

1.61 Tìm $f(0)$ để hàm số sau liên tục tại $x=0$

$$f(x) = \frac{\sin ax - \sin bx}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax - \sin bx}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin ax}{x} - \frac{\sin bx}{x}}{1} = a - b$$

$$\Rightarrow f(0) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = a - b$$

1.62 $f(x) = \frac{e^{ax} - e^{bx}}{x}$

G'
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - e^{bx}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{ax} - 1) + (1 - e^{bx})}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{e^{ax} - 1}{x} - \frac{e^{bx} - 1}{x}}{1}$$

$$= a - b$$

$$\Rightarrow f(0) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = a - b$$

1.63 Tìm a để hàm số sau liên tục tại $x=0$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin \frac{x}{2}}{e^{\frac{x}{4}} - 1} & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$$

Ta có:
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{2}}{e^{\frac{x}{4}} - 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin \frac{x}{2}}{\frac{1}{x}}}{\frac{e^{\frac{x}{4}} - 1}{\frac{1}{x}}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

làm sai hết luôn

$$\Rightarrow f(0) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = a = \frac{1}{2}$$

1.64 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1 + e^{\frac{1}{x-2}}} & \text{với } x \neq 2 \\ a & \text{với } x = 2 \end{cases}$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{1 + e^{\frac{1}{x-2}}} = +\infty \text{ vì } (e^{\frac{1}{x-2}} \rightarrow +\infty)$$

sai vì 0 chia TH

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{1 + e^{\frac{1}{x-2}}} = \frac{1}{1+0} = 1$$

\Rightarrow h/s gián đoạn tại $x=2$

$$A64 \quad f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin 3x} & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin 3x}$ Đây là em làm gộp cả 2 TH 0+ và 0- nhưng vì giống nhau nên ok

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \frac{1}{e^x}}{\sin 3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin 3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{e^x - 1}{x}}{\frac{\sin 3x}{x}} = \frac{1}{3}$$

sai vì ấu

$$\Rightarrow f(0) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = a = \frac{1}{3}$$

1.78. Điểm $x=0$ là điểm gián đoạn loại mấy của h/s $f(x) = \frac{\sin \frac{1}{x}}{e^{\frac{1}{x}} + 1}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{1}{x}}{e^{\frac{1}{x}} + 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin \frac{1}{x}}{1/x}}{\frac{e^{\frac{1}{x}} - 1}{1/x} + 2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1 + 2x}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1 + 2x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{1 + 2x} = 0$$

$$\Rightarrow x=0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \neq f(0)$$

\Rightarrow do $x=0$ là đ' gián đoạn loại 1

1.79.

Xét tính liên tục của h/s $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x + 2^{\frac{1}{x-1}}} & x \neq 1 \\ 0 & x = 1 \end{cases}$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x + 2^{\frac{1}{x-1}}} = +\infty \quad \left(\text{vì } \frac{1}{2^{\frac{1}{x-1}}} \rightarrow +\infty \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x + 2^{\frac{1}{x-1}}} = \frac{1}{1+0} = 1 \quad \left(\text{vì } \frac{1}{2^{\frac{1}{x-1}}} \rightarrow 0 \right)$$

$$\Rightarrow f(1^+) \neq f(1^-) \Rightarrow \text{h/s gián đoạn tại } x=1$$

$$x \neq 1 \quad f(x) = \frac{1}{x + 2^{\frac{1}{x-1}}} \text{ là hàm số có xđ tại } x \neq 1$$

$$f(x) = \begin{cases} 1 + e^{\frac{1}{x}} & \text{nh } x \neq 0 \\ 0 & \text{nh } x = 0 \end{cases}$$

1.80.

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1 + e^{\frac{1}{x}}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1/1/x}{2 + \frac{e^{1/x} - 1}{1/x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{2x + 1} = 0$$

5
Có $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) = 0$
 \Rightarrow h/s liên tục tại $x=0$

1.81.

$$f(x) = \begin{cases} x \cdot \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

10
Ta có $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \sin \frac{1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{1}{x}}{1/x} = 1$

Có $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \neq f(0)$

\Rightarrow hàm số gián đoạn tại $x=0$.

1.82.

$$f(x) = \begin{cases} \cos \frac{\pi x}{2} & |x| \leq 1 \\ |x-1| & |x| > 1 \end{cases}$$

Điểm $x = -1$ không xét

20
 $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} |x-1| = 0$
sai hết luôn

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} |x-1| = 0$

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \cos \frac{\pi x}{2} = 0$

\Rightarrow hàm số gián đoạn tại $x=1$.

1.83.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x^2}} & \text{nh } x \neq 0 \\ a & \text{nh } x = 0 \end{cases}$$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-\frac{1}{x^2}}}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-\frac{1}{x^2}} + 1 - 1}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{e^{-\frac{1}{x^2}} - 1}{-1/x^2} + 1}{-1/x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} -1 + x^2$

\Rightarrow để h/s gián đoạn tại $a \Rightarrow a \neq -1 \Rightarrow$ gián đoạn loại I

1.84

$$f(x) = \begin{cases} x \ln x^2 & \text{ khi } x \neq 0 \\ a & \text{ khi } x = 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x^2 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} x \ln x^2 = -\infty$$

5

Với mọi giá trị a thì đồ thị gián đoạn tại $x=0$
 $x=0$ là điểm gián đoạn loại 2.

1.85

$$y = \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}}{\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x}} = \frac{x-1}{x+1}$$

10

điểm gián đoạn tại $x=-1$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x-1}{x+1} = +\infty$$

15

1.86

$$y = \frac{1}{1 - e^{\frac{x}{1-x}}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \frac{1}{1 - e^{\frac{x}{1-x}}} = -\infty \text{ vì } \left(e^{\frac{x}{1-x}} \rightarrow +\infty \right)$$

20

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \frac{1}{1 - e^{\frac{x}{1-x}}} = 0 \quad \frac{1}{1-0} = 1$$

\Rightarrow h/s gián đoạn tại $x=1$

\Rightarrow gián đoạn loại II

25