Ghi chú:

Thứ

Ngày / /

Buổi 4
08/04 20

Dự định 1) Chữa BT về tính liên tục của hàm số phân loại điểm gián đoạn (1,5 tiết)

2) Dạy về đạo hàm (mở đầu/NĐT) (1 tiết)

Trả lời lại: 1. Vấn đề điểm TX, GK
2. Vấn đề điểm bài Ktra, đ cộng (Hên xui thầy có được lẻ. Tối đa 6 lần (lấy).

Nhắc nhở:

1. Căn phá | . |

2. Thấy dữ dạy $\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

$\lim_{x \to 0} x \sin(1/x) = 0$ còn $\lim_{x \to +\infty} \frac{\sin x}{x} = 0$

3. Bài 1.63 lại lỗ chia TH. $\begin{cases} x > 0 \\ x < 0 \end{cases}$

1.65 ______ $\begin{cases} x > 2 \\ x < 2 \end{cases}$

4. Muốn L'H thì phải xem có phải dạng $\frac{0}{0}$ hay $\frac{\infty}{\infty}$ lộ đã

5 10 15 20

HONG HA

Ghi chú: Bài Tập Thêm.

Thứ

Ngày / /

1.63) Ta chia TH: $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin\frac{2}{x}}{e^{\frac{4}{x}}-1}, & x>0 \\ a, & x=0 \\ \dfrac{\sin\frac{2}{x}}{e^{\frac{4}{x}}-1}, & x<0 \end{cases}$

(*) $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\sin\frac{2}{x}}{e^{\frac{4}{x}}-1}$.

Ta thấy $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{4}{x} = \dfrac{4}{0^+} = +\infty$

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to 0^+} e^{\frac{4}{x}} - 1 = e^{+\infty} - 1 = +\infty$.

Tử số $= \sin\dfrac{2}{x} \leq 1$. Do đó $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = 0$.

(*) Ta thấy $\lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{4}{x} = \dfrac{4}{0^-} = -\infty$

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to 0^-} e^{\frac{4}{x}} - 1 = e^{-\infty} - 1 = 0 - 1 = -1$.

Tử số $\lim\limits_{x\to 0^-} \sin\dfrac{2}{x} \xrightarrow[t=\frac{1}{x}]{\text{Đổi biến}} \lim\limits_{t\to -\infty} \sin t$

k° tồn tại

Ghi chú:

Thứ

Ngày / /

$\lim_{x\to 0^-}$ TS $\nexists$, $\lim_{x\to 0^-}$ MS $= -1$

$\Rightarrow \nexists \lim_{x\to 0^-} f(x)$.

Kết luận: Hs gián đoạn tại $x=0$

Điểm gián đoạn loại 2.

1.64) $\boxed{C1}$ ~~Ảnh tương đương~~.

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^x-e^{-x}}{\sin 3x} = \lim_{x\to 0}\frac{1}{e^x}\cdot\frac{e^{2x}-1}{\sin 3x} = 1\cdot\lim_{x\to 0}\frac{e^{2x}-1}{\sin 3x}$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{e^{2x}-1}{x}\cdot\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin 3x}$$

$$= 2\cdot\frac{1}{3} = \frac{2}{3}.$$

Vậy $a=\frac{2}{3}$

$\boxed{C2}$ L'Hospital $\longrightarrow$ cho dạng 0/0

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^x-e^{-x}}{\sin 3x} \overset{LH}{=} \lim_{x\to 0}\frac{e^x+e^{-x}}{3\cos 3x} = \frac{1+1}{3.1} = \frac{2}{3}$$

1.65) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{1+e^{\frac{1}{x-2}}}, & \forall x \neq 2 \\ a & \text{nếu } x=2. \end{cases}$

Tương tự bài 1.63 ta có 2TH.

$$\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^+}\frac{1}{1+e^{+\infty}} = \frac{1}{+\infty} = 0.$$

Ghi chú:

Thứ

Ngày / /

$$\lim_{x \to 2^-} f(x) = \lim_{x \to 2^-} \frac{1}{1+e^{-\infty}} = \frac{1}{1+0} = 1.$$

Vậy h/s luôn gián đoạn tại $x = 2$.
điểm gián đoạn loại 1
& là điểm nhảy

1.78) Tương tự 1.63, chia 2TH: $\begin{cases} x \to 0^+ \\ x \to 0^- \end{cases}$

KL: Điểm gián đoạn loại 2.

1.79 → 1.81 tương tự

1.80

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{1+e^{1/x}} & \text{khi } x \neq 0 \\ 0 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{1+e^{1/x}} = \frac{1}{1+e^{+\infty}} = 0$$

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{1}{1+e^{1/x}} = \frac{1}{1+e^{-\infty}} = 1$$

~~$\rightarrow a = 0$~~

$\rightarrow$ Hàm số ko liên tục tại 0

1.81.

$$f(x) = \begin{cases} x.\sin\dfrac{1}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x\to 0} x.\sin\frac{1}{x} = 0$$

$$f(0) = 0$$

$\rightarrow$ Hàm số liên tục tại 0

1.79.

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x+2^{\frac{1}{x-1}}} & \text{khi } x \neq 1 \\ 0 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$$

Thứ ngày . .

→ ~~Hàm số ko liên tục~~

$$\lim_{x \to 1^+} \frac{1}{x + 2^{1/x-1}} = \frac{1}{1 + 2^{\frac{1}{0^+}}} = \frac{1}{1 + 2^{+\infty}} = 0$$

$$\lim_{x \to 1^-} \frac{1}{x + 2^{1/x-1}} = \frac{1}{1 + 2^{\frac{1}{0^-}}} = \frac{1}{1 + \underbrace{2^{-\infty}}_{0}} = 1$$

→ Hàm số ko l. tục

Scanned with CamScanner

Ghi chú: Thứ Ngày / /

1.83: * $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x^2}} & \text{khi } x \neq 0 \\ a & \text{khi } x = 0 \end{cases}$

Đặt $t = \frac{1}{x^2}$. $x \to 0$ thì $t \to +\infty$

$\lim_{t \to +\infty} t \cdot e^{-t} = \lim_{t \to +\infty} \frac{t}{e^t} \overset{L'H}{=} \lim_{t \to +\infty} \frac{1}{\boxed{t \cdot} e^t} = 0$

thừa

$\Rightarrow \lim_{x \to 0} f(x) = 0$

Với $a \neq 0$ (tức $\lim f(x) \neq f(0)$) thì hàm $f(x)$ gián đoạn $x \to 0$.

*) $\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^+} \frac{1}{x^2} \cdot e^{-\frac{1}{x^2}} = 0$

$\lim_{x \to 0^-} f(x) = \lim_{x \to 0^-} \frac{1}{x^2} \cdot e^{-\frac{1}{x^2}} = 0$

~~Đặt $t = \frac{1}{x^2}$~~ có: $\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^-} f(x) = 0$

$\Rightarrow x = 0$ là điểm gián đoạn loại I.

1.84: * $f(x) = \begin{cases} x \ln x^2 & \text{khi } x \neq 0 \\ a & \text{khi } x = 0 \end{cases}$

$\lim_{x \to 0} x \ln x^2 = \lim_{x \to 0} \frac{\ln x^2}{\frac{1}{x}} = \lim_{x \to 0} \frac{\frac{2x}{x^2}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \to 0} -2x = 0$

(L'Hopital) dạng VC/VC

$\lim_{x \to 0^+}$

Với $a \neq 0$ thì hàm số gián đoạn tại $x = 0$

⊛ $\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^-} f(x) = 0$

$x = 0$ là điểm gián đoạn loại 1.

Hàm số liên tục khi và chỉ khi a = 0

Ghi chú:

Thứ

Ngày / /

1.85: $y = \dfrac{\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}}{\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x}}$

$= \dfrac{\frac{1}{x(x+1)}}{\frac{1}{x(x-1)}} = \dfrac{x-1}{x+1}$

Đk: $x \neq -1$

$\lim\limits_{x \to -1^+} y = +\infty \qquad \lim\limits_{x \to -1^-} y = -\infty$

$\Rightarrow x = -1$ là điểm gián đoạn loại 2.

1.86: $y = \dfrac{1}{1 - e^{\frac{x}{1-x}}}$

Đk: $x \neq 0$, $x \neq 1$

$\lim\limits_{x \to 0^+} y = 1 = \lim\limits_{x \to 0^-} y$

$\to x = 0$ là điểm gián đoạn loại 1

$\lim\limits_{x \to 1^+} y = \lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{1}{1 - e^{\frac{1^+}{1-1^+}}} = 1$

$\lim\limits_{x \to 1^-} y = \lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{1}{1 - e^{\frac{1^-}{1-1^-}}} = 0$

$\Rightarrow x = 1$ là điểm gián đoạn loại 1.

Các em chia TH

Giống hệt như bài 1.63 hay 1.65. Đó là nếu x -> 1- thì x/(1-x) -> +VC do đó lim y = 1/e^(+VC) = 0.

nếu x-> 1+ thì x/(1-x) -> -VC do đó lim y = 1/(1-0) = 1.

Do đó x = 1 là điểm gián đoạn loại 1 và là điểm nhảy.