**TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN**

KHOA TOÁN - CƠ - TIN HỌC

# BÁO CÁO BÀI TẬP LỚN

## Một số vấn đề chọn lọc trong tính toán khoa học

Cán bộ hướng dẫn: TS.Hà Phi

**Nhóm thực hiện: Nhóm 4**

Ngụy Khánh Ly

Nguyễn Thái Thảo Nguyên

Vũ Việt Hoàng

Nguyễn Viết Lưu

Lớp K62A2 Toán – Tin Ứng Dụng

**Câu 1:** (2.12)

Xem xét mạng lưới được hiển thị trong hình 2.16. Sơ đồ cây thông thường được chọn thể hiện bằng những đường nét đậm; nó sẽ bao gồm nguồn điện áp, hai tụ điện, và điện trở 1-Ω. Các điện áp trong sơ đồ và dòng điện dẫn trong liên kết sẽ được gán như các biến trạng thái. Nếu hiệu điện thế trên tụ 3-F được gán là $x_1$ thì hiện tại nó đang là $3\dot{x}_1$. Điện áp trên tụ điện 1F được gán như $x_2$ và hiện tại nó đang là $\dot{x}_2$. Dòng điện qua cuộn cảm 2H được gán như $x_3$ và điện áp của nó là $2\dot{x}_3$. Bởi vì điện trở 2-Ω là một liên kết, chúng ta sử dụng vòng lặp cơ bản của nó để tìm điện áp của nó là $u_1 - x_1$. Do đó dòng điện của nó sẽ là $(u_1 - x_1)/2$. Điện trở 1-Ω là 1 nhánh sơ đồ . Chúng ta sử dụng bộ cắt cơ bản của nó để tìm dòng điện của nó là $x_3$. Như vậy điện áp của nó là $1 . x_3 = x_3$. Điều này hoàn thành bước 3

Tụ điện 3-F là một nhánh sơ đồ và bộ cắt cơ bản của nó như được hiển thị. Tổng đại số của dòng bộ cắt bằng 0 hay:

$$\frac{u_1 - x_1}{2} - 3\dot{x}_1 + u_2 - x_3 = 0$$

Điều này dẫn tới

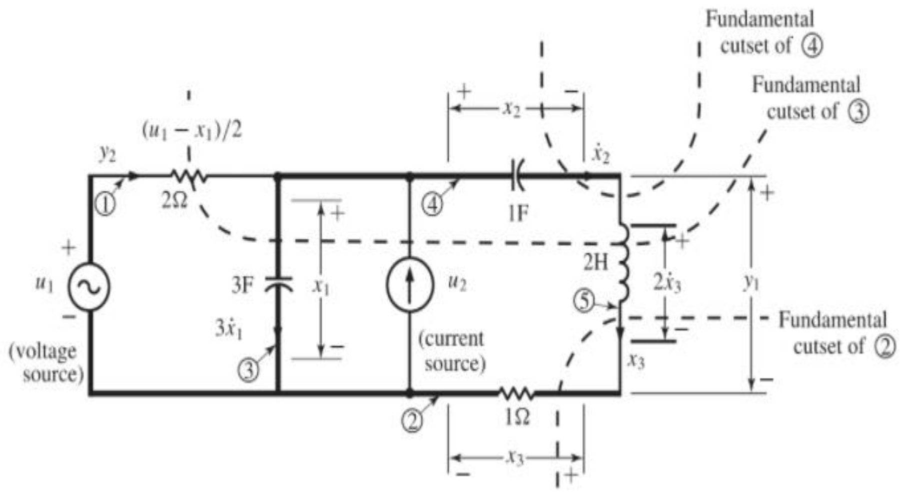
$$\dot{x}_1 = -\frac{1}{6}x_1 - \frac{1}{3}x_3 + \frac{1}{6}u_1 + \frac{1}{3}u_2$$

Tụ điện 1-F là một nhánh sơ đồ và từ bộ cắt cơ bản của nó, chúng ta có

$$\dot{x}_2 - x_3 = 0 \text{ hay } \dot{x}_2 = x_3$$

Cuộn cảm 2-H là một liên kết. Điện áp cùng vòng lặp cơ bản của nó là

$$2\dot{x}_3 + x_3 - x_1 + x_2 = 0 \text{ hay } \dot{x}_3 = \frac{1}{2}x_1 - \frac{1}{2}x_2 - \frac{1}{2}x_3$$




Chúng có thể được biểu diễn dưới dạng ma trận là:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{6} & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \boldsymbol{x} + \begin{bmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{u} \qquad (2.30)$$

Nếu chúng ta coi điện áp trên cuộn cảm 2-H và dòng điện qua điện trở 2- là đầu ra, thì chúng ta có

$$y_1 = 2\dot{x}_3 = x_1 - x_2 - x_3 = [1 \quad -1 \quad -1]\,\boldsymbol{x}$$

Và

$$y_2 = 0.5(u_1 - x_1) = [-0.5 \quad 0 \quad 0]\,\boldsymbol{x} + [0.5 \quad 0]\,\boldsymbol{u}$$

Chúng có thể được viết dưới dạng ma trận là:

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -0.5 & 0 & 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{x} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.5 & 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{u} \qquad (2.31)$$

Phương trình (2.30) và (2.31) là mô tả không gian trạng thái của mạng.

Ma trận truyền của mạng có thể được tính trực tiếp từ mạng lưới hoặc sử dụng công thức (2.16):

$$\hat{\mathbf{G}}(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D}$$

Chúng ta sẽ sử dụng MATLAB để tính phương trình này. Chúng ta gõ:

a = [-1/6 0 -1/3;0 0 1;0.5 -0.5 -0.5]; b = [1/6 1/3;0 0;0 0];

c = [1 -1 -1; -0.5 0 0]; d = [0 0;0.5 0];

[N1, d1] = ss2tf (a, b, c, d, 1)

Khi đó sẽ trả về:

$$\mathrm{N_1} = \begin{matrix} 0.0000 & 0.1667 & -0.0000 & -0.0000 \\ 0.5000 & 0.2500 & 0.3333 & -0.0000 \end{matrix}$$

$$\mathrm{d_1} = 1.0000 \quad 0.6667 \quad 0.7500 \quad 0.0833$$

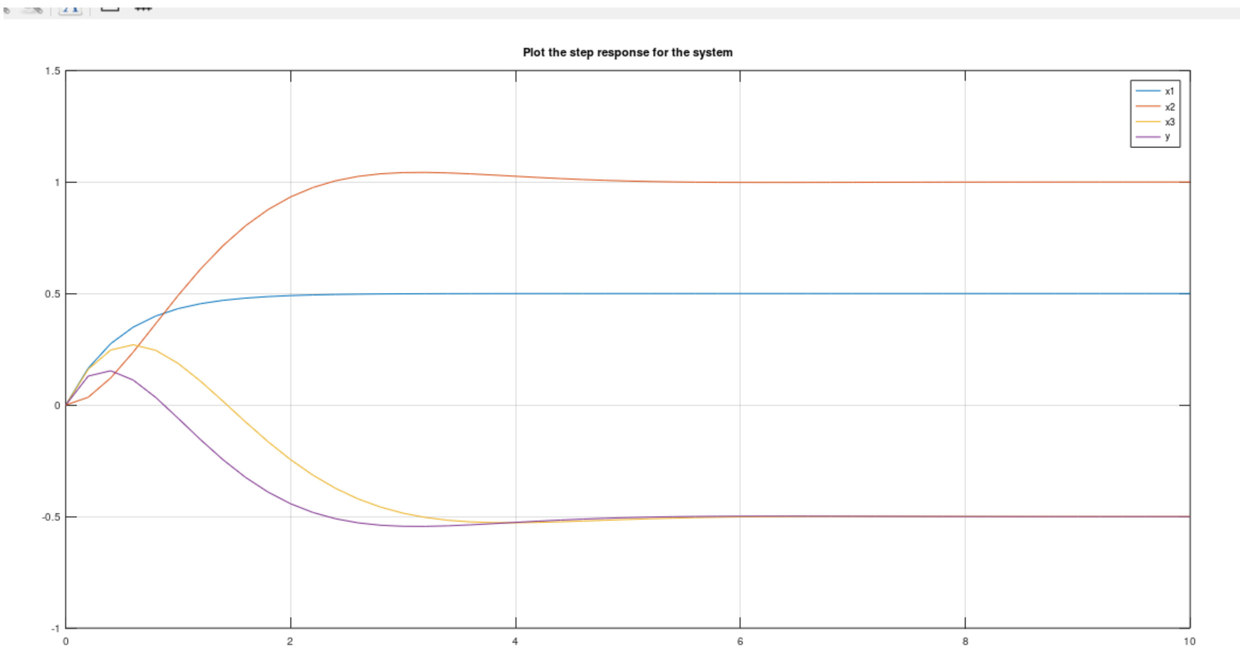
Đây là cột đầu tiên của ma trận chuyển giao. Chúng ta lặp lại tính toán cho đầu vào thứ hai. Do đó, ma trận chuyển giao của mạng là:

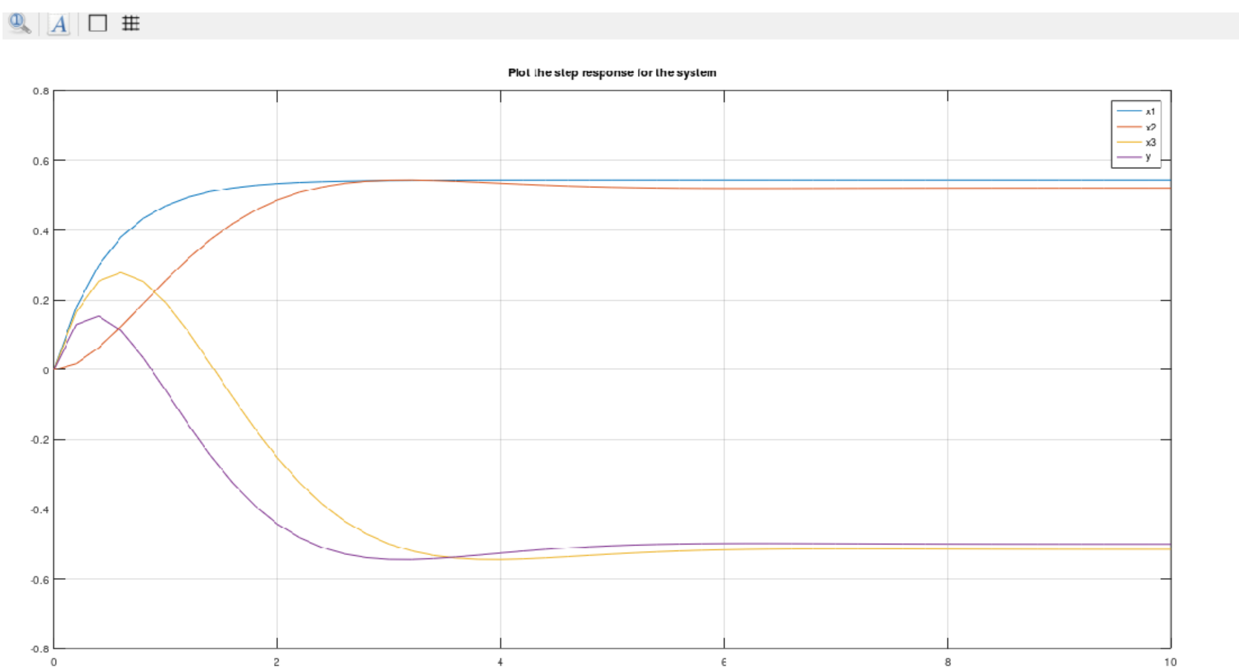
$$\hat{\mathbf{G}}(\mathrm{s}) = \begin{bmatrix} \dfrac{0.1667s^2}{s^3 + 0.6667s^2 + 0.75s + 0.083} & \dfrac{0.3333s^2}{s^3 + 0.6667s^2 + 0.75s + 0.083} \\ \dfrac{0.5s^3 + 0.25s^2 + 0.3333s}{s^3 + 0.6667s^2 + 0.75s + 0.083} & \dfrac{-0.1667s^2 - 0.0833s - 0.0833}{s^3 + 0.6667s^2 + 0.75s + 0.083} \end{bmatrix}$$

**Câu 3:** Đề bài cho hệ:

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} x \end{cases}$$

Dưới đây là kết quả sau khi chạy file Octave cau3.m:



```
M1 = 0.5000
M2 = 1.0431
M3 = 0.5276
My = 0.5439
A =

  -2.0000         0         0
   0.4794         0    0.5058
        0   -3.9544   -2.0000

B =

   1.0878
        0
   1.0310

C =

   0.9193   -1.9178         0

M1 = 0.5439
M2 = 0.5439
M3 = 0.5439
My = 0.5439
Max of an amplitude a for step input is:
ans = 18.386
>>
```

$$\left|x_1\right|_{\max} = M_1 = 0.5000$$

$$\left|x_2\right|_{\max} = M_2 = 1.0431$$

$$\left|x_3\right|_{\max} = M_3 = 0.5276$$

$$\left|y\right|_{\max} = M_y = 0.5439$$

- Phép đổi biến số(chia tỷ lệ):

$$\begin{cases} \bar{x}_1 = \dfrac{|y|_{\max}}{|x_1|_{\max}} x_1 = \dfrac{0.5439}{0.5} x_1 = 1.0878 x_1 \\ \bar{x}_2 = \dfrac{|y|_{\max}}{|x_2|_{\max}} x_2 = \dfrac{0.5439}{1.0431} x_2 = 0.5214 x_2 \\ \bar{x}_3 = \dfrac{|y|_{\max}}{|x_3|_{\max}} x_3 = \dfrac{0.5439}{0.5276} x_3 = 1.0308 x_3 \end{cases}$$

Ta có:

$$\begin{cases} \dfrac{\dot{\bar{x}}_1}{1.0878} = -2\dfrac{\bar{x}_1}{1.0878} + u \\ \dfrac{\dot{\bar{x}}_2}{0.5214} = \dfrac{\bar{x}_1}{1.0878} + \dfrac{\bar{x}_3}{1.0308} \\ \dfrac{\dot{\bar{x}}_3}{1.0308} = -2\dfrac{\bar{x}_2}{0.5214} - 2\dfrac{\bar{x}_3}{1.0308} + u \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{\bar{x}}_1 = -2\bar{x}_1 + 1.0878u \\ \dot{\bar{x}}_2 = 0.4794\bar{x}_1 + 0.5058\bar{x}_3 \\ \dot{\bar{x}}_3 = -3.9540\bar{x}_2 - 2\bar{x}_3 + 1.0308u \end{cases}$$

$$y = \begin{bmatrix} 0.9139 & -1.9178 & 0 \end{bmatrix} \bar{x}$$

Vậy ta được hệ:

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0.4794 & 0 & 0.5058 \\ 0 & -3.9540 & -2 \end{bmatrix} \bar{x} + \begin{bmatrix} 1.0878 \\ 0 \\ 1.0308 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} 0.9193 & -1.9178 & 0 \end{bmatrix} \bar{x} \end{cases}$$

**Câu 4:**

Ta có: $A_1 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad C_1 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \qquad B_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad C_2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_1 = D_2 = [0]$$

- Kiểm tra tính chất tương đương của hai hệ đầu bài cho:

Giả sử $P=\begin{bmatrix} P_1 & P_2 & P_3 \\ P_4 & P_5 & P_6 \\ P_7 & P_8 & P_9 \end{bmatrix}$

1. $A_2P = PA_1$

Ta có:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} P_1 & P_2 & P_3 \\ P_4 & P_5 & P_6 \\ P_7 & P_8 & P_9 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} P_1 & P_2 & P_3 \\ P_4 & P_5 & P_6 \\ P_7 & P_8 & P_9 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 2P_1+P_4+P_7 & 2P_2+P_8+P_5 & 2P_3+P_6+P_9 \\ 2P_4+P_7 & 2P_5+P_8 & 2P_6+P_9 \\ -P_7 & -P_8 & -P_9 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} 2P_1 & 2P_2+P_1 & 2P_1+2P_2+P_3 \\ 2P_4 & 2P_5+P_4 & 2P_4+P_6+2P_5 \\ 2P_7 & 2P_8+P_7 & 2P_7+2P_8+P_9 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow$$

$$(1): 2P_1 + P_4 + P_7 = 2P_1 \to P_4 + P_7 = 0$$

$$(2): 2P_2 + P_8 + P_5 = 2P_2 + P_1 \to P_8 + P_5 = P_1$$

$$(3): 2P_3 + P_6 + P_9 = 2P_1 + 2P_2 + P_3 \to P_3 + P_6 + P_9 = 2P_1 + 2P_2$$

$$(4): 2P_4 + P_7 = 2P_4 \to P_7 = 0 \to P_4 = 0$$

$$(5): 2P_5 + P_8 = 2P_5 + P_4 \to P_8 = P_4 = 0$$

$$(6): 2P_6 + P_9 = 2P_4 + P_6 + 2P_5 \to P_6 + P_9 = 2P_4 + 2P_5$$

$$(7): -P_7 = 2P_7 \to P_7 = 0(theo(4))$$

$$(8): -P_8 = 2P_8 + P_7 \to P_8 = 0(theo(5))$$

$$(9): -P_9 = 2P_7 + 2P_8 + P_9 \to -P_9 = P_9 \to P_9 = 0$$

2. $B_2 = PB_1$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_1 & P_2 & P_3 \\ P_4 & P_5 & P_6 \\ P_7 & P_8 & P_9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow$$

$$(10): 1 = P_1 + P_2$$

$$(11): 1 = P_4 + P_5 \to P_5 = 1(P_4 = 0(4))$$

$$(12): 0 = P_7 + P_8$$

3. $C_2 P = C_1$

$$\begin{pmatrix}1 & -1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}P_1 & P_2 & P_3 \\ P_4 & P_5 & P_6 \\ P_7 & P_8 & P_9\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & -1 & 0\end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow$$

$$(13): P_1 - P_4 = 1 \to P_1 = 1$$

$$(14): P_2 - P_5 = -1 \to P_2 = 0(P_5 = 1(11))$$

$$(15): P_3 - P_6 = 0 \to P_3 = P_6$$

Từ phương trình (1) đến phương trình (15), ta có:

$$P_2 = P_4 = P_7 = P_8 = P_9 = 0$$

$$P_1 = P_5 = 1$$

$$P_3 + P_6 = 2P_1 + 2P_2 = 2(theo(3))$$

$$P_6 = 2P_5 = 2(theo(6))$$

$$\to P_3 = 0$$

(vì $P_6 + P_3 = 2$ ở trên) nhưng $P_6 = P_3$ (theo phương trình (15))

Suy ra điều này vô lí

Vậy không tồn tại ma trận P nên hai hệ ban đầu không tương đương.

- Kiểm tra tính chất tương đương zero của hai hệ đầu bài cho:

1. $D_1 = D_2 = [0]$

Đúng

2. $C_1B_1 = C_2B_2$

$$\begin{pmatrix}1 & -1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & -1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$$

Đúng

3. $C_1A_1B_1 = C_2A_2B_2$

$$\begin{pmatrix}1 & -1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 1 & 2\\0 & 2 & 2\\0 & 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & -1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 1 & 1\\0 & 2 & 1\\0 & 0 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix}2 & -1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2 & -1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix}2 & -1 & 0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2 & -1 & 0\end{pmatrix}$$

Đúng

4. $C_1A_1{}^2B_1 = C_2A_2{}^2B_2$

$$\begin{pmatrix}1 & -1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 1 & 2\\0 & 2 & 2\\0 & 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 1 & 2\\0 & 2 & 2\\0 & 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}1 & -1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 1 & 1\\0 & 2 & 1\\0 & 0 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 1 & 1\\0 & 2 & 1\\0 & 0 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{pmatrix}4 & 0 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{pmatrix}4 & 0 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & 0 & 0\end{pmatrix}$$

Đúng. Vậy điều kiện thỏa mãn.

Kết luận: Hai hệ ban đầu tương đương zero