

**Câu 1** Giải thích ý nghĩa hình học và viết hàm trong Matlab để tính tích phân dựa trên Công Thức Trung Điểm với các nút cách đều sau

$$\int_a^b f(x)dx = h \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i + h/2),$$

trong đó  $h = \frac{b-a}{n}$ ,  $x_i = a + i * h$ .

**Câu 2** a) Hãy tính các tích phân sau sử dụng cả 3 phương pháp Hình thang/Simpson/Trung điểm với các điểm nút cách đều và so sánh kết quả.

$$\int_0^1 e^{-x^2} dx .$$

b) Nếu tích phân  $\int_0^1 e^{-x^2} dx$  cần tính với sai số nhỏ hơn  $1e-7$ , sử dụng các nút cách đều trong phương pháp hình thang, hỏi chúng ta cần bao nhiêu điểm nút?

**Câu 3** Tích phân logarit là một dạng tích phân phụ thuộc tham số đặc biệt có dạng

$$\text{li}(x) = \int_2^x \frac{dt}{\ln t} .$$

Với  $x$  đủ lớn, số lượng các số nguyên tố nhỏ hơn hoặc bằng  $x$  là xấp xỉ gần bằng  $\text{li}(x)$ . Ví dụ, có 46 số nguyên tố nhỏ hơn hoặc bằng 200, và  $\text{li}(200)$  thì xấp xỉ 50. Hãy tìm  $\text{li}(200)$  đến 3 chữ số chắc, sử dụng ba phương pháp cầu phương đã nói ở trên.

**Câu 4** Nhắc lại rằng độ dài của một đường cong được biểu diễn bởi hàm số  $y = f(x)$  trên một đoạn  $[a, b]$  được tính bởi tích phân  $I(f) = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$ .

Viết các hàm tích tích phân trong Matlab sử dụng các công thức hình thang và Simpson để tính độ dài của các đường cong sau.

(a)  $f(x) = \sin(\pi x)$ ,  $0 \leq x \leq 1$ ,

(b)  $f(x) = e^x$ ,  $0 \leq x \leq 1$ ,

(c)  $f(x) = e^{x^2}$ ,  $0 \leq x \leq 1$ .

**Câu 5** Xét tích phân  $\int_0^1 \sin(\pi x^2/2) dx$  và giả sử rằng chúng ta muốn tính gần đúng tích phân với sai số bé hơn  $1e-4$ .

a. Nếu chúng ta dùng quy tắc hình thang với các nút cách đều thì độ rộng  $h$  cần dùng là bao nhiêu?

b. Câu hỏi tương tự với quy tắc Simpson?

Hết