

**Câu 1** Hãy viết hàm phân đôi (bisection trong Python có dạng) sau:

```
def bisection(f, a, b, nmax, tol):  
    return c, err, n
```

trong đó  $f$  là hàm số;  $a, b$ : là điểm đầu và điểm cuối của đoạn ta tìm nghiệm;  $nmax$ : số lượng tối đa các phép lặp;  $tol$ : sai số nhỏ nhất cho phép;  $c$ : nghiệm xấp xỉ;  $err$ : đánh giá cận trên của sai số tuyệt đối của nghiệm xấp xỉ;  $n$ : số bước lặp thực hiện để tìm  $c$ .

**Trong các câu sau hãy sử dụng chính hàm bisection vừa viết trong câu 1 để thực hành trong Python.**

**Câu 2** Sử dụng phương pháp phân đôi để tìm nghiệm của các phương trình sau, với sai số  $tol = 1e - 6$ .

- (a) Các nghiệm thực của phương trình  $x^3 - x^2 - x - 1 = 0$ .
- (b) Nghiệm của phương trình  $x = 1 + 0.3\cos(x)$ .
- (c) Nghiệm dương nhỏ nhất của  $\cos(x) = 1/2 + \sin(x)$ .
- (d) Nghiệm của  $x = e^{-x}$ .
- (e) Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình  $e^{-x} = \sin(x)$ .

**Câu 3** Vẽ đồ thị của hai hàm số ở 2 vế của phương trình  $x = \tan(x)$ , và quan sát giao điểm của 2 đồ thị đó.

- (a) Dựa vào đồ thị, hãy chọn 2 điểm đầu mút  $a, b$  cho phương pháp phân đôi để tìm nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình  $x = \tan(x)$ , với độ chính xác  $\epsilon = 1e - 4$ .
- (b) Tìm nghiệm gần 100 nhất của phương trình  $x = \tan(x)$  sử dụng phương pháp phân đôi.

**Câu 4** a) Viết script trong Python sử dụng phương pháp phân đôi để tìm tất cả các nghiệm của phương trình sau với độ chính xác  $\epsilon = 1e - 6$ .

$$f(x) := 32x^6 - 48x^4 + 18x^2 - 1 = 0.$$

b) Tính số bước lặp theo công thức trong lý thuyết và so sánh với kết quả lập trình trong Python.

**Câu 5** a) Sử dụng phương pháp phân đôi để giải phương trình sau với độ chính xác  $\epsilon = 1e - 6$ .

$$f(x) := x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0.$$

Hãy thử nghiệm 3 phương pháp khác nhau để gọi giá trị của hàm  $f$ : 1) dùng dạng đã cho 2) đảo ngược thứ tự 3) dùng dạng đa thức trong lược đồ Horner  $f(x) = -1 + x(3 + x(-3 + x))$ .  
b) Thử các đoạn  $[a, b]$  khác nhau, ví dụ,  $[0, 1.5]$ ,  $[0.5, 2.0]$ , và  $[0.5, 1.1]$ . Giải thích sự khác nhau trong các kết quả thu được.

—————Hết—————