ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

KHOA TOÁN – CƠ – TIN HỌC

Nguyễn Thái Thảo Nguyên

MỘT SỐ VẤN ĐỀ CHỌN LỌC TRONG TÍNH TOÁN KHOA HỌC

Ngành Toán – Tin Ứng Dụng

(Chương trình đào tạo chuẩn)

Câu 1:

$$G(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{s}{(s-1)^2} & \dfrac{s}{s-1} \\ \dfrac{s^2+2s-9}{(s-1)(s+3)} & \dfrac{s+4}{s+3} \end{bmatrix}$$

a. Tìm 2 nhận dạng chính tắc

Ta có:

$$D = \lim_{s\to+\infty} G(s) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

và

$$G(s) - D = \begin{bmatrix} \frac{s}{(s-1)^2} & \frac{1}{s-1} \\ \frac{-6}{(s-1)(s+3)} & \frac{1}{s+3} \end{bmatrix} = \frac{1}{(s-1)^2(s+3)} \begin{bmatrix} s(s+3) & (s-1)(s+3) \\ -6(s-1) & (s-1)^2 \end{bmatrix}$$

$$Q(s) = (s-1)^2(s+3) = (s^2-2s+1)(s+3) = s^3+s^2-5s+3$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = 1;\ \alpha_2 = -5;\ \alpha_3 = 3$$

$$N(s) = N_1 s^2 + N_2 s + N_3 = \begin{bmatrix} s^2+3s & s^2+2s-3 \\ -6s+6 & s^2-2s+1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} s^2 + \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -6 & -2 \end{bmatrix} s + \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow N_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; N_2 = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -6 & -2 \end{bmatrix}; N_3 = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}$

- Dạng chính tắc điều khiển được:

  Số chiều là n = rp = 3*2 = 6

  Hệ không gian – trạng thái:

  $$\begin{cases} \dot{x} = \mathrm{Ax+Bu} \\ y = Cx + Du \end{cases}$$

  Với

  $$A = \begin{bmatrix} -\alpha_1 I_p & -\alpha_2 I_p & -\alpha_3 I_p \\ I_p & 0_p & 0 \\ 0 & I_p & 0_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 5 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 5 & 0 & -3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

  $$B = \begin{bmatrix} I_p \\ 0_p \\ 0_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

  $$C = [N_1 \quad N_2 \quad N_3] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 2 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & -6 & -2 & 6 & 1 \end{bmatrix}$$

  $$D = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- Dạng chính tắc quan sát được:

Số chiều là n=rp=3*2=6

Hệ không gian – trạng thái:

$$\begin{cases} \dot{x} = \text{Ax+Bu} \\ y = Cx + Du \end{cases}$$

Với

$$A = \begin{bmatrix} -\alpha_1 I_p & I_p & 0 \\ -\alpha_2 I_p & 0_p & I_p \\ -\alpha_3 I_p & 0 & 0_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 3 & 2 \\ -6 & -2 \\ 0 & -3 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C = [I_q \quad 0_q \quad 0_q] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

a.Tìm 2 dạng chính tắc điều khiển được và quan sát được của hàm truyền bằng thực hành

Code MATLAB:

```
n1= [0 1 3 0; 1 1 -11 9];
q1= [1 1 -5 3];
[A1, B1, C1, D1]= tf2ss(n1,q1)
```

```
n2= [1 2 -3 0; 1 2 -7 4];
q2= [1 1 -5 3];
[A2, B2, C2, D2]= tf2ss(n2,q2)


A= blkdiag(A1, A2)
B= blkdiag(B1, B2)
C= [C1 C2]
D= [D1 D2]
```

Kết quả thu được:

```
A =

    -1     5    -3     0     0     0
     1     0     0     0     0     0
     0     1     0     0     0     0
     0     0     0    -1     5    -3
     0     0     0     1     0     0
     0     0     0     0     1     0


B =

     1     0
     0     0
     0     0
     0     1
     0     0
     0     0
```

```
C =

     1     3     0     1     2    -3
     0    -6     6     1    -2     1


D =

     0     1
     1     1


3 states removed.
```

b. Tìm nhận dạng tối thiểu áp dụng lệnh minreal

Code MATLAB:

```
[A,B,C,D]= minreal(A,B,C,D)
```

```
3 states removed.

A =

   -0.6387    5.0716    1.0711
    0.8890   -1.1568   -0.5902
    0.2736    0.8325    0.7955


B =

   -0.8058   -0.4395
    0.0619    0.1333
   -0.0455   -0.2234
```

```
C =

   -1.2523   -2.9014   -3.7435
    0.7096    8.7805   -0.6317


D =

     0     1
     1     1
```

Vậy nhận dạng tối thiểu tìm được là:

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} -0.6387 & 5.0716 & 1.0711 \\ 0.8898 & -1.1568 & -0.5902 \\ 0.2736 & 0.8325 & 0.7955 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} -0.8058 & -0.4395 \\ 0.0619 & 0.1333 \\ -0.0455 & -0.2234 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} -1.2523 & -2.9014 & -3.7435 \\ 0.7096 & 8.7805 & -0.6317 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} u \end{cases}$$

c. Tìm phép đổi biến số thích hợp (magnitude scaling)

Sử dụng Octave:

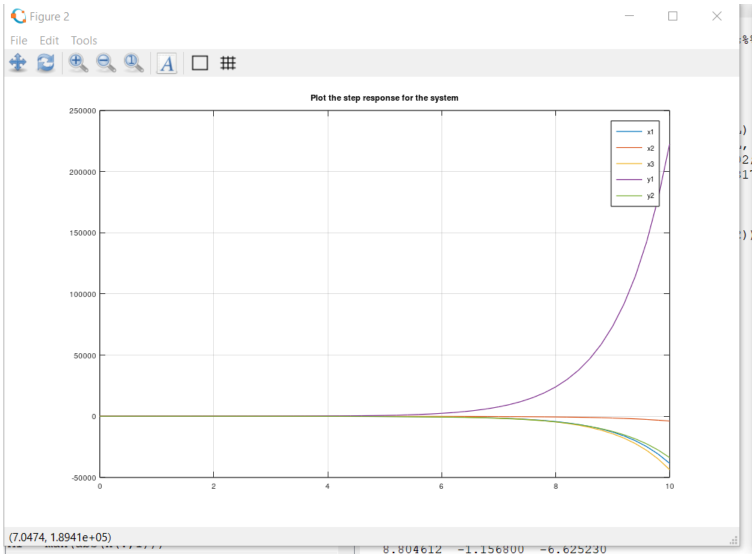
```
A = [-0.6387 5.0716 1.0711;0.8898 -1.1568 -0.5902;0.2736 0.8325 0.7955];

B = [-0.8058 -0.4395;0.0619 0.1333; -0.0455 -0.2234];

C = [-1.2523 -2.9014 -3.7435;0.7069 8.7805 -0.6317]; D = [0 1;1 1];

sys = ss(A,B,C,D) ;

figure(2); clf;

[y,t,x] = step(sys,10);

plot(t,x(:,1),t,x(:,2),t,x(:,3),t,y(:,1),t,y(:,2))
```

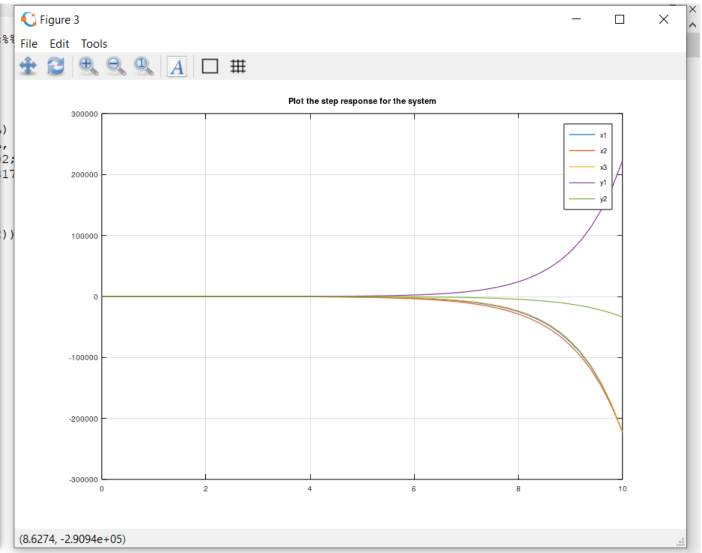
```
legend('x1','x2','x3','y1','y2')
title('Plot the step response for the system')
grid on

M1 = max(abs(x(:,1)))
M2 = max(abs(x(:,2)))
M3 = max(abs(x(:,3)))
My1 = max(abs(y(:,1)))
My2 = max(abs(y(:,2)))
My=max(My1,My2)

P = [My/M1 0 0; 0 My/M2 0;0 0 My/M3] ;
A = P * A * inv(P)
B = P * B
C = C * inv(P)
sys = ss(A,B,C,D) ;

figure(3); clf;
[y,t,x] = step(sys,10);
plot(t,x(:,1),t,x(:,2),t,x(:,3),t,y(:,1),t,y(:,2))
legend('x1','x2','x3','y1','y2')
title('Plot the step response for the system')
```

```
grid on

M1 = max(abs(x(:,1)))
M2 = max(abs(x(:,2)))
M3 = max(abs(x(:,3)))
My1 = max(abs(y(:,1)))
My2 = max(abs(y(:,2)))
My = max(My1,My2)
disp('Max of an amplitude a for step input is: ')
10/My
```

Kết quả thu được:

```
M1 = 3.8428e+04
M2 = 3883.5
M3 = 4.3594e+04
My1 = 2.2259e+05
My2 = 3.3724e+04
My = 2.2259e+05
A =

  -0.638700   0.512539   1.215105
   8.804612  -1.156800  -6.625230
   0.241175   0.074162   0.795500

B =

  -4.6674  -2.5457
   3.5478   7.6401
  -0.2323  -1.1406

C =

  -0.216200  -0.050622  -0.733178
   0.122041   0.153197  -0.123721

M1 = 2.2259e+05
M2 = 2.2259e+05
M3 = 2.2259e+05
My1 = 2.2259e+05
My2 = 3.3724e+04
My = 2.2259e+05
Max of an amplitude a for step input is:
ans = 4.4927e-05
>> |
```





Vậy hệ thu được:

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} -0.63 & 0.51 & 1.22 \\ 8.8 & -1.15 & -6.63 \\ 0.24 & 0.07 & 0.79 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} -4.66 & -2.54 \\ 3.54 & 7.64 \\ -0.23 & -1.14 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} -0.21 & -0.5 & -0.73 \\ 0.12 & 0.15 & -0.12 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} u \end{cases}$$

d. Step với độ lớn a thì a tối đa là: 4.4927e - 0.5

Câu 2:

a. Xây dựng mô hình không gian trạng thái hệ thống

$$X = [x_1 \quad x_2 \quad x_3] = [\theta \quad \dot{\theta} \quad i]$$

Vậy

$$\dot{x}_1 = \dot{\theta} = x_2$$
$$PT(1) \Rightarrow \dot{x}_2 = \ddot{\theta} = \frac{NK_m}{J_e}x_3 - \frac{T_d(t)}{J_e}$$
$$PT(2) \Rightarrow \dot{x}_3 = \frac{di}{dt} = -\frac{NK_m}{L}x_2 - \frac{R}{L}x_3 + \frac{1}{L}v(t)$$

Hệ phương trình

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{NK_m}{J_e} \\ 0 & -\frac{NK_m}{L} & \frac{-R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{-1}{J_e} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_d(t) \\ v(t) \end{bmatrix}$$
$$\Leftrightarrow \dot{X} = AX(t) + BU(t)$$

Trong đó:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{NK_m}{J_e} \\ 0 & -\frac{NK_m}{L} & \frac{-R}{L} \end{bmatrix}$$
$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{-1}{J_e} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$X(t) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

$$U(t) = \begin{bmatrix} T_d(t) \\ v(t) \end{bmatrix}$$

Ta có: $y = \theta = x_1$

⇨ $y = [1 \quad 0 \quad 0]x$

Thay

$K_m = 0.05$
$R = 1.2$
$L = 0.05$
$J_m = 0.0008$
$J = 0.02$
$N = 12$

Và

$J_e = J + N^2 J_m = 0.1352$

Kết luận:

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4.44 \\ 0 & -12 & -24 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -7.40 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix} u$$
$$y = [1 \quad 0 \quad 0]x$$

e. Tìm hàm truyền của hệ, tìm các cực, không điểm của hệ
Code MATLAB:

```
A = [0 1 0;0 0 4.44;0 -12 -24];
B = [0 0;-7.4 0;0 20];
C = [1 0 0];
D = [0 0];
[N1, D1] = ss2tf(A, B, C, D, 1)
```

Kết quả chạy:

```
N1 =

         0         0   -7.4000 -177.6000


D1 =

    1.0000   24.0000   53.2800         0
```

Code MATLAB:

```
N = [0 0 -7.4 -177.6];
D = [1 24 53.2 0];
sys = tf(N, D)
P = pole(sys)
```

Kết quả chạy hiển thị:

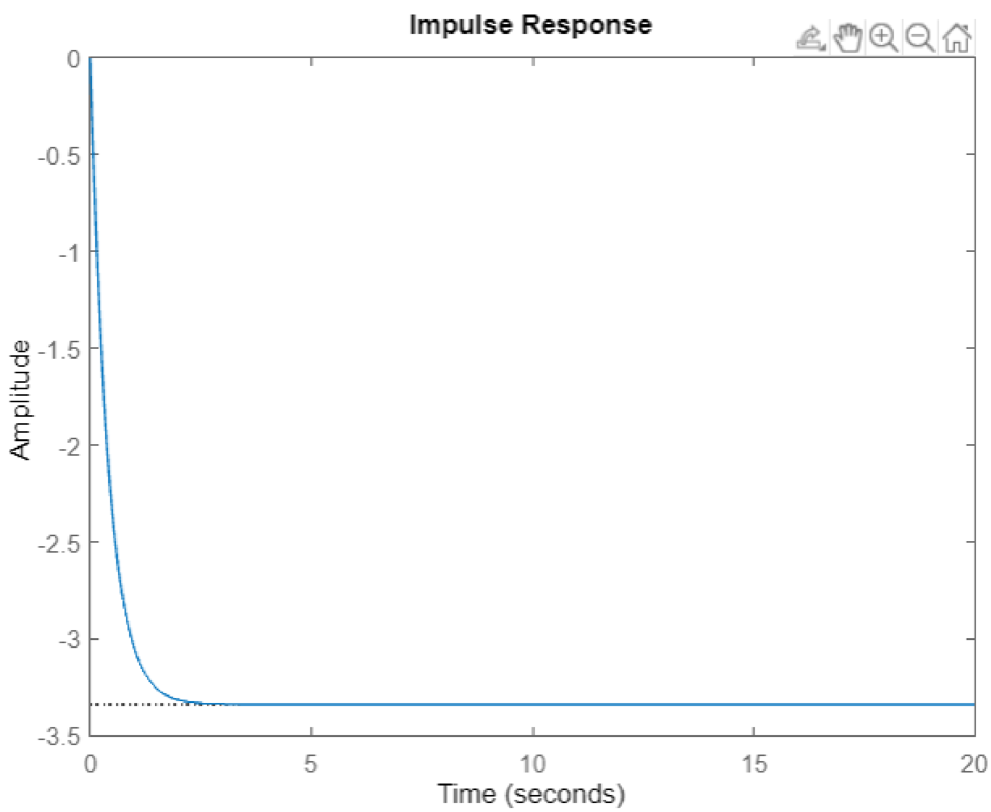
```
>> N = [0 0 -7.4 -177.6];
D = [1 24 53.2 0];
sys = tf(N, D)
P = pole(sys)


sys =

     -7.4 s - 177.6
  ---------------------
  s^3 + 24 s^2 + 53.2 s

Continuous-time transfer function.


P =

         0
  -21.5289
   -2.4711

>> |
```

f. Vẽ đồ thị của hàm phản xung trạng thái 0 (với 2 hàm đầu vào trên) trong khoảng thời gian [0,20]

Code MATLAB:

```
N = [0 0 -7.4 -177.6];
D = [1 24 53.2 0];
sys = tf(N, D)
step(sys)
impulse(sys, 20)
```

Kết quả chạy hiển thị:

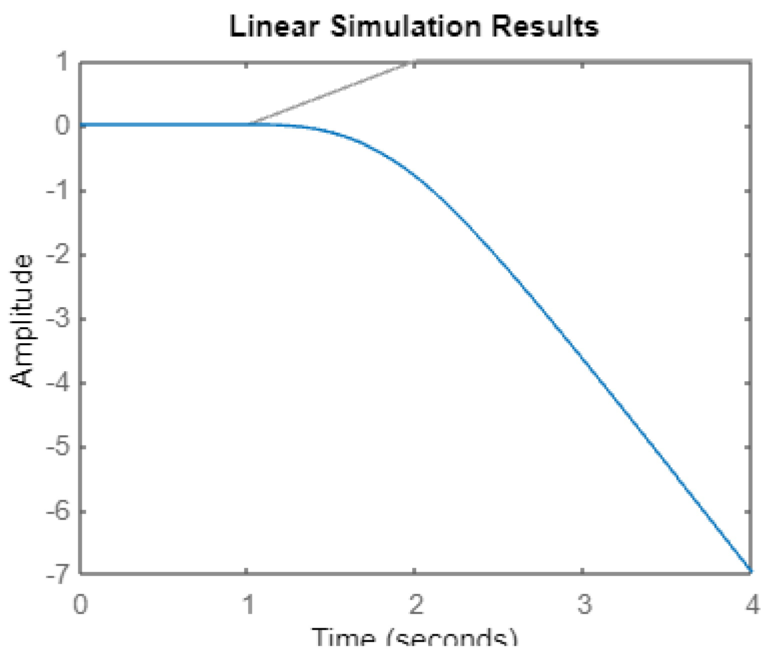


g. Ước lượng gần đúng cực đại, cực tiểu của đầu ra

h. Mô phỏng hoạt động của hệ thống

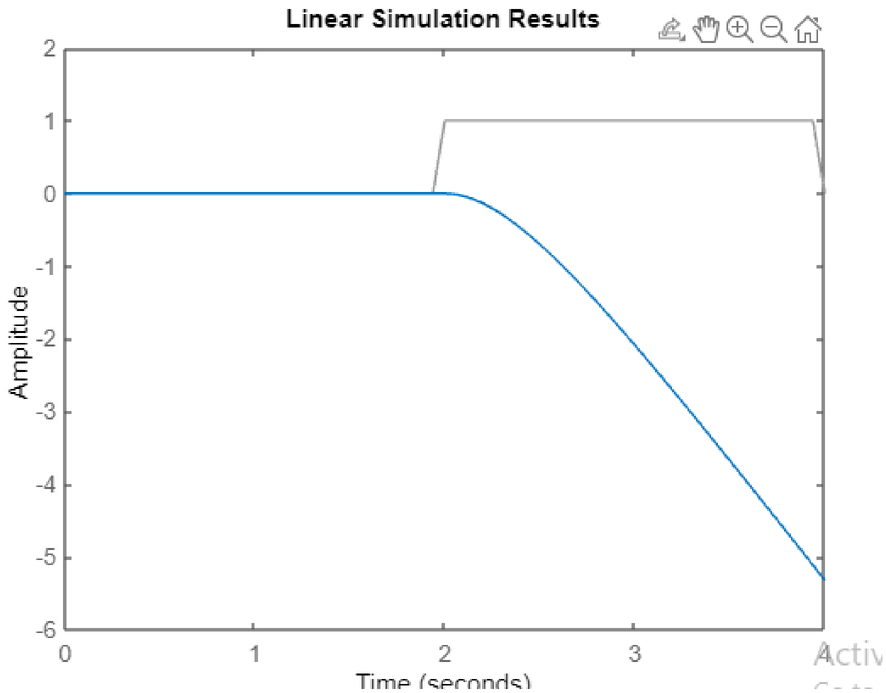
Code MATLAB:

```
t = 0:0.05:4;
u = max(0,min(t-1,1));
lsim(sys,u,t)
```



Code MATLAB:

```
[u,t] = gensig("square",4,4);
lsim(sys,u,t)
```


Linear Simulation Results
Amplitude
Time (seconds)
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-5
-6
0
1
2
3
4