

Câu 1: Hệ điều khiển sau có điều khiển được hay không? Vì sao?

Câu 1: Đây là hệ LTI (hệ thống tuyến tính không đổi).

P1: Ma trận điều khiển Kalman.  $K(A, B) = [B \ AB \ A^2B]$  (vì lối  $\infty \times 3$ ).

P2: (Phân tích cấu trúc Kalman)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & -3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow K(A, B) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -3 \\ 1 & -3 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{rank}(K(A, B)) = 3 = n.$$

Ma trận điều khiển Kalman đủ hàng đồng  $\Leftrightarrow$  Hệ là điều khiển. (Cặp  $(A, B)$  là điều khiển).

( $\text{rank}(A) = \text{rank}(A^T)$ ).

Đủ hàng đồng: VD:  $\dot{x} = Ax + Bu$ ,  $A$  nt,  $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

$$\Rightarrow K(A, B) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & -3 & 0 & 6 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{rank}(K(A, B)) = 3 = \# \text{đồng} \Rightarrow \text{Hệ vẫn điều khiển}.$$

MATLAB:  $A, B \Rightarrow \text{ctrb}(A, B)$  cho ta chính xác  $K(A, B)$ .

ctrb: controllability: tính điều khiển.

Câu 2:

a) Đặt  $C = [B \ AB \ \dots \ A^{n-1}B]$

$$\Rightarrow AC = [AB \ A^2B \ \dots \ A^nB].$$

Ta biết  $\text{rank}(C) \geq \text{rank}(AC)$ .

Nếu  $\text{rank}(C) = \text{rank}(AC)$  lý thuyết luôn đúng, v.d.  $B = I$ ,  $A = 0$ .

$$\Rightarrow C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \text{ có rank} = 1,$$

b) Nếu  $\text{rank}(C) < \text{rank}(AC)$   $\Rightarrow$  mệnh đề là sai.

Ta có  $\text{rank}(C) = \text{rank}(AC) \Rightarrow$  mệnh đề là đúng.

Câu 3: VD tất cả lô tự do (free)  $u=0$ .

Pt(3) S<sup>7</sup> định kiện cần/nút

$$\Leftrightarrow \sigma_{\text{h}$$

Tất cả  $\forall$  giá trị riêng  $\lambda$  của  $\lambda$  thì  $\text{Re}(\lambda) < 0$ .

$$\sigma_{\text{h}} = \{\lambda \mid p(\lambda) = \det(\lambda^2 + \alpha_{n-1}\lambda^{n-1} + \dots + \alpha_1\lambda + \alpha_0) = 0\} \quad (1).$$

Tất cả bao toàn tính các giá trị riêng (tính phỏng) rất quan trọng.

Chuyển lô lắc n về lô bậc 1  $\Rightarrow \dot{x} = Ax$ .

Phô' của lô lắc  $\sigma_{\text{h}}$  chính = tập các giá trị riêng của  $A$ , k/c  $\sigma(A)$  (2).

Lý thuyết  $\sigma_{\text{h}} = \sigma(A)$  nên tính cái nào O quan trọng.

Thực tế:  $\sigma_{\text{h}} = \text{cách giải pt } p(x) = 0 \rightarrow$  sai số có thể rất lớn.

Tính  $\sigma(A)$  tốt hơn rất nhiều.

Câu 1 Hệ điều khiển sau có điều khiển được hay không? Vì sao?

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & -3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u, \quad (1)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} x. \quad (2)$$

$$x^{(n)} + \alpha_{n-1}x^{(n-1)} + \dots + \alpha_1x + \alpha_0x = u(t) \quad (3)$$

Tính  $\det(A)$  tốt hơn rất nhiều.

Google: Wilkinson.

BT: Tô V.d Wil → hãy xây dựng 1 đa thức  $q(x)$  bậc 20 có các n<sup>o</sup> rất đẹp  
nhưng khi giải ss' tìm n<sup>o</sup> (v.d. fsolve) → n<sup>o</sup> rất xấu.

chuyển về hệ cấp 1 & tìm các gtr của lè.

Câu 4:  $(A, B)$  đ'lli' đk  $\Leftrightarrow K(A, B) = [B \ AB \ \dots \ A^{n-1}B]$  đủ h'g đồng. (1)  
 $(-A, B)$  "  $\Leftrightarrow K_1(A, B) = [B \ -AB \ \dots \ (-1)^{n-1}A^{n-1}B]$  ". (2).

Tất th'g rank  $K(A, B) = n \Leftrightarrow \text{rank } K_1(A, B) = n \Rightarrow (A, B)$  đ'lli' đk  $\Leftrightarrow (-A, B)$

~~Đ/c~~ Khi lè LTV đều này O đúng, v.d.  $\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -t & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ t \end{bmatrix}u(t)$  (3)

Tac'  $M_0 = B = \begin{bmatrix} 1 \\ t \end{bmatrix}$ ,  $M_1 = -AM_0 + M_0' = -\begin{bmatrix} -t & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$   
 $\Rightarrow [M_0 \ M_1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ t & 0 \end{bmatrix}$  0 đủ h'g đồng  $\Rightarrow (3)$  lè đ'lli' đk -

Tax' lè  $\dot{x}(t) = -A(t)x(t) + B(t)u(t) = \begin{bmatrix} t & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ t \end{bmatrix}u(t)$  (4)

$\Rightarrow \tilde{M}_0 = B = \begin{bmatrix} 1 \\ t \end{bmatrix}$ ,  $\tilde{M}_1 = A\tilde{M}_0 + \tilde{M}_0' = \begin{bmatrix} -t & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow [\tilde{M}_0 \ \tilde{M}_1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ t & 2 \end{bmatrix} \rightarrow$  đ'lli' đk  $\Rightarrow (4)$  lè đ'lli' đk.

Tac'  $(A, B)$  lè đ'lli' đk nhưng  $(-A, B)$  đ'lli' đk.

Phản bội vàng dễ sai vì đk là đủ nhưng chưa chắc là cần.