

Bài 12

Xét sự liên tục các hàm số:

$$1. f(x) = |x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

$$f(0) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} x = \lim_{x \rightarrow 0^-} -x = 0$$

\Rightarrow hàm số liên tục với mọi x .

$$2. f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2} & \text{nếu } x \neq 2 \\ A & \text{nếu } x = 2 \end{cases}$$

$$10. \text{ta có: } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} (x+2) = 4$$

nếu $A = 4$ thì h/s liên tục tại $x = 2$. $A \neq 4$ thì h/s gián đoạn tại $x = 2$. Điểm gián đoạn là loại 1

$$3. f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & \text{nếu } x \neq 0 \\ 0 & \text{nếu } x = 0 \end{cases}$$

Thầy chỉ dạy $\sin(x)/x$ khi $x \rightarrow 0$ thì $= 1$
Thầy 0 dạy $\sin(x)/x$ khi $x \rightarrow VC$
TS ≤ 1 , MS = VC nên $\lim = 0$

$$15. \lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{1}{x}}{1/x} = 1. \quad \text{f } f(0)$$

làm sai bét

\Rightarrow h/s gián đoạn tại $x = 0$. Hàm liên tục tại $x = 0$

$$4. 20. f(x) = \begin{cases} e^{-1/x^2} & \text{nếu } x \neq 0 \\ 0 & \text{nếu } x = 0 \end{cases}$$

Khi $x \rightarrow 0$ thì $-1/x^2 \rightarrow -1/0^+ = -VC$

$e^{(-VC)} = 0$

$$\lim_{x \rightarrow 0} e^{-1/x^2} = 0 = f(0). \Rightarrow \text{h/s liên tục tại } x = 0.$$

$$5. f(x) = \begin{cases} 2x & 0 \leq x \leq 1 \\ 2-x & 1 < x < 2 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) = 1$$

$\Rightarrow f(x)$ gián đoạn tại $x = 1$. Điểm gián đoạn loại 1, điểm nhảy.

$$6. f(x) = \begin{cases} \sin \pi x & \text{nếu } x \text{ hữu tỉ} \\ 0 & \text{nếu } x \text{ vô tỉ} \end{cases}$$

$$f(x) = 0 \text{ khi } x = 0 \text{ và } x \neq 0$$

$$f(k) = \sin k\pi = 0 \quad \forall k \in \mathbb{Z}, \quad f(x) \neq 0 \quad \forall x \neq k$$

\Rightarrow hls gián đoạn $\forall x \neq k, k \in \mathbb{Z}$

Bài 13

$$f(x) = \begin{cases} e^x & \text{nếu } x < 0 \\ a+x & \text{nếu } x \geq 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} a+x = a$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} e^x = 1$$

\Rightarrow hls liên tục khi $a=1$ và $x=0$.

và gián đoạn loại 1 tại $x=0$ khi $a \neq 1$