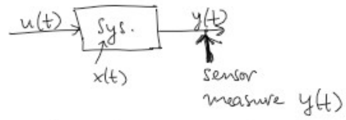
Lecture 9 (Tính quan sát được / Observability)

Thursday, March 24, 2022 7:55 AM

Đ/n 1: Tính quan sát đc & Tính tái tạo được.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) \\ y(t) = C(t)x(t) + D(t)u(t) \end{cases} \quad (1)$$



Tính quan sát đc: (observable)

Hệ đc gọi là quan sát đc tại t_0 nếu $\exists\, t_1 > t_0$ sao cho thì $u(t)$ & $y(t)$ trên $[t_0, t_1]$ biết trc thì ta x/định được duy nhất $x(t)\big|_{[t_0,t_1]} \Leftrightarrow \exists!\, x(t_0)$. $\Rightarrow$ ta sẽ biết đc toàn bộ $x(t), y(t)\ \forall t \geq t_0$ khi cho trc $u(t)\ \forall t \geq t_0$.

Toán học: $\begin{cases} u_1(t) = u_2(t) \\ y_1(t) = y_2(t) \end{cases} \forall t \in [t_0, t_1] \Rightarrow x_1(t_0) = x_2(t_0)$.

với 2 hệ $\begin{cases} \dot{x}_i = A(t)x_i(t) + B(t)u_i(t) \\ y_i = C(t)x_i(t) + D(t)u_i(t) \end{cases}$, $i = 1, 2$ $\quad \forall t \in [t_0, t_1]$

Làm 1 phép $-$: đặt $\delta x(t) = x_2(t) - x_1(t)$.

$$\Rightarrow \begin{cases} \delta\dot{x}(t) = A(t)\,\delta x(t), \\ 0 = C(t)\,\delta x(t), \end{cases} \quad \forall t \in [t_0, t_1] \qquad (2)$$

Tính quan sát đc $\Leftrightarrow$ Hệ (2) sẽ có n° duy nhất $\delta x(t) \equiv 0\ \forall t \in [t_0, t_1]$.

Chú ý: Từ (2) $\Rightarrow$ $\delta x^T(t)\, C^T(t) = 0 \quad \forall t \in [t_0, t_1] \Longrightarrow \delta x(t) = 0\ \forall t \in [t_0, t_1] \quad (3)$

$\Rightarrow$ gợi ý đến phương trình đối ngẫu (Đ/lý 2.9).

Đ/lý 2.9: Cho pt $\dot{x}(t) = A(t)x(t) \longrightarrow$ pt đối ngẫu là $\dot{z}(t) = -A^T(t)z$

Họ tiến hoá $\Phi_x(t,s) \longrightarrow$ họ tiến hoá $\Phi_z(t,s) = \left(\Phi_x(t,s)^{-1}\right)^T =: \Phi_x(t,s)^{-T}$

Xét pt $\dot{w}(t) = -A(t)w(t) \longrightarrow$ họ tiến hoá $\Phi_w(t,s) = \Phi_x(t,s)^{-1} = \Phi_x(s,t)$

Cặp $(A(t), B(t))$ là điều khiển đc tại $t_0 \Leftrightarrow \exists\, t_1 > t_0$ sao cho mệnh đề sau đúng

$$z^T(t)B(t) = 0 \quad \forall t \in [t_0, t_1] \Rightarrow z(t) = 0 \quad \forall t \in [t_0, t_1]. \qquad (4)$$

So sánh với (3) ta thấy vai trò $z(t), B(t)$ đc thay thế bởi $\delta x(t)$ & $C^T(t)$.

Đlý 2.9: Xét pt $\dot{z}(t) = \underline{-A^T(t)}\, z$ & g/sử mệnh đề (4) là đúng $\Rightarrow$ $(A(t), B(t))$ là điều khiển đc tại t_0.

So với (2) thì δx t/mãn pt $\delta\dot{x}(t) = \underline{A(t)}\,\delta x(t)$.

Do đó từ (3) ta có $(-A^T(t), C^T(t))$ là điều khiển đc tại t_0.

Kluận: Tính quan sát đc tại t_0 của cặp $(A(t), C(t)) \Leftrightarrow$ tính điều khiển đc của cặp $(-A^T(t), C^T(t))$ tại t_0.

(đây chính là BT 6.22 / Chen).

Chú ý: Trong TH hệ là LTI thì tính qsát đc của cặp $(A, C) \Leftrightarrow$ tính điều khiển đc của cặp $(-A^T, C^T)$

$\Leftrightarrow$ tính điều khiển đc của cặp (A^T, C^T)

(t/c đối ngẫu của hệ LTI, qsát đc là đối ngẫu của điều khiển đc).

Đlý 6.O11: Hệ LTV (1) (hay cặp $(A(t), C(t))$) là quan sát đc tại t_0 nếu t/mãn 1 trong các đk tương đương sau

i) Cặp $(-A^T(t), C^T(t))$ là điều khiển đc.

ii) Gramian quan sát $W_o(t_0, t_1) = \displaystyle\int_{t_0}^{t_1} \Phi_x^T(t, t_0)\, C^T(t)\, C(t)\, \Phi_x(t, t_0)\, dt$

là x/đ dương với $t_1 > t_0$ nào đó.

Đlý 6.O12: G/s $A(t), C(t)$ là trơn đến cấp $n-1$. Cặp $(A(t), C(t))$ là quan sát đc tại t_0 nếu

Đlý 6.O12 G/s $A(t), C(t)$ là trơn đến cấp $n-1$. Cặp $(A(t), C(t))$ là quan sát đc tại t_0 nếu $\exists\, t_1 > t_0$ sao cho

$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix} N_0(t) \\ N_1(t) \\ \vdots \\ N_{n-1}(t) \end{bmatrix} = n,$$

trong đó $\begin{cases} N_{k+1}(t) = N_k(t)A(t) + N_k'(t), & k = 0, 1, \dots, n-1. \\ N_0(t) = C(t). \end{cases}$

	Đặc trưng	Gramian
Tính điều khiển đc	$(A(t), B(t))$ điều khiển đc $z^T(t)B(t) = 0\ \forall t \geq t_0 \to z(t) = 0\ \forall t \geq t_0$	$W_c(t_0, t_1) = \int_{t_0}^{t_1} \Phi(t_1, t)B(t)B^T(t)\Phi(t_1, t)^T dt$
Tính qsát đc	$(-A^T(t), C^T(t))$ điều khiển đc (đối ngẫu)	$W_0(t_0, t_1) = \int_{t_0}^{t_1} \Phi(t, t_0)^T C^T(t) C(t) \Phi(t, t_0) dt$

Tính tái tạo đc $\neq$ Tính quan sát đc.

$\begin{cases} u_1(t) = u_2(t) & \forall t \leq t_0 \\ y_1(t) = y_2(t) & \forall t \leq t_0 \end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases} u_1(t) = u_2(t) & \forall t \geq t_0 \\ y_1(t) = y_2(t) & \forall t \geq t_0 \end{cases}$

$\Rightarrow x_1(t_0) = x_2(t_0)$ $\qquad$ $\Rightarrow x_1(t_0) = x_2(t_0)$

backward in time $\qquad$ forward in time

$x_1(t) = x_2(t)\ \forall t \geq t_0$.

Đlý 2.18: Hệ LTV (1) là tái tạo đc (reconstructable) $\Leftrightarrow$ cặp $(A^T(-t), C^T(-t))$ là điều khiển đc.

TH: LTI thì tái tạo đc $\Leftrightarrow$ (A^T, C^T) là điều khiển đc $\Leftrightarrow$ (A, C) là quan sát đc.

Chỉ trong T/H LTV thì tái tạo đc $\neq$ quan sát đc.

Đlý 2.19: $(A(t), C(t))$ là tái tạo đc $\Leftrightarrow$ Gramian tái tạo

$$W_r(t_0, t_1) = \int_{t_0}^{t_1} \Phi(t, t_1)^T C^T(t) C(t) \Phi(t, t_1) dt \quad \text{là xđ dương.}$$

---

§ LTI Systems.

Tính điều khiển đc	Tính quan sát đc.
i) (A, B) là điều khiển đc	i) (A, C) là qsát đc
ii) Gramian điều khiển là xđ dương $W_c(t_0, t_1) = \int_{t_0}^{t_1} e^{A(t_1 - s)} B B^T e^{A^T(t_1 - s)} ds$	ii) Gramian qsát là xđ dương với $t_1 > t_0$ nào đó $W_0(t_0, t_1) = \int_{t_0}^{t_1} e^{A^T s} C^T C e^{As} ds$
iii) Ma trận điều khiển Kalman $K_c(A, B) = [B \ \ AB \ \dots \ A^{n-1}B]$ t/mãn $\operatorname{rank} K_c(A, B) = n$ (K_c là đủ hạng dòng)	iii) Ma trận qsát Kalman $K_0(A, C) = [C^T \ \ A^T C^T \ \dots \ (A^T)^{n-1} C^T] = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}^T$ t/mãn $\operatorname{rank} K_0(A, B) = n$ (K_0 là đủ hạng cột).
iv) Hautus $\operatorname{rank}[\lambda I - A, B] = n$ $\forall \lambda \in \mathbb{C}$	iv) Hautus $\operatorname{rank}\begin{bmatrix} \lambda I - A \\ C \end{bmatrix} = n. \quad \forall \lambda \in \mathbb{C}.$
v) Nếu w là vectơ riêng trái của A,	v) Nếu v là vectơ riêng phải của A, tức là $(\lambda I - A)v = 0$

$\forall \lambda \in \mathbb{C}$	$\lfloor\ C\ \rfloor$
Nếu w là vectơ riêng trái của A, tức là $w^H(\lambda I - A) = 0$ thì $w^H B \neq 0$.	v) Nếu v là vectơ riêng phải của A, tức là $(\lambda I - A)v = 0$ thì $Cv \neq 0$.

Trong TH đó, hệ là ổn định $\left(\sigma(A) \subseteq \mathring{\mathbb{C}}_-\right)$ thì $W_c = \int_0^\infty e^{At} B B^T e^{A^T t} dt$ t^2/ri

$$W_o = \int_0^\infty e^{A^T s} C^T C e^{As} ds$$

pt Lyapunov
$$A W_c + W_c A^T = -BB^T \quad (W_c' = 0)$$
$$A^T W_o + W_o A = -C^T C \quad (W_o' = 0)$$

MATLAB $\Rightarrow$ lyap

Hệ Không Điều Khiển Được (Không Quan Sát Được) & Phân tích Kalman

Ta xét hệ LTI:
$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (7)$$

Hệ 0 điều khiển được $\Rightarrow$ $K_c(A,B) = [B \ AB \ \dots \ A^{n-1}B]$ có rank $< n$. Đặt $r = \text{rank}\, K_c(A,B)$.

Ta tìm được 1 cơ sở trực chuẩn $\{v_1, \dots, v_r\}$ $\Rightarrow$ bổ sung $\{v_{r+1}, \dots, v_n\}$ là cơ sở trực chuẩn của $K_c^\perp(A,B)$ để được 1 cơ sở trực chuẩn của $\mathbb{R}^n$. Đổi biến số $\bar{x} = V^{-1}x$, với $V = [v_1\ v_2 \dots v_n]$.

Khi đó ta có hệ mới
$$\begin{cases} \dot{\bar{x}} = V^{-1}\dot{x} = V^{-1}(Ax + Bu) = V^{-1}AV\,\bar{x} + V^{-1}B\,u \\ y = Cx + Du = CV\,\bar{x} + D\,u \end{cases} \quad (8)$$

So sánh 2 hệ (7) & (8).

Đlý: Hệ (7) là điều khiển được (q.sát được) $\Leftrightarrow$ Hệ (8) là điều khiển được (q.sát được).

C/m: $[\lambda I - \bar{A}, \bar{B}] = [\lambda I - V^{-1}AV, V^{-1}B] = V^{-1}[\lambda I - A, B] \cdot \begin{bmatrix} V & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$

$\Rightarrow \text{rank}\,[\lambda I - \bar{A}, \bar{B}] = \text{rank}\,[\lambda I - A, B] \quad \forall \lambda \in \mathbb{C}$.

Do đó (7) điều khiển được $\Leftrightarrow$ (8) điều khiển được. Tương tự, ta có kết luận về tính q.sát được. ▨

Ta thấy $V = [\underbrace{v_1 \dots v_r}_{V_1} \mid \underbrace{v_{r+1} \dots v_n}_{V_2}]$ thì các cột của V_1 làm thành cơ sở của im $K_c(A,B)$.

$K_c(A,B) = [B \ AB \ \dots \ A^{n-1}B] \Rightarrow AK_c(A,B) = [AB \ \dots \ A^{n-1}B \mid A^nB]$

Theo đ/lý Cayley-Hamilton $\text{im}(A^n) \subseteq \text{im}\{I, A, \dots, A^{n-1}\}$

$\Rightarrow \text{im}(A^nB) \subseteq \text{im}\{B, AB, \dots, A^{n-1}B\} = \text{im}\, K_c(A,B)$.

$\Rightarrow \text{im}(AK_c(A,B)) \subseteq \text{im}(K_c(A,B))$

Do đó $AV_1 = V_1 \cdot \begin{bmatrix} \bar{A}_c \\ 0 \end{bmatrix}$ với $A_c \in \mathbb{R}^{r,r}$.

Ngoài ra $\text{im}(B) \subseteq \text{im}(K_c(A,B)) \Rightarrow V^{-1}B = \begin{bmatrix} \bar{B}_c \\ 0 \end{bmatrix}$

Do đó ta có
$$\boxed{\begin{cases} \underset{= \bar{A}}{V^{-1}AV} = \begin{bmatrix} \bar{A}_c & \bar{A}_{12} \\ 0 & \bar{A}_{\bar{c}} \end{bmatrix}, \quad \underset{= \bar{B}}{V^{-1}B} = \begin{bmatrix} \bar{B}_c \\ 0 \end{bmatrix} \\ CV = [\bar{C}_c \quad \bar{C}_{\bar{c}}], \quad D = D \end{cases}}$$

Phân tích điều khiển Kalman.

ctrbf

$$\begin{cases} \ldots \bar{A} \ldots [0 \quad \bar{A}_{\bar{c}}] \quad \bar{B} \ldots [0] \\ CV = [\bar{C}_c \quad \bar{C}_{\bar{c}}], \quad \bar{D} = D \end{cases}$$

Phân tích dạng Kalman.

ctrbf

Ta có $\mathcal{K}_c(\bar{A},\bar{B}) = \left[\begin{array}{c|c|c|c} \bar{B}_c & \bar{A}_c\bar{B}_c & \ldots & \bar{A}_c^{n-1}\bar{B}_c \\ 0 & 0 & & 0 \end{array}\right]$ có rank $= r$.

$\Rightarrow \text{rank}[\bar{B}_c \quad \bar{A}_c\bar{B}_c \ldots \bar{A}_c^{n-1}\bar{B}_c] = r$ tức là $K_c(\bar{A}_c, \bar{B}_c)$ đủ hạng dòng.

Vì vậy cặp $(\bar{A}_c, \bar{B}_c)$ là đ/khiển đc.

Hệ (8) có dạng $\begin{bmatrix} \dot{\bar{x}}_c \\ \dot{\bar{x}}_{\bar{c}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A}_c & \bar{A}_{12} \\ 0 & \bar{A}_{\bar{c}} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \bar{x}_c \\ \bar{x}_{\bar{c}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{B}_c \\ 0 \end{bmatrix} u$ $\longrightarrow$ phần đ/khiển đc
$\longrightarrow$ phần 0 đ/khiển đc.

Ở đây ta có $\bar{x}_{\bar{c}}(t) = e^{\bar{A}_{\bar{c}}t}\,\bar{x}_{\bar{c}}(0)$ k chịu tác động của u.

Phần trên, nếu ta bỏ đi $\bar{x}_{\bar{c}}(t)$ (coi như $\bar{x}_{\bar{c}}(0) = 0 \Rightarrow \bar{x}_{\bar{c}}(t) = 0 \;\forall t \geq 0$) thì ta có

$$\dot{\bar{x}}_c(t) = \bar{A}_c\bar{x}_c + \bar{B}_c u \quad \text{là hệ đ/khiển đc.} \tag{9}$$

Hàm truyền của hệ (9) là $G_1(s) = D + C_c\,(sI_r - \bar{A}_c)^{-1}\bar{B}_c$

Hàm truyền của hệ (8) là $G(s) = D + [\bar{C}_c \quad \bar{C}_{\bar{c}}] \cdot \left(sI_n - \begin{bmatrix} \bar{A}_c & \bar{A}_{12} \\ 0 & \bar{A}_{\bar{c}} \end{bmatrix}\right)^{-1} \begin{bmatrix} \bar{B}_c \\ 0 \end{bmatrix}$

$$= D + [\bar{C}_c \quad \bar{C}_{\bar{c}}] \cdot \begin{bmatrix} (sI_r - \bar{A}_c)^{-1} & * \\ 0 & (sI_{n-r} - \bar{A}_{\bar{c}})^{-1} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \bar{B}_c \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= D + \bar{C}_c \cdot (sI_r - \bar{A}_c)^{-1}\bar{B}_c$$

$$\overset{(9)}{=} G_1(s).$$

Như vậy, phần hệ con đ/khiển đc sẽ có cùng hàm truyền như hệ ban đầu.

Chú ý: $\sigma(A) = \sigma(\bar{A}) \left(= \sigma(V^{-1}AV)\right) = \sigma(\bar{A}_c) \cup \sigma(\bar{A}_{\bar{c}})$, vì $\bar{A} = \begin{bmatrix} \bar{A}_c & * \\ 0 & \bar{A}_{\bar{c}} \end{bmatrix}$.

Khi đó $\sigma(\bar{A}_c)$ đc gọi là các mode đ/khiển đc (controllable modes).

$\sigma(\bar{A}_{\bar{c}})$ " " 0 " (uncontrollable modes).

Tương tự, ta cũng tìm đc 1 ma trận trực chuẩn P sao cho phép đổi biến số $\bar{x} = Px$ cho ta

phân tích quan sát Kalman

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\bar{x}}_o \\ \dot{\bar{x}}_{\bar{o}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A}_o & 0 \\ * & \bar{A}_{\bar{o}} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \bar{x}_o \\ \bar{x}_{\bar{o}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{B}_o \\ \bar{B}_{\bar{o}} \end{bmatrix} u \\ y = [\bar{C}_o \quad 0]\,\bar{x} + Du \end{cases}$$

trong đó cặp $(\bar{A}_o, \bar{C}_o)$ là quan sát đc.

Tương tự $\begin{cases} G_2(s) = D + \bar{C}_o\,(sI - \bar{A}_o)^{-1}\bar{B}_o = G(s) \\ \sigma(\bar{A}_o): \text{ mode quan sát đc (observable modes)} \\ \sigma(\bar{A}_{\bar{o}}): \text{ " 0 " (unobservable modes).} \end{cases}$

Đlý 6.7: $\exists$ 1 ma trận trực giao T sao cho với phép đổi biến $\bar{x} = T^{-1}x$, ta có

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \bar{x}_{co} \\ \bar{x}_{c\bar{o}} \\ \bar{x}_{\bar{c}\ldots} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cc|cc} \bar{A}_{co} & 0 & * & 0 \\ * & \bar{A}_{c\bar{o}} & * & * \\ \hline 0 & 0 & \bar{A}_{\ldots} & 0 \end{array}\right]\bar{x} + \begin{bmatrix} \bar{B}_{co} \\ \bar{B}_{c\bar{o}} \\ 0 \end{bmatrix} u$$

MATLAB: minreal

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \bar{x}_{c\bar{o}} \\ \bar{x}_{\bar{c}o} \\ \bar{x}_{\bar{c}\bar{o}} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cc|cc} * & \bar{A}_{c\bar{o}} & * & * \\ \hline 0 & 0 & \bar{A}_{\bar{c}o} & 0 \\ 0 & 0 & * & \bar{A}_{\bar{c}\bar{o}} \end{array}\right] \bar{x} + \begin{bmatrix} \bar{B}_{c\bar{o}} \\ \hline 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

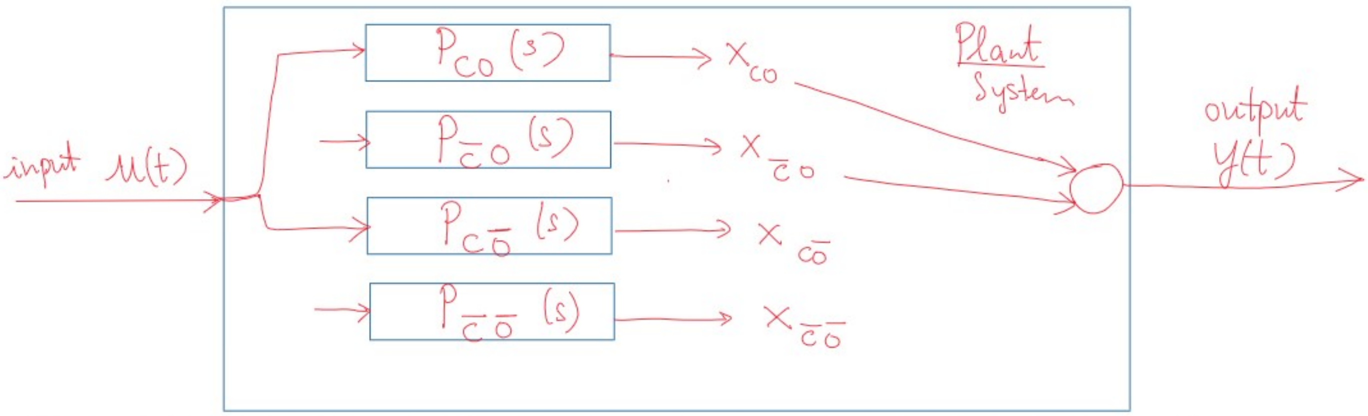
MATLAB: minreal

$$y = \left[\begin{array}{cc|cc} \bar{C}_{co} & 0 & \bar{C}_{\bar{c}o} & 0 \end{array}\right] \bar{x} + D\, u$$

Đặc biệt quan trọng là phần co: vừa đ.khiển được, vừa qsát được.

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}_{co} = \bar{A}_{co}\,\bar{x}_{co} + \bar{B}_{co}\, u \\ y = \bar{C}_{co}\,\bar{x}_{co} + D\, u \end{cases} \qquad (10)$$

Khi đó, hệ (10) có cùng hàm truyền G(s) như hệ ban đầu.



Đlý: a) Nếu ∃ 1 hệ điều khiển có cùng hàm truyền như hệ LTI (7) thì số chiều của nó = số chiều của hệ con (10). (Hệ con vừa đ.khiển được vừa qsát được).

Một phép nhận dạng (tìm hệ đkhiển từ hàm truyền) là tối thiểu ⟺ nó vừa đ.khiển được, vừa qsát được.

b) Mọi phép nhận dạng tối thiểu đều là tương đương, tức là ≡ qua 1 phép đổi biến số.

```
clear all; close all; clc

A = [-4.5 0 -6 0 -2 0;
     0 -4.5 0 -6 0 -2;
     1 0 0 0 0 0 ;
     0 1 0 0 0 0 ;
     0 0 1 0 0 0;
     0 0 0 1 0 0];

B = [1 0
     0 0
     0 0
     0 0
     0 0
     0 0];

C = [-6 3 -24 7.5 -24 3;
       3 -1.5 12 -3.75 12 -1.5];

D = [2 0;0 0];

sys = ss(A,B,C,D)
```

Editor - March_24_22.m | Command Window

New to MATLAB? See resources for Getting Started.

```
sys =

  a =
         x1    x2    x3    x4    x5    x6
   x1  -4.5     0    -6     0    -2     0
   x2     0  -4.5     0    -6     0    -2
   x3     1     0     0     0     0     0
   x4     0     1     0     0     0     0
   x5     0     0     1     0     0     0
   x6     0     0     0     1     0     0

  b =
       u1  u2
   x1   1   0
   x2   0   0
   x3   0   0
   x4   0   0
   x5   0   0
   x6   0   0

  c =
          x1     x2     x3     x4     x5     x6
   y1     -6      3    -24    7.5    -24      3
   y2      3   -1.5     12  -3.75     12   -1.5
```

```matlab
%% Checking Controllability & Observability via Kalman matrices
[n,~] = size(A);
Kc = ctrb(A,B);
if rank(Kc) == n
    disp('System is controllable')
else
    disp('System is uncontrollabel')
end

Ko = obsv(A,C);
if rank(Ko) == n
    disp('System is observable')
else
    disp('System is unobservabel')
end
```

```matlab
%% Minimal Realization & Kalman decomposition
tol = 1e-10;
[sys1r,U] = minreal(sys,tol)

Abar = U * A * U'
Bbar = U * B
Cbar = C * U'

A1 = sys1r.A; B1 = sys1r.B; C1 = sys1r.C; D1 = sys1r.D;
[r,~] = size(A1)
Kc1 = ctrb(A1,B1); Ko1 = obsv(A1,C1);
if rank(Kc1) == r
    disp('System is controllable')
else
    disp('System is uncontrollabel')
end
if rank(Ko1) == r
    disp('System is observable')
else
    disp('System is unobservabel')
end
```

```
  d =
       u1  u2
   y1   2   0
   y2   0   0

Continuous-time state-space model.

System is uncontrollabel
System is unobservabel
5 states removed.

sys1r =

  a =
          x1
   x1   -0.5

  b =
            u1      u2
   x1   0.1741       0

  c =
            x1
   y1   -34.47
   y2    17.23

  d =
       u1  u2
   y1   2   0
   y2   0   0

Continuous-time state-space model.

U =

    0.1741         0    0.6963         0    0.6963         0
   -0.4558         0   -0.5698         0    0.6838         0
   -0.8729         0    0.4364         0   -0.2182         0
         0    1.0000         0         0         0         0
         0         0         0    1.0000         0         0
         0         0         0         0         0    1.0000

Abar =

   -0.5000   -0.0000    0.0000         0         0         0
    3.2733   -2.0000   -0.0000         0         0         0
    5.4701   -3.6556   -2.0000         0         0         0
         0         0         0   -4.5000   -6.0000   -2.0000
         0         0         0    1.0000         0         0
         0         0         0         0    1.0000         0

Bbar =

    0.1741         0
   -0.4558         0
   -0.8729         0
         0         0
         0         0
         0         0

Cbar =

  -34.4674    0.0000   -0.0000    3.0000    7.5000    3.0000
   17.2337   -0.0000    0.0000   -1.5000   -3.7500   -1.5000

r =

     1

System is controllable
System is observable
```