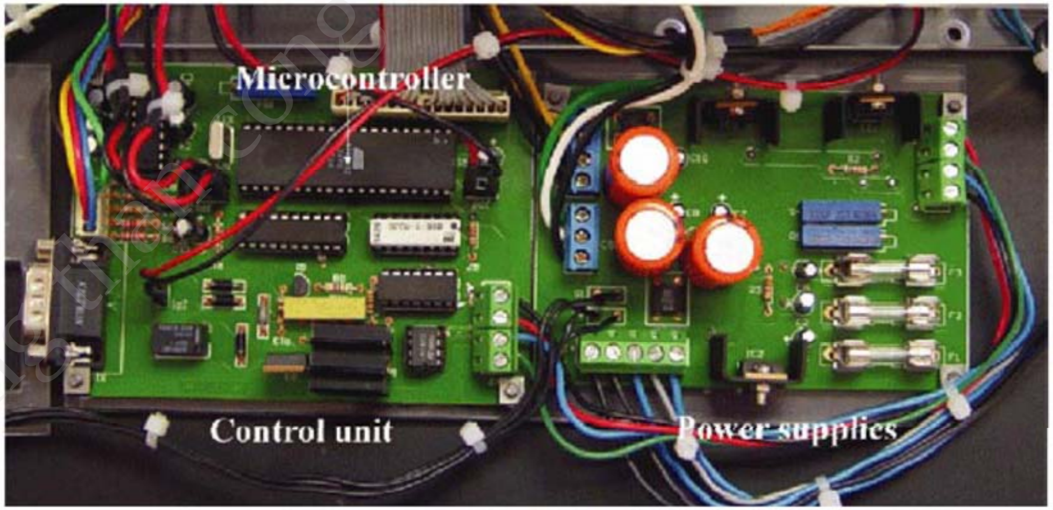
# Kỹ thuật Điều khiển tự động

*Tính ổn định*

*Tính điều khiển được*

*Tính quan sát được*






**ThS. Đỗ Tú Anh**
Bộ môn Điều khiển tự động
Khoa Điện, Trường ĐHBK HN

# Tính ổn định

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$
$$y(t) = Cx(t) + Dw(t)$$

(1)

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D = C\frac{adj(sI - A)}{\det(sI - A)}B + D$$

(2)

## *Ổn định BIBO*

Một hệ thống được gọi là ổn định BIBO nếu khi kích thích hệ bằng tín hiệu *u(t)* bị chặn ở đầu vào thì hệ sẽ có đáp ứng *y(t)* ở đầu ra cũng bị chặn (tất cả các điểm cực của hệ đều nằm ở nửa bên trái mặt phẳng phức *s*).

Từ (2) suy ra

Hệ (1) ổn định BIBO khi và chỉ khi ma trận A có tất cả các giá trị riêng nằm bên trái trục ảo, tức là khi và chỉ khi

$$p(s) = \det(sI - A)$$

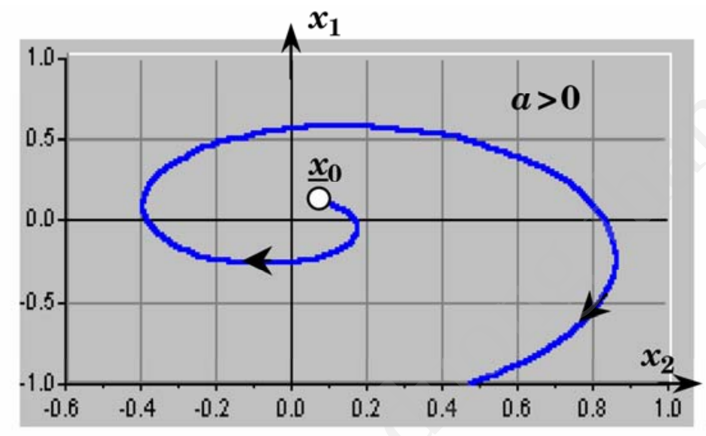
có tất cả các nghiệm có phần thực âm.

⇒ Có thể sử dụng các tiêu chuẩn Routh, Hurwitz được không???

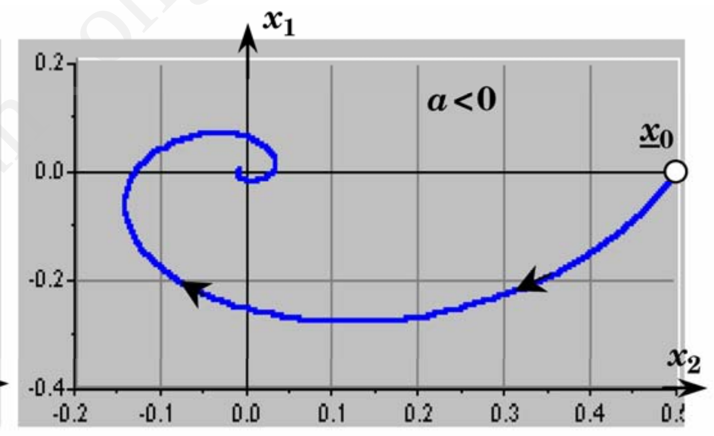
# Tính ổn định (tiếp)

## *Ổn định Lyapunov*

Hệ ổn định tiệm cận Lyapunov (cũng chính là ổn định BIBO) khi và chỉ khi các quỹ đạo trạng thái tự do có hướng tiến về gốc tọa độ và kết thúc tại đó.




Không ổn định




Ổn định

## *Hàm Lyapunov và tiêu chuẩn ổn định Lyapunov*

Đọc tài liệu

# Tính điều khiển được

## *Định nghĩa*

Một hệ thống tuyến tính liên tục đgl điều khiển được nếu tồn tại ít nhất một tín hiệu điều khiển đưa được nó từ một điểm trạng thái ban đầu $\underline{x}_0$ (tùy ý) về được gốc tọa độ $\underline{0}$ ***trong khoảng thời gian hữu hạn***

Hệ đgl điều khiển được hoàn toàn tại $\underline{x}_0$ nếu với một điểm trạng thái đích $\underline{x}_T$ (tùy ý), nhưng cho trước, luôn tồn tại một tín hiệu điều khiển $\underline{u}(t)$ đưa hệ từ $\underline{x}_0$ tới được $\underline{x}_T$ trong khoảng thời gian hữu hạn

## *Tiêu chuẩn Kalman*

Cần và đủ để hệ liên tục tuyến tính (1) điều khiển được là

$$\underbrace{\mathrm{Rank}(B, AB, \cdots, A^{n-1}B)}_{\text{Ma trận điều khiển được}} = n.$$

# Tính điều khiển được (tiếp)

**Ví dụ**

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

# Tính quan sát được

## *Ý nghĩa*

• Trong điều khiển hồi tiếp, tín hiệu điều khiển được tính toán dựa trên thông tin hồi tiếp của các tín hiệu ra và các tín hiệu trạng thái

• Không phải mọi tín hiệu đều có thể đo được trực tiếp bằng cảm biến mà chỉ có thể có được một cách gián tiếp thông qua các tín hiệu đo được khác

***Quan sát một tín hiệu*** được hiểu là công việc xác định tín hiệu thông qua đo trực tiếp hoặc gián tiếp qua các tín hiệu đo được khác (thường là các tín hiệu vào ra)



## *Định nghĩa*

Một hệ thống có tín hiệu vào $\underline{u}(t)$ và tín hiệu ra $\underline{y}(t)$ được gọi là:

a) *Quan sát được tại thời điểm* $t_0$, nếu tồn tại ít nhất một giá trị hữu hạn $T > t_0$ để điểm trạng thái $\underline{x}(t_0)=\underline{x}_0$ xác định được một cách chính xác thông qua vector các tín hiệu vào ra $\underline{u}(t)$, $\underline{y}(t)$ trong khoảng thời gian $[t_0, T]$.

# Tính quan sát được (tiếp)

## *Định nghĩa (tiếp)*

b) *Quan sát được hoàn toàn tại thời điểm* $t_0$, nếu với mọi $T > t_0$, điểm trạng thái $\underline{x}_0 = \underline{x}(t_0)$ luôn xác định được một cách chính xác từ vector các tín hiệu vào ra $\underline{u}(t)$, $\underline{y}(t)$ trong khoảng thời gian $[t_0, T]$.

Nếu hệ (1) quan sát được tại thời điểm $t_0$ thì nó cũng quan sát được tại mọi thời điểm $t \neq 0$

## *Tiêu chuẩn Kalman*

Cần và đủ để hệ liên tục tuyến tính (1) quan sát được là

$$\text{Rank}\begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix} = n$$

Ma trận quan sát được

# Tính quan sát được (tiếp)

**Ví dụ**

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & -2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix}u, \qquad y=\begin{bmatrix}2 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$$