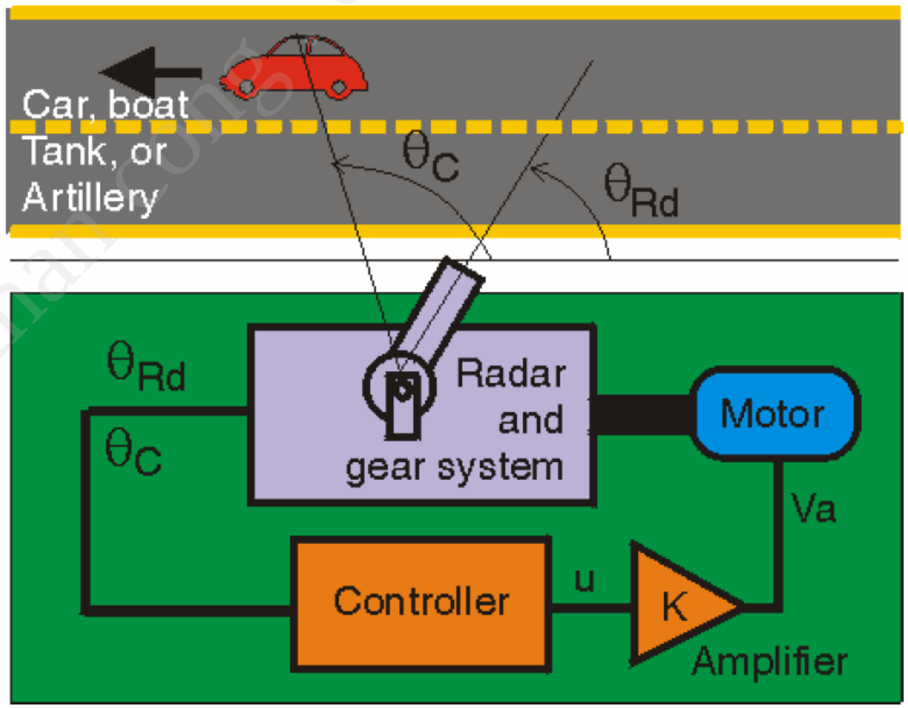
Lý thuyết Điều khiển tự động 1

Giảm bậc mô hình

Các khâu động học cơ bản



ThS. Đỗ Tú Anh

Bộ môn Điều khiển tự động

Khoa Điện, Trường ĐHBK HN

Các hệ thống bậc cao

Đáp ứng bước nhảy

- Đáp ứng bước nhảy của các hệ thống bậc cao có thể nhận được từ việc phân tích ảnh Laplace của chúng thành các phân thức tối giản

$$C(s)=\frac{k_0}{s}+\frac{k_1}{s+\sigma_1}+\frac{k_2}{s+\sigma_2+j\omega_2}+\frac{\bar{k}_2}{s+\sigma_2-j\omega_2}+\frac{k_3}{s+\sigma_3}+\ \dots$$

trong đó k_0, k_1, k_2, … là các hệ số, khi đó

$$c(t)=k_0+k_1\underbrace{e^{-\sigma_1 t}}+k_2\underbrace{e^{-\sigma_2 t}\sin(\omega_2 t+\theta_2)}+k_3\underbrace{e^{-\sigma_3 t}}+\dots$$

các chế độ hay các đáp ứng cơ sở

Các hệ thống bậc cao

Đáp ứng bước nhảy (tiếp)

- Đáp ứng tổng là tổng có trọng lượng của các đáp ứng cơ sở
- Một số đáp ứng cơ sở có thể tương đối nhanh và tắt dần nhanh chóng, còn lại những đáp ứng cơ sở chậm hơn, "trội" hơn sẽ ảnh hưởng phần lớn đến đáp ứng của toàn hệ thống
- Các hệ thống có thể được xấp xỉ thành các hệ bậc một, hệ bậc hai bằng cách loại bỏ đi những thành phần đáp ứng suy giảm nhanh

Các chỉ tiêu chất lượng

- Các chỉ tiêu chất lượng như thời gian tăng, độ quá điều chỉnh, thời gian xác lập cũng có thể áp dụng cho các hệ thống bậc cao
- Việc thiết kế các vùng trên mặt phẳng phức s cũng có thể áp dụng cho các hệ bậc cao trong đó tất cả các điểm cực phải nằm trong miền cho phép

Giảm bậc mô hình

Mục đích

- Đơn giản hóa việc mô tả và phân tích hệ thống
- Làm cho bài toán thiết kế bộ điều khiển trở nên dễ dàng hơn và bộ điều khiển được tạo ra có cấu trúc đơn giản hơn
- Làm giảm các tính toán phức tạp trong việc phân tích và thiết kế hệ thống

Phương pháp điểm cực "trội" (dominant pole)

Hệ ban đầu $$G(s) = \frac{c_1}{s-\lambda_1} + \frac{c_2}{s-\lambda_2} + \cdots + \frac{c_n}{s-\lambda_n}$$

trong đó $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ là các điểm cực của *G(s)*. $\operatorname{Re}\lambda_i < 0,\ i = 1, 2, \ldots, n.$

Các điểm cực λ_i càng gần trục ảo thì càng có ảnh hưởng đến đáp ứng của hệ thống và ngược lại

Phương pháp này đưa ra mô hình giảm bậc dựa trên điểm cực "trội"

Giảm bậc mô hình

Ví dụ

Xét hệ thống với tín hiệu vào *u(t)=1(t)*

$$G(s) = \frac{1}{s+\lambda_1} + \frac{1}{s+\lambda_2},$$

trong đó λ_1 và λ_2 là những số dương và $\lambda_1 \ll \lambda_2$.

Ta có

$$Y(s) = G(s)U(s) = \frac{1}{s(s+\lambda_1)} + \frac{1}{s(s+\lambda_1)} = \frac{1}{\lambda_1}\left[\frac{1}{s} - \frac{1}{s+\lambda_1}\right] + \frac{1}{\lambda_2}\left[\frac{1}{s} - \frac{1}{s+\lambda_2}\right]$$

Do đó $$y(t) = \frac{1}{\lambda_1}(1 - e^{-\lambda_1 t}) + \frac{1}{\lambda_2}(1 - e^{-\lambda_2 t})$$

Ở đây $-\lambda_1$ nằm gần trục ảo hơn $-\lambda_2$. $\rightarrow$ $e^{-\lambda_2 t}$ tiến tới 0 nhanh hơn $e^{-\lambda_1 t}$.

$\Rightarrow$ Mô hình giảm bậc là $G_1(s) = \dfrac{1}{s+\lambda_1}$

Các khâu động học cơ bản

1) Khâu quán tính bậc nhất hay còn gọi khâu PT_1: $G(s) = \dfrac{k}{1+Ts}$.

2) Khâu quán tính– tích phân bậc nhất, hay IT_1: $G(s) = \dfrac{k}{s(1+Ts)}$.

3) Khâu quán tính– tích phân bậc n, hay IT_n: $G(s) = \dfrac{k}{s(1+Ts)^n}$.

4) Khâu quán tính bậc hai, hay còn gọi khâu PT_2: $G(s) = \dfrac{k}{(1+T_1 s)(1+T_2 s)}$, $T_1 \neq T_2$.

5) Khâu Lead/Lag: $G(s) = \dfrac{1+T_t s}{1+T_m s}$.

6) Khâu dao động bậc hai: $G(s) = \dfrac{k}{1+2DTs+T^2 s^2}$, $0<D<1$.

7) Khâu trễ: $G(s) = e^{-s\tau}$.

Khâu quán tính bậc nhất (PT_1)

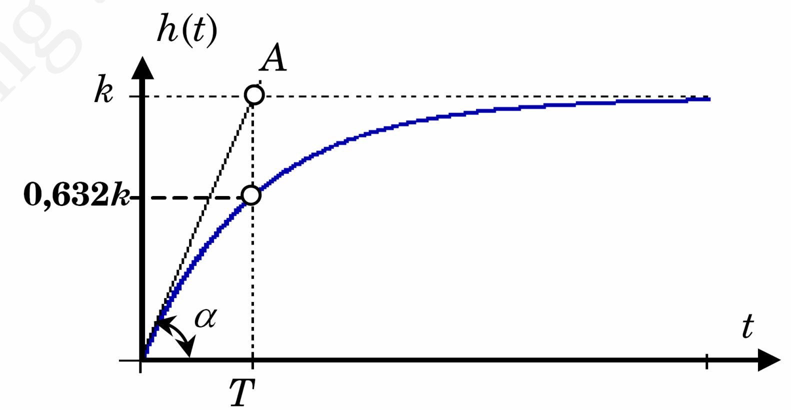
$$G(s) = \frac{k}{1+Ts} \quad \Rightarrow \quad h(t) = k\,(1 - e^{\frac{-t}{T}})\,1(t).$$

Kẻ tiếp tuyến với *h(t)* tại điểm 0 và gọi góc của đường tiếp tuyến là α

$$\tan\alpha = \frac{dh(+0)}{dt} = \frac{k}{T}\ .$$

Ngoài ra

$$\lim_{t\to\infty} h(t) = \lim_{t\to\infty} k(1 - e^{\frac{-t}{T}}) = k,$$



Cách xác định tham số k, T từ đồ thị hàm quá độ

• Hoành độ của đường tiệm cận với *h(t)* khi *t*→∞ là giá trị *k*

• Kẻ đường tiếp tuyến với *h(t)* tại *t=0*

• Hoành độ của điểm A trên đường tiếp tuyến mà tại đó có tung độ bằng k chính là tham số T cần tìm

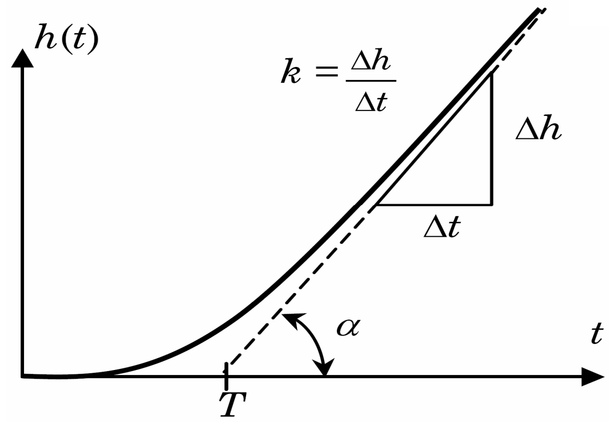
Khâu tích phân -quán tính bậc nhất (IT_1)

$$G(s) = \frac{k}{s(1+Ts)} \Rightarrow h(t) = k\left[t - T\left(1 - e^{\frac{-t}{T}}\right)\right].$$

Đường tiệm cận $h_{tc}(t) = k(t-T)$.

Đường tiệm cận này cắt trục hoành tại điểm $t=T$ cũng như có góc nghiêng α thỏa mãn

$$\tan\alpha = k.$$



Cách xác định tham số k, T từ đồ thị hàm quá độ

- Kẻ đường tiệm cận $h_{tc}(t)$ với $h(t)$ tại $t=\infty$.
- Xác định T là giao điểm của $h_{tc}(t)$ với trục hoành.
- Xác định góc nghiêng α của $h_{tc}(t)$ với trục hoành rồi tính $k = \tan\alpha$.

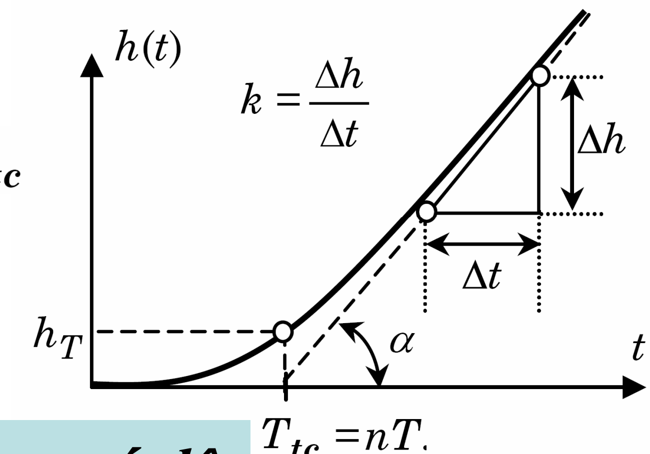
Khâu tích phân -quán tính bậc n (IT_n)

$$G(s) = \frac{k}{s(1+Ts)^n} \Rightarrow h(t) = k \cdot \left[t - nT + \sum_{i=1}^{n} \frac{(n+1-i)t^{i-1} e^{\frac{-t}{T}}}{T^{i-2}(i-1)!} \right].$$

Đường tiệm cận $h_{tc}(t) = k(t - nT)$.

Đường tiệm cận này cắt trục hoành tại điểm $t = T_{tc}$ cũng như có góc nghiêng α thỏa mãn

$$\tan\alpha = k.$$



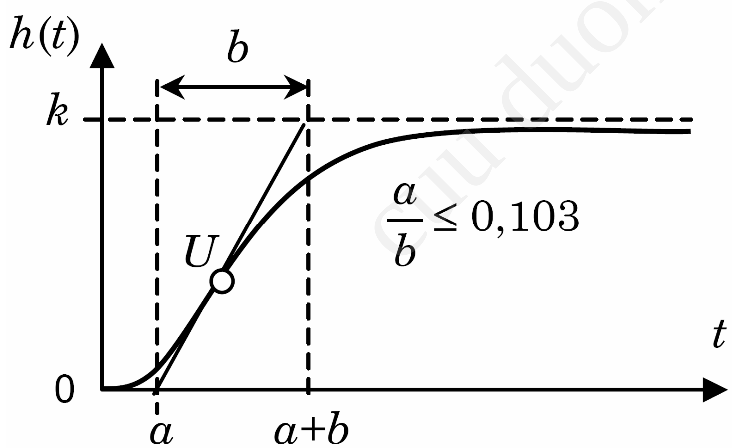
Cách xác định tham số k, T từ đồ thị hàm quá độ

- Kẻ đường tiệm cận $h_{tc}(t)$ với $h(t)$ tại $t=\infty$.
- Xác định T là giao điểm của $h_{tc}(t)$ với trục hoành.
- Xác định góc nghiêng α của $h_{tc}(t)$ với trục hoành rồi tính $k = \tan\alpha$.

Khâu quán tính bậc 2 (PT_2) và quán tính bậc n (PT_n)

$$G(s) = \frac{k}{(1+T_1 s)(1+T_2 s)}, \; T_1 \neq T_2 .$$

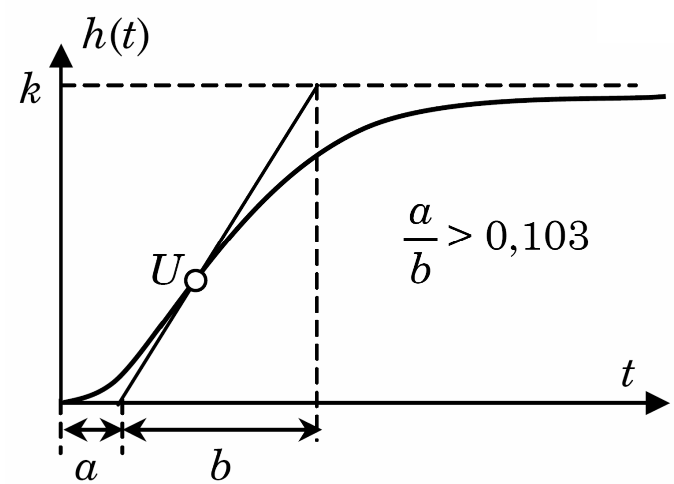
$$h(t) = k\left[1 - \frac{T_1 e^{\frac{-t}{T_1}} - T_2 e^{\frac{-t}{T_2}}}{T_1 - T_2}\right]1(t)$$



$$G(s) = \frac{k}{(1+Ts)^n} .$$

$$h(t) = \left[k - e^{\frac{-t}{T}} \sum_{i=1}^{n} \frac{A_i t^{i-1}}{(i-1)!}\right]1(t)$$

với $\quad A_i = \dfrac{k}{T^{i-1}}$.

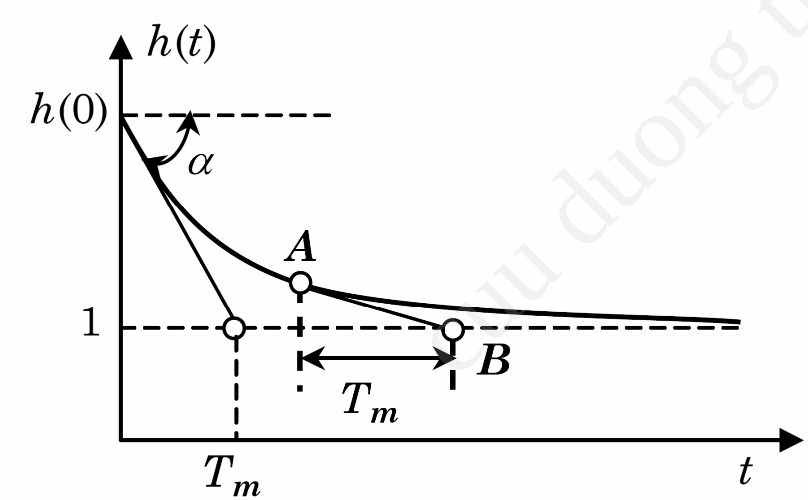


Khâu bù Lead/Lag

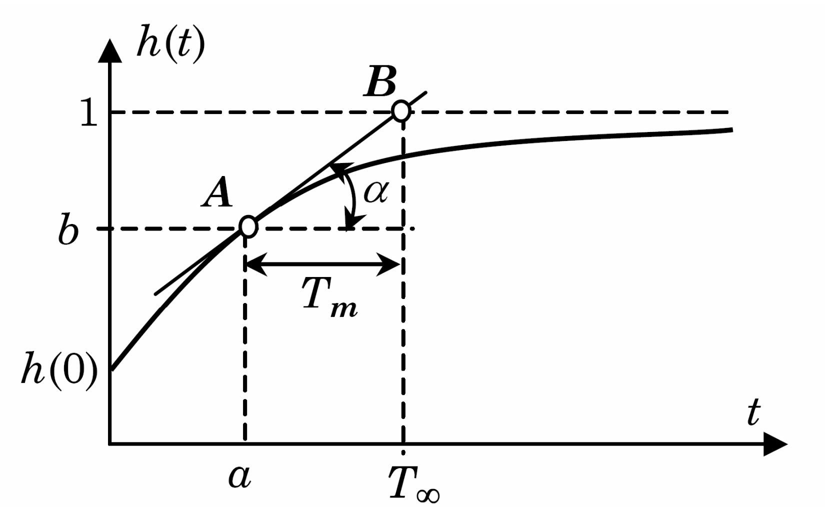
$$G(s) = \frac{1 + T_t s}{1 + T_m s} \qquad h(t) = (1 - \frac{T_m - T_t}{T_m} e^{\frac{-t}{T_m}})\, 1(t).$$

a) nếu $T_t > T_m$ thì ta nói đó là khâu Lead (dẫn qua),

b) nếu $T_t < T_m$ thì ta nói đó là khâu Lag (cắt bớt).



Hàm quá độ của khâu Lead



Hàm quá độ của khâu Lag

Khâu bù Lead/Lag (tiếp)

Phương trình đường tiếp tuyến $h_{tt}(t) = \tan\alpha\,(t-a)+b$,

trong đó $$\tan\alpha = \frac{dh(a)}{dt} = \frac{T_m - T_t}{T_m^2} e^{\frac{-a}{T_m}}$$

Đường tiệm cận khi $t \to \infty$ $$\lim_{t\to\infty} h(t) = \lim_{s\to 0} \frac{1+T_t s}{1+T_m s} = 1$$

T_m chính là khoảng thời gian cần thiết để $h_{tt}(t)$ đi được từ điểm A tới điểm B.

Cách xác định tham số k, T từ đồ thị hàm quá độ

- Lấy một điểm A bất kỳ trên $h(t)$ và kẻ đường tiếp tuyến $h_{tt}(t)$ với $h(t)$ tại A, sau đó xác định B là điểm trên $h_{tt}(t)$ có tung độ bằng 1. Chiếu đoạn $\overline{AB}$ lên trục thời gian (trục hoành) để có T_m.
- Tính $T_t = h(0)T_m$.

Khâu dao động bậc hai

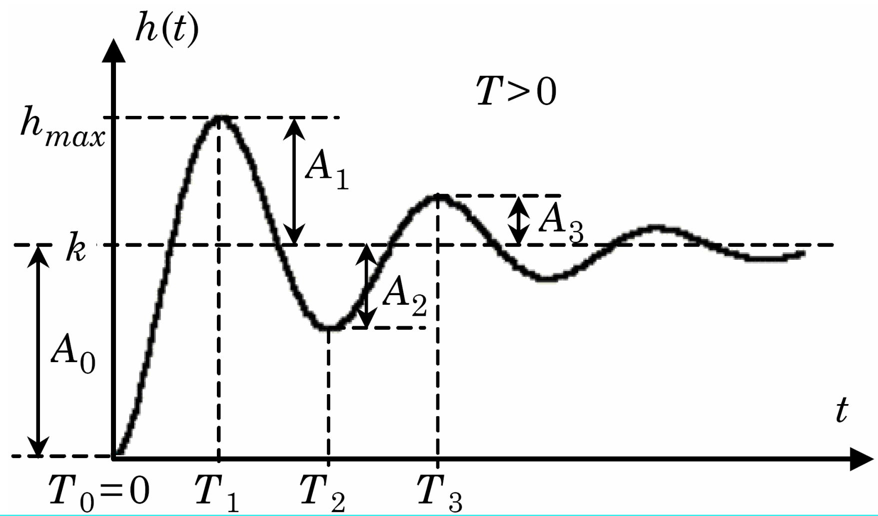
$$G(s) = \frac{k}{1+2DTs+T^2s^2}, \quad 0<D<1$$

$$h(t) = k\left[1-\frac{1}{\sqrt{1-D^2}}e^{\frac{-D}{T}t}\left(\sqrt{1-D^2}\cos\omega t + D\sin\omega t\right)\right]$$

$$= k\left[1-\frac{1}{\sqrt{1-D^2}}e^{\frac{-D}{T}t}\sin(\omega t+\varphi)\right] \quad \text{với} \quad D=\cos\varphi \quad \text{và} \quad \omega=\frac{\sqrt{1-D^2}}{T}.$$

$$\lim_{t\to\infty} h(t) = \lim_{s\to 0} G(s) = k.$$

$$T_i = \frac{i\pi T}{\sqrt{1-D^2}}, \qquad i = 0,\ 1,\ \ldots \qquad (8.1)$$



Khâu dao động bậc hai (tiếp)

$$\Rightarrow \qquad A_i = \left| h(T_i) - k \right| = \left| \frac{k}{\sqrt{1-D^2}} e^{\frac{-Di\pi}{\sqrt{1-D^2}}} \sin\varphi \right|$$

$$\Rightarrow \qquad \left| \frac{A_{i+1}}{A_i} \right| = \exp\left(\frac{-\pi D}{\sqrt{1-D^2}} \right) \qquad \Rightarrow \qquad D = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\pi^2}{\ln^2 \left| \frac{A_{i+1}}{A_i} \right|}}}. \qquad (8.2)$$

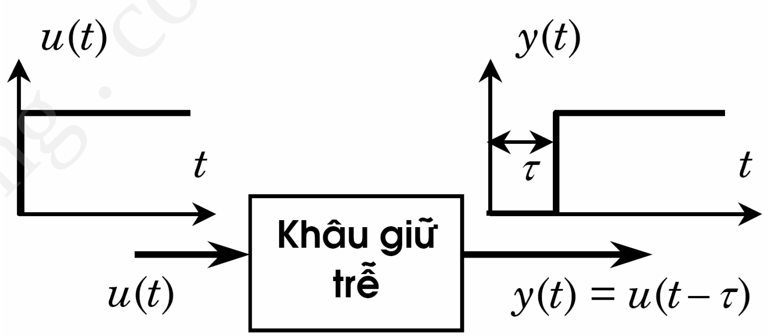
Cách xác định tham số k, T từ đồ thị hàm quá độ

- Xác định $k = \lim_{t\to\infty} h(t)$.
- Đo A_i và T_i rồi tính D theo (8.2). Chỉ cần đo A_1 và T_1 là đủ, vì $A_0 = k$.
- Tính T từ D và T_i theo (8.1).

Khâu trễ

$$y(t) = u(t-\tau) \Rightarrow G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = e^{-s\tau}.$$

τ - thời gian trễ



Xấp xỉ hàm truyền đạt khâu giữ trễ bằng một hàm truyền đạt thực- hữu tỷ

$$e^{-s\tau} = \frac{1}{\lim\limits_{k\to\infty}\left(1+\frac{s\tau}{k}\right)^k} = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-s\tau)^k}{k!} \quad (8.3)$$

- Xấp xỉ thành khâu PT_n $\quad G(s) = e^{-s\tau} \approx \dfrac{1}{(1+Ts)^n}$ trong đó $T = \dfrac{\tau}{n}$.

- Công thức xấp xỉ Padé $\quad G(s) = e^{-s\tau} \approx \dfrac{1+b_1s+\cdots+b_ms^m}{1+a_1s+\cdots+a_ns^n}, \quad (8.4)$

sao cho nếu phân tích (8.4) thành chuỗi Taylor tại điểm s=0 thì m+n phần tử đầu tiên của nó trùng với m+n phần tử đầu tiên của chuỗi trong (8.3) .