ÔN TẬP CUỐI KỲ
PHƯƠNG PHÁP TÍNH

I. Số gần đúng và sai số:

Sai số tương đối: δ_a
Sai số tuyệt đối: $\Delta_a = \delta_a . | a |$
Số chữ số đáng tin: $k \geq \log (2\Delta_a)$
Sai số **luôn luôn** làm tròn lên (bất kể quá bán hay không).

$$y = f(x_1, x_2, ..., x_n)$$

$$\Delta_y = \sum_{i=1}^{n} \left| \frac{\delta f}{\delta x_i}\left(x_1, x_2, ..., x_n\right) \right| \Delta x_i$$

II. Phương pháp trình phi tuyến:

1. Sai số tổng quát:

$$| f'(x) | \geq m > 0 \qquad | x^* - x | \leq \frac{| f(x^*) |}{m}$$

2. Phương pháp chia đôi:

$$| x^* - x | \leq \frac{| b - a |}{2^{n+1}} \qquad [a,b]$$

3. Phương pháp lặp đơn:

[a,b] g (x)
| g'(x) | ≤ q ; 0 ≤ q < 1 : hệ số co (+ x : lấy a , - x : lấy b)

- Sai số:

$$| x_n - \bar{x} | \leq \frac{q^n}{1-q} | x_1 - x_0 | \text{ (công thức tiên nghiệm)}$$

=> xác định số lần lặp n

$$| x_n - \bar{x} | \leq \frac{q}{1-q} | x_n - x_{n-1} | \text{ (công thức hậu nghiệm)}$$

- Tính sai số và nghiệm:
  A = (q) B = (x_0)
  C = g (B) : $\frac{A}{1-A}$ (C – B) : B = C
- Tính nghiệm:
  (x_0) = g (Ans) =
- Tính số lần lặp:

$$n \geq \frac{\log[(1-q).\Delta_n / (x_1 - x_0)]}{\log q}$$

4. Phương pháp Newton :

- Điều kiện: f '(x) ≠ 0 trên [a,b]
  f (x) f ''(x)> 0
  f '(x) f ''(x) < 0 => x_0 = a
  f '(x) f ''(x) > 0 => x_0 = b

- Tổng quát:

$$x_n = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})}$$

$$|\ f'(x)\ |\ \geq\ m\ >\ 0$$

- Tính nghiệm:

$(x_0) =$ $\qquad$ $Ans - \dfrac{f(Ans)}{f'(Ans)} =$

- Tính sai số và nghiệm:

$A = (x_0)$

$B = A - \dfrac{f(A)}{f'(A)}$: $\dfrac{f(B)}{m}$: $A = B$

III. Phương pháp Jacobi và phương pháp Gauss:

1. Phương pháp Jacobi:

- Khi n = 3:

$A = (x_1^0)$ $\quad B = (x_2^0)$ $\quad C = (x_3^0)$

$D = \dfrac{1}{a_{11}} (b_1 - a_{12} B - a_{13} C)$:

$E = \dfrac{1}{a_{22}} (b_2 - a_{21} A - a_{23} C)$:

$F = \dfrac{1}{a_{33}} (b_3 - a_{31} A - a_{32} B)$:

$A = D : B = E : C = F$

- Sai số:

$$\| x^{(m)} - x \| \leq \frac{\| T \|}{1 - \| T \|} \| x^{(m)} - x^{(m-1)} \|$$

$$\| x^{(m)} - x \| \leq \frac{\| T \|^m}{1 - \| T \|} \| x^{(1)} - x^{(0)} \|$$

$$T = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{a_{12}}{a_{11}} & -\frac{a_{13}}{a_{11}} \\ -\frac{a_{21}}{a_{22}} & 0 & -\frac{a_{23}}{a_{22}} \\ -\frac{a_{31}}{a_{33}} & -\frac{a_{32}}{a_{33}} & 0 \end{pmatrix}$$

2. Phương pháp Gauss – Serdel:

- Khi n = 3:

$B = (x_2^0)$ $\quad C = (x_3^0)$

$D = \dfrac{1}{a_{11}} (b_1 - a_{12} B - a_{13} C)$:

$E = \dfrac{1}{a_{22}} (b_2 - a_{21} D - a_{23} C)$:

$F = \dfrac{1}{a_{33}} (b_3 - a_{31} D - a_{32} E)$:

$B = E : C = F$

- Sai số: $T = (D - L)^{-1} U$. Công thức sai số như trên.

$$D-L=\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \qquad U=\begin{pmatrix} 0 & -a_{12} & -a_{13} \\ 0 & 0 & -a_{23} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

=> $(D-L)^{-1}$ (bấm máy)

IV. Nhân tử LU:

$$u_{1j}=a_{1j} \qquad l_{ii}=1 \qquad l_{21}=\frac{a_{21}}{a_{11}} \qquad l_{32}=\frac{a_{32}-\frac{a_{31}a_{12}}{a_{11}}}{a_{22}-\frac{a_{21}a_{12}}{a_{11}}}$$

$$u_{22}=a_{22}-\frac{a_{21}a_{12}}{a_{11}} \qquad u_{23}=a_{23}-\frac{a_{21}a_{13}}{a_{11}} \qquad l_{31}=\frac{a_{31}}{a_{11}}$$

$$u_{33}=a_{33}-\frac{a_{31}a_{13}}{a_{11}}-\frac{\left(a_{32}-\frac{a_{31}a_{12}}{a_{11}}\right)\left(a_{23}-\frac{a_{21}a_{13}}{a_{11}}\right)}{a_{22}-\frac{a_{21}a_{12}}{a_{11}}}$$

$u_{21} = u_{31} = u_{32} = 0$

V. Phương pháp Choleski:

$$b_{11}=\sqrt{a_{11}} \qquad b_{22}=\sqrt{a_{22}-\frac{a_{21}^2}{a_{11}}} \qquad b_{21}=\frac{a_{21}}{\sqrt{a_{11}}} \qquad b_{31}=\frac{a_{31}}{\sqrt{a_{11}}}$$

$$b_{32}=\frac{\left(a_{32}-\frac{a_{31}a_{21}}{a_{11}}\right)}{\sqrt{a_{22}-\frac{a_{21}^2}{a_{11}}}} \qquad b_{33}=\sqrt{a_{33}-\left(b_{31}^2+b_{32}^2\right)} \qquad b_{12}=b_{13}=b_{23}=0$$

VI. Chuẩn vectơ và chuẩn ma trận:

$||A||_1$: max tổng cột
$||A||_\infty$: max tổng dòng.
$k(A) = ||A||\,||A^{-1}||$: số điều kiện
k càng gần 1 : càng ổn định
k càng xa 1 : càng không ổn định.

VII. Đa thức nội suy Largrange, Newton, Spline:

1. Đa thức nội suy Largrange:
    - Bài toán: cần tìm 1 đa thức $L_n(x)$ có bậc ≤ n thỏa
      n = số điểm – 1

- Lập bảng:

x	x_0	x_1	…	x_n	D_k = tích theo hàng
x_0	$(x - x_0)$	$(x_0 - x_1)$	…	$(x_0 - x_n)$	D_0
x_1	$(x_1 - x_0)$	$(x - x_1)$	…	$(x_1 - x_n)$	D_1
…	…	…	…	…	…
x_n	$(x_n - x_0)$	$(x_n - x_1)$	…	$(x - x_n)$	D_n
					w(x)

$$w(x) = \prod_{k=0}^{n}(x - x_k)$$

$$L_n(x) = w(x)\sum_{k=0}^{n}\frac{y_k}{D_k}$$

- Sai số:

$$M_{n+1} = |\max[f^{(n+1)}(x)]| \quad ; \quad x \in [x_0, x_n]$$

$$|f(x) - L_n(x)| \le \frac{M_{n+1}}{(n+1)!}|w(x)|$$

2. Đa thức nội suy Newton:
   - Tổng quát: trường hợp các điểm nút cách đều với bước h:

     $\Delta y_k = y_{k+1} - y_k$

     $\Delta^p y_k = \Delta^{p-1} y_{k+1} - \Delta^{p-1} y_k$

$$N^{(1)}{}_n(x) = y_0 + \frac{\Delta y_0}{1!}q + \frac{\Delta^2 y_0}{2!}q(q-1) + \ldots + \frac{\Delta^n y_0}{n!}q(q-1)\ldots(q-n+1) \quad ;$$

$q = \dfrac{x - x_0}{h}$ (công thức Newton tiến)

$$N^{(2)}{}_n(x) = y_n + \frac{\Delta y_{n-1}}{1!}p + \frac{\Delta^2 y_{n-2}}{2!}p(p+1) + \ldots + \frac{\Delta^n y_0}{n!}p(p+1)\ldots(p+n-1) \quad ;$$

$p = \dfrac{x - x_n}{h}$ (công thức Newton lùi)

- Cách làm: lập bảng => N

x_k	y_k	Δ	Δ^2
x_0	y_0	$\Delta_0 = y_1 - y_0$	$\Delta^2{}_0 = \Delta_1 - \Delta_0$
x_1	y_1	$\Delta_1 = y_2 - y_1$	…
…	…	…	…

- Chú ý: với cùng 1 bảng số: $L_n(x) = N^{(1)}{}_n(x) = N^{(2)}{}_n(x)$. Tuy nhiên, nếu bảng số có tăng thêm hay giảm bớt biến, ta chỉ cần thêm hoặc bớt sô hạng cuối trong $N_n(x)$ thay vì làm lại từ đầu đối với $L_n(x)$.

3. **Spline bậc 3 tự nhiên:**
   - Trường hợp 3 số: $a_0 = y_0$ $\quad a_1 = y_1$

$$c_0 = c_2 = 0 \qquad c_1 = \frac{\dfrac{3\left(y_2 - y_1\right)}{x_2 - x_1} - \dfrac{3\left(y_1 - y_0\right)}{x_1 - x_0}}{2\left(x_2 - x_0\right)}$$

$$b_0 = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} - \frac{c_1(x_1 - x_0)}{3} \qquad b_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} - \frac{2c_1(x_2 - x_1)}{3}$$

$$d_0 = \frac{c_1}{3(x_1 - x_0)} \qquad d_1 = \frac{-c_1}{3(x_2 - x_1)}$$

$g_0(x) = a_0 + b_0(x - x_0) + c_0(x-x_0)^2 + d_0(x-x_0)^3 \qquad x \in [x_0, x_1]$

$g_1(x) = a_1 + b_1(x - x_1) + c_1(x-x_1)^2 + d_1(x-x_1)^3 \qquad x \in [x_1, x_2]$

VIII. Phương pháp bình phương bé nhất:

1. Tổng quát: cần tìm hàm F(x) "xấp xỉ tốt nhất bảng số đã cho"

$$\Rightarrow g(f) = \sum_{k=1}^{n} (F(x_k) - y_k)^2 \to \min$$

Điểm dừng:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial g}{\partial A} = ... \\ \dfrac{\partial g}{\partial B} = ... \\ \dfrac{\partial g}{\partial C} = ... \end{cases}$$

=> chuyển vế => giải hệ phương trình 3 ẩn (A, B, C)

Cách bấm máy:

Ví dụ: ta cần tính các giá trị: $\sum_{k=1}^{n} x_k^4 \quad \sum_{k=1}^{n} x_k^2 \sin y_k \quad \sum_{k=1}^{n} x_k^2 y_k \quad \sum_{k=1}^{n} \sin^2 x_k \quad \sum_{k=1}^{n} y_k \sin x_k$

A=A+X^4:B=B+X^{2}sinY:C=C+X^{2}Y:D=D+(sinX)^2:E=E+YsinX
CALC

- Lần đầu nhập A, B, C, D, E là 0 để khởi tạo giá trị.
- Khi thấy X? và Y? thì sẽ nhập x_k và y_k tương ứng.
- Lần 2 bỏ qua khi được hỏi A? B? C? D? E?

2. Cách sử dụng máy tính đối với 1 số hàm:
   - Bước 1: chọn chế độ clear all
     - shift_9_3 đối với 570ES
     - shift_mode_3 đối với 570MS
   - Bước 2:
     - chọn chế độ STAT : mode 3 đối với 570ES
     - chọn chế độ REG : mode_mode_2 đối với 570MS

- Bước 3: chọn dạng của F(x)

Dạng F(x)	Phím ấn	
	570ES	570MS
$F(x) = A+Bx$	2	Lin
$F(x) = \_+Cx^2 = A + B + Cx^2$	3	Quad
$F(x) = \ln(A + Bx)$	4	Log
$F(x) = Ae^{Bx}$	5	Exp
$F(x) = A.B^x$	6	không có
$F(x) = A.x^B$	7	Pwr
$F(x) = \dfrac{1}{A+Bx}$	8	Inv

- Bước 4: nhập bảng giá trị
  - nhập vào bảng như trong màn hình đối với 570ES
  - nhập x_k , y_k (dấu ,) M^+ cho đến khi hết bảng đối với 570MS

- Bước 5: tính giá trị A, B
  - shift_1_7_1(tính A)/2(tính B) đối với 570ES
  - shift_2 _►_►_1 (tính A) / 2 (tính B) đối với 570MS

IX. Tính gần đúng đạo hàm:

1. Bảng 2 điểm:
   - Sai phân tiến (x_0, x_0+h)

$$f'(x) = \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

   - Sai phân lùi (x_0-h, x_0)

$$f'(x) = \frac{f(x_0) - f(x_0-h)}{h}$$

   - Sai số :

$$\Delta \le \frac{M_2 h}{2} \qquad M_2 = \max_{x\in[a,b]} |f''(x)|$$

2. Bảng 3 điểm:
   - Đạo hàm cấp 1
     - ✓ Sai phân tiến (x_0, x_0+h, x_0+2h)

$$f'(x) = \frac{-3f(x_0) + 4f(x_0+h) - f(x_0+2h)}{2h}$$

     - ✓ Sai phân hướng tâm (x_0-h, x_0, x_0+h)

$$f'(x) = \frac{f(x_0+2h) - f(x_0)}{2h}$$

     - ✓ Sai phân lùi (x_0-2h, x_0-h, x_0)

$$f'(x) = \frac{f(x_0) - 4f(x_0+h) + 3f(x_0+2h)}{2h}$$

     - ✓ Sai số :

$$\Delta \le \frac{M_3 h^2}{6} \qquad M_3 = \max_{x\in[a,b]} |f'''(x)|$$

- Đạo hàm cấp 2

$$f''(x) = \frac{f(x_0+h) - 2f(x_0) + f(x_0-h)}{h^2}$$

Sai số:

$$\Delta \le \frac{M_4 h^2}{12} \qquad M_4 = \max_{x\in[a,b]} \left| f^{(4)}(x) \right|$$

X. Công thức hình thang (xấp xỉ tích phân):

- Bài toán cần xấp xỉ tích phân $I = \int_a^b f(x)dx$
- Cách giải: chia đoạn [a.b] thành n đoạn nhỏ bằng nhau với bước chia $h = \frac{b-a}{n}$. Ta

có công thức sau:

$$I = \frac{h}{2}[y_0 + 2(y_1 + y_2 + ... + y_{n-1}) + y_n]$$

- Sai số:

$$\Delta \le (b-a)\frac{M_2 h^2}{12} \qquad M_2 = \max_{x\in[a,b]} \left| f''(x) \right|$$

XI. Công thức Simpson (xấp xỉ tích phân):

- Bài toán: cần xấp xỉ tích phân $I = \int_a^b f(x)dx$
- Cách giải: chia đoạn [a.b] thành n = 2m đoạn nhỏ bằng nhau với bước chia

$h = \frac{b-a}{2m}$. Ta có công thức sau:

$$I = \frac{h}{3}[y_0 + 4(y_1 + y_3 + ... + y_{2m-1}) + 2(y_2 + y_4 + ... + y_{2m-2}) + y_{2m}]$$

- Sai số:

$$\Delta \le (b-a)\frac{M_4 h^4}{180} \qquad M_4 = \max_{x\in[a,b]} \left| f^{(4)}(x) \right|$$

XII. Công thức Euler với hệ phương trình vi phân xấp xỉ:

1. Bài toán: tìm y_k và sai số.

$$\begin{cases} y' = f(x,y) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases} \forall x \in [a,b]$$

2. Công thức Euler:

$$y_{k+1} = y_k + hf(x_k, y_k) \qquad h = \frac{b-a}{n}$$

Có nghiệm chính xác là $y(x_k)$.

Khi đó sai số : $| y(x_k) - y_k |$

<u>Bấm máy</u>:
A = (x_0)   B = (y_0)
y(x_k→A) – B : B = B + h y'(A, B) : A = A + h

3. <u>Công thức Euler cải tiến:</u>

$$y_{k+1} = y_k + \frac{1}{2}(k_1 + k_2) \qquad h = \frac{b-a}{n}$$

$$k_1 = hf(x_k, y_k) \qquad k_2 = hf(x_k + h, y_k + k_1)$$

Có nghiệm chính xác là $y(x_k)$.

Khi đó sai số : $| y(x_k) - y_k |$

<u>Bấm máy nghiệm và sai số</u>:
A = (x_0)   B = (y_0)
y(x_k→A) – B : C = h y'(A, B) : D = h y'(A+h, B+C) : B = B + $\frac{1}{2}$(C+D) : A = A + h

Trường hợp: $\begin{cases} x''(t) = f(t)x'(t) + g(t)x(t) + h(t) \\ x(t_0) = x_0 \qquad x'(t_0) = x'_0 \end{cases} \forall t \in [a, b]$

<u>Cách giải:</u> $\begin{cases} x(t) = x(t_0) + hx'(t_0) \\ x'(t) = x'(t_0) + hx''(t_0) \end{cases}$

XIII. <u>Công thức Range – Kutta bậc 4 với phương trình vi phân cấp 1</u>

<u>Cách giải:</u> Trường hợp xấp xỉ tại $x_1 = x_0 + h$ (n = 1)

$$\begin{cases} K_1 = hf(x_0, y_0) \\ K_2 = hf\left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{K_1}{2}\right) \\ K_3 = hf\left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{K_2}{2}\right) \\ K_4 = hf(x_0 + h, y_0 + K_3) \\ y(x_0 + h) = y_1 = y_0 + \frac{1}{6}(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4) \end{cases}$$

<u>Cách bấm máy</u>:

✓ <u>Tính K1</u>:

A = hf(X, Y)   CALC   X? (nhập x_0)   =   Y? (nhập y_0)   =

✓ <u>Tính K2</u>:

► thay A bằng B   CALC   X? (nhập x_0+h/2)   =   Y? (nhập y_0+A/2)   =

✓ <u>Tính K3</u>:

► thay B bằng C   CALC   X? (nhập x_0+h/2)   =   Y? (nhập y_0+B/2)   =

✓ <u>Tính K4</u>:

► thay C bằng D   CALC   X? (nhập x_0+h)   =   Y? (nhập y_0+C)   =

✓ <u>Tính y1</u>:

y_0 + 1/6(A + 2B + 2C + D)   =

XIV. Bài toán biên tuyến tính cấp 2:

1. Bài toán: tìm hàm y = y(x):

$$\begin{cases} p(x)y''(x) + q(x)y'(x) + r(x)y(x) = f(x) \\ y(a) = \alpha;\ y(b) = \beta;\ a \le x \le b \end{cases}$$

2. Cách giải: chia [a,b] thành n đoạn
   - Đặt $y(x_0) = y(a) = \alpha = y_0$
     $y(x_n) = y(b) = \beta = y_n$
     $p_k = p(x_k);\ q_k = q(x_k);\ r_k = r(x_k);\ f_k = f(x_k)$
   - Công thức:

$$\left(\frac{p_k}{h^2} - \frac{q_k}{2h}\right)y_{k-1} + \left(r_k - 2\frac{p_k}{h^2}\right)y_k + \left(\frac{p_k}{h^2} + \frac{q_k}{2h}\right)y_{k+1} = f_k$$

Giải hệ phương trình tìm ra các giá trị $y_1, \ldots, y_{n-1}$

XV. Phương trình Elliptic:

1. Bài toán: tìm hàm u = u(x,y) xác định trên miền D $\begin{cases} a \le x \le b \\ c \le y \le d \end{cases}$ thỏa:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f(x,y)\ \forall (x,y) \in D \\ u(a,y) = \varphi_1(y);\ u(b,y) = \varphi_2(y) \\ u(x,c) = \psi_1(x);\ u(x,d) = \psi_2(x) \end{cases}$$

2. Cách giải: chia đều đoạn [a,b] thành n đoạn với $n = \dfrac{b-a}{\Delta_x}$

   chia đều đoạn [c,d] thành m đoạn với $m = \dfrac{b-a}{\Delta_y}$

   - Đặt u_{ij} là giá trị xấp xỉ của hàm $u(x_i, y_j)$: $u_{ij} \approx u(x_i, y_j)$ $\forall i = \overline{0,n}; \forall j = \overline{0,m}$
   - Công thức tổng quát:

$$\begin{cases} \dfrac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{h_x^2} + \dfrac{u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1}}{h_y^2} = f_{ij} \\ i = \overline{1,n-1}; \qquad j = \overline{1,m-1} \end{cases}$$

   - Trường hợp $\Delta_x = \Delta_y = h$

$$\begin{cases} -4u_{i,j} + u_{i+1,j} + u_{i-1,j} + u_{i,j+1} + u_{i,j-1} = h^2 f_{ij} \\ i = \overline{1,n-1}; \qquad j = \overline{1,m-1} \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Giải hệ tính được giá trị của các $u_{i,j}$.

XVI. Phương trình Parabolic:

1. Bài toán: cần xấp xỉ hàm u = u(x,t); x là biến không gian; t là biến thời gian xác định trong miền D = {a ≤ x ≤ b, t > 0} thỏa

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} - \lambda^2 \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f(x,t) & \forall (x,t) \in D \\ u(a,t) = \phi_1(t); \quad u(b,t) = \phi_2(t) & \forall t \ge 0 \\ u(x,0) = \psi(x) & \forall x \in [a,b] \end{cases}$$

2. <u>Cách giải:</u> chia đều [a,b] thành n đoạn với $n = \dfrac{b-a}{\Delta_x}$

   chọn bước thời gian $\Delta_t > 0;$ $\quad t_j = j\,\Delta_t$

   đặt $u_{ij} = u(x_i, t_j)$; $\quad f_{ij} = f(x_i, t_j)$; $\quad \mu = \dfrac{\Delta_t \lambda^2}{\Delta_x^2}$

- Sơ đồ hiện:

$$\begin{cases} u_{i,j+1} = \mu u_{i-1,j} + (1-2\mu) u_{i,j} + \mu u_{i+1,j} + \Delta_t f_{ij} \\ j = 0,1,2,.....; \quad i = 1,2,...,n-1 \end{cases}$$

- Sơ đồ ẩn:

$$\begin{cases} -\mu u_{i-1,j} + (1+2\mu) u_{i,j} - \mu u_{i+1,j} = \Delta_t f_{ij} + u_{i,j-1} \\ j = 1,2,...; \quad i = 1,2,...,n-1 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Giải hệ tính được giá trị của các $u_{i,j}$

XVII. Các đạo hàm cấp cao (phụ lục):

$$f^{(n)}\left(\ln(ax+b)\right) = \frac{(-1)^{(n-1)}(n-1)!\,a^n}{(ax+b)^n}$$

$$f^{(n)}\left(\frac{1}{ax+b}\right) = \frac{(-1)^n a^n n!}{(ax+b)^{n+1}}$$

$$f^{(n)}\left(\sin ax\right) = a^n \sin\left(ax + n\frac{\pi}{2}\right)$$

$$f^{(n)}\left(\sqrt[k]{ax+b}\right) = \frac{1}{k}\left(\frac{1}{k}-1\right)\left(\frac{1}{k}-2\right)...\left(\frac{1}{k}-n+1\right)a^k\,(ax+b)^{\left(\frac{1}{k}-n\right)}$$