

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN
KHOA TOÁN – CƠ – TIN HỌC



TIÊU LUẬN CUỐI KỲ
MỘT SỐ VẤN ĐỀ CHỌN LỌC TRONG TÍNH TOÁN KHOA HỌC

Sinh viên thực hiện : Nguyễn Thị Thùy Dung

Lớp : K62A2- Toán-tin ứng dụng

Mã sinh viên : 17000563

Giáo viên hướng dẫn: TS.Hà Phi

Hà Nội, 2021

TIỂU LUẬN CUỐI KỲ

MỘT SỐ VẤN ĐỀ CHỌN LỌC TRONG TÍNH TOÁN KHOA HỌC

Câu 1:

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{s}{(s-1)^2} & \frac{s}{s-1} \\ \frac{s^2+2s-9}{(s-1)(s+3)} & \frac{s+4}{s+3} \end{bmatrix}$$

$$D = \lim_{s \rightarrow \infty} G(s) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad p = q = 2$$

$$G(s) - D = \begin{bmatrix} \frac{s}{(s-1)^2} & \frac{1}{s-1} \\ \frac{-6}{(s-1)(s+3)} & \frac{1}{s+3} \end{bmatrix} = \frac{1}{(s-1)^2(s+3)} \begin{bmatrix} s(s+3) & (s-1)(s+3) \\ -6(s-1) & (s-1)^2 \end{bmatrix}$$

$$Q(s) = (s-1)^2(s+3) = s^3 + s^2 - 5s + 3, \quad r = 3$$

$$N(s) = N_1.s^2 + N_2.s + N_3 = \begin{bmatrix} s^2 + 3s & s^2 + 2s - 3 \\ -6s + 6 & s^2 - 2s + 1 \end{bmatrix}$$

$$N(s) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} s^2 + \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -6 & -2 \end{bmatrix} s + \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}$$

+Dạng chính tắc điều khiển được:

Số chiều là $n = r \cdot p = 3 \cdot 2 = 6$

Hệ không gian trạng thái: $\begin{cases} \dot{X} = Ax + Bu \\ Y = Cx + Du \end{cases}$ với :

$$A = \begin{bmatrix} -\alpha_1 I_p & -\alpha_2 I_p & -\alpha_3 I_p \\ I_p & O_p & 0 \\ 0 & I_p & O_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & \vdots & 5 & 0 & \vdots & -3 & 0 \\ 0 & -1 & \vdots & 0 & 5 & \vdots & 0 & -3 \\ 1 & 0 & \vdots & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \vdots & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \vdots & 1 & 0 & \vdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \vdots & 0 & 1 & \vdots & 0 & 0 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [N_1 \quad N_2 \quad N_3] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \vdots & 3 & 2 & \vdots & 0 & -3 \\ 0 & 1 & \vdots & -6 & -2 & \vdots & 6 & 1 \end{bmatrix}; D = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Vậy dạng chính tắc điều khiển được là:

$$\begin{cases} \dot{X} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & \vdots & 5 & 0 & \vdots & -3 & 0 \\ 0 & -1 & \vdots & 0 & 5 & \vdots & 0 & -3 \\ 1 & 0 & \vdots & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \vdots & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \vdots & 1 & 0 & \vdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \vdots & 0 & 1 & \vdots & 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} u \\ Y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \vdots & 3 & 2 & \vdots & 0 & -3 \\ 0 & 1 & \vdots & -6 & -2 & \vdots & 6 & 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} u \end{cases}$$

+Dạng chính tắc quan sát được:

$$\text{Số chiều } n = r \cdot q = 3 \cdot 2 = 6$$

Hệ không gian trạng thái: $\begin{cases} \dot{X} = Ax + Bu \\ Y = Cx + Du \end{cases}$ với :

$$A = \begin{bmatrix} -\alpha_1 I_q & I_q & 0 \\ -\alpha_2 I_q & O_q & I_q \\ -\alpha_3 I_q & 0 & O_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & \vdots & 1 & 0 & \vdots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \vdots & 0 & 1 & \vdots & 0 & 0 \\ 5 & 0 & \vdots & 0 & 0 & \vdots & 1 & 0 \\ 0 & 5 & \vdots & 0 & 0 & \vdots & 0 & 1 \\ -3 & 0 & \vdots & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 \\ 0 & -3 & \vdots & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 3 & 2 \\ -6 & -2 \\ 0 & -3 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}; C = [I_q \quad O_q \quad 0] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Vậy dạng chính tắc quan sát được là:

$$\begin{cases} \dot{X} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & \vdots & 1 & 0 & \vdots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \vdots & 0 & 1 & \vdots & 0 & 0 \\ 5 & 0 & \vdots & 0 & 0 & \vdots & 1 & 0 \\ 0 & 5 & \vdots & 0 & 0 & \vdots & 0 & 1 \\ -3 & 0 & \vdots & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 \\ 0 & -3 & \vdots & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 3 & 2 \\ -6 & -2 \\ 0 & -3 \\ 6 & 1 \end{bmatrix} u \\ Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \vdots & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \vdots & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} u \end{cases}$$

Thực hành lập trình:

n1= [0 1 3 0; 1 1 -11 9]; q1= [1 1 -5 3]; [A1, B1, C1, D1]= tf2ss(n1,q1);

n2= [1 2 -3 0; 1 2 -7 4]; q2= [1 1 -5 3]; [A2, B2, C2, D2]= tf2ss(n2,q2);

A= blkdiag(A1, A2)

A = -1 5 -3 0 0 0

1 0 0 0 0 0

0 1 0 0 0 0

0 0 0 -1 5 -3

0 0 0 1 0 0

0 0 0 0 1 0

B=blkdiag(B1,B2)

B = 1 0

0 0

0 0

0 1

0 0

0 0

C= [C1, C2]

C = 1 3 0 1 2 -3

0 -6 6 1 -2 1

D= [D1, D2]

D = 0 1

1 1

[A,B,C,D]= minreal(A,B,C,D)

A = -0.6387 5.0716 1.0711
0.8890 -1 1568 -0.5902
0.2736 0.8325 0.7955

B = -0.8058 -0.4395

0.0619 0.1333

-0.0455 -0.2234

C = -1.2523 -2.9014 -3.7435

0.7096 8.7805 -0.6317

D = 0 1

1 1

sys = ss(A,B,C,D);

figure(1); clf;

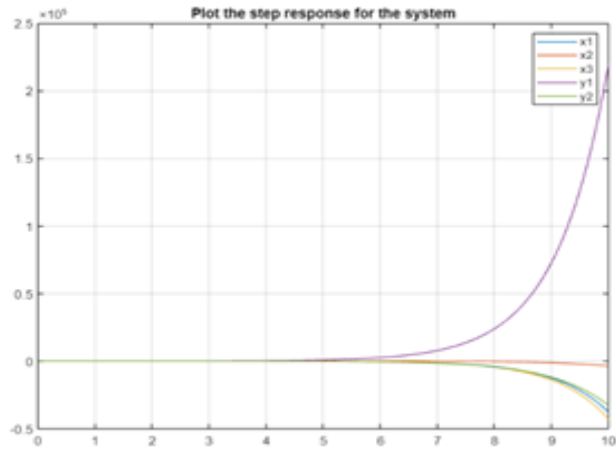
[y,t,x] = step(sys,10);

plot(t,x(:,1),t,x(:,2),t,x(:,3),t,y(:,1),t,y(:,2))

legend('x1','x2','x3','y1','y2')

title('Plot the step response for the system')

grid on



```
M1 = max(abs(x(:,1)))
```

```
M1 = 3.7976e+04
```

```
M2 = max(abs(x(:,2)))
```

```
M2 = 3.8007e+03
```

```
M3 = max(abs(x(:,3)))
```

```
M3 = 4.3190e+04
```

```
My1 = max(abs(y(:,1)));
```

```
My2 = max(abs(y(:,2)));
```

```
My = max(My1,My2)
```

```
My = 2.2026e+05
```

```
P = [My/M1 0 0; 0 My/M2 0; 0 0 My/M3];
```

```
A = P * A * inv(P);
```

```
B = P * B;
```

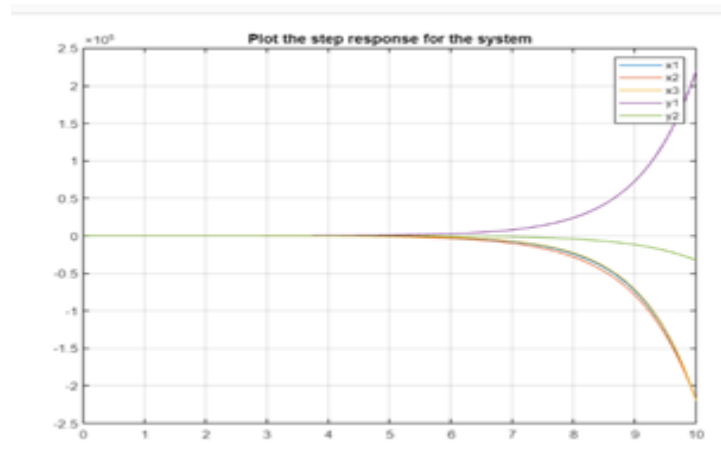
```
C = C * inv(P);
```

```
sys= ss(A,B,C,D);
```

```

figure(2); clf;
[y,t,x] = step(sys,10);
plot(t,x(:,1),t,x(:,2),t,x(:,3),t,y(:,1),t,y(:,2))
legend('x1','x2','x3','y1','y2')
title('Plot the step response for the system')
grid on

```



```

M1 = max(abs(x(:,1)));
M2 = max(abs(x(:,2)));
M3 = max(abs(x(:,3)));
My1 = max(abs(y(:,1)));
My2 = max(abs(y(:,2)));
My = max(My1,My2)
My = 2.2026e+05

disp('Max of an amplitude a for step input is:')

10/My

ans = 4.5400e-05

```

Câu 2:

- a. Xây dựng mô hình không gian - trạng thái của hệ thống khi đầu ra mong muốn là vị trí góc của tải θ .

$$x = [x_1 \quad x_2 \quad x_3] = [\theta \quad \dot{\theta} \quad i]$$

$$\text{với } \dot{x}_1 = \dot{\theta} = x_2; \dot{x}_2 = \ddot{\theta} = \frac{N.K_m}{J_e} x_3 - \frac{T_d(t)}{J_e}; \dot{x}_3 = \frac{di}{dt} = \frac{-N.K_m}{L} x_2 - \frac{R}{L} x_3 + \frac{1}{L} v(t)$$

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{N.K_m}{J_e} \\ 0 & \frac{-N.K_m}{L} & \frac{-R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{-1}{J_e} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_d(t) \\ v(t) \end{bmatrix}$$

Mô hình không gian-trạng thái:

$$\dot{X} = A.x(t) + B.u(t) \text{ với } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{N.K_m}{J_e} \\ 0 & \frac{-N.K_m}{L} & \frac{-R}{L} \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{-1}{J_e} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} \end{bmatrix}$$

- b. Thay số liệu đề bài cho ta được

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4.4 \\ 0 & -12 & -24 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -7.4 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix}$$

$$A = [0 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 4.44; 0 \ -12 \ -24];$$

$$B = [0 \ 0; -7.4 \ 0; 0 \ 20]; >$$

$$C = [1 \ 0 \ 0];$$

$$D = [0 \ 0];$$

$$[N1, D1] = ss2tf(A, B, C, D, 1)$$

$$N1 = 0 \ 0 \ -7.4000 \ -177.6000$$

$$D1 = 1.0000 \ 24.0000 \ 53.2800 \ 0$$

$$N = [0 \ 0 \ -7.4 \ -177.6];$$

$$D = [1 \ 24 \ 53.2 \ 0];$$


```

sys= tf(N, D)
sys =
-7.4 s - 177.6
-----
s^3 + 24 s^2 + 53.2 s
[z1,p1,k1]=tf2zp(N1,D1)
z1 = -24.0000
p1 =  0
    -21.5247
    -2.4753
k1 = -7.4000

```