Bài Tập Lý Thuyết Điều Khiển Hệ Thống - No. 3

Câu 1 *Các hệ thống sau có điều khiển được hay không? Vì sao? Tìm hàm truyền của các hệ thống đó. (**Gợi ý: Xem lại Bài tập 4, phiếu Bài tập No.1.**)*
*a) **Dạng chính tắc điều khiển được (controllability canonical form)***

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & & & \\ & \ddots & \ddots & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & 0 & 1 \\ -\alpha_1 & -\alpha_2 & \dots & \dots & -\alpha_r \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u, \tag{1}$$

$$y = \begin{bmatrix} \beta_1 & \dots & \dots & \beta_r \end{bmatrix} x + Du, \tag{2}$$

trong đó α_i, β_i, D là các hệ số (thực hoặc phức).
*b) **Dạng chính tắc quan sát được (observability canonical form)***

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -\alpha_1 & 1 & & & \\ \vdots & & \ddots & & \\ \vdots & & & \ddots & \\ -\alpha_{r-1} & & & & 1 \\ -\alpha_r & 0 & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \beta_{r-1} \\ \beta_r \end{bmatrix} u, \tag{3}$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix} x + Du, \tag{4}$$

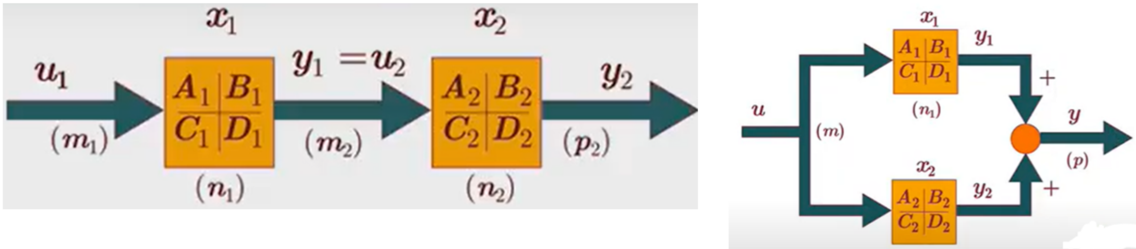
trong đó α_i, β_i, D là các hệ số (thực hoặc phức).
*c) **Bài toán nhận dạng (relization problem): Cho trước hàm truyền, đi tìm dạng không gian trạng thái.***
Hãy tổng quát hóa các dạng chính tắc ở trên, sao cho hàm truyền của hệ có dạng

$$G(s) = D + \frac{\beta_r s^{r-1} + \dots + \beta_2 s + \beta_1}{s^r + \alpha_r s^{r-1} + \dots + \alpha_2 s + \alpha_1}\ , \tag{5}$$

*trong đó $r \leq n$. Ở đây $G(s)$ được gọi là 1 hàm chính thường, **proper function**.*

Câu 2 ***Nghiên cứu về tính điều khiển được của 2 hệ thống được mắc nối tiếp/song song với nhau theo các sơ đồ trong Hình 1.***

Giả sử rằng các hệ con đều là điều khiển được.
1) Hãy xây dựng phương trình của hệ thống mắc nối tiếp, chú ý rằng ở đây đầu vào của hệ tổng chỉ có u_1, và đầu ra của hệ tổng là y_2. Chứng minh rằng nếu hệ thống tổng là điều khiển được thì nó không thể có vector riêng trái dạng $w = \begin{bmatrix} w_1 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{n_1+n_2}$ mà thỏa mãn điều kiện



Hình 1: Mạch nối tiếp (trái) & Mạch song song (phải)

$w^H B = 0$.
2) Hãy xây dựng phương trình của hệ thống song song. Chứng minh hệ thống song song sẽ đánh mất tính điều khiển được khi và chỉ khi A_1 và A_2 có giá trị riêng chung λ, và các vector riêng trái w_1, w_2 tương ứng thỏa mãn

$$w_1^H B_1 + w_2^H B_2 = 0,$$
$$w_1^H A_1 = \lambda w_1^H, \ w_2^H A_2 = \lambda w_2^H.$$

Câu 3 *Cho hệ điều khiển LTI là SISO (single input/single output). Hãy chứng minh công thức hàm truyền sau*

$$G(s) := D + C(sI - A)^{-1}B \ \overset{\text{chứng minh}}{=\!=\!=\!=} \ \frac{\det(sI - A + BC)}{\det(sI - A)} - 1 + D \ . \tag{6}$$

Câu 4 *Cho hệ thống điều khiển với thiết kế đạo hàm có dạng*

$$\dot{x} = Ax + Bu, \tag{7}$$
$$y = Cx + Du, \tag{8}$$
$$z = \frac{dy}{dt} \tag{9}$$

Hãy chuyển hệ trên về hệ điều khiển truyền thống, vẫn với đầu vào u nhưng đầu ra là z.

mũ

Câu 5 *a) Trong trường hợp hệ ổn định, Gramian điều khiển W_c được xác định bởi công thức*

$$W_c = \int_0^\infty e^{At} B B^T e^{A^T t} dt.$$

Hãy chứng minh W_c thỏa mãn phương trình Lyapunov sau

$$AW_c + W_c A^T = -BB^T \ . \tag{10}$$

b) Trường hợp tổng quát của phương trình Lyapunov là phương trình Sylvester có dạng

$$AX + XB = C. \tag{11}$$

Chứng minh rằng điều kiện cần và đủ để phương trình Sylvester có nghiệm là $\sigma(A) \cap \sigma(-B) = \emptyset$, trong đó $\sigma(A)$ là phổ của ma trận A.

c) ***Luật khử Roth***

Chứng minh rằng điều kiện đủ để hai ma trận $\begin{bmatrix} A & C \\ 0 & B \end{bmatrix}$ *và* $\begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{bmatrix}$ *(với số chiều ma trận phù hợp) là đồng dạng là* ***phương trình Sylvester*** $AX - XB = C$ ***có nghiệm****.*

Câu 6 ***Bài tập lập trình (Optional)***

Hãy đi tìm hiểu các lệnh sau trong MATLAB: ***ctrb, ctrbf****. Thực hành dựa trên:*
a) Bài tập 5a, phiếu Bài tập No.2.
b) Ví dụ của Bài tập 1 ở trên (chon 2 vector α *và* β *là input vector). Viết function kiểm tra tính điều khiển được trong MATLAB.*