Trường ĐHKHTN, ĐHQGHN	**Học Kỳ 1 (2018-2019)**
K61 TTƯD	**Bài Tập Giải Tích Số. No 11**
	Giải hệ pt tuyến tính Ax=b

Đối với 2 bài tập đầu, hãy viết hàm trong MATLAB dạng $x = low\_sys(L, z)$ (hoặc $x = upp\_sys(R, z)$) để giải hệ phương trình $Lx = z$ (t.ứ. $Rx = z$) với L (t.ứ. R) là ma trận tam giác dưới (t.ứ. tam giác trên).

Câu 1 *Để giải hệ phương trình $Ax = b$ với $A \in \mathbb{R}^{n,n}$, $n \leq 10^5$, các phương pháp Gauss và phần tử trội thường được dùng. Hãy giải hệ phương trình sau bằng các phương pháp đó (sử dụng các phân tích lu tương ứng trong MATLAB).*

$$\begin{aligned} 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 &= 3, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 &= 3, \\ 4x_1 + 11x_2 + 7x_3 &= 4. \end{aligned}$$

Chú ý tìm hiểu các lệnh $[L, U] = lu(A)$, và $[L, U, P] = lu(A)$. So sánh kết quả với việc dùng lệnh $x = A\backslash b$.

Câu 2 *Giả sử ma trận A thỏa mãn $PA = LU$, trong đó a) Hãy sử dụng các ma trận trên để*

$$\boldsymbol{P} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \ \boldsymbol{L} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1 & 0 \\ 1/3 & 1/4 & 1 \end{pmatrix}, \ \boldsymbol{U} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

giải hệ phương trình $Ax = b$ với $b = \begin{bmatrix} 2 & 10 & -12 \end{bmatrix}^T$ mà không cần tìm ma trận A hay tìm nghich đảo của A. b, Có thể nhận thấy ma trận P nhận được từ ma trận đơn vị bằng cách hoán vị các hàng. Hãy nêu ý nghĩa của việc nhân một ma trận với P từ bên trái.

Câu 3 *Trong trường hợp ma trận A là đối xứng, xác định dương thì phương pháp Cholesky thường được sử dụng. Hãy đọc phương pháp này trang 177-178 (Giáo trình) và tìm hiểu lệnh $R = chol(A)$ trong MATLAB. Áp dụng để giải hệ phương trình sau đối với vế phải b lần lượt bằng $[2\ 3\ 0]^T$ và $[2\ 5\ -2]^T$.*

$$\begin{aligned} 4x_1 - 2x_2 + 4x_3 &= b_1, \\ -2x_1 + 5x_2 - 4x_3 &= b_2, \\ 4x_1 - 4x_2 + 6x_3 &= b_3. \end{aligned}$$

Câu 4 *Để xác định số điều kiện $\kappa(A) = \|A\| \cdot \|A^{-1}\|$ của ma trận A, ta cần đi tính chuẩn của ma trận đó. Hãy tìm chuẩn và số điều kiện tương ứng của $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ trong các trường hợp $\|\cdot\|_1$ và $\|\cdot\|_\infty$. So sánh kết quả tìm được với kết quả khi dùng lệnh $norm(A, 1)$ và $norm(A, inf)$ trong MATLAB.*

Câu 5

Giải hệ phương trình sau bằng phương pháp Jacobi và phương pháp Gauss-Seidel

$$\begin{aligned}
&4x_1 + 0.4x_2 - 0.4x_3 = 8\\
&0.3x_1 - 3x_2 - 0.6x_3 = -9\\
&0.5x_1 + 0.5x_2 + 5x_3 = 5
\end{aligned}$$

a, Viết công thức lặp Jacobi. Kiểm tra điều kiện hội tụ.

b, Với $x^{(0)} = (0,0,0)^T$, tính $x^{(i)}, i = 1,2,3$.

c, Viết các công thức đánh giá sai số và áp dụng để đánh giá sai số của kết quả $x^{(3)}$ ở câu trên.

d, Hãy đánh giá số lần lặp cần thiết để sai số nhỏ hơn $10^{-3}, 10^{-6}$.

e, Viết công thức lặp Gaus-Seidel cho hệ trên. Tính lại $x^{(i)}, i = 1,2,3$.

Câu 6

Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} x_1 + \alpha x_2 & = & b_1 \\ \alpha x_1 + x_2 + \alpha x_3 & = & b_2 \\ \alpha x_2 + x_3 & = & b_3 \end{cases}$$

a. Viết công thức lặp Jacobi để giải gần đúng hệ trên. Xác định điều kiện về α để sự hội tụ được đảm bảo.

b. Viết công thức lặp Gauss-Seidel để giải gần đúng hệ trên. Xác định điều kiện về α để sự hội tụ được đảm bảo.

c. Từ các tính toán ở hai câu trên, hãy so sánh tốc độ hội tụ của hai phương pháp.

——————————Hết——————————-