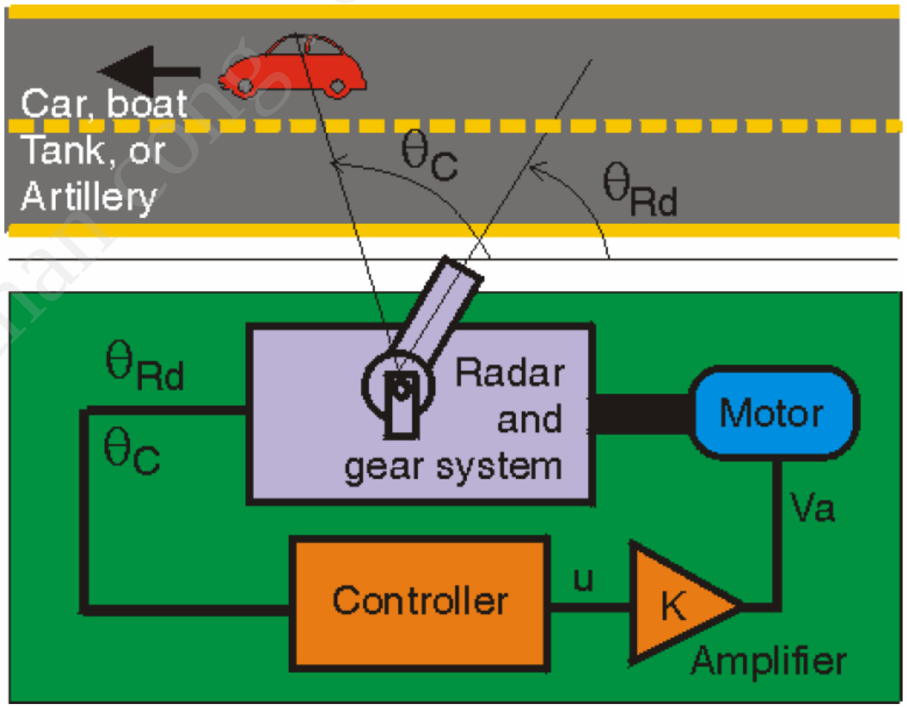
Lý thuyết Điều khiển tự động 1

Tiêu chuẩn ổn định Nyquist



ThS. Đỗ Tú Anh

Bộ môn Điều khiển tự động

Khoa Điện, Trường ĐHBK HN

Tiêu chuẩn Michailov

Mục đích

Sử dụng để khảo sát tính ổn định của một hệ thống dựa trên cơ sở dạng đồ thị của $A(j\omega) = A(s)\big|_{s=j\omega}$.

Xét đa thức hệ số thực $A(s) = a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \cdots + s^n$

có các nghiệm là s_k, $k=1,2,\ldots,n$.

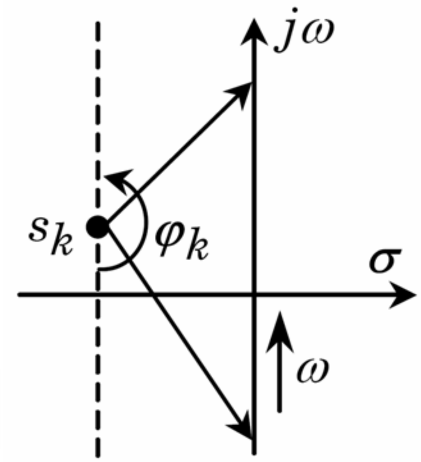
Khi đó

$$A(s) = (s - s_1)(s - s_2)\cdots(s - s_n)$$
$$\Leftrightarrow A(j\omega) = (j\omega - s_1)(j\omega - s_2)\cdots(j\omega - s_n).$$

Gọi $\varphi = \text{arc}\, A(j\omega)$ là góc pha của *A(jω)* thì

$$\varphi = \text{arc}\, A(j\omega) = \sum_{k=1}^{n} \underbrace{\text{arc}(j\omega - s_k)}_{\varphi_k}$$

Tiêu chuẩn Michailov (tiếp)



Xét góc quay của φ_k khi cho ω chạy từ $-\infty \to +\infty$,

ký hiệu $\Delta\varphi_k = \underset{-\infty\le\omega\le\infty}{\Delta\text{arc}}(j\omega - s_k)$, ta thấy

1) Nếu s_k nằm bên trái trục ảo (trục tung) thì $\Delta\varphi_k = \pi$.

2) Ngược lại nếu s_k nằm bên phải trục ảo (trục tung) thì

$$\Delta\varphi_k = -\pi.$$

Giả thiết *A(s)* không có nghiệm nào nằm trên trục ảo, số nghiệm nằm bên phải trục ảo là n^+ thì số nghiệm nằm bên trái trục ảo sẽ là $n\text{-}n^+$, ta có

$$\underset{-\infty\le\omega\le\infty}{\Delta\text{arc}} A(j\omega) = (n - n^+)\pi - n^+\pi,$$

Suy ra

$$\underset{-\infty\le\omega\le\infty}{\Delta\text{arc}} A(j\omega) = n\pi \quad \Leftrightarrow \quad \forall s_k, k = 1, 2, \ldots n \quad \text{đều nằm bên trái trục ảo}$$

Hệ ổn định khi và chỉ khi với sự thay đổi của ω từ $-\infty$ đến $+\infty$ đường đồ thị *A(jω)* bao gốc tọa độ một góc đúng bằng $n\pi$.

Tiêu chuẩn Michailov (tiếp)

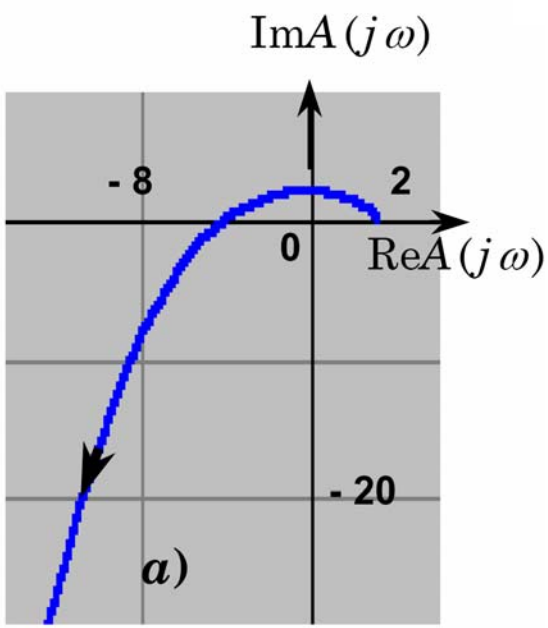
Do tính đối xứng của đồ thị qua trục thực, ta có

Hệ ổn định $\Leftrightarrow$ $\underset{0\le\omega\le\infty}{\Delta \arg} A(j\omega) = \dfrac{n\pi}{2}$.

Ví dụ

Xét đa thức bậc 3 là $A(s) = s^3 + 3s^2 + 3s + 2$. Đa thức này có

$A(j\omega) = (2-3\omega^2)+j(3\omega-\omega^3)$.



Đồ thị *A(jω)* đi qua 3 góc phần tư của mặt phẳng phức theo chiều kim đồng hồ, tức là bao gốc tọa độ một góc đúng bằng *3π /2.*

→ Hệ ổn định

Tiêu chuẩn Nyquist

Mục đích

Tiêu chuẩn Nyquist được sử dụng để xét tính ổn định của một hệ kín dựa trên ***đường đồ thị Nyquist*** của hệ hở.

Ý nghĩa ứng dụng

• Đặc tính tần số của hệ hở có thể dựng được dễ dàng trên cơ sở đặc tính tần số của từng khâu trong HT hoặc có thể xác định được bằng thực nghiệm

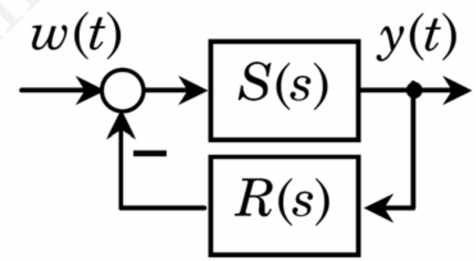
• T/c Nyquist cho phép xét tính ổn định của hệ có thời gian trễ

• Đồ thị Nyquist không những cho phép kiểm tra một hệ kín có ổn định hay không mà còn cho biết hệ ổn định ntn, ổn định có bền vững hay không (gần hay xa với biên giới ổn định)

• Đồ thị Nyquist không những có ý nghĩa trong việc khảo sát tính ổn định mà còn hỗ trợ thiết kế ĐK rất trực quan và tiện lợi

Tiêu chuẩn Nyquist (tiếp)

Xét hệ điều khiển phản hồi



- Hàm truyền đạt hệ kín $G(s) = \dfrac{R(s)S(s)}{1+R(s)S(s)}$.
- Hàm truyền đạt hệ hở $G_h(s) = R(s)S(s)$
- Hàm sai lệch phản hồi $F(s) = 1+R(s)S(s) = 1+G_h(s)$.

Giả sử

$$G_h(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = c\,\frac{(s-p_1)(s-p_2)\cdots(s-p_n)}{(s-q_1)(s-q_2)\cdots(s-q_n)}$$

trong đó c là hằng số. Ta có

$$\operatorname{arc}G_h(s) = \sum_{k=1}^{n}\operatorname{arc}(s-p_k) - \sum_{k=1}^{n}\operatorname{arc}(s-q_k)$$

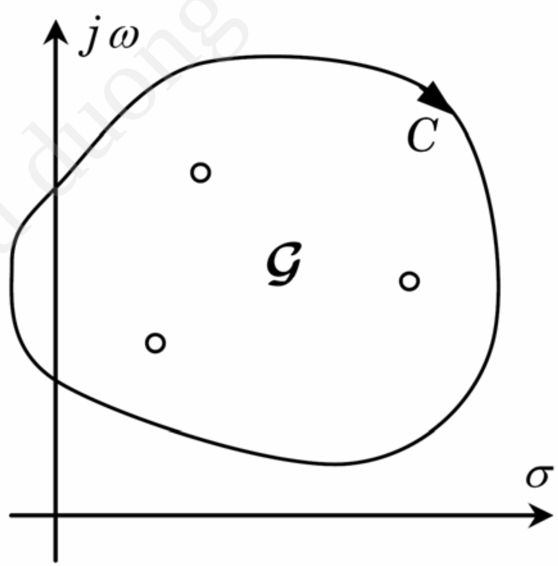
Tiêu chuẩn Nyquist (tiếp)

Định lý 9.1

Nếu một miền $\mathcal{G}$ chứa P điểm không và Q điểm cực của của $G_h(s)$ thì:

$$\oint_C d\text{arc}G_h(s) = -2\pi(P-Q)$$

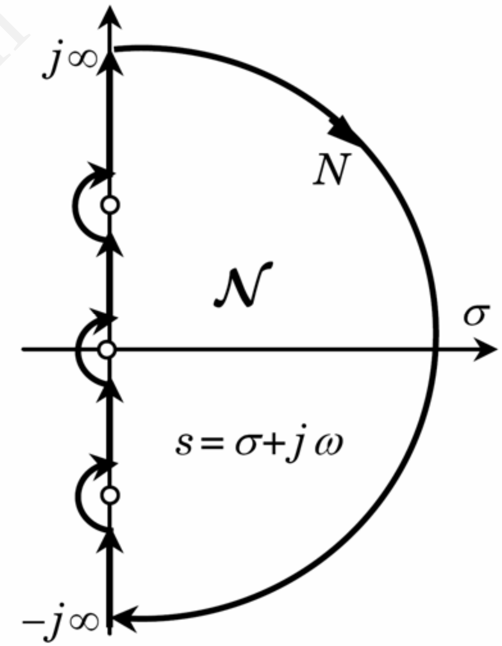
trong đó C là đường biên của $\mathcal{G}$ có chiều thuận kim đồng hồ, tức là chiều mà đi dọc theo nó, miền $\mathcal{G}$ luôn nằm phía phải như hình vẽ dướimô tả.



Tiêu chuẩn Nyquist (tiếp)

Đường cong Nyquist

Là đường cong khép kín N bao gồm trục ảo và nửa đường tròn có bán kính bằng ∞ phía phải trục ảo, trong đó khi đi trên trục ảo, mỗi khi gặp một nghiệm của *A(s)*, thì nó được thay bằng nửa đường tròn có bán kính đủ nhỏ bao phía trái điểm đó.



→N chứa tất cả các nghiệm không nằm bên trái trục ảo của A(s)

Ký hiệu

- n^0 là số nghiệm của $A(s)$ nằm trên trục ảo,
- n^+ là số nghiệm của $A(s)$ có phần thực dương

Ta có

$$\oint_N d\,\mathrm{arc}A(s) = -2\pi(n^+ + n^0) \qquad (9.1)$$

Tiêu chuẩn Nyquist (tiếp)

Quay lại hệ kín với hàm sai lệch phản hồi:

$$F(s) = 1 + G_h(s) = \frac{A(s) + B(s)}{A(s)}$$

Công thức (9.1) chỉ rằng:

$$\oint_N d\mathrm{arc}[1 + G_h(s)] = \oint_N d\mathrm{arc}[A(s) + B(s)] - \oint_N d\mathrm{arc}A(s) \qquad (9.2)$$

Vì nghiệm của *F(s)*, tức là nghiệm của *A(s) + B(s) = 0* cũng chính là điểm cực của hệ kín, nên theo định lý 9.1, để hệ kín ổn định thì cần và đủ là

$$\oint_N d\mathrm{arc}[A(s) + B(s)] = 0 \qquad (9.3)$$

Từ (9.1)-(9.3), ta có $\oint_C d\mathrm{arc}[1 + G_h(s)] = 2\pi(n^+ + n^0)$

Tiêu chuẩn Nyquist (tiếp)

Đường đồ thị Nyquist

Là đường quỹ đạo của $G_h(s)$ khi s chạy dọc trên N, ký hiệu là $G_h(N)$

T/c Nyquist Nếu hàm truyền đạt của hệ hở có n^0 điểm cực nằm trên trục ảo và n^+ điểm cực nằm bên phải trục ảo, thì cần và đủ để hệ kín ổn định là *đường đồ thị Nyquist* của hệ hở, ký hiệu là $G_h(N)$, bao điểm $-1+0j$ của mặt phẳng phức đúng $(n^+ + n^0)$ lần theo chiều ngược kim đồng hồ.

Trường hợp hệ hở ổn định $G_h(N) = G_h(j\omega)$

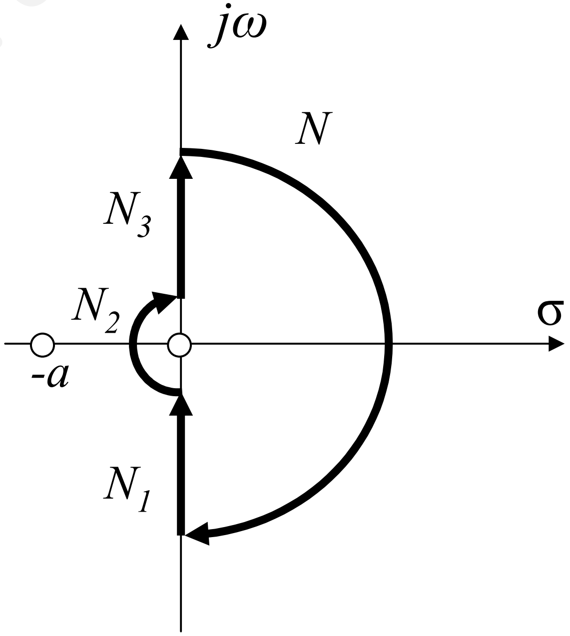
Nếu hệ hở ổn định thì hệ kín sẽ ổn định khi và chỉ khi đường quỹ đạo biên–pha $G_h(j\omega)$ của hệ hở không đi qua và không bao điểm $-1+0j$.

Ứng dụng của tiêu chuẩn Nyquist (tiếp)

Ví dụ 1

Xét hệ phản hồi âm có hàm truyền của hệ hở

$$G_h(s) = \frac{k}{s(1+Ts)}, \qquad k, T > 0$$



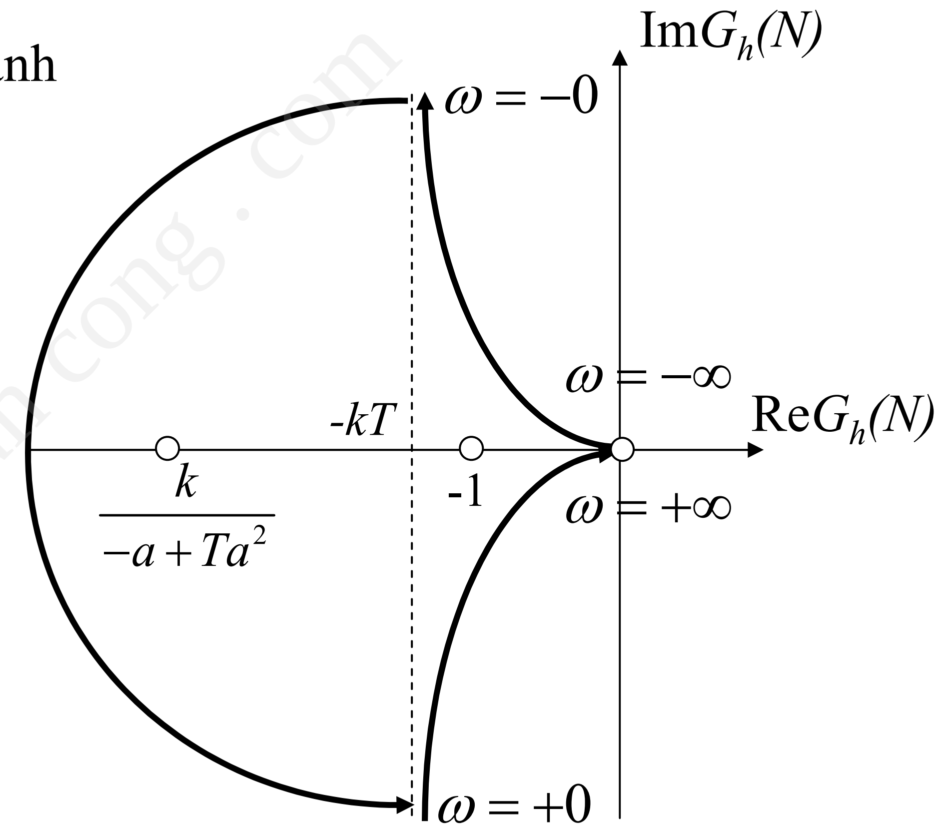
Đường cong Nyquist gồm ba đoạn

- N_1 nằm trên trục ảo có ω đi từ -∞ tới -0
- N_2 là nửa đường tròn phía trái trục ảo, có bán kính vô cùng nhỏ và tâm là gốc tọa độ
- N_3 nằm trên trục ảo có ω đi từ +0 tới +∞

Ứng dụng của tiêu chuẩn Nyquist (tiếp)

Đồ thị Nyquist $G_h(N)$ cũng gồm ba nhánh

- $G_h(N_1)$ là đường cong phía trên trục thực, có đường tiệm cận ReG_h=-kT khi ω tiến tới -0
- $G_h(N_2)$ là phần đường tròn phía trái đường tiệm cận ReGh=-kT với tâm 0 và bán kính bằng ∞
- $G_h(N_3)$ là đường cong phía dưới trục thực, có đường tiệm cận ReGh=-kT khi ω tiến tới +0



Ứng dụng của tiêu chuẩn Nyquist (tiếp)

Ví dụ 2

Xét hệ kín có hàm truyền đạt hệ hở

$$G(s)F(s) = \frac{K}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)(T_3 s + 1)}$$

Hệ số khuếch đại K có ảnh hưởng lớn đến tính ổn định của hệ thống

- Khi $K = K_1$

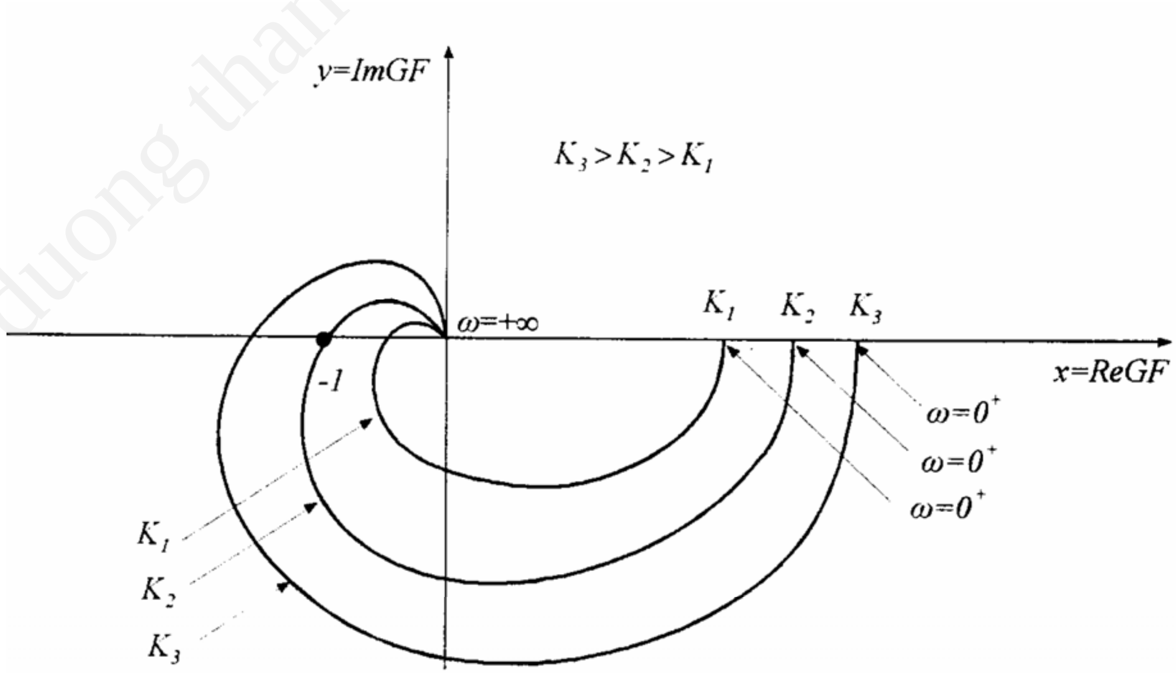
  → hệ kín ổn định

- Khi $K = K_2$

  → hệ kín ở biên giới ổn định

- Khi $K = K_3$

  → hệ kín không ổn định



Ứng dụng của tiêu chuẩn Nyquist (tiếp)

Ví dụ 3

Xét hệ kín có hàm truyền đạt hệ hở

$$G(s)F(s) = \frac{K(T's+1)^2}{(T_1s+1)(T_2s+1)(T_3s+1)(T_4s+1)^2}$$

Xét sự ảnh hưởng của hệ số khuếch đại K tới tính ổn định của hệ kín ???