

Bài tập Chương 1 (trích Sách Giáo Khoa, có điều chỉnh)

- Tìm những khoảng cách ly nghiệm thực của các phương trình sau:  
(a)  $x^4 - 4x + 1 = 0$ ; (b)  $x^4 - 4x^3 + 2x^2 - 8 = 0$ .
- Sử dụng phương pháp chia đôi tìm nghiệm gần đúng ở lần lặp thứ 5 ( $x_5$ ) của phương trình  $\sqrt{x} - \cos x = 0$  trong  $[0, 1]$ . Sử dụng công thức đánh giá sai số tổng quát, tính sai số của nó và so sánh với sai số theo công thức sai số của phương pháp chia đôi.
- Sử dụng phương pháp chia đôi tìm nghiệm gần đúng với sai số nhỏ hơn  $10^{-2}$  của phương trình  $x = \operatorname{tg} x$  trong  $[4, 4.5]$ .
- Sử dụng phương pháp lặp, tìm nghiệm gần đúng với sai số nhỏ hơn  $10^{-3}$  cho các phương trình sau:  
(a)  $x = \frac{x^2 - e^x + 2}{3}$  trong đoạn  $[0, 1]$ , chọn  $x_0 = 0.5$ .  
(b)  $x^3 - 3x^2 - 5 = 0$  trong đoạn  $[3, 4]$ , chọn  $x_0 = 3.5$ ;
- Với các phương trình dưới đây, hãy xác định khoảng  $[a, b]$  mà trong đó phương pháp lặp hội tụ. Đánh giá số lần lặp cần thiết để tìm nghiệm gần đúng với độ chính xác  $10^{-4}$  ( $x_0$  tự chọn).  
(a)  $x = \frac{5}{x^2} + 2$ ; (b)  $x = \frac{1}{2}(\sin x + \cos x)$ .
- Xét phương trình  $e^x - 3x^2 = 0$ . Giữa hai khoảng cách ly nghiệm  $[0, 1]$  và  $[3, 5]$ , đoạn nào thỏa điều kiện hội tụ của phương pháp Newton đối với phương trình trên. Ứng với khoảng cách ly vừa tìm, hãy dùng phương pháp Newton tìm nghiệm gần đúng phương trình đã cho với độ chính xác  $10^{-5}$ .
- Đa thức  $P(x) = 10x^3 - 8.3x^2 + 2.295x - 0.21141 = 0$  có nghiệm  $\bar{x} = 0.29$ . Sử dụng phương pháp Newton với giá trị lặp ban đầu  $x_0 = 0.28$  để tìm nghiệm này. Giải thích điều gì xảy ra.
- Trong các hệ phương trình sau đây, hãy tìm  $x_1, y_1$  theo phương pháp Newton.  
(a)  $\begin{cases} y + 1 = x^2 \\ 5 - y^2 = x^2 \end{cases}, x_0 = y_0 = 1.75$ ;  
(b)  $\begin{cases} \sin(x + y) = 1 \\ x^3 - 3xy + y^3 = 1 \end{cases}, x_0 = 0.2, y_0 = 1.2$ .
- Vận tốc rơi của một vật được tính theo công thức:

$$v = \frac{gm}{c} (1 - e^{-(c/m)t}),$$

với  $g = 9.8m/s^2$ . Biết  $c = 13.5kg/s$ , hãy xác định khối lượng  $m$  để cho  $v = 36m/s$  tại thời điểm  $t = 6s$ . Tính đến ba chữ số đáng tin sau dấu chấm thập phân.