ổn định theo pha và tần số cắt của hệ hở ở các điều kiện bài toán trước. Các giá trị của các hệ số: hệ số khuếch đại chung K = 10 s^{-1}, T = 0,05 s, τ = 0,036 s.

Đáp số:

Độ dự trữ ổn định theo pha $\mu = 42{,}5^0$. Tần số cắt $\omega_c = 10\ s^{-1}$.



Hình 198. Đặc tính tần số thực cho bài 341.



Hình 199. Hàm chuyển tiếp cho bài 341.

341. Hãy xây dựng hàm chuyển tiếp của hệ, mà hàm truyền của nó có dạng:

$$\Phi(p) = \frac{Ke^{-\tau p}}{P + Ke^{-\tau p}}$$

ở đây K = 40 s^{-1}, $\tau = 12{,}5.10^{-3}$ s.

Bài giải. Đặc tính biên độ pha (Đ.B.P) của hệ bằng:

$$\Phi(j\omega) = \frac{Ke^{-j\omega\tau}}{j\omega + Ke^{-j\omega\tau}} = \frac{K(\cos\omega\tau - j\sin\omega\tau)}{j\omega + K(\cos\omega\tau - j\sin\omega\tau)}$$

Đặc tính tần số thực tương ứng bằng

$$P(\omega) = \mathrm{Re}\Phi(j\omega) = \frac{K^2 - K\omega\sin\omega\tau}{K^2 + \omega^2 - 2K\omega\sin\omega\tau} \qquad (1)$$

Đặc tính tần số thực được xây dựng theo biểu thức (1) đối với K = 40 s^{-1} và $\tau = 12{,}5.10^{-3}$ s, được thể hiện trên hình 198.

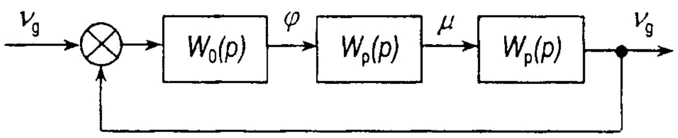
Theo đặc tính tần số thực bằng phương pháp hình thang ta xây dựng hàm chuyển tiếp (hình 199).

9.2. CÁC HỆ CÓ CÁC THÔNG SỐ PHÂN BỐ

342. Sơ đồ cấu tạo của hệ điều khiển tuabin thuỷ lực có dạng được biểu diễn trên hình 200. ν, ν_D và μ - tương ứng là các đại lượng mômen phụ tải tuabin, mômen phát động bởi tuabin, vận tốc góc quay của tuabin và sự dịch chuyển của bộ điều chỉnh. Hàm truyền đường ống dẫn thu được có kể đến các hiện tượng sóng bằng:

$$W_T(p) = \frac{1 - 2\gamma\,\mathrm{th}\,\tau p}{1 + \gamma\,\mathrm{th}\,\tau p}$$

Hàm truyền của tuabin $W_0(p) = \dfrac{k_0}{1 + T_0 p}$, hàm truyền của bộ điều chỉnh không quán tính $W_0(p) = \dfrac{1}{\delta}$, $\delta = 0{,}05$, $T_0 = 6s$, $k_1 = 1$, $\gamma = 0{,}05$.



Hình 200. Sơ đồ cấu trúc của hệ điều khiển tuabin thuỷ lực.

Hãy xác định thời gian trễ tới hạn τ_k, tương ứng với biên độ ổn định của hệ.

Bài giải. Hàm truyền của hệ hở bằng:

$$W(p) = \frac{k_0}{\delta(1 + T_0 p)} \cdot \frac{1 - 2\gamma\,\mathrm{th}\,\tau p}{1 + \gamma\,\mathrm{th}\,\tau p} = \frac{1 - 2\gamma\,\mathrm{th}\,\tau p}{\delta(1 + T_0 p)(1 + \gamma\,\mathrm{th}\,\tau p)}$$

Phương trình đặc trưng của hệ kín được viết ở dạng:

$$\delta(1 + T_0 p)\,(1 + \gamma\,\mathrm{th}\tau p) + 1 - 2\gamma\,\mathrm{th}\,\tau p = 0$$

Sau khi thay thế th τp cho $\dfrac{e^{\tau p} - e^{-\tau p}}{e^{\tau p} + e^{\tau p}}$ và các biến đổi đơn giản phương trình đặc tính của hệ đơn biểu diễn ở dạng sau:

$$1 - 2\gamma + (1 + \gamma)\delta + (1 + \gamma)\,\delta T_0 p +$$
$$+ [1 + 2\gamma + (1 - \gamma)\delta + (1 - \gamma)\,\delta T_0 p]\,e^{-2\tau p} = 0$$

Hàm truyền tương đương của hệ hở (độ tương đương được hiểu trong nghĩa đồng nhất các phương trình đặc trưng của hệ kín) bằng:

$$W_e(p) = \frac{1 + 2\gamma + (1 - \gamma)\delta + (1 - \gamma)\delta T_0 p}{1 - 2\gamma + (1 + \gamma)\delta + (1 + \gamma)\delta T_0 p}\,e^{-2\tau p}$$

$$= 1{,}46\,\frac{1 + 0{,}22p}{1 + 0{,}38p}\,e^{-2\tau p}$$

Hàm truyền tần số tương đương của hệ hở có dạng:

$$W_e(j\omega) = 1{,}46\,\frac{1 + 0{,}22(j\omega)}{1 + 0{,}38(j\omega)}\,e^{-j2\omega\tau} \qquad (1)$$

Tần số cắt tương ứng với môđun (1), bằng 1 đV có giá trị:

$$\omega_c = \sqrt{\frac{1{,}46^2 - 1}{0{,}38^2 - (0{,}22.1{,}46)^2}} = 5{,}3\ s^{-1}$$

ở $\tau = \tau_k$ sự dịch chuyển pha ở tần số $\omega = \omega_c$ cần bằng $-\pi$. Vì vậy:

$$\text{arctg}\,(0{,}22\,.\,5{,}3) - \text{arctg}\,(0{,}38\,.\,5{,}3) - 2\,.\,5{,}3\,\tau_k = -\pi$$

Từ phương trình cuối cùng ta có:

$$\tau_k = \frac{\pi - \text{arctg}(0{,}22.5{,}3) + \text{arctg}(0{,}38.5{,}3)}{2.5{,}3} = 0{,}27\ \text{s}$$

343. Hãy tìm giá trị đối với thời gian trễ của hệ được nghiên cứu ở bài toán trước, nếu:

$$W_0(p) = \frac{1}{T_0 p},\ T_0 = 10\ \text{s},\ \delta = 0{,}05,\ \gamma = 2$$

Đáp số:

$$\tau_k = \frac{\delta T_0 \text{arctg}\dfrac{2\sqrt{2}\gamma}{2\gamma^2 - 1}}{2\sqrt{2}} = 0{,}12\text{s}.$$

344. Hãy xác định tần số cắt của hệ hở và độ dự trữ ổn định theo pha đối với hệ được nghiên cứu ở bài 342. Hàm truyền của đối tượng $W_0(p) = \dfrac{k_0}{1 + T_0 p}$, hàm truyền của đường ống dẫn $W_T = \dfrac{1 - 2\gamma\,\text{th}\,\tau p}{1 + \gamma\,\text{th}\,\tau p}$, hàm truyền của bộ điều chỉnh $w_p(p) = \dfrac{k_p(1 + T_1 p)}{p(1 + T_2 p)}$. Các giá trị của các hệ số truyền của tuabin $k_0 = 20$; hằng số thời gian của tuabin $T_0 = 31{,}5$ s; thời gian trễ $\tau = 0{,}95$ s; $\gamma = 0{,}03$; hệ số truyền của bộ điều chỉnh $k_p = 0{,}77\ \text{s}^{-1}$; các hằng số thời gian của bộ điều chỉnh $T_1 = 12{,}5$ s, $T_2 = 0{,}48$ s.

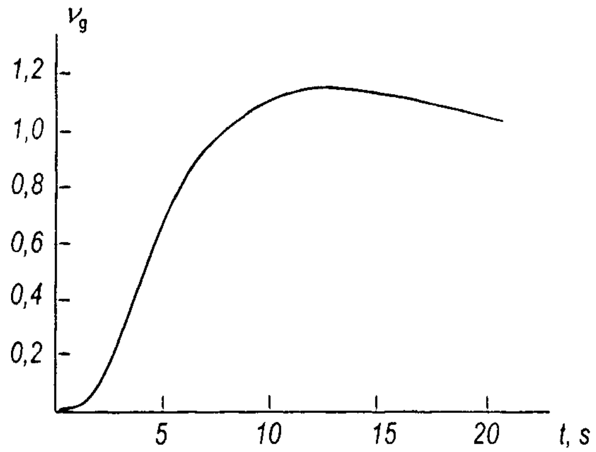
Đáp số:

Tần số cắt của hệ hở $\omega_c = 0{,}6\ \text{s}^{-1}$, độ dự trữ ổn định theo pha $\mu = 66^0$

345. Nhờ các đặc tính tần số thực hãy xây dựng quá trình chuyển tiếp ở hệ được nghiên cứu trong bài toán trước, khi tạo ra tác động nhiễu dưới dạng hàm bậc duy nhất tới đầu vào của hệ.

Đáp số:

Đồ thị của quá trình chuyển tiếp được biểu diễn trên hình 201.



***Hình 201.** Quá trình chuyển tiếp cho bài 345.*

Chương 10

CÁC HỆ XUNG

10.1. CÁC HÀM PHÂN TÁN VÀ CÁC PHƯƠNG TRÌNH CỦA HỆ XUNG

346. Hãy tính biến đổi z đối với hàm thời gian:

$$f(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$$

được xác định đối với $t \geq 0$. Chu kỳ phân tán $T_0 = 0,1$ s. Các giá trị của các hệ số: $a_0 = 1$, $a_1 = 2\ s^{-1}$ và $a_2 = 4\ s^{-2}$.

Bài giải. Tương ứng với phụ lục 2 ta có:

$$F(z) = \frac{a_0 z}{z-1} + \frac{a_1 T_0 z}{(z-1)^2} + \frac{a_2 T_0^2 z(z+1)}{(z-1)^3}$$

Thế các giá trị số cho:

$$F(z) = \frac{z}{z-1} + \frac{0,2z}{(z-1)^2} + \frac{0,04z(z+1)}{(z-1)^3}$$

347. Hãy tính biến đổi x đối với hàm thời gian, mà biểu diễn Laplace của nó:

$$L\{f(t)\} = \frac{K}{p(1+T_1 p)}$$

Bài giải. Ta phân tách ra các phân số đơn giản:

$$\frac{K}{p(1+T_1 p)} = \frac{K}{p} - \frac{KT_1}{1+T_1 p}$$

Tương ứng với phụ lục 2 ta có:

$$F(z) = \frac{Kz}{z-1} - \frac{Kz}{z-d} = \frac{K(1-d)z}{(z-1)(z-d)}$$

ở đây $d = e^{-\frac{T_0}{T_1}}$, còn T_0 - chu kỳ phân tán.

348. Hãy tính biến đổi z đối với hàm thời gian, mà biến đổi Laplace:

$$L\{f(t)\} = \frac{K}{p^2(1+T_1 p)}$$

Các số liệu ban đầu: $K = 2\ s^{-1}$, $T_1 = 0,1$ s, chu kỳ phân tán $T_0 = 0,5$ s.

Đáp số:

$$F(z) = \frac{KT_0 z}{(z-1)^2} - \frac{KT_1 z}{z-1} + \frac{KT_1 z}{z-d} = \frac{z}{(z-1)^2} - \frac{0,2}{z-1} + \frac{0,2}{z-0,0067}$$

ở đây $d = e^{-\frac{T_0}{T_1}} = e^{-5} = 0,0067$.

349. Hãy tính biến đổi z của hàm thời gian:

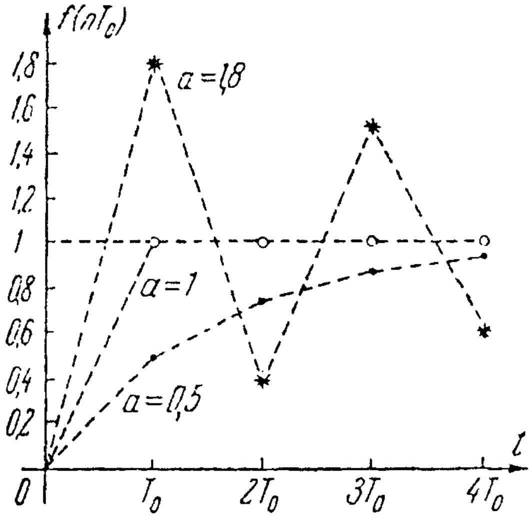
$$f(t) = A\sin\omega t = 10\sin\omega t$$

ở ba trường hợp:

1) $\omega = -\dfrac{\pi}{4T_0}$;

2) $\omega = \dfrac{\pi}{2T_0}$;

3) $\omega = \dfrac{\pi}{T_0}$.



Hình 202. Các hàm phân tán thời gian.

Đáp số:

1) $F(z) = \dfrac{7z}{z^2 - 1,4z + 1}$;

2) $F(z) = \dfrac{10z}{z^2 + 1}$;

3) $F(z) = 0$.

350. Cho biến đổi z của hàm thời gian phân tán:

$$F(z) = \frac{aT_0 z}{(z-1)^2}$$

ở đây T_0 - chu kỳ phân tán. Hãy xác định hàm thời gian ban đầu ở các điểm $t = nT_0$ $(n = 0, 1, 2, \ldots)$.

Bài giải. Chia tử số cho mẫu số cho chuỗi vô hạn (chuỗi Loran):

$$F(z) = aT_0\left(\frac{1}{z} + \frac{2}{z} + \frac{3}{z} + \ldots + \frac{n}{z^n} + \ldots\right)$$

Từ đó có thể thu được:

$$f(nT_0) = anT_0 = a\,t\big|_{t=nT_0}$$

351. Cho biến đổi z của hàm thời gian phân tán:

$$F(z) = \frac{az}{(z-1+a)(z-1)}$$

Bằng phân tích ra chuỗi Loran ta xây dựng hàm thời gian ban đầu ở các điểm $t = nT_0$ $(n = 0, 1, 2, \ldots)$ đối với ba trường hợp:

1) $a = 1$, 2) $a = 1,8$ và 3) $a = 0,5$.

Đáp số: Xây dựng bằng đồ thị trên hình 202.

352. Cho biến đổi z của hàm thời gian phân tán:

$$F(z) = \frac{z}{z^2 - 1{,}5z + 0{,}5} \qquad (1)$$

Hãy tìm hàm thời gian lưới ban đầu bằng cách phân tách ra các phân số đơn giản.

Bài giải. Ta tìm các nghiệm của phương trình:

$$z^2 - 1{,}5z + 0{,}5 = 0$$

Giá trị của các nghiệm $z_1 = 1$ và $z_2 = 0{,}5$. Tiếp theo ta biểu diễn F(z) ở dạng các phân số đơn giản:

$$F(z) = \frac{z}{(z-1)(z-0{,}5)} = 2\left(\frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-0{,}5}\right) \qquad (2)$$

Số hạng thứ nhất ở biên phải (2) tương ứng với gốc $1(nT_0)$, còn thứ hai $-e^{-\alpha nT_0}$, ngoài ra $d = e^{-\alpha T_0} = z_2$ (xem phụ lục 2). Vì vậy có thể viết cho gốc:

$$f(nT_0) = 2\left[1(nT_0) - e^{-\alpha nT_0}\right] = 2(z_1^n - z_2^n) = 2(1 - 0{,}5^n)$$

353. Hãy tìm biến đổi z cho hàm thời gian:

$$f(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$$

được xác định ở $t \geq 0$ ở các thời điểm phân tán $t = (n + \varepsilon)T_0$. Các số liệu ban đầu $a_0 = 1$, $a_1 = 2\ s^{-1}$, $a_2 = 3\ s^{-2}$, $T_0 = 1$ s, $\varepsilon = 0{,}5$.

Đáp số:

$$F(z) = \frac{a_0 z}{z-1} + \frac{a_1 T_0 z}{(z-1)^2} + \frac{a_1 \varepsilon T_0 z}{z-1} + \frac{2a_2 T_0^2 z}{(z-1)^3} +$$

$$+ \frac{a_2(1+2\varepsilon)T_0^2 z}{(z-1)^2} + \frac{a_2 \varepsilon^2 T_0^2 z}{(z-1)} = \frac{2{,}75z}{(z-1)} + \frac{8z}{(z-1)^2} + \frac{6z}{(z-1)^3}$$

354. Hãy tìm biến đổi ω của hàm thời gian:

$$f(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$$

được xác định để $t \geq 0$. Chu kỳ phân tán $T_0 = 1$ s, $a_0 = 1$, $a_1 = 1\ s^{-1}$ và $a_2 = 1\ s^{-2}$.

Bài giải. Tương ứng với phụ lục 2 ta tìm được biến đổi z của hàm ban đầu đối với các thời điểm phân tán nT_0 (n = 0, 1, 2, ...):

$$F(z) = \frac{a_0 z}{z-1} + \frac{a_1 T_0 z}{(z-1)^2} + \frac{a_0 T_0^2 z(z+1)}{(z-1)^3}$$

Nếu sử dụng thế $z = \dfrac{1+\omega}{1-\omega}$, ta thu được:

$$F^*(\omega) = \frac{a_0(1+\omega)}{2\omega} + \frac{a_1 T_0(1-\omega^2)}{4\omega^2} + \frac{a_2 T_0^2(1-\omega^2)}{4\omega^3}$$

$$= \frac{1+\omega}{2\omega} + \frac{1-\omega^2}{4\omega^2} + \frac{1-\omega^2}{4\omega^3} = \frac{1+\omega+\omega^2+\omega^3}{4\omega^3}$$

355. Cho biến đổi ω của hàm thời gian phân tán:

$$F^*(\omega) = \frac{aT_0^2(1-\omega^2)\omega}{4\omega^3}$$

ở đây a = 5 s^{-2}, còn T_0 = 1 s.

Hãy xác định hàm thời gian ban đầu phân tán.

Bài giải. Nếu sử dụng thế $\omega = \frac{z-1}{z+1}$, ta tìm biến đổi z của hàm thời gian:

$$F(z) = \frac{aT_0^2\left[1-\left(\frac{z-1}{z+1}\right)^2\right]}{4\left(\frac{z-1}{z+1}\right)^3} = \frac{aT_0^2 z(z+1)}{(z-1)^3}$$

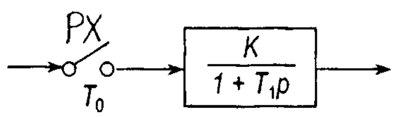
Tương ứng với phụ lục 2 ta có:

$$f(nT_0) = a\,t^2\Big|_{t=nT_0}$$

356. Trên hình 203 ta biểu diễn bộ lọc xung. Phần tử xung PX phát các xung hình chữ nhật của khoảng thời gian tương đối γT_0, ở đây γ = 0,05, còn chu kỳ lặp T_0 = 1 s. Hàm truyền của phần không liên tục:

$$W_0 = \frac{K}{(1+T_1p)} \qquad (1)$$

ở đây K = 10, còn T_1 = 0,5 s.



Hình 203. *Bộ lọc xung cho bài 356.*

Hãy xác định hàm truyền của bộ lọc đồng thời với phần tử xung, nếu cho rằng tuần tự các xung ở đầu ra của phần tử xung có thể thay thế bằng trình tự của hàm δ.

Bài giải. Hàm truyền bằng:

$$W(z) = \gamma T_0 \sum_{k=0}^{\infty} \omega_0(kT_0)z^{-k} = \gamma T_0 Z\{\omega_0(kT_0)\} \qquad (2)$$

ở đây $\omega_0(kT)$ - hàm khối lượng của phần tử liên tục $\omega_0(t)$ khi thay thế $t = kT_0$, $z = e^{pT_0}$ còn $Z\{\omega_0(kT_0)\}$ biểu diễn biến đổi z của hàm khối lượng.

Đối với phần liên tục đang xét hàm khối lượng:

$$\omega_0(t) = L^{-1}\left\{\frac{K}{1+T_1p}\right\} = \frac{K}{T_1}e^{-\frac{t}{T_1}} \qquad (3)$$

Tương ứng với phụ lục 2 ta có:

$$Z\left\{\frac{K}{T_1}e^{-\frac{t}{T_1}}\right\} = \frac{K}{T_1}\cdot\frac{z}{z-d} \qquad (4)$$

ở đây $d = e^{-\frac{T_0}{T_1}}$. Ở kết quả ta thu được hàm truyền cần tìm:

$$W(z) = \frac{\gamma K T_0}{T_1} \cdot \frac{z}{z-d} \tag{5}$$

Sau khi thế các giá trị số ta có:

$$W(z) = \frac{0{,}05.10.1}{0{,}5} \cdot \frac{z}{z-e^{-2}} = \frac{z}{z-0{,}135} \tag{6}$$

357. Hãy xây dựng đặc tính tần số biên độ pha đối với bộ lọc xung được đưa ra ở bài toán trước.

Bài giải. Ở biểu thức (6) của bài toán trước cần thiết thế $z = e^{j\omega T_0} = \cos\omega T_0 + j\sin\omega T_0$. Ở kết quả ta thu được hàm truyền tần số của bộ lọc.

$$W(e^{j\omega T_0}) = \frac{e^{j\omega T_0}}{e^{j\omega T_0} - 0{,}135} = \frac{\cos\omega T_0 + j\sin\omega T_0}{\cos\omega T_0 - 0{,}135 + j\sin\omega T_0}$$

Môđun của biểu thức này:

$$\left|W(e^{j\omega T_0})\right| = \frac{1}{\sqrt{1 + 0{,}135^2 - 0{,}27\cos\omega T_0}}$$

và pha:

$$\psi = \omega T_0 - \text{arctg}\frac{\sin\omega T_0}{\cos\omega T_0 - d}$$

Đ.B.P là vòng tròn (hình 204). Ở $\omega = 0$, cũng như ở $\omega T_0 = 2n\pi$, ở đây n - số nguyên, bằng:

$$A_0 = \frac{1}{1-d} = \frac{1}{1-0{,}135} = 1{,}15$$

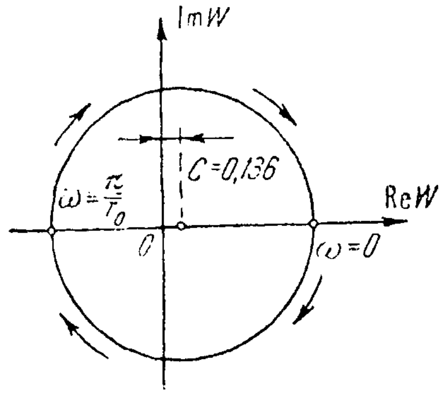
và:

$$\psi_0 = 0$$

Ở $\omega T_0 = (2n-1)\pi$ môđun và pha

$$A_1 = \frac{1}{1+d} = \frac{1}{1+0{,}135} = 0{,}88$$

và: $\psi = \pm 180^0$



Hình 204. Đ.B.P cho bài 357.

Tâm vòng tròn dịch về bên phải từ gốc toạ độ tới giá trị $C = \frac{d}{1-d^2} = 0{,}136$, $R = \frac{1}{1-d^2} = 1{,}01$.

358. Hãy tìm hàm truyền tần số của bộ lọc xung của bài 356 (xem hình 203) phụ thuộc vào giả tần số tuyệt đối.

Bài giải. Ở hàm truyền (6) của bài 356 dẫn tới biến đổi ω bằng cách đặt $z = \dfrac{1+\omega}{1-\omega}$.

Ở kết quả ta có:

$$W(\omega) = \frac{\gamma KT_0}{T_1}.\frac{1+\omega}{1-d+(1+d)\omega} = \frac{\gamma KT_0}{T_1(1-d)}.\frac{1+\omega}{1+\omega\,\mathrm{cth}\dfrac{T_0}{2T_1}} \tag{1}$$

Ta chuyển tới giả tần số tuyệt đối $\lambda = \dfrac{2}{T_0}\mathrm{tg}\dfrac{\omega T_0}{2}$ bằng cách thế $\omega = j\dfrac{T_0}{2}\lambda$:

$$W(j\lambda) = \frac{\gamma KT_0}{T_1(1-d)}.\frac{1+j\dfrac{T_0}{2}\lambda}{1+jT_e\lambda} \tag{2}$$

Ở đây ta đưa vào hằng số thời gian tương đương:

$$T_E = \frac{T_0}{2}\ \mathrm{cth}\ \frac{T_0}{2T_1} \tag{3}$$

Thế các giá trị số cho $T_E = 0{,}5$ cth $1 = 0{,}66$ s. Hàm truyền bằng:

$$W(j\lambda) = \frac{0{,}05.10.1}{0{,}5(1-0{,}135)}.\frac{1+j0{,}5\lambda}{1+j0{,}66\lambda} = \frac{1{,}15(1+j0{,}5\lambda)}{1+j0{,}66\lambda}$$

359. Hãy giải bài 356 với điều kiện khoảng thời gian tương đối của xung $\gamma = 0{,}5$.

Bài giải. Ở trường hợp nghiên cứu biểu diễn Laplace xung cho phần tử xung phát ra khi cấp tín hiệu duy nhất tới đầu vào của nó sẽ bằng:

$$F_n(p) = \int_0^{\gamma T_0} 1.e^{-pt}dt = \frac{1-e^{-p\gamma T_0}}{p} = \frac{z^{\gamma-1}}{z^{\gamma}p}$$

ở đây $z^{\gamma} = e^{p\gamma T_0}$.

Hàm truyền cần tìm của phần liên tục:

$$W_n(p) = W_0(p)F_n(p) = \frac{K}{p(1+T_1p)}.\frac{z^{\gamma}-1}{z^{\gamma}}$$

Hàm truyền phân tán:

$$W(z) = \frac{z^{\gamma}-1}{z^{\gamma}}.Z\left\{\frac{K}{p(1+T_1p)}\right\} = \frac{z^{\gamma}-1}{z^{\gamma}}.Z\left\{\frac{K}{p}-\frac{KT_1}{1+T_1p}\right\}$$

Tương ứng với phụ lục 2 ta có:

$$W(z) = \frac{z^{\gamma}-1}{z^{\gamma}}\cdot\frac{K(1-d)z}{(z-1)(z-d)} \tag{4}$$

ở đây $d = e^{-\frac{T_0}{T_1}} = 0{,}135$.

Thế các giá trị số cho:

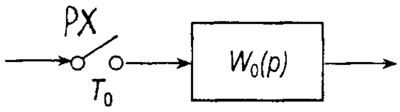
$$W(z) = \frac{z^{0,5} - 1}{z^{0,5}} \cdot \frac{9,865z}{(z-1)(z-0,135)} \quad (5)$$

Nếu sử dụng biến $z_0 = e^{p\gamma T_0} = z^{\gamma}$ thì công thức (5) có thể biểu diễn ở dạng:

$$W(z_0) = \frac{z_0 - 1}{z_0} \cdot \frac{9,865z_0^2}{(z_0^2 - 1)(z_0^2 - 0,135)} \quad (6)$$

360. Đối với bộ lọc xung được biểu diễn trên hình 205. Hãy xây dựng các đặc tính biên độ và pha lôgarit. Hàm truyền của phần liên tục:

$$W_0(p) = \frac{K}{p(1+T_1p)}$$



Hình 205. Bộ lọc xung cho bài 360.

Các số liệu ban đầu: $K = 100\ s^{-1}$, $T_0 = 0,05$ s, $T_1 = 0,2$ s và $\gamma = 0,1$.

Cho rằng trình tự các xung ở đầu ra của phần tử xung PX có thể thay thế bởi trình tự hàm δ.

Bài giải. Hàm truyền phân tán của bộ lọc xung bằng:

$$W(z) = \gamma T_0 Z\{W_0(p)\} = \gamma T_0 Z\left\{\frac{K}{p(1+T_1p)}\right\} \quad (1)$$

Tương ứng với phụ lục 2 ta tìm được:

$$Z\left\{\frac{K}{p(1+T_1p)}\right\} = Z\left\{\frac{K}{p} - \frac{KT_1}{1+T_1p}\right\}$$

$$= K\left(\frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-d}\right) = \frac{K(1-d)z}{(z-1)(z-d)} \quad (2)$$

ở đây $d = e^{-\frac{T_0}{T_1}} = e^{-0,25} = 0,78$. Nếu thế (2) vào (1), ta có:

$$W(z) = \frac{\gamma T_0 K(1-d)z}{(z-1)(z-d)} \quad (3)$$

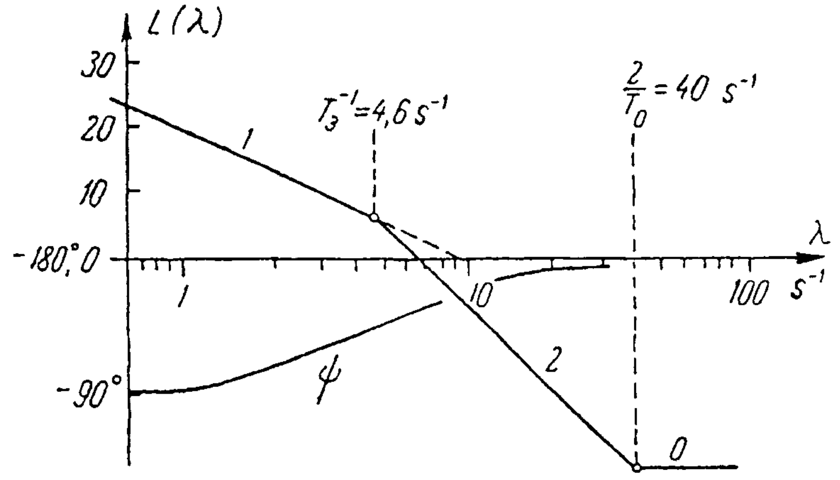
Ta sử dụng thế $z = \frac{1+\omega}{1-\omega}$:

$$W(\omega) = \frac{\gamma T_0 K(1-\omega^2)}{2\omega\left(1 - \omega \operatorname{cth}\frac{T_0}{2T_1}\right)} \quad (4)$$

Ta chuyển về giả tần số tuyệt đối bằng cách thế $\omega = j\frac{T_0}{2}\lambda$:

$$W(j\lambda) = \frac{\gamma K\left(1 + \lambda^2 \frac{T_0^2}{4}\right)}{j\lambda(1 + j\lambda T_E)} \quad (5)$$

Ở đây $T_E = \frac{T_0}{2}\,\mathrm{cth}\frac{T_0}{2T_1} = \frac{T_0}{2\mathrm{th}\frac{T_0}{2T_1}} = \frac{0,5}{2.0,115} = 0,217$ s



Hình 206. *Đ.B.L và Đ.P.L cho bài 360.*

Thế các giá trị số cho:

$$W(j\lambda) = \frac{10(1+0,025^2\lambda^2)}{j\lambda(1+j0,217\lambda)} \tag{6}$$

Các đặc tính biên độ và pha lôgarit cần xây dựng theo biểu thức:

$$L(\lambda) = 20\lg|W(j\lambda)| = 20\lg\frac{10\left[1+(0,025)^2\lambda^2\right]}{\lambda\sqrt{1+0,217^2\lambda^2}}$$

$$\psi(\lambda) = \arg W(j\lambda) = -90^0 - \mathrm{arctg}0,217\lambda$$

Đ.B.L tiệm cận và Đ.P.L được xây dựng trên hình 206.

361. Hãy xây dựng các đặc tính pha và biên độ lôgarit đối với bộ lọc xung được biểu diễn trên hình 205, nếu hàm truyền của phần liên tục:

$$W_0(p) = \frac{K}{p(1+T_1p)(1+T_2p)} \tag{1}$$

Các số liệu ban đầu: $K = 10\ s^{-1}$, $T_0 = 0,1$ s, $T_1 = 0,25$ s, $T_2 = 0,01$ s và $\gamma = 0,01$. Cho rằng trình tự các xung ở đầu ra của phần tử xung có thể thay thế bằng trình tự hàm δ.

Bài giải. Ta phân chia biểu thức (1) thành các phân số đơn giản:

$$\frac{K}{p(1+T_1p)(1+T_2p)} = \frac{K}{p} - \frac{KT_1^2}{(T_1-T_2)(1+T_1p)} + \frac{KT_2^2}{(T_1-T_2)(1+T_2p)} \tag{2}$$

Tương ứng với phụ lục 2 ta tìm được hàm truyền phân tán:

$$W(z) = \gamma T_0 K\left(\frac{z}{z-1} - \frac{az}{T_1(z-d_1} + \frac{bz}{T_2(z-d_2)}\right) \tag{3}$$

ở đây:

$$a = \frac{T_1^2}{T_1 - T_2} \approx T_1, \quad b = \frac{T_2^2}{T_1 - T_2} \approx \frac{T_2^2}{T_1}$$

$$d_1 = e^{-\frac{T_2}{T_1}} \quad \text{và} \quad d_2 = e^{-\frac{T_0}{T_2}}$$

Công thức (3) có thể biểu diễn ở dạng:

$$W(z) \approx \gamma T_0 K\left[\frac{(1-d_1)z}{(z-1)(z-d_1)} + \frac{T_2}{T_1}.\frac{z}{(z-d_2)}\right] \quad (4)$$

Ta sử dụng thế $z = \frac{1+\omega}{1-\omega}$,

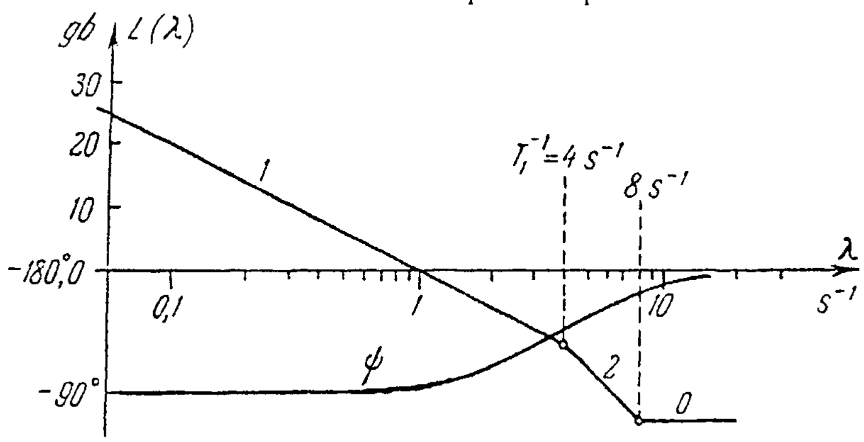
$$W(\omega) = \gamma T_0 K\left[\frac{1-\omega^2}{2\omega\left(1+\omega \operatorname{cth}\frac{T_0}{2T_1}\right)} + \frac{T_2}{T_1(1-d_2)}.\frac{1+\omega}{1+\omega \operatorname{cth}\frac{T_0}{2T_2}}\right]$$

Ta chuyển tới giả tần số tuyệt đối bằng thay thế $\omega = j\frac{T_0}{2}\lambda$. Ở kết quả ta có:

$$W(j\lambda) = \gamma T_0 K\left(1 + j\lambda\frac{T_0}{2}\right)\left[\frac{1 - j\lambda\frac{T_0}{2}}{j\lambda T_0\left(1 + j\lambda\frac{T_0}{2}\operatorname{cth}\frac{T_0}{2T_1}\right)} + \right.$$

$$\left. + \frac{T_2}{T_1(1-d_2\left(1 + j\lambda\frac{T_0}{2}\operatorname{cth}\frac{T_0}{2T_2}\right)}\right]$$

Bởi vì $T_0 < 2T_1$ và $T_0 > 2T_2$, thì $\frac{T_0}{2}\operatorname{cth}\frac{T_0}{2T_1}$, $\operatorname{cth}\frac{T_0}{2T_1} \approx 1$ và $d_2 \approx 0$



Hình 207. Đ.B.L và Đ.P.L cho bài 361.

Khi tính toán các phụ lục này ta có:

$$W(j\lambda) = \gamma T_0 K\left(1 + j\lambda\frac{T_0}{2}\right)\left[\frac{1 - j\lambda\dfrac{T_0}{2}}{j\lambda T_0(1 + j\lambda T_1)} + \frac{T_2}{T_1\left(1 + j\lambda\dfrac{T_0}{2}\right)}\right]$$

$$= \frac{\gamma K\left[1 + j\lambda\dfrac{T_2}{T_1}T_0 + (j\lambda)^2\left(T_2T_0 - \dfrac{T_0^2}{4}\right)\right]}{j\lambda(1 + j\lambda T_1)} \qquad (5)$$

Thế các giá trị số cho:

$$W(j\lambda) = \frac{\left[1 + j0{,}004\lambda - 0{,}015(j\lambda)^2\right]}{j\lambda(1 + j0{,}25\lambda)} \approx$$

$$\approx \frac{1 + 0{,}015\lambda^2}{j\lambda(1 + j0{,}25\lambda)} = \frac{(1 + j0{,}122\lambda)(1 - j0{,}122\lambda)}{j\lambda(1 + j0{,}25\lambda)}$$

Các Đ.B.L và Đ.P.L tiệm cận được biểu diễn trên hình 207.

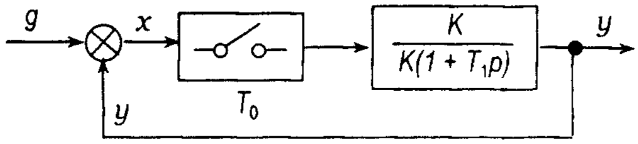
362. Hệ điều chỉnh xung (hình 208) tương ứng với hàm truyền của hệ hở (xem bài 360).

$$W(z) = \frac{\gamma T_0 K(1 - d)}{(z - 1)(z - d)} = \frac{0{,}11}{(z - 1)(z - 0{,}78)} \qquad (1)$$

ở đây $K = 100\ s^{-1}$, $T_0 = 0{,}05$ s, $T_1 = 0{,}2$ s,

$\gamma = 0{,}1$ và $d = e^{-\frac{T_0}{T_1}} = e^{-0{,}25} = 0{,}78$.

Hãy xác định hàm truyền của hệ kín và hàm truyền đối với sai số.



Hình 208. Hệ điều khiển xung.

Đáp số:

Hàm truyền của hệ kín

$$\Phi(z) = \frac{W(z)}{1 + W(z)} = \frac{\gamma T_0 K(1 - d)}{(z - 1)(z - d) + \gamma T_0 K(1 - d)}$$

$$= \frac{0{,}11}{(z - 1)(z - 0{,}78) + 0{,}11} \qquad (2)$$

Hàm truyền theo sai số:

$$\Phi_x(z) = \frac{1}{1 + W(z)} = \frac{(z - 1)(z - d)}{(z - 1)(z - d) + \gamma T_0 K(1 - d)}$$

$$= \frac{(z - 1)(z - 0{,}78)}{(z - 1)(z - d) + 0{,}11} \qquad (3)$$

363. Hàm truyền của hệ xung kín (xem hình 208):

$$\Phi(z) = \frac{0{,}11}{(z-1)(z-0{,}78)+0{,}11}$$

Ở đầu vào của hệ có hàm tầng $g(t) = g_0 1(t)$. Hãy tìm biến đổi z của đại lượng đầu ra Y(z) và sai số X(z).

Bài giải. Biểu diễn đại lượng đầu vào tương ứng với phụ lục 2 sẽ bằng:

$$G(z) = \frac{g_0 z}{z-1}$$

Biểu diễn đại lượng đầu ra:

$$Y(z) = \Phi_x(z)\, G(z) = \frac{0{,}11 g_0 z}{[(z-1)(z-0{,}78)+0{,}11](z-1)}$$

Biểu diễn sai số:

$$X(z) = \Phi_x(z)\, G(z) = [1 - \Phi(z)]\, G(z) = \frac{g_0(z-0{,}78)z}{(z-1)(z-0{,}78)+0{,}11}$$

364. Hãy tìm phương trình hiệu số liên quan các đại lượng đầu vào và ra của hệ điều chỉnh xung (xem hình 208).

Hàm truyền của hệ kín:

$$\Phi(z) = \frac{0{,}11}{(z-1)(z-0{,}78)+0{,}11}$$

Bài giải. Các biểu diễn đại lượng đầu vào và ra được liên hệ bởi hàm truyền:

$$Y(z) = \Phi(z)\, G(z) = \frac{0{,}11 G(z)}{(z-1)(z-0{,}78)+0{,}11}$$

$$= \frac{0{,}11 G(z)}{z^2 - 1{,}78z + 0{,}89} = \frac{0{,}11 z^{-2} G(z)}{1 - 1{,}78z^{-1} + 0{,}89z^{-2}}$$

Ta viết lại công thức này ở dạng khác:

$$(1 - 1{,}78z^{-1} + 0{,}89z^{-2})\, Y(z) = 0{,}11\, z^{-2}\, G(z)$$

Từ đó có thể thu được phương trình hiệu số:

$$y[n] - 1{,}78y[n-1] + 0{,}89y\,[n-2] = 0{,}11g\,[n-2]$$

10.2. ĐỘ ỔN ĐỊNH VÀ CHẤT LƯỢNG CÁC HỆ XUNG

365. Hàm truyền của hệ điều chỉnh xung kín:

$$\Phi(z) = \frac{0{,}11}{z^2 - 17{,}8 + 0{,}89}$$

Hãy xác định độ ổn định của hệ.

Bài giải. Phương trình đặc trưng của hệ:

$$z^2 - 1{,}78z + 0{,}89 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm:

$$z_{1,2} = 0{,}89 \pm \sqrt{0{,}89^2 - 0{,}89} = 0{,}89 \pm j\,0{,}346$$

Môđun của các nghiệm:

$$|z_{1,2}| = \sqrt{0{,}89^2 + 0{,}346^2} = 0{,}96 < 1$$

Hệ ổn định.

366. Hãy xác định giá trị lớn nhất của hệ số khuếch đại chung đối với hệ điều chỉnh xung được nghiên cứu trong bài 362, tương ứng với giới hạn độ ổn định.

Bài giải. Phương trình đặc trưng của hệ có thể thu được từ công thức (2) của bài 362:

$$(z - 1)(z - d) + \gamma T_0 K (1 - d) =$$
$$= z^2 - (1 + d)z + \gamma T_0 K (1 - d) + d = 0$$

Ta chuyển tới biến đổi ω bằng thế $z = \dfrac{1+\omega}{1-\omega}$. Ở kết quả ta thu được phương trình đặc trưng ở dạng khác:

$$[2 - d + \gamma T_0 K (1 - d)]\omega^2 + 2[1 - \gamma T_0 K (1 - d)]\omega +$$
$$+ \gamma T_0 K (1 - d) = 0$$

Các điều kiện ổn định:

$$2 - d + \gamma T_0 K (1 - d) > 0 \qquad (1)$$

$$\gamma T_0 K (1 - d) < 1 \qquad (2)$$

$$\gamma T_0 K (1 - d) > 0 \qquad (3)$$

Giá trị tới hạn của hệ số khuếch đại có thể xác định từ công thức (2):

$$K_{kp} = \frac{1}{\gamma T_0 (1 - d)} = \frac{1}{0{,}1.0{,}05.0{,}22} = 910\ s^{-1}$$

367. Phương trình đặc trưng của hệ điều chỉnh xung:

$$5z^3 + 2z^2 + 3z + 1 = 0$$

Hãy xác định độ ổn định của hệ.

Bài giải. Ta sử dụng thế $z = \dfrac{1+\omega}{1-\omega}$. Khi đó ta có:

$$5(1 + \omega)^3 + 2(1 + \omega)^2 (1 - \omega) +$$
$$+ 3(1 + \omega)(1 - \omega)^2 + (1 - \omega)^3 = 0$$

Quy đổi các số hạng tương tự cho:

$$5\omega^3 + 13\omega^2 + 11\omega + 11 = 0$$

Ta sử dụng tiêu chuẩn Gurbinxa:

$$13 . 11 - 5 . 11 = 88 > 0$$

Hệ ổn định.

368. Hãy xác định độ ổn định của hệ, mà phương trình đặc trưng của nó:

$$z^2 + z^2 + z + 1 = 0$$

Đáp số: Hệ không ổn định.

369. Hàm truyền của hệ kín:

$$\Phi(z) = \frac{0,1}{z^2 - 1,5z + 0,6}$$

Hãy xác định các hệ số đầu của sai số c_0 và c_1 ở $T_0 = 0,1$ s.

Bài giải. Ta tìm được hàm truyền đối với sai số:

$$\Phi_x(z) = 1 - \Phi(z) = \frac{z^2 - 1,5z + 0,5}{z^2 - 1,5z + 0,6}$$

Nếu ở biểu thức cuối cùng thay z = 1, điều đó tương ứng p = 0, ta có:

$$c_0 = \Phi_x(1) = 0$$

Để tìm hệ số sai số c_1 ta vi phân hàm truyền $\Phi_x(e^{pT_0})$:

$$\frac{d\Phi_x(e^{pT_0})}{dp} = \frac{(2T_0z - 1,5T_0)0,1}{(z^2 - 1,5z + 0,6)^2}$$

Khi thế vào biểu thức cuối cùng z = 1 ta có:

$$c_1 = \frac{(2T_0 - 1,5T_0)0,1}{(1 - 1,5 + 0,6)^2} = 5T_0 = 0,5 \text{ s}$$

370. Ở hệ điều chỉnh xung các hệ số sai số bằng $c_0 = 0$, $c_1 = 0,01$ s và $c_2 = 0,05$ s^2. Hãy xác định sai số ở các thời điểm phân tán $t = nT_0$ (n = 0, 1, 2...) khi ở đầu vào hệ có tín hiệu $g(t) = a_0t + a_1t^2$, ở đây $a_0 = 5$ s^{-1} và $a_1 = 2$ s^{-2}.

Đáp số: Giá trị sai số ở các thời điểm phân tán bằng:

$$x(nT_0) = c_1\dot{g}(nT_0) + \frac{c_2}{2}\ddot{g}(nT_0)$$

$$= c_1(a_0 + 2a_1nT_0) + \frac{c_2}{2}.2a_1$$

$$= 0,01\ (5 + 4nT_0) + 0,05\ .\ 2 = 0,15 + 0,04nT_0$$

371. Hãy xác định độ dự trữ ổn định theo môđun và theo pha, cũng như chỉ số dao động của hệ điều chỉnh xung, mà hàm truyền của nó ở trạng thái hở có trong bài 362:

$$W(z) = \frac{\gamma T_0 K(1 - d)}{(z - 1)(z - d)}$$

ở đây $\gamma = 0,1$, $T_0 = 0,05$ s, $K = 100$ s^{-1}, $d = e^{\frac{T_0}{T_1}} = e^{-0,25} = 0,78$, $T_1 = 0,2$ s.

Bài giải. Ta chuyển sang hàm truyền tần số bằng thế $z = \frac{1+\omega}{1-\omega}$, còn sau đó $\omega = j\lambda\frac{T_0}{2}$ (xem bài 360):

$$W(j\lambda) = \frac{10\left[1+0{,}025^2\lambda^2\right]}{j\lambda(1+j0{,}217\lambda)} \tag{1}$$

Ta xác định tần số cắt đối với hàm truyền (1) từ đẳng thức:

$$\frac{10\left[1+0{,}025^2\lambda_{cp}^2\right]}{\lambda_{cp}\sqrt{1+0{,}217^2\lambda_{cp}^2}} \tag{2}$$

Nghiệm gần đúng (2) cho:

$$\lambda_{cp} \approx \sqrt{\frac{10}{0{,}217}} = 6{,}8\ s^{-1}$$

Độ dự trữ theo pha đối với (1) bằng:

$$\mu = 180^0 + \psi = 90^0 - \text{arctg}\ 0{,}217\lambda$$

Độ dự trữ ổn định theo pha ở $\lambda = \lambda_{cp}$ bằng:

$$\mu_1 = 90^0 - \text{arctg}\ 0{,}217\ .\ 6{,}8 = 34^0$$

Sự dịch chuyển của pha đạt tới giá trị $\psi = -180^0$ khi $\lambda \to \infty$. Vì vậy độ dự trữ ổn định theo môđun:

$$\beta = \frac{1}{|W(j\infty)|} = \frac{0{,}217}{10.0{,}025^2} \approx 35$$

Để xác định chỉ số dao động ta tìm hàm truyền tần số của hệ kín:

$$\Phi(j\lambda) = \frac{W(j\lambda)}{1+W(j\lambda)} = \frac{10(1+0{,}025^2\lambda^2)}{-0{,}217\lambda^2 + j\lambda + 10}$$

Môđun của biểu thức cuối cùng bằng:

$$A(\lambda) = \frac{10(1+0{,}025\lambda^2)}{\sqrt{(10-0{,}217\lambda^2)^2+\lambda^2}} \tag{3}$$

Nghiên cứu về cực đại của biểu thức (3) cho giá trị của chỉ số dao động $A_{max} = M = 1{,}56$.

372. Ở đầu vào hệ xung với hàm truyền ở trạng thái kín:

$$\Phi(z) = \frac{0{,}1}{z^2 - 1{,}3z + 0{,}4}$$

có hầm tầng duy nhất g(t) = 1(t). Hãy xây dựng quá trình chuyển tiếp đối với đại lượng đầu ra y(nT) và hãy xác định quá trình chuyển tiếp chu kỳ phân tán $T_0 = 1$ s.

Bài giải. Biểu diễn đại lượng đầu vào bằng:

$$G(z) = \frac{z}{z-1} \tag{1}$$

Biểu diễn đại lượng đầu ra có dạng:

$$Y(z) = \Phi(z)G(z) = \frac{0,1z}{(z-1)(z^2-1,3z+0,4)} \quad (2)$$

Ta tìm các nghiệm của phương trình đặc trưng:

$$z^2 - 1,3z + 0,4 = 0$$

Kết quả cho $z_1 = 0,8$ và $z_2 = 0,5$.

Ta biểu diễn biểu thức (2) ở dạng:

$$Y(z) = \left(\frac{A}{z-1} + \frac{B}{z-0,8} + \frac{C}{z-0,5}\right)$$

Tìm các hệ số phân tích ra các phân số đơn giản cho A = 1, B = −1,67 và C = 0,67. Ở kết quả ta có:

$$Y(z) = \frac{z}{z-1} - \frac{1,67z}{z-0,8} + \frac{0,67z}{z-0,5} \quad (3)$$

Để đưa (3) về dạng bảng số (xem phụ lục 2) ta đặt $d_1 = e^{-\alpha_1 T_0} = z_1 = 0,8$ và $d_2 = e^{-\alpha_2 T_0} = z_2 = 0,5$. Từ đó ta tìm được:

$$\alpha_1 = \frac{1}{T_0}\ln\frac{1}{0,8} = 1 \times 0,223 = 0,223\ s^{-1}$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{T_0}\ln\frac{1}{0,5} = 1 \times 0,693 = 0,693\ s^{-1}$$

Bảng 1

n	$-1,67.0,8^n$	$0,67.0,5^n$	$y(nT_0)$	n	$-1,67.0,8^n$	$0,67.0,5^n$	$y(nT_0)$
0	-1,67	0,68	0	9	-0,22	0	0,78
1	-1,33	0,33	0	10	-0,18	0	0,82
2	-1,06	0,16	0,1	11	-0,14	0	0,86
3	-0,85	0,08	0,23	12	-0,11	0	0,89
4	-0,68	0,04	0,36	13	-0,09	0	0,91
5	-0,54	0,02	0,48	14	-0,07	0	0,93
6	-0,43	0,01	0,58	15	-0,06	0	0,94
7	-0,35	0	0,65	16	-0,05	0	0,95
8	-0,28	0	0,72				

Tương ứng với phụ lục 2 ta có hàm thời gian phân tán cần tìm:

$$y(nT_0) = 1 - 1,67e^{-\alpha_1 nT_0} + 0,67e^{-\alpha_2 nT_0}$$

$$= 1 - 0,67z_1^n + 0,67z_2^n = 1 - 1,67.0,8^n + 0,67 \times 0,5^n \quad (4)$$

Để xây dựng quá trình chuyển tiếp sử dụng thuận tiện bảng 1.

Tính $y(nT_0)$ thực hiện ở bảng tới khi sai số không bằng 5%. Thời gian của quá trình chuyển tiếp khi đó bằng $t_n = 16T_0 = 16$ s.

373. Giải bài toán trước bằng cách phân tích biểu thức ra chuỗi Loran.

Bài giải. Biểu thức cần tìm của đại lượng đầu ra (2) được phân tích thành chuỗi Loran bằng cách chia tử số cho mẫu số

$$
\begin{array}{l|l}
0{,}1z & z^3 - 2{,}3z^2 + 1{,}7z - 0{,}4 \\
\cline{2-2}
\underline{0{,}1z - 0{,}23 + 0{,}17z^{-1} - 0{,}04z^{-2}} & 0{,}1z^2 + 0{,}23z^{-3} + 0{,}36z^{-4} + \ldots \\
\quad 0{,}23 - 0{,}17z^{-1} + 0{,}04z^{-2} & \\
\quad \underline{0{,}23 - 0{,}53z^{-1} + 0{,}39z^{-2} - 0{,}092z^{-3}} & \\
\qquad 0{,}36z^{-1} - 0{,}35z^{-2} + 0{,}092z^{-3} &
\end{array}
$$

Các hệ số ở z^{-n} trường hợp riêng là giá trị của các đại lượng đầu ra $y(nT_0)$. Do đó ở n = 0 và n = 1 ta có $y(0) = y(T_0) = 0$. Tiếp theo ta có $y(2T_0) = 0{,}1$, $y(3T_0) = 0{,}23$, $y(4T_0) = 0{,}36$. Nếu tiến hành chia tiếp theo ta thu được các số trùng với các giá trị trong bảng 1.

PHẦN II

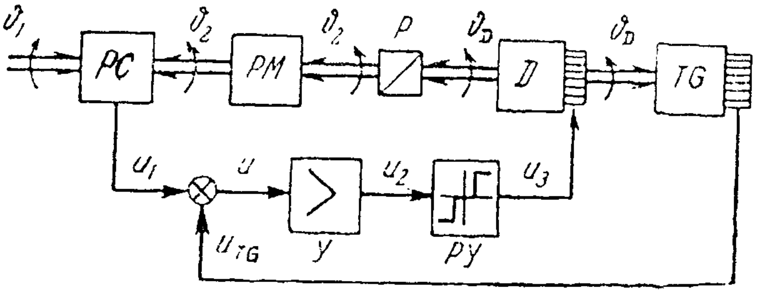
CÁC HỆ KHÔNG TUYẾN TÍNH CỦA HỆ ĐIỀU CHỈNH TỰ ĐỘNG

Chương 11

LẬP CÁC PHƯƠNG TRÌNH CỦA CÁC HỆ KHÔNG TUYẾN TÍNH

11.1. CÁC PHƯƠNG TRÌNH CỦA CÁC HỆ THEO DÕI KHÔNG TUYẾN TÍNH

374. Hãy lập các phương trình vi phân và sơ đồ cấu trúc của hệ theo dõi điện cơ, mà sơ đồ của nó được biểu diễn trên hình 209. Trên sơ đồ ta ký hiệu: ϑ_1, ϑ_2 - các góc quay của các trục chỉ huy và thừa hành, $\vartheta = \vartheta_1 - \vartheta_2$ - không ăn khớp (sai số), PC - phần tử nhạy cảm (đầu đo góc không ăn khớp), Y - bộ khuếch đại tuyến tính, PY - bộ khuếch đại rơle, D - động cơ, P - bộ truyền động, TG - máy phát đo tốc độ, PM - cơ cấu làm việc (đối tượng).



Hình 209. Hệ theo dõi điện cơ.

Các số liệu ban đầu hỗ dẫn đặc tính của phần tử nhạy cảm k_1 = 1 V/độ = 57,3 V/độ, hệ số khuếch đại của bộ khuếch đại tuyến tính $k_2 = 2,5$, hằng số thời gian của bộ khuếch đại tuyến tính $T_1 = 0,05$ s, điện áp cực đại ở đầu ra của bộ khuếch đại rơle $U_{3max} = c = 110$ V, độ hỗ dẫn đặc tính tĩnh của máy phát đo tốc độ $k_4 = 10^{-2} \dfrac{V.s}{rad}$, tỷ số truyền của bộ dẫn động $i = 1000$, tốc độ không tải của động cơ $n_0 = 6000$ V/ph, thời điểm khởi động của động cơ $M_0 = 100$ G.cm, mômen quán tính của tất cả các tần số quay tới trục của động cơ; J = 0,008 G.cm.s^2. Bỏ qua ảnh hưởng mômen tĩnh của phụ tải và của các quá trình chuyển tiếp trong mạch phần ứng của động cơ. Đặc tính tĩnh của bộ khuếch đại rơle được biểu diễn trên hình 210. Vùng không nhạy cảm b = 0,25 V.

Bài giải. Theo sơ đồ nguyên lý đã cho ta lập các phương trình các khâu vi phân của hệ.

1. Phương trình phần tử độ nhạy:

$$u_1 = k_1\vartheta,\ \ \vartheta = \vartheta_1 - \vartheta_2 \tag{1}$$

ở đây u_1 - điện áp ở đầu ra của phần tử nhạy cảm.

2. Phương trình khuếch đại rơle:

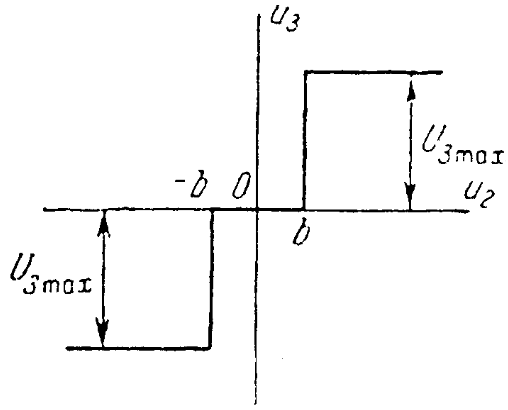
$$(T_1p + 1)u_2 = k_2u,\ u = u_1 + u_{TG} \tag{2}$$

ở đây u_2 - điện áp ở đầu ra của bộ khuếch đại, u_{TG} - điện áp của máy phát đo tốc độ, $p = \frac{d}{dt}$.

3. Phương trình bộ khuếch đại rơle được viết ở dạng sau:

$$u_3 = F(u_2) \tag{3}$$

ở đây u_3 - điện áp ở đầu ra của bộ khuếch đại, $F(u_2)$ - hàm không tuyến tính cho bởi đặc tính tĩnh (xem hình 210).



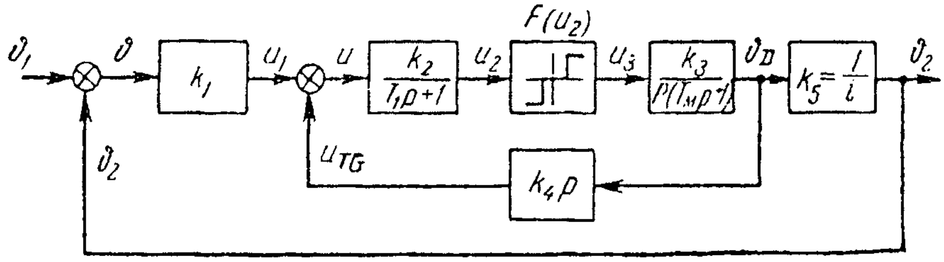
Hình 210. *Đặc tính tĩnh của bộ khuếch đại rơle.*

4. Phương trình động cơ thừa hành:

Theo số liệu ban đầu có thể bỏ qua ảnh hưởng mômen phụ tải tĩnh và các quá trình chuyển tiếp trong mạch phần cảm của động cơ. Vì vậy phương trình vi phân của động cơ (xem chương 1) có thể viết ở dạng:

$$(T_Mp + 1)\ p\vartheta_D = k_3u_3 \tag{4}$$

ở đây ϑ_D - góc quay của trục động cơ, T_M - hằng số điện cơ của thời gian, k_3 - hệ số truyền của động cơ.



Hình 211. *Sơ đồ cấu tạo của hệ theo dõi.*

Hằng số thời gian điện cơ của động cơ điện (xem chương 1):

$$T_M = J\frac{\Omega_0}{M_0} = J\frac{\pi n_0}{30M_0} = 0{,}008\frac{3{,}14.6000}{30.100} \approx 0{,}05s$$

Hệ số truyền của động cơ:

$$k_3 = \frac{\Omega_0}{U_{3max}} = \frac{\pi n_0}{30U_{3max}} = \frac{3,14.6000}{30.110} \approx 5,73 \text{ độ/s}$$

5. *Phương trình động cơ đo tốc độ:*

$$u_{TG} = k_4 p \vartheta_D \quad (5)$$

6. *Phương trình bộ dẫn động:*

$$\vartheta_2 = k_5 \vartheta_D \quad (6)$$

ở đây $k_5 = \frac{1}{i} = \frac{1}{1000} = 0,001$ - hệ số truyền của bộ dẫn động.

Theo các phương trình (1) - (6) ta lập sơ đồ cấu tạo của hệ (hình 211). Theo sơ đồ này phương trình vi phân phần tuyến tính của hệ viết cho đại lượng khâu không tuyến tính đầu vào u_2, có dạng:

$$(T_1 p + 1)(T_M p + 1) p u_2 =$$
$$= k_1 k_2 (T_M p + 1) p \vartheta_1 - k_2 k_3 (k_1 k_5 + k_4 p) u_3 \quad (7)$$

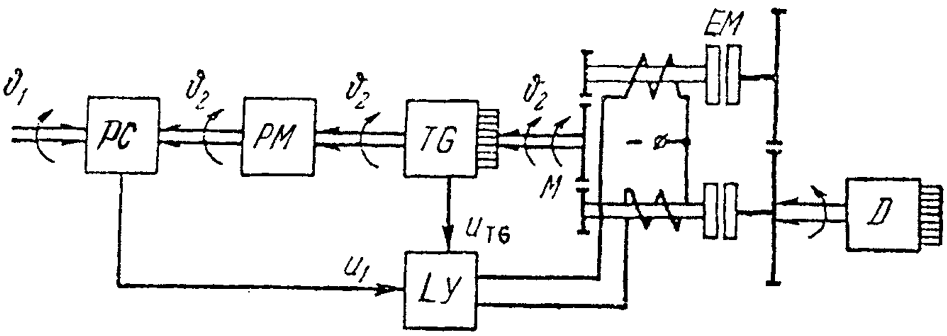
Sau khi thế các giá trị số của các thông số ta có:

$$(0,0025p^3 + 0,1p^2 + p)u_2 =$$
$$= (7,14p^2 + 143p)\,\vartheta_1 - (0,143p + 0,82)\,u_3 \quad (8)$$

Phương trình phần tuyến tính của hệ được bổ sung bằng phương trình khâu không tuyến tính (3):

$$u_3 = F(u_2)$$

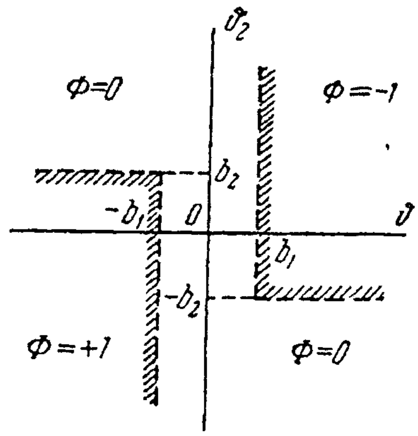
375. Hãy lập các phương trình vi phân của hệ theo dõi điện cơ có các khớp nối điện tử và thiết bị lôgic. Trên sơ đồ của hệ (hình 212) ta ký hiệu: ϑ_1, ϑ_2 - các góc quay của các trục chỉ huy và thừa hành, $\vartheta = \vartheta_1 - \vartheta_2$ - sai số của hệ, PC - phần tử nhạy cảm, LY - thiết bị lôgic, EM - các khớp nối điện từ, D - động cơ dẫn động, TG - máy phát đo tốc độ, PM - cơ cấu làm việc.



Hình 212. *Hệ theo dõi có các khớp nối ma sát điện tử.*

Trong hệ này động cơ dẫn động quay ở một hướng với tốc độ không đổi. Đảo chiều trục thừa hành được thực hiện bởi chuyển mạch khớp nối theo chỉ huy của thiết bị lôgic. Để xây dựng quy luật điều khiển lôgic (hình 213) sử dụng điện áp u_1 tỷ lệ với sai số của hệ ϑ và điện áp u_{TG} tỷ lệ tốc độ quay của trục thừa hành ϑ_2.

Các số liệu ban đầu: mômen quay của động cơ dẫn động tới trục thừa hành $M_0 = 10$ G.cm, mômen quán tính của tất cả các phần quay tới chính trục này $J = 100$ G.cm.s^2, các thông số của thiết bị lôgic (được tính toán theo góc không ăn khớp và vận tốc góc) $b_1 = 0{,}2^0$, $b_2 = 0{,}1$ độ/s. Có thể bỏ qua mômen phụ tải tĩnh và ảnh hưởng của các quá trình chuyển tiếp ở các khớp nối điện từ.



Hình 213. Đặc tính tĩnh của thiết bị lôgic.

Bài giải. Ta viết định luật cân bằng các mômen tới các trục thừa hành (ta bỏ qua mômen phụ tải tĩnh):

$$J\frac{d^2\vartheta_2}{dt^2} = M \qquad (1)$$

ở đây, M - mômen quay.

Phương trình thiết bị điều khiển có phần tử nhạy cảm, máy phát đo tốc độ, thiết bị lôgic và các khớp nối điện từ ma sát có dạng:

$$M = M_0\Phi(\vartheta, \vartheta_2) \qquad (2)$$

Ở đây $\Phi(\vartheta, \vartheta_2)$ - quy luật lôgic không tuyến tính được thực hiện trong thiết bị điều khiển và biểu diễn bằng đồ thị trên hình 213. Từ các phương trình (1) và (2) và hình 213 suy ra:

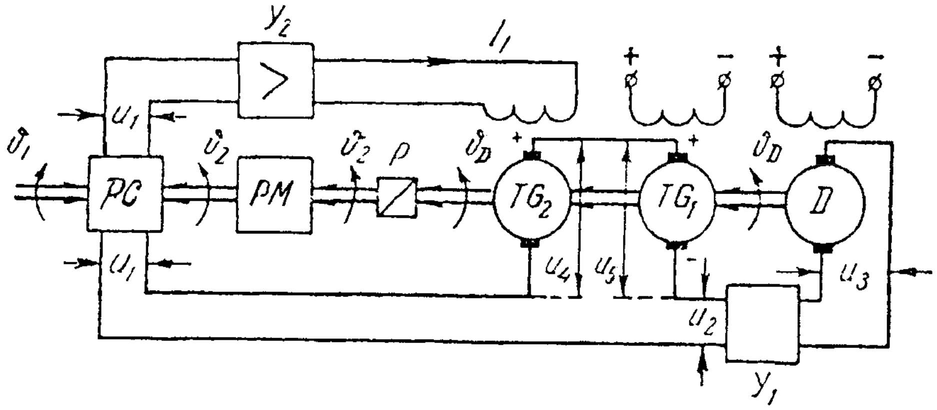
$$J\frac{d^2\vartheta_2}{dt^2} = \begin{cases} M_0 & \text{ở } \vartheta < -b_1, \quad \dot\vartheta_2 < b_2 \\ -M_0 & \text{ở } \vartheta > b_1, \quad \dot\vartheta_2 > -b_2 \\ 0 \text{ ở các trường hợp còn lại} \end{cases} \qquad (3)$$

Ở phương trình (3) ta thế các giá trị số các thông số của hệ. Ta thu được các phương trình vi phân chuyển động của hệ:

$$\frac{d^2\vartheta}{dt^2} = \begin{cases} 0{,}1 & \text{ở } \vartheta < -0{,}2^0, \quad \dot\vartheta_2 < 0{,}1 \text{ độ/s} \\ -0{,}1 & \text{ở } \vartheta > 0{,}2^0, \quad \dot\vartheta_2 > -0{,}1 \text{ độ/s} \\ 0 \text{ trong các trường hợp còn lại} \end{cases} \qquad (4)$$

376. Hãy lập các phương trình vi phân và sơ đồ cấu tạo của hệ theo dõi có cuộn cảm thay đổi (hình 214). Trên sơ đồ ký hiệu: ϑ_1, ϑ_2 - các góc quay của các trục (chỉ huy và thừa hành), $\vartheta = \vartheta_1 - \vartheta_2$ - góc không ăn khớp (sai số), PC - phần tử cảm ứng (đầu đo góc không ăn khớp), PM - cơ cấu làm việc, Y_1, Y_2 - các bộ khuếch đại, TG_1, TG_2 - các máy phát đo tốc độ, D - động cơ, P - bộ dẫn động.

Mối liên hệ ngược cục bộ ở hệ này được tạo bởi các máy phát đo tốc độ TG_1 và TG_2 được mắc nối tiếp và ngược nhau. Độ lệch các điện áp của các máy phát đo tốc độ u_4 - u_5 được cộng với điện áp u_1 được ăn khớp lớn ϑ điện áp $u_4 > u_5$, bởi vì dòng điện trong cuộn dây kích của máy phát đo tốc độ TG_2 tỷ lệ với góc ϑ. Vì vậy tín hiệu tổng ở đầu vào của bộ khuếch đại Y_i $u_2 > u_1$, điều đó đảm bảo tốc độ tăng lớn của quá trình. Ở góc lệch pha nhỏ $u_4 < u_5$ và điện áp ở đầu vào bộ khuếch đại Y_1 $u_2 < u_1$. Vì vậy hệ làm việc với tốc độ giảm, điều đó loại bỏ điều chỉnh lại. Khi lập các phương trình của hệ có thể bỏ qua mômen phụ tải tĩnh và ảnh hưởng của các quá trình chuyển tiếp trong mạch cảm ứng của động cơ và trong cuộn dây kích của máy phát đo tốc độ TG_2. Các bộ khuếch đại Y_1 và Y_2 coi là không quán tính.



Hình 214. Hệ thống theo dõi có cuộn cảm thay đổi.

Bài giải. Ta lập phương trình vi phân các khâu của hệ.

1. Phương trình phần tử nhạy cảm:

$$u_1 = k_1\vartheta, \quad \vartheta = \vartheta_1 - \vartheta_2 \qquad (1)$$

ở đây k_1 - độ hỗ dẫn đặc tính tĩnh của phần tử nhạy cảm.

2. Phương trình khuếch đại Y_1:

$$u_3 = k_2u_2, \quad u_2 = u_1 + u_4 - u_5 \qquad (2)$$

ở đây u_3 - điện áp ở đầu ra của bộ khuếch đại, k_2 - hệ số khuếch đại.

3. Phương trình động cơ:

$$(T_Mp + 1)p\vartheta_D = k_3u_3 \qquad (3)$$

ở đây ϑ_D - góc quay của trục động cơ, T_M và k_3 - hằng số thời gian điện cơ và hệ số truyền của động cơ.

4. Phương trình mạch có mối liên hệ ngược không tuyến tính bao gồm máy phát đo tốc độ TG_2 và bộ khuếch đại Y_2:

$$u_4 = k_4pu_1\vartheta_D \qquad (4)$$

ở đây k_4 - hệ số tỷ lệ.

5. *Phương trình máy phát đo tốc độ TG_1:*

$$u_5 = k_5 p \vartheta_D \tag{5}$$

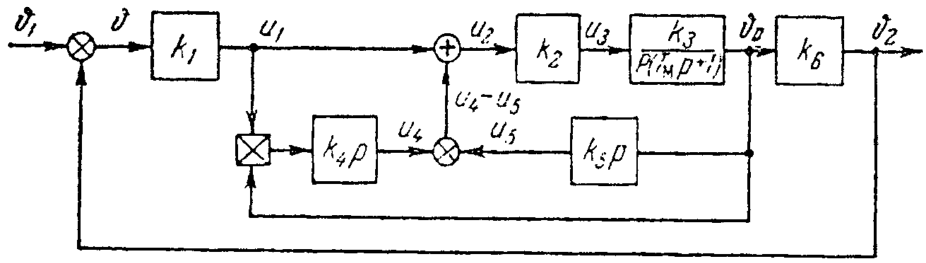
ở đây k_5 - độ hỗ dẫn đặc tính tĩnh của máy phát đo tốc độ.

6. *Phương trình bộ dẫn động:*

$$\vartheta_2 = k_6 \vartheta_D \tag{6}$$

ở đây k_6 - hệ số truyền của bộ dẫn động.

Theo các phương trình (1) - (6) ta lập sơ đồ cấu tạo của hệ (hình 215). Ở sơ đồ này dấu ⊠ ta ký hiệu thiết bị nhân thực hiện chức năng nhân của hai biến theo phương trình (4).



Hình 215. *Sơ đồ cấu tạo của hệ theo dõi có cuộn cảm thay đổi.*

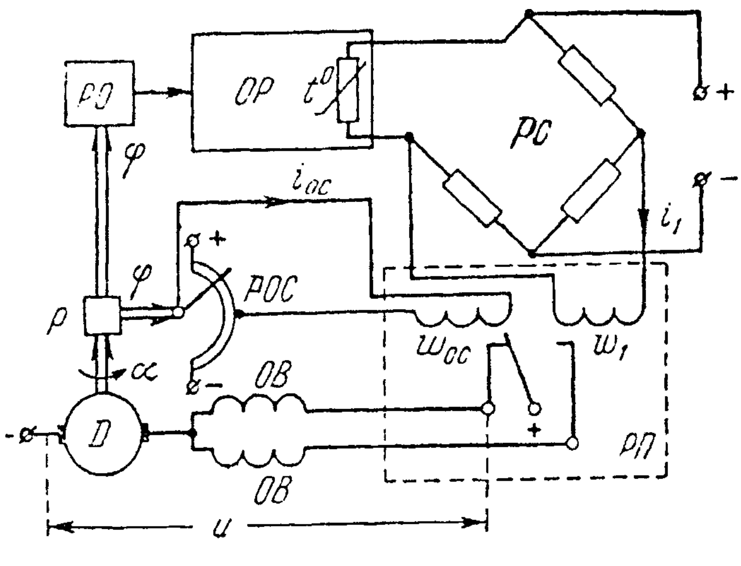
Tương ứng với sơ đồ cấu trúc phương trình vi phân không tuyến tính của toàn hệ có dạng

$$[T_M p^2 + (1 + k_2k_3k_5)p + k_1k_2k_3k_6)]\, \vartheta_2 - k_1k_2k_3k_4 p\,(\vartheta_1 - \vartheta_2)\vartheta_2 = k_1k_2k_3k_6\vartheta_1 \tag{7}$$

11.2. CÁC PHƯƠNG TRÌNH CỦA HỆ ỔN ĐỊNH KHÔNG TUYẾN TÍNH

377. Hãy lập các phương trình vi phân và sơ đồ cấu trúc của hệ điều chỉnh nhiệt độ tự động, mà sơ đồ của nó được biểu diễn trên hình 216.

Trên sơ đồ ta ký hiệu: OP - đối tượng điều chỉnh, PC - phần tử nhạy cảm (cầu có trở nhiệt), PП - Rơle phân cực (bộ khuếch đại), D - động cơ, OB - các cuộn kích của động cơ, P - bộ dẫn động, PO - bộ điều chỉnh (van trượt), POC - thế điện kế có mối liên hệ ngược.



Hình 216. *Sơ đồ điều chỉnh nhiệt độ tự động.*

Các số liệu ban đầu: đối tượng là khâu không chu kỳ bậc nhất có hằng số thời gian $T_0 = 10$ s, hệ số truyền của đối tượng và bộ điều chỉnh k_0 = 10 độ/rad, hệ số truyền phần tử nhạy cảm k_1 = 0,25 A-V/độ, hệ số truyền của động cơ k_2 = 2 rad/Vs, tỷ số truyền của bộ dẫn động i = 1000, hệ số truyền của mạch có liên hệ ngược k_{oc} = 2,5 A-V/rad. Đặc tính tĩnh của rơle cực hoá được biểu diễn trên hình 217. Các vòng dây ampe của rơle $a\omega_{cp}$ = 0,5 A-V, điện áp cực đại ở đầu ra của bộ khuếch đại rơle U_{max} = 110 V. Có thể bỏ qua ảnh hưởng mômen phụ tải tĩnh của các quá trình chuyển tiếp ở các cuộn rơle cực hoá và các hằng số thời gian của động cơ T_A và T_M.

Bài giải. Theo sơ đồ nguyên lý đã cho ta lập các phương trình vi phân các khâu của hệ.

1. Phương trình của đối tượng điều chỉnh:

$$(T_0p + 1)\ \vartheta_2 = k_0\varphi \qquad (1)$$

ở đây ϑ_2 - giá trị thực của nhiệt độ đối tượng, φ - góc quay của thiết bị điều chỉnh.

2. Phương trình của phần tử nhạy cảm:

$$a\omega_1 = k_1\vartheta, \qquad \vartheta = \vartheta_1 - \vartheta_2 \qquad (2)$$

ở đây ϑ_1 - giá trị đã cho của nhiệt độ đối tượng, ϑ - sai số của hệ.

3. Phương trình của bộ khuếch đại rơle:

$$u = F(a\omega), \qquad a\omega = a\omega_1 - a\omega_{oc} \qquad (3)$$

ở đây F(aω) - hàm không tuyến tính cho đặc tính tĩnh (xem hình 217).

4. Phương trình động cơ có dòng điện không đổi:

$$p\alpha = k_2u \qquad (4)$$

ở đây α - góc quay của trục động cơ.

5. Phương trình của bộ truyền động:

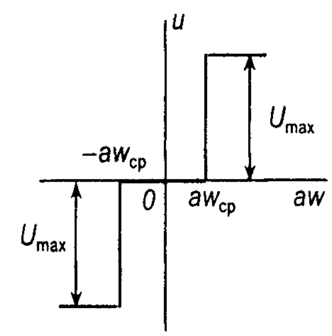
$$\varphi = k_3\alpha \qquad (5)$$

ở đây $k_3 = \frac{1}{i}$ - hệ số truyền của bộ dẫn động.

6. Phương trình mạch có mối liên hệ ngược:

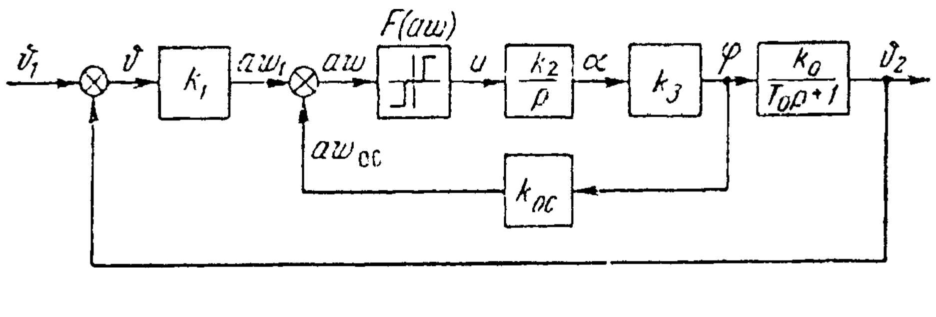
$$a\omega_{oc} = k_{oc}\varphi \qquad (6)$$

ở đây $a\omega_{o.c}$ - các vòng ampe của cuộn dây có mối liên hệ ngược.



Hình 217. *Đặc tính tĩnh của rơle cực hoá.*

Sơ đồ cấu trúc của hệ được biểu diễn trên hình 218.



Hình 218. *Sơ đồ cấu tạo của hệ điều chỉnh tự động nhiệt độ.*

Tương ứng với sơ đồ cấu tạo phương trình vi phân phần tuyến tính của hệ có thể viết ở dạng sau:

$$(T_0p + 1)\, pa\omega = k_1p\vartheta_1 - k_2k_3[k_{oc}(T_0p + 1) + k_0k_1]u \quad (7)$$

Ta thế các giá trị số của các thông số vào phương trình (7). Ta có

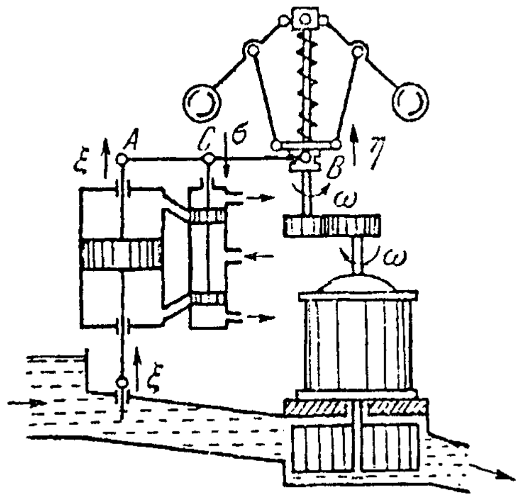
$$(10p^2 + p)a\omega = 0{,}25p\vartheta_1 - (0{,}05p + 0{,}015)u \quad (8)$$

Phương trình phần tuyến tính (7) được bổ sung bằng phương trình khâu không tuyến tính (3):

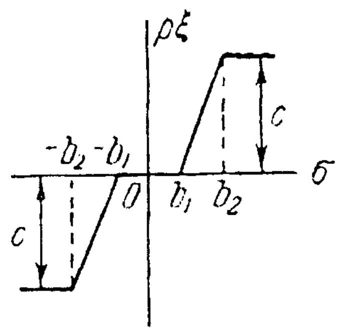
$$u = F(a\omega)$$

378. Hãy lập các phương trình vi phân của hệ điều chỉnh tốc độ quay của máy phát tuabin (hình 219). Trên sơ đồ ta ký hiệu: ω - độ lệch tốc độ góc quay trục máy phát tuabin với giá trị định mức, η - toạ độ vị trí khớp nối của cơ cấu ly tâm, σ - sự dịch chuyển thanh nối ngăn kéo, ξ - sự dịch chuyển xy lanh của động thuỷ lực và van trượt liên hệ với nó.

Các số liệu ban đầu: đối tượng (máy phát tuabin) có thể xem như khâu không chu kỳ bậc đầu có hệ số truyền k_0 và hằng số thời gian T_0. Phần tử nhạy cảm là khâu không chu kỳ bậc hai có hệ số truyền k_1 và các hằng số thời gian T_1 và T_2, $k_2 = \dfrac{AC}{AB}$, $k_3 = \dfrac{BC}{AB}$, đặc tính tĩnh của động cơ thuỷ lực cho bằng đồ thị (hình 220).



Hình 219. Hệ điều chỉnh tốc độ quay của máy phát tuabin.



Hình 220. Đặc tính tĩnh của động cơ thuỷ lực.

Bài giải. Ta viết các phương trình vi phân các khâu của hệ:

1. Phương trình điều chỉnh đối tượng (máy phát tuabin):

$$(T_0p + 1)\omega = k_0\xi \quad (1)$$

2. Phương trình phần tử nhạy cảm (cơ cấu ly tâm):

$$(T_1p + 1)(T_2p + 1)\eta = k_1\omega \quad (2)$$

3. Phương trình ngăn kéo:

Để lập phương trình ngăn kéo ta cho hướng tính toán của tất cả các toạ độ như chỉ ra trên hình 219. Ở dịch chuyển bất kỳ của các điểm A, B và C ta có:

$$\sigma = -k_2\eta - k_3\xi \tag{3}$$

4. Phương trình động cơ thuỷ lực được viết ở dạng sau:

$$p\xi = F(\sigma) \tag{4}$$

ở đây $F(\sigma)$ - hàm không tuyến tính cho bởi đặc tính tĩnh (hình 220).

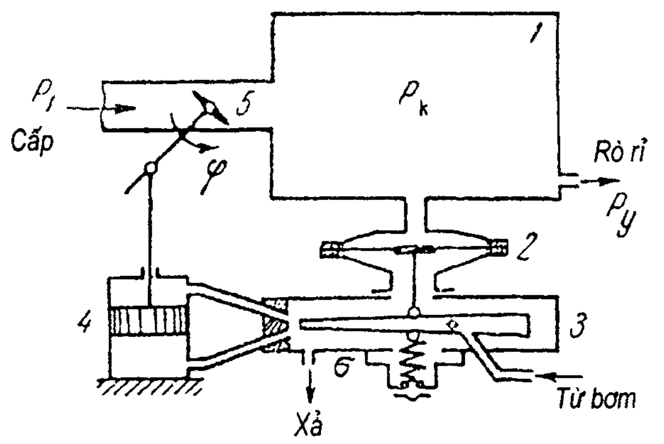
Theo các phương trình (1) - (4) ta xác định phương trình vi phân phần tuyến tính của hệ:

$$(T_0p + 1)(T_1p + 1)(T_2p + 1)\sigma = -(k_0k_1k_2 + k_3)\xi \tag{5}$$

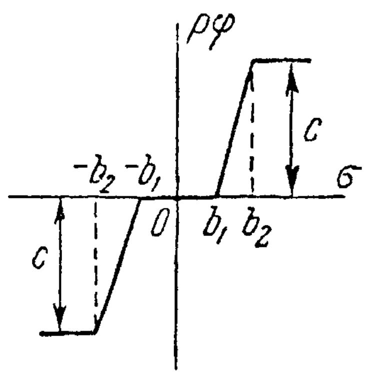
Phương trình này được bổ sung bằng phương trình của khâu không tuyến tính (4):

$$p\xi = F(\sigma) \tag{6}$$

379. Hãy lập các phương trình vi phân của hệ điều chỉnh áp suất tự động (hình 221).



Hình 221. *Hệ thống điều chỉnh tự động của áp suất.*



Hình 222. *Đặc tính tĩnh của bộ khuếch đại tia và động cơ thuỷ lực.*

Trên sơ đồ ta ký hiệu: 1- đối tượng; 2- bộ đo áp suất kiểu màng (phần tử nhạy cảm); 3- bộ khuếch đại tia; 4- động cơ thuỷ lực; 5- van trượt (van điều chỉnh).

Các số liệu ban đầu.

1. Phương trình đối tượng điều chỉnh:

$$(T_0p + 1)\, p_k = k_0\varphi$$

ở đây p_k - độ lệch áp suất, φ - góc quay của van trượt.

2. Phương trình của phần tử độ nhạy:

$$(T_0^2p^2 + T_2p + 1)\sigma = -k_1p_k$$

3. Đặc tính tĩnh của bộ khuếch đại tia và động cơ thuỷ lực được biểu diễn trên hình 222.

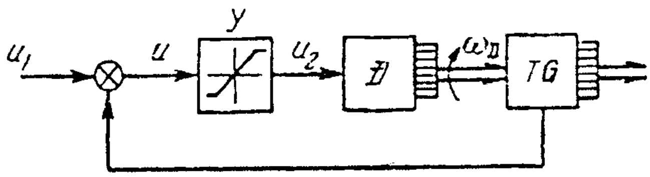
Đáp số: Phương trình vi phân phần tuyến tính của hệ:

$$(T_0p + 1)\ (T_1^2p^2 + T_2p + 1)\sigma = -k_0k_1\varphi$$

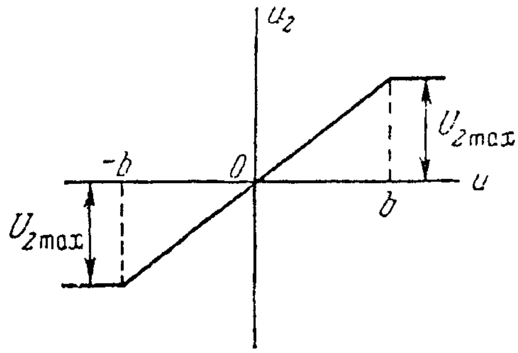
Phương trình của khâu không tuyến tính:

$$p\varphi = F(\sigma)$$

380. Hãy lập các phương trình vi phân của dẫn động tích phân (hình 223) khi tính toán độ không tuyến tính bão hoà trong bộ khuếch đại (hình 224).



***Hình 223.** Dẫn động tích phân.*



***Hình 224.** Đặc tính tĩnh của bộ khuếch đại.*

Trên sơ đồ ta ký hiệu: Y- bộ khuếch đại; Đ- động cơ; TG- máy phát đo tốc độ.

Các số liệu ban đầu: hệ số truyền của động cơ $k_2 = 4$ rad/V.s, hằng số thời gian điện cơ của động cơ $T_M = 0,1$ s, độ hỗ dẫn đặc tính tĩnh của máy phát đo tốc độ $k_{TG} = 10^{-2}$ V.s/rad, điện áp cực đại ở đầu ra bộ khuếch đại $U_{2max} = 120$ V, bề rộng văng tuyến tính của đặc tính tĩnh của bộ khuếch đại b = 0,1 V.

Đáp số: Phương trình vi phân phần tuyến tính của hệ:

$$(0,1p + 1)u = (0,1p + 1)u_1 - 0,04u_2$$

Phương trình của khâu không tuyến tính:

$$u_2 = F(u).$$

Chương 12

CÁC PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU CHÍNH XÁC ĐỘ ỔN ĐỊNH VÀ TỰ DAO ĐỘNG

12.1. PHƯƠNG PHÁP CÁC QUỸ ĐẠO PHA

381. Hãy nghiên cứu các quá trình trong hệ theo dõi điện cơ có khớp nối ma sát điện từ và thiết bị lôgic không tuyến tính (xem hình 212) ở chế độ ổn định. Các số liệu ban đầu là số liệu của bài 375.

Bài giải. Ở chế độ ổn định góc quay của trục chỉ huy $\vartheta_1 = 0$, $\vartheta_2 = -\vartheta$. Khi đó phương trình của toàn hệ có thể viết ở dạng sau (xem bài 375):

$$\frac{d^2\vartheta}{dt^2} = \begin{cases} 0{,}1 & \text{ở } \vartheta < -0{,}2^0,\ \dot{\vartheta} < 0{,}1 \text{ độ/s} \quad (1) \\ -0{,}1 & \text{ở } \vartheta < -0{,}2^0,\ \dot{\vartheta} < -0{,}1 \text{ độ/s} \quad (2) \\ 0 & \text{ở các trường hợp còn lại} \quad (3) \end{cases}$$

Hãy tìm phương trình quỹ đạo pha đối với vùng I (hình 225). Vì vậy ta đưa vào các biến mới $x = \vartheta$ và $y = \frac{d\vartheta}{dt}$ và phương trình (1) được viết ở dạng:

$$\frac{dy}{dt} = 0{,}1 \tag{4}$$

Để loại thời gian t ta chia phương trình này cho $\frac{dx}{dt} = y$. Ta có:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{0{,}1}{y} \tag{5}$$

hay

$$y\,dy = 0{,}1dx \tag{6}$$

Nếu tích phân phương trình (6) ta thu được phương trình quỹ đạo các pha:

$$y^2 = 0{,}05x + C_1 \tag{7}$$

Ở đây C_1 - hằng số tuỳ ý.

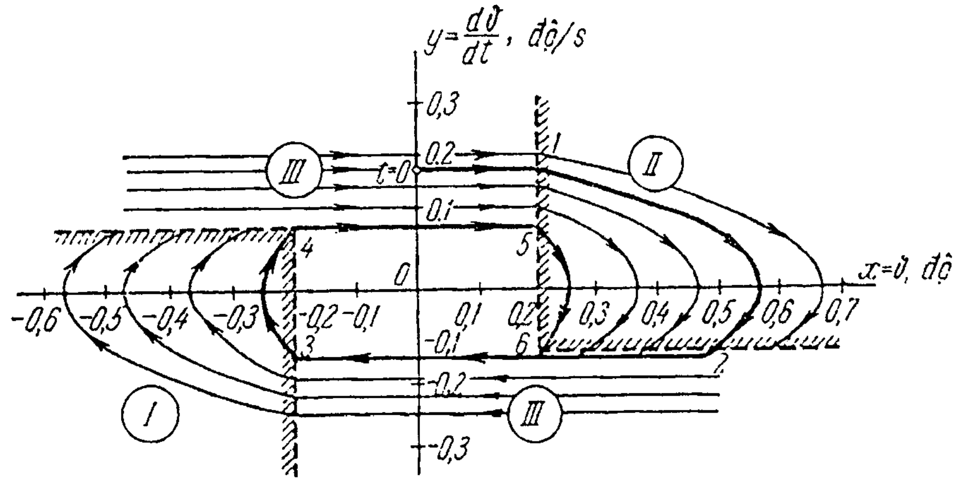
Phương trình các quỹ đạo pha đối với các vùng II và III thu được bằng cách tương tự:

$$y^2 = -0{,}05x + C_2 \tag{8}$$

và:

$$y = C_3 \tag{9}$$

Các phương trình (7) và (8) là các phương trình parabol đối xứng với trục x, mà thông số của chúng p = 0,025.

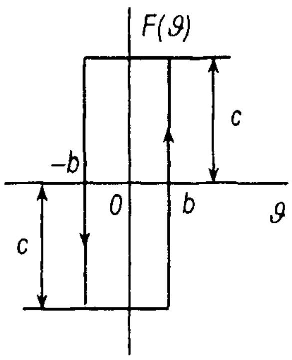


Hình 225. Các quỹ đạo pha của hệ theo dõi cho bài 381.

Phương trình (9) là phương trình các đường thẳng song song với trục x. Dạng các quỹ đạo pha được biểu diễn trên hình 225.

Ta cho các điều kiện ban đầu của quá trình. Giả sử ở t = 0, x = ϑ = 0, y = $\dot{\vartheta}$ = 0,2 độ/s. Theo dạng quỹ đạo pha đối với các độ lệch ban đầu đã cho có thể xác định quá trình chuyển tiếp kết thúc sớm hơn sau một chu kỳ, vì vậy trong hệ ta xác định được tự dao động. Biên độ các dao động góc $a_\vartheta \approx 0,25^0$ và biên độ dao động của tốc độ a_ϑ = 0,1 độ/s xác định dễ dàng theo chu kỳ giới hạn.

382. Hãy nghiên cứu các quá trình trong hệ theo dõi điện cơ có các khớp ma sát điện từ được nghiên cứu ở bài 375, ở điều kiện thay thế thiết bị lôgic không tuyến tính trong hệ bằng bộ khuếch đại rơle. Đặc tính tĩnh F(ϑ) của bộ khuếch đại này được biểu diễn trên hình 226. Các giá trị các thông số của bộ khuếch đại rơle: b = $0,2^0$, c = 1.



***Hình 226.** Đặc tính tĩnh của khâu không tuyến tính cho bài 382.*

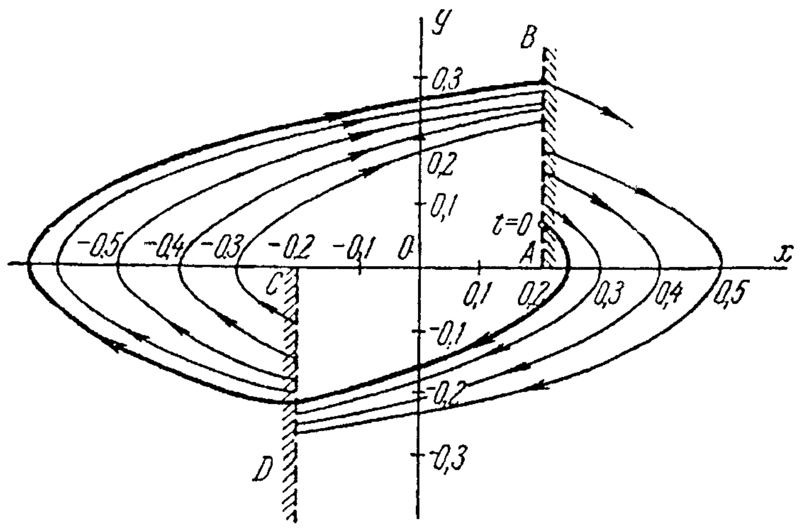
Đáp số: Các quỹ đạo pha của hệ là các parabol, mà các phương trình của chúng:

$$y^2 = 0,05x + C_1$$
$$y^2 = -0,05x + C_2$$

Các đường thẳng dẫn động giao nhau là các đường AB và CD (hình 227). Ở các điều kiện ban đầu bất kỳ điểm biểu diễn cách xa gốc toạ độ. Do đó, hệ không ổn định.

383. Hãy nghiên cứu các quá trình trong hệ điều chỉnh nhiệt độ (xem hình 216) ở mối liên hệ cục bộ ngược bị ngắt ra.

Các số liệu ban đầu là các số liệu của bài 377.



Hình 227. Các quỹ đạo pha của hệ theo dõi cho bài 382.

Bài giải. Ở chế độ ổn định các nhiệt độ có thể lấy $\vartheta_1 = 0$, $\vartheta_2 = -\vartheta$. Khi đó các phương trình các khâu của hệ có thể viết ở dạng sau (xem bài 377):

1. Phương trình đối tượng điều chỉnh:

$$(T_0p + 1)\,\vartheta = -k_0\varphi \qquad (1)$$

2. Phương trình phần tử nhạy cảm:

$$a\omega_1 = k_1\vartheta \qquad (2)$$

3. Phương trình bộ khuếch đại (ở $k_{o.c} = 0$):

$$u = F(a\omega_1) \qquad (3)$$

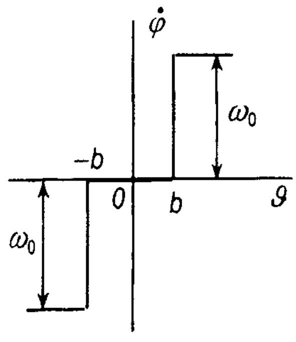
4. Phương trình động cơ có dòng điện không đổi:

$$p\alpha = k_2u \qquad (4)$$

5. Phương trình của bộ dẫn động:

$$\varphi = k_3\alpha \qquad (5)$$

Nếu cho rằng dòng điện trong cuộn dây của rơle phân cực tỷ lệ với độ lệch nhiệt độ ϑ, còn tốc độ lệch của thiết bị điều chỉnh $\frac{d\varphi}{dt}$ tỷ lệ với điện áp u, đại lượng đầu vào của khâu không tuyến tính (rơle phân cực) có thể lấy ϑ, còn đầu ra là $-\frac{d\varphi}{dt}$ (hình 228).



Hình 228. Đặc tính tĩnh khâu không tuyến tính cho bài 383.

Trên hình vẽ này $b = \frac{a\omega_{cp}}{k_1} = \frac{0,5}{0,25} = 2^0$,

$$\omega_0 = \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)_{max} = k_2k_3U_{max} = 0,22 \text{ rad/s}.$$

Tương ứng với phương trình đối tượng điều chỉnh (1) và đặc tính tĩnh của khâu không tuyến tính (xem hình 228), phương trình của toàn hệ có thể viết ở dạng sau:

$$(T_0p + 1)\vartheta = -k_0\varphi \quad (6)$$

$$p\varphi = \begin{cases} +\omega_0 & ở \quad \vartheta > +b \\ 0 & ở \quad |\vartheta| < b \\ -\omega_0 & ở \quad \vartheta < -b \end{cases} \quad (7)$$

Nếu giải các phương trình (6) và (7) đồng thời, ta thu được:

$$(T_0p + 1)\,p\vartheta = -k_0\omega_0 \quad ở \quad \vartheta > +b \quad (8)$$

$$(T_0p + 1)\,p\vartheta = k_0\omega_0 \quad ở \quad \vartheta < -b \quad (9)$$

$$(T_0p + 1)\,p\vartheta = 0 \quad ở \quad |\vartheta| < b \quad (10)$$

Ta nghiên cứu phương trình (8):

$$T_0\frac{d^2\vartheta}{dt^2} + \frac{d\vartheta}{dt} = -k_0\omega_0 \quad (11)$$

Ta đưa vào các ký hiệu $x = \vartheta$, $\frac{dx}{dt} = y$ và phương trình (11) được viết lại như sau:

$$T_0\frac{dy}{dt} + y = -k_0\omega_0 \quad (12)$$

Để loại thời gian từ phương trình (12) ta chia nó cho $\frac{dx}{dt} = y$. Ta có:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{T_0} - \frac{k_0\omega_0}{T_0y}$$

hay sau khi chia các biến:

$$dx = -T_0dy - \frac{T_0k_0\omega_0}{y + k_0\omega_0}dy \quad (13)$$

Nếu tích phân phương trình (13), ta thu được phương trình các quỹ đạo pha:

$$x = -T_0y + T_0k_0\omega_0\ln(y + k_0\omega_0) + C_1 \quad ở\ x > +b \quad (14)$$

Sau khi biến đổi tương tự với các phương trình (9) và (10), đối với chúng ta có:

$$x = -T_0y - T_0k_0\omega_0\ln(y - k_0\omega_0) + C_2 \quad ở\ x < -b \quad (15)$$

$$x = -T_0y + C_3 \quad ở\ |x| < b \quad (16)$$

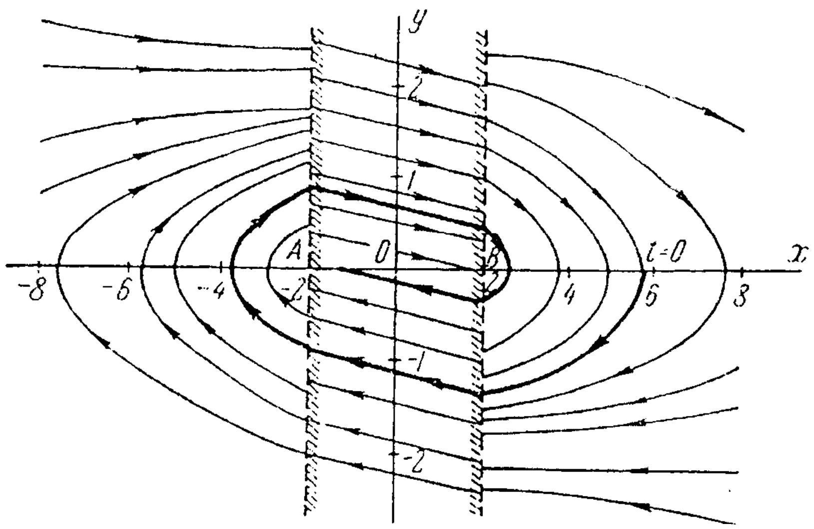
Sau khi thế vào các phương trình (14) - (16) các giá trị của các thông số, ta có:

$$x = -10y + 22\ln(2{,}2 + y) + C_1 \quad ở\ x > +b \quad (17)$$

$$x = -10y - 22\ln(2{,}2 - y) + C_2 \quad ở\ x < -b \quad (18)$$

$$x = -10y + C_3 \quad ở\ |x| < b \quad (19)$$

Theo các phương trình (17) - (19) trên hình 229 ta xây dựng hình ảnh pha của toàn hệ. Chính ở đây ta tách ra quỹ đạo pha tương ứng với các điều kiện ban đầu.



Hình 229. Các quỹ đạo pha của hệ điều chỉnh nhiệt độ cho bài 383.

Ở t = 0, $\vartheta = 5{,}7^0$, $\dot{\vartheta} = 0$. Theo dạng quỹ đạo pha có thể xác định quá trình trong hệ kết thúc lớn hơn một chút sau một chu kỳ dao động. Quá trình chuyển tiếp trong hệ có thể kết thúc ở điểm bất kỳ đoạn AB.

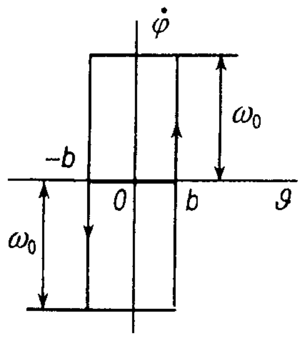
384. Hãy nghiên cứu các quá trình trong hệ điều chỉnh nhiệt độ được nghiên cứu trong bài 383, ở điều kiện rơle phân cực có đặc tính tĩnh được biểu diễn trên hình 230.

Các giá trị số của các thông số: $b = 2^0$, $\omega_0 = 0{,}22$ rad/s.

Đáp số: Các phương trình quỹ đạo pha trong vùng I và ở vùng II (hình 231) như sau:

$$x = -10y + 22\ \ln(2{,}2 + y) + C_1$$

$$x = -10y - 22\ \ln\ (2{,}2 - y) + C_2$$



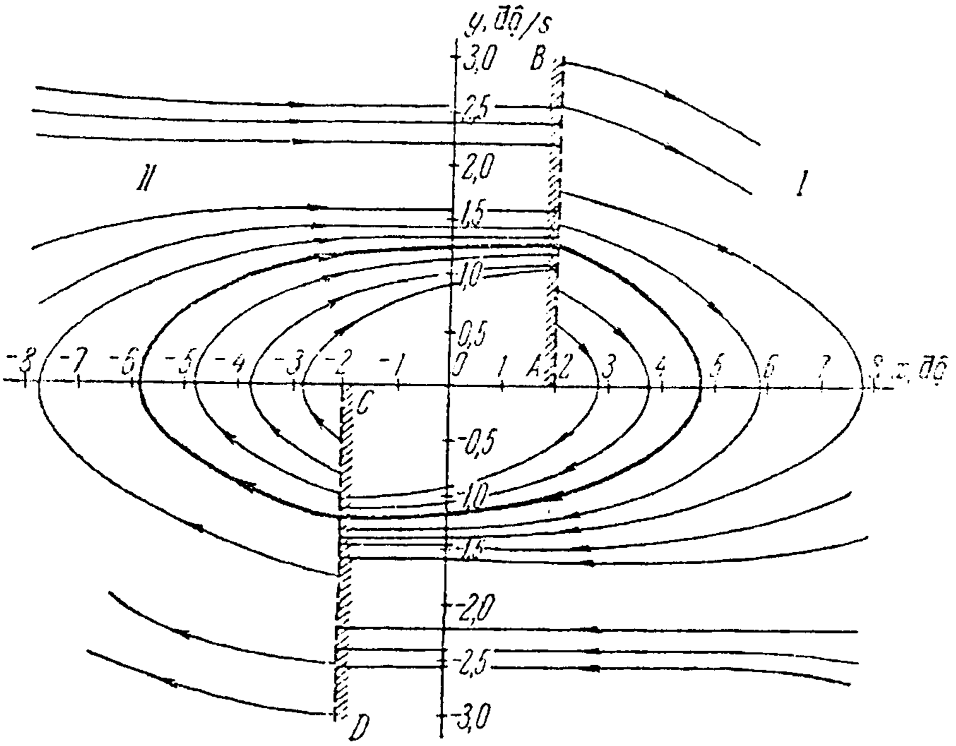
Hình 230. *Đặc tính tĩnh của khâu không tuyến tính cho bài 384.*

Chuyển mạch dẫn động xảy ra trên các đoạn thẳng AB và CD. Trong hệ ở các điều kiện ban đầu bất kỳ xác định các dao động tự phát. Biên độ dao động nhiệt độ $a_\vartheta \approx 5^0$, biên độ dao động tốc độ thay đổi nhiệt độ $a_\vartheta \approx 1{,}2$ độ/s.

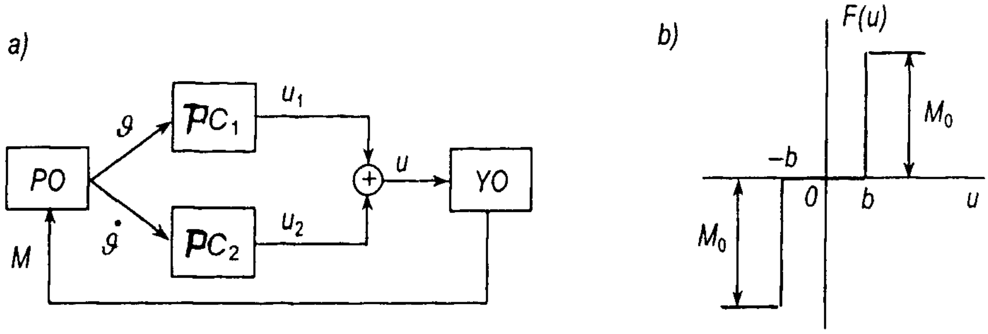
385. Nghiên cứu độ bền vững của mức ổn định vệ tinh nhân tạo trái đất (VNĐ) mà sơ đồ của nó được biểu diễn trên hình 232a, b.

Trên sơ đồ ta ký hiệu: PO - đối tượng điều chỉnh (VTĐ), PC_1 và PC_2 - các phần tử nhạy cảm (các đầu đo góc không ăn khớp ϑ và tốc độ góc ϑ), YO - thiết bị điều khiển (cùng với cơ cấu thừa hành), M - mômen ổn định từ phía cơ cấu thừa hành, u_1 và u_2 - các điện áp ở đầu ra các phần tử độ nhạy.

Các số liệu ban đầu: mômen quán tính VTĐ J = 5000 G.cm.s^2, giá trị cực đại của mô men ổn định M_0 = 500 G.cm, hệ số truyền của đầu đo góc không ăn khớp k_1 = 1 V/độ, hệ số truyền của đầu đo tốc độ k_2 = 1 V.s/độ, bề rộng không nhạy cảm của thiết bị điều khiển b = 0,2 V, bề rộng vùng không ổn định PC_2 (hình 233) d = 0,1 độ/s, độ trễ ở thiết bị điều khiển τ = 0,3 s. Có thể bỏ qua trở lực môi trường quay của VTĐ.



Hình 231. Các quỹ đạo pha của hệ điều chỉnh nhiệt độ cho bài 384.



***Hình 232.** Hệ tự dao động VNĐ và đặc tính tĩnh của thiết bị tự điều khiển cho bài 385.*

Bài giải. Điều khiển đối tượng được viết ở dạng:

$$J\frac{d^2\vartheta}{dt^2} = -M \qquad (1)$$

Phương trình thiết bị điều khiển:

$$M = F(u) \qquad (2)$$

ở đây F(u) - hàm phi tuyến cho bởi đặc tính tĩnh (xem hình 232b).

Tín hiệu tổng ở đầu ra của các phần tử nhạy cảm PC_1 và PC_2:

$$u = u_1 + u_2 = k_1\vartheta + F_1(\dot{\vartheta}) \tag{3}$$

ở đây $F(\vartheta)$ - hàm phi tuyến, mà đặc tính tĩnh của nó được biểu diễn trên hình 233. Tương ứng với hình 233 biểu thức (3) có thể viết ở dạng sau:

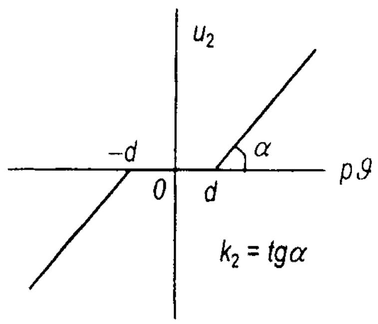
$$u = \begin{cases} k_1\vartheta & \text{ở } |\dot{\vartheta}| \le d \\ k_1\vartheta + k_2(\dot{\vartheta} - d) & \text{ở } \dot{\vartheta} \ge d \\ k_1\vartheta + k_2(\dot{\vartheta} + d) & \text{ở } \dot{\vartheta} \le -d \end{cases} \tag{4}$$

Chuyển mạch thiết bị thừa hành khi không có độ trễ ($\tau = 0$) theo hình 232b xảy ra ở $u = +b$ và $u = -b$, hay có tính đến (4):

$$\left.\begin{aligned} \vartheta &= \frac{b}{k_1} \\ \vartheta &= -\frac{b}{k_1} \end{aligned}\right\} \text{ ở } |\dot{\vartheta}| \le d \tag{5}$$

$$\left.\begin{aligned} \vartheta &= \frac{b}{k_1} - \frac{k_2(\dot{\vartheta} - d)}{k_1}, \\ \vartheta &= -\frac{b}{k_1} - \frac{k_2(\dot{\vartheta} - d)}{k_1} \end{aligned}\right\} \text{ ở } |\dot{\vartheta}| \ge d \tag{6}$$

$$\left.\begin{aligned} \vartheta &= \frac{b}{k_1} - \frac{k_2(\dot{\vartheta} + d)}{k_1}, \\ \vartheta &= -\frac{b}{k_1} - \frac{k_2(\dot{\vartheta} + d)}{k_1} \end{aligned}\right\} \text{ ở } |\dot{\vartheta}| \le -d \tag{7}$$



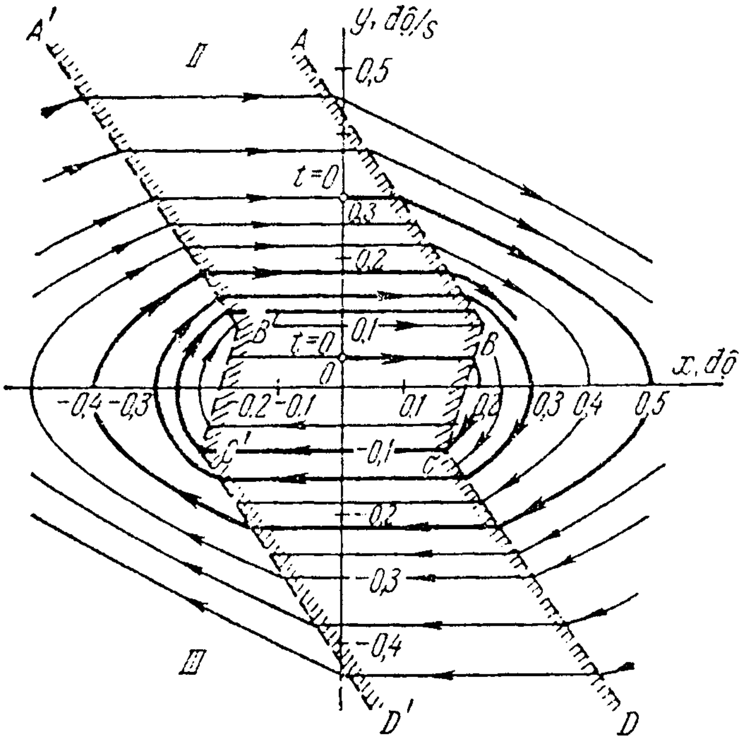
Hình 233. *Đặc tính tĩnh phần tử nhạy cảm cho bài 385.*

Nếu cho rằng trong khoảng thời gian τ chuyển động VNĐ thực hiện với vận tốc không đổi và ký hiệu $x = \vartheta$, $y = \dot{\vartheta}$, các điều kiện chuyển mạch của thiết bị thừa hành có thể viết:

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{b}{k_1} + \tau y = 0{,}2 + 0{,}3y, \\ x &= -\frac{b}{k_1} + \tau y = 0{,}2 - 0{,}3y \end{aligned}\right\} \text{ ở } |y| \le d = 0{,}1 \tag{8}$$

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{b}{k_1} - \frac{k_2(y - d)}{k_1} + \tau y = 0{,}3 - 0{,}7y \\ x &= -\frac{b}{k_1} - \frac{k_2(y - d)}{k_1} + \tau y = -0{,}1 - 0{,}7y \end{aligned}\right\} \text{ ở } y \ge d = 0{,}1 \tag{9}$$

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{b}{k_1} - \frac{k_2(y + d)}{k_1} + \tau y = 0{,}1 - 0{,}7y \\ x &= -\frac{b}{k_1} - \frac{k_2(y + d)}{k_1} + \tau y = -0{,}3 - 0{,}7y \end{aligned}\right\} \text{ ở } y \le -d = -0{,}1 \tag{10}$$



***Hình 234**. Các quỹ đạo pha của hệ ổn định cho bài 385.*

Theo các công thức (8) - (10) trên hình 234 ta xây dựng các đường chuyển mạch (các đường gấp khúc ABCD và A'B'C'D') phân chia mặt phẳng pha thành ba vùng. Theo (1), (2) và hình 232b các phương trình của toàn hệ sẽ bằng:

$$\frac{d^2\vartheta}{dt^2} = \begin{cases} -\dfrac{M_0}{J} = -0{,}1 & \text{đối với vùng I} \\ 0 & \text{đối với vùng II} \\ +\dfrac{M_0}{J} = 0{,}1 & \text{đối với vùng III} \end{cases} \tag{11}$$

Sau khi thế $x = \vartheta$, $y = \dfrac{d\vartheta}{dt}$ ta chia các phương trình (11) cho $\dfrac{dx}{dt} = y$. Ta có

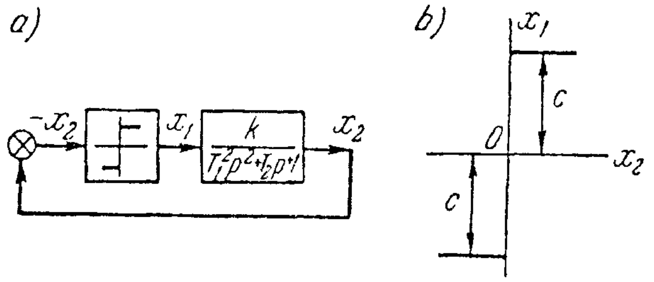
$$y\,dy = -0{,}1\,dx \quad \text{đối với vùng I}$$
$$dy = 0 \quad \text{đối với vùng II}$$
$$y\,dy = +0{,}1\,dx \quad \text{đối với vùng III}$$

Sau khi tích phân từ đó ta tìm được các phương trình quỹ đạo pha:

$$\left.\begin{aligned} y^2 + 0{,}2x &= C_1 \quad \text{đối với vùng I} \\ y &= C_2 \quad \text{đối với vùng II} \\ y^2 - 0{,}2x &= C_3 \quad \text{đối với vùng III} \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

Các phương trình thứ nhất và thứ (3) của (12) là các phương trình parabol, mà các trục của chúng trùng với trục x. Phương trình thứ hai (12) là phương trình đường thẳng. Hình ảnh pha của hệ được biểu diễn trên hình 234. Quá trình trong hệ là phân tán ở các điều kiện ban đầu nhỏ và là tắt dần ở các điều kiện ban đầu lớn. Các quỹ đạo pha được hội tụ theo chu kỳ giới hạn minh chứng cho sự tồn tại trong hệ tự dao động. Biên độ các dao động góc $a_9 \approx 0{,}3^0$, biên độ các dao động tốc độ $a_9 \approx 0{,}14$ độ/s.

386. Đối với hệ, mà sơ đồ cấu tạo của nó được biểu diễn trên hình 235a và b, hãy xây dựng hình ảnh pha bằng phương pháp đường đẳng nghiêng.



Hình 235. *Sơ đồ cấu tạo và đặc tính tĩnh của hệ phi tuyến cho bài 386.*

Các số liệu ban đầu:

$T_1^2 = 0{,}5\ s^2$, $T_2 = 1$ s, $k = 1$, $c = 2$.

Bài giải. Theo sơ đồ cấu tạo của phương trình của hệ phi tuyến kín có thể được viết ở dạng sau:

$$\left.\begin{aligned}(T_1^2p^2 + T_2p + 1)x_2 &= -kc \text{ ở } x_2 > 0\\ (T_1^2p^2 + T_2p + 1)x_2 &= +kc \text{ ở } x_2 < 0\end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Ta đưa vào các ký hiệu $x = x_2$, $y = \dfrac{dx}{dt} = \dfrac{dx_2}{dt}$ và đồng thời thế các giá trị của các thông số. Ta có:

$$\left.\begin{aligned}\frac{dy}{dt} &= -2y - 2x - 4 \text{ ở } x > 0,\\ \frac{dy}{dt} &= -2y - 2x + 4 \text{ ở } x < 0.\end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Để loại thời gian ta chia các phương trình (2) cho $\dfrac{dx}{dt} = y$. Ở kết quả ta có:

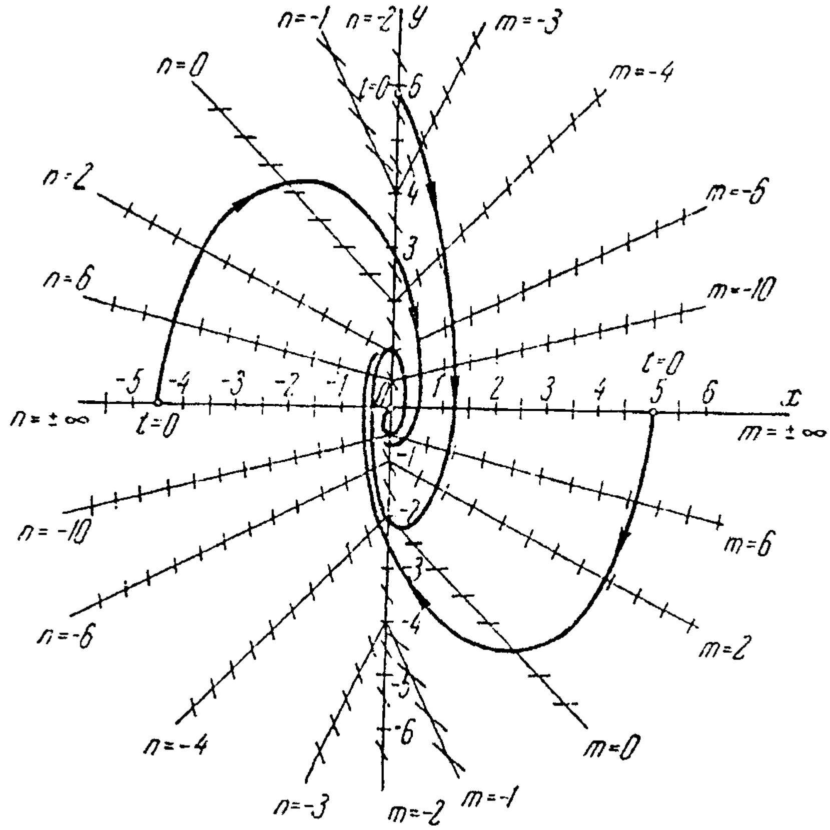
$$\left.\begin{aligned}\frac{dy}{dx} &= -\frac{2y + 2x + 4}{y} \text{ ở } x > 0,\\ \frac{dy}{dx} &= -\frac{2y + 2x - 4}{y} \text{ ở } x < 0,\end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Ở phương trình đầu của (3) ta đặt $\dfrac{dy}{dx} = m$, còn ở thứ hai $\dfrac{dy}{dx} = n$, và ta tìm các phương trình đường đẳng nghiêng:

$$\left.\begin{aligned}y &= -\frac{2x + 4}{m + 2} \text{ ở } x > 0,\\ y &= -\frac{2x - 4}{n + 2} \text{ ở } x < 0,\end{aligned}\right\} \quad (4)$$

Theo các phương trình (4) đối với các giá trị m và n khác nhau ta xây dựng đường đẳng nghiêng (hình 236). Độ nghiêng của quỹ đạo pha với trục hoành đối với mỗi đường đẳng nghiêng trên hình 236 được thể hiện bằng các đoạn thẳng được vạch tương ứng dưới các góc arctg m và arctg n. Các đoạn này là các tiếp tuyến với quỹ đạo pha.

Như thấy rõ từ hình 236, ở các điều kiện ban đầu khác nhau điểm biểu diễn hướng tới trục toạ độ. Do đó hệ nghiên cứu được ổn định.



Hình 236. Các đường đẳng nghiêng và các quỹ đạo pha cho bài 386.

387. Nhờ phương pháp đường đẳng nghiêng ta xây dựng các quỹ đạo pha và nghiên cứu độ ổn định của hệ phi tuyến, mà chuyển động tự do của nó được biểu diễn bằng phương pháp vi phân:

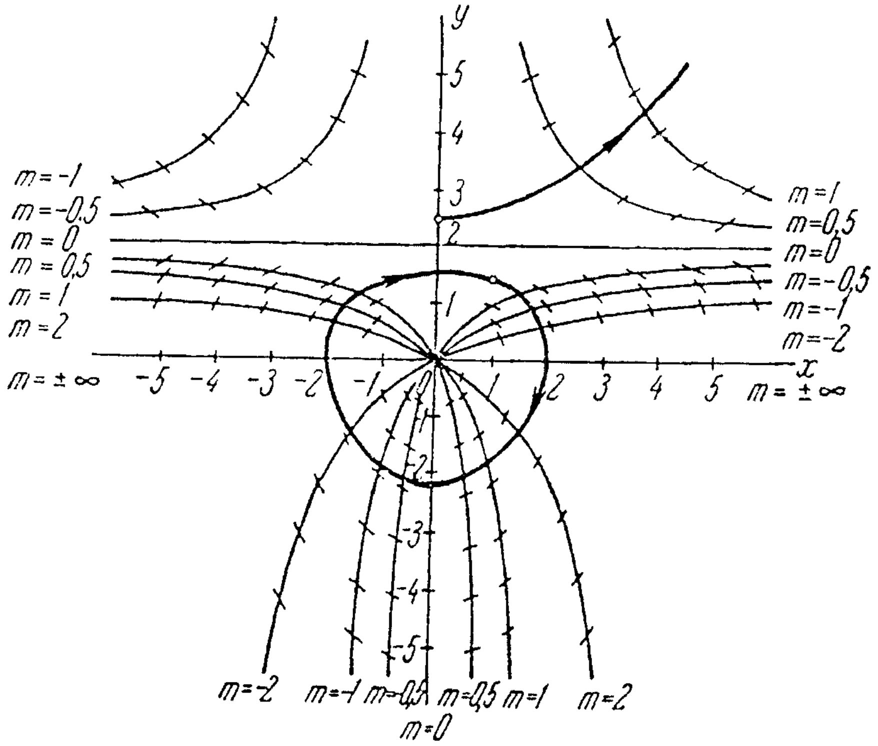
$$\frac{d^2x}{dt^2} - 0{,}5x\frac{dx}{dt} + x = 0$$

Các điều kiện ban đầu của quá trình: ở t = 0, x = 0, $\frac{dx}{dt} = 2{,}5$.

Đáp số. Hệ không ổn định. Phương trình đường đẳng nghiêng:

$$y = -\frac{x}{m - 0{,}5x}$$

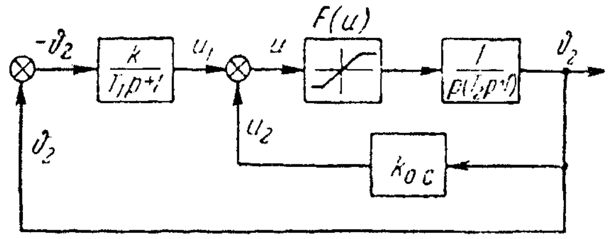
Các quỹ đạo pha được biểu diễn trên hình 237.



Hình 237. Các đường đẳng nghiêng và các quỹ đạo pha cho bài 387.

12.2. PHƯƠNG PHÁP A. M. LIAPUNOV - A. I. LURIE

388. Hãy nghiên cứu độ ổn định của hệ tự động phi tuyến, mà sơ đồ cấu trúc của nó được biểu diễn trên hình 238.



Hình 238. Sơ đồ cấu tạo của hệ cho bài 388.

Bài giải. Theo sơ đồ cấu trúc hệ được mô tả bởi các phương trình vi phân sau:

$$\left.\begin{aligned} &T_1\dot{u}_1 + u_1 = -k\vartheta_2 \\ &T_2\vartheta_2 + \dot{\vartheta}_2 = F(u) \\ &u = u_1 - k_{oc}\vartheta_2 \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Ta đưa các phương trình (1) về dạng tiêu chuẩn. Do đó ta đưa vào các ký hiệu:

$$\eta_1 = u_1,\quad \eta_2 = \dot{\vartheta}_2,\quad \eta_3 = \vartheta_2,\quad \sigma = u,\quad F(u) = f(\sigma)$$

Ta có:

$$\left.\begin{aligned} &\dot{\eta} = -\frac{1}{T_1} - \frac{k}{T_1}\eta_3 \\ &\dot{\eta}_2 = -\frac{1}{T_2}\eta_2 + \frac{1}{T_2}f(\sigma) \\ &\dot{\eta}_3 = \eta_2 \\ &\sigma = \eta_1 - k_{oc}\eta_3 \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

Hệ các phương trình (2) trùng với dạng loại hai (xem mục 6 của phụ lục 23) ở n = 3 và $a_{11} = -\frac{1}{T_1}$, $a_{12} = 0$, $a_{13} = -\frac{1}{T_2}$, $a_{21} = 0$, $a_{22} = -\frac{1}{T_2}$, $a_{23} = 0$, $a_{31} = 0$, $a_{32} = 1$, $a_{33} = 0$, $b_1 = 0$, $b_2 = \frac{1}{T_2}$, $b_3 = 0$, $c_1 = 1$, $c_2 = 0$, $c_3 = -k_{oc}$.

Ta viết các phương trình (2) ở dạng kiểu mẫu (xem phụ lục 23). Vì vậy từ các hệ số của phương trình ta lập định thức:

$$D(\lambda) = \begin{vmatrix} -\frac{1}{T_1} - \lambda & 0 & -\frac{k}{T_1} \\ 0 & -\frac{1}{T_2} - \lambda & 0 \\ 0 & 1 & -\lambda \end{vmatrix}$$

$$= -\lambda\left(\lambda + \frac{1}{T_1}\right)\left(\lambda + \frac{1}{T_2}\right) \tag{3}$$

và ta xác định các nghiệm của phương trình đặc trưng $D(\lambda) = 0$:

$$\lambda_1 = -\frac{1}{T_1}, \qquad \lambda_2 = -\frac{1}{T_2}, \qquad \lambda_3 = 0$$

Do đó ở phương trình đặc trưng có một nghiệm không, các phương trình chuẩn tắc được viết ở dạng sau:

$$\left.\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \lambda_1 x_1 + f(\sigma) \\ \dot{x}_2 &= \lambda_2 x_2 + f(\sigma) \\ \dot{\sigma} &= \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 - rf(\sigma) \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Ta xác định các hằng số r, β_1 và β_2:

$$r = -(c_1 b_1 + c_2 b_2 + c_3 b_3) = 0$$

bởi vì $b_1 = 0$, $c_2 = 0$, $b_3 = 0$.

Các hằng số β_1 và β_2 được xác định theo các công thức (mục 10) của phụ lục 23.

Bởi vì trong trường hợp của chúng ta $c_2 = 0$, nên theo công thức (mục 11) của phụ lục 23 yêu cầu chỉ xác định $N_1(\lambda)$ và $N_3(\lambda)$ theo công thức (mục 12) phụ lục 23:

$$N_1(\lambda) = b_2 D_{21}(\lambda) = -\frac{1}{T_2}\begin{vmatrix} 0 & -\frac{k}{T_1} \\ 1 & -\lambda \end{vmatrix} = -\frac{k}{T_1 T_2} \tag{5}$$

$$N_3(\lambda) = b_2 D_{23}(\lambda) = -\frac{1}{T_2}\begin{vmatrix} -\frac{1}{T_1} - \lambda & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = -\frac{1}{T_2}\left(\lambda + \frac{1}{T_1}\right) \tag{6}$$

Ta xác định $D'(\lambda)$:

$$D'(\lambda) = \frac{d}{d\lambda}D(\lambda) = 3\lambda^2 + 2\lambda\left(\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2}\right) + \frac{1}{T_1T_2} \qquad (7)$$

Theo công thức (mục 11) của phụ lục 23 ta có:

$$\gamma_1 = -\frac{c_1N_1(\lambda_1) + c_3N_3(\lambda_1)}{D'(\lambda_1)} = -\frac{kT_1}{T_2 - T_1},$$

$$\gamma_2 = -\frac{c_1N_1(\lambda_2) + c_3N_3(\lambda_2)}{D'(\lambda_2)} = \frac{kT_2 + k_{oc}(T_2 - T_1)}{T_2 - T_1}$$

và xác định

$$\beta_1 = \lambda_1\gamma_1 = \frac{k}{T_2 - T_1}$$

$$\beta_2 = \lambda_2\gamma_2 = -\frac{1}{T_2}\cdot\frac{kT_2 + k_{oc}(T_2 - T_1)}{T_2 - T_1}$$

Đối với lớp các hệ phi tuyến, mà đối với nó có hệ đang nghiên cứu, các điều kiện đủ của ổn định có dạng (xem phụ lục 24):

$$G^2 > 0 \qquad (8)$$

và:

$$G^2 > -4\vartheta \qquad (9)$$

ở đây:

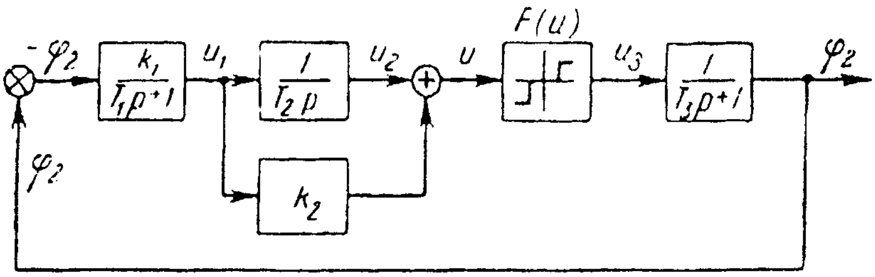
$$G^2 = \frac{\beta_1}{\lambda_1} + \frac{\beta_2}{\lambda_2} = k + k_{oc}$$

$$\vartheta = \frac{(\beta_1 - \beta_2)(\lambda_1 - \lambda_2)}{4\lambda_1\lambda_2} = -\frac{2kT_2 + k_{oc}(T_2 - T_1)}{4T_2}$$

Điều kiện (9) dẫn tới điều kiện ổn định đủ của hệ đang nghiên cứu như sau:

$$k_{oc}T_1 > kT_2 \qquad (10)$$

389. Hãy nghiên cứu độ ổn định của hệ tự động phi tuyến, mà sơ đồ cấu tạo của nó được biểu diễn trên hình 239.



Hình 239. *Sơ đồ cấu tạo của hệ cho bài 389.*

Đáp số: Các phương trình vi phân của hệ ở dạng chính tắc có dạng sau:

$$\left.\begin{aligned}\dot{x}_1 &= \lambda_1 x_1 + f(\sigma)\\ \dot{x}_2 &= \lambda_2 x_2 + f(\sigma)\\ \dot{\sigma} &= \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2\end{aligned}\right\}$$

ở đây $\lambda_1 = -\dfrac{1}{T_1}$, $\lambda_2 = -\dfrac{1}{T_3}$, còn các hệ số β_1 và β_2 bằng:

$$\beta_1 = \frac{k_1(k_2T_2 - T_1)}{T_1T_2(T_1 - T_3)}, \qquad \beta_2 = \frac{k_1(T_2k_1 - T_3)}{T_2T_3(T_3 - T_1)}$$

Điều kiện ổn định của hệ $G^2 > -4\vartheta$ (phụ lục 24) có thể viết ở dạng sau:

$$k_2 > \frac{T_1T_3}{T_2(T_1 + T_3)}$$

390. Hãy nghiên cứu độ ổn định của hệ, mà sơ đồ cấu tạo của nó được biểu diễn trên hình 240.

Bài giải. Theo sơ đồ cấu tạo các phương trình vi phân của hệ có dạng sau:

$$\left.\begin{aligned}T_1\ddot{u}_1 + \dot{u}_1 &= -k_1\delta,\\ \delta &= F(u),\\ u &= k_2u_1 + k_3\dot{u}_1 - k_{oc}\delta\end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Ta biến đổi hệ các phương trình (1) về dạng chính tắc. Do đó ta ký hiệu:

$$\eta = u_1,\ \ \xi = \delta,\ \ \sigma = u,\ \ f(\sigma) = F(u)$$

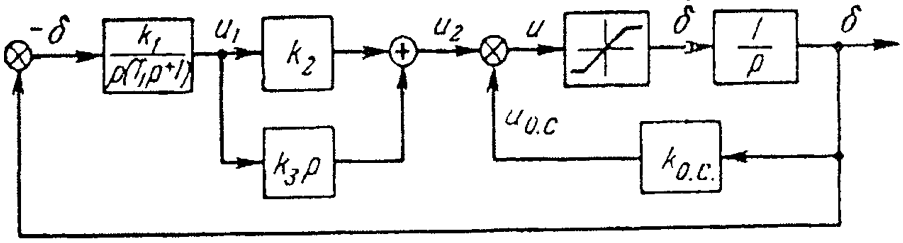
và ta viết các phương trình (1) ở dạng:

$$\left.\begin{aligned}&\ddot{\eta} + \frac{1}{T_1}\dot{\eta} = -\frac{k_1}{T_1}\xi\\ &\sigma = k_2\eta + k_3\dot{\eta} - k_{oc}\xi\\ &\dot{\xi} = f(\sigma)\end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

Các phương trình (2) thu được có dạng (mục 12) của phụ lục 24:

$$n = 3,\ \ a_1 = \frac{1}{T_1},\ \ d = \frac{k_1}{T_1},\ \ c_0 = k_2,\ \ c_1 = k_3,\ \ r = k_{oc}$$

và khi tất cả các hệ số còn lại bằng 0.



Hình 240. Sơ đồ cấu tạo của hệ cho bài 390.

Ta xác định các nghiệm của đa thức:

$$D(\lambda) = \lambda^2 + a_1\lambda = \lambda^2 + \frac{1}{T_1}\lambda$$

Các nghiệm này bằng $\lambda_1 = -\frac{1}{T_1}, \lambda_2 = 0$.

Các hệ số β_1 và β_2 được xác định theo các công thức (mục 17) của phụ lục 24. Do đó ta xác định bổ sung:

$$\Delta(\lambda) = c_0 + c_1\lambda = k_2 + k_3\lambda,$$

$$D_1(\lambda) = \lambda + a_1 = \lambda + \frac{1}{T_1}$$

$$D'_1(\lambda) = 1$$

Có tính đến các biểu thức này:

$$\beta_1 = -d\frac{\Delta(\lambda_1)}{\lambda_1 D'(\lambda_1)} = -\frac{k_1}{T_1}\cdot\frac{k_2 - \dfrac{k_3}{T_1}}{-\dfrac{1}{T_1}} = \frac{k_1}{T_1}(k_2T_1 - k_3)$$

$$\beta_2 = -d\frac{c_0}{a_{n-2}} = -\frac{k_1}{T_1}\cdot\frac{k_2}{-\dfrac{1}{T_1}} = k_1k_2$$

Các phương trình của hệ ở dạng chính tắc có dạng:

$$\left.\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \lambda_1 x_1 + f(\sigma) \\ \dot{x}_2 &= f(\sigma) \\ \dot{\sigma} &= \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 - r \end{aligned}\right\}$$

Các điều kiện ổn định đủ (1) và (2) của phụ lục 24 ở trường hợp đã cho có dạng sau:

$$G^2 = \frac{\beta_1}{\lambda_1} + r > 0$$

hay:

$$G^2 = -k_1(k_2T_1 - k_3) + k_{oc} > 0$$

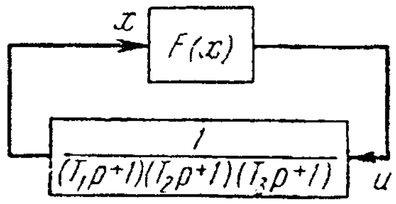
Cuối cùng từ biểu thức này ta thu được điều kiện ổn định đủ ở dạng:

$$k_{oc} > k_1(k_2T_1 - k_3) \quad \text{ở } k_2T_1 > k_3.$$

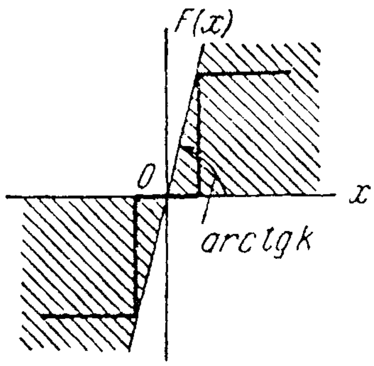
12.3. PHƯƠNG PHÁP TẦN SỐ B. M. POPOV

391. Sơ đồ cấu trúc của hệ tự động phi tuyến được biểu diễn trên hình 241. Hệ số truyền phần tuyến tính của hệ và khâu phi tuyến $k = k_Lk_H$ quy ước lấy cho khâu phi tuyến.

Hãy xác định ở các giá trị k nào hệ sẽ ổn định tuyệt đối, nếu đặc tính của khâu phi tuyến được phân bố ở vùng (0, k) (hình 242).



Hình 241. Sơ đồ cấu tạo của hệ cho bài 391.



Hình 242. Đặc tính tĩnh phi tuyến cho bài 391.

Các số liệu ban đầu: các hằng số thời gian phần tuyến tính của hệ $T_1 = 0{,}5$ s, $T_2 = 0{,}2$ s, $T_3 = 0{,}1$ s.

Bài giải. Hàm số truyền tần số phần tuyến tính của hệ có dạng:

$$W(j\omega) = \frac{1}{(1+j\omega T_1)(1+j\omega T_2)(1+j\omega T_3)} \qquad (1)$$

Phần thực và phần ảo của nó tương ứng bằng:

$$U(\omega) = \text{Re}\, W(j\omega) = \frac{1-\omega^2(T_1T_2+T_1T_3+T_2T_3)}{(1+\omega^2T_1^2)(1+\omega^2T_2^2)(1+\omega^2T_3^2)} \qquad (2)$$

$$V(\omega) = \text{Im}\, W(j\omega) = \frac{-\omega(T_1+T_2+T_3)+\omega^3T_1T_2T_3}{(1+\omega^2T_1^2)(1+\omega^2T_2^2)(1+\omega^2T_3^2)} \qquad (3)$$

Ta đưa vào một vài hàm số $U^*(j\omega)$ và $V^*(j\omega)$ có dạng sau:

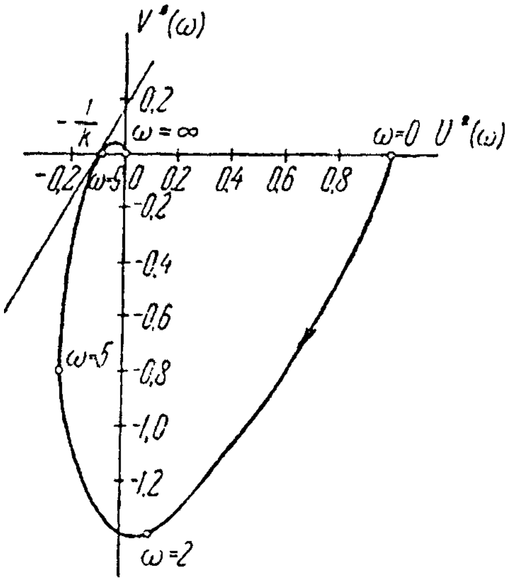
$$U^*(\omega) = \text{Re}\, W(j\omega) =$$

$$= \frac{1-\omega^2(T_1T_2+T_1T_3+T_2T_3)}{(1+\omega^2T_1^2)(1+\omega^2T_2^2)(1+\omega^2T_3^2)} \qquad (4)$$

$$V^*(\omega) = \omega\, \text{Im}\, W(j\omega) =$$

$$= \frac{-\omega^2(T_1+T_2+T_3)+\omega^4T_1T_2T_3}{(1+\omega^2T_1^2)(1+\omega^2T_2^2)(1+\omega^2T_3^2)} \qquad (5)$$

Theo các biểu thức (4) và (5) ta xây dựng đặc tính $V^*(\omega) = f[U^*(\omega)]$ (hình 243) và qua điểm $\left(-\frac{1}{k}, j0\right)$ ta đưa vào đường thẳng Popov sao cho đặc tính được xây dựng nằm hoàn toàn về phần bên phải từ đường thẳng này.



Hình 243. Đặc tính $V^*(\omega) = f[U^*(\omega)]$ cho bài 391.

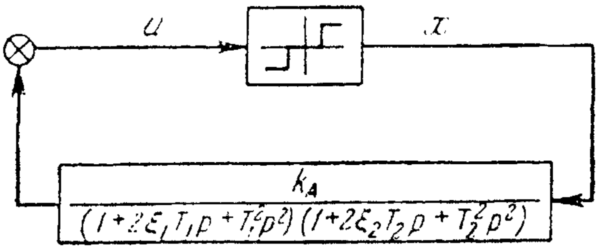
Theo hình 243, $\frac{1}{k} \approx 0{,}08$. Vì vậy hệ ổn định tuyệt đối đối với tất cả đặc tính phi tuyến nằm ở vùng:

$$0 < k < 12{,}5 \tag{6}$$

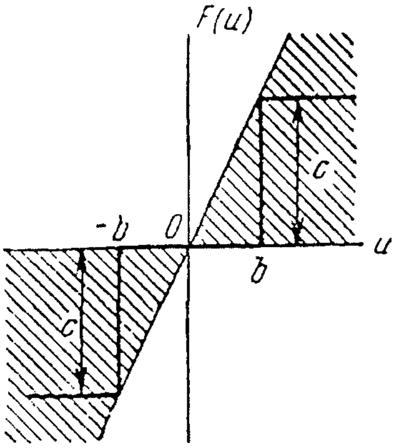
và trong trường hợp riêng, đối với đặc tính loại rơle được biểu diễn trên hình 242.

Do đó, điều kiện ổn định tuyệt đối đủ của hệ phi tuyến kín được đưa vào trong trường hợp đã cho thực hiện điều kiện cần và đủ ổn định của hệ tuyến tính kín ở trạng thái hở có hệ số truyền bằng k.

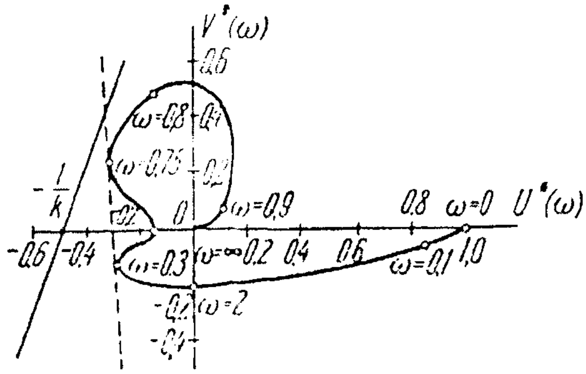
392. Sơ đồ cấu trúc của hệ tự động phi tuyến được biểu diễn trên hình 244. Hãy kiểm tra thực hiện điều kiện đủ ổn định tuyệt đối của hệ ở các giá trị thông số của hệ như sau: $T_1 = 5$ s, $T_2 = 1{,}25$ s, $\xi_1 = 0{,}5$; $\xi_2 = 0{,}05$, hệ số truyền phần tuyến tính của hệ $k_L = 4$, hệ số khuếch đại của khâu phi tuyến $k_H = \dfrac{c}{b} = 0{,}5$ (hình 245).



Hình 244. Sơ đồ cấu trúc của hệ cho bài 392.



Hình 245. Đặc tính phi tuyến cho bài 392.



Hình 246. Đặc tính $V^*(\omega) = f[U^*(\omega)]$ cho bài 392.

Bài giải. Hệ số truyền của hệ hở:

$$k = k_L k_H = 4 \,.\, 0{,}5 = 2$$

lấy cho khâu phi tuyến. Khi đó hàm truyền tần số của hệ hở cho:

$$W_L(j\omega) = \frac{1}{(1 - T_1^2\omega^2 + 2j\xi_1 T_1\omega)(1 - T_2^2\omega^2 + 2j\xi_2 T_2\omega)} \tag{1}$$

Ta xác định các hàm:

$$U^*(\omega) = \text{Re}\, W_L(j\omega)$$

$$= \frac{(1 - T_1^2\omega^2)(1 - T_2^2\omega^2) - 4\xi_1\xi_2 T_1 T_2\omega^2}{\left[(1 - T_1^2\omega^2)^2 + 4\xi_1^2 T_1^2\omega^2\right]\left[(1 - T_2^2\omega^2)^2 + 4\xi_2^2 T_2^2\omega^2\right]} \tag{2}$$

$$V^*(\omega) = \omega \operatorname{Im} W_L(j\omega)$$

$$= \frac{-2\omega^2\left[(1-T_1^2\omega^2)\xi_2 T_2 + (1-T_2^2\omega^2)\xi_1 T_1\right]}{\left[(1-T_1^2\omega^2)^2 + 4\xi_1^2 T_1^2\omega^2\right]\left[(1-T_2^2\omega^2)^2 + 4\xi_2^2 T_2^2\omega^2\right]} \qquad (3)$$

Theo các biểu thức (2) và (3) ta xây dựng đặc tính $V^*(\omega) = f[U^*(\omega)]$ (hình 246). Trên trục thực ta đặt điểm có các toạ độ $\left(-\frac{1}{k}, j0\right)$. Qua điểm này có thể vạch đường thẳng Popov sao cho toàn bộ đặc tính được xây dựng sẽ phân bố bên phải từ nó. Do đó, hệ đã cho sẽ ổn định tuyệt đối ở k = 2 đã cho, nếu đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến được phân bố hoàn toàn ở vùng (0, k). Vùng này được gạch trên hình 245.

393. Đối với hệ phi tuyến được nghiên cứu trong bài 392, hãy xác định giá trị biên của hệ số $k = k_L k_H$.

Đáp số: Giá trị biên của hệ số truyền:

$$k = \frac{1}{0{,}3} \approx 3{,}34$$

394. Hàm truyền phần tuyến tính của hệ:

$$W(p) = \frac{k_L}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$$

Hãy xác định các điều kiện ổn định tuyệt đối.

Đáp số:

Đặc tính $V^*(\omega) = f[U^*(\omega)]$ phân bố hoàn toàn ở nửa mặt phẳng dưới. Qua điểm $\left(-\frac{1}{k}, j0\right)$ ở $0 < k < \infty$ bất kỳ có thể vạch đường thẳng Popov sao cho toàn bộ đặc tính được phân bố bên phải nó. Vì vậy hệ ổn định tuyệt đối ở tất cả $k = k_L k_H$ và đối với tất cả các khâu phi tuyến, mà các đặc tính tĩnh của chúng thuộc vùng (0, ∞), có nghĩa nằm ở góc phần tư thứ I và thứ III.

12.4. PHƯƠNG PHÁP RÁP LẠI

395. Hãy nghiên cứu quá trình chuyển tiếp trong hệ, mà cấu trúc của nó được biểu diễn trên hình 247a, b.

Các số liệu ban đầu: $k = 2\ s^{-1}$, b = 0,5, c = 5.

Bài giải. Theo sơ đồ cấu tạo phương trình vi phân của hệ phi tuyến kín có dạng sau:

$$\dot{x}_2 + kF(x_2) = 0 \qquad (1)$$

ở đây $F(x_2)$ - hàm phi tuyến cho đặc tính tĩnh (xem hình 247b), ngoài ra:

$$F(x_2) = +c \begin{cases} \text{ở} \quad x_2 > +b \\ \text{ở} \quad -b < x_2 < +b, \quad \text{khi} \quad \dot{x}_2 < 0 \end{cases} \qquad (2)$$

$$F(x_2) = -c \begin{cases} ở & x_2 < -b \\ ở & -b < x_2 < +b, \quad \text{khi} \quad \dot{x}_2 > 0 \end{cases} \qquad (3)$$

Phương trình phi tuyến (1) bên trong các đoạn (2) và (3) được thay thế bằng hai phương trình tuyến tính:

$$x_2 + kc = 0 \qquad (4)$$

$$x_2 - kc = 0 \qquad (5)$$

hay, có tính đến các giá trị của các thông số:

$$x_2 + 10 = 0 \qquad (6)$$

$$x_2 - 10 = 0 \qquad (7)$$

Các nghiệm của các phương trình (6) và (7) có dạng:

$$x_2 = -10t + C_1 \qquad (8)$$

$$x_2 = 10t + C_2 \qquad (9)$$

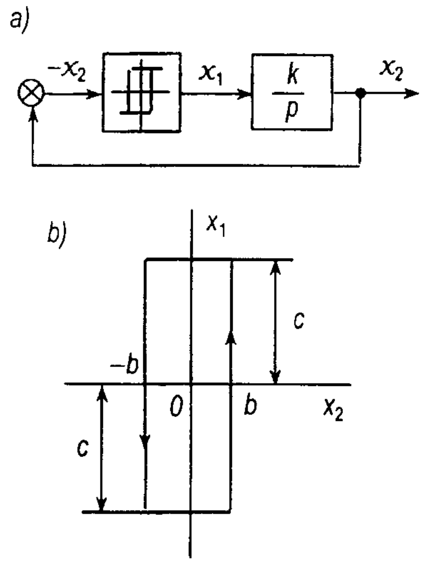
ở đây C_1 và C_2 - các hằng số tích phân.

Để xác định hằng số C_1 trên đoạn đầu của quá trình ta cho các điều kiện ban đầu: ở $t = 0$, $x_2(t) = x_2(0)$. Từ phương trình (8) ta có:

$$C_1 = C_{11} = x_2(0)$$

và nghiệm (8) đối với đoạn đầu cuối cùng có dạng:

$$x_{21} = -10t + x_2(0) \qquad (10)$$



Hình 247. Sơ đồ cấu trúc của hệ và đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến cho bài 382.

Hằng số tích phân C_2 được tìm từ các điều kiện đẳng thức giá trị ban đầu của quá trình ở đoạn thứ hai và giá trị cuối cùng của quá trình trên đoạn thứ nhất. Khi đó ta cho rằng tốc độ trên đoạn thứ nhất $\dot{x}_{21} = -10 < 0$ và theo (2) chuyển sang đoạn thứ hai. Xảy ra khi $x_{21} = -b - 0{,}5$ ở thời điểm $t = t_1$, ngoài ra từ (10):

$$t_1 = \frac{x_2(0) + 0{,}5}{10} \qquad (11)$$

Vì vậy từ điều kiện ráp lại ở điểm $t = t_1$ có thể viết

$$x_{21}(t_1) = -0{,}5 = x_{22}(t_1) \qquad (12)$$

Từ phương trình (9) có kể đến (12) ta tìm hằng số C_2 đối với đoạn thứ hai của quá trình:

$$C_2 = C_{22} = -0{,}5 - 10t_1$$

và biểu thức cuối cùng cho nghiệm trên đoạn thứ hai:

$$x_{22} = 10\,(t - t_1) - 0{,}5\,, \quad t \geq t_1 \qquad (13)$$

Trên đoạn này tốc độ $x_{22} = 10 > 0$. Vì vậy theo (3) ở $x_{22} = +b$ ở thời điểm $t = t_2$ thực hiện chuyển tới đoạn thứ ba, mà đối với nó quá trình được mô tả bằng phương trình (8), nhưng ở giá trị mới của hằng số $C_1 = C_{13}$. Từ các phương trình (13):

$$t_2 = \frac{10t_1 + 1}{10} = \frac{x_2(0) + 1,5}{10}$$

Điều kiện ráp lại ở điểm $t = t_2$ có dạng:

$$x_{22}(t_2) = 0,5 = x_{23}(t_2) \qquad (14)$$

ở đây x_{23} có nghĩa là nghiệm của (8) đối với đoạn thứ ba của quá trình.

Từ phương trình (8) có kể đến (14) ta tìm được hằng số C_1 cho đoạn thứ ba:

$$C_{13} = 0,5 + 10t_2$$

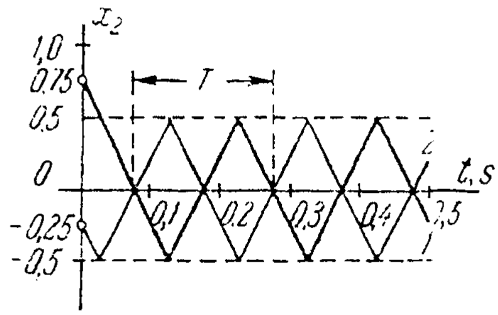
và biểu thức cuối cùng để giải trên đoạn này của quá trình:

$$x_{23} = -10(t - t_2) + 0,5t \geq t_2 \qquad (15)$$

Xây dựng tiếp theo đường cong chuyển tiếp được thực hiện tương tự.

Quá trình chuyển tiếp đối với hai giá trị của các điều kiện ban đầu $x_2(0) = 0,75$ và $x_2(0) = -0,25$ được xây dựng trên hình 248.

Như thấy rõ từ hình này, trong hệ ta xác định tự dao động có biên độ $A = b = 0,5$ và tần số $\Omega = \frac{2\pi}{T} \approx 31,4\ s^{-1}$.



Hình 248. Đường cong của quá trình chuyển tiếp cho bài 395.

396. Đối với bài toán trước hãy xác định biên độ và tần số tự dao động, nếu:

1) $k = 1\ s^{-1}$, $b = 0,5$, $c = 5$

2) $k = 1s^{-1}$, $b = 0,25$, $c = 5$

3) $k = 1s^{-1}$, $b = 0,25$, $c = 10$.

Đáp số:

1) $A = 0,5$, $\Omega \approx 15,7\ s^{-1}$

2) $A = 0,25$, $\Omega \approx 31,4\ s^{-1}$

1) $A = 0,25$, $\Omega \approx 62,8\ s^{-1}$

397. Đối với hệ được nghiên cứu ở bài 395, hãy tìm các điều kiện tồn tại sự tự dao động và các biểu thức giải tích đối với tần số và biên độ của nó.

Bài giải. Phương trình vi phân của hệ phi tuyến tính kín (xem hình 247):

$$\dot{x}_2 + kF(x_2) = 0 \qquad (1)$$

$$F(x_2) = +c \begin{cases} \text{ở} & x_2 > +b \\ \text{ở} & -b < x_2 < +b, \quad \text{khi} \quad \dot{x}_2 < 0 \end{cases} \qquad (2)$$

$$F(x_2) = -c \begin{cases} \text{ở} & x_2 < -b \\ \text{ở} & -b < x_2 < +b, \quad \text{khi} \quad \dot{x}_2 > 0 \end{cases} \qquad (3)$$

bên trong các đoạn (2) và (3) ta thay hai phương trình vi phân tuyến tính:

$$\dot{x}_2 + kc = 0 \quad (4)$$

$$\dot{x}_2 - kc = 0 \quad (5)$$

Ta tìm các nghiệm của các phương trình (4) và (5):

$$x_{21} = -kct + C_1 \quad (6)$$

$$x_{22} = kct + C_2 \quad (7)$$

Thời gian t ở đoạn đầu yêu cầu tính từ điểm, mà ở nó $x_{21} = +b$. Khi đó điều kiện ban đầu đối với đoạn đầu bằng:

$$x_{21} = +b \qquad \text{ở} \qquad t = 0$$

Nếu sử dụng nó, ta tìm được hằng số tích phân $C_1 = +b$. Từ đó trên đoạn thứ nhất:

$$x_{21} = -kct + b \quad (8)$$

Đối với đoạn thứ hai của quá trình thời gian t sẽ được tính điểm, mà ở nó $x_{22} = -b$. Điều kiện ban đầu đối với đoạn thứ hai sẽ là:

$$x_{22} = -b \qquad \text{ở} \qquad t = 0 \quad (9)$$

Để trong hệ có nghiệm tuần hoàn ổn định (tự dao động) có chu kỳ T, cần yêu cầu thực hiện điều kiện duy nhất (bởi vì ta nghiên cứu hệ bậc nhất, còn đặc tính $F(x_2)$ đối xứng đối với gốc toạ độ):

$$x_{21}\left(\frac{T}{2}\right) = x_{22}(0) \quad (10)$$

Ta thế vào (10) các giá trị các biến từ (8) và (9). Ta có:

$$-\frac{kcT}{2} + b = -b \quad (11)$$

Từ (11) ta có:

$$T = \frac{4b}{kc}, \qquad \Omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi kc}{2b} \quad (12)$$

Biên độ dao động A được xác định như giá trị cực đại của đại lượng x_{21} thu được từ phương trình (8) trong nửa chu kỳ dao động. Từ (8) rõ ràng rằng:

$$A = |x_{21}|_{max} = \left|-\frac{kcT}{2} + b\right| = b$$

Chương 13

CÁC PHƯƠNG PHÁP GẦN ĐÚNG NGHIÊN CỨU ĐỘ ỔN ĐỊNH VÀ SỰ TỰ DAO ĐỘNG

13.1. CÁC PHƯƠNG PHÁP ĐẠI SỐ XÁC ĐỊNH ĐỘ ỔN ĐỊNH VÀ SỰ TỰ DAO ĐỘNG

398. Hãy nghiên cứu tích độ ổn định trạng thái cân bằng của hệ theo dõi điện cơ, mà sơ đồ nguyên lý và cấu tạo của nó được biểu diễn trên hình 209 và 211, ở các giá trị thông số của hệ như sau: k_1 = 1 V/độ = 57,3 V/rad; $k_2 = 2,5$; k_3 = 5,73 rad/V.s; $k_4 = 0$ (không có liên hệ ngược tốc độ); $k_5 = 0,001$; T_1 = 0,05 s; T_M = 0,05 s. Đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến được biểu diễn trên hình 210. Bề rộng của vùng nhạy cảm b = 0,25 V, $U_{3\,max}$ = c = 110 V.

Bài giải. Theo sơ đồ cấu tạo (xem hình 211) ta xác định phương trình vi phân phần tuyến tính của hệ (xem bài 374) ở $\vartheta_1(t) = 0$:

$$[T_1T_Mp^2 + (T_1 + T_M)p + 1]pu_2 = -k_1k_2k_3k_5u_3 \tag{1}$$

Đối với khâu phi tuyến ta viết biểu thức tuyến tính điều hoà:

$$u_3 = \left[q(a) + \frac{q'(a)}{\omega}p\right]u_2 \tag{2}$$

ở đây theo phụ lục 28 đối với tính phi tuyến (xem hình 210):

$$q(a) = \frac{4c}{\pi a}\sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}, \qquad a \ge b \tag{3}$$

$$q'(a) = 0$$

Thế giá trị u_3 từ phương trình (2) vào phương trình (1) ta thế được phương trình tuyến tính của hệ phi tuyến:

$$[T_1T_Mp^3 + (T_1 + T_M)p^2 + p + kq(a)]\,u_2 = 0 \tag{4}$$

ở đây $k = k_1k_2k_3k_5 = 0,82\ s^{-1}$ - hệ số truyền phần tuyến tính của hệ.

Phương trình vi phân này tương ứng phương trình đặc trưng:

$$T_1T_Mp^3 + (T_1 + T_M)p^2 + p + kq(a) = 0 \tag{5}$$

Các điều kiện tồn tại ở phương trình (4) của nghiệm chu kỳ:

$$u_2 = A\sin\Omega t \tag{6}$$

Ta sẽ tìm được nhờ tiêu chuẩn Mikhailov.

Vì vậy ở đa thức đặc trưng:

$$L(p) = T_1T_Mp^3 + (T_1 + T_M)p^2 + p + kq\,(a) \tag{7}$$

ta đặt $p = j\omega$ chia phần thực và ảo, sau đó cho chúng bằng 0:

$$\left.\begin{aligned} X(\omega, a) &= kq(a) - (T_1 + T_M)\omega^2 = 0, \\ Y(\omega) &= \omega(1 - T_1 T_M \omega^2) \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Từ phương trình thứ hai của (8) ta tìm được tần số cần tìm của nghiệm chu kỳ:

$$\omega = \Omega = \frac{1}{\sqrt{T_1 T_M}} = \frac{1}{\sqrt{0{,}05.0{,}05}} = 20\ s^{-1} \tag{9}$$

Thế giá trị này vào phương trình thứ nhất (8) và tìm được biểu thức liên hệ biên độ nghiệm chu kỳ $a = A$ với các thông số của hệ:

$$q(A) = \frac{4c}{\pi A}\sqrt{1 - \frac{b^2}{A^2}} = \frac{T_1 + T_M}{kT_1 T_M} \tag{10}$$

hoặc, sau khi thế các giá trị số:

$$\frac{4.110}{\pi A}\sqrt{1 - \frac{0{,}25^2}{A^2}} = 48{,}8$$

Nghiệm của phương trình này cho hai giá trị của biên độ $A_1 = 0{,}257$ V và $A_2 = 2{,}86$ V.

Để nghiên cứu độ ổn định của nghiệm chu kỳ thu được ta sử dụng điều kiện giải tích gần đúng, mà theo nó nghiệm chu kỳ ổn định, nếu thực hiện bất đẳng thức:

$$\left(\frac{\partial X}{\partial a}\right)^*\left(\frac{\partial Y}{\partial \omega}\right)^* - \left(\frac{\partial Y}{\partial a}\right)^*\left(\frac{\partial X}{\partial \omega}\right)^* > 0 \tag{11}$$

Từ các biểu thức (8) ta tìm được:

$$\frac{\partial X}{\partial a} = \frac{k\partial q(a)}{\partial a} = \frac{4kc}{\pi}\frac{2b^2 - a^2}{a^3\sqrt{a^2 - b^2}}, \quad a \geq b$$

$$\frac{\partial X}{\partial \omega} = -2(T_1 + T_M)\omega$$

$$\frac{\partial Y}{\partial a} = 0$$

$$\frac{\partial Y}{\partial \omega} = 1 - 3T_1 T_M \omega^2$$

Thế các biểu thức đối với các đạo hàm riêng vào (11) và đồng thời thay thế $\omega = \Omega = \frac{1}{\sqrt{T_1 T_M}}$. Ta thu được điều kiện ổn định của nghiệm chu kỳ ở dạng:

$$\frac{4kc}{\pi} - \frac{2b^2 - a^2}{a^3\sqrt{a^2 - b^2}}(1 - 3) > 0$$

hay:

$$a > b\sqrt{2} \tag{12}$$

Do đó, từ hai giá trị thu được các biên độ của nghiệm có chu kỳ $A_1 = 0{,}257$ V và $A_2 = 2{,}86$ V biên độ A_2 tương ứng nghiệm ổn định có chu kỳ, có nghĩa là biên độ tự dao động.

Ta hãy xác định biên độ và tần số trục thừa hành của hệ. Tần số tự dao động giống nhau đối với hệ biến đổi bất kỳ, trong số này thậm trí đối với góc ϑ_2, và bằng $\Omega = 20\ s^{-1}$. Biên độ dao động A_ϑ theo sơ đồ cấu tạo (xem hình 211) bằng:

$$A_\vartheta = \frac{A_2}{k_1 k_2} = \frac{2{,}86}{1.2{,}5} = 1{,}14^0$$

Ta xác định sự phụ thuộc biên độ và tần số tự dao động vào các thông số của hệ. Từ biểu thức (9) và (10) suy ra rằng tần số tự dao động Ω chỉ phụ thuộc vào các hằng số thời gian T_1 và T_M, còn biên độ tự dao động, ngoài ra vào hệ số truyền phần tuyến tính của hệ k và bề rộng vùng không nhạy cảm của phần tử phi tuyến b, ngoài ra từ (10):

$$k = \frac{T_1 + T_M}{T_1 T_M q(a)} \tag{13}$$

Từ công thức (13) có tính đến (12) ta thu được giá trị tới hạn của hệ số truyền phần tuyến tính của hệ:

$$k_{KP} = \frac{\pi b (T_1 + T_M)}{2cT_1 T_M} \tag{14}$$

Đối với các giá trị đã cho của các thông số:

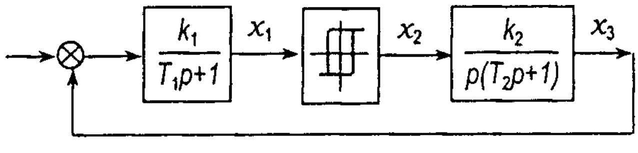
$$k_{KP} = \frac{\pi.0{,}25\,(0{,}05 + 0{,}05)}{2.110.0{,}05^2} \approx 0{,}0057\ s^{-1}$$

399. Hãy nghiên cứu hệ theo dõi được nghiên cứu trong bài 398, khi tồn tại mối liên hệ ngược. Hệ số liên hệ ngược $k_4 = 10^{-2}$ V.s/độ (xem hình 211). Các thông số còn lại của hệ không thay đổi.

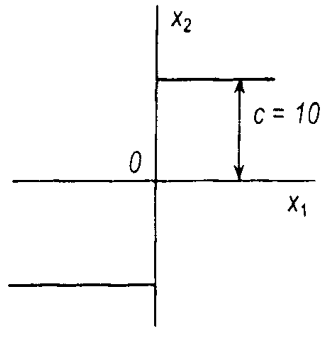
Đáp số: Trạng thái cân bằng của hệ ổn định không có sự tự dao động.

400. Hãy nghiên cứu độ ổn định trạng thái cân bằng của hệ, mà sơ đồ cấu tạo của nó được biểu diễn trên hình 249. Nếu ở hệ có sự tự dao động, thì xác định biên độ và tần số của chúng đối với biến x_1.

Các số liệu ban đầu: $T_1 = 1$ s, $T_2 = 0{,}01$ s, $k_1 = 10$, $k_2 = 5\ s^{-1}$, đặc tính tính của khâu phi tuyến được biểu diễn trên hình 250.



Hình 249. *Sơ đồ cấu tạo của hệ cho bài 400.*



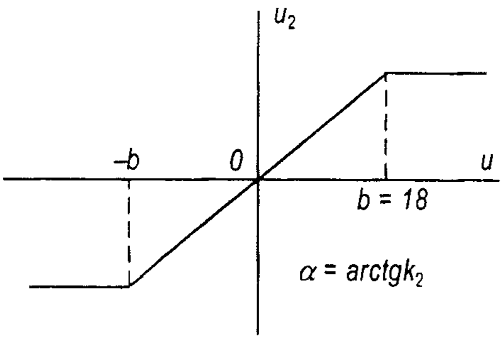
Hình 250. *Đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến cho bài 400.*

Đáp số: Trong hệ có những sự tự dao động với biên độ $A \approx 6,3$ và tần số $\Omega = 10\ s^{-1}$

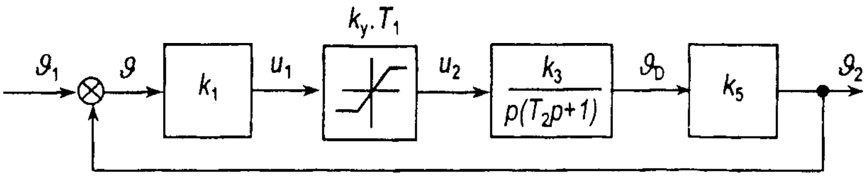
$x_1 = 6,3 \sin 10t$

401. Hãy tìm vùng trạng thái ổn định cân bằng và vùng tự dao động và xác định biên độ và tần số tự dao động đối với hệ theo dõi, mà sơ đồ của nó được biểu diễn trên hình 209, khi tính toán độ không tuyến tính kiểu bão hoà trong bộ khuếch đại rơle và mối liên hệ ngược theo điện áp của máy phát đo tốc độ.

Các số liệu ban đầu: hằng số thời gian của bộ khuếch đại $T_1 = 0,1$ s, hằng số thời gian điện - cơ của động cơ $T_2 = 1$ s, hệ số truyền chung phần tuyến tính của hệ $k_L = 20\ s^{-1}$, hệ số truyền của phần tư độ nhậy $k_1 = 50$ V/rad, đặc tính tĩnh của bộ khuếch đại được biểu diễn trên hình 251. Nghiên cứu thực hiện đối với $k_2 = 1$ và $k_2 = 2$.



***Hình 251.** Đặc tính tĩnh bộ khuếch đại của hệ theo dõi cho bài 401.*



***Hình 252.** Sơ đồ cấu tạo của hệ theo dõi cho bài toán 401.*

Bài giải. Ta lập sơ đồ cấu tạo của hệ (hình 252). Theo sơ đồ này phương trình vi phân phần tuyến tính của hệ ở $\vartheta_1(t) = 0$ được viết ở dạng:

$$(T_2p + 1)pu_1 = -k_Lu_2 \qquad (1)$$

ở đây $k = k_1k_3k_5$.

Phương trình vi phân của khâu phi tuyến có dạng:

$$(T_1p + 1)u_2 = k_yu_1 \qquad (2)$$

Hệ số khuếch đại của bộ khuếch đại k_y là hàm phi tuyến tính cho bằng đồ thị hình 251).

Vì vậy theo phương pháp tuyến tính hoá dao động điều hoà đối với nó ta viết biểu thức tuyến tính hoá điều hoà:

$$k_y = q(a) + \frac{q'(a)}{\omega}p \qquad (3)$$

ở đây các hệ số tuyến tính hoá điều hoà đối với đặc tính có bão hoà có các giá trị (xem phụ lục 28):

$$q(a) = k_2 \qquad \text{ở } a \le b,$$

$$q(a) = \frac{2k^2}{\pi}\left(\arcsin\frac{b}{a} + \frac{b}{a}\sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}\right) \qquad \text{ở } a \ge b \qquad (4)$$

$$q'(a) = 0.$$

Từ các phương trình (1) ÷ (3) ta thu được phương trình tuyến tính hoá của hệ phi tuyến kín:

$$[(T_1p + 1)(T_2p + 1)p + k_Lq(a)]u_1 = 0 \tag{5}$$

mà nó tương ứng với phương trình đặc trưng:

$$T_1T_2p^3 + (T_1 + T_2)p^2 + p + k_Lq(a) = 0 \tag{6}$$

Để tìm các điều kiện tồn tại của nghiệm điều hoà:

$$u_1 = A \sin\Omega t \tag{7}$$

Từ đa thức đặc trưng sau khi thế p = jω ta chia các phần thực và ảo cho nó bằng 0:

$$\begin{aligned} X(\omega) &= k_Lq(a) + (T_1 + T_2)\omega^2 = 0 \\ Y(\omega) &= \omega\,(1 - T_1T_2\omega^2) \end{aligned} \tag{8}$$

Tần số của nghiệm chu kỳ được tìm từ phương trình thứ hai (8):

$$\omega = \Omega = \frac{1}{\sqrt{T_1T_2}} = \frac{1}{\sqrt{1.0,1}} \approx 3,16\ s^1 \tag{9}$$

Từ phương trình thứ nhất của (8) có kể đến (9) ta thu được công thức liên quan biên độ nghiệm chu kỳ với các thông số của hệ

$$\frac{2k_Lk_2}{\pi}\left(\arcsin\frac{b}{A} + \frac{b}{A}\sqrt{1 - \frac{b^2}{A^2}}\right) = \frac{T_1 + T_2}{T_1T_2} \tag{10}$$

Để nghiên cứu độ ổn định của nghiệm có chu kỳ ta tìm các đạo hàm riêng theo các biểu thức (8):

$$\left.\begin{aligned} &\left(\frac{\partial X}{\partial a}\right)^* = k_L\frac{\partial q(A)}{\partial A}, \\ &\left(\frac{\partial X}{\partial \omega}\right)^* = -2\Omega(T_1 + T_2) = -2\frac{T_1 + T_2}{\sqrt{T_1T_2}} = -0,695 \\ &\left(\frac{\partial Y}{\partial a}\right)^* = 0, \\ &\left(\frac{\partial Y}{\partial \omega}\right)^* = 1 - 3T_1T_2\Omega^2 = 1 - 3 = -2 \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

Đối với độ ổn định của nghiệm có chu kỳ (7) yêu cầu thực hiện bất đẳng thức:

$$\left(\frac{\partial X}{\partial a}\right)^*.\left(\frac{\partial Y}{\partial \omega}\right)^* - \left(\frac{\partial Y}{\partial a}\right)^*\left(\frac{\partial X}{\partial \omega}\right)^* > 0 \tag{12}$$

hay có tính đến các biểu thức (11):

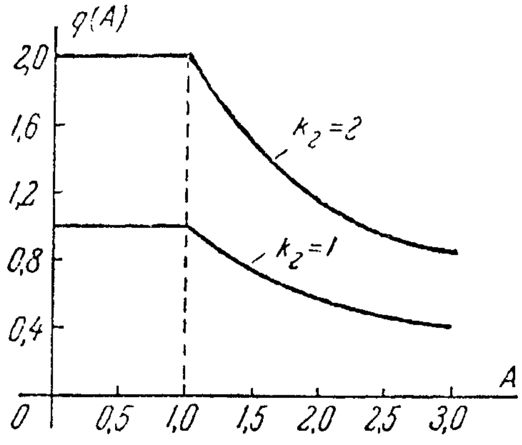
$$-\frac{\partial q(A)}{\partial A} > 0 \tag{13}$$

có nghĩa đạo hàm riêng $\dfrac{\partial q(A)}{\partial A}$ cần là âm.

Để xác định dấu của đạo hàm này theo biểu thức (4) đối với q(A) ta xây dựng đồ thị (hình 253), mà theo nó:

$$\frac{\partial q(A)}{\partial A} < 0 \quad A > b \qquad (14)$$

Do đó biên độ nghiệm tuần hoàn (7) sẽ là biên độ tự dao động chỉ khi thực hiện điều kiện A > b ở A < b tự dao động trong hệ không có điều đó được hiểu như vậy, bởi vì khi đó theo hình 251 hệ phi tuyến tính biến thành tuyến tính (dễ thấy) là ổn định.



Hình 253. Sự phụ thuộc hệ số tuyến tính hoá dải động điều hoà vào biên độ dao động cho bài 401.

Ta xác định biên độ tự dao động phương trình (10) liên hệ nó với các thông số của hệ là phương trình siêu việt. Vì vậy ta giải phương trình (10) đối với $k = k_L k_2$:

$$k = \frac{\pi(T_1 + T_2)}{2T_1T_2\left(\arcsin\dfrac{b}{A} + \dfrac{b}{A}\sqrt{1 - \dfrac{b^2}{A^2}}\right)} \qquad (15)$$

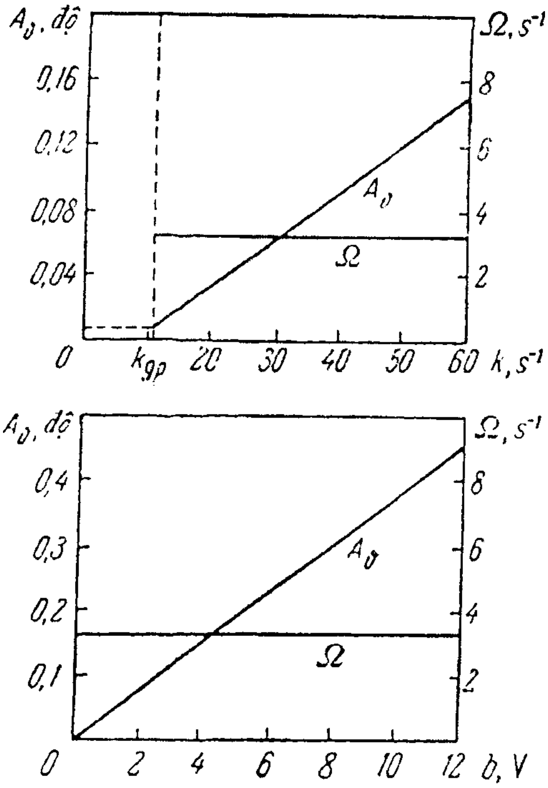
Và xây dựng đồ thị $k = k(A_9)$, hình 254 ở đây $A_9 = \dfrac{A}{k_1}$ - biên độ các dao động trục thực hành của hệ (xem hình 252). Đường này tiếp xúc với tần số tự dao động Ω thì nó không thay đổi đối với hệ thay đổi bất kỳ và theo biểu thức (9) không phụ thuộc vào hệ số k.

Hệ số truyền biên của hệ k được xác định từ biểu thức (15) ở A = b và bằng:

$$k = \frac{T_1 + T_2}{T_1T_2} = \frac{1 + 0{,}1}{0{,}1} = 11 \qquad (16)$$

Tự dao động trong hệ chỉ xuất hiện khi $k > k_b$.

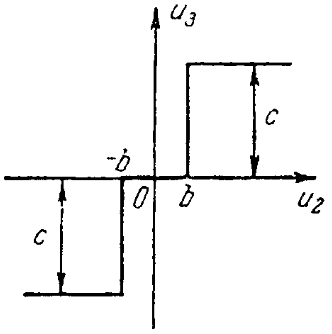
Dễ thấy rằng hệ số biến (16) trùng với hệ số truyền tìm được từ điều kiện biến ổn định của hệ tuyến tính. Nhưng khác với hệ tuyến tính, mà ở đó sau vùng độ ổn định có vùng không ổn định, mà ở hệ có tính phi tuyến loại bão hoà sau vùng



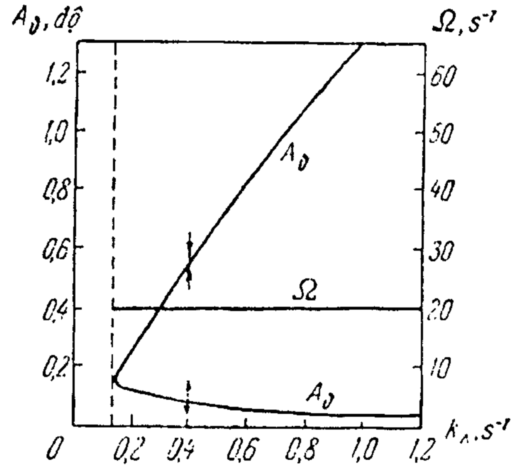
Hình 254. Phụ thuộc sự thay đổi biên độ và tần số tự dao động vào các thông số của hệ cho bài 401.

ổn định có vùng tự dao động, có nghĩa các dao động chu kỳ bền vững với biên độ và tần số hoàn toàn xác định.

Trên hình 254, cũng được biểu hiện các đồ thị liên hệ các biên độ và tần số tự dao động có bề rộng vùng tuyến tính đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến b ở $k_2 = 1$.



Hình 255. Đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến cho bài 402.



Hình 256. Các sự phụ thuộc của thay đổi biên độ và tần số tự dao động vào các thông số của hệ cho bài 402.

Đối với các giá trị thông số đã cho của hệ theo đồ thị (hình 254a) ta xác định tần số và biên độ tự dao động:

$$\Omega = 3{,}16\ s^{-1},\quad A_\vartheta \approx 0{,}022 \text{ rad} \ \text{ở}\ k_2 = 1;$$

$$\Omega = 3{,}16\ s^{-1},\quad A_\vartheta \approx 0{,}0244 \text{ rad} \ \text{ở}\ k_2 = 2;$$

402. Hãy tìm vùng trạng thái ổn định cân bằng và vùng tự dao động đối với hệ theo dõi được nghiên cứu ở bài 398, nếu đặc tính tĩnh gần đúng có dạng như chỉ ra trên hình 255 ở b = 0,25 V, c = 110V.

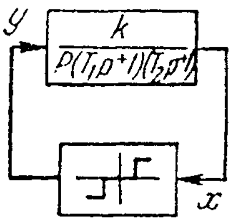
Đáp số: Vùng ổn định của trạng thái cân bằng, vùng tự dao động phụ thuộc biên độ và tần số tự dao động vào hệ số truyền phần tuyến tính của hệ được chỉ ra trên trình 256.

13.2. PHƯƠNG PHÁP TẦN SỐ XÁC ĐỊNH TỰ DAO ĐỘNG

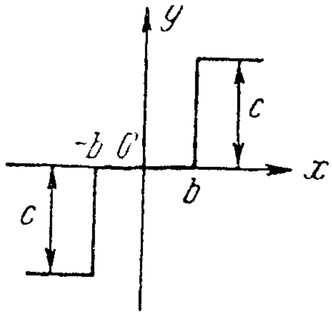
403. Nghiên cứu độ ổn định trạng thái cân bằng của hệ phi tuyến, mà sơ đồ cấu trúc của nó được biểu diễn trên hình 257, nếu cho các thông số phần tuyến tính của hệ k = 0,82, s^{-1}, $T_1 = T_2 = 0{,}05$ s và đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến (hình 258) mà đối với nó b = 0,25, c = 110.

Bài giải. Hãy xây dựng đặc tính tần số biên độ - pha phần phi tuyến của hệ $W_{L(j\omega)}$ và đường mút tia của khâu phi tuyến được tuyến tính hao dao động điều hoà:

$$-Z(a) = -\frac{1}{W_H(a)}$$



Hình 257. Sơ đồ cấu trúc của hệ phi tuyến.



Hình 258. Đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến.

Theo sơ đồ cấu trúc hàm truyền tần số phần tuyến tính của hệ:

$$W_{L(j\omega)} = \frac{k}{j\omega(1 + T_1 j\omega)(1 + T_2 j\omega)}$$

Môđun của nó:

$$\left|W_{L(j\omega)}\right| = \frac{k}{j\omega(1 + T_1 j\omega)(1 + T_2 j\omega)}$$

và pha:

$$\psi(\omega) = -90^{\circ} - \operatorname{arctg} \omega T_1 - \operatorname{arctg} \omega T_2$$

Sau khi thế các giá trị của các thông số:

$$\left|W_{L(j\omega)} = \frac{0{,}82}{\omega(1 + 0{,}0025\omega^2)}\right| \quad (1)$$

$$\psi(\omega) = -90^{0} - 2\operatorname{arctg} 0{,}05\omega \quad (2)$$

Ta cho các giá trị ω từ 0 tới ∞ và theo các công thức (1) và (2) ta xây dựng đặc tính biên độ - pha phần tuyến tính của hệ $W_{L(j\omega)}$ hình 259.

$$W_H(a) = \frac{4c}{\pi a} \cdot \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}, \quad a \geq b$$

Suy ra:

$$-Z(a) = -\frac{1}{W_H(a)} = -\frac{\pi a^2}{4c} \cdot \frac{1}{\sqrt{a^2 - b^2}}$$

Sau khi thế các giá trị các thông số của khâu phi tuyến ta có:

$$-Z(a) = -\frac{\pi a^2}{440} \cdot \frac{1}{\sqrt{a^2 - 0{,}0625}} \quad (3)$$

Ta cho các giá trị a từ a = b = 0,25 tức ∞ và xây dựng đường mút tia của khâu phi tuyến –Z(a) hình 259 ở trường hợp đã cho đường mút tia trùng với nửa trục thực âm và có hai nhánh giá trị tối thiểu môđun của hàm số –Z(a).

$$|Z(a)|_{min} = \frac{\pi b}{2c} = \frac{\pi.0,25}{2.110} \approx 0,0036$$

Đạt được ở $a = b\sqrt{2} \approx 0,352$.

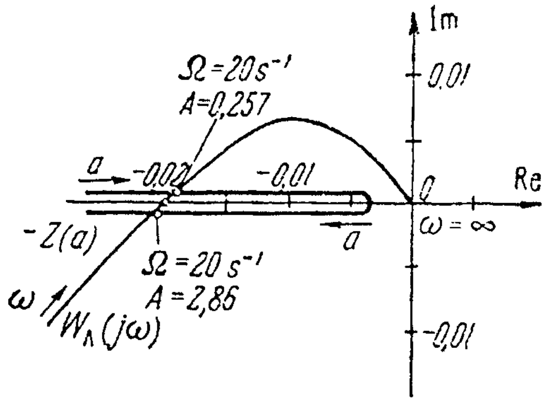
Các đường mút tia $W_{L(j\omega)}$ và $-Z(a)$ giao nhau ở hai điểm. Điều đó có nghĩa phương trình.

$$W_{L(j\omega)} = -\frac{1}{W_H(a)} = -Z(a)$$

Có hai nhiệm có chu kỳ:

$$\left.\begin{aligned} X &= A_1 \sin \Omega t \\ X &= A_2 \sin \Omega t \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

Ở đây tương ứng với hình 259, $\Omega = 20\ s^{-1}$, $A_1 = 0,257$, $A_2 = 2,86$.



Hình 259. Các đặc tính tần số phần tuyến tính của hệ và khâu phi tuyến cho bài 403.

Để ổn định nghiệm chu kỳ yêu cầu đặc tính biên độ - pha phần phi tuyến của hệ $W_H(j\omega)$ bao phần mút tia.

Tương ứng các biên độ nhỏ nhất. Vì vậy nghiệm đầu trong các nghiệm (4) là không ổn định, còn thứ hai là ổn định. Do đó trong hệ có tự dao động với biên độ A = 2,86 và tần số $\Omega = 20\ s^{-1}$.

$$x = 2,86 \sin 20t$$

404. Hãy giải bài toán trước, nếu:

1) $k = 2\ s^{-1}$, $T_1 = 0,05$, $T_2 = 0,02$ s, b = 0,25, c = 110

2) $k = 4\ s^{-1}$, $T_1 = 0,04$ s, $T_2 = 0,08$ s , b = 0,25, c = 110

3) $k = 0,5\ s^{-1}$, $T_1 = 0,1$ s, $T_2 = 0,01$ s, b = 0,5, c = 110

4) $k = 2\ s^{-1}$, $T_1 = 0,05$ s, $T_2 = 0,05$ s, b = 0,1, c = 40

5) $k = 2\ s^{-1}$, $T_1 = 0,05$ s, $T_2 = 0,02$ s, b = 0,25, c = 11.

Đáp số:

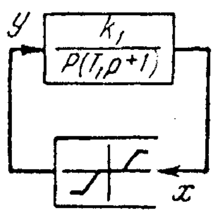
1) $A \approx 4$, $\Omega \approx 31,6\ s^{-1}$;

2) $A \approx 5$, $\Omega \approx 35,3\ s^{-1}$;

3) Hệ số ổn định không có tự dao động;

4) $A \approx 2,55$, $\Omega \approx 20\ s^{-1}$;

5) Hệ ổn định không có sự tự dao động.



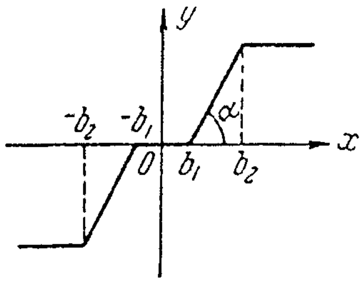
Hình 260. Sơ đồ cấu tạo của hệ cho bài 405.

405. Hãy nghiên cứu độ tự ổn định trạng thái cân bằng của hệ mà sơ đồ cấu tạo của nó được biểu diễn trên hình 260, nếu cho các thông số phần tuyến tính của hệ khâu phi $k = 10\ s^{-1}$, $T_1 = 0,1$ s và đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến (hình 261, mà đối với nó $b_1 = 0,1, b_2 = 0,3$, k = tga = 5.

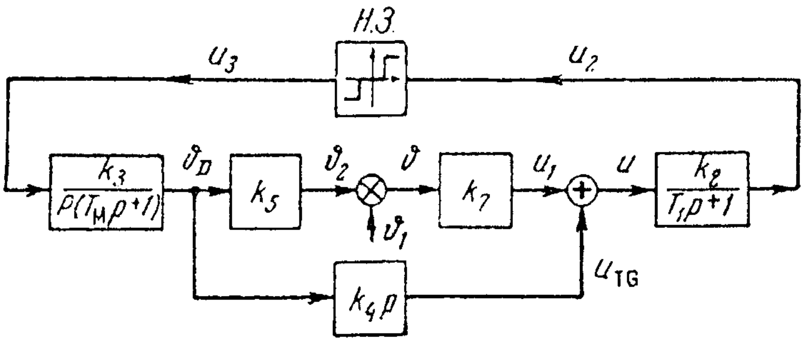
Đáp số: Các đường mút tia $W_L(j\omega)$ và $-Z(a)$ không giao nhau do đó trạng thái cân bằng của nó được biểu diễn trên hình 211, nếu cho các thông số của các khâu tuyến tính: $k_1 = 57{,}3$ V/rad, $k_2 = 2{,}5$, $k_3 = 5{,}73$ rad/Vs, $k_4 = 10^{-2}$ V.s/rad, $k_5 = 0{,}001$, $T_1 = 0{,}05$ s, $T_M = 0{,}05$ s và đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến (xem hình 210 mà đối với nó b = 0,25 V.

$$U_{3max} = c = 110 \text{ V}$$

Bài giải: Theo sơ đồ cấu trúc đã cho ta xác định hàm truyền phần tuyến tính của hệ $W_L(p)$ và hàm truyền được tuyến tính hoá dao động.



Hình 261*. Đặc tính của khâu phi tuyến.*



Hình 262*. Sơ đồ cấu trúc biến đổi cho bài 406.*

Điều hoà của khâu phi tuyến W_H (a). Do đó ta biểu diễn sơ đồ cấu tạo của hệ phi tuyến ở dạng nối tiếp khâu phi tuyến và phần tuyến tính của hệ (hình 262):

$$W_L(p) = \frac{k_2k_3(k_4p + k_1k_5)}{p(T_1p + 1)(T_Mp + 1)} = \frac{k(\tau p + 1)}{p(T_1p + 1)(T_Mp + 1)} \qquad (1)$$

Ở đây $k = k_1k_2k_3k_5$ - hệ số truyền phần tuyến tính của hệ $\tau = \dfrac{k_4}{k_1k_5}$ - hằng số thời gian.

H àm truyền được tuyến tính hoá dao động điều hoà của khâu phi tuến có đặc tính đơn vị có thể viết ở dạng:

$$W_n(a) = q(a) \qquad (2)$$

Ở đây $q(a) = \dfrac{4c}{\pi a}\sqrt{1 - \dfrac{b^2}{c^2}}$ (xem phụ lục 28).

Theo hàm truyền (1) ta xác định hàm truyền tần số:

$$W_L(j\omega) = \frac{k(1 + j\omega\tau)}{j\omega(1 + j\omega T_1)(1 + j\omega T_M)} = \frac{0{,}82(1 + 0{,}174j\omega)}{j\omega(1 + 0{,}05j\omega)^2} \qquad (3)$$

Môđun của nó:

$$|W_L(j\omega)| = \frac{0{,}82\sqrt{1 + 0{,}03005\omega^2}}{\omega(1 + 0{,}05j\omega)^2} \qquad (4)$$

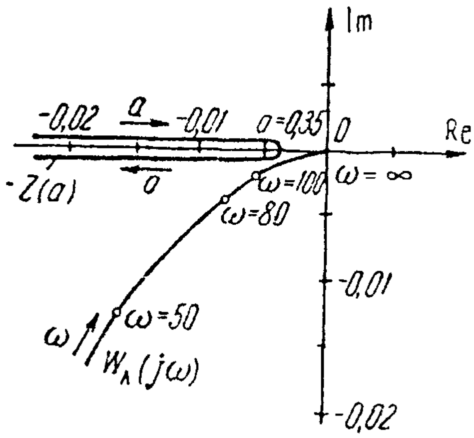
Và pha $\psi(\omega) = -90^0 + \text{arctg}0,174\omega - 2\ \text{arctg}0,05\omega$ (5)

Theo các công thức (4) và (5) ta xây dựng đặc tính biên độ - pha phần tuyến tính của hệ (hình 263) và đường mút tia của khâu phi tuyến:

$$-Z(a) = -\frac{1}{W_H(a)}$$

$$= -\frac{\pi a^2}{4c} \cdot \frac{1}{\sqrt{a^2 - b^2}}$$

$$= \frac{\pi a^2}{440} \cdot \frac{1}{\sqrt{a^2 - 0,0625}} \qquad (6)$$



Hình 263. Đặc tính biên độ pha cho bài 406.

Ở các giá trị biên độ b < a < ∞. B ở trường hợp đã cho đường mút tia trùng với nửa trục thực phần âm và có hai nhánh giá trị tối thiểu của môđun hàm số –Z (a):

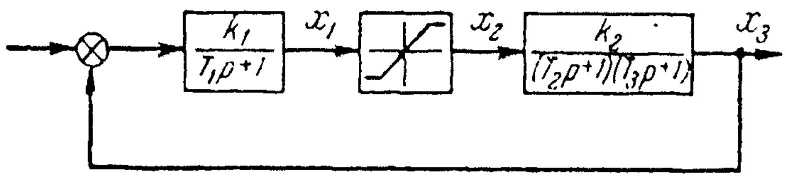
$$\left|-Z(a)\right|_{min} = \frac{\pi b}{2c} = \frac{\pi.0,25}{2.110} \approx 0,0036$$

đạt được ở $a = b\sqrt{2} \approx 0,352$ v.

Như thấy rõ từ hình 263, đường mút tia $W_L(j\omega)$ và –Z(a) không có các giao điểm chung do đó trạng thái cân bằng hệ đang nghiên cứu ổn định.

407. Hãy nghiên cứu độ ổn định trạng thái cân bằng hệ phi tuyến mà sơ đồ cấu tạo của nó được biểu diễn trên hình 264. Các thông số phần tuyến tính của hệ:

$T_1 = 1,0$ s, $T_2 = 0,9$ s, $T_3 = 1,1$ s, $k_1 = 0,5$, $k_2 = 5$.



***Hình 264.** Sơ đồ cấu tạo của hệ cho bài 401.*

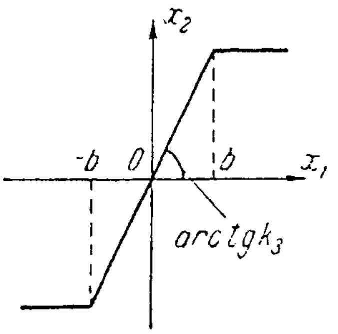
Đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến được biểu diễn trên hình 265, ở đây b = 1, $k_3 = 4$.

Đáp số: trong hệ có các từ dao động.

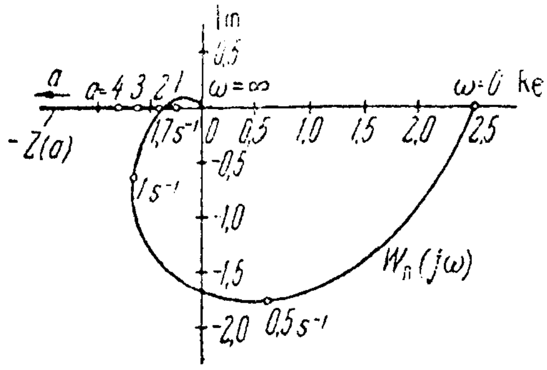
$x_1 = A\sin\Omega t$,

Ở đây A = 1,8, $\Omega \approx 1,7\ s^{-1}$. Đặc tính biên độ - pha phần tuyến tính của hệ $W_L(j\omega)$ và đường mút tia của khâu phi tuyến –Z(a) được chỉ ra trên hình 266.

408. Hãy nghiên cứu độ ổn định của trạng thái cân bằng của hệ phi tuyến mà sơ đồ cấu trúc của nó được biểu diễn trên hình 267. Các thông số phần phi tuyến của hệ $k_1 = 2$; $k_2 = 10\ s^{-1}$, T = 0,02 s, ξ = 0,15. Đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến được biểu diễn trên hình 258.



Hình 265. *Đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến cho bài 407.*

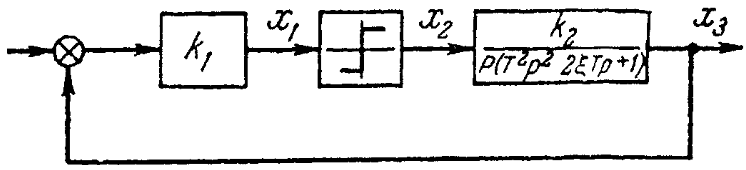


Hình 266. *Các đặc tính tần số phần tuyến tính của hệ và khâu phi tuyến cho bài 407.*

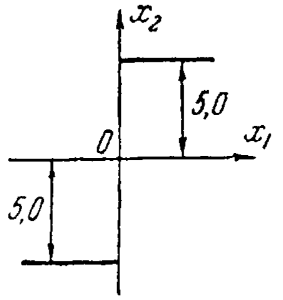
Đáp số: Trong hệ có các sự tự dao động:

$$x_1 = A \sin\Omega t,$$

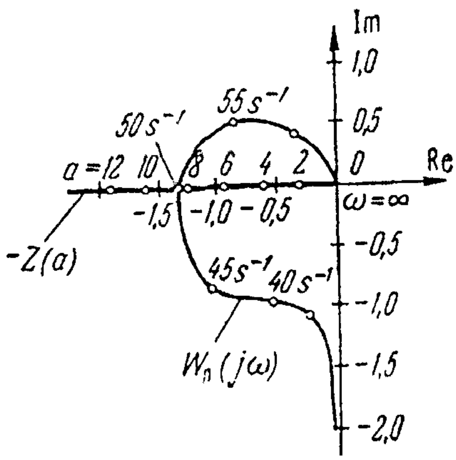
Ở đây A $\approx$ 8,5, $\Omega \approx 50\ s^{-1}$. Đặc tính biên độ - pha phần tuyến tính của hệ $W_L(j\omega)$ và đường mút tia của khâu phi tuyến –Z (a) được biểu diễn trên hình 269.



Hình 267. *Sơ đồ cấu tạo của hệ cho bài 408.*



Hình 268. *Đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến cho bài 408.*



Hình 269. *Các đặc tính tần số phần tuyến tính của hệ và khâu phi tuyến cho bài 408.*

409. Hãy nghiên cứu độ ổn định trạng thái cân bằng của hệ theo dõi điện – cơ được nghiên cứu trong bài 406, nếu đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến có nhánh từ (hình 270).

Bài giải. Theo sơ đồ cấu trúc (xem hình 262) hàm truyền phần tuyến tính của hệ ở các số liệu ban đầu bài 406 bằng:

$$W_L(p) = \frac{k(\tau p+1)}{p(T_1 p+1)(T_M p+1)} = \frac{0{,}82(0{,}174p+1)}{p(0{,}05p+1)^2} \qquad (1)$$

Hàm truyền tần số của khâu phi tuyến có đặc tính tĩnh không đơn vị có thể được biểu diễn ở dạng:

$$W_{(H)}(a) = q(a) + jp'(a), \qquad (2)$$

ở đây đối với đặc tính so le có nhánh hệ từ (hình 270) tương ứng với phụ lục 28.

$$\left.\begin{aligned} q(a) &= \frac{4a}{\pi a}\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}} \qquad a \ge b, \\ q'(a) &= -\frac{4cb}{\pi a^2} \qquad a \ge b. \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

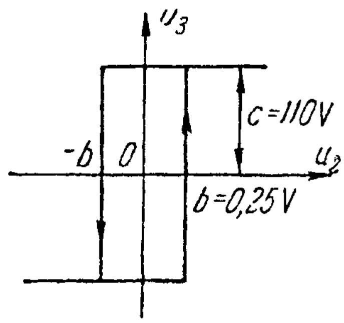
Đường mút tia của khâu phi tuyến $-Z(a)$ được xây dựng theo biểu diễn:

$$-Z(a) = -\frac{1}{W_n(a)} = -\left(\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}} + j\frac{b}{a}\right), \qquad (4)$$

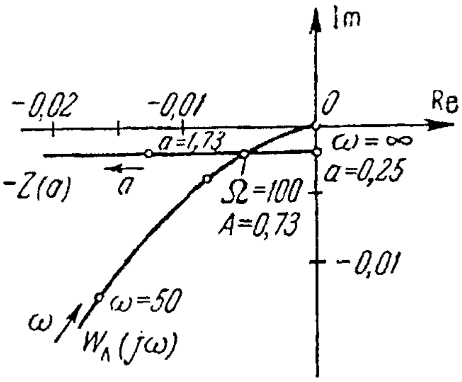
Được biểu diễn trên hình 271. Trên chính hình vẽ này ta xây dựng đặc tính biên độ - pha phần tuyến tính của hệ $W_L(j\omega)$, nó hoàn toàn trùng với đặc tính được xây dựng trên hình 263:

$$u_2 = A\sin\Omega t, \qquad (5)$$

Ở đây $A \approx 0{,}73$ V, $\Omega \approx 100$ s^{-1}. Theo hình 271 nghiệm chu kỳ tìm được là ổn định có nghĩa và là biên độ và tần số tự dao động.



***Hình 270.** Đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến cho bài 409.*

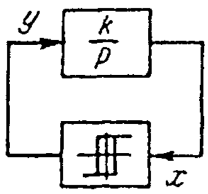


***Hình 271.** Các đặc tính tần số phần tuyến tính của hệ và khâu phi tuyến cho bài 409.*

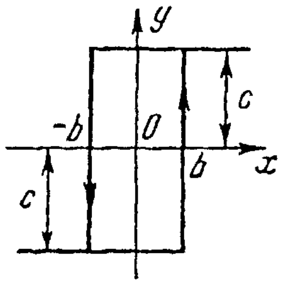
410. Hãy nghiên cứu độ ổn định trạng thái cân bằng của hệ mà sơ đồ cấu tạo của nó được biểu diễn trên hình 272, nếu cho hệ số truyền phần tuyến tính của hệ $k = 10$ s^{-1} và đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến (hình 273) mà đối với nó $b = 0{,}5$, $c = 10$.

Đáp số: Trong hệ có tự dao động với biên độ $A = b = 0{,}5$ và tần số $\Omega = 255$ s^{-1}.

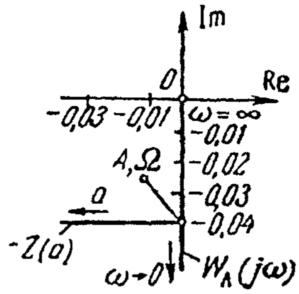
Đặc tính biên độ - pha của phần tuyến tính của hệ $W_L(j\omega)$ và tương mút tia của khâu phi tuyến $-Z(a)$ được biểu diễn trên hình 274.



Hình 272. Sơ đồ cấu tạo của hệ cho bài 409.



Hình 273. Đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến cho bài 410.



Hình 274. Các đặc tính tần số phần tuyến tính của hệ và khâu phi tuyến cho bài 410.

411. Hãy giải chính bài này, nếu:

1)	$k = 2\ s^{-1}$,	b = 0,5,	c = 5;
2)	$k = 1\ s^{-1}$,	b = 0,25,	c = 5;
3)	$k = 1\ s^{-1}$,	b = 0,5,	c = 5.

Đáp số:

1)	A = 0,5,	$\Omega = 25,5\ s^{-1}$;
2)	A = 0,25,	$\Omega = 25,5\ s^{-1}$;
3)	A = 0,5,	$\Omega = 63,7\ s^{-1}$.

Chương 14

ĐÁNH GIÁ CHẤT LƯỢNG CÁC HỆ PHI TUYẾN

14.1. NGHIÊN CỨU CÁC QUÁ TRÌNH DAO ĐỘNG CHUYỂN TIẾP BẰNG CÁC PHƯƠNG PHÁP GIẢI TÍCH

412. Đối với hệ theo dõi điện cơ mà sơ đồ cấu trúc của nó được biểu diễn trên hình 211, hãy xây dựng đồ thị chuyển tiếp theo hệ số truyền của hệ hở $k = k_1k_2k_3k_5$ ở mối liên hệ ngược tốc độ cục bộ được cắt ($k_4 = 0$).

Các số liệu ban đầu: $T_1 = 0{,}05$ s, $T_M = 0{,}1$ s, bề rộng vùng không nhạy cảm của bộ khuếch đại so le (xem hình 210) b = 1 V, điểm áp cực đại ở đầu ra của bộ khuếch đại so le $U_{3max} = c = 100$ V.

Bài giải. Theo sơ đồ cấu trúc hình 211 hàm số truyền của hệ hở được tuyến tính hoá dao động điều hoà bằng:

$$W(p,a) = \frac{kq(aq)}{p(T_1p+1)(T_Mp+1)}, \tag{1}$$

Ở đây $q(a) = \dfrac{4c}{\pi a}\sqrt{1-\dfrac{b^2}{a^2}}$ - hệ số tuyến tính điều hoà đối với đặc tính so le có vùng không nhạy cảm (xem phụ lục 28). Theo hàm số truyền (1) ta xác định đa thức đặc trưng của hệ phi tuyến kín:

$$D(p,a) = T_1\,T_Mp^3 + (T1 + T_M)\,p^2 + p + kq\,(a) \tag{2}$$

Để xây dựng đồ thị chất lượng ở đa thức (2) ta thế p = ξ + jω (ξ - chỉ số dao động tắt dần). Thế này thực hiện dễ dàng bằng cách phân tích đa thức D (q, a) thành duỗi theo luỹ thừa jω:

$$D(\xi) + (\left(\frac{dD}{dp}\right)_\xi j\omega + \frac{1}{21}\left(\frac{d^2D}{dp^2}\right)_\xi (j\omega)^3)_\xi j\omega + \dots \tag{3}$$

Ở đây chỉ số ξ có nghĩa ở biểu thức đối với các đạo hàm cần thiết thế vào p.

Từ (2) ta tìm được.

$$\left.\begin{aligned}
&D(\xi) = T_1T_M\xi^3 + (T_1 + T_M)\xi^2 + \xi + kq(a),\\
&\left(\frac{dD}{dp}\right)_\xi = 3T_1T_M\xi^2 + 2(T_1+T_M)\xi + 1,\\
&\frac{1}{21}\left(\frac{d^2D}{dp^2}\right)_\xi = 3T_1\,T_M\xi + (T_1+T_M),\\
&\frac{1}{31}\left(\frac{d^3D}{dp^3}\right)_\xi = T_1\,T_M.
\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Ta thế các biểu thức (4) vào chuỗi (3). Sau đó ta tách phân thức và phần đó và cho chúng bằng 0 ta có:

$$X(\omega, a, \xi) = T_1 T_M \xi^3 + (T_1 + T_M)\xi^2 + \xi + kq(a) -$$
$$- [3T_1T_M\xi + (T_1 + T_M)]\omega^2 = 0, \qquad (5)$$
$$Y(\omega, \xi) = [3T_3 T_M \xi^2 + 2(T_1 + T_M)\xi + 1 - T_1T_M\omega^2]\omega = 0.$$

Từ các phương trình (5) ta loại tần số dao động ω. Do đó từ phương trình thứ hai của (5) ta tìm được:

$$\omega^2 = \frac{1}{T_1T_M}[3T_1 T_M \omega\xi^2 + 2(T_1 + T_M)\xi + 1] \qquad (6)$$

Ta thế giá trị ω^2 vào phương trình đầu (5). Ta có:

$$T_1T_M\xi^3 + (T_1 + T_M)\xi^2 + \xi + kp(a) =$$
$$= \frac{1}{T_1T_M}[3T_1T_M\xi^2 + 2(T_1 + T_M)\xi + 1][3T_1T_M\xi + (T_1 + T_M)] \qquad (7)$$

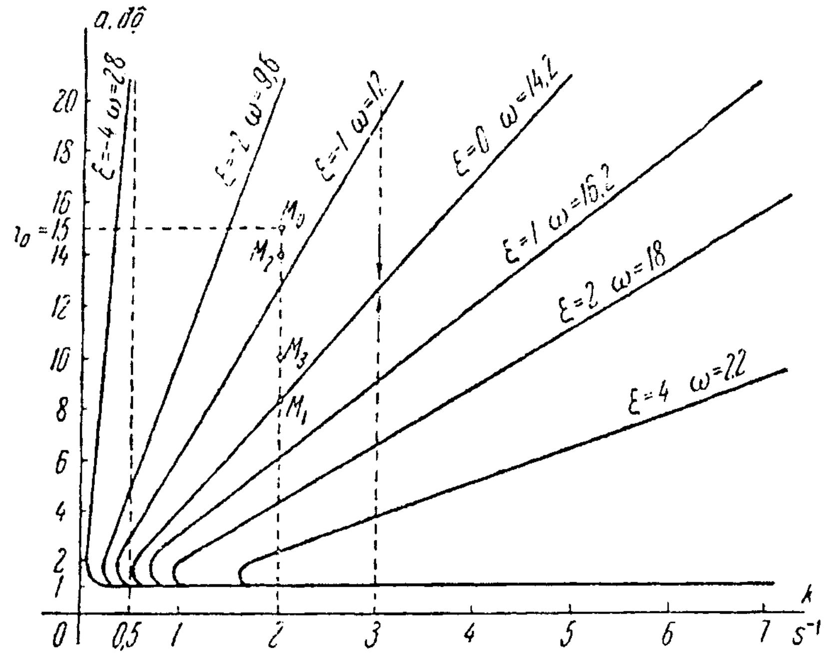
Phương trình (7) ta giải đối với k. Có kết quả ta tìm được:

$$k = \frac{1}{q(a)}\left\{\frac{1}{T_1T_M}[3T_1 T_M\xi^2 + 2(T_1 + T_M)\xi + 1] \times\right.$$
$$\left.\times [3T_1 T_M \xi + (T_1 + T_M)] - T_1T_M\xi^3 - (T_1 + T_M)\xi^2 - \xi\right\} \qquad (8)$$

Ở biểu thức (8) ta thế các giá trị của các thông số ta có:

$$k = \frac{\pi a^2}{400\sqrt{a^2 - 1}}(0{,}04\xi^3 + 1{,}2\xi^2 + 11\xi + 30). \qquad (9)$$

Ta cho các giá trị khác nhau của biên độ dao động và ở các giá trị không đổi được chọn của hệ số dao động tắt dần ξ ta xây dựng các đường cong a = a(k) (hình 275).



Hình 275. Đồ thị chất lượng quá trình chuyển tiếp cho bài 412.

Theo đồ thị (6) tần số các dao động ω không phụ thuộc vào k và a. Vì vậy các đường cong ω = const sẽ trùng với các đường cong ξ = const. Đường cong $\xi = 0$, $\omega = \frac{1}{\sqrt{T_1 T_M}} \approx 142\ s^{-1}$.

Tương ứng các dao động trong hệ và là sự phụ thuộc biên độ tự dao động a = A vào hệ số truyền của hệ hở các đường cong $\xi > 0$ tương ứng với các dao động phân kỳ còn các đường cong $\xi < 0$ - các dao động tắt dần. Vùng nằm bên phải của đường thẳng đi qua điểm $k \approx 0{,}5\ s^{-1}$, là vùng tồn tại của tự dao động. Vùng nằm bên trái của đường thẳng này à vùng trạng thái cân bằng ổn định của hệ.

413. Đối với hệ được nghiên cứu ở bài 412 nghiên cứu độ ổn định trạng thái cân bằng và xác định biên độ A và tần số Ω tự dao động nếu.

1) $k = 0{,}4\ s^{-1}$;

2) $k = 2\ s^{-1}$

3) $k = 4\ s^{-1}$.

Đáp số: Theo đồ thị chất lượng (xem hình 275) ta có:

1) Trạng thái cân bằng của hệ là ổn định;

2) $A \approx 8{,}3^0$, $\Omega = 14{,}2\ s^{-1}$;

3) $A \approx 17^0$, $\Omega = 14{,}2\ s^{-1}$.

414. Đối với hệ được nghiên cứu ở bài 412 ở $k = 2\ s^{-1}$ hãy xác định thời gian tắt dần của quá trình chuyển tiếp t_1 số các dao động m ở quá trình chuyển tiếp sau thời gian t_1 đại lượng điều chỉnh lại a_n nếu giá trị ban đầu của biên độ dao động $a_0 = 15^0$.

Bài giải. Từ đồ thị chất lượng của các quá trình chuyển tiếp (xem hình 275) rõ ràng rằng hệ số dao động tắt dần ξ và tần số dao động ω trong thời gian của quá trình chuyển tiếp không là không đổi. Biểu thức đối với biên độ các dao động của hệ có dạng:

$$a = a_0\, e^{\int_0^t \xi\, dt} \qquad (1)$$

Ở đây a_0 - giá trị biên độ dao động xác định bởi các điều kiện ban đầu. Theo hình 275 ở $k = 2\ s^{-1}$ trong hệ có tự dao động với biên độ $A \approx 8{,}3$ độ (1) ta xác định thời gian tắt dần của quá trình chuyển tiếp t_1 vào biên độ a_0 tới biên độ A:

$$t_1 = \int_{a_0}^{A} \frac{da}{a\xi(a)}, \qquad (2)$$

Ở đây $\xi(a)$ - phụ thuộc giải tích của hệ số tắt dần ξ vào biên độ dao động ở k đã cho phụ thuộc $\xi(a)$ có dạng phức tạp (xem bài 412) và vì vậy tính chính xác tích phân (2) là khó.

Thời gian tắt dần của quá trình tiếp có thể đánh giá gần đúng như sau: Đánh giá sơ bộ thời gian t_1 thực hiện theo công thức:

$$t_1 \approx \frac{1}{\xi_{cp}} \ln \frac{A}{a_0} \tag{3}$$

Ở đây ξ_{cp} - giá trị trung bình hệ số dao động tắt dần ξ trên không thay đổi biên độ dao động từ $a = a_0$ (điểm M_0 trên hình 275) tới $a = A$ (điểm M_1 trên hình 275).

Nếu cho rằng ở điểm M_0, $\xi \approx -1,5$ còn ở điểm M_1, $\xi = 0$ thì:

$$\xi_{cp} = \frac{-1,5+0}{2} = -0,75$$

Vì vậy:

$$T_1 \approx \frac{1}{-0,75} \ln \frac{8,3}{15} \approx 0,79 \text{ s.}$$

Để xác định chính xác hơn dao động tắt dần của quá trình chuyển tiếp ta phân đoạn M_0M_1 (hình 275) thành 3 đoạn, M_0M_2, M_2M_3, M_3M_1 và ta xác định giá trị ξ bên trong mỗi đoạn: $\xi_1 = \xi_0 = -1,5$, $\xi_2 = -1,0$. $\xi_3 = -0,5$ khi đó:

$$T_1 \approx \frac{1}{\xi_1} \ln \frac{a_2}{a_0} + \frac{1}{\xi_2} \ln \frac{a_3}{a_2} + \frac{1}{\xi_3} \ln \frac{A}{a_3} \tag{5}$$

ở đây a_2 và a_3 - các giá trị biên độ dao động ở các điểm M_2 và M_3.

Ta thế vào (5) các giá trị của các thông số. Ta có:

$$T_1 \approx \frac{1}{-1,5} \ln \frac{14}{15} + \frac{1}{-1,0} \ln \frac{10}{14} + \frac{1}{-0,5} \ln \frac{8,3}{10} \approx 0,74 \text{ s.}$$

Sai số sơ bộ của điều chỉnh lại được thực hiện theo công thức:

$$\left|\frac{a_{\Pi}}{a_0}\right| \cong e\pi \frac{\xi_{cp}}{\omega_{cp}}, \qquad (\xi_{cp} < 0) \tag{6}$$

Ở đây ξ_{cp} và ω_{cp} - các giá trị trung bình các đại lượng ξ và ω trên đoạn M_0M_1, a_0 - giá trị ban đầu của biên độ dao động.

Theo công thức (6) ta tìm được (nếu đặt $\omega_{cp} = \frac{10,2+14,2}{2} = 12,4 \text{ s}^{-1}$.

$$a_{\Pi} = 15e\ \pi \frac{0,75}{12,4} \approx 12,4^0$$

Sai số sơ bộ của số dao động m, sau thời gian của quá trình chuyển tiếp được tính theo công thức:

$$m \approx \frac{\omega_{cp}}{2\pi\xi_{cp}} \ln \frac{A}{a_0} \tag{7}$$

Suy ra:

$$m \approx \frac{12,4}{2\pi \times 0,75} \ln \frac{8,3}{15} \approx 1,5.$$

415. Đối với hệ được nghiên cứu trong bài 412 hãy đánh giá sơ bộ thời gian dao động tắt dần của quá trình chuyển tiếp và số dao động sau thời gian quá trình chuyển tiếp , nếu:

1) $k = 2\ s^{-1}$, $a_0 = 2^0$;

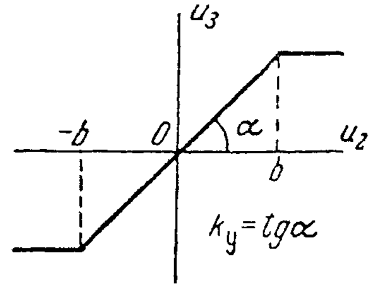
2) $k = 3\ s^{-1}$, $a_0 = 15^0$;

3) $k = 3\ s^{-1}$, $a^0 = 1{,}6$.

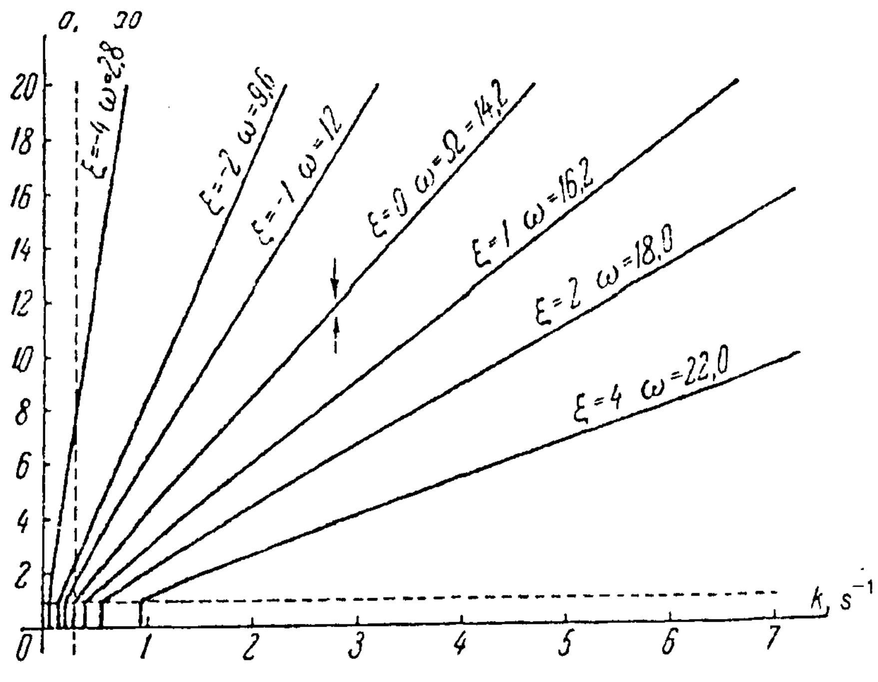
416. Đối với hệ theo dõi điện cơ mà sơ đồ cấu trúc của nó được biểu diễn trên hình 211, hãy xây dựng đồ thị chất lượng của quá trình chuyển tiếp theo hệ số truyền của hệ hở $k = k_1k_2k_3k_5$ ở mối liên hệ ngược tốc độ của bộ bị ngắt ($k_4 = 0$) . Nếu ta thay thế bộ khuếch đại so le bằng bộ khuếch đại có bão hoà. Đặc tính tĩnh của bộ khuếch đại được biểu diễn trên hình 276.

Các số liệu ban đầu $T_1 = 0{,}05$ s, $T_M = 0{,}1$ s, bề rộng vùng truyền tính của đặc trưng tĩnh của hệ khuếch đại phi tuyến $b = 1$ v, hệ số khuếch đại trên đoạn tuyến tính $k_y = tg\alpha = 100$.

Đáp số: Đồ thị chất lượng của quá trình chuyển tiếp được biểu diễn trên hình 277. Các đường cong ξ = const và ω = const trùng nhau. Biên vùng trạng thái ổn định cân bằng và tự dao động là đường đứt nét được vạch qua điểm $k \approx 0{,}3\ s^{-1}$.



Hình 276. Đặc tính tĩnh của bộ khuếch đại.



Hình 277. Đồ thị chất lượng của quá trình chuyển tiếp cho bài 416.

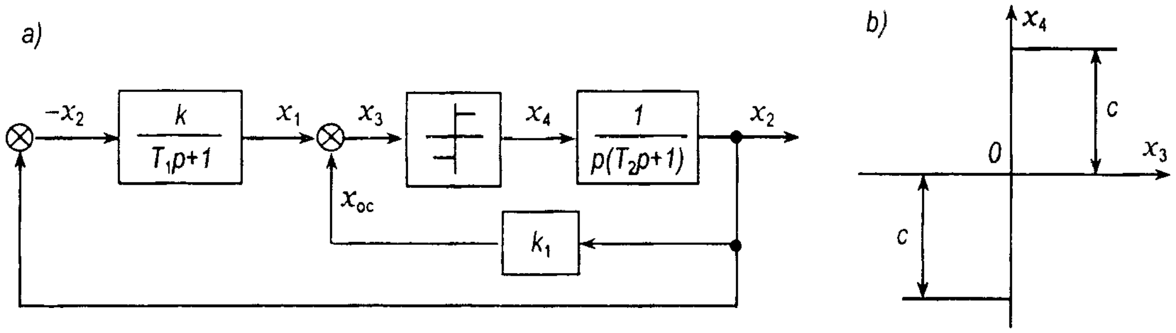
417. Đối với hệ, mà sơ đồ cấu tạo của nó được biểu diễn trên hình 278. Hãy xây dựng đồ thị chất lượng của quá trình chuyển tiếp theo hệ số truyền k.

Các số liệu ban đầu: $k_{oc} = 5$, $T_1 = T_2 = 0{,}1$ s, $c = 1$.

Bài giải. Theo sơ đồ cấu tạo hàm truyền của hệ hở không tuyến tính được tuyến tính hoá bằng:

$$W(p, a) = \frac{kq(a)}{(T_1p+1)[(T_2p+1)+k_{oc}q(a)]} \qquad (1)$$

Ở đây $q(a) = \frac{4c}{\pi a}$ - hệ số tuyến tính hoá dao động điều hoà đối với đặc tính so le lý tưởng (xem phụ lục 28).



Hình 278. Sơ đồ cấu tạo của hệ và đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến cho bài 417.

Theo hàm truyền (1) ta xác định đa thức đặc trưng của hệ phi tuyến kín:

$$D(q, a) = T_1T_2p^3 + (T_1 + T_2)p^2 + (1 + k_{oc}q(a)T_1)p + q(a)(k + k_{oc}) \qquad (2)$$

Đa thức (2) ta viết ở dạng:

$$D(q, a) = p^3 + A_1p^2 + A_2p + A_3 \qquad (3)$$

Ở đây:

$$A_1 = \frac{T_1 + T_2}{T_1T_2} = \frac{0{,}1 + 0{,}1}{0{,}01} = 20,$$

$$A_2 = \frac{1 + k_{oc}T_1q(a)}{T_1T_2} = \frac{1 + 0{,}1k_{oc}q(a)}{0{,}01} = 100 + 50q(a)$$

$$A_3 = \frac{(k + k_{oc})q(a)}{T_1T_2} = \frac{(k+5)q(a)}{T_1T_2} = (100k + 500)\ q(a).$$

Đối với hệ bậc ba, đa thức đặc trưng của nó được đưa về dạng (3) các công thức đối với hệ số dao động tắt dần ξ và tần số dao động ω có thể viết ở dạng [39]:

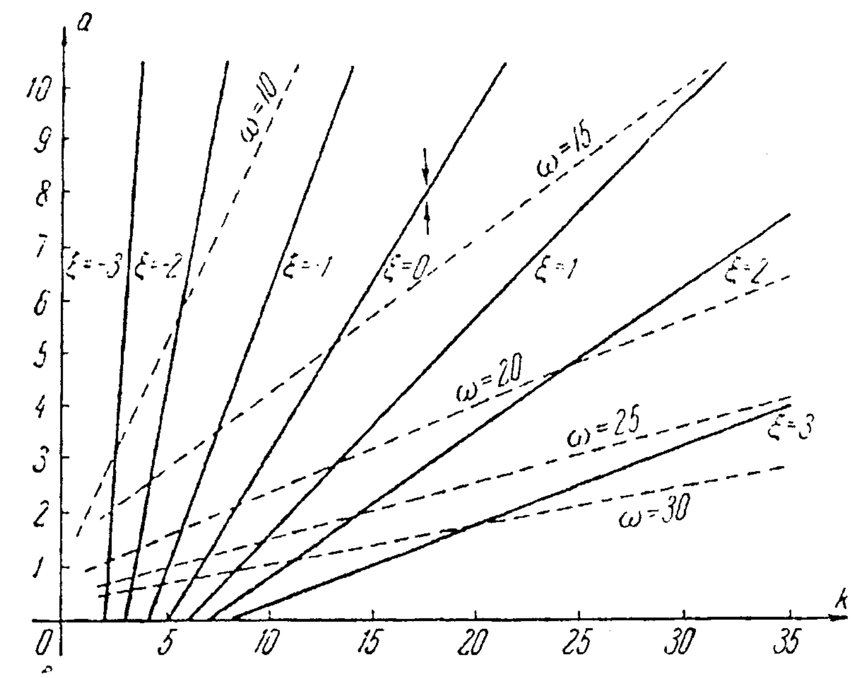
$$\xi = -\frac{A_1A_2 - A_3}{2[A_2 + (A_1 + 2\xi)]}, \qquad (4)$$

$$\omega^2 = |\xi|. \qquad (5)$$

Để ξ và ω thu được theo các công thức này chủ yếu ta xác định quá trình chuyển tiếp, thì cần thực hiện điều kiện:

$$A_1 >> |\xi| \qquad (6)$$

Bất đẳng thức (6) xác định các giới hạn trên và dưới đối với các giá trị ξ chung cần được thế vào các công thức (4) và (5).



Hình 279. Đồ thị chất lượng của quá trình chuyển tiếp cho bài 417.

Ta thế vào (4) và (5) các giá trị của các hệ số A_1, A_2, A_3, q(a) và các phương trình thu được cho phép đối với k và ω^2. Ta có.

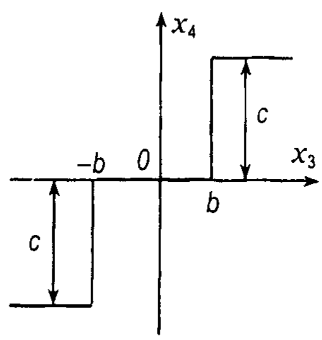
$$k = 5 + 0{,}157a\,(10 + 5\xi + 0{,}8\xi^2 + 0{,}04\xi^3), \qquad (7)$$

$$\omega^2 = \frac{12{,}7}{a}\cdot\frac{50k + 250}{10 + \xi} - \xi^2 \qquad (8)$$

Ta cho các giá trị không đổi khác nhau của hệ số dao động tắt dần ξ và theo công thức (7) ta xây dựng các đường cong a = a(k) (hình 279). Theo công thức (8) ta xây dựng các đường cong ω = const (các đường đứt nét trên hình 279). Với độ chính xác nhỏ hơn, nhưng nhanh hơn nhiều các đường cong này có thể xây dựng theo công thức:

$$\omega^2 \approx \frac{A_3}{A_1} \qquad (9)$$

Nó thu được từ (5) khi thực hiện điều kiện (6). Từ hình 279 suy ra rằng trên đồ thị chất lượng các quá trình chuyển tiếp có thể chia ra thành hai vùng: vùng trạng thái cân bằng ổn định khi k < 5, ở đây biên độ các dao động tắt dần tới 0, và vùng các dao động khi k > 5. Các số liệu này hoàn toàn trùng với số liệu thu được khi nghiên cứu chính hệ này bằng phương pháp chính xác (Liapunov – Lurie) (xem bài 388).

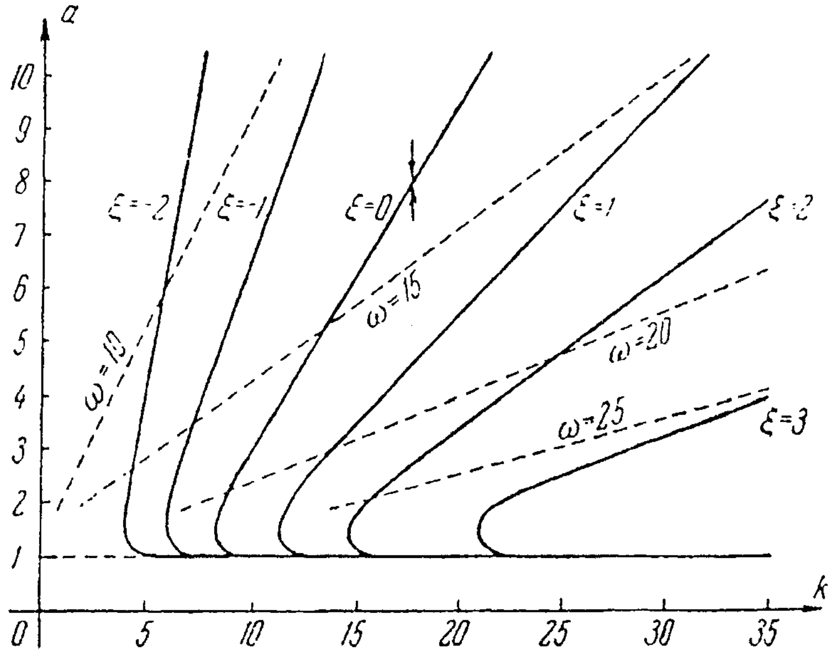


Hình 280. Đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến cho bài 418.

418. Đối với hệ được nghiên cứu ở bài 417, hãy xây dựng chất lượng của quá trình chuyển tiếp nếu khâu phi tuyến (xem hình 278a) có đặc tính so le có vùng khoảng nhạy cảm (hình 280).

Các số liệu ban đầu cũng như trong bài 417. Bề rộng của vùng không nhạy cảm b = 1,0.

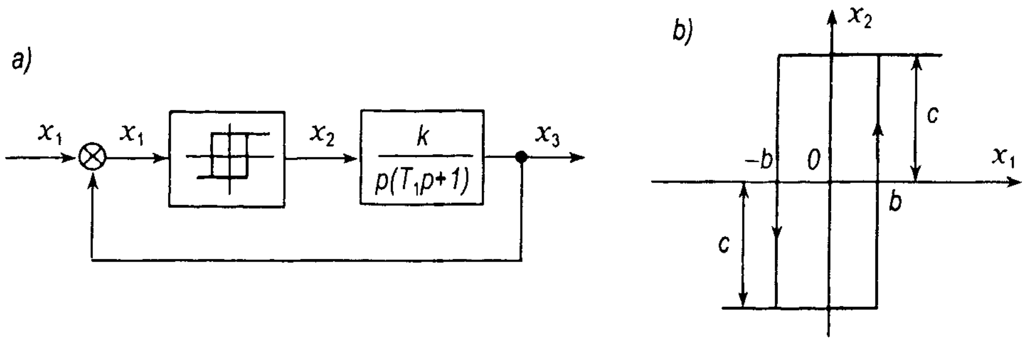
Đáp số: Đồ thị chất lượng của quá trình chuyển tiếp được biểu diễn trên hình 281. Từ đồ thị này rõ ràng rằng sự tồn tại lại vùng không nhạy cảm ở đặc tính rơle dẫn tới giãn nở nào đó vùng trạng thái cân bằng ổn định tương ứng (k < 8,25).



Hình 281. Đồ thị chất lượng của quá trình chuyển tiếp cho bài 418

14.2. NGHIÊN CỨU CÁC QUÁ TRÌNH DAO ĐỘNG CHUYỂN ĐỘNG BẰNG CÁC PHƯƠNG PHÁP TẦN SỐ

419. Đối với hệ, mà sơ đồ cấu tạo của nó được biểu diễn trên hình 282, hãy xác định chất lượng quá trình chuyển tiếp.



Hình 282. Sơ đồ cấu tạo của hệ và đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến cho bài 419.

Các số liệu ban đầu: k = 0,5, T_1 = 0,1 s, b = 1, c = 20 các dao động ω của quá trình chuyển tiếp ở hệ phi tuyến sẽ tìm bằng cách giải phương trình phi tuyến điều hoà.

$$W_L(\xi + j\omega).W_H(\alpha) = -1 \qquad (1)$$

Hay:

$$W_L(\xi + j\omega) = -\frac{1}{W_H(\alpha)} = -Z(\alpha) \qquad (2)$$

ở đây $W_L(\xi + j\omega)$ thu được từ hàm truyền phần tuyến tính của hệ $W_L(p)$ bằng thế $p = \xi + \xi + j\omega$, còn hàm truyền tuyến tính hoá dao động điều hoà $W_H(\alpha)$ - bằng thế $p = \xi + \xi - j\omega$ vào biểu thức:

$$W_H(\xi, \alpha) = q(\alpha) + \frac{p-\xi}{\omega} q'(\alpha) \qquad (3)$$

Mà ở kết quả của nó ta có:

$$W_H(\xi,\alpha) = q(\alpha) + jq'(\alpha) = W_H(\alpha) \qquad (4)$$

Phương trình (1) sẽ giải bằng đồ thị. Vì vậy trong hàm truyền phần tuyến tính của hệ:

$$W_L(p) = \frac{k}{p(T_1 p + 1)} \qquad (5)$$

Ta thế $p = \xi + j\omega$. Ta có:

$$W_L(\xi + j\omega) = \frac{k}{(\xi + j\omega)(1 + T_1\xi + j\omega T_1)} \qquad (6)$$

Môđun của hàm này:

$$A(\xi, \omega) = |W_L(\xi + j\omega)| = \frac{k}{\sqrt{(\xi^2 + \omega^2)\left[(1 + T_1\xi)^2 + \omega^2 T_1^2\right]}} \qquad (7)$$

Và pha:

$$\psi(\xi, \omega) = -\operatorname{arctg}\frac{\omega}{\xi} - \operatorname{arctg}\frac{\omega T_1}{1 + T_1\xi} \qquad (8)$$

Ta thế vào các biểu thức (7) và (8) các giá trị của các thông số theo số liệu ban đầu và cho các giá trị các hằng số khác nhau của chỉ số dao động tắt dần ξ ta xây dựng loạt các đường cong $W_L(\xi + j\omega)$ như các hàm số theo tần số dao động ω ở $\xi = \text{const}$ (hình 283). Trên chính đồ thị này ta đưa ra đặc tính biên độ - pha ngược của khâu phi tuyến $Z(\alpha) = \frac{1}{W_H(\alpha)}$ ở các thông số đã cho của khâu b và c. Theo phụ lục 28 đối với đặc tính phi tuyến loại rơle với nhánh trễ từ ta có:

$$W_H(\alpha) = q(\alpha) + jq'(\alpha) = \frac{4c}{\pi a}\sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} - j\frac{4cb}{\pi a^2} \qquad (9)$$

Suy ra:

$$-Z(\alpha) = -\frac{1}{W_H(a)} = -\frac{\pi a}{4c}\sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} - j\frac{\pi b}{4c} \qquad (10)$$

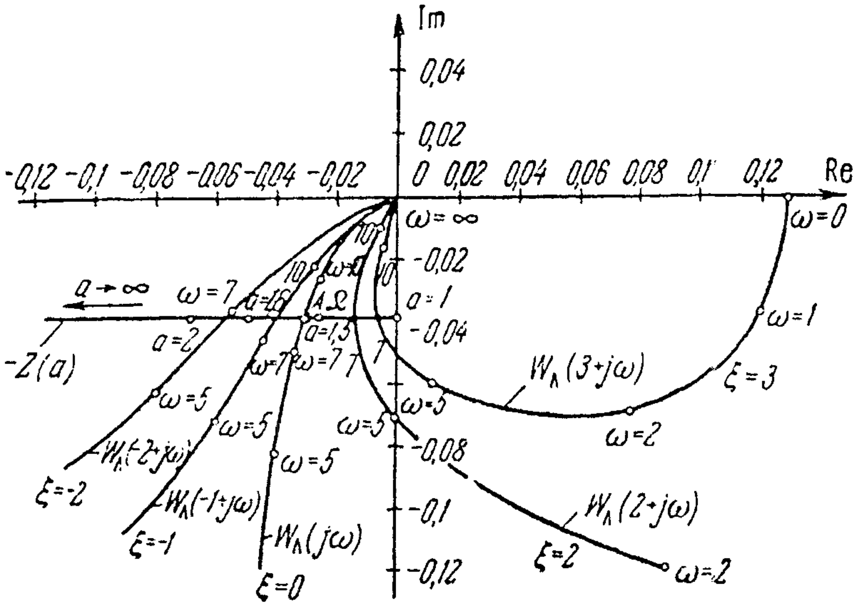
Phần ảo của biểu thức (10) không phụ thuộc vào biên độ α. Vậy đường mút tia $-Z(\alpha)$ là đường thẳng song song trục thực.

Các điểm giao nhau của các đường mút tia $W_K(\xi + j\omega)$ và $-Z(\alpha)$ xác định các nghiệm của phương trình (1) ở các giá trị khác nhau ξ. Đối với mỗi hệ số không đổi của dao động tắt dần ξ theo đường mút tia $-Z(\alpha)$ ta xác định giá trị tương ứng biên độ dao động α còn theo đường mút $W_L(\xi + j\omega)$ - giá trị tần số dao động ω. Biên độ và tần số nghiệm chu kỳ $\alpha = A$ và $\omega = \Omega$ được tìm ở điểm giao nhau các đường mút tia $W_L(\xi + j\omega)$ và $-Z(\alpha)\xi = 0$.

Theo hình 283 ở $k > 0$ bất kỳ trong hệ có các nghiệm chu kỳ tương ứng nước tự dao động ở $k = 0,5$ ta có:

$$A \approx 1,51; \qquad \Omega \approx 8\ s^{-1}$$

Từ hình 283 rõ ràng rằng nghiệm chu kỳ với các thông số này thực tế tương ứng những tự dao động bởi vì tăng bất kỳ biên độ dao động dẫn tới $\xi < 0$ còn sự giảm bất kỳ của nó – cho $\xi > 0$.



Hình 283. Các đặc tính tần số phần tuyến tính của hệ và khâu phi tuyến cho bài 419.

Ta đánh giá sơ bộ các chỉ số chất lượng cơ bản của quá trình chuyển tiếp. Giả sử giá trị ban đầu của biên độ dao động $\alpha = \alpha_0 = 2$. Thời gian của quá trình chuyển tiếp mà suốt quá trình của nó biên độ dao động giảm từ giá trị $\alpha_0 = 2$ tới giá trị $A = 1,51$ đánh giá gần đúng theo công thức

$$t_1 \approx \frac{1}{\xi_{cp}} \ln \frac{A}{a_0} \tag{11}$$

Ở trường hợp đã cho $a = 1,51$; $\alpha_0 = 2$, $\xi_{cp} = -1$. Ta thế các giá trị này vào (11). Ta có:

$$t_1 \approx -\ln \frac{1,51}{2} = 0,28\ s$$

Đánh giá giá trị điều chỉnh lại thực hiện theo công thức:

$$a_H \approx a_0 e^{\pi \frac{\xi_{cp}}{\omega_{cp}}}$$

ở đây α_n - đại lượng điều chỉnh lại, ω_{cp} - giá trị trung bình của tần số dao động mà theo hình 283 bằng:

$$\omega_{cp} \approx \frac{7+8}{2} = 7{,}5\ s^{-1}$$

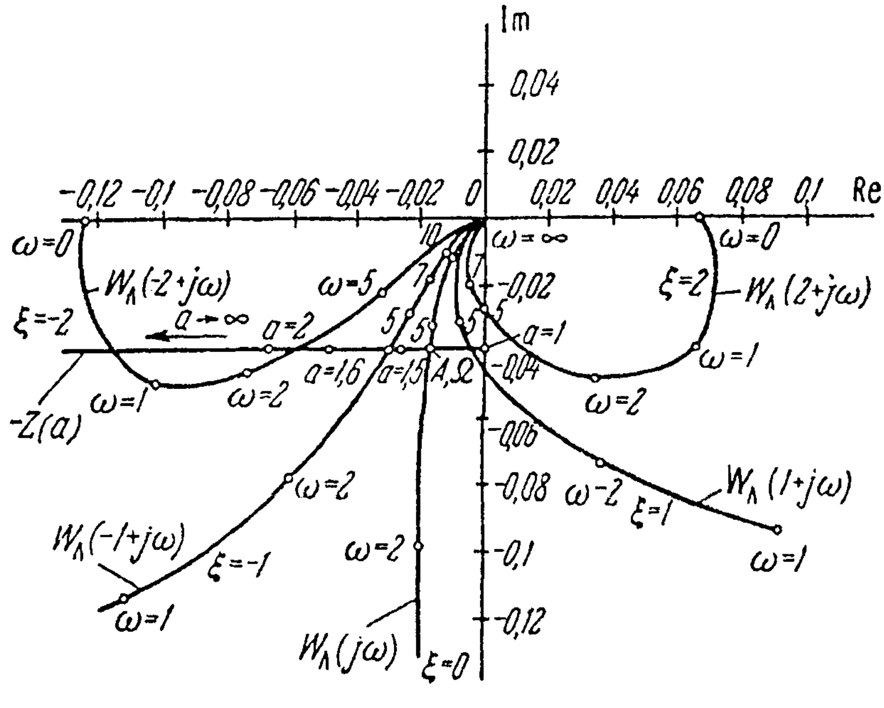
Ta thế vào (12) các giá trị của các thông số ta có:

$$\alpha_H = 2e^{-\pi\frac{1}{7{,}5}} = 2.0{,}65 = 1{,}3$$

Để đánh giá sơ bộ số các dao động sau thời gian chuyển tiếp ta sử dụng công thức:

$$m \approx \frac{\omega_{cp}}{2\pi\xi_{cp}} \ln\frac{A}{\alpha_0} \approx \frac{7{,}5}{-2\pi} \ln\frac{1{,}51}{2} \approx 0{,}34$$

420. Đối với hệ được nghiên cứu ở bài 419 hãy xây dựng đồ thị chất lượng quá trình chuyển tiếp và xác định các chỉ số chất lượng cơ bản của quá trình nếu k = 0,2, còn các thông số còn lại cũng như ở bài 419. Giá trị ban đầu của biên độ dao động $\alpha_0 = 2$.



Hình 284. Đồ thị chất lượng quá trình chuyển tiếp.

Đáp số: Đồ thị chất lượng của quá trình chuyển tiếp được biểu diễn trên hình 284. Biên độ và tần số những sự tự dao động tương ứng bằng:

$A \approx 1{,}54, \quad \Omega \approx 4{,}5$

Thời gian dao động tắt dần của quá trình chuyển tiếp từ $\alpha_0 = 2$ tới $A = 1{,}54$, $t_1 \approx 0{,}28$ s. Giá trị điều chỉnh lại $\alpha_n \approx 0{,}88$. Số các dao động sau thời gian của quá trình chuyển tiếp $m \approx 0{,}17$.

Chương 15

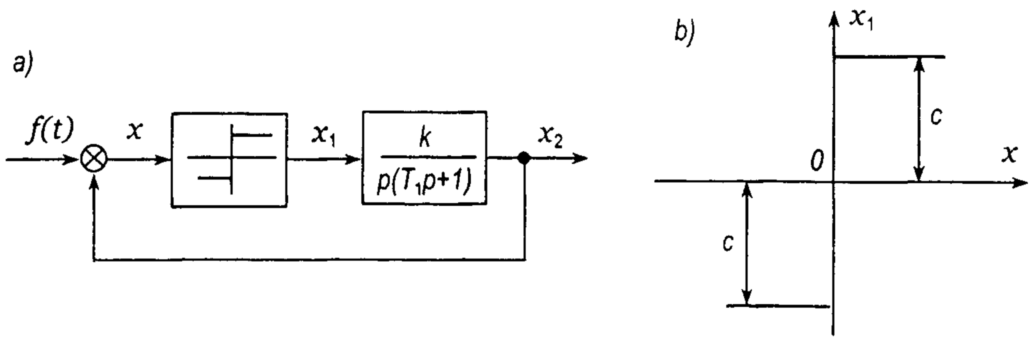
CÁC DAO ĐỘNG CƯỠNG BỨC TRONG CÁC HỆ PHI TUYẾN

15.1. XÁC ĐỊNH CÁC DAO ĐỘNG CƯỠNG BỨC ĐƠN TẦN BẰNG PHƯƠNG PHÁP ĐỒ THỊ

421. Hãy xác định các dao động cưỡng bức của hệ mà sơ đồ cấu tạo của nó được biểu diễn trên hình 285 ở tác dụng bên ngoài hình sin:

$$f(t) = B \sin\omega_B t \qquad (1)$$

Các số liệu ban đầu $k = 10\ s^{-1}$, $T_1 = 0{,}1$ s, $c = 10$, $B = 20$, $\omega_B = 10\ s^{-1}$



Hình 285. Sơ đồ cấu tạo của hệ và đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến cho bài 421.

Bài giải. Ta lập phương trình vi phân của hệ phi tuyến kín theo sơ đồ cấu tạo phương trình vi phân phần tuyến tính của hệ có dạng:

$$(T_1p + 1)\, px_2 = kx_1 \qquad (2)$$

Khâu phi tuyến có thể viết bằng phương trình:

$$x = F(x) \qquad (3)$$

Ở đây hàm phi tuyến F(x) được cho bởi đặc tính tĩnh (hình 285b).

Ta thế (3) vào (2) và đồng thời cho rằng:

$$x = f(t) - x$$

Ta có:

$$(T_1p + 1)px + kF(x) = (T_1p + 1)\, pf(t) \qquad (4)$$

Nghiệm đối với các dao động cưỡng bức được thiết lập trong hệ sẽ tìm ở công thức:

$$x = \alpha_B \sin(\omega_B t + \varphi) \qquad (5)$$

Ở đây α_B và φ - các biên độ và pha cần tìm của các dao động cưỡng bức.

Phương trình của hệ phi tuyến (4) được viết dưới dạng:

$$Q(p)x + R(p)\, F(x) = S(p)\, f(t) \qquad (6)$$

Ở đây $Q(p) = S(p) = (T_1p + 1)\,p$, $R(p) = k$. Trong phương trình (6) biến $f(t)$ được biểu diễn qua biến x. Vì vậy ta viết:

$$f(t) = B\sin\omega_B t = B\sin[(\omega_B t + \varphi) - \varphi]$$

$$= B\cos\varphi\sin(\omega_B t + \varphi) - B\sin\varphi\cos(\omega_B t + \varphi) \tag{7}$$

Từ (5) ta tìm đạo hàm:

$$px = a_B\omega_B\cos(\omega_B t + \varphi) \tag{8}$$

Và nếu thế (5) và (8) vào biểu thức (7) cuối cùng ta có:

$$f(t) = \frac{B}{a_B}\left(\cos\varphi - \frac{\sin\varphi}{\omega_B}p\right)x \tag{9}$$

Ta thế giá trị của hàm f(t) (9) vào phương trình (6). Ta có

$$\left[Q(p) - S(p)\frac{B}{a_B}\left(\cos\varphi - \frac{\sin\varphi}{\omega_B}\right)\right]x + R(p)F(x) = 0 \tag{10}$$

Thực hiện tuyến tính hoá dao động điều hoà của sự phi tuyến

$$F(x) = q(a)x \tag{11}$$

Ở đây $q(a) = \frac{4c}{\pi a}$ - hệ số tuyến tính hoá dao động điều hoà đối với đặc tính rơle lý tưởng (xem phụ lục 28).

Ở biểu thức (11) ta thế biên độ α bằng biên độ cần tìm của các dao động cưỡng bức α_B. Ta có:

$$F(x) = q(a_B)x = \frac{4c}{\pi a_B}x \tag{12}$$

Từ (10) và (12) ta thu được phương trình đặc trưng đối với gần đúng đầu.

$$Q(p) - S(p)\frac{B}{a_B}\left(\cos\varphi - \frac{\sin\varphi}{\omega_B}p\right) + R(p)q(a_B) = 0 \tag{13}$$

Để tìm nghiệm hình sin (5) ta thế vào (13) $p = j\omega_B$. Ta có:

$$a_B = \frac{Q(j\omega_B) + R(j\omega_B)q(\alpha_B)}{S(j\omega_B)} = Be^{-j\varphi} \tag{14}$$

Ở kết quả (14) ta cho rằng $\cos\varphi - j\sin\varphi = e^{-j\varphi}$

Ta thế vào (14) biểu thức đối với $Q(j\omega_B)$, $R(j\omega_B)$ và $S(j\omega_B)$ thu được từ (6) và giá trị hệ số $q(a_B)$ (12):

$$a_B + \frac{\frac{4ck}{\pi}}{j\omega_B(1 + T_1 j\omega_B)} = Be^{-j\omega} \tag{15}$$

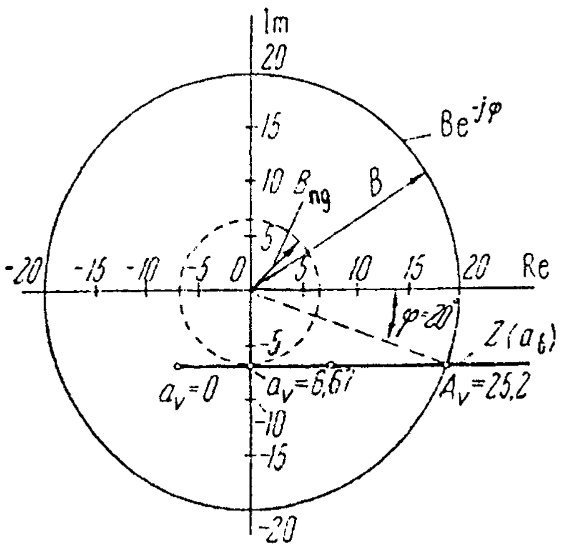
Sau khi thế vào giá trị các thông số ta thu được:

$$a_B - 6{,}67 - 6{,}67j = 20\,e^{-j\omega} \tag{16}$$

Ở mặt phẳng phức (hình 286) ta xây dựng đường mút tia:

$$Z(\alpha_B) = \alpha_B - 6{,}67 - 6{,}67j \qquad (17)$$

Tương ứng phần bên trái của phương trình (16) và vòng tròn có bán kính B = 20 tương ứng với phần bên phải của chính phương trình. Điểm giao nhau của đường mút tia Z (α_B) các mức của biên độ ở đường mút $Z(\alpha_B)$ ta tìm được biên độ các dao động cưỡng bức ở hệ $\alpha_B = A_B = 25{,}2$. Độ dịch chuyển pha $\varphi = 20^o$ được xác định theo cung vòng tròn cần nhận thấy rằng tính toán các giá trị dương của các góc φ trong trường hợp đã cho được thực hiện từ nửa trục thực dương theo chiều kim đồng hồ, bởi vì ở phần bên ngoài (15) có φ với dấu âm.



Hình 286. Xây dựng đồ thị để xác định các dao động cưỡng bức cho bài 421.

Trên hình 286, rõ ràng rằng trong hệ xuất hiện các dao động đơn tần với tần số $\omega_B = 10\ s^{-1}$ không ở các giá trị bất kỳ của biên độ tác dụng đầu vào (1) mà chỉ khi $B > B_{ngưỡng}$. Để xác định giá trị ngưỡng biên độ tác đầu vào $B_{ngưỡng}$ ta vạch vòng tròn tiếp xúc đường mút tia $Z(\alpha_B)$. Bán kính ta vạch vòng tròn này và xác định $B_{ngưỡng} = 6{,}67$.

422. Đối với hệ mà sơ đồ cấu tạo của nó được biểu diễn trên hình 287 hãy xác định biên độ A_B và pha φ của các dao động cưỡng bức của biên độ tác dụng đầu vào.

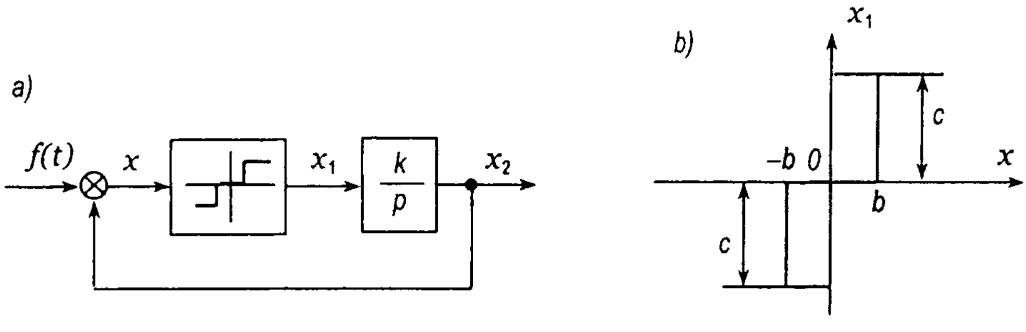
Các số liệu ban đầu:

$k = 10\ s^{-1}$, $b = 1$, $c = 10$, biên độ và tần số tác dụng đầu vào $B = 8$, $\omega_B = 20\ s^{-1}$.

Đáp số: Phương trình để tìm biên độ và pha của các dao động cưỡng bức có dạng:

$$\alpha_B - j.6{,}36\sqrt{1-\frac{1}{\alpha_B^2}} = 8e^{-j\varphi}$$

Xây dựng bằng đồ thị được chỉ ra trên hình 288. Theo hình vẽ này $A_B \approx 5$, $\varphi = 50^o$, $B_{ngưỡng} = 1$.



Hình 287. Sơ đồ cấu tạo của hệ và đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến tính cho bài 422.

423. Hãy xác định biên độ và pha của các dao động cưỡng bức ở hệ, mà sơ đồ cấu trúc của nó được biểu diễn trên hình 285 khi tồn tại thời gian trễ τ.

Các số liệu ban đầu: $k = 10\ s^{-1}$, $T_1 = 0{,}01$ s, $\tau = 0{,}01$s, $c = 10$, tần số và biên đ) tác dụng bên ngoài $\omega_B = 10\ s^{-1}$, $B = 20$.

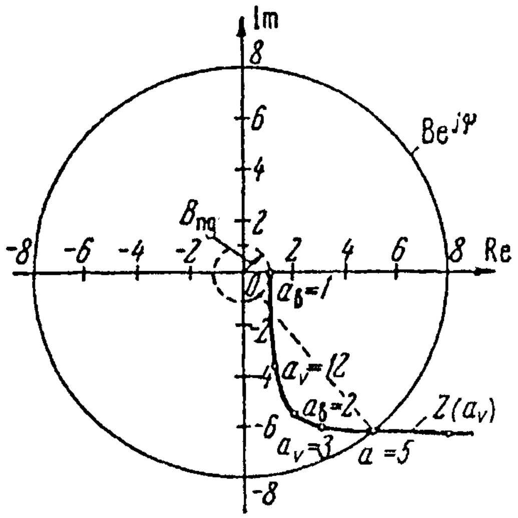
Bài giải. Phần tuyến tính của hệ được mô tả bằng phương trình vi phân:

$$(T_1p + 1)\,px_2 = kx_1 \qquad (1)$$

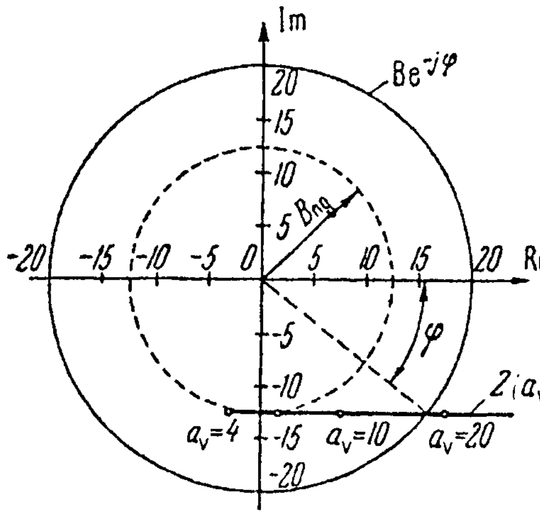
Với tính đến thời gian trễ phương trình khâu tuyến tính được viết dưới dạng:

$$x_1 = F_{\tau v}(x) = e^{-\tau p}F(x) \qquad (2)$$

ở đây F(x) - hàm phi tuyến cho bằng đặc tính tĩnh (hình 285b).



Hình 288. *Xây dựng đồ thị để xác định các dao động cưỡng bức cho bài 422.*



Hình 289. *Xây dựng đồ thị để xác định các dao động cưỡng bức cho bài 423.*

Từ (1) và (2) ta xác định phương trình vi phân của hệ phi tuyến kín:

$$(T_1p + 1)px + kF_\tau(x) = (T_1p + 1)pf(t) \qquad (3)$$

Các dao động cưỡng bức đại lượng đầu vào của khâu phi tuyến x sẽ tìm ở dạng:

$$x = A_B\sin(\omega_B t + \varphi) \qquad (4)$$

Để tìm nghiệm hình sin (4) ta viết biểu thức:

$$\alpha_B\frac{Q(j\omega_B) + R(j\omega_B)q(a_B)e^{-j\tau\omega_B}}{S(j\omega_B)} = Be^{-j\omega} \qquad (5)$$

Ở đây α_B và φ - các biên độ và pha cần tìm của các dao động cưỡng bức $q(\alpha_B) = 4c/\pi$ - hệ số tuyến tính dao động điều hoà đối với đặc tính rơle lý tưởng (xem phụ lục 28) ở $\alpha = \alpha_B$ còn $Q(j\omega_B)$, $R(j\omega_B)$ và $S(j\omega_B)$ được xác định từ phương trình (3).

$$Q(j\omega_B) = S(j\omega_B) = j\omega_B\,(1 + T_1 j\omega_B)$$
$$R(j\omega_B) = k$$

Ta thế (6) và giá trị hệ số $q(\alpha_B)$ vào (5). Ta có:

$$\alpha_B + \frac{4kce^{-j\tau\omega_B}}{j\omega_B(1 + T_1 j\omega_B)} = Be^{-j\omega} \qquad (7)$$

Sau khi thế các giá trị của các thông số và phân tử số và mẫu số của số hạng thứ hai phần bên trái của phương trình (7) với biểu thức liên hợp ta có:

$$\alpha_B - 2{,}5 - j.12{,}3 = 20e^{-j\varphi} \qquad (8)$$

Trên mặt phẳng phức hình 289 ta xây dựng đường mút tia:

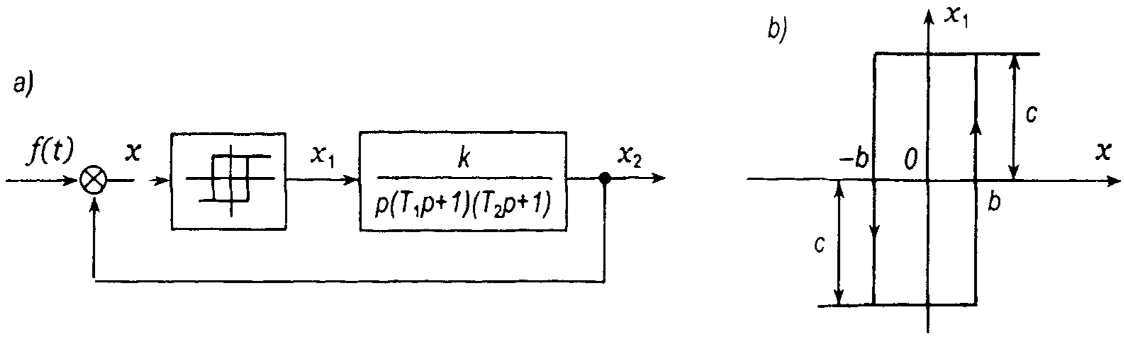
$$Z(\alpha_B) = \alpha_B - 2{,}5 - j.12{,}3$$

và vòng tròn có bán kính 20. Ở điểm giao nhau theo đường mút tia $Z(\alpha_B)$ ta xác định biên độ các dao động cưỡng bức $\alpha_B - A_B \approx 18{,}2$ còn theo cung tròn – pha $\varphi \approx 38^0$. Giá trị ngưỡng biên độ tác dụng đầu vào $B_{ngưỡng} = 12{,}3$.

424. Đối với hệ phi tuyến, sơ đồ cấu tạo của nó được biểu diễn trên hình 290, hãy xác định biên độ A_B và pha φ của các dao động cưỡng bức.

Số liệu ban đầu : $k = 10\ s^{-1}$, $T_1 = 0{,}01$ s , $T_2 = 0{,}02$ s , $b = 4$, $c = 10$, biên độ tác dụng hình sin bên ngoài $B = 20$ tần số tác dụng bên ngoài $\omega_B = 10\ s^{-1}$.

Đáp số: $A_B \approx 21$, $\varphi \approx 35^0$



Hình 290. *Sơ đồ cấu tạo của hệ và đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến cho bài 424.*

15.2. TÌM CÁC DAO ĐỘNG CƯỠNG BỨC ĐƠN TẦN ĐỐI XỨNG BẰNG PHƯƠNG PHÁP TẦN SỐ

425. Đối với hệ phi tuyến mà sơ đồ cấu trúc của nó được biểu diễn trên hình 285, hãy xác định sự phụ thuộc các biên độ các dao động cưỡng bức vào biên độ và tần số tác dụng hình sin bên ngoài.

Các số liệu ban đầu: $k = 10\ s^{-1}$, $T_1 = 0{,}1$ s, $c = 10$ xác định hàm truyền của hệ phi tuyến kín được tuyến tính hoá dao động điều hoà.

Đối với hệ nghiên cứu ta có:

$$W_L(p) = \frac{k}{p(T_1p+1)} \tag{2}$$

$$W_H(\alpha) = q(\alpha) \tag{3}$$

ở đây $q(\alpha) = \frac{4c}{\pi a}$ - hệ số tuyến tính hoá dao động điều hoà đối với đặc tính rơle lý tưởng (xem phụ lục 28).

Hàm truyền (1) được viết ở dạng:

$$\Phi(p, \alpha) = \frac{M_L(p)}{M_L(p) + W_H(\alpha)} \tag{4}$$

ở đây $M_L(p) = \frac{1}{W_L(p)}$ - hàm truyền ngược phần tuyến tính của hệ.

Ta tìm hàm truyền tần số ngược phần tuyến tính của hệ:

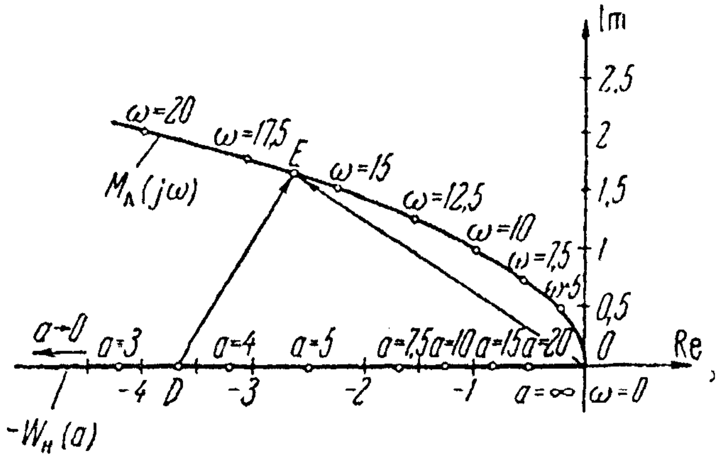
$$M_L(j\omega) = \frac{j\omega(1+T_1j\omega)}{k} = \frac{j\omega(1+0{,}1j\omega)}{10} \tag{5}$$

và hàm truyền của khâu phi tuyến được tuyến tính hoá dao động điều hoà

$$W_H(\alpha) = \frac{4c}{\pi a} = \frac{12{,}7}{a} \tag{6}$$

Còn trên mặt phẳng phức hình 291 theo công thức (5) ta xây dựng đặc tính biên độ - pha ngược, phần tuyến tính của hệ còn theo công thức (6) - đường mút tia của khâu phi tuyến - $W_H(\alpha)$.

Theo các mức biên độ ở đường mút tia - $W_H(\alpha)$ ta xác định biên độ các dao động cưỡng bức α_B (điểm D trên hình 291) còn theo các mức tần số trên đường mút tia $M_L(j\omega)$ - tần số các dao động cưỡng bức bằng tần số tác dụng hình sin bên ngoài (điểm E trên hình 291). Từ (4) ta tìm được:



Hình 291. Đặc tính biên độ pha phần tuyến tính của hệ và đường mút tia của khâu phi tuyến cho bài 425.

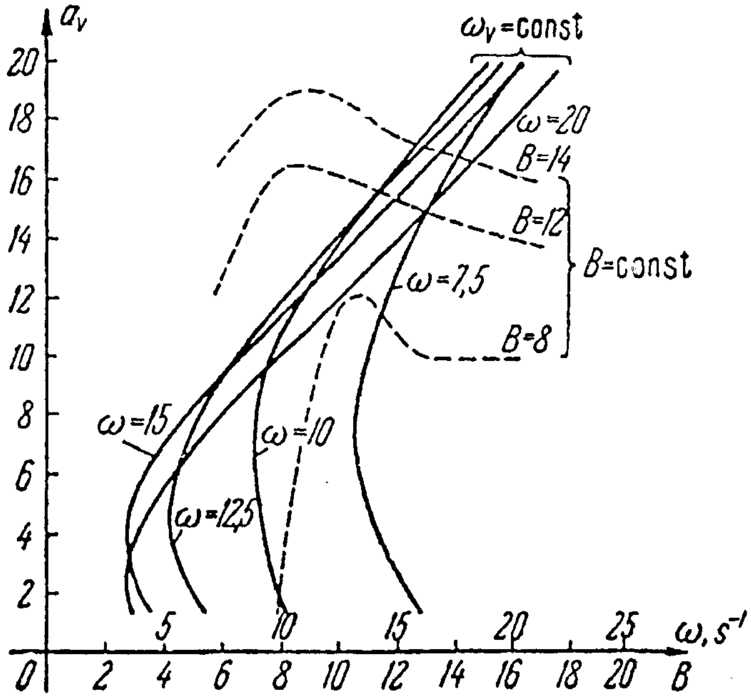
$$\frac{a_B}{B} = |\Phi(j\omega_B, a_B)| = \frac{|M_L(j\omega_B)|}{|M_L(j\omega_B) + W_H(a_B)|} = \frac{OE}{DE} \tag{7}$$

ở đây B - biên độ tác dụng hình sin bên ngoài.

Biểu thức (7) xác định sự liên hệ giữa biên độ tác dụng bên ngoài B và biên độ các dao động cưỡng bức α_B đối với giá trị xác định bất kỳ của tần số ω_B:

$$B = \frac{DE}{OE}\alpha_B \tag{8}$$

Dịch chuyển điểm D trên hình 291 ở vị trí xác định của điểm E ta tìm được sự phụ thuộc $\alpha_B(B)$ khi ω_B = const (hình 292) còn dịch chuyển điểm F ở vị trí xác định điểm D, ta tìm sự phụ thuộc $\alpha_B(\omega_B)$ ở B = const (các đường cong đứt nét trên hình 292).



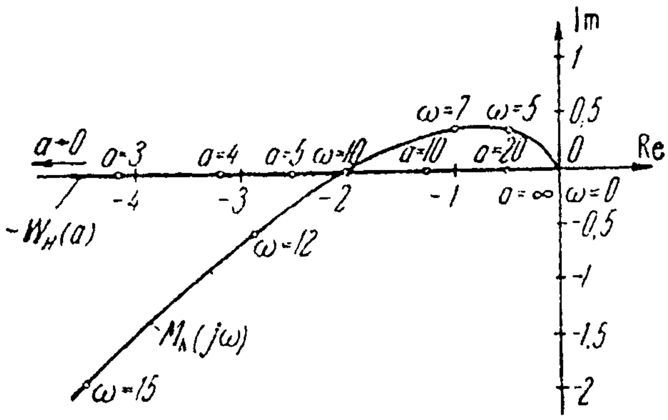
Hình 292. Các phụ thuộc biên độ dao động cưỡng bức vào biên độ và tần số tác dụng bên ngoài cho bài 425.

426. Đối với hệ phi tuyến được nghiên cứu ở bài 425 hãy xác định sự phụ thuộc biên độ các dao động cưỡng bức α_B vào biên độ B và tần số ω_B của tác dụng hình sin bên ngoài, nếu hàm truyền của phần tuyến tính của hệ:

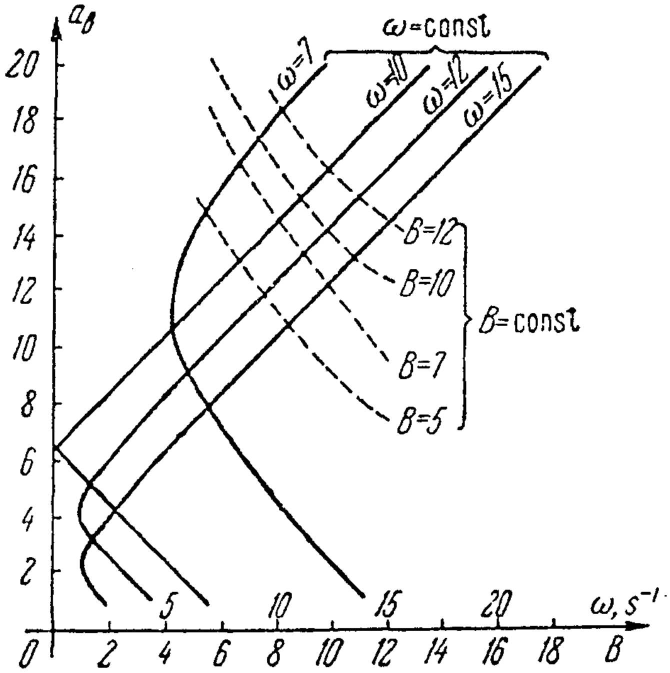
$$W_L(p) = \frac{k}{p(T_1p+1)(T_2p+1)}$$

ở đây $k = 10\ s^{-1}$, $T_1 = T_2 = 0{,}1$ s.

Đáp số: Đặc tính biên độ - pha phần tuyến tính của hệ $M_L(j\omega)$ và đường mút tia $-W_H(\alpha)$ được biểu diễn trên hình 293 các đường cong ω_B = const và B = const được chỉ ra trên hình 294. Tần số $\omega_B = 10\ s^{-1}$ mà ở đó giá trị ngưỡng của biên độ tác dụng hình sin đầu vào $B_{ngưỡng}$ bằng 0, bằng tần số tự dao động trong hệ.

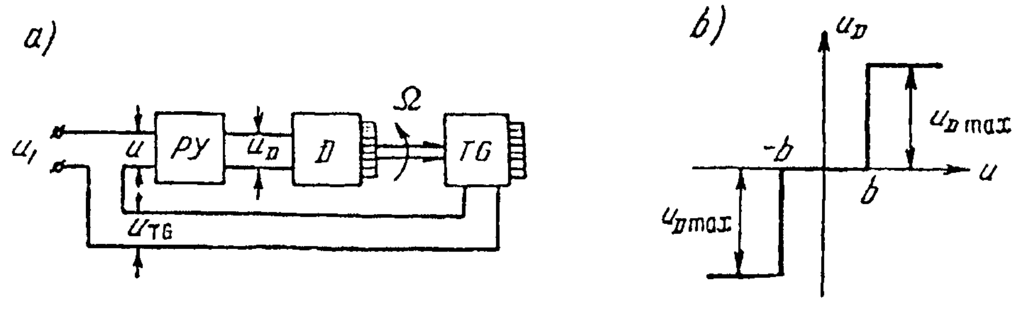


Hình 293. Đặc tính biên độ - pha ngược phần tuyến tính của hệ và đường mút tia của khâu phi tuyến cho bài 426.



Hình 294. Các phụ thuộc biên độ dao động cưỡng bức vào biên độ và tần số tác dụng bên ngoài cho bài 426.

427. Hãy xác định biên độ và pha các dao động cưỡng bức, tốc độ quay của động cơ điện trong hệ ổn định phi tuyến, mà sơ đồ của nó được biểu diễn trên hình 295. Trên sơ đồ, ký hiệu Đ - động cơ có dòng điện không đổi với kích cảm độc lập, T_G - máy phát đo tốc độ,



Hình 295. Sơ đồ ổn định tốc độ quay của động cơ điện cho bài 427.

PY - bộ khuếch đại rơle mà đặc tính tĩnh của nó được biểu diễn trên hình 295b. Các số liệu gốc: bề rộng vùng không nhạy cảm của đặc tính rơle b = 1V, tốc độ xác lập của động cơ ở điện áp cực đại ở đầu ra của bộ khuếch đại rơle $u_D = u_{max}$ (hình 295b), $\Omega_0 = 625\ s^{-1}$, thời điểm khởi động của động cơ $M_0 = 100$ Gcm, mômen quán tính tác dụng lên trục động cơ $J = 0{,}008\ Gcm.s^2$, mômen phụ tải lên trục động cơ $M_H = 0$, hệ số truyền của máy phát đo tốc độ $k_{tv} = G = 0{,}01$ V.s/rad. Ở đầu vào của hệ có tín hiệu đầu vào hình sin:

$$u_1(t) = B\sin\omega_B t$$

mà biên độ của nó B = 8V, còn tần số $\omega_B = 10\ s^{-1}$.

Bài giải. Thường khi nghiên cứu cơ cấu thừa hành rơle bao gồm động cơ có dòng điện không đổi có kích từ độc lập và rơle điều khiển dòng điện của phần ứng được biểu diễn ở dạng hai khâu độc lập. Một trong số các khâu này (động cơ) là tuyến tính, còn khâu khác (bộ khuếch đại rơle) - là phi tuyến. Khi đó động cơ được mô tả bằng chính phương trình vi phân này độc lập với vị trí các tiếp xúc rơle. Thực tế ở chính các tiếp điểm hở của rơle ($-b < u < b$) mạch phần ứng của động cơ hở và nó biến thành bánh lái thường. Nếu không tính mômen phụ tải và các đặc tính cơ khí của động cơ coi là tuyến tính thì ở các công tác kín của rơle ($u > |b|$) sự chuyển động của động cơ điện được mô tả bằng phương trình vi phân:

$$J\frac{d\Omega}{dt} + \frac{1}{\beta_0}\Omega = M_0 \qquad (1)$$

ở đây Ω - tốc độ góc quay của động cơ, $\beta_0 = \dfrac{\Omega_0}{M_0}$ - hệ số nghiêng của đặc tính cơ khí. Ở các công tắc hở của rơle phương trình vi phân chuyển động có dạng

$$J\,\frac{d\Omega}{dt} = 0 \qquad (2)$$

Vì vậy khi nghiên cứu các hệ phi tuyến có các cơ cấu thừa hành rơle thì động cơ và bộ khuếch đại rơle cần nghiên cứu như là một khâu phi tuyến duy nhất.

Ta đưa giá trị định mức của hàm truyền của khâu cơ cấu thừa hành rơle tuyến tính dao động điều hoà W_0 (d,jz)

$$W(d,jz) = \frac{\Omega_0}{b}W_0(d, jz) = \frac{\Omega_0}{b}q_o(d, z) + j\,\frac{\Omega_0}{b}q'_0(d, z) \qquad (3)$$

Trong biểu thức này d - biên độ tương đối:

$$d = \frac{u}{b}, \qquad (4)$$

z - tần số tương đối

$$z = \omega T_M \qquad (5)$$

T_M - hằng số thời gian của động cơ, $q_0(d, z)$ và $q'_0(d, z)$ - các hệ số tuyến tính hoá các khâu dao động điều hoà.

Các biểu thức giải tích đối với các hệ số $q_0(d, z)$ và $q'_0(d, z)$ thu được cực kỳ phức tạp. Vì vậy để thuận tiện các tính toán ở phụ lục 29 ta đưa vào các hàm truyền tần số định mức của cơ cấu thừa hành rơle.

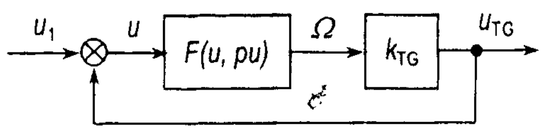
Để xác định các thông số dao động cưỡng bức của hệ ta lập sơ đồ cấu tạo (hình 296) và viết phương trình vi phân của hệ phi tuyến tính.

$$u + k_{TT}F(u, pu) = u_1(t) \qquad (6)$$

Ở đây:

$$F(u, pu) = q(d, z)u + \frac{p'(dz)}{\omega}pu \qquad (7)$$

Ta lập đẳng thức:



Hình 296. Sơ đồ cấu tạo của hệ cho bài 427.

$$a_B \frac{Q(j\omega_B) + R(j\omega_B)[q(d_B, z_B)]}{S(j\omega_B)} = Be^{-j\omega} \quad (8)$$

ở đây a_B và φ - biên độ và pha cần tìm của cái dao động cưỡng bức $z_B = \omega_B T_M$.

Mối liên hệ giữa biên độ a_B và biên độ tương đối của các dao động cưỡng bức được xác định bởi công thức (4).

$$d_B = \frac{a_B}{b} = \frac{u_B}{b} \quad (9)$$

Ở trường hợp riêng đã cho theo phương trình (6) ta có:

$$Q(j\omega_B) = S(j\omega_B) = 1, \quad R(j\omega_B) = k_{TT} \quad (10)$$

Ta thế (10) vào (8) ta có:

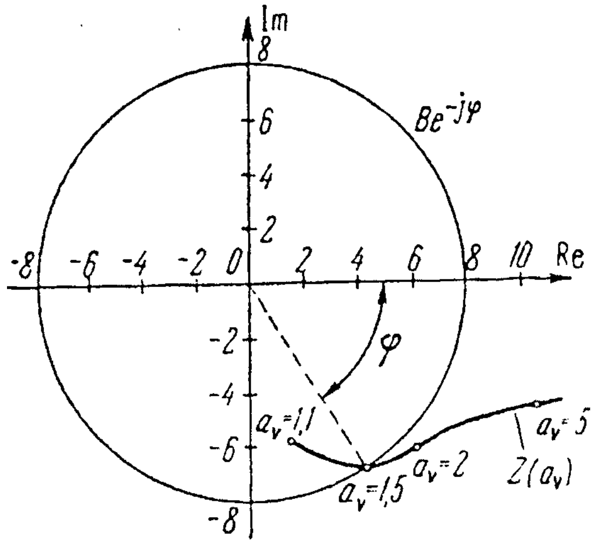
$$A_B + k_{TT}a_B [q(d_B, z_B) + jq'(d_B, z_B)] = Be^{-\varphi}. \quad (11)$$

Các hệ số $d(d_B, z_B)$ và $q'(d_B, z_B)$ ta xác định theo các đồ thị được đưa ra ở phụ lục 29. Vì vậy sơ bộ ta tìm được:

$$z_B = \omega_B T_M = \omega_B J \frac{\Omega_0}{M_0} =$$

$$= 10 . 0{,}008 . \frac{625}{100} = 0{,}5$$

Sau đó ta cho các giá trị khác nhau của biên độ a_B, đối với chúng theo công thức (9) ta xác định các giá trị của biên độ tương đối d_B, theo các đặc tính biên độ - pha (phụ lục 29) ở $z_b = 0{,}5$ đối với các giá trị d_B khác nhau ta xác định $q_0(d_B, z_B)$ và $q'_0(d_B, z_B)$ và theo biểu thức (3) ta tìm được:



***Hình 297.** Xây dựng đồ thị để xác định các dao động cưỡng bức cho bài 427.*

$$\left.\begin{aligned} q(d_B, z_B) &= \frac{\Omega_0}{b} q_0(d_B, z_B) = 625 q_0(d_B, z_B), \\ q'(d_B, z_B) &= \frac{\Omega_0}{b} q'_0(d_B, z_B) = 625 q'_0(d_B, z_B) \end{aligned}\right\} \quad (13)$$

Các giá trị các hệ số (13) được thế vào (11) và xây dựng đường cong:

$$Z(a_B) = a_B + k_{TG}a_B[q(d_B, z_B) + jq'(d_B, z_B)] \quad (14)$$

Tương ứng phần bên trái của đẳng thức (11) (hình 297). Ta vạch vòng tròn có bán kính B = 8 và ở điểm giao nhau của nó với đường cong $Z(a_B)$ ta tìm được $a_B \approx 1{,}5$ V, $\varphi \approx 58^0$. Biên độ các dao động cưỡng bức của vận tốc góc quay của động cơ bằng:

$$\Omega_B = \frac{a_B}{k_{TG}} = \frac{1{,}5}{0{,}01} = 150 \text{ s}^{-1}.$$

Chương 16

DIỄN BIẾN CỦA CÁC QUÁ TRÌNH NGẪU NHIÊN QUA CÁC HỆ PHI TUYẾN

16.1. XÁC ĐỊNH CÁC HÀM VÀ CÁC MÔMEN PHÂN BỐ QUÁ TRÌNH NGẪU NHIÊN Ở ĐẦU RA HỆ PHI TUYẾN

428. Ở đầu vào bộ khuếch đại không quán tính có đặc tính tĩnh tuyến tĩnh có giới hạn (hình 298a) tồn tại tín hiệu ngẫu nhiên ở dạng điện áp u_1. Mật độ phân bố của tín hiệu này được mô tả bằng hàm:

$$\omega(u_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} e^{-\frac{(u_1-\bar{u}_1)^2}{2\sigma_1^2}} \tag{1}$$

Ở đây $\bar{u}_1$ - giá trị trung bình của điện áp vào u_1, σ_1 - độ lệch bình phương trung bình của điện áp u_1 vào giá trị trung bình $\bar{u}_1$. Ở vùng tuyến tính đặc tính tĩnh hệ số khuếch đại $k = 10^5$. Ở vùng bão hoà điện áp đầu ra của bộ khuếch đại $u_{2m} = 100$ V. Hãy tìm và biểu diễn ở dạng đồ thị quy luật phân bố $\omega(u_2)$ ở đầu ra bộ khuếch đại ở các số liệu ban đầu như sau: giá trị trung bình $\bar{u}_1 = 0$ V, giá trị bình phương trung bình $\sigma_1 = 0{,}5.10^{-3}$ V.

Bài giải. Bởi vì bộ khuếch đại không quán tính, thì ở vùng tuyến tính $u_2 = ku_1$.

Bởi vì $k\sigma_1 = 10^5.0{,}5.10^{-3} = 50$ V, thì ở vùng này $\sigma_2 = k\sigma_1$. Vì vậy cho rằng $\bar{u}_1 = 0$ ở các giới hạn tuyến tính của đặc tính tĩnh, quy luật phân bố điện áp đầu ra u_2 có dạng:

$$\omega(u_2) = \omega(ku_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}k\sigma_1} e^{-u_1^2/(2\sigma_1^2)} \tag{2}$$

Theo các điều kiện tiêu chuẩn các hàm phân bố:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \omega(u_1)du_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} \omega(u_2)du_2 = 1 \tag{3}$$

Nếu thế vào biểu thức cuối cùng hàm số (2) ta tìm được:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{u_1^2}{2\sigma_1^2}} \frac{du_1}{\sigma_1} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{u_2^2}{2\sigma_2^2}} \frac{du_2}{\sigma_2} = 1$$

Do đó, trong vùng tuyến tính các mật độ phân bố tiêu chuẩn đối với các biến tương đối $z_1 = \dfrac{u_1}{\sigma_1}$ và $z_2 = \dfrac{u_2}{\sigma_2}$ ở đầu vào và đầu ra như nhau (hình 298b, c).

Độ choán vùng tuyến tính đặc tính tĩnh của bộ khuếch đại theo trục u_1 (hình 298a) có thể xác định từ biểu thức:

$$u_{1L} = \frac{u_{2m}}{k} = \frac{100}{10^5} = 10^{-3}\ \text{V}$$

Do đó, đại lượng tương đối của nó

$$z_1 = \frac{u_{1L}}{\sigma_1} = \frac{10^{-3}}{0{,}5.10^{-3}} = 2$$

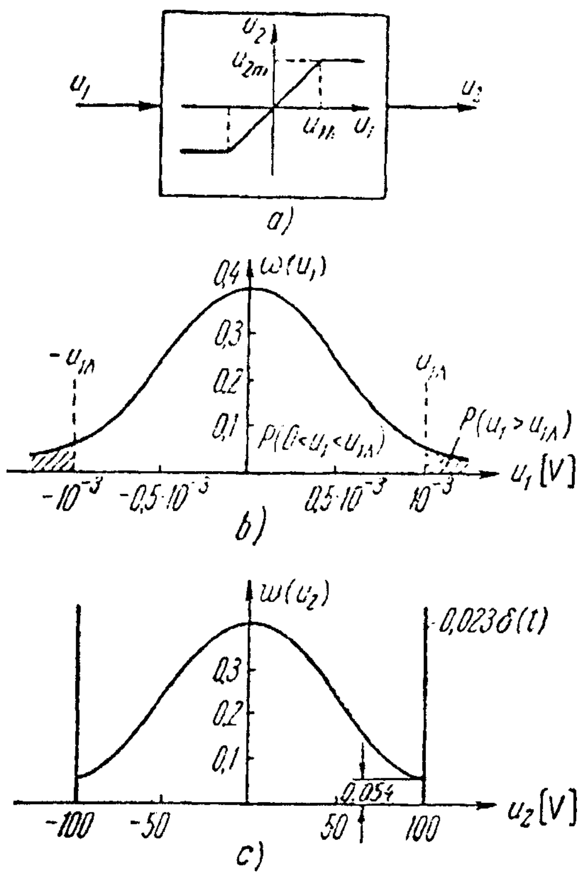
Xác suất P (u_2 > 100 V) xuất hiện tín hiệu u_2 > 100 V ở đầu ra bộ khuếch đại bằng 0 bởi vì lớn hơn 100V bộ khuếch đại không có thể thực hiện được theo đặc tính tĩnh.

Chính xác suất P (u_2 = 100 V) xuất hiện tín hiệu u_2 = 100 V, rõ ràng bằng xác suất P ($u_1 \geq u_{1L} = 10^{-3}$ V). Vì vậy có thể viết:

$$P(u_2 = 100\ \text{V}) = P(u_1 \geq u_{1L}) =$$

$$= P(z_1 \geq z_{1L}) = 0{,}5 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{z_{1L}} e^{-\frac{z_1^2}{2}} dz_1$$

Ở z_{1L} = 2 theo phụ lục 31 tích phân ta viết bằng 0,477. Vì vậy P (u_2 = 100 V) = 0,5 – 0,477 = 0,023.



Hình 298. Biến đổi hàm phân bố tín hiệu ngẫu nhiên bởi khâu tuyến tính có độ bão hoà ở $\bar{u} = 0$.

Do đó, trong các giới hạn tuyến tính của bộ khuếch đại hàm ω (u_2) có phân bố tiêu chuẩn như ω (u_1). Ở các đầu khoảng tuyến tính ω (u_2 = 100 V) có dạng Delta - hàm số có diện tích bằng 0,023 (hình 298b và c).

429. Đối với bộ khuếch đại của bài toán trước ta tìm hàm số ω (u_2) phân bố điện áp đầu ra, nếu ở đầu vào của nó có điện áp u_1, có giá trị tuyến tính được phân bố theo quy luật tiêu chuẩn:

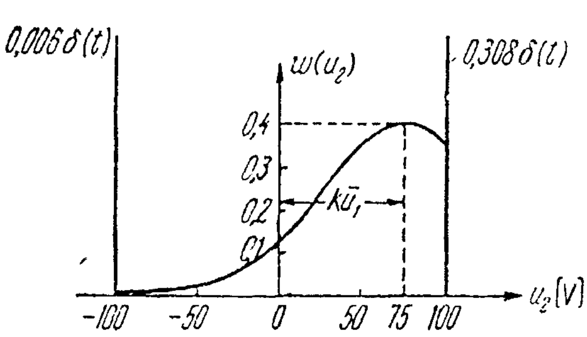
$$\omega(u_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} e^{-\frac{(u_1 - \bar{u}_1)^2}{2\sigma_1^2}} \tag{1}$$

ở $\bar{u}_1 = 0{,}75.10^{-3}$ V, $\sigma_1 = 0{,}5.10^{-3}$ V.

Bài giải. Cũng như ở trường hợp trước, ở vùng tuyến tính của đặc tính tĩnh được giới hạn bởi vùng $-u_{1L} < u_1 < u_{1L}$, các quy luật phân bố định mức ω(z_1) và ω(z_2) như nhau. Khi đó các giá trị tương đối z_1 và z_2 thuận tiện biểu diễn ở dạng:

$$z_1 = \frac{u_1 - \bar{u}_1}{\sigma_1} \tag{2}$$

$$z_2 = \frac{u_2 - \bar{u}_2}{\sigma_2} = \frac{u_2 - \bar{u}_2}{k\sigma_1} \qquad (3)$$



Hình 299. Hàm phân bố tín hiệu ở đầu ra khâu tuyến tính có bão hoà ở $\bar{u} \neq 0$.

Các xác suất xuất hiện các tín hiệu $|u_2| > 100$ V bằng 0. Các xác suất của chính các tín hiệu $u_2 = \pm 100$ V có thể xác định theo các công thức:

$$P(u_2 = 100V) = P(u_1 > u_{1L})$$
$$= P(z_1 > z'_{1L})$$
$$= 0{,}5 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{z'_{1L}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz \qquad (4)$$

$$P(u_2 = -100\text{ V}) = P(u_1 < u_{1L}) = P(z_1 - z''_{1L}) = 0{,}5 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{z''_{1L}}^{0} e^{-\frac{z^2}{2}} dz \qquad (5)$$

Nếu thế vào (2) các giá trị $\bar{u}_1$, u_{1L} và $-u_{1L}$, ta tìm được:

$$z'_{1L} = \frac{u_{1L} - \bar{u}_1}{\sigma_1} = \frac{1.10^{-3} - 0{,}75.10^{-3}}{0{,}5.10^{-3}} = 0{,}5$$

$$z''_{1L} = \frac{-u_{1L} - \bar{u}_1}{\sigma_1} = \frac{(-1 - 0{,}75).10^{-3}}{0{,}5.10^{-3}} = -2{,}5$$

Nếu sử dụng phụ lục 31 đối với các môđun $|z'_{1L}|$ và $|z''_{1L}|$, ta thu được các giá trị xác suất sau:

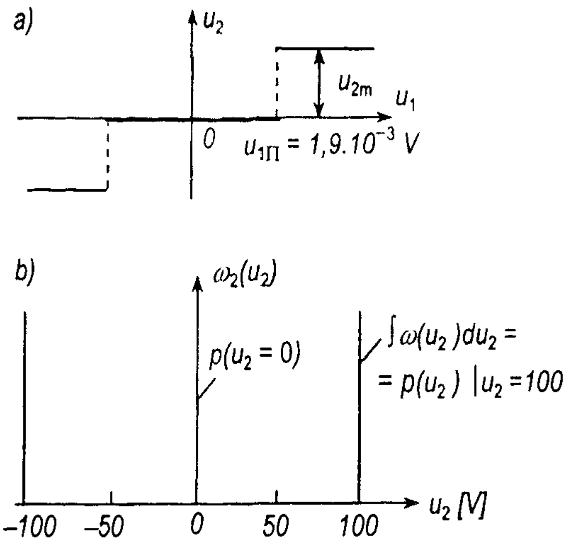
$$P(u_2 = 100\text{ V}) = 0{,}5 - 0{,}192 = 0{,}308$$
$$P(u_2 = -100\text{ V}) = 0{,}5 - 0{,}494 = 0{,}006$$

Do đó, ở các đầu đoạn tuyến tính của hàm $\omega(u_2)$ có dạng hàm đelta có các diện tích tương ứng bằng 0,308 và 0,006 (hình 299).

430. Hãy tìm hàm phân bố $\omega(u_2)$ của điện áp đầu ra u_2 của bộ khuếch đại không quán tính có đặc tính tĩnh được biểu diễn trên hình 300a nếu ở đầu vào của nó có điện áp u_1, mà các đại lượng ngẫu nhiên của nó được phân bố cũng như ở bài 429. Hãy giải bài này đối với hai trường hợp:

1) $\bar{u}_1 = 0$ V, $\sigma_1 = 2.10^{-3}$ V.

2) $\bar{u}_1 = 1{,}8.10^{-3}$ V, $\sigma_1 = 2.10^{-3}$ V.



Hình 300. Hàm số phân bố (b) của tín hiệu đầu ra phần tử có đặc tính rơle lý tưởng (a).

Hoạt động của bộ khuếch đại rơle xảy ra ở điện áp $u_{1L} = 1,9.10^{-3}$ V. Điện áp đầu ra $u_{2m} = 100$ V.

Đáp số: Ở trường hợp này và khác hàm số ω (u_2) là hàm số delta ở các giá trị $u_2 = 0$ và $u_2 = \pm 100$ V (hình 300b). Các diện tích của các hàm số delta bằng các xác suất xuất hiện tín hiệu đầu ra tương ứng u_2 có các đại lượng các giá trị sau:

$$1)\qquad p(u_2) = \begin{cases} 0{,}658 & \text{ở } u_2 = 0 \\ 0{,}171 & \text{ở } u_2 = \pm 100\text{V} \\ 0 & \text{ở các } u_2 \text{ khác} \end{cases}$$

$$2)\qquad p(u_2) = \begin{cases} 0{,}5019 & \text{ở } u_2 = 0 \\ 0{,}498 & \text{ở } u_2 = +100\text{V} \\ 0{,}0001 & \text{ở } u_2 = -100\text{V} \\ 0 & \text{ở các } u_2 \text{ khác} \end{cases}$$

431. Hãy tìm kỳ vọng toán học $m_y(t)$ và hàm đối xạ $R_y(t_1, t_2)$ của đại lượng đầu ra y(t) của hệ phi tuyến mà sơ đồ cấu trúc của nó được biểu diễn trên hình 301.

Các phương trình mô tả động lực hoạt động của hệ có dạng:

$$\left.\begin{aligned} (Tp+1)y &= F(x) \\ x &= g - y \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

ở đây phụ thuộc phi tuyến F(x) được biểu diễn bởi hàm:

$$F(x) = k_1x + k_2x^3 \qquad (2)$$

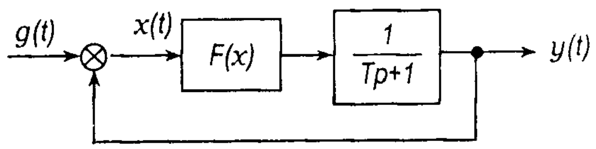
Tín hiệu đầu ra g(t) là quá trình tĩnh ngẫu nhiên có kỳ vọng toán học không ($m_g = 0$) và hàm số đối ánh:

$$R_g(t_1, t_2) = \sigma_g^2 e^{-\alpha(t_2 - t_1)} \qquad (3)$$

Không có các thời điểm có bậc cao hơn ở đầu vào. Các hằng số trong phương trình (1) - (3) có các giá trị sau: T = 0,125 s, $k_1 = 8$, $k_2 = 0{,}4\sigma_g = 6$, $\alpha = 10\ s^{-1}$.

Bài giải. Bởi vì phụ thuộc phi tuyến (2) liên tục và vi phân, nên để xác định các thời điểm của các đại lượng đầu ra y(t) có thể sử dụng phân tích của nó theo các thời điểm của đại lượng đầu vào g(t). Vì vậy nghiệm đối với y(t) sẽ tìm ở dạng chuỗi hàm luỹ thừa:

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n(t) g^n(t) \qquad (4)$$



Hình 301. *Sơ đồ cấu tạo của hệ phi tuyến.*

Nếu thế biểu thức (4) vào (1) và (2) và cho các số hạng có cùng luỹ thừa bằng nhau g, ta thu được các phương trình vi phân tuyến tính để tìm tuần tự các hàm số cần thiết φ_{2l+1} ($l = 0, 1, 2, \ldots$)

$$(Tp + 1)\varphi_{2l+1} = c_{2l+1} \quad (l = 0, 1, 2, \ldots) \qquad (5)$$

Các giá trị các số hạng c_{2l+1} có trong các phương trình này đối với $l = 0$ và $l = 1$ có dạng: $c_1 = k_1$,

$$c_3 = k_2(1 + 3\varphi_1 - 3\varphi_1^2 - \varphi_1^3) \tag{6}$$

Ở dạng phi tuyến đã cho F(g, y) và các thời điểm phân bố tín hiệu ngẫu nhiên đầu vào g(t) tất cả các hàm φ_{2l+1} ($l = 1, 2, \ldots$) có các số chẵn bằng 0.

Nếu ở kết quả ta xác định các nghiệm của hệ phương trình (5) của hàm $\varphi_{2l+1}(t)$, thì có thể tìm được các thời điểm phân bố của tín hiệu đầu ra y(t) qua các thời điểm của tín hiệu đầu vào g(t). Vì vậy cần thiết sử dụng phân y(t) thành chuỗi (4) theo các số mũ g(t).

Ở trường hợp, các thời điểm bậc thứ nhất và thứ hai được xác định theo các biểu thức:

$$m_y = \sum_{l=0}^{\infty} \varphi_{2l+1}(t) m_{g_{2l+1}}(t) \tag{7}$$

$$R_y(t_1, t_2) = \sum_{n,l=0}^{\infty} \varphi_{2l+1}(t_1)\varphi_{2n+1}(t_2) M[g^{2l+1}(t_1), g^{2n+1}(t_2)] \tag{8}$$

Ở đây $M[g^{2l+1}(t_1), g^{2n+1}(t_2)]$ - thời điểm phân bố đại lượng đầu vào hỗn hợp tương ứng.

Bởi vì theo điều kiện bài toán ta chỉ cho hàm đối ánh tín hiệu đầu vào (thời điểm bậc thứ hai):

$$R_g(t_1, t_2) = M[g(t_1), g(t_2)]$$

nên để giải bài toán chỉ đủ xác định hàm số $\varphi_1(t)$. Vì vậy theo (5) và (6) cần thiết giải phương trình:

$$(Tp + 1)\varphi_1 = k_1$$

Nghiệm của nó cho:

$$\varphi_1(t) = k_1\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)$$

Có tính đến tín hiệu đầu vào ta có:

$$m_y = \varphi_1(t)\, m_g(t)$$

$$R_y(t_1, t_2) = \varphi_1(t_1)\, \varphi_1(t_2)\, R_g(t_1, t_2)$$

$$= k_1^2\left(1 - e^{-\frac{t_1}{T}}\right)\left(1 - e^{-\frac{t_2}{T}}\right)\sigma_g^2 e^{-\alpha(t_2 - t_1)}$$

$$= k_1^2\sigma_g^2\left(1 - e^{-\frac{t_1}{T}} - e^{-\frac{t_2}{T}} + e^{-\frac{(t_2 - t_1)}{T}}\right)e^{-\alpha(t_2 - t_1)}$$

Ta ký hiệu $\tau = t_2 - t_1$. Khi đó:

$$R_y(t_1, t_2) = R_y(t_1, \tau) = k_1^2\sigma_g^2\left(1 - e^{-\frac{t_1}{T}}\right)\left(1 - e^{-\frac{\tau + t}{T}\,{}_1}\right)e^{-\alpha\tau}$$

Nếu thế các giá trị của tất cả các đại lượng đầu vào, cuối cùng ta có:

$$m_y = 0,$$

$$R_y(t_1, \tau) = 2304\,(1 - e^{-8t_1})(1 - e^{-8(\tau+t_1)})e^{-10\tau}$$

Do đó, hàm đối ánh của tín hiệu đầu ra y(t) phụ thuộc không chỉ vào khoảng thời gian τ, mà cả gốc tính t_1 theo trục thời gian.

16.2. TÍNH TOÁN CÁC HỆ PHI TUYẾN NHỜ TUYẾN TÍNH HOÁ TĨNH

432. Bằng phương pháp tuyến tĩnh hoá tĩnh hãy tìm kỳ vọng toán học, tán xạ và hàm đối ánh ở đầu ra của bộ khuếch đại phi tuyến không quán tính, nếu ở đầu vào của nó có tín hiệu ngẫu nhiên $u_1(t)$, có các đại lượng tính tĩnh:

$$m_{u_1}(t) = m_{u_1},$$

$$R_{u_1}(t_1, t_2) = \sigma_{u_1}^2 e^{-\alpha\tau}$$

$$(\tau = t_2 - t_1)$$

Đặc tính tĩnh của bộ khuếch đại được biểu diễn trên hình 302. Các đại lượng cần thiết cho tính toán có các giá trị số sau: $m_{u_1} = 1{,}6.10^{-3}$ V, $\sigma_{u_1} = 2.10^{-3}$ V, $|u_{1D}| = 1.10^{-3}$ V, $u_{2m} = 100$ V, $\alpha = 2$ s^{-1}.

Bài giải. Theo phương pháp tuyến tính hoá tĩnh đối với khâu phi tuyến không quán tính các đặc tính tĩnh của điện áp đầu ra được xác định nhờ các công thức sau:

$$\begin{aligned} m_{u_2} &= k_0(m_{u_1}, \sigma_{u_1})m_{u_1} \\ \sigma_{u_2} &= k_1(m_{u_1}, \sigma_{u_1})\sigma_{u_1} \\ R_{u_2}(t_1 t_2) &= k_1'^2(m_{u_1}, \sigma_{u_1})R_{u_1}(t_1 t_2) \\ R_{u_1,u_2}(t_1, t_2) &= k_1''(m_{u_1}, \sigma_{u_1})\sigma_{u_1}^2 \end{aligned} \qquad (1)$$

ở đây k_0, k_1', k_1'' - các hệ số của tuyến tính hoá tĩnh:

$$k_1 = \frac{1}{2}\left(k_1' + k_1''\right) \qquad (2)$$

Vì vậy sử dụng các hệ số tuyến tính hoá tĩnh được đưa ra ở phụ lục 30, ta ký hiệu:

$$u_{1L} = b \qquad u_{2m} = c$$

Tương ứng với các giá trị số đã cho:

$$m_1 = \frac{m_{u_1}}{u_{1L}} = 1{,}6 \qquad \sigma_1 = \frac{\sigma_{u_1}}{u_{1L}} = 2$$

$$\frac{c}{m_{u_1}} = \frac{100}{1{,}6.10^{-3}} = 6{,}25.10^4 \qquad \frac{c}{\sigma_{u_1}} = \frac{100}{2.10^{-3}} = 5.10^4$$

Nếu thế các giá trị này vào các công thức (P.33) ÷ (P.35) của phụ lục 30, ta có:

$$k_0 \approx 6{,}25.10^4 \,.\, 0{,}6 = 3{,}65.10^4$$

$k_1 = 3{,}7.10^4$

$k_1^{'} = 5.10^4.0{,}72 = 3{,}6.10^4$

$k_1^{''} = 5.10^4.0{,}76 = 3{,}8.10^4$

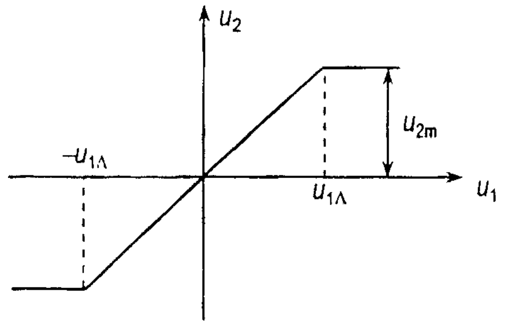
Có tính đến các giá trị này

$m_{u_2} = 58{,}4V$

$\sigma_{u_2} = 74V$

$R_{u_2}(t_1, t_2) = 5328e^{-2\tau}V^2$

$R_{u_1,u_2}(t_1, t_2) = 0{,}152V^2$



Hình 302. Đặc tính tĩnh của khâu tuyến tính có bão hoà.

433. Ở đầu vào rơle điện tử không quán tính với ba vị trí có điện áp:

$$u_1 = u_{10} + u_{1ng}$$

ở đây $u_{10} = 4.10^{-3}$ V - thành phần không đổi, u_{1ng} - thành phần ngẫu nhiên tĩnh với mật độ phổ

$$S_{u_1}(\omega) = \frac{2\alpha D_{u_1}}{\alpha^2 + \omega^2}$$

$$D_{u_1} = \sigma_{u_1}^2 = 25.10^{-6}\ V^2 \qquad \alpha = 2\ s^{-1}$$

Điện áp làm việc và thả của rơle điện tử $u_{1cp} = \pm 2.10^{-3}$ V. Điện áp đầu ra của rơle $u_2 = \pm 10$ V.

Nếu sử dụng phương pháp tuyến tính hóa tĩnh hãy tìm thành phần không đổi của điện áp u_{20}, hàm số tự tương quan $R_{u_2}(t_1, t_2)$, hàm đối ánh tương hỗ $R_{u_1,u_2}(t_1, t_2)$ và hàm số tự tương quan tương hỗ $R_{u_1,u_2}(t_1, t_2)$.

Đáp số:

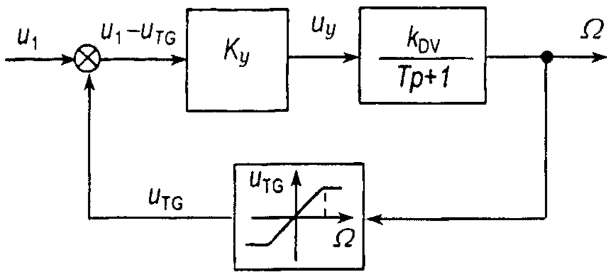
$u_{20} = 5{,}4$ V

$R_{u_2}(t_1, t_2) = 47{,}7e^{-2\tau}\ V^2$

$R_{u_1,u_2}(t_1, t_2) = 2{,}87.10^{-2}\ V^2$

434. Hãy tìm kỳ vọng toán học m_Ω và phương sai σ_Ω^2 tốc độ quay trục động cơ của hệ bao gồm bộ khuếch đại tuyến tính không quán tính, động cơ và máy phát đo tốc độ có đặc tính tuyến tính giới hạn. Sơ đồ cấu trúc của hệ được biểu diễn trên hình 303. Ở đầu vào hệ có điện áp $u_1(t)$ là tổng điện áp không đổi u_{10} và quá trình ngẫu nhiên tĩnh với kỳ vọng toán học không ($m_{u_1} = 0$) và hàm số đối ánh:

$$R_{u_1}(\tau) = \sigma_{u_1}^2 e^{-\alpha\tau} \qquad (\alpha = 12{,}5\ s^{-1})$$



Hình 303. Sơ đồ cấu tạo của hệ theo dõi có liên hệ ngược phi tuyến.

Hệ số khuếch đại của bộ khuếch đại theo điện áp $k_y = 600$.

Ở điện áp $u_1 = 30$ V, trục động cơ quay với tốc độ n = 3000 vg/ph, còn máy phát đo tốc độ tạo ra điện áp $u_{TG} = 0,1$ V. Hằng số thời gian cơ điện của động cơ T = 0,04 s. Đặc tính tĩnh của bộ máy phát đo tốc độ có dạng được biểu diễn trên hình 302. Vùng tuyến tính của đặc trưng giới hạn tốc độ quay của trục động cơ 3000 vg/ph.

Bài toán giải đối với ba giá trị phương sai của điện áp đầu vào: $\sigma^2_{u_1} = 6,25.10^{-4}$ V^2, 25.10^{-4} V^2, 100.10^{-4} V^2 ở $u_{10} = 5.10^{-2}$ V.

Bài giải. Hàm truyền phần tuyến tính của hệ:

$$W(p) = \frac{k_y k_{DB}}{Tp+1} = \frac{k}{Tp+1} = \frac{k}{C(p)} \qquad (1)$$

ở đây C(p) = Tp + 1.

Hệ số truyền của động cơ tương ứng với các điều kiện đã cho của bài toán có giá trị

$$k_{dc} = \frac{n_m.2\pi}{u_{ym}.60} = \frac{3000.6,28}{30.60} = 10,5\ (V.s)^{-1}$$

Do đó, $k = 6.10^2.10,5 = 6,3.10^3\ (V.s)^{-1}$.

Khi đo tốc độ quay Ω của trục động cơ theo rad/s vùng tuyến tính của đặc tính tĩnh của máy phát đo tốc độ bằng:

$$b = \Omega_L = \frac{n_L.2\pi}{60} = 314\ s^{-1}$$

Khi đó máy phát đo tốc độ tạo ra điện áp $u_{TGm} = 0,1$ V.

Có thể giả thiết rằng ở dạng đã cho của hàm truyền và độ phi tuyến của tự dao động trong hệ không có. Vì vậy để giải bài toán đưa ra có thể sử dụng phương pháp tính toán các hệ tĩnh không dao động có một sự phi tuyến với sự sử dụng tuyến tính hoá tĩnh.

Theo phụ lục 30 đối với độ phi tuyến tính đã cho các hệ số tuyến tĩnh hoá tĩnh được tính nhờ các công thức sau:

$$k_0 = \frac{u_{TGm}}{m_\Omega}\left\{(1+m_1)\Phi\left(\frac{1+m_1}{\sigma_1}\right) - (1-m_1)\Phi\left(\frac{1-m_1}{\sigma_1}\right) + \right.$$
$$\left. + \frac{\sigma_1}{\sqrt{2\pi}}\left[e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{1+m_1}{\sigma_1}\right)^2} - e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{1-m_1}{\sigma_1}\right)^2}\right]\right\} \qquad (2)$$

$$k_1' = \frac{u_{TG}}{\sigma_\Omega}\left\{1 - \frac{k_0^2 m_\Omega^2}{u_{TGm}^2} + (m_1^2 + \sigma_1^2 - 1)\left[\Phi\left(\frac{1+m_1}{\sigma_1}\right) + \Phi\left(\frac{1-m_1}{\sigma_1}\right)\right] - \right.$$
$$\left. - \frac{\sigma_1(1-m_1)}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{1+m_1}{\sigma_1}\right)^2} - \frac{\sigma_1(1+m_1)}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{1-m_1}{\sigma_1}\right)^2}\right\}^{1/2} \qquad (3)$$

$$K_1'' = \frac{u_{TGm}}{\sigma_\Omega}\sigma_1\left[\Phi\left(\frac{1+m_1}{\sigma_1}\right)+\Phi\left(\frac{1-m_1}{\sigma_1}\right)\right] \tag{4}$$

ở đây $m_1 = \frac{m_\Omega}{b}$, $\sigma_1 = \frac{\sigma_\Omega}{b}$.

Để tính toán ta lấy:

$$k_1(m_\Omega, \sigma_\Omega) = \frac{1}{2}\left(k_1' + k_1''\right)$$

Để tính toán các hệ số truyền tĩnh này cần biết m_Ω và σ_Ω ở đầu ra của động cơ, chúng không được biết. Vì vậy còn cần sử dụng các công thức để tính toán các đại lượng này.

Có thể sử dụng cho sơ đồ đang nghiên cứu:

$$m_\Omega = \frac{k(m_{u_1} + u_{10})}{C(0) + kk_0(m_\Omega, \sigma_\Omega)} \tag{5}$$

$$\sigma_\Omega^2 = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \left|\frac{k}{C(j\omega) + kk_1(m_\Omega, \sigma_\Omega)}\right|^2 S_{u_1}(\omega)d\omega \tag{6}$$

ở đây:

$$C(0) = C(p)_{p=0}$$

$$C(j\omega) = C(p)_{p=j\omega}$$

Nếu thế các giá trị m_{u_1}, u_{1ng}, C(p) ta tìm được:

$$m_\Omega = \frac{ku_{10}}{1 + kk_0(m_\Omega.\sigma_\Omega)}, \tag{7}$$

$$\sigma_\Omega^2 = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty \frac{k^2}{T^2\omega^2 + [1 + kk_1(m_\Omega, \sigma_\Omega)]^2}\cdot\frac{\sigma_{u_1}^2\alpha}{\alpha^2 + \omega^2}d\omega \tag{8}$$

Khi xác định σ_Ω^2 ở đây cần cho rằng hàm số đối ánh đã cho của tín hiệu đầu vào $R_{u_1}(\tau)$ tương ứng mật độ phổ:

$$S_{u_1}(\omega) = \frac{2\alpha\sigma_{u_1}^2}{\alpha^2 + \omega^2}$$

Nếu sử dụng phụ lục 17, ta tìm giá trị tích phân (8):

$$\sigma_\Omega^2 = \frac{k^2\sigma_{u_1}^2}{[1 + kk_1(m_\Omega, \sigma_\Omega)]\,[1 + kk_1(m_\Omega, \sigma_\Omega) + \alpha T]} \tag{9}$$

Do đó, để tìm các giá trị σ_Ω và m_Ω, cần thiết giải hệ các phương trình (7), (8), cũng sử dụng các phương trình (2) ÷ (4).

Ta thế vào các phương trình (7) và (9) các giá trị số của các đại lượng đã cho:

$$m_\Omega = \frac{315}{1 + 6{,}3.10^{-3} k_0(m_\Omega, \sigma_\Omega)} \quad (10)$$

$$\sigma_\Omega^2 = \frac{40.10^6.\sigma_{u_1}^2}{\left[1 + 6{,}3.10^3 k_1(m_\Omega, \sigma_\Omega)\right]\left[1 + 6{,}3.10^3 k_1(m_\Omega, \sigma_\Omega) + 0{,}5\right]} \quad (11)$$

Giải bài toán đối với tất cả σ_m đã cho sẽ sử dụng bằng phương pháp gần đúng tuần tự:

1) $\sigma_{u_1} = 2{,}5.10^{-2}$ V

Gần đúng thứ nhất là các giá trị các hệ số k_0 và k_1 bằng hệ số truyền của máy phát đo tốc độ ở vùng tuyến tính:

$$k_0^{(1)} = k_1^{(1)} = \frac{u_{TGm}}{b} = \frac{0{,}1}{314} = 3{,}2.10^{-4} \text{V.s}$$

Nếu thế các giá trị này, cũng như σ_{u_1} vào (10) và (11) ta thu được gần đúng đầu:

$$m_\Omega^{(1)} = 105 \text{ s}^{-1} \qquad \sigma_\Omega^{(1)} = 48{,}9 \text{ s}^{-1}$$

Bây giờ ta tính các giá trị m_1 và σ_1 đối với các gần đúng sau:

$$m_1 = \frac{m_\Omega}{b} = \frac{105}{315} = 0{,}333$$

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_\Omega}{b} = \frac{48{,}9}{315} = 0{,}156$$

Nếu sử dụng các công thức (2) - (4), ta tìm gần đúng thứ hai:

$$k_0^{(2)} = 3{,}2.10^{-4} \text{V.s}$$

$$k^{(2)} = 3{,}2.10^{-4} \text{ V.s}$$

Do đó, gần đúng thứ hai trùng với gần đúng thứ nhất. Do đó, khi:

$$\sigma_{u_1} = 2{,}5.10^{-2} \text{V} \quad \text{và} \quad u_{10} = 5.10^{-2} \text{V}$$

$$m_\Omega = 105 \text{ s}^{-1} \qquad \sigma_\Omega = 48{,}9 \text{ s}^{-1}$$

hay:

$$m_n = 1000 \text{ V/ph} \qquad \sigma_n = 566 \text{ V/ph}$$

2) $\sigma_{u_1} = 5.10^{-2}$ V, $u_{10} = 5.10^{-2}$ V

Gần đúng thứ nhất là các giá trị trước:

$$k_0^{(1)} = k_1^{(1)} = 3{,}2.10^{-4} \text{V.s}$$

Ở kết quả tính toán theo các công thức (10) và (11) ta có:

$$m_\Omega^{(1)} = 105 \text{ s}^{-1} \qquad \sigma_\Omega^{(1)} = 97{,}8 \text{ s}^{-1}$$

Điều đó tương ứng:

$$m_1^{(1)} = 0{,}333, \qquad \sigma_1^{(1)} = 0{,}312$$

Tính toán theo các công thức (2) - (4) cho:

$k_0^{(2)} = 3{,}15.10^{-4}$ V.s , $\qquad k_1^{'(2)} = 0{,}94.10^{-4}$ V.s

$k_1^{''(3)} = 3{,}14.10^{-4}$ V.s $\qquad k_1^{(2)} = 2{,}04.10^{-4}$ V.s

Tiếp theo ở kết quả tính toán ta có:

$m_\Omega^{(2)} = 106\ s^{-1}$ $\qquad \sigma_\Omega^{(2)} = 125{,}4\ s^{-1}$

Tính toán theo phương pháp tương tự cho các giá trị gần đúng thứ ba:

$k_0^{(3)} = 3{,}12.10^{-4}$ V.s $\qquad k_1^{1(3)} = 1{,}17.10^{-4}$ V.s

$k_1^{''(3)} = 3{,}05.10^{-4}$ V.s $\qquad k_1^{(3)} = 2{,}11.10^{-4}$ V.s

$m_\Omega^{(3)} = 106\ s^{-1}$ $\qquad \sigma_\Omega^{(3)} = 124{,}8\ s^{-1}$

Kết quả này có thể coi là cuối cùng, bởi vì nó lệch ít với gần đúng thứ hai.

3) $\qquad \sigma_{u_1} = 0{,}1$ V $\qquad u_{10} = 5.10^{-2}$ V

Gần đúng thứ nhất:

$k_0^{(1)} = k_1^{(1)} = 3{,}2.10^{-4}$ V.s, $m_\Omega^{(1)} = 105\ s^{-1}$, $\sigma_\Omega^{(1)} = 195\ s^{-1}$

$m_1^{(1)} = 0{,}333,$ $\qquad \sigma_1^{(1)} = 0{,}62$

Gần đúng thứ hai:

$k_0^{(2)} = 2{,}56.10^{-4}$ V.s $\qquad k_1^{(2)} = 1{,}96.10^{-4 V.s}$

$m_\Omega^{(2)}, 123\ s^{-1}$

$\sigma_\Omega^{(2)} = 234 s^{-1}$, $\qquad m_1^{(2)} = 0{,}39$, $\sigma_1^{(1)} = 0{,}744$

Gần đúng thứ ba:

$k_0^{(3)} = 2{,}54.10^{-4}$ V.s $\qquad k_1^{(3)} = 1{,}97.10^{-4}$ V.s

$m_\Omega^{(3)} = 123{,}4 s^{-1}$ $\qquad \sigma_\Omega^{(3)} = 233{,}9 s^{-1}$

Các gần đúng này có thể coi là cuối cùng, bởi vì nó thực tế không lệch với giá trị thứ hai.

435. Hãy tìm phương sai σ_0^2 của góc quay khung 1 xung quanh trục y của trực kế con quay đơn giản nhất có hiệu chỉnh con lắc (hình 304), nếu con lắc 2 quay xung quanh chính trục này một góc:

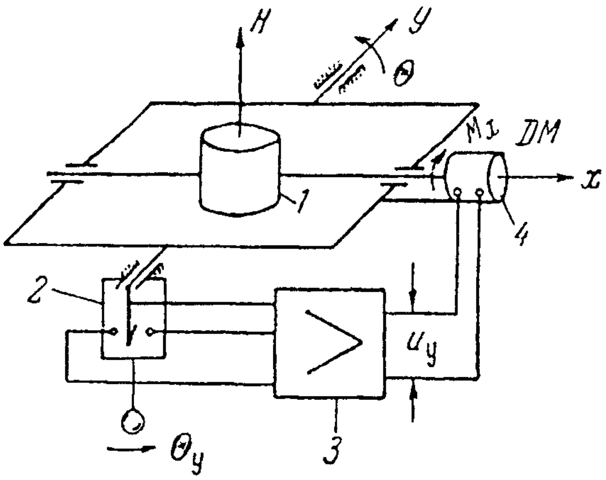
$$\theta_y = m_{\theta_y} + \theta_{tr}$$

ở đây m_{θ_y} = const - kỳ vọng toán học, θ_{tr} - thành phần trung tâm ngẫu nhiên có hàm đối ánh:

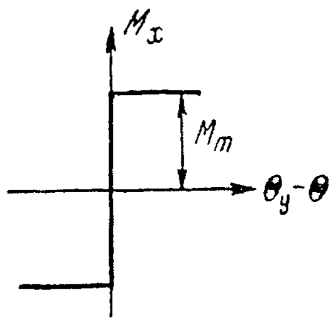
$$R_{\theta_y}(\tau) = \sigma_{\theta_y}^2 e^{-\alpha(\tau)}$$

Bộ hiệu chỉnh con lắc với bộ khuếch đại 3 và đầu đo mômen 4 có đặc tính tĩnh phi tuyến được biểu diễn trên hình 305. Mômen cực đại của hiệu chỉnh M_m = 17,5 G.cm. Mômen động học của ẩm nghiệm kế H = 20000 G.cm.s.

Hãy giải bài toán đối với các giá trị sau của phương sai σ_{θ_y} = 10, 20, 30 và 40 góc. phút, $m_{\theta_y} = 0$, $\alpha = 0,8\ s^{-1}$.



Hình 304. *Trực kế con quay có hiệu chỉnh con lăn.*



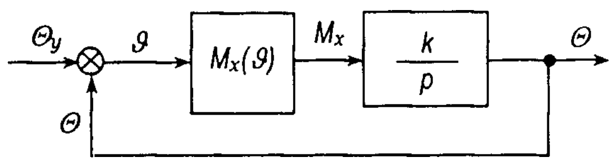
Hình 305. *Đặc tính tĩnh của bộ hiệu chỉnh con lắc.*

Chỉ dẫn. Bởi vì sơ đồ cấu trúc của hệ có dạng được biểu diễn trên hình 306, đầu tiên cần tìm kỳ vọng toán học và phương sai sai số ϑ ở đầu vào phần phi tuyến. Vì vậy ta sử dụng các công thức:

$$m_\vartheta = \frac{C(0)[m_{\theta_y}]}{C(0) + kk_0(m_\vartheta, \sigma_\vartheta)} \qquad (1)$$

$$\sigma_\vartheta^2 = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \left|\frac{C(j\omega)}{C(j\omega) + kk_1(m_\vartheta, \sigma_\vartheta)}\right|^2 S_{\theta_y}(\omega)d\omega \qquad (2)$$

ở đây $C(0) = C(p)_{p=0}$ - đa thức mẫu số hàm truyền phần tuyến tính (trong trường hợp nghiên cứu C (p) = p), $C(j\omega) = C(p)_{p=j\omega}$, $S_{\theta_y}(\omega)$ - mật độ phổ tương ứng hàm số đối ánh đã cho $R_{0_y}(\tau)$, k_0 và k_1 - các hệ số tuyến tính hoá tĩnh của độ phi tuyến (xem hình 305), chúng được xác định bằng phương pháp gần đúng tuần tự khi giải các phương trình (1) và (2) trùng với các công thức của phụ lục 30.



Hình 306. *Sơ đồ cấu tạo trực kế con quay với hiệu chỉnh con lắc phi tuyến.*

Sau khi tìm được k_0 và k_1 kỳ vọng toán học m_θ và phương sai σ_θ^2 được xác định theo các công thức:

$$m_\theta = \frac{kk_0 m_{\theta_y}}{c(0) + kk_0}$$

$$\sigma_\theta^2 = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \left|\frac{kk_1}{C(j\omega) + k_1 k}\right|^2 S_{\theta_y}(\omega)d\omega$$

Đáp số:

$\sigma_{\theta_y}^2$ (góc.ph)^2	100	400	900	1600
σ_θ^2 (góc.ph)^2	94	304	567	849