

**ĐỀ 1**

**Câu 1:** Cho phương trình  $f(x) = 2x \cos 2x - (x-2)^2 = 0$  trong khoảng cách ly nghiệm  $[3,4]$ . Chọn  $x_0 = 3.5$ , hãy tính  $x_1$  và  $x_2$  bằng phương pháp Newton. Tính giá trị  $m = \min_{x \in [3,4]} |f'(x)|$ . Dùng công thức đánh giá sai số tổng quát, hãy tính sai số của nghiệm gần đúng  $x_2$ .

**Câu 2:** Xây dựng spline bậc ba tự nhiên  $g(x)$  nội suy bảng số

x	0	1	2
y	1	1.5	1

Sử dụng các giá trị của  $g(x)$  tại các điểm nút  $x_0 = 0, x_1 = 0.5, x_2 = 1, x_3 = 1.5, x_4 = 2$  và công thức Simpson mở rộng, hãy tính gần đúng tích phân  $\int_0^2 g(x) dx$

**Câu 3:** Tìm nghiệm xấp xỉ của bài toán Cauchy  
 $y' = \tan x + \cos y, x > 0.5, y(0.5) = 1.6$   
trên đoạn  $[0.5, 1]$  bằng phương pháp Euler cải tiến với bước  $h = 0.25$

**Câu 4:** Sử dụng phương pháp sai phân hữu hạn, giải bài toán biên:

$$\begin{cases} y'' - x^2 y = \ln x + 1, & 1 < x < 2 \\ y(1) = y(2) = 0 \end{cases}$$

trong đoạn  $[1, 2]$  với bước  $h = 0.25$

**Câu 5:** Xấp xỉ giá trị hàm  $u(x, y)$  trong miền  $D = \{0 < x < 1, 0 < y < 1\}$  với

$$u(x, y) \text{ thỏa: } \begin{cases} \Delta u = 10xy, (x, y) \in D \\ u(x, 0) = 5x^2, u(x, 1) = 5x^2 + 1 \text{ với bước chia } \Delta x = \Delta y = \frac{1}{3} \\ u(0, y) = y, u(1, y) = y + 5 \end{cases}$$

**Câu 6:** Xấp xỉ giá trị hàm  $u(x, t)$  trong miền  $D = \{0 < x < 1, 0 < t < 0.4\}$  với

$$u(x, t) \text{ thỏa: } \begin{cases} \partial u / \partial t - \sqrt{5} \partial^2 u / \partial x^2 = 0, (x, t) \in D \\ u(x, 0) = \sin \pi x, 0 \leq x \leq 1 \\ u(0, t) = u(1, t) = 0, 0 \leq t \leq 0.4 \end{cases} \quad \text{với bước chia } \Delta x = 0.25, \Delta t = 0.2. \text{ Sử}$$

dụng sơ đồ hiện

**ĐỀ 2**

**Câu 1:** Cho phương trình  $x = \frac{1}{8}(e^{x+1} - x^2 - 4x - 8)$  trong khoảng cách ly nghiệm  $[-1, 0]$ . Chọn  $x_0 = -0.5$ , hãy tính  $x_1$  bằng phương pháp lặp đơn và đánh giá sai số của  $x_1$  theo công thức sai số hậu nghiệm

**Câu 2:** Cho bảng số

x	0	0.2	0.4	0.6
y	-1	1	1	4

Ký hiệu  $N_1(x)$ ,  $N_2(x)$ ,  $N_3(x)$  lần lượt là đa thức nội suy tiến áp dụng cho 2 nút đầu, 3 nút đầu và 4 nút của bảng số trên. Biết  $N_1(0.1) = 0$ , tính  $N_2(0.1)$ ,  $N_3(0.1)$ .

**Câu 3:** Cho  $f(x) = \begin{cases} 4 - 3x + 2(x-1)^3, & 1 \leq x \leq 2 \\ a + 3(x-2) + b(x-2)^2 - 2(x-2)^3, & 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$ . Tìm  $a$  và  $b$  để

$f(x)$  là hàm nội suy spline bậc 3 tự nhiên.

**Câu 4:** Bằng cách đổi biến thích hợp để đưa về hệ phương trình vi phân cấp một và áp dụng phương pháp Euler với bước chia  $h = 0.25$ , hãy tính xấp xỉ các giá trị  $y(0.25)$ ,  $y'(0.25)$  với  $y = y(x)$  là nghiệm:  $\begin{cases} y''(x) = y'(x) + xy(x) + 2x - 1, & x \in [0, 0.25] \\ y(0) = 1, y'(0) = 1 \end{cases}$

**Câu 5:** Xét hệ phương trình  $\begin{cases} 6x_1 - 2x_2 = 0 \\ 4x_1 + 10x_2 = 1 \end{cases}$  với phương pháp lặp Jacobi. Tính chuẩn vô cùng của ma trận lặp  $T_j$ . Cho  $x^{(0)} = [-1, 1]^T$ , tính  $x^{(1)}$ .

**Câu 6:** Dùng phương pháp sai phân hữu hạn với bước chia  $h = 0.25$ , tìm nghiệm  $y(x)$  của bài toán biên trong  $[0, 1]$ :  $\begin{cases} y''(x) - y'(x) - (x+1)y(x) = x - 1, & x \in [0, 1] \\ y(0) = 1, y(1) = 0 \end{cases}$ .

**Câu 7:** Giải gần đúng bài toán Cauchy:  $\begin{cases} y'(x) = xy(x) + 2x + 1, & x \in [1, 2] \\ y(1) = 2 \end{cases}$  bằng

phương pháp Euler với bước chia  $h = 0.5$

**Câu 8:** Cho bảng số

x	1	1.25	1.5	1.75	2
y	1	4	2	-1	0

Dùng công thức Simpson với bước chia  $h = 0.25$ , tính gần đúng tích phân  $I = \int_0^1 y^2(x) dx$

**Câu 9:** Với bước chia  $\Delta x = \Delta y = 0.25$ , hãy xấp xỉ nghiệm  $u(x, y)$  của bài toán elliptic sau tại các điểm chia  $(0.75, 1.5)$  và  $(0.75, 1.75)$ :

$$\begin{cases} \partial^2 u / \partial x^2 + \partial^2 u / \partial y^2 = x + 1, & 0.5 < x < 1, 1.25 < y < 2 \\ u(x, 1.25) = 2x + 5, & u(x, 2) = 2x + 8, & 0.5 < x < 1 \\ u(0.5, y) = 4y + 1, & u(1, y) = 4y + 2, & 1.25 < y < 2 \end{cases}$$

**Câu 10:** Dùng sơ đồ hiện với bước chia  $\Delta x = 0.25$ ,  $\Delta t = 0.1$ , xấp xỉ nghiệm  $u(x, t)$  của bài toán truyền nhiệt sau tại các điểm  $(0.25, 1.1)$  và  $(0.25, 1.2)$

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} - 3 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = x + 5t, & 0 \leq x \leq 0.25, t > 1 \\ u(0, t) = t - 1, & t > 1 \\ u(0.5, t) = t + 1.25, & t > 1 \\ u(x, 1) = x^2 + 4x, & 0 \leq x \leq 0.25 \end{cases}$$

**ĐỀ 3**

**Câu 1:** Cho hệ phương trình  $Ax = b$  với  $A = \begin{bmatrix} 20 & -1 & 2 \\ 1 & 20 & -1 \\ -2 & -1 & 20 \end{bmatrix}$ ,  $b = \begin{bmatrix} 12 \\ 13 \\ 14 \end{bmatrix}$ ,  $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ .

Sử dụng phương pháp lặp Gauss – Seidel, hãy xác định ma trận lặp  $T_g$  và vectơ  $c_g$ .

Cho  $x^{(0)} = [0, 0, 0]^T$ , tính vectơ  $x^{(2)}$

**Câu 2:** Xây dựng hàm nội suy spline bậc ba tự nhiên  $g(x)$  nội suy bảng số:

x	1.2	1.6	2.0
y	1.53	2.44	4.12

Sử dụng các giá trị của  $g(x)$  tại các điểm nút  $x_0 = 1.2$ ,  $x_1 = 1.4$ ,  $x_2 = 1.6$ ,  $x_3 = 1.8$ ,

$x_4 = 2.0$  và công thức Simpson mở rộng, hãy tính gần đúng tích phân  $I = \int_{1.2}^{2.0} \frac{g(x)}{x} dx$

**Câu 3:** Tìm nghiệm xấp xỉ của bài toán  $\begin{cases} y' = x^2 \cos y + y^2 \cos x, & 0 < x < 0.4 \\ y(0) = 0.6124 \end{cases}$

trên đoạn  $[0, 0.4]$  bằng phương pháp Runge – Kutta cấp bốn với bước chia  $h = 0.2$

**Câu 4:** Sử dụng phương pháp sai phân hữu hạn, giải bài toán biên

$$\begin{cases} y'' - 4y' - 4y = \cos x + 3, & 0 < x < 1 \\ y(0) = 1, & y(1) = 0 \end{cases}$$

trong đoạn  $[0, 1]$  với bước chia  $h = 0.25$

**Câu 5:** Xấp xỉ nghiệm  $u(x, y)$  trong miền  $D = \{0 < x < \pi/2, 0 < y < \pi/2\}$  của

bài toán: 
$$\begin{cases} \Delta u = \cos x + \cos y, & (x, y) \in D \\ u(x, 0) = u(x, \pi/2) = 0, & 0 \leq x \leq \pi/2 \\ u(0, y) = u(\pi/2, y) = 0, & 0 \leq y \leq \pi/2 \end{cases}$$
 với bước chia  $\Delta x = \Delta y = \frac{\pi}{6}$

**Câu 6:** Xấp xỉ nghiệm  $u(x, t)$  trong miền  $D = \{0 < x < 1, 0 < t < 0.2\}$  của bài

toán: 
$$\begin{cases} \partial u / \partial t - 9 \partial^2 u / \partial x^2 = 0, & (x, t) \in D \\ u(x, 0) = \sin \pi x, & 0 \leq x \leq 1 \\ u(0, t) = 0, & u(1, t) = \sin \pi, & 0 \leq t \leq 0.2 \end{cases}$$
 với bước chia  $\Delta x = 0.25$ ,  $\Delta t = 0.1$ .

Sử dụng sơ đồ hiện