

Bài Tập Giải Tích Số. No 4a
Các phép nội suy Lagrange và Newton. Bảng tỷ sai phân.

1. Cho hàm số $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$. Hãy viết công thức của đa thức nội suy Lagrange cho hàm số này tại các nút nội suy $x_0 = 0, x_1 = 1, x_2 = 2$. Hãy giải thích vì sao trong trường hợp này sai số nội suy bằng 0, nói cách khác, hàm $f(x)$ đã cho và đa thức nội suy của nó bằng nhau.

Gợi ý: Dựa vào định lý về sự tồn tại duy nhất của đa thức nội suy hoặc công thức của sai số nội suy, chú ý rằng bản thân hàm số đã cho cũng là một đa thức (cùng bậc với đa thức nội suy).

2. Bài tập tương tự đối với hàm $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 1$ và các nút nội suy lần lượt là $x_0 = -1, x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 2$.
3. Cho đa thức $p_3(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$. Biết $a_3 = 1$ và $p_3(-1) = 3, p_3(1) = 1, p_3(2) = 9$. Hãy xác định $p_3(x)$.
4. Biết bảng giá trị của hàm số $f(x) = 2^x$ như sau:

$x :$	-2.0	-1.0	0.0	1.0
$y :$	0.25	0.5	1.0	2.0

a, Sử dụng phương pháp nội suy Lagrange và Newton, hãy tính giá trị gần đúng của hàm số tại $x = -1.3$ và $x = 0.6$. Kết quả được qui tròn đến 6 chữ số sau dấu

phẩy.

b, Hãy đánh giá sai số nội suy của các kết quả nhận được và so sánh với sai số thực tế (biết giá trị "chính xác" của hàm số $f(-1.3) = 0.406126, f(0.6) = 1.515717$).

5. Biết bảng giá trị của hàm số $f(x) = \sin x$ như sau:

$x :$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
$y :$	0.099833	0.198669	0.295520	0.389418	0.479426

a, Sử dụng đa thức nội suy Newton, hãy tính giá trị gần đúng của hàm số tại $x = 0.16$ và $x = 0.43$. Kết quả được qui tròn đến 6 chữ số sau dấu phẩy.

b, Hãy đánh giá sai số nội suy của các kết quả nhận được và so sánh với sai số thực tế (biết giá trị "chính xác" của hàm số $f(0.16) = 0.159318, f(0.43) = 0.416871$).

6. Biết bảng giá trị của hàm số $f(x) = \sin(\pi x/4)$ như sau:

$x :$	-2	-2/3	0	2/3	2
$y :$	-1	-1/2	0	1/2	1

- a, Sử dụng đa thức nội suy Newton, hãy tính giá trị gần đúng của hàm số tại $x = -1.5$ và $x = 0.5$.
- b, Hãy đánh giá sai số nội suy của các kết quả nhận được và so sánh với sai số thực tế (nếu biết giá trị chính xác của hàm số).

Hình 1: Bài tập sưu tầm từ webpage của PGS Vũ Hoàng Linh