

Bài Tập Lý Thuyết Điều Khiển Hệ Thống - No. 2

Câu 1 Một hệ thống tuyến tính

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u, \quad \forall t \geq t_0, \quad (1)$$

$$y = C(t)x + D(t)u \quad (2)$$

được gọi là **điều khiển được (toàn phần/completely controllable)** từ trạng thái x_0 đến trạng thái x_1 nếu tồn tại một hàm đầu vào $u(t)$ và một thời điểm $t_1 > t_0$ nào đó sao cho $x(t_1; t_0, x_0, u) = x_1$. Trong trường hợp $x_1 = 0$ ta nói **hệ là điều khiển được về 0 (null-controllable)**.

a) Chứng tỏ rằng đối với hệ tuyến tính thì tính chất điều khiển được về 0 tương đương với điều khiển được toàn phần.

b) Đối với hệ phi tuyến mệnh đề trong câu a) còn đúng nữa không? Vì sao?

Câu 2 Bài tập về hệ dương (positive systems)

Cho hệ điều khiển LTI

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad \forall t \geq 0, \quad (3)$$

$$y = Cx + Du \quad (4)$$

Hệ trên được gọi là **dương trong (internally positive)** nếu với mọi điều kiện ban đầu $x(t_0) = x_0 \geq 0$, $u(t) \geq 0$ với mọi $t \geq 0$ thì cả trạng thái $x(t)$ và đầu ra $y(t)$ đều không âm. Ở đây ta hiểu một vector không âm (≥ 0) nghĩa là mọi tọa độ của nó đều không âm.

a) Hãy tìm các điều kiện cần và đủ của 4 ma trận A, B, C, D sao cho hệ đã cho là dương trong/dương ngoài.

b) Hãy tìm điều kiện cần và đủ của 4 ma trận A, B, C, D sao cho hệ vừa là dương trong, vừa là ổn định (theo nghĩa hệ tự do là ổn định).

Câu 3 Cho hai hệ thống LTI được **mắc nối tiếp (cascade)** hoặc **mắc song song (parallel)**.

a) Hỏi nếu hai hệ thống đó là ổn định thì hệ thống tổng có ổn định không?

b) Hỏi nếu hai hệ thống đó là dương trong/dương ngoài thì hệ thống tổng có là dương trong/dương ngoài không?

c) Hỏi nếu hai hệ thống đó là không ổn định thì hệ thống tổng có thể ổn định hay không?