

Tìm hiểu toolbox linalg trong Python <https://docs.scipy.org/doc/numpy-1.15.1/reference/routines.linalg.html>.

Câu 1 Với tham số t , sử dụng toolbox linalg hãy đi tìm chuẩn 1, 2, ∞ của ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & t \\ t & 1+t^2 \end{bmatrix}$ với $t = 10, 100, 200, \dots, 1000$. Tìm số điều kiện của các ma trận A đó.

Câu 2 Ma trận Hermit được định nghĩa bởi $H_n = \left[\frac{1}{i+j-1} \right]_{i,j=1}^n$. Hãy đi tìm số điều kiện của H_5, H_{12} theo các chuẩn 1, 2, ∞ .

Câu 3 a) **Lý thuyết:** Sử dụng phương pháp khử Gauss trong lý thuyết để tìm phân tích LU và giải hệ phương trình sau

$$\begin{aligned} 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 &= 3, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 &= 3, \\ 4x_1 + 11x_2 + 7x_3 &= 4. \end{aligned}$$

b) **Thực hành:** Viết hàm trong Python để tìm phân tích $A = LU$ và giải hệ phương trình $Ax = b$ ở trên. So sánh kết quả của các em với cách giải sử dụng toolbox linalg trong Python.

Câu 4 a) **Lý thuyết:** Sử dụng phương pháp khử Gauss kết hợp với Pivoting trong lý thuyết để tìm phân tích PLU và giải hệ phương trình sau

$$\begin{aligned} -4x_1 + 1x_2 - 1x_3 &= -9, \\ -1x_1 + 4x_2 - 1x_3 &= -12, \\ 1x_1 + 1x_2 + 4x_3 &= 11. \end{aligned}$$

b) **Thực hành:** Viết hàm trong Python để tìm phân tích PLU của ma trận A và giải hệ phương trình $Ax = b$ ở trên. So sánh kết quả của các em với cách giải sử dụng toolbox linalg trong Python.

Câu 5 Tìm hiểu các ma trận Pascal, Leslie và Van der Monde trong module `scipy.linalg`. Tìm các phân tích LU và PLU của chúng, ứng với các ma trận cỡ 3×3 hoặc 4×4 .

—————Kết thúc phần 1—————

Câu 6 Tìm các phân tích PLU của các ma trận A dưới đây và giải hệ phương trình vi phân tương ứng, với b là random vector, làm tròn 4 chữ số thập phân khi tính toán bằng tay.

$$\begin{aligned} i) A &= \begin{bmatrix} 4 & -1 & -2 \\ -1 & 4 & -1 \\ -1 & -2 & 4 \end{bmatrix} & ii) A &= \begin{bmatrix} -3 & 1 & -1 \\ -1 & 4 & 1 \\ 2 & -1 & 6 \end{bmatrix}, \\ iii) A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} & iv) A &= \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Câu 7 Trong trường hợp ma trận A là đối xứng, xác định dương thì phương pháp Cholesky thường được sử dụng. Hãy đọc phương pháp này trang 116-120 (Giáo trình ĐHBK) hoặc Section 2.4 (Giáo trình Kiusalass) và tìm hiểu hàm `numpy.linalg.cholesky` trong Python. Áp dụng để giải hệ phương trình sau đối với vế phải b lần lượt bằng $[2 \ 3 \ 0]^T$ và $[2 \ 5 \ -2]^T$.

$$\begin{aligned} 4x_1 - 2x_2 + 4x_3 &= b_1, \\ -2x_1 + 5x_2 - 4x_3 &= b_2, \\ 4x_1 - 4x_2 + 6x_3 &= b_3. \end{aligned}$$

Kết thúc phần 2
