ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN
KHOA *Toán – Cơ – Tin học*

Nguyễn Thị Thùy Trang

BÁO CÁO CUỐI KÌ MÔN

MỘT SỐ VẤN ĐỀ CHỌN LỌC TRONG TÍNH TOÁN KHOA HỌC

Ngành Toán Tin Ứng Dụng
(Chương trình đào tạo chuẩn)

Giảng viên hướng dẫn- Ts. Hà Phi

Hà Nội – 2020

Bài 1:

a,

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{s}{(s-1)^2} & \frac{s}{s-1} \\ \frac{s^2+2s-9}{(s-1)(s+3)} & \frac{s+4}{s+3} \end{bmatrix}$$

$$D = \lim_{s\to+\infty} G(s) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{và } \widehat{G}(s) - D = \begin{bmatrix} \frac{s}{(s-1)^2} & \frac{1}{s-1} \\ \frac{-6}{(s-1)(s+3)} & \frac{1}{s+3} \end{bmatrix}$$

$$\widehat{G}(s) - D = \frac{1}{(s-1)^2(s+3)} \begin{bmatrix} s(s+3) & (s-1)(s+3) \\ -6(s-1) & (s-1)^2 \end{bmatrix}$$

$$Q(s) = (s-1)^2(s+3) = s^3 + \underbrace{s}_{\alpha_1}^2 - \underbrace{5s}_{\alpha_2} + \underbrace{3}_{\alpha_3}$$ r = 3 <= bậc cao nhất

$$N(s) - N_1 s^2 + N_2 s + N_3 = \begin{bmatrix} (s^2+3s) & (s^2+2s-3) \\ (-6s+6) & (s^2-2s+1) \end{bmatrix}$$

$$= \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{N_1} s^2 + \underbrace{\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -6 & -2 \end{bmatrix}}_{N_2} s + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}}_{N_3}$$

Dạng chính tắc điều khiển được:

Số chiều x là: n = r*p = 3*2 = 6

Hệ không gian trạng thái $\begin{cases} \dot{x} = A_x + B_u \\ y = C_x + D_u \end{cases}$

Với A = $\begin{bmatrix} -\alpha_1 I_p & -\alpha_2 I_p & -\alpha_3 I_p \\ I_p & 0_p & 0 \\ 0 & I_p & 0_p \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} -1 & 0 & \vdots & 5 & 0 & \vdots & -3 & 0 \\ 0 & 1 & \vdots & 0 & 5 & \vdots & 0 & -3 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & 0 & \vdots & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \vdots & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \vdots & 1 & 0 & \vdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \vdots & 0 & 1 & \vdots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} I_p \\ \cdots \\ 0_p \\ \cdots \\ 0_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ \cdots & \cdots \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \cdots & \cdots \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [N_1 \quad N_2 \quad N_3] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \vdots & 3 & 2 & \vdots & 0 & -3 \\ 0 & 1 & \vdots & -6 & -2 & \vdots & 6 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Dạng chính tắc quan sát được:

Hệ không gian trạng thái $\begin{cases} \dot{x} = A_x + B_u \\ y = C_x + D_u \end{cases}$

Số chiều: n = r*q = 3*2 = 6

⇨ $X^* \epsilon R^6$. Hệ không gian trạng thái có dạng như trên với các hệ số:

$$A = \begin{bmatrix} -\alpha_1 I_q & \vdots & I_q & \vdots & 0 \\ -\alpha_2 I_q & \vdots & 0_q & \vdots & I_q \\ -\alpha_3 I_q & \vdots & 0 & \vdots & 0_q \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & 0 & \vdots & 1 & 0 & \vdots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \vdots & 0 & 1 & \vdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 5 & 0 & \vdots & 0 & 0 & \vdots & 1 & 0 \\ 0 & 5 & \vdots & 0 & 0 & \vdots & 0 & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -3 & 0 & \vdots & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 \\ 0 & -3 & \vdots & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ \cdots & \cdots \\ 3 & 2 \\ -6 & -2 \\ \cdots & \cdots \\ 0 & -3 \\ 6 & 1 \end{bmatrix} \qquad D = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C = [I_q \quad 0_q \quad 0_q] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \vdots & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \vdots & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Bai2.m | b1.m | Figure 2 | Figure 2 | Figure 2

```
%% Bai1 G(s)= [ s/(s-1)^2 s/(s-1) ; (s^2+2s-9)/(s-1)(s+3) (s+4)/(s+3) ]
clear all; close all; clc
N1 = [0 1 3 0; 1 1 -11 9] ; Q1=[1 1 -5 3];
[A1,B1,C1,D1] = tf2ss(N1,Q1);
N2 = [1 2 -3 0; 1 2 -7 4]; Q2=[1 1 -5 3];
[A2,B2,C2,D2] = tf2ss(N2,Q2);

A = blkdiag(A1,A2);
B = blkdiag(B1,B2);
C = [C1 C2];
D = [D1 D2];
```

Kết quả hệ không gian trạng thái $\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases}$ bằng thực hành lập trình

Workspace

Name	Value	Size	Class
A	*6×6 double*	6×6	double
A1	[-1,5,-3;1,0,0;0,1,0]	3×3	double
A2	[-1,5,-3;1,0,0;0,1,0]	3×3	double
B	*6×2 double*	6×2	double
B1	[1;0;0]	3×1	double
B2	[1;0;0]	3×1	double
C	*2×6 double*	2×6	double
C1	[1,3,0;0,-6,6]	2×3	double
C2	[1,2,-3;1,-2,1]	2×3	double
D	[0,1;1,1]	2×2	double
D1	[0;1]	2×1	double
D2	[1;1]	2×1	double
N1	[0,1,3,0;1,1,-11,9]	2×4	double
N2	[1,2,-3,0;1,2,-7,4]	2×4	double
Q1	[1,1,-5,3]	1×4	double
Q2	[1,1,-5,3]	1×4	double

b,Nhận dạng tối thiểu:

Bai2.m | b1.m | Figure 2 | Figure 2 | Figure 2

```
%% Bai1 G(s)= [ s/(s-1)^2 s/(s-1) ; (s^2+2s-9)/(s-1)(s+3) (s+4)/(s+3) ]
clear all; close all; clc
N1 = [0 1 3 0; 1 1 -11 9] ; Q1=[1 1 -5 3];
[A1,B1,C1,D1] = tf2ss(N1,Q1);
N2 = [1 2 -3 0; 1 2 -7 4]; Q2=[1 1 -5 3];
[A2,B2,C2,D2] = tf2ss(N2,Q2);

A = blkdiag(A1,A2);
B = blkdiag(B1,B2);
C = [C1 C2];
D = [D1 D2];

%bai1 cau b

[am,bm,cm,dm] = minreal(A,B,C,D);
```

Workspace

Name	Value	Size	Class
A	*6×6 double*	6×6	double
A1	[-1,5,-3;1,0,0;0,1,0]	3×3	double
A2	[-1,5,-3;1,0,0;0,1,0]	3×3	double
am	[-0.6387,5.0716,1.0711;0.8890,-1.1568,-0.5902;0.2736,0.8325,0.7955]	3×3	double
B	*6×2 double*	6×2	double
B1	[1;0;0]	3×1	double
B2	[1;0;0]	3×1	double
bm	[-0.8058,-0.4395;0.0619,0.1333;-0.0455,-0.2234]	3×2	double
C	*2×6 double*	2×6	double
C1	[1,3,0;0,-6,6]	2×3	double
C2	[1,2,-3;1,-2,1]	2×3	double
cm	[-1.2523,-2.9014,-3.7435;0.7096,8.7805,-0.6317]	2×3	double
D	[0,1;1,1]	2×2	double
D1	[0;1]	2×1	double
D2	[1;1]	2×1	double
dm	[0,1;1,1]	2×2	double

Hệ nhận dạng tối thiểu cần tìm:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -0.6387 & 5.0716 & 1.0711 \\ 0.8890 & -1.1568 & -0.5902 \\ 0.2736 & 0.8325 & 0.7955 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} -0.8058 & -0.4395 \\ 0.0619 & 0.1333 \\ -0.0455 & -0.2234 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} -1.2523 & -2.9014 & -3.7435 \\ 0.7096 & 8.7805 & -0.6317 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} u$$

$$am = \begin{bmatrix} -0.6387 & 5.0716 & 1.0711 \\ 0.8890 & -1.1568 & -0.5902 \\ 0.2736 & 0.8325 & 0.7955 \end{bmatrix}$$

$$bm = \begin{bmatrix} -0.8058 & -0.4395 \\ 0.0619 & 0.1333 \\ -0.0455 & -0.2234 \end{bmatrix}$$

$$cm = \begin{bmatrix} -1.2523 & -2.9014 & -3.7435 \\ 0.7096 & 8.7805 & -0.6317 \end{bmatrix}$$

$$dm = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

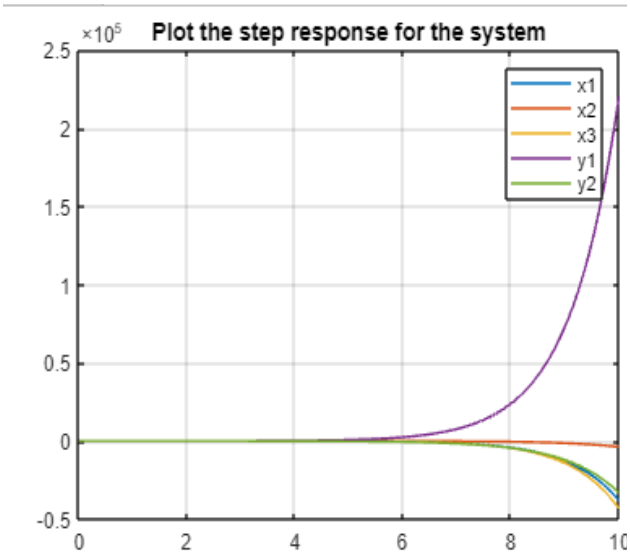
c,

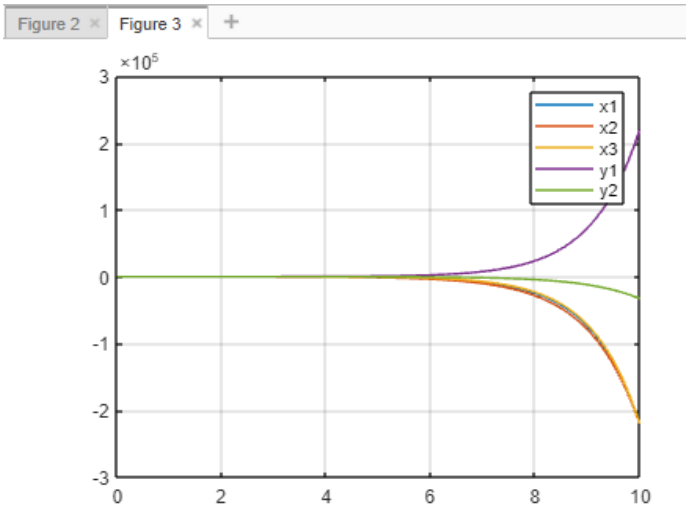
Bai2.m | b1.m * | Bai1new.m | exp1234.m | Figure 2 | Figure 2

```
19  %bai1 cau c d
20  % Magnitude scaling
21
22  %help step   % See the syntax step
23  %-- Function File: [Y, T, X] = step (SYS)
24  %-- Function File: [Y, T, X] = step (SYS, T)
25  %-- Function File: [Y, T, X] = step (SYS, TFINAL)
26  %-- Function File: [Y, T, X] = step (SYS, TFINAL, DT)
27
28  sys = ss(am,bm,cm,dm) ;
29
30  figure(2); clf;
31  [y,t,x] = step(sys,10);
32  plot(t,x(:,1),t,x(:,2),t,x(:,3),t,y(:,1),t,y(:,2))
33  legend('x1','x2','x3','y1','y2')
34  title('Plot the step response for the system')
35  grid on
36
37
38  M1 = max(abs(x(:,1)))
39  M2 = max(abs(x(:,2)))
40  M3 = max(abs(x(:,3)))
41  My1 = max(abs(y(:,1)))
42  My2 = max(abs(y(:,2)))
43  My = max(My1,My2);
```

```
38  M1 = max(abs(x(:,1)))
39  M2 = max(abs(x(:,2)))
40  M3 = max(abs(x(:,3)))
41  My1 = max(abs(y(:,1)))
42  My2 = max(abs(y(:,2)))
43  My = max(My1,My2);
44
45  P = [My/M1 0 0; 0 My/M2 0 ; 0 0 My/M3] ;
46  am = P * am * inv(P)
47  bm = P * bm
48  cm = cm * inv(P)
49  sys = ss(am,bm,cm,dm) ;
50
51  figure(3); clf;
52  [y,t,x] = step(sys,10);
53  plot(t,x(:,1),t,x(:,2),t,x(:,3),t,y(:,1),t,y(:,2))
54  legend('x1','x2','x3','y1','y2')
55  grid on
56
57  M1 = max(abs(x(:,1)))
58  M2 = max(abs(x(:,2)))
59  M3 = max(abs(x(:,3)))
60  My1 = max(abs(y(:,1)))
61  My2 = max(abs(y(:,2)))
62  My = max(My1,My2);
63
64  disp('Max of an amplitude a for step input is: ')
65  10/My
66
```

COMMAND WINDOW





Ta thấy $|x_1|\max = 3.7976e+04$

$|x_2|\max = 3.8007e+03$

$|x_3|\max = 4.3190e+04$

$|y_1|\max = 2.2026e+05$

$|y_2|\max = 3.3037e+04$

$|y|\max = 2.2026e+05$

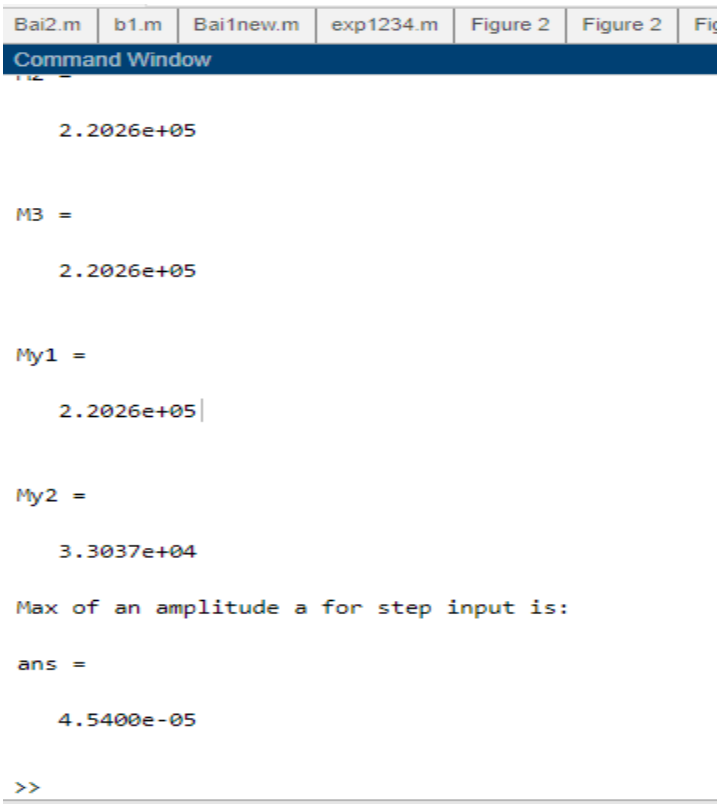
Thực hiện phép biến đổi số:

$$\overline{x_1} = \frac{|y|max}{|x_1|max}x_1 = \frac{2.2026e+05}{3.7976e+04} = 5.8001$$

$$\overline{x_1} = \frac{|y|max}{|x_1|max}x_1 = \frac{2.2026e+05}{3.8007e+03} = 57.9540$$

$$\overline{x_1} = \frac{|y|max}{|x_1|max}x_1 = \frac{2.2026e+05}{4.3190e+04} = 5.0999$$

Bước nhảy với độ lớn a tối đa là $\frac{10}{|y|max} = \frac{10}{2.2026e+05} = 4.5400e-05$



Bài 2.

a, Mô hình không gian trạng thái của hệ thống:

$x = [x_1 \ x_2 \ x_3] = [\theta \ \dot{\theta} \ i]$

Vậy $\dot{x}_1 = \dot{\theta} = x_2$

$$\dot{x}_2 = \ddot{\theta} = \frac{NK_m}{Je} x_3 - \frac{T_d(t)}{Je} = \text{(phương trình 1)}$$

$$\dot{x}_3 = \frac{di}{dt} = \frac{-NK_m}{L} x_2 - \frac{R}{L} x_3 + \frac{1}{L} v(t) \text{ (Phương trình 2)}$$

$$y = \theta = x1$$

Hệ Trạng thái:

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & \frac{\mathrm{NK_m}}{\mathrm{L}}\\ 0 & \frac{-\mathrm{NK_m}}{\mathrm{L}} & -\frac{R}{L}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0 & 0\\ \frac{-1}{Je} & 0\\ 0 & \frac{1}{L}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}T_d(t)\\ v(t)\end{bmatrix}$$

X = A X(t) + B U(t)

$$Y = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix} X(t)$$

b, K_m = 0, 05 Nm/A, R = 1, 2 Ω, L = 0, 05 H, J_m = 0, 0008 kg/m2, J = 0, 02 kg/m^2 và N = 12.

$J_e = J + N \times J_m = 0.02 + 12 \times 0.0008 = 0.0296$

$$\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & \frac{12 \times 0.05}{0.05}\\ 0 & \frac{-12 \times 0.05}{0.05} & -\frac{1.2}{0.05}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0 & 0\\ \frac{-1}{0.0296} & 0\\ 0 & \frac{1}{0.05}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}T_d(t)\\ v(t)\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 12\\ 0 & -12 & -24\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0 & 0\\ \frac{-1250}{37} & 0\\ 0 & 20\end{bmatrix}\begin{bmatrix}T_d(t)\\ v(t)\end{bmatrix}$$

Vậy $A = \begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 12\\ 0 & -12 & -24\end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix}0 & 0\\ \frac{-1250}{37} & 0\\ 0 & 20\end{bmatrix}$ $C = [1 \quad 0 \quad 0]$ $D = 0$

Bai2.m | b1.m | Bai1new.m | exp1234.m

```
%Bai2 b

clear all; close all; clc
A=[0 1 0;0 0 12;0 -12 -24];
B=[ 0 0;-1250/37 0;0 20 ];
C=[1 0 0 ;0 0 0];
D=[0 0;0 0 ];

%he khong gian trang thai
[N1,D1]=ss2tf(A,B,C,D,1);
% khong diem va cuc
[Z1,P1,K1] = tf2zp(N1,D1)
```

$$N1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -33.7838 & -810.8108 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D1 = [1 \quad 24 \quad 144 \quad 0]$$

Hàm truyền trong bài:
Số chiều của u 2x1
Số chiều của x là 3x1
Số chiều của y là 1x1

Vậy hàm truyền là $\hat{g}_{yu}(s) = \frac{0\times s^2+(-33.7808)\times s+(-810.8108)\times s^0}{1\times s^3+24\times s^2+144\times s^1+0\times s^0} = \frac{-33.7808s-810.8108}{s^3+24s^2+144s}$


```
Z1 =

  -24.0000       Inf


P1 =

   0.0000 + 0.0000i
 -12.0000 + 0.0000i
 -12.0000 - 0.0000i


K1 =

  -33.7838
         0

>>
```

Z1 là không điểm
P1 cực