BÀI TẬP NHÓM 8

Thành viên nhóm:

1. *Nguyễn Thu Phương - 17001471*
2. *Nguyễn Thị Hà - 17000588*
3. *Nguyễn Thị Thùy Trang - 17001010*
4. *Trần Thị Thơm - 17000293*

Bài 1:

VD 2.13

Hãy xét mạng được hiển thị trong hình 2.17 (a), trong đó T là một đi-ốt tunnel với các đặc tính như trong hình 2.17 (b). Gọi x_1 là hiệu điện thế trên tụ điện và x_2 là cường độ dòng điện qua cuộn cảm. Khi đó ta có $v = x_1$ và

$$x_2(t) = C\,\dot{x_1}(t) + i(t) = C\dot{x_1}(t) + h\big(x_1(t)\big)$$

$$L\dot{x_2}(t) = E - Rx_2(t) - x_1(t)$$

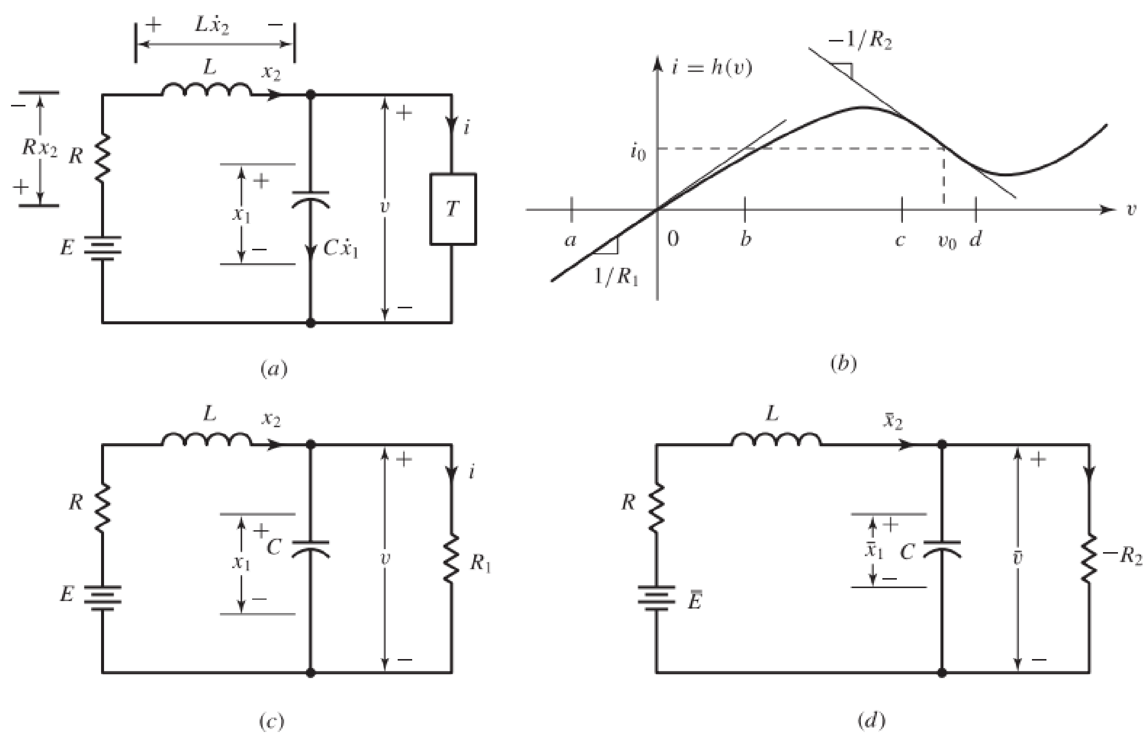
Chúng có thể được sắp xếp như sau

$$\dot{x_1}(t) = \frac{-h(x_1(t))}{C} + \frac{x_2(t)}{C}$$

$$\dot{x_2}(t) = \frac{-x_1(t) - Rx_2(t)}{L} + \frac{E}{L}$$

Tập hợp các phương trình phi tuyến tính này mô tả mạng. Bây giờ nếu x_1 (t) được biết là chỉ nằm trong khoảng (a, b) được hiển thị trong hình 2.17 (b), thì h (x_1 (t)) có thể được tính gần đúng bởi CT **h(x_1 (t)) = x_1 (t) / R_1**. Trong trường hợp này, mạng có thể rút gọn thành một như hình 2.17(c) và có thể được mô tả bởi

$$\begin{bmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/CR_1 & 1/C \\ -1/L & -R/L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/L \end{bmatrix} E$$



Hình 2.17

Đây là một phương trình không gian-trạng thái LTI. Bây giờ nếu x_1 (t) được biết là chỉ nằm trong khoảng (c,d) được hiển thị trong hình 2.17 (b), chúng ta có thể đưa vào các biến $x_1(t) = x_1(t) - v_o$, $x_2(t) = x_2(t) - i_o$ và $h(x_1(t))$ xấp xỉ bằng $i_o - x_1(t) / R_2$. Thay thế chúng thành (2.32) thu được

$$\begin{bmatrix} \dot{\overline{x_1}} \\ \dot{\overline{x_2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/CR_1 & 1/C \\ -1/L & -R/L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{x_1} \\ \overline{x_2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/L \end{bmatrix} \overline{E}$$

Trong đó $\overline{E} = E - v_o - Ri_o$. Phương trình này thu được bằng cách chuyển điểm hoạt động từ *(0, 0)* sang (v_o, i_o) và tuyến tính hóa tại (v_o, i_o). Bởi vì hai phương trình tuyến tính hóa giống hệt nhau nếu R_2 được thay thế bằng R_1 và E bằng E, chúng ta có thể dễ dàng thu được mạng tương đương của nó được thể hiện trong Hình 2.17 (d). Lưu ý rằng sẽ không hiển nhiên làm thế nào để có được mạng tinh thể tương đương từ mạng ban đầu mà không phát triển phương trình trạng thái trước.

Bài 4:

a) Kiểm tra 2 hệ có tương đương hay không?

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} * u \\ y = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} * x \end{cases} \quad \text{và} \quad \begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} * x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} * u \\ y = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} * x \end{cases}$$

Từ hệ trên ta tìm được các giá trị A1, A2, B1, B2, C1, C2 như sau:

A1 = $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

A2 = $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

B1 = B2 = $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$;

C1 = C2 = $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

- Gọi ma trận P có dạng như sau (ma trận 3*3)

$$P=\begin{bmatrix} p1 & p2 & p3 \\ p4 & p5 & p6 \\ p7 & p8 & p9 \end{bmatrix}.$$

Vì P chưa xác định nên ta cần tính P bằng các giải hệ phượng trình như sau: $\begin{cases} A2 * P = P * A1 & (1) \\ B2 = P * B1 & (2) \\ C2 * P = C1 & (3) \end{cases}$

- **giải hệ (1) ta có:**

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} p1 & p2 & p3 \\ p4 & p5 & p6 \\ p7 & p8 & p9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p1 & p2 & p3 \\ p4 & p5 & p6 \\ p7 & p8 & p9 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2p1 + p4 + p7 & 2p2 + p5 + p8 & 2p3 + p6 + p9 \\ 2p4 + p7 & 2p5 + p8 & 2p6 + p9 \\ -p7 & -p8 & -p9 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 2p1 & p1 + 2p2 & 2p1 + 2p2 + p3 \\ 2p4 & p4 + 2p5 & 2p4 + 2p5 + p6 \\ 2p7 & p7 + 2p8 & 2p7 + 2p8 + p9 \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2P1 + P4 + P7 = 2P1 \\ 2P2 + P5 + P8 = P1 + 2P2 \\ 2P3 + P6 + P9 = 2P1 + 2P2 + P3 \\ 2P4 + P7 = 2P4 \\ 2P5 + P8 = P4 + 2P5 \\ 2P6 + P9 = 2P4 + 2P5 + P6 \\ -P7 = 2P7 \\ -P8 = P7 + 2P8 \\ -P9 = 2P7 + 2P8 + P9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} P4 + P7 = 0 \\ P5 + P8 - P1 = 0 \\ P3 - 2P1 - 2P2 + P6 + P9 = 0 \\ P7 = 0 \\ P8 - P4 = 0 \\ P6 - 2P4 - 2P5 + P9 = 0 \\ P8 = 0 \\ P9 = 0 \\ P4 = 0 \\ P7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P5 - P1 = 0 \\ 2P1 + 2P2 - P3 - P6 = 0 \quad (**) \\ 2P5 - P6 = 0 \\ P4 = P7 = P8 = P9 = 0 \end{cases}$$

- **giải (2)**

$$\begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} p1 & p2 & p3 \\ p4 & p5 & p6 \\ p7 & p8 & p9 \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p1 + p2 \\ p4 + p5 \\ p7 + p8 \end{bmatrix} \qquad \Leftrightarrow \begin{cases} p1 + p2 = 1 \\ p4 + p5 = 1 \end{cases}$$

- **giải (3)**

$$|1 \quad -1 \quad 0| = \begin{vmatrix} p1 & p2 & p3 \\ p4 & p5 & p6 \\ p7 & p8 & p9 \end{vmatrix} * |1 \quad -1 \quad 0|$$

$$\Leftrightarrow \quad [1 \quad -1 \quad 0] = [p1 - p4 \quad p2 - p5 \quad p3 - p6]$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} p1 - p4 = 1 \\ p2 - p5 = -1 \\ p3 - p6 = 0 \end{cases}$$

- Từ giải hệ (1) , (2) , (3) ta có

p2 = p4 = p7 = p8 = p9 = 0

$p1 = p5 = 1$

$p3 = p6 = 2$

Thay kết quả tìm được P vào phương trình (**) ta thấy 2 =0 (vô lý)

Vậy không tồn tại P

$\Rightarrow$ hệ không tương đương.

b) Hai hệ có tương đương zero hay không ?

Hai hệ là tương đương trạng thái 0 (zero – state equivalent)

$\Leftrightarrow D = \bar{D}$ và $CA^iB = \overline{CA^i}B$ $\forall i = 0, 1, \ldots$ đánh máy sai lung tung

(n ; số chiều của biến x)

= số cột của C = số hàng của B = size(A)

$A_2P = PA_1$,

- i = 0, $CB = \overline{CB}$

$$\begin{bmatrix}1 & -1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\1\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & -1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\1\\0\end{bmatrix} \Leftrightarrow 0 = 0$$

- i = 1, $CAB = \overline{CAB}$

$$\begin{bmatrix}1 & -1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2 & 1 & 2\\0 & 2 & 2\\0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\1\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & -1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2 & 1 & 1\\0 & 2 & 1\\0 & 0 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\1\\0\end{bmatrix} \Leftrightarrow 1 = 1$$

- i = 2

$$\begin{bmatrix}1 & -1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2 & 1 & 2\\0 & 2 & 2\\0 & 0 & 1\end{bmatrix}^2\begin{bmatrix}1\\1\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & -1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2 & 1 & 1\\0 & 2 & 1\\0 & 0 & -1\end{bmatrix}^2\begin{bmatrix}1\\1\\0\end{bmatrix} \Leftrightarrow 4 = 4$$

$\Rightarrow$ Hai hệ có tương đương zero