Trường ĐHKHTN, ĐHQGHN
K61 TTƯD
Lớp thầy Hà Phi

Học Kỳ 2 (2019-2020)

Giải Tích Số 2 (MATLAB)

NO 1: GIẢI PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ PHI TUYẾN
GIÁO TRÌNH QUARTERONI, 3 ED.

Câu 1 *(Bài toán đầu tư) Vào đầu mỗi năm một khách hàng đầu tư v Euro vào một tài khoản tiết kiệm, và sau n năm rút ra được tổng cộng M Euro. Ta muốn tính lãi suất trung bình r của việc đầu tư này. Khi đó M và r được liên kết với nhau bởi phương trình*

$$M = v \sum_{k=1}^{n} (1+r)^k = v \frac{1+r}{r} \Big[(1+r)^n - 1 \Big].$$

Do đó r chính là nghiệm của phương trình $f(r) = 0$, với $f(r) := M - v\dfrac{1+r}{r}\Big[(1+r)^n - 1\Big]$.

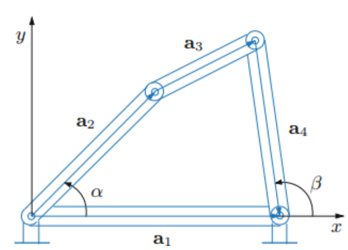
Áp dụng: Bài tập 2.2 (trang 72)

Câu 2 *(Phương trình trạng thái của khí ga) Chúng ta muốn xác định thể tích V của một khối khí ga tại nhiệt độ T và áp suất p. Phương trình trạng thái là*

$$\Big[p + a(N/V)^2 \Big] \; (V - Nb) = k \; N \; T.$$

trong đó a và b là hai hệ số của khí ga (phụ thuộc vào đặc tính của mỗi loại khí ga), N là số các phân tử được chứa trong thể tích V và k là hằng số Boltzmann. Do đó V chính là nghiệm cảu một phương trình phi tuyến.

Câu 3 *(Hệ thống thanh) Một hệ cơ khí được biểu diễn bởi 4 thanh cứng như trong hình vẽ 1. Với một*



Hình 1: Hệ cơ khí bao gồm 4 thanh cứng

giá trị (chấp nhận được) của góc β, chúng ta xác định giá trị của góc α. Bằng việc sử dụng đẳng thức vector

$$a_1 - a_2 - a_3 - a_4 = 0$$

ta thu được mối liên hệ giữa 2 góc (thường được gọi là phương trình Freudenstein)

$$\frac{a_1}{a_2}\cos(\beta) - \frac{a_1}{a_4}\cos(\alpha) - \cos(\beta - \alpha) = -\frac{a_1^2 + a_2^2 - a_3^2 + a_4^2}{2a_2a_4} \; .$$

Đây là phương trình phi tuyến của biến số α, và nó chỉ có nghiệm với một số giá trị của β. Phương trình này có thể có nhiều hơn 1 nghiệm hoặc vô nghiệm.

Câu 4 *(Mô hình dân số) Trong quá trình nghiên cứu sự phát triển cư dân của một loài (hoặc chủng virus), phương trình* $x^+ = \phi(x) = xR(x)$ *biểu diễn mối liên hệ giữa số cá thể ở thế hệ* x *và số cá thể ở thế hệ tiếp theo. Hàm số* $R(x)$ *mô hình tốc độ biến đổi của loài đang xét và có thể được chọn theo nhiều cách khác nhau. Một số ví dụ tiêu biểu bao gồm:*

i) Mô hình Malthus: $R(x) = R_M(x) = r > 0$.

ii) Mô hình Verhulst: $R(x) = R_V(x) = \dfrac{r}{1 + xK},\ r > 0,\ K > 0$, *cải tiến mô hình Malthus bằng việc xét mô hình dân số bị giới hạn bởi các nguồn lực.*

iii) Mô hình thú mồi bão hòa: $R(x) = R_P(x) = \dfrac{rx}{1 + (x/K)^2}$ *thể hiện mô hình có sự cạnh tranh.*

Động lực học của một mô hình thể hiện bởi phương trình $x^{(k)} = \phi(x^{(k-1)})$ *trong đó chỉ số* k *thể hiện thế hệ thứ* k. *Trạng thái cân bằng* x^* *là nghiệm của phương trình phi tuyến* $x^* = \phi(x^*)$.

1.2. Thực hành

——————————————Hết——————————————