ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐẠI HỌC GIÁO DỤC

PHÙNG THỊ GIANG

RÈN LUYỆN TƯ DUY SÁNG TẠO CHO HỌC SINH THCS THÔNG QUA DẠY HỌC CHUYÊN ĐỀ NGUYÊN LÝ DIRICHLET

LUẬN VĂN THẠC SĨ SƯ PHẠM TOÁN HỌC

HÀ NỘI - 2023

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐẠI HỌC GIÁO DỤC

PHÙNG THỊ GIANG

RÈN LUYỆN TƯ DUY SÁNG TẠO CHO HỌC SINH THCS THÔNG QUA DẠY HỌC CHUYÊN ĐỀ NGUYÊN LÝ DIRICHLET

LUẬN VĂN THẠC SĨ SƯ PHẠM TOÁN HỌC

CHUYÊN NGÀNH: LÝ LUẬN VÀ PHƯƠNG PHÁP DẠY HỌC BỘ MÔN TOÁN HỌC

Mã số: 8140114.01

Người hướng dẫn khoa học: TS. Hà Phi

HÀ NỘI - 2023

LỜI CẢM ƠN

Sau thời gian học tập và nghiên cứu tại trường Đại học Giáo dục - Đại học Quốc gia Hà Nội, tác giả đã hoàn thành Luận văn Thạc sĩ Sư phạm toán với đề tài "Rèn luyện tư duy sáng tạo cho học sinh THCS thông qua dạy học chuyên đề nguyên lý Dirichlet".

Tác giả xin chân thành cảm ơn các thầy giáo, cô giáo là giảng viên của trường Đại học Giáo dục - Đại học Quốc gia Hà Nội đã giúp đỡ và tạo điều kiện cho tác giả trong quá trình học tập và nghiên cứu luận văn này.

Tác giả xin bày tỏ lòng biết ơn chân thành và sâu sâu sắc tới **TS. Hà Phi** thầy đã trực tiếp hướng dẫn tác giả trong suốt thời gian nghiên cứu và hoàn thành luận văn.

Tác giả xin chân thành cảm ơn Ban giám hiệu, các thầy cô giáo giảng dạy bộ môn Toán và các em học sinh đội tuyển HSG các khối 6, 7, 8, 9 của trường THCS Giao Thuỷ huyện Giao Thuỷ, tỉnh Nam Định đã tạo điều kiện thuận lợi cho tác giả trong quá trình học tập và nghiên cứu.

Lời cảm ơn chân thành của tác giả cũng xin gửi tới gia đình, bạn bè, đồng nghiệp, đặc biệt là lớp Cao học Lý luận và phương pháp dạy học bộ môn Toán QH1- 2021 trường Đại học Giáo dục- Đại học Quốc gia Hà Nội đã quan tâm, động viên, giúp đỡ để tác giả hoàn thành luận văn của mình.

Tuy đã có nhiều cố gắng nhưng trong quá trình thực hiện luận văn này chắc chắn không tránh khỏi những thiếu sót cần góp ý. Tác giả rất mong nhận được những góp ý của các thầy, cô giáo, bạn bè đồng nghiệp để đề tài hoàn thiện hơn.

Xin trân trọng cảm ơn!

Hà Nội, ngày 20 tháng 06 năm 2023

Tác giả:

Phùng Thị Giang

DANH MỤC CÁC CHỮ VIẾT TẮT

Viết tắt	**Viết đầy đủ**
GV	Giáo viên
HS	Học sinh
HSG	Học sinh giỏi
KH- KT	Khoa học- kỹ thuật
TDPP	Tư duy phê phán
TDST	Tư duy sáng tạo
THCS	Trung học cơ sở
THPT	Trung học phổ thông

MỤC LỤC

MỞ ĐẦU ... 1
1. Lý do chọn đề tài ... 1
2. Mục đích nghiên cứu: ... 2
3. Nhiệm vụ nghiên cứu ... 2
4. Đối tượng, khách thể, phạm vi nghiên cứu ... 3
5. Phạm vi nghiên cứu ... 3
6. Giả thiết nghiên cứu ... 3
7. Phương pháp nghiên cứu ... 4
8. Đóng góp của luận văn ... 5
9. Cấu trúc của luận văn ... 5
CHƯƠNG 1: CƠ SỞ LÝ LUẬN VÀ THỰC TIỄN ... 6
1.1. Tổng quan nghiên cứu vấn đề ... 6
1.1.1. Tổng quan vấn đề ở nước ngoài: ... 6
1.1.2. Tổng quan nghiên cứu vấn đề ở trong nước ... 7
1.2. Một số vấn đề tư duy ... 8
1.2.1. Tư duy và Tư duy Toán học ... 8
1.2.2. Các thao tác tư duy và đặc điểm tư duy ... 9
1.3. Một số vấn đề sáng tạo ... 13
1.3.1. Khái niệm sáng tạo ... 13
1.3.2. Quá trình sáng tạo ... 13
1.4. Tư duy sáng tạo ... 13
1.4.1. Khái niệm tư duy sáng tạo ... 13
1.4.2. Đặc trưng của tư duy sáng tạo ... 14
1.4.3. Tư duy sáng tạo của học sinh. ... 17
1.5. Tiềm năng của chuyên đề Nguyên lý Dirichlet trong việc rèn luyện năng lực tư duy sáng tạo của học sinh. ... 20

1.6. Thực trạng dạy học rèn năng lực tư duy sáng tạo, thực trạng dạy học chuyên đề Nguyên lý Dirichlet tại trường THCS Giao Thuỷ. 21
1.6.1. Thực trạng việc dạy học nhằm rèn năng lực tư duy sáng tạo cho học sinh. 22
1.6.2. Thực trạng việc dạy học nhằm rèn năng lực tư duy sáng tạo cho học sinh thông qua dạy học chuyên đề Nguyên lý Đirichlet. 31
Kết luận chương 1 36
CHƯƠNG 2: MỘT SỐ BIỆN PHÁP RÈN LUYỆN TƯ DUY SÁNG TẠO CHO HỌC SINH TRUNG HỌC CƠ SỞ THÔNG QUA DẠY HỌC CHUYÊN ĐỀ NGUYÊN LÝ DIRICHLET 37
2.1. Chuyên đề Nguyên lý Dirichlet trong chương trình THCS và chương trình bồi dưỡng học sinh giỏi Toán THCS 37
2.1.1. Lý thuyết 37
2.1.2. Các dạng toán sử dụng nguyên lý Dirichlet…………………………37
2.2. Các mục tiêu xây dựng biện pháp phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh trong dạy học chuyên đề nguyên lý Dirichlet 53
2.2.1. Biện pháp đảm bảo mục tiêu chuẩn kiến thức kĩ năng, năng lực trong dạy học chuyên đề nguyên lý Dirichlet trong chương trình bồi dưỡng HSG lớp 9. 54
2.2.2. Biện pháp đảm bảo tác động vào các TTTD toán học và các đặc trưng của tư duy sáng tạo. 54
2.2.3. Biện pháp sư phạm nêu ra cần phải dựa trên cơ sở thực tiễn gặp phải trong quá trình dạy học chuyên đề nguyên lý Dirichlet (khó khăn, sai lầm,…)54
2.2.4. Trong quá trình triển khai các biện pháp sư phạm tác động đến tư duy học sinh cần đảm bảo tính thống nhất giữa vai trò chủ đạo của GV và vai trò tích cực, tự giác, sáng tạo của HS 54
2.3. Một số biện pháp rèn luyện năng lực tư duy sáng tạo cho học sinh THCS trong quá trình dạy học chuyên đề nguyên lý Dirichlet 54

2.3.1. Rèn luyện cho HS biết vận dụng các TTTD, nhất là thao tác phân tích tổng hợp. 55
2.3.2. Rèn luyện cho học sinh sự linh hoạt, sáng tạo trong lời giải, kích thích các em tìm tòi và đề xuất nhiều cách giải khác nhau cho một vấn đề, tìm ra cách ngắn gọn, tối ưu nhất. 63
2.3.3. Rèn luyện cho học sinh có khả năng tìm kiếm phương thức lạ và duy nhất, những kết hợp mới, mối liên hệ mới cho những kiến thức tưởng chừng như không liên quan đến nhau. 71
2.3.4. Rèn luyện cho học sinh tìm tòi, sáng tạo ra các bài toán mới từ các bài toán gốc, tổng hợp các bài toán đã học thành một bài tổng quát có cách làm đặc trưng. 76
Kết luận chương 2 80
CHƯƠNG 3: THỰC NGHIỆM SƯ PHẠM 81
3.1. Mục đích thực nghiệm 81
3.2. Nhiệm vụ thực hiên 81
3.3. Nội dung thực nghiệm 81
3.4. Tổ chức thưc nghiệm 81
3.4.1. Đối tượng thực nghiệm 81
3.4.2. Kế hoạch thực nghiệm. 82
3.4.3. Tiến hành thực nghiệm 82
TÀI LIỆU THAM KHẢO 110

MỞ ĐẦU

1. Lý do chọn đề tài

Để thực hiện được mục tiêu đổi mới giáo dục toàn diện, việc đầu tiên cần làm là chuyển đổi quá trình giáo dục từ chủ yếu trang bị kiến thức sang phát triển toàn diện năng lực và phẩm chất người học. Một trong những năng lực cốt lõi mà trường phổ thông cần hình thành cho học sinh là năng lực sáng tạo. Trong môi trường hội nhập, để thích ứng và tồn tại, bên cạnh ngôn ngữ quốc tế, thế hệ trẻ cần phải được trang bị năng lực sáng tạo. Điều này đã được thể chế hóa trong Luật Giáo dục (2005): "*Phương pháp giáo dục phải phát huy tính tích cực, tự giác, chủ động, tư duy sáng tạo của người học…*"[15]

Tại nhiều nước phát triển trên thế giới, giáo dục năng lực tư duy đặc biệt là tư duy sáng tạo luôn được coi là mục tiêu của giáo dục hiện đại, tiên phong. Ngày nay người ta coi sáng tạo là yếu tố đặc trưng và là yêu cầu tất yếu với sự phát triển của con người. Rõ ràng, một học sinh với năng lực sáng tạo, với năng lực phản biện, có khả năng áp dụng kiến thức vào thực tiễn, có khả năng tư duy logic, có khả năng nhìn nhận vấn đề dưới nhiều góc độ, có khả năng đưa ra nhiều hướng giải quyết khác nhau với cùng một vấn đề, có khả năng dự đoán các tình huống trước một vấn đề…là một sản phẩm giáo dục mà các nước tiên tiến trên thế giới đang hướng đến. Nhiều nhà giáo dục ở các nước đã và đang nỗ lực tìm kiếm các quan niệm, hình thức, phương pháp dạy học nhằm bồi dưỡng và phát triển tư duy tích cực, độc lập và sáng tạo cho học sinh. Ở nước ta, mục tiêu dạy học môn *Toán* ở trường trung học cơ sở (THCS) không chỉ nhằm cung cấp tri thức, rèn luyện kĩ năng toán học mà còn phát triển các năng lực tư duy, đặc biệt là duy sáng tạo để giải quyết được các vấn đề thực tiễn.

Do đó, một yêu cầu cấp thiết được đặt ra trong hoạt động giáo dục phổ thông là phải đổi mới phương pháp dạy học, trong đó đổi mới phương pháp dạy học môn Toán là một trong những vấn đề được quan tâm hiện nay.

Trong quá trình rèn luyện và phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh

THCS, môn Toán luôn giữ một vị trí quan trọng. Môn Toán có nhiều ứng dụng cho việc học tập nghiên cứu các bộ môn khác và ứng dụng vào thực tiễn. Trong quá trình học toán, học sinh còn bộc lộ những hạn chế về tư duy sáng tạo toán học như: chưa liên kết các kiến thức cũ đã học để giải quyết các kiến thức mới; chưa linh hoạt trong suy nghĩ khi gặp bài vận dụng cao; áp dụng một cách máy móc những kinh nghiệm, cách giải quyết cũ vào bài toán mới.

Với mong muốn phần nào thay đổi tư duy của học sinh, tác giả đã nghiên cứu để dạy học chuyên đề **Nguyên lý Dirichlet** cho HSG THCS. Dạy học thành công chuyên đề này, học sinh cần được rèn luyện tư duy độc đáo, linh hoạt, sáng tạo. Vì vậy, dạy học chuyên đề này rất có hiệu quả trong việc rèn luyện và phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh, đồng thời tăng cường năng lực giải toán. Thông qua đó, tác giả được thay đổi phương pháp dạy học, rèn luyện tư duy sáng tạo cho chính bản thân mình.

Với các lí do nêu trên tôi chọn đề tài: ***Rèn luyện tư duy sáng tạo cho học sinh THCS thông qua dạy học chuyên đề Nguyên lý Dirichlet***.

2. Mục đích nghiên cứu:

- Mục đích của luận văn là nghiên cứu cơ sở lí luận về tư duy sáng tạo.
- Biểu hiện của tư duy sáng tạo ở học sinh THCS.
- Đánh giá thực trạng việc rèn luyện tư duy sáng tạo của học sinh thông qua dạy học chuyên đề Nguyên lý Dirichlet của học sinh THCS Giao Thuỷ-Giao Thuỷ- Nam Định nói chung và học sinh đội tuyển Toán 9 nói riêng.
- Góp phần nâng cao chất lượng giáo dục của nhà trường THCS.

3. Nhiệm vụ nghiên cứu

- Làm sáng tỏ một số vấn đề cơ bản của tư duy, tư duy sáng tạo.
- Nghiên cứu những biểu hiện của tư duy sáng tạo của học sinh trung học cơ sở Giao Thuỷ nói riêng và sự cần thiết phải rèn luyện và phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh THCS nói chung, học sinh đội tuyển Toán nói riêng thông qua chuyên đề dạy học Nguyên lý Dirichlet.

- Đề xuất các biện pháp cần thiết để rèn luyện và phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh THCS thông qua các tiết dạy thực nghiệm về chủ đề này.

- Tổ chức thực nghiệm sư phạm để kiểm nghiệm tính khả thi và hiệu quả mang lại của các biện pháp đề ra trong một chuyên đề học sinh giỏi THCS.

4. Đối tượng, khách thể, phạm vi nghiên cứu

4.1. Khách thể nghiên cứu**:** Giáo viên và học sinh; quá trình dạy học Toán nói chung và dạy học phát triển năng lực sáng tạo nói riêng.

4.2. Đối tượng nghiên cứu**:** Hoạt động dạy và hoạt động học rèn luyện tư duy sáng tạo của học sinh THCS.

5. Phạm vi nghiên cứu

5.1. Phạm vi về nội dung**:** Nghiên cứu các nội dung tập trung xung quanh dạy học chuyên đề Nguyên lý Dirichlet ở các lớp THCS.

5.2. Phạm vi về thời gian**:** 10/10/2021-20/5/2023

5.3. Phạm vi về không gian**:** Đề tài được nghiên cứu tại trường THCS Giao Thuỷ, huyện Giao Thuỷ, tỉnh Nam Định. Đây là một 1 trong 10 cơ sở giáo dục xây dựng cơ sở chất lượng cao của tỉnh Nam Định. Trong đó, khối lớp 9 có 10 đội tuyển học sinh giỏi tham gia dự thi các môn văn hoá cấp tỉnh. Lớp 9A của nhà trường có các em học sinh tham gia đội tuyển HSG môn Toán dự thi cấp tỉnh.

Tác giả mong muốn áp dụng đối với các đối tượng HSG THCS, trong phạm vi luận văn này thực nghiệm với đối tượng HSG Toán 9 là chủ yếu.

6. Giả thiết nghiên cứu

Hiện nay, việc dạy và học phát huy năng lực tư duy sáng tạo của học sinh THCS chưa được chú trọng nhiều. Với chuyên đề Nguyên lý Dirichlet và các biện pháp đã đề xuất trong phạm vi luận văn, qua thực nghiệm sư phạm, tin rằng có thể đóng góp vào việc làm thay đổi tư duy, phương pháp học toán, khơi gợi hứng thú, phát huy năng lực tư duy sáng tạo trong học sinh, nhất là đối với chuyên đề toán đã nêu, khiến các em say mê hứng thú khi học suy luận logic; có sự liên hệ với các nguyên lý khác khi giải toán.

7. Phương pháp nghiên cứu

7.1. Phương pháp nghiên cứu lý luận:

Nghiên cứu, phân tích và tổng hợp, hệ thống hoá, khái quát hoá các tài liệu về giáo dục học, tâm lý học, các tạp chí, sách, báo, đặc san, luận án trong và ngoài nước… có nội dung viết về tư duy toán học có liên quan tới tư duy logic, tư duy sáng tạo; các phương pháp dạy học phát huy tư duy toán học, các phương pháp nhằm phát triển và rèn luyện tư duy sáng tạo toán học cho học sinh THCS; tham khảo sách giáo khoa, sách bài tập, sách nâng cao, các chuyên đề bồi giỏi, các đề thi học sinh giỏi để sưu tầm các bài tập thuộc dạng toán đang nghiên cứu, mang nhiều tính tư duy sáng tạo.

Nghiên cứu những đổi mới về chương trình, nội dung, phương pháp, kiểm tra đánh giá của chương trình GDPT 2018 đặc biệt là phần phát triển các năng lực tư duy của người học.

7.2. Phương pháp nghiên cứu thực tiễn:

7.2.1. Phương pháp điều tra quan sát:

- Dự giờ, trao đổi với thầy cô, đồng nghiệp tại trường THCS Giao Thuỷ.
- Điều tra tình trạng tiếp thu kiến thức của học sinh, khả năng suy luận logic, vận dụng sáng tạo, linh hoạt trong giải toán nhất là đối với các bài toán cần sử dụng nguyên lý.
- Điều tra tình trạng áp dụng phương pháp dạy học mới: phát huy tư duy sáng tạo trong dạy học Toán.

7.2.2. Phương pháp hỏi ý kiến chuyên gia

Tham khảo ý kiến của các giáo viên giảng dạy trực tiếp để điều chỉnh các nội dung đề xuất để rèn luyện và phát huy tư duy sáng tạo cho phù hợp với thực tiễn dạy học chuyên đề Nguyên lý Dirichlet, mang lại hiệu quả cao khi áp dụng vào thực tiễn.

7.2.3. Phương pháp nghiên cứu sản phẩm

Nghiên cứu và phân tích giáo án của GV, đồng nghiệp khác, vở ghi, vở bài tập, các bài kiểm tra, nghiên cứu hệ thống dạng bài tập.

7.2.4. Phương pháp thực nghiệm sư phạm

Dạy thử nghiệm một số tiết theo hệ thống bài tập soạn trước định hướng phát triển năng lực tư duy sáng tạo tại các lớp THCS của trường THCS Giao Thuỷ.

7.2.4. Phương pháp xử lý thông tin

- Thống kê toán học.
- Xử lý các số liệu điều tra.

8. Đóng góp của luận văn

- Về lý luận:

Góp phần làm sáng tỏ nội dung "*Rèn luyện tư duy sáng tạo cho học sinh THCS thông qua dạy học chuyên đề Nguyên lý Dirichlet*".

- Về thực tiễn:

+ Xây dựng một số biện pháp để "*Rèn luyện tư duy sáng tạo cho học sinh THCS thông qua dạy học chuyên đề Nguyên lý Dirichlet*".

+ Vận dụng các biện pháp trên vào thực tiễn dạy học bài tập suy luận logic cho học sinh giỏi THCS.

Với hai đóng góp nhỏ trên, hy vọng luận văn có thể là tài liệu tham khảo cho các giáo viên trẻ mới vào nghề và các bạn muốn rèn luyện và phát triển năng lực tư duy sáng tạo khi dạy các bài toán suy luận.

9. Cấu trúc của luận văn

Ngoài phần mở đầu, kết thúc, tài liệu tham khảo, phụ lục, luận văn này còn có 3 nội dung chính được trình bày trong 3 chương như sau:

Chương 1: Cơ sở lý luận và thực tiễn.

Chương 2: Một số biện pháp rèn luyện tư duy sáng tạo cho học sinh THCS thông qua dạy học chuyên đề Nguyên lý Dirichlet.

Chương 3: Thực nghiệm sư phạm.

CHƯƠNG 1
CƠ SỞ LÝ LUẬN VÀ THỰC TIỄN

1.1. Tổng quan nghiên cứu vấn đề

1.1.1. Tổng quan vấn đề ở nước ngoài:

Vào thế kỷ thứ 3, nhà toán học Pappos (Hy Lạp) đã đặt nền móng khởi đầu cho khoa học nghiên cứu TDST. Theo cách hiểu lúc đó, TDST đó là khoa học về các phương pháp và quy tắc sáng chế, phát minh trong mọi lĩnh vực như khoa học kĩ thuật, nghệ thuật, văn học, chính trị, triết học, toán học, quân sự,... Sau Pappos, một số nhà khoa học như Descartes, Leibnitz, Bolzano, Poincaré đã cố gắng xây dựng và phát triển.

Các nhà khoa học Mỹ cho rằng việc tìm ra và bồi dưỡng những nhân cách sáng tạo là vấn đề có ý nghĩa quốc gia, bởi vì "hoạt động sáng tạo có ảnh hưởng to lớn không chỉ đến sự tiến bộ khoa học, mà còn ảnh hướng sâu sắc đến toàn bộ xã hội…" (Taylor C.W.,1964) [30]

Đến khoảng những năm 50 của thế kí XX, người có công lớn là nhà tâm lí học Mỹ Guiford. Ông xem sáng tạo là một thuộc tính của tư duy (TD), là một phẩm chất của quá trình tư duy và nhấn mạnh ý nghĩa của hoạt động sáng tạo là chỉ báo quan trọng hơn là trí thông minh …*(*Guilford J.P., 1967*)* [28].

Ở giai đoạn này, cũng có những nghiên cứu vấn đề sáng tạo với các tên tuổi lớn như: Holland (1959), May (1961), Mackinnon D.W (1962), Yahamoto Kaoru (1963), Torrance E.P (1962, 1963, 1965, 1979, 1995),.. và một số tác giả người Mỹ như: Barron (1952, 1955, 1981, 1995), Getzels (1962, 1975)…Các nghiên cứu này tập trung nhiều vào các nội dung như: tiêu chuẩn cơ bản của hoạt động sáng tạo, bản chất và quy luật của hoạt động sáng tạo, vấn đề phát triển năng lực sáng tạo và kích thích hoạt động sáng tạo, những thuộc tính nhân cách của hoạt động sáng tạo…

Như vậy, mặc dù khoa học về sáng tạo đã có từ rất lâu, tuy vậy đến mãi thế kỉ XX cho đến nay, khi mà KH- KT có những bước phát triển vượt bậc, khi mà sức sáng tạo của con người được thăng hoa thành những thành tựu khoa học vĩ đại, khi mà TDST phát huy được vai trò to lớn của nó đối với sự phát triển thế giới, thì con người ta mới đặt nhiều câu hỏi về TDST và làm thế nào để phát huy tối đa nó. Lúc này khoa học sáng tạo mới thực sự được quan tâm nghiên cứu một cách bài bản trên khắp thế giới.

1.1.2. Tổng quan nghiên cứu vấn đề ở trong nước

Ở Việt Nam, những hoạt động liên quan đến khoa học về lĩnh vực sáng tạo bắt đầu vào thập kỉ 70 của thế kỷ XX. Có thể kể ra một số nghiên cứu tiêu biểu như: "*Rèn luyện khả năng sáng tạo toán học ở nhà trường phổ thông*" (Hoàng Chúng, 1964), "*Làm thế nào để sáng tạo*" (Phan Dũng, 1992), "*Khơi dậy tiềm năng sáng tạo*" (Nguyễn Cảnh Toàn (chủ biên), 2004). Một số tác giả khác cũng rất quan tâm đến vấn đề sáng tạo như Vũ Dương Thụy (1994), Vũ Quốc Chung (1995), Trần Hiệp, Đỗ Long (1990), Tôn Thân (1995). Ngoài ra còn một số tác giả có bài giảng về sáng tạo trong tâm lý học như: "*Tâm lí học sáng tạo*" (Nguyễn Huy Tú, 1996), "*Tâm lí học sáng tạo*" (Đức Uy, 1999)…

Trong những nghiên cứu trên, một số nghiên cứu tập trung trong *lĩnh vực tâm lí học*: Tác giả Đức Uy trong cuốn "*Tâm lí học sáng tạo*" của mình, tác giả giúp bạn đọc hiểu "thế nào là sáng tạo, vì sao con người vốn có bản tính đổi mới, sáng tạo và làm gì để phát hiện và tăng cường năng lực sáng tạo của cá nhân và cộng đồng" [23]. Tác giả Nguyễn Huy Tú, trong cuốn "*Tâm lý học sáng tạo (1996*), cho rằng sáng tạo thể hiện khi con người đứng trước hoàn cảnh có vấn đề. Nội dung chủ yếu tập trung vào các vấn đề chung của sáng tạo như: "thế nào là sáng tạo, quá trình sáng tạo, sản phẩm sáng tạo" [20].

Một số khác tập trung trong *lý luận dạy học*: Tác giả Hoàng Chúng, đã tập trung nghiên cứu vấn đề rèn luyện cho HS phát triển các phương pháp suy nghĩ cơ bản trong sáng tạo toán học như *đặc biệt hóa, tổng quát hóa, tương tự hóa* và cho rằng các phương pháp này có thể vận dụng trong giải toán để mò mẫm, dự đoán kết quả, tìm ra phương hướng giải toán, để mở rộng, đào sâu và hệ thống hóa kiến thức. Tác giả Nguyễn Cảnh Toàn đặt trọng tâm nghiên cứu vào việc rèn luyện khả năng "phát hiện vấn đề", rèn luyện TDST và nhất là tư duy biện chứng thông qua lao động tìm tòi "cái mới", muốn sáng tạo toán học, rõ ràng là phải vừa giỏi phân tích, vừa giỏi tổng hợp.

1.2. Một số vấn đề tư duy

1.2.1. Tư duy và Tư duy Toán học

Theo từ điển triết học (*NXB Tiến bộ, Matxcova, 1986*): "Tư duy là sản phẩm cao nhất của vật chất được tổ chức một cách đặc biệt - Bộ não người. Tư duy phản ánh tích cực hiện thực khách quan dưới dạng các khái niệm, sự phán đoán, lý luận…"

Theo Sacđacôp M.N. (*Tư duy của học sinh, 1970*): "Tư duy là sự nhận thức khái quát gián tiếp các sự vật và hiện tượng của hiện thực trong những dấu hiệu, những thuộc tính chung và bản chất của chúng. Tư duy cũng là sự nhận thức sáng tạo những sự vật và hiện tượng mới, riêng lẻ của hiện thực trên cơ sở những kiến thức khái quát hoá đã thu nhận được" [17].

Phân tích một số quan niệm về tư duy như trên, tựu chung lại có thể hiểu : *Tư duy là quá trình tâm lý phản ánh hiện thực khách quan một cách gián tiếp, là sự khái quát, là sự phản ánh những thuộc tính chung và bản chất, tìm ra những mối liên hệ, quan hệ có tính quy luật của sự vật, hiện tượng mà ta chưa từng biết.*

Theo đó, *tư duy toán học được hiểu là quá trình nhận thức, phản ánh những thuộc tính bản chất, phát hiện ra những mối quan hệ bên trong có tính quy luật của các đối tượng toán học mà trước đó ta chưa biết. Sản phẩm của tư duy toán học là những khái niệm, định lí, quy tắc, phương pháp, suy luận... mang tính khái quát, tính trừu tượng cao, có tính khoa học, tính logic chặt chẽ, các tri thức có mối quan hệ mật thiết và hỗ trợ lẫn nhau, được biểu đạt chủ yếu bằng ngôn ngữ viết.*

1.2.2. Các thao tác tư duy và đặc điểm tư duy

1.2.2.1. Các thao tác tư duy

i) Thao tác phân tích - tổng hợp:

+ Thao tác phân tích: Phân chia đối tượng nhận thức vốn là một thể thành những "bộ phận", những dấu hiệu, thuộc tính, những mối liên hệ và quan hệ giữa chúng để nhận thức đối tượng sâu sắc hơn

+ Thao tác tổng hợp: Hợp nhất những "bộ phận", những thuộc tính, những thành phần đã được tách ra nhờ phân tích thành một chỉnh thể mới, một hình ảnh mới về sự vật, hiện tượng được phản ánh phân tích và tổng hợp liên quan mật thiết với nhau, bổ sung cho nhau. Phân tích là cơ sở của tổng hợp, tổng hợp diễn ra trên cơ sở phân tích.

Ví dụ: Một trường học có 1115 học sinh. Chứng tỏ rằng luôn có ít nhất 4 em có cùng ngày tháng sinh [2].

Đây là dạng bài tập ứng dụng nguyên lý Dirichlet một cách đơn giản nhất giúp các em làm quen với nguyên lý một cách tự nhiên và dễ hiểu.

Yêu cầu:

- Học sinh thuộc nội dung nguyên lý. Đọc bài toán và phân biệt được yếu tố nào đóng vai trò là "thỏ", yếu tố nào đóng vai trò là "lồng". Học sinh chỉ ra được số "thỏ", số "lồng".

- Cách phân biệt đơn giản nhất: Số "thỏ" luôn lớn hơn số "lồng".

Phân tích: Ta chú ý ở đây có cụm từ "4 em cùng ngày tháng sinh" giống với 4 con thỏ nhốt trong cùng một lồng. Ta cần phân biệt và chọn lọc xem yếu tố nào đóng vai trò là "thỏ", yếu tố nào đóng vai trò là "lồng" và số "thỏ" luôn lớn hơn số "lồng".

Tổng hợp: Như vậy số "thỏ" ở đây là số học sinh (1115), số "lồng" là số ngày trong một năm (365). Mà 1115= 365 .3+20 nên tồn tại ít nhất 3+1= 4 học sinh cùng ngày tháng sinh (vận dụng nội dung nguyên lý).

Để có quá trình phân tích- tổng hợp trên, từ phía giáo viên thông qua hệ *thống câu hỏi (nếu cần), có thể là:*

- Trong bài có những số liệu nào?

- Để 4 em sinh cùng ngày tháng sinh thì theo em, 4 học sinh này phải cùng chung yếu tố nào?

- Số "thỏ" đã thoả mãn nhiều hơn số "lồng" chưa?

- Hãy diễn đạt bài toán thành bài toán mang nội dung nguyên lý Dirichlet.

- GV: Chú ý trong năm nhuận có 366 ngày cũng không ảnh hưởng đến kết quả vì 1115= 366 .3+17

ii) Thao tác so sánh: dùng trí óc để tìm ra sự giống nhau hay không giống nhau, sự đồng nhất hay không đồng nhất, sự bằng nhau hay không bằng nhau của sự vật, hiện tượng trong nhận thức.

So sánh dựa trên cơ sở và liên quan chặt chẽ với Phân tích - tổng hợp.

VD: Khi đi mua một món hàng ở một cửa hàng, ta sẽ đưa ra các so sánh về chất lượng món hàng, giá cả, thái độ phục vụ của món hàng đối với các cửa hàng khác để đưa ra quyết định nên mua món hàng đó không.

iii) Thao tác trừu tượng hóa, khái quát hóa, cụ thể hóa:

+ Thao tác trừu tượng hóa: Gạt bỏ những mặt, những thuộc tính, những mối liên hệ, quan hệ thứ yếu về phương diện nào đó của đối tượng phản ánh và chỉ giữ lại những yếu tố quan trọng, cần thiết để tư duy.

+ Thao tác khái quát hóa: đưa nhiều đối tượng cụ thể khác nhau thành một nhóm, một loại theo những thuộc tính, những mối liên hệ, quan hệ chung nhất định.

+ Thao tác cụ thể hóa: giải quyết những đối tượng mới có nhiều dấu hiệu, thuộc tính riêng nhưng có cùng bản chất với một lớp sự vật, hiện tượng tượng đã nhận thức trước đó, bằng việc đưa nó vào lớp đối tượng này.

Các thao tác tư duy có mối quan hệ mật thiết với nhau, thống nhất với nhau theo một hướng nhất định.Trong thực tế, các thao tác tư duy đan xen chứ không theo trình tự nào đó. Tùy theo nhiệm vụ và điều kiện tư duy, không nhất thiết trong hành động tư duy nào cũng phải thực hiện tất cả các thao tác trên. Tùy vào hoàn cảnh, các thao tác sẽ được thực hiện có chọn lọc và có điều chỉnh để đạt được hiệu quả cao nhất, tiết kiệm và hứng thú nhất.

1.2.2.2. Tư duy có những đặc điểm cơ bản sau đây:

i) Tính có vấn đề: Tư duy chỉ nảy sinh khi chúng ta gặp tình huống có vấn đề mà vấn đề phải được cá nhân nhận thức đầy đủ, trở thành nhiệm vụ tư duy của cá nhân. Nghĩa là cá nhân xác định được cái gì đã biết, đã cho, cái gì chưa biết, cần phải tìm và có nhu cầu tìm kiếm nó và giải quyết bằng phương thức mà trước không đáp ứng được.

ii) Tính gián tiếp: Tư duy phản ánh sự vật hiện tượng một cách gián tiếp bằng ngôn ngữ. Tư duy được biểu hiện bằng ngôn ngữ. Nhờ có ngôn ngữ mà con người sử dụng các kết quả nhận thức (quy tắc, công thức, khái niệm, định lý, hệ quả…) vào quá trình tư duy (phân tích - tổng hợp, so sánh…) để nhận thức được cái bên trong bản chất của sự vật hiện tượng

Trong quá trình tư duy con người sử dụng các phương tiện công cụ khác nhau để nhận thức sự vật, hiện tượng mà không thể trực tiếp tri giác nó.

iii) Tính trừu tượng và khái quát: Tư duy có khả năng dùng trí óc gạt bỏ những sự vật, hiện tượng, những thuộc tính, những dấu hiệu cụ thể cá biệt, chỉ giữ lại những thuộc tính bản chất nhất, chung cho nhiều sự vật hiện tượng.

Khái quát là việc dùng tri thức để hợp nhất những đối tượng khác nhau vào cùng một nhóm, một loại trên cơ sở những thuộc tính giống nhau.

iv) Tư duy có quan hệ chặt chẽ với ngôn ngữ: Tư duy của con người gắn liền với ngôn ngữ, lấy ngôn ngữ làm phương tiện biểu đạt các quá trình và kết quả của tư duy. Tư duy của con người không thể tồn tại ngoài ngôn ngữ được, ngược lại ngôn ngữ cũng không thể có được nếu không dựa vào tư duy. Tư duy và ngôn ngữ thống nhất với nhau nhưng không đồng nhất với nhau, không thể tách rời nhau.

v) Tính chất lý tính của tư duy: Chỉ có tư duy mới giúp con người phản ánh được bản chất của sự vật hiện tượng, những mối liên hệ và quan hệ có tính chất quy luật của chúng. Nhưng nói như vậy, không phải tư duy phản ánh hoàn toàn đúng đắn bản chất của sự vật hiện tượng. Tư duy có phản ánh đúng hay không còn phụ thuộc vào phương pháp tư duy.

vi) Tư duy có quan hệ mật thiết với nhận thức cảm tính: Mối quan hệ này là quan hệ biện chứng. Tư duy được tiến hành trên cơ sở những kết quả nhận thức cảm tính mang lại, kết quả tư duy được kiểm tra bằng thực tiễn dưới hình thức trực quan, ngược lại tư duy và kết quả của nó có ảnh hưởng đến quá trình nhận thức cảm tính. Những đặc điểm trên đây cho thấy tư duy là sản phẩm của sự phát triển lịch sử - xã hội mang bản chất xã hội.

Trong cuốn Creating Active Thinkers: Nine Strategies For a Thoughtful Classroom, Zephyr Press, Arizona, USA, hai tác giả người Mỹ là Udall. A. J và Daniels. J. E. đã tóm lược quan điểm của nhiều nhà giáo dục và tâm lý học như Bayer. B, Burn. D, Costa. A, Presseisen. B, Ennis. R, Schiever. S, Sternberg. R, Torrance, Paul. R… và thống nhất cho rằng có hai cấp độ tư duy: cấp độ tư duy cơ bản và cấp độ tư duy bậc cao. Tư duy cơ bản bao gồm ghi nhớ, nhớ lại, hiểu biết cơ bản và các kĩ năng quan sát. Tư duy bậc cao có các đặc điểm như: phát triển trên nền tảng của tư duy cơ bản; có tính phi thuật toán; có nhiều phương án giải quyết; sử dụng nhiều tiêu chí; liên quan đến đánh giá và kiểm soát quá trình; đòi hỏi sự nỗ lực.

Các loại hình của tư duy bậc cao bao gồm tư duy phản biện (TDPP) tư duy sáng tạo (TDST) và siêu nhận thức.

Quá trình dạy học dựa vào tính vấn đề ngay bên trong tiến trình và nội dung dạy học, TDPP, TDST giúp người học có khả năng giải quyết các vấn đề được đặt ra. TDPP, TDST được hình thành, phát triển trên nền tảng của tư duy cơ bản. Người có TDPP, TDST thì tất nhiên phải có tư duy cơ bản ở mức độ nhuần nhuyễn, thuần thục. Do đó, dạy học với mục tiêu phát triển tư duy cần hướng tới việc bồi dưỡng, phát triển tư duy bậc cao, nhất là TDST cho HS.

1.3. Một số vấn đề sáng tạo

1.3.1. Khái niệm sáng tạo

Trong từ điển tiếng Việt, sáng tạo có nghĩa là “tìm ra cái mới, cách giải quyết mới, không bị gò bó, phụ thuộc vào cái đã có” [22].

Trong cuốn "*Phương pháp sáng tạo và đổi mới*”, 2010, tác giả Phan Dũng nêu quan điểm về sáng tạo như sau: “Sáng tạo là hoạt động tạo ra bất cứ cái gì có đồng thời tính mới và tính lợi ích” [5].

Theo I.Ia. Lecne: “*Sự sáng tạo là quá trình con người xây dựng cái mới về chất bằng hành động trí tuệ đặc biệt mà không thể xem như là một hệ thống các thao tác hay hành động được mô tả thật chính xác và được điều hành nghiêm ngặt*” [11].

Như vậy, có thể hiểu sáng tạo là một sản phẩm của tư duy, tạo ra cái mới mẻ, táo bạo. Sự sáng tạo cần thiết cho bất kì một lĩnh vực hoạt động nào của xã hội loài người. Thực chất, sáng tạo là một đặc trưng chỉ sự khác biệt về sự đóng góp cho sự tiến bộ xã hội của con người.

1.3.2. Quá trình sáng tạo

Dù cho các tác giả có những quan niệm khác nhau nhưng có thể thấy quá trình sáng tạo nảy sinh các bước cơ bản sau: giai đoạn nhận thức vấn đề và chuẩn bị, giai đoạn phát sinh, giai đoạn phát minh, giai đoạn thử nghiệm, đánh giá và kết luận.

1.4. Tư duy sáng tạo

1.4.1. Khái niệm tư duy sáng tạo

Theo P. E.Torrance: “*TDST là sự nhạy bén trong việc nhận ra các vấn đề, các thiếu hụt trong kiến thức, các bất hợp lý ... trong các thông tin hiện có, tìm cách giải, dự đoán, biểu đạt giả thuyết về vấn đề cần giải quyết”* [31].

Trong khi đó, J. DanTon lại cho rằng "*TDST đó là những năng lực tìm thấy những ý nghĩa mới, tìm thấy những mối quan hệ, trí tưởng tượng và sự* *đánh giá, là một quá trình, một cách dạy và học bao gồm những chuỗi phiêu lưu, chứa đựng những điều như: sự khám phá, sự phát sinh, sự đổi mới, trí tưởng tượng, sự thí nghiệm, sự thám hiểm"* [24].

Theo Tôn Thân: "*TDST là một dạng tư duy độc lập, tạo ra ý tưởng mới độc đáo và có hiệu quả giải quyết vấn đề cao. Ý tưởng mới được thể hiện ở chỗ phát hiện ra vấn đề mới, tìm ra hướng đi mới, tạo ra kết quả mới. Tính độc đáo của ý tưởng mới thể hiện ở giải pháp lạ, hiếm, không quen thuộc hoặc duy nhất. TDST là tư duy độc lập và nó không bị gò bó phụ thuộc vào cái đã có. Tính độc lập của nó bộc lộ vừa trong việc đặt mục đích vừa trong việc tìm giải pháp*" [18].

Guilford J.P. (Mỹ) cho rằng: "TDST là tìm kiếm và thể hiện những phương pháp lôgíc trong tình huống có vấn đề, tìm kiếm những phương pháp khác nhau và mới của việc giải quyết vấn đề, giải quyết nhiệm vụ. Do đó sáng tạo là một thuộc tính của TD, là một phẩm chất của quá trình TD. Người ta còn gọi đó là TDST" [28].

Như vậy, có nhiều cách định nghĩa khác nhau về TDST, nhưng đều có một điểm chung cốt lõi như sau: *TDST là một dạng tư duy có tính linh hoạt, tính độc lập và tính phê phán, đặc trưng bởi sự sản sinh ra ý tưởng mới độc đáo và có hiệu quả giải quyết vấn đề cao. Ý tưởng mới được thể hiện ở chỗ phát hiện ra vấn đề mới, tìm ra hướng đi mới, thể hiện ở giải pháp lạ, hiếm, không quen thuộc hoặc duy nhất, cách giải quyết mới, tạo ra kết quả mới.*

1.4.2. Đặc trưng của tư duy sáng tạo

Trong nghiên cứu về TDST, đã có nhiều quan niệm về các đặc trưng (thuộc tính) của TDST. Các quan niệm đều tập trung cho rằng tính linh hoạt, tính thuần thục, tính độc đáo, tính nhạy cảm vấn đề, tính phê phán, tính độc lập, tính chi tiết, khả năng giải quyết vấn đề theo cách mới là những đặc trưng của TDST.

Khi nghiên cứu về TDST, Guilford J.P., nhà tâm lý học Mỹ cho rằng: "tư duy phân kì (divergence thinking) là loại TDST, có đặc trưng: mềm dẻo (flexibility), thuần thục (fluency), độc đáo (originality) và nhạy cảm vấn đề (problemsensibility)'' [27]

Trong đề tài này chúng tôi thống nhất với quan điểm của các nhà nghiên cứu tâm lý học sáng tạo kinh điển như Guilford J.P.(Structure of Intellect), Torrance E. P., cho rằng TDST được đặc trưng bởi các yếu tố chính (basic components) như **tính mềm dẻo** (flexibility), **tính thuần thục** (fluency), **tính độc đáo** (originality), **tính chi tiết** (elaboration) và **tính nhạy cảm** (problemsensibility). Cụ thể như sau :

Tính mềm dẻo (flexibility)

Tính mềm dẻo là khả năng dễ dàng chuyển từ hoạt động trí tuệ này sang hoạt động trí tuệ khác. Đó là năng lực chuyển dịch dễ dàng nhanh chóng trật tự của hệ thống tri thức, xây dựng phương pháp tư duy mới, tạo ra sự vật mới trong mối liên hệ mới,...dễ dàng thay đổi các thái độ đã cố hữu trong hoạt động trí tuệ của con người.

Tính mềm dẻo (linh hoạt) của tư duy có những đặc điểm sau:

Dễ dàng chuyển từ hoạt động trí tuệ này sang hoạt động trí tuệ khác; dễ dàng chuyển từ giải pháp này sang giải pháp khác;

Điều chỉnh kịp thời hướng suy nghĩ nếu gặp trở ngại;

Suy nghĩ không rập khuôn, không áp dụng một cách máy móc những tri thức, kinh nghiệm, kĩ năng đã có vào trong những điều kiện, hoàn cảnh mới trong đó có những yếu tố đã thay đổi;

Có khả năng thoát khỏi ảnh hưởng kìm hãm của những kinh nghiệm, phương pháp, cách thức suy nghĩ đã có;

Nhận ra vấn đề mới trong điều kiện đã quen thuộc, nhìn thấy chức năng mới của đối tượng đã quen biết.

Tính thuần thục (fluency)

Tính thuần thục (lưu loát, nhuần nhuyễn) thể hiện khả năng làm chủ tư duy, làm chủ kiến thức, kĩ năng và thể hiện tính đa dạng của các cách xử lý khi giải quyết vấn đề. Nó được đặc trưng bởi khả năng tạo ra một số lượng nhất định các ý tưởng.

Tính thuần thục của tư duy thể hiện ở các đặc trưng sau:

Khả năng xem xét đối tượng dưới nhiều khía cạnh khác nhau; có cái nhìn đa chiều, toàn diện đối với một vấn đề;

Khả năng tìm được nhiều giải pháp trên nhiều góc độ và nhiều tình huống khác nhau;

Khả năng tìm được nhiều giải pháp cho một vấn đề từ đó sàng lọc các giải pháp để chọn được giải pháp tối ưu.

Tính độc đáo (originality)

Tính độc đáo, mới mẻ: Có thể nói đây là đặc điểm biểu hiện rõ nhất tính tư duy sáng tạo. Tức là khi suy nghĩ vấn đề thường không dập khuôn theo những quy tắc hoặc tri thức thông thường, biết giải quyết vấn đề một cách linh hoạt, ứng biến. Bởi tính độc đáo là khả năng tìm kiếm và giải quyết vấn đề bằng những phương thức mới lạ, khác biệt hoặc duy nhất

Tính độc đáo được đặc trưng bởi các khả năng sau:

Khả năng tìm ra những liên tưởng và kết hợp mới;

Khả năng tìm ra các mối liên hệ trong những sự kiện bên ngoài tưởng như không có quan hệ với nhau;

Khả năng tìm ra những giải pháp lạ tuy đã biết những giải pháp khác.

Ngoài ra, TDST còn được đặc trưng bởi nhiều yếu tố khác. Chẳng hạn như: ***tính chi tiết*** (*elaboration*): là khả năng lập kế hoạch, phối hợp giữa các ý nghĩ và hành động, phát triển ý tưởng, kiểm tra và chứng minh ý tưởng. Nó làm cho TD trở thành một quá trình, từ chỗ xác định được vấn đề cần giải quyết, huy động vốn kiến thức kinh nghiệm có thể sử dụng để giải quyết đến cách giải quyết, kiểm tra kết quả.

Tính nhạy cảm (*problemsensibility*) là năng lực phát hiện vấn đề, mâu thuẫn, sai lầm, bất hợp lý một cách nhanh chóng, có sự tinh tế của các cơ quan cảm giác, có năng lực trực giác, có sự phong phú về cảm xúc, nhạy cảm, cảm nhận được ý nghĩ của người khác. Tính nhạy cảm vấn đề biểu hiện sự thích ứng nhanh, linh hoạt. Tính nhạy cảm còn thể hiện ở chỗ trong những điều kiện khắc nghiệt, khó khăn, gấp rút về mặt thời gian mà chủ thể vẫn tìm ra được giải pháp phù hợp, tối ưu,...

Các đặc trưng trên của TDST không tách rời nhau mà chúng có liên hệ mật thiết với nhau, bổ sung cho nhau, trong đó tính độc đáo được cho là quan trọng nhất trong biểu đạt sáng tạo, tính nhạy cảm vấn đề đi liền với cơ chế xuất hiện sáng tạo. Tính mềm dẻo, thuần thục là cơ sở để có thể đạt được tính độc đáo, tính nhạy cảm, tính chi tiết và hoàn thiện.

1.4.3. Tư duy sáng tạo của học sinh.

Khi nghiên cứu về tiềm năng trí tuệ của mỗi cá nhân, Gardner H. (1988b), “Creativity: An interdisciplinary perspective”, Creativity Research Journal, Gardner H. khẳng định: “Trong mỗi cá nhân bình thường đều tồn tại các dạng trí tuệ và ở mỗi cá nhân, một số dạng trí tuệ thì phát triển hơn những dạng khác. Với các tư duy bậc cao cũng vậy, trong một cá nhân, một số yếu tố đặc trưng phát triển hơn các yếu tố đặc trưng khác và cùng một yếu tố đặc trưng của TD bậc cao nhưng mức độ cũng khác nhau ở mỗi cá nhân” [25]

Khi nghiên cứu về tư duy của trẻ em, Rubinstein R. S.(1958) cho rằng: “Sản phẩm sáng tạo của trẻ mang tính chủ quan và khác nhau ở mỗi cá nhân. Nếu được khuyến khích kịp thời sẽ tạo điều kiện thuận lợi cho trẻ bộc lộ khả năng sáng tạo của riêng mình” [16].

Đề cập đến sáng tạo của cá nhân, Torrance E. P khẳng định: “sáng tạo được diễn ra ở tất cả các dạng hoạt động khác nhau và ai cũng có tiềm năng sáng tạo, chỉ khác nhau ở mức độ”. Ông đã nghiên cứu và đưa ra 4 thuộc tính (hay chỉ số) của khả năng sáng tạo. Dựa vào bốn chỉ số trên, ông đã xây dựng nên Test sáng tạo đo lường mức độ sáng tạo của cá nhân thông qua hoạt động vẽ [31].

Bộ trắc nghiệm sáng tạo TSD -Z của K. Urban và Jellen được ứng dụng ở Việt Nam (do nhóm nghiên cứu, đứng đầu là Nguyễn Huy Tú (2006)) thực hiện) đã đưa ra nhiều kết luận, trong đó khẳng định: "mức độ sáng tạo của nam và nữ HS Việt Nam là tương đương nhau nhưng có sự khác biệt về mức độ sáng tạo ở từng nhóm đối tượng HS: khá, giỏi, trung bình, yếu" [21].

Bảng 1.1. So sánh mức độ sáng tạo ở từng nhóm đối tượng HS: khá, giỏi, trung bình, yếu.

	HS TB và HS dưới TB	**HS khá và giỏi**
Tính linh hoạt	Biết chuyển từ hoạt động trí tuệ này sang hoạt động trí tuệ khác, biết chuyển hướng khi gặp khó khăn, .	- Thể hiện gần như trọn vẹn các đặc trưng của tính linh hoạt. - Biết điều chỉnh kịp thời hướng suy nghĩ nếu gặp trở ngại … - Có khả năng chuyển từ giải pháp này sang giải pháp khác. - Tuy nhiên khả năng điều chỉnh, chuyển hướng còn chưa linh hoạt nhạy bén.
	Biết áp dụng những kinh nghiệm, kiến thức, kỹ năng đã có vào hoàn cảnh, điều kiện có sự thay đổi so với khuôn mẫu đã được học.	Có khả năng vận dụng những kiến thức, kỹ năng, kinh nghiệm, phương pháp giải toán đã có vào bài toán mới, đã có những yếu tố thay đổi. - Suy nghĩ không rập khuôn, không máy móc. -Bước đầu có khả năng thoát khỏi ảnh hưởng kìm hãm của những kinh nghiệm, những phương pháp, những cách nghĩ đã có từ trước.

	HS TB và HS dưới TB	HS khá và giỏi
		Nhìn ra vấn đề mới trong điều kiện quen thuộc, nhìn thấy chức năng mới của đối tượng quen biết.
Tính nhuần nhuyễn	Bước đầu biết nhìn nhận đối tượng, vấn đề dưới góc độ khác khi có sự gợi ý hướng dẫn của GV	Đã có nhiều đặc trưng cơ bản của tính nhuần nhuyễn. Tuy nhiên khả năng này chưa thường trực hoặc sưu nhìn nhận vẫn còn thiếu tính toàn diện, thiếu tính "động".
	Có khả năng tìm được nhiều giải pháp cho một số vấn đề đơn giản khi có sự gợi ý hướng dẫn của GV	Có khả năng tìm được nhiều giải pháp cho một vấn đề. Tuy nhiên khả năng này vẫn còn hạn chế khi gặp vấn đề phức tạp, hoặc mới dừng lại ở việc tìm nhiều giải pháp chứ chưa sàng lọc để có giải pháp tối ưu, độc đáo.
		Có khả năng phối hợp nhiều công cụ, phương pháp khác nhau tạo ra một hướng đi mới để giải quyết một vấn đề.
Tính Độc đáo	Bước đầu biết tìm ra các mối liên hệ trong những sự kiện bên ngoài tưởng như không có quan hệ với nhau khi có gợi ý, hướng dẫn từ GV.	Có khả năng tìm ra các mối liên hệ trong những sự kiện bên ngoài tưởng như không có quan hệ với nhau.

	HS TB và HS dưới TB	HS khá và giỏi
		Có khả năng tìm ra những liên tưởng và những kết hợp mới từ đó tìm được giải pháp độc đáo đối với vấn đề đặt ra.
Tính hoàn thiện		Trong một số vấn đề cụ thể đã có khả năng thực hiện quá trình: +) Xác định được vấn đề cần giải quyết; lập kế hoạch giải quyết vấn đề; huy động vốn kiến thức kinh nghiệm có và các thao tác TD để tìm giải pháp; + Trình bày giải pháp; kiểm tra kết quả; phát triển vấn đề.
Tính nhạy cảm vấn đề		Có khả năng phát hiện ra mâu thuẫn, sai lầm, thiếu logic, chưa tối ưu … từ đó nảy sinh ý muốn tạo ra cái mới. Tuy nhiên khả năng này còn ở dạng tiềm ẩn, thường bộc lộ HS khá giỏi khi có ý chí, có hướng dẫn của GV.

1.5. Tiềm năng của chuyên đề Nguyên lý Dirichlet trong việc rèn luyện năng lực tư duy sáng tạo của học sinh.

Với những chuyên đề bồi dưỡng học sinh giỏi (HSG) Toán THCS, các bài toán về suy luận logic hay gặp nhất là các bài sử dụng nguyên lý Dirichlet.

Tuy nhiên những dạng bài này rất ít được chú trọng ở các lớp dưới nhưng hay gặp ở các đề thi HSG Toán lớp 9 cấp Tỉnh.

Bản thân tác giả mong muốn chuyên đề Nguyên lý Dirichet sẽ được phân loại và dạy ở ngay lớp 6 một cách phù hợp với các đối tượng HS.

Chính vì vậy việc làm quen với một dạng toán suy luận logic đã khó, việc dạy học làm sao để học sinh phát huy được năng lực sáng tạo dạng toán này là một chuyện đòi hỏi tính kiên nhẫn, sự áp dụng lý thuyết vào thực tiễn, sự tâm huyết của người giáo viên, kinh nghiệm và năng lực của giáo viên, khả năng sáng tạo của học sinh.

Chính vì vậy chuyên đề Nguyên lý Dirichlet có tiềm năng to lớn trong việc rèn luyện và phát triển năng lực tư duy sáng tạo cho học sinh. Bài toán ứng dụng nguyên lý Dirichlet được nằm rải khắp các phân môn của môn Toán: Đại số, hình học, nhất là số học.

Khi giải bài dạng toán này đòi hỏi học sinh ngoài có kiến thức nền tảng số học chắc chắn, có khả năng suy luận logic, dự đoán mà còn cần phối kết hợp với các nguyên lý khác như cực hạn, bất biến…nên cần có tư duy nhạy bén, linh hoạt, khác biệt, sáng tạo, để đưa ra nhiều cách làm khác nhau và độc đáo. Chính vì những đặc trưng đó của dạng bài này mà rèn luyện cho học tính mềm dẻo, nhuần nhuyễn của tư duy sáng tạo.

Trong quá trình giải bài tập này, học sinh phải tiếp xúc với nhiều dạng khác nhau, phải phát hiện ra đâu là "thỏ" đâu là "lồng"; thậm chí cần phải tự tạo ra "thỏ", tự tạo ra "lồng" và kết hợp với các tính chất chia hết của số nguyên. Nếu học sinh không làm chủ được kiến thức, không hiểu rõ được đặc trưng của dạng toán này thì dễ mắc sai lầm hoặc đi vào ngõ cụt không thể giải quyết bài toán. Do đó dạy học chuyên đề Nguyên lý Dirichlet rèn luyện cho HS khả năng tìm tòi cách giải quyết vấn đề, linh hoạt tìm ra nhiều cách giải khác nhau, hoàn thiện lời giải, rèn luyện tính nhạy cảm vấn đề, tính chi tiết của tư duy sáng tạo.

Vì vậy dạy học chuyên đề Nguyên lý Dirichlet sẽ có hiệu quả cao trong việc phát huy năng lực sáng tạo của học sinh.

1.6. Thực trạng dạy học rèn năng lực tư duy sáng tạo, thực trạng dạy học

chuyên đề Nguyên lý Dirichlet tại trường THCS Giao Thuỷ.

1.6.1. Thực trạng việc dạy học nhằm rèn năng lực tư duy sáng tạo cho học sinh.

1.6.1.1. Nhận thức của GV về TDST và phát triển TDST cho HS trong dạy học môn Toán ở THCS

Chúng tôi tiến hành khảo sát ở trường trường THCS Giao Thuỷ, huyện Giao Thuỷ, tỉnh Nam Định là cở sở giáo dục xây dựng chất lượng cao của tỉnh Nam Định. Đội ngũ giáo viên với 100% là chuẩn và trên chuẩn.

Qua kết quả khảo sát bằng phiếu hỏi cho thấy: nhận thức của đại đa số GV về dạy TDST còn mơ hồ, chung chung.

Với câu hỏi số 1: *"Xin Thầy/Cô cho biết quan niệm của mình về dạy TDST?",* kết quả nhận được như sau: 100% GV đều tham gia trả lời câu hỏi trên; tuy nhiên khoảng 70% GV trả lời một cách chung chung, chẳng hạn như: "Là việc tìm ra giải pháp, biện pháp phù hợp hiệu quả để giải quyết vấn đề" , "Luôn hướng tới sáng tạo, tìm tòi…" ; "Là sáng tạo trong suy nghĩ, dám nghĩ dám làm và có nhiều phương pháp hay, mới…". Bên cạnh đó cũng có một số thầy cô thực sự tìm hiểu về tư duy sáng tạo và trở lời đúng trọng tâm tâm câu hỏi.

Theo quan sát của tác giả, với những giáo viên trường THCS Giao Thuỷ dạy đội tuyển các khối (4/23) thì câu trả lời của họ có vẻ sát hơn, đã tìm hiểu về vấn đề được khảo sát và cũng đã và đang dạy học theo phương pháp phát huy năng lực sáng tạo của học sinh nhưng chưa liên tục và hệ thống.

Với câu hỏi thứ 2: *"Xin Thầy/Cô cho biết những yếu (việc làm của GV) nào dưới đây thúc đẩy tư duy của HS ?"*

Bảng 1.2. Kết quả phiếu điều tra câu hỏi số 2

Nội dung	Đồng ý	Không đồng ý
1. Xây dựng tính tự học cho học sinh.	100%	0%
2. Quan tâm kích thích khả năng sáng tạo đến từng	100%	0%

học sinh và cả lớp.		
3. Cử những HS giỏi đại diện cho nhóm trả lời các câu hỏi khi thảo luận.	22%	78%
4. Quan sát toàn bộ lớp học và lắng nghe ý kiến của học sinh.	100%	0%
5. Gọi những HS khá giỏi hoặc những HS xung phong trả lời câu hỏi.	20%	80%
6. Đúng mực trong việc góp ý, biểu dương hay khiển trách.	100%	0%
7. Khuyến khích học sinh tích cực hoạt động.	100%	0%
8. Sử dụng các câu hỏi mở và câu hỏi mở rộng	100%	0%
9. Tự mặt mình vào người học để lựa chọn phương pháp thích hợp	100%	0%
10. Khuyến khích những phản ứng của HS đồng thời chấp nhận sự đa dạng trong những cách trả lời của HS.	100%	0%
11. Đưa ra các câu trả lời hay phương án giải quyết khi thấy HS gặp khó khăn.	100%	0%
12. Dành thời gian để chờ đợi HS trả lời và không đưa ra những ý kiến đánh giá cho câu trả lời.	90%	10%
13. Khen thưởng ngay lập tức khi HS thứ nhất có câu trả lời đúng và chuyển luôn luôn sang vấn đề khác.	75%	25%
14. Khác ……………………………………………	100%	0%

Nhận xét: Với câu hỏi này, nhiều giáo viên không đồng ý với tiêu chí số 3, số 5, số 12, số 13 trong bảng. Tuy nhiên có 22% GV chỉ tập trung vào đối tượng HS khá giỏi, cũng có những thầy cô thấy rằng cần mở rộng vấn đề khi

HS đã trả lời đúng câu hỏi, phần đông các thầy cô được hỏi đồng ý với các ý kiến còn lại, không có thầy cô nào đưa ra ý kiến khác.

Câu hỏi này tác giả cũng sử dụng thêm công cụ vấn đáp thì thấy rằng hầu hết GV nhận thức được việc cần thiết phải phát triển tư duy cho HS nhưng khi được hỏi về việc phát triển TDST hay đơn giản chỉ là tổ chức giờ học làm sao để HS được tư duy trong quá trình học tập thì hầu hết đều trả lời rằng nhà trường chưa có một hướng dẫn hay chương trình cụ thể nào liên quan đến dạy tư duy và TDST. Một số GV trẻ cũng có những hiểu biết nhất định về tư duy, TDST và nhận thức về tầm quan trọng của việc dạy tư duy, TDST cho HS cũng tốt hơn những GV lâu năm. Nhưng tất cả chỉ dừng ở mức nhận thức còn việc thực hiện nó bằng các biện pháp cụ thể thì rất ít và hầu như không được triển khai đồng đều các khối lớp.

1.6.1.2. Thực trạng về dạy học phát triển tư duy sáng tạo cho HS trong môn Toán ở THCS

i) Thực trạng về dạy học phát triển tư duy sáng tạo cho HS trong môn Toán.

Câu hỏi 3: "*Xin các thầy cô cho biết ý kiến thầy cô về lý do tại sao lại phải phát triển TDST cho học sinh*".

Bảng 1.3. Kết quả phiếu điều tra câu hỏi số 3

STT	Các lí do	Hoàn toàn đồng ý	Đồng ý	Không đồng ý	Không có ý kiến gì
1	Vì có TDST là điều kiện tiên quyết giúp học sinh có cái nhìn phê phán, biện chứng đối với mọi vấn đề để từ đó có những giải pháp thích hợp, hiệu quả.	94%	6%	0%	0%
2	Vì có TDST sẽ giúp học sinh luôn biết điều chỉnh mình (có kĩ năng kiềm chế cảm xúc, kĩ năng đương đầu với căng	83%	7%	8%	2%

STT	Các lí do	Hoàn toàn đồng ý	Đồng ý	Không đồng ý	Không có ý kiến gì
	thẳng, kĩ năng giải quyết mâu thuẫn, tránh xung đột,…)				
3	Vì có TDST, ngoài giúp cho việc học tập và tiếp thu tri thức tốt hơn, nó còn giúp học sinh có bộ óc thông minh để phát hiện và giải quyết những vấn đề phức tạp,tránh được những mối nguy hiểm, những tác động xấu của môi trường xung quanh.	100%	0%	0%	0%
4	Vì có TDST làm cho HS có cái nhìn biện chứng, có phê phán đối với mọi vấn đề, có khả năng phỏng đoán, suy đoán, khái quát vấn đề, khả năng đi trước, đón đầu, tìm ra những giải pháp sắc xảo, sáng tạo và hiệu quả.	89%	10%	1%	0%

Qua bảng phân tích kết quả hầu hết GV đều đồng ý với các lý do chúng tôi đưa ta, tất nhiên cũng có 1 số giáo viên không đồng ý hết đều là các giáo viên trẻ, riêng vấn đề này thì giáo viên trẻ chưa có kinh nghiệm bằng giáo viên công tác lâu năm. Nhưng nhìn chung đại đa số giáo viên đều hiểu được tầm quan trọng của phát triển TDST cho học sinh.

Câu hỏi số 4: *Theo thầy/cô , HS thường biểu hiện tư duy sáng tạo trong giờ học như thế nào?*

Bảng 1.4. Kết quả phiếu điều tra câu hỏi số 4

STT	Một số biểu hiện (hoạt động)	Ý kiến	
		Đồng ý	Không

			đồng ý
1	Tò mò hay thắc mắc	100%	0%
2	Tìm ra cách giải quyết vấn đề hay và độc đáo	100%	0%
3	Tìm nhiều cách giải quyết vấn đề cho cùng một vấn đề học tập	100%	0%
4	Tìm ra câu trả lời nhanh, chính xác, sắc sảo cho câu hỏi hoặc yêu cầu của giáo viên	100%	0%
5	Biết cách suy luận, phát hiện, giải quyết vấn đề, biết cách học và tự học.	100%	0%
6	Đưa ra những lý do sắc sảo, hợp lý cho những câu trả lời.	100%	0%
7	Đưa ra nhiều câu trả lời khác nhau cho cùng một vấn đề	80%	20%
8	Suy nghĩ về quá trình tư duy của mình (diễn đạt lại quá trình tìm lời giải cho vấn đề đó)	70%	30%
9	Đưa ra những câu hỏi phức tạp về chủ đề đang giải quyết.	90%	10%

Qua kết quả trả trên, tác giả nhận thấy đa số GV còn quan niệm chưa nhất quán về TDST của HS nói chung, thậm chí có những quan niệm sai lầm, nhưng khi đưa ra những biểu hiện (hoạt động) TDST của HS thì đa số GV đều xác nhận là chúng có nhiều trong lớp học và khẳng định đó là những điều kiện không thể thiếu để HS có TDST. Điều đó chứng tỏ rằng nhận thức của GV về TDST còn mang tính kinh nghiệm, cảm tính.

Câu hỏi 5: *Thầy/ cô thường căn cứ vào những tiêu chí nào trong các tiêu chí sau để đánh giá tiết học phát huy được tư duy sáng tạo cho HS.*

Bảng 1.5. Kết quả phiếu điều tra câu hỏi số 5

STT	Một số biểu hiện (hoạt động)	Ý kiến	
		Đồng ý	Không đồng ý
1	Không khí lớp sôi nổi, HS tích cực, chủ động thực hiện việc giải quyết nhiệm vụ.	100%	0%
2	HS đưa ra nhiều lời giải hay, độc đáo.	100%	0%
3	HS hệ thống hoá được kiến thức, vận dụng được các kiến thức liên quan để giải quyết vấn đề.	85%	15%
4	Chỉ quan tâm tới HS khá giỏi, cử HS giỏi đại diện trả lời cho những câu hỏi thảo luận.	90%	10%
5	GV sử dụng những câu hỏi gợi mở, đưa ra những bài tập mở rộng cho HS.	95%	5%
6	HS có những suy luận chặt chẽ, sắc sảo, logic.	100%	0%
7	HS chỉ giải bài toán theo khuôn mẫu.	40%	60%
8	Dành thời gian để học sinh suy nghĩ tìm câu trả lời.	80%	20%
9	GV không đưa ra đánh giá câu trả lời của HS.	0%	100%

Qua kết quả khảo sát trên tác giả nhận thấy: 100% GV được khảo sát đều nhất trí với ý kiến "không khí lớp sôi nổi, HS tích cực, chủ động thực hiện việc giải quyết nhiệm vụ; HS có suy luận chặt chẽ, suy luận logic, độc đáo…". Điều đó chứng tỏ, GV cũng đã phát hiện ra các tiêu chí nổi bật nhất về biểu hiện của HS có TDST. Tuy nhiên, có tới 10% GV vẫn còn nghĩ là trong giờ học muốn sôi nổi, thể hiện TDST của học sinh thì nên tập trung vào HS khá giỏi.

Điều này cũng chưa thực sự tốt, vì giáo viên cần quan tâm đến hầu hết các đối tượng và sự sáng tạo trong tư duy của HS không chỉ có ở HS khá giỏi...

Câu hỏi 6: *Thầy cô cho ý kiến về những cách dưới đây để phát triển TDST cho HS.*

Bảng 1.6. Kết quả phiếu điều tra câu hỏi số 6

STT	Một số biểu hiện (hoạt động)	Ý kiến	
		Đồng ý	Không đồng ý
1	Tạo lập bầu “không khí sáng tạo” trong lớp học.	100%	0%
2	Giáo dục cho HS lòng khát khao, sự hứng thú đối với việc tiếp thu cái mới	100%	0%
3	Định hướng động cơ học tập đúng đắn cho HS.	100%	0%
4	Tạo ra sự thử thách vì sự thử thách sẽ làm nảy sinh sự sáng tạo.	100%	0%
5	Tạo cơ hội để học sinh hình thành thói quen xem xét vấn đề dưới nhiều góc độ khác nhau.	100%	0%
6	Khuyến khích học sinh giải quyết vấn đề bằng nhiều cách, biết hệ thống hoá và vận dụng kiến thức vào thực tiễn.	100%	0%
7	Rèn luyện thói quen tìm tòi lời giải hay, mới cho bài toán, vấn đề học tập	100%	0%
8	Sử dụng câu hỏi kích thích nhu cầu nhận thức, khám phá của HS.	100%	0%
9	Rèn thói quen nhanh chóng phát hiện sai lầm, thiếu logic trong bài giải hoặc trong quá trình giải quyết vấn đề.	100%	0%
10	Tạo lập thói quen mò mẫm- phát hiện vấn đề trong	93%	7%

STT	Một số biểu hiện (hoạt động)	Ý kiến	
		Đồng ý	Không đồng ý
	học tập.		
11	Rèn luyện việc vận dụng linh hoạt các thao tác tư duy trong quá trình học tập.	100%	0%
12	Rèn luyện các kĩ năng suy luận logic trong quá trình học tập của học sinh.	100%	0%
13	Kích thích trí tưởng tưởng, sáng tạo của học sinh.	100%	0%
14	Tác động vào các yếu tố đặc trưng của TDST cho HS.	100%	0%
15	Loại bỏ các chướng ngại vật ngăn cản hoạt động của TDST của HS.	97%	3%
16	Ý kiến khác: nêu rõ ………………………………………………………………………….... ………………………………………………………………………………………………		

Với câu hỏi này, có thể khẳng định đại đa số GV đều đồng ý với những phương án được đưa ra. Họ cho rằng, các phương án trên là cần thiết, thậm chí rất cần thiết nhằm phát triển TDST cho học sinh. Tuy nhiên, sau khi đồng tình cao với các phương án (cách thức) phát triển TDST cho HS mà chúng tôi đưa ra thì hầu hết GV đều không đưa ra được các biện pháp khác nào đáng kể để thêm vào với biện pháp trên.

ii) Biểu hiện về tư duy sáng tạo của HS trong quá trình học tập.

Câu hỏi 7: *Trong lớp học các con thực hiện những hoạt động (hành vi, việc làm) sau đây như nào?*

1: Rất thường xuyên 2: Thường xuyên

3: Không thường xuyên 4: Không bao giờ

Bảng 1.7. Kết quả phiếu điều tra câu hỏi số 7

STT	Nội dung	1	2	3	4
1	Tích cực tham gia vào các hoạt động học tập	60%	20%	15%	5%
2	Đưa ra những câu trả lời khác nhau cho một vấn đề	40%	40%	10%	10%
3	Lý giải được câu trả lời của mình	30%	30%	20%	20%
4	Nhanh nhảu trả lời câu hỏi khi chưa suy nghĩ kĩ	45%	40%	10%	5%
5	Nêu ra các thắc mắc của bản thân để giáo viên thắc mắc	15%	20%	25%	40%
6	Chỉ lắng nghe bạn trả lời, không có ý kiến gì.	30%	40%	20%	10%
7	Chỉ máy móc làm theo hướng dẫn của GV.	39%	43%	18%	0%
8	Ngoan ngoãn, ngồi ngay ngắn và chú ý lắng nghe thầy giáo giảng bài.	63%	15%	11%	11%
9	Kiên trì bán đuổi nhiệm vụ mặc dù nhiệm vụ đó khó thực hiện	39%	32%	27%	2%
10	Khi gặp sai lầm kiên trì tìm ra cách sửa chữa.	39%	31%	27%	3%

Câu hỏi 8: *Theo các em, trong quá trình dạy học thầy/ cô thực hiện các hoạt động sau ở mức nào?*

1: Rất thường xuyên 2: Thường xuyên

3: Không thường xuyên 4: Không bao giờ

Bảng 1.8. Kết quả phiếu điều tra câu hỏi số 8

STT	Hoat động	Mức 1	Mức 2	Mức 3	Mức 4
1	GV yêu cầu HS chỉ làm theo cách của mình.	61%	33%	6%	0%
2	GV phân tích những sai lầm của HS để sửa sai và cách khắc phục cho HS.	91%	9%	0%	0%
3	GV khuyến khích HS tích cực suy nghĩ để xây dựng bài.	96%	3%	1%	0%
4	GV hướng dẫn HS tìm nhiều cách giải khác nhau cho một bài toán	45%	17%	30%	8%
5	GV tạo bầu không khí sáng tạo trong lớp học.	51%	30%	19%	0%
6	GV chỉ quan tâm đến HS khá giỏi, gọi HS giỏi đại diện trả lời cho các câu hỏi thảo luận	81%	17%	2%	0%
7	GV hướng dẫn HS phân tích vấn đề theo chiều hướng khác nhau.	67%	25%	8%	0%

1.6.2. Thực trạng việc dạy học nhằm rèn năng lực tư duy sáng tạo cho học sinh thông qua dạy học chuyên đề Nguyên lý Đirichlet.

Câu hỏi 1 *: Em đã học nguyên lý Đirichlet bao giờ chưa?*

A. Đã học

B. Chưa học

C. Đã đọc qua

Bảng 2.1. Kết quả phiếu điều tra câu hỏi số 1

Đáp án	Ý kiến	
	Số lượng	Tỷ lệ

A	79	79
B	11	11
C	10	10

Câu hỏi 2 *: Em có thích học chuyên đề Nguyên lý Dirichlet không ?*

A. Rất không thích học

B. Không thích học

C. Bình thường

D. Thích học

E. Rất thích học

Bảng 2.2. Kết quả phiếu điều tra câu hỏi số 2

Đáp án	Ý kiến	
	Số lượng	Tỷ lệ
A	35	35
B	20	20
C	13	13
D	22	22
E	10	10

Nhận xét : Khi học chuyên đề Dirichlet vẫn còn nhiều học sinh rất không thích học chiếm 35%, học sinh không thích học là 25%, như vậy hiện tại hơn một nửa số học sinh được khảo sát không có hứng thú khi học chuyên đề này.

Câu hỏi 3 *: Khi học chuyên đề Dirichlet em gặp phải khó khăn gì?*

Bảng 2.3. Kết quả phiếu điều tra câu hỏi số 3

STT	Khó khăn	Ý kiến			
		Đồng	Tỷ lệ	Không	Tỷ lệ

		ý		đồng ý	
1	Thời gian để dạy và học không đủ	90	90	10	10
2	Không biết sử dụng phương pháp như nào, “thỏ” là gì, "lồng” là gì ?	68	68	32	32
3	Lý thuyết dễ nhưng nhiều dạng bài tập và sử dụng kết hợp nhiều kiến thức khác	80	80	20	20
4	Tìm thấy lỗi sai nhưng không biết sửa	75	75	25	25
5	Không biết tạo Thỏ và Lồng khi làm bài	61	61	39	39
6	Chưa nhớ hết các dạng	65	65	35	35

Nhận xét: Học sinh gặp nhiều khó khăn trong quá trình học chuyên đề nguyên lý Dirichlet. Cụ thể có tới 90 % HS không có đủ thời gian học và GV không đủ thời gian dạy, 68% đồng ý rằng đứng trước một bài toán áp dụng Drichlet thì không biết tạo “thỏ”, tạo “lồng” thậm chí đâu là “thỏ” đâu là “lồng” cũng chưa nhận ra được. Có tới 80% học sinh tham gia khảo sát cho rằng lý thuyết rất đơn giản nhưng bài tập thì nhiều dạng…Có tới 75% HS biết lỗi sai mà không biết sửa như nào.

Câu hỏi 4: *Khi gặp các dạng toán sử dụng Nguyên lý Dirichlet thì em thấy hay mắc phải lỗi gì?*

Bảng 2.4. Kết quả phiếu điều tra câu hỏi số 4

STT	**Sai lầm**	**Ý kiến- Tỷ lệ**			
		Đồng ý	Tỷ lệ	Không đồng ý	Tỉ lệ

1	Diễn đạt bài toán về dạng nguyên lý Dirichlet chưa chuẩn.	60	60	40	40
2	Nhầm lẫn “thỏ” và “lồng”	53	53	47	47
3	Khi xét bài toán thì thỏ lớn hơn lồng nhưng vẫn có dấu “= ” xảy ra, chưa biết cách xử lý dấu bằng để áp dụng Dirichlet.	71	71	29	29
4	Tạo “thỏ” và “lồng” chưa chính xác	35	35	65	65
5	Chưa xét hết các trường hợp nhỏ để đủ điều kiện sử dụng Nguyên lý Dirichlet.	82	82	18	18
6	Bài toán dạng tương hỗ còn lơ mơ	77	77	23	23

Câu hỏi 5 : *Các khó khăn mà giáo viên gặp phải khi giảng dạy các bài toán về chuyên đề này ?*

Bảng 2.5. Kết quả phiếu điều tra câu hỏi số 5

STT	Khó khăn	Ý kiến			
		Đồng ý	Tỷ lệ	Không đồng ý	Tỷ lệ
1	Thời gian dạy học về chuyên đề không đủ	100%	100	0%	0
2	Bài tập về dạng bài này chỉ xuất hiện ở các dạng toán nâng cao cho lớp chuyên, chọn.	100%	100	0%	0

3	Phần lý thuyết rất đơn giản nhưng bài tập thì nhiều dạng và khó	100%	100	0%	0
4	Không nhiều HS hứng thú học phần này	100%	100	0%	0
5	Chỉ 1 số ít học sinh giải quyết tốt dạng này	100%	100	0%	0
6	Hs hay mắc sai lầm khi giải toán	100%	100	0%	0
7	Hs không tự mình phát hiện lỗi sai	100%	100	0%	0

Tóm lại, việc rèn luyện TDST cho HS thông qua dạy học chuyên đề Dirichlet còn gặp rất nhiều khó khăn, bất cập. Nguyên nhân chính là do ít thời gian ôn tập, đối tượng HS nhận thức được nguyên lý này không là số nhiều và đây là dạng bài lý thuyết rất đơn giản nhưng nhiều dạng bài tập khó.

Nhận xét chung :

Qua phân tích điều tra thực trạng, có một số nhận định sau như sau:

- Việc rèn luyện TDST ở trường THCS chưa được chú trọng từ nhiều phía.
- Nhận thức của GV- HS còn mơ hồ, chung chung.
- Chưa được tổ chức các lớp học tiên phong, chưa đầu tư cơ sở vật chất thích đáng cho việc dạy và học phát huy TDST của HS
- Chưa chú ý rèn luyện TDST cho nhiều nhóm đối tượng nhất là nhóm trung bình khá trong dạy học.
- Nhà trường chưa tổ chức cho GV áp dụng đa dạng các hình thức dạy học phát huy TDST cho HS.
- Mặc dù GV phần lớn nhận thức được việc cần thiết phải hình thành và phát huy TDST cho HS THCS nhất là bộ môn Toán nhưng chưa trở thành hành động thực sự hiệu quả.

Kết luận chương I

Chương I của luận văn đã trình bày các cơ sở lý luận về vấn đề tư duy và TDST. Bên cạnh đó thông qua việc khảo sát thực tế cũng chỉ ra được thực trạng của việc rèn luyện năng lực sáng tạo Toán học nói chung cho HS THCS. Thực tế dạy học cho thấy giáo viên gặp không ít khó khăn khi triển khai rèn luyện tư duy sáng tạo Toán học thông qua dạy học chuyên đề Nguyên lý Dirichlet. Điều này là động lực giúp tác giả tiến hành nghiên cứu các cơ sở lý luận, từ đó đưa ra phương pháp, kĩ thuật giúp giáo viên rèn luyện tư duy sáng tạo Toán học một cách hiệu quả nhất và giải quyết những khó khăn khi dạy chuyên đề này trong bồi dưỡng HSG THCS.

CHƯƠNG 2
MỘT SỐ BIỆN PHÁP RÈN LUYỆN TƯ DUY SÁNG TẠO CHO HỌC SINH TRUNG HỌC CƠ SỞ THÔNG QUA DẠY HỌC CHUYÊN ĐỀ NGUYÊN LÝ DIRICHLET

2.1. Chuyên đề Nguyên lý Dirichlet trong chương trình THCS và chương trình bồi dưỡng học sinh giỏi Toán THCS

2.1.1. Lý thuyết

1. Nội dung nguyên lý: Có thể phát biểu dưới 3 dạng cơ bản sau

*** Dạng đơn giản:**

Nếu nhốt 7 con thỏ vào 3 cái lồng thì tồn tại một lồng chứa ít nhất 3 con thỏ.

*** Dạng tổng quát:**

Nếu nhốt n con thỏ vào m cái lồng, mà n > m (n, m $\in$N*) thì tồn tại một lồng chứa ít nhất 2 con.

Nếu nhốt n con thỏ vào k cái lồng (với n, k $\in$ N* , n lớn hơn và không chia hết cho k) thì thế nào cũng có một cái lồng chứa ít nhất $\left[\frac{n}{k}\right]$+1 con thỏ. (*Trong đó $\left[\frac{n}{k}\right]$ là phần nguyên trong phép chia n cho k.*)

Nếu nhốt n con thỏ vào k cái lồng (với n, k $\in$ N*, n lớn hơn và không chia hết cho k) khi đó $n = k.q + m(0 < m < k)$ thì tồn tại một lồng chứa ít nhất $q+1$con thỏ trở lên.

2. Một số lưu ý giải các bài toán áp dụng nguyên lý Dirichlet:

- Các bài toán sử dụng nguyên lý Dirichlet thường là các bài toán chứng minh sự tồn tại của một sự vật, sự việc mà không cần phải chỉ ra một cách tường minh sự vật, sự việc đó.

- Để giải bài toán áp dụng nguyên lý Dirichlet nhiều khi ta phải áp dụng *phương pháp chứng minh phản chứng* hoặc kết hợp với *nguyên lí cực hạn* (nhất là trong hình học)

- Khi giải bài toán áp dụng nguyên lý Dirichlet hoặc dự đoán phải áp dụng nguyên lý này ta cần suy nghĩ hoặc biến đổi bài toán để làm xuất hiện khái niệm "thỏ" và "lồng", khái niệm "nhốt thỏ vào "lồng" nhưng khi trình bày ta cố gắng trình bày theo ngôn ngữ riêng của bài toán.

Nhiều bài toán chỉ áp dụng được nguyên lý Dirichlet sau khi biến đổi qua một vài bước trung gian hoặc thành lập dãy số mới (hoặc phải tạo ra các "chuồng" nhốt thỏ).

- Một bài toán có thể áp dụng một lần nguyên lý Dirichlet nhưng cũng có thể từ 2 lần trở lên.

- Kết hợp chặt chẽ với các tính chất chia hết trên tập số $\mathbb{Z}$.

Nguyên lý cực hạn: Một tập hợp hữu hạn các số thực luôn có phần tử lớn nhất và phần tử nhỏ nhất. Một tập con bất kỳ của $\mathbb{N}$ luôn có phần tử nhỏ nhất [6].

2.1.2. Các dạng toán sử dụng Nguyên lý Dirichlet.

Giáo viên xây dựng hệ thống bài tập theo từng mức độ phù hợp với từng giai đoạn học tập của học sinh. Hệ thống bài tập gồm:

1. *Bài tập phân tích và có lời giải*
2. *Bài tập vận dụng kiến thức.*
3. *Bài tập phát triển tư duy.*

PHẦN I: SỐ HỌC

DẠNG 1: SỰ TRÙNG LẶP

Bài tập phân tích và có lời giải

Bài 1. Một trường học có 1115 học sinh. Chứng tỏ rằng luôn có ít nhất 4 em có cùng ngày, tháng sinh [2].

Phân tích:

Ta chú ý ở đây có cụm từ "*4 em cùng ngày, tháng sinh*" giống với *4 con thỏ nhốt trong cùng một lồng*. Như vậy số "thỏ" ở đây là số học sinh (1115), số "lồng" là số ngày trong một năm (365). Mà 1115= 365 .3+20 nên tồn tại ít nhất 3+1= 4 học sinh cùng ngày tháng sinh.

GV: Chú ý trong năm nhuận có 366 ngày cũng không ảnh hưởng đến kết quả vì 1115= 366 .3+27.

Bài 2. Trong lớp học có 30 học sinh. Khi viết chính tả một em phạm 14 lỗi, các em khác phạm số lỗi ít hơn. CMR có ít nhất 3 học sinh mắc số lỗi như nhau (kể cả những người mắc 0 lỗi) [2].

Phân tích: Trong bài toán này "thỏ" là 29 học sinh (trừ đi 1 em mắc 14 lỗi), "lồng" là các loại lỗi (gồm 14 loại: 0 lỗi, 1 lỗi, 2 lỗi, ..., 13 lỗi).

Lời giải:

Có 30 học sinh trong đó 1 em phạm 14 lỗi, số còn lại là 29 em phạm các lỗi từ 0 đến 13 lỗi (14 loại lỗi).

Do 29: 14 = 2 (dư 1)

Theo Nguyên lý Dirichlet có ít nhất 3 em cùng mắc số lỗi như nhau.

Bài 3: Cho 7 số nguyên bất kì, chứng minh luôn tìm được hai số có hiệu chia hết cho 6 [1].

Phân tích:

- Hai số có hiệu chia hết cho 6, nghĩa là hai số này khi chia cho 6 có cùng số dư.

- Như vậy đã xuất hiện dấu hiệu: hai số có cùng số dư, nghĩa là hai con thỏ nằm trong cùng một lồng.

Lời giải:

Trong phép chia một số nguyên bất kì cho số 6, ta có thể nhận số dư có giá trị từ 0 đến 5 (0; 1; 2; 3; 4; 5), tức là có 6 số dư. Khi chia 7 số nguyên cho 6 thì chỉ nhận tối đa 6 số dư nên theo nguyên lí Dirichlet có hai số có cùng số dư trong phép chia cho 6 nên hiệu của chúng chia hết cho 6.

Lưu ý: Thỏ ở đây có 7 con đại diện bởi 7 số, còn lồng là 6 lồng đại diện bởi 6 số dư

(lồng 0 chứa những số chia cho 6 dư 0, *lồng 1* chứa những số chia cho 6 dư 1; *lồng 2* chứa n hững số chia cho 6 dư 2, *lồng 3* chứa những số chia cho 6 dư 3, *lồng 4* chứa những số chia cho 6 dư 4 và *lồng 5* chứa những số chia cho 6 dư 5).

Bài tập vận dụng kiến thức

Bài 4: Chứng minh rằng từ 52 số nguyên bất kì luôn có thể chọn ra hai số mà tổng hoặc hiệu của chúng chia hết cho 100 [33].

Phân tích:

- Hai số có hiệu chia hết cho 6, nghĩa là hai số này khi chia cho 6 có cùng số dư.

- Như vậy đã xuất hiện dấu hiệ hai số có cùng số dư, nghĩa là hai con thỏ nằm trong cùng một lồng.

Hướng dẫn giải :

Tất cả các số dư trong phép chia cho 100 được chia thành 51 nhóm như sau: {0} ;{1;99},{ 2;98}, … ,{49;51}; {50}. Có 52 số nên theo nguyên tắc Dirichlet có hai số mà các số dư khi chia cho 100 thuộc cùng một nhóm trên. Hai số này có hiệu chia hết cho 100 (nếu số dư của chúng bằng nhau) hoặc có tổng chia hết cho 100 (nếu số dư của chúng khác nhau).

Bài 5:

a) Chứng minh rằng, với 3 số nguyên tố lớn hơn 3 thì luôn tồn tại hai số có tổng hoặc hiệu chia hết cho 12.

b) Chứng minh rằng trong 5 số nguyên tố lớn hơn 5 luôn tìm được hai số có hiệu chia hết cho 10.

Hướng dẫn giải

Ta đã biết các số nguyên tố lớn hơn 3 khi chia cho 12 thì số dư nhận các giá trị là: 11; 7; 5; 1.

Ta chia các số dư thành 2 nhóm như sau: (1; 11); (5; 7). Có 3 số nguyên tố mà có 2 nhóm nên theo nguyên lý Dirichlet tồn tại hai số thuộc cùng một nhóm.

+) Nếu hai số thuộc cùng một nhóm, mà khi chia cho 12 có số dư khác nhau thì tổng của chúng chia hết cho 12.

+) Nếu hai số thuộc cùng một nhóm, mà khi chia cho 12 có số dư giống nhau thì hiệu của chúng chia hết cho 12.

b) Các số nguyên tố lớn hơn 5 có chữ số tận cùng là 1;3; 7 hay khi chia chúng cho 10 thì dư 1; 3; 7. Theo nguyên lý Dirichlet, có 5 số mà có 3 số dư nên tồn tại ít nhất 2 số có cùng chữ số tận cùng nên hiệu của chúng chia hết cho 10.

Bài tập phát triển tư duy

Bài 6: Trong mặt phẳng tọa độ cho đa giác lồi có số cạnh không nhỏ hơn 5 và tất cả các đỉnh có tọa độ nguyên (ta gọi chúng là các điểm nguyên). Chứng minh rằng bên trong hoặc trên cạnh đa giác đó có ít nhất một điểm nguyên khác [7].

Lời giải: Mỗi cặp số nguyên (x_i; y_i) chỉ có thể rơi vào một trong 4 trường hợp sau:

1. x_i chẵn và y_i chẵn

2. x_i lẻ và y_i lẻ

3. x_i chẵn và y_i lẻ

4. x_i lẻ và y_i chẵn

Vì số đỉnh của một đa giác nhiều hơn hoặc bằng 5 đỉnh nên có ít nhất hai đỉnh mà hoành độ và tung độ của chúng cùng tính chẵn lẻ giống nhau. Khi đó trung điểm của đoạn thẳng nối bởi hai đỉnh này là một số nguyên và hiển nhiên trung điểm đó nằm trong hoặc trên cạnh của đa giác.

Bài 7: (*Đề thi HSG môn Toán 9 cấp Tỉnh, tỉnh Nam Định*, 2016- 2017).

Trong hình vuông cạnh bằng 1, đặt 51 điểm bất kì, phân biệt. Chứng minh rằng có ít nhất 3 trong số 51 điểm đó nằm trong một hình tròn bán kính $\frac{1}{7}$.

Giải: Chia hình vuông đã cho thành 25 hình vuông con bằng nhau có cạnh bằng $\frac{1}{5}$.Theo nguyên lý Dirichlet, tồn tại ít nhất một hình vuông con a chứa ít nhất ba điểm trong số 51 điểm đó. Đường tròn ngoại tiếp (a) có bán kính

$\frac{1}{5\sqrt{2}} \le \frac{1}{7}$.Vậy ba điểm nói trên nằm trong hình tròn đồng tâm với đường tròn (a) có bán kính $\frac{1}{7}$

Bài 8: Cho 40 số nguyên dương: a_1; a_2;…; a_{19} và b_1; b_2; …; b_{21} thỏa mãn:

$$\begin{cases} b_1 < b_2 < ... < b_{21} \le 200 \\ a_1 < a_2 < ... < a_{19} \le 200 \end{cases}$$

Chứng minh tồn tại 4 số a_i; a_j; b_k; b_l sao cho: $a_i< a_j$; $b_k< b_l$; $a_i-a_j = b_l-b_k$ [33].

Bài làm: Gọi S là tập hợp tất cả các tổng có dạng a_i+b_j với $1 \le i \le 19; 1 \le j \le 21$. Khi đó tổng số phần tử thuộc tập S là 19.21= 399 phần tử. Từ giả thiết ta thấy giá trị các phần tử S chỉ nhận từ 2 đến 400 (có 399 giá trị).

Nếu $S = \{2;3;4;...;400\}$(nhận đầy các giá trị từ 2 đến 400) thì $a_1= b_1=1$ và $a_{19}= a_{21}= 200$, suy ra điều phải chứng minh.

Nếu $S \ne \{2;3;4;...;400\}$ thì tồn tại hai phần tử của S có cùng giá trị. Giả sử $a_i+ b_k = b_l + a_j$, ta cũng suy ra điều phải chứng minh.

DẠNG 2: SỰ CHIA HẾT

Dạng 2.1: Thỏ có sẵn

Bài tập phân tích và có lời giải

Bài 1: Chứng minh rằng trong 11 số tự nhiên bất kì , luôn tìm được hai số có chữ số tận cùng giống nhau.

Phân tích:

"Hai số có chữ số tận cùng giống nhau" nghĩa là hai số này khi chia cho 10 có cùng số dư.

Hai số có chữ số tận cùng giống nhau có dấu hiệu để nghĩ đến hai con thỏ cùng nhốt trong 1 lồng.

Tạo ra thỏ và lồng, chú ý lồng nhỏ hơn thỏ

Lời giải: Trong phép chia một số tự nhiên bất kì cho số 10, ta có thể nhận số dư có giá trị từ 0 đến 9 (0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9), tức là có 10 số dư. Khi chia 11 số tự nhiên cho thì chỉ nhận tối đa 10 số dư nên theo nguyên lí Dirichlet có hai số có cùng số dư trong phép chia cho 10 nên hiệu của chúng chia hết cho 10. Nghĩa là hiệu của hai số có chữ số tận cùng là 0, nên hai số này có chữ số tận cùng giống nhau.

Bài 2: Chứng minh rằng trong 14 số tự nhiên bất kì có 3 chữ số, luôn tìm được hai số có dạng $\overline{abc}, \overline{deg}$ sao cho số có 6 chữ số là: $\overline{abcdeg}$ chia hết cho 13 [1].

(*Nâng cao phát triển Toán 7- Vũ Hữu Bình- 2008- NXB Giáo dục, Hà Nội*)

Hướng dẫn giải: Áp dụng bài 4 trong 13 số TN trên có hai số có cùng số dư trong phép chia cho 13 nên hiệu của chúng chia hết cho 13, nghĩa là $\overline{abc}-\overline{deg} \vdots 13$

Mà $\overline{abcdeg} = 1001.\overline{abc} - \left(\overline{abc} - \overline{deg}\right)$

Bài 3: (*Đề thi HSG môn Toán lớp 6, huyện Giao Thuỷ*, 2015-2016)

Cho a, b, c, d là các số nguyên. Chứng minh rằng:

P= (b-a)(c-a)(d-a)(d-c)(b-d)(c-b) chia hết cho 12 hay (a-b)(a-c)(a-d)(b-c)(b-d)(c-d) chia hết cho 12.

Phân tích:

- Một biểu thức chứng minh chia hết cho 12, nên chứng minh chia hết cho 3 và 4 (hai số nguyên tố cùng nhau).

Lời giải:

Trong 4 số nguyên bất kì ta luôn có 2 số chẵn và hai số lẻ hoặc ít nhất 3 số cùng tính chẵn (lẻ) .

TH_1: Giả sử hai số chẵn đó là a, b và 2 số lẻ là c và d thì (a-b)(c-d) chia hết cho 4.

TH_2: Giả sử 3 số a,b,c cùng tính lẻ thì (a-b)(b-c) chia hết cho 4.

Nên P chia hết cho 4 (1)

Trong 4 số nguyên bất kì a, b, c, d trong phép chia cho 3, thì luôn tồn tại hai số có cùng số dư trong phép chia cho 3 (vì theo nguyên lí Dirichlet có 4 số mà chỉ có 3 số dư 0, 1, 2). Giả sử đó là hai số c và d nên c-d chia hết cho 3. Suy ra P chia hết cho 3 (2).

Từ (1) và (2) mà UCLN(3;4)=1 nên P chia hết cho 12.

Dạng 2: Tạo thỏ, tạo lồng

Bài 4: Chứng minh rằng tồn tại một số tự nhiên toàn chữ số 6 và chia hết cho 2003 [3].

Xét 2004 số có dạng: 6, 66, 666, …, 66..66 (2004 chữ số 6) trong phép chia cho số 2003. Theo nguyên lí Dirichlet có 2004 số mà chỉ có 2003 số dư (0, 1, 2, …, 2002) sẽ có hai số có cùng số dư trong phép chia cho 2003. Hai số đó là A== 666..666 (có m chữ số 6), B= 666…666(có n chữ số 6) (*$0 < n < m < 2005$, m và n là các số tự nhiên*) nên A- B = 666…6660..0 (có m-n chữ số 6; n chữ số 0) chia hết cho 2003 mà 10^n và 2003 nguyên tố cùng nhau nên 66…666 chia hết cho 2003. Hay một số có toàn chữ số 6 chia hết cho 2003

Bài 5: Chứng minh trong tập hợp số nguyên dương luôn tồn tại số k sao cho 1983^k -1 chia hết cho 10^5.

Chứng minh:

Xét 10^5 +1 số có dạng sau: 1983, 1983^2; 1983^3,…, 1983^{10^5+1}.

Lấy 10^5 +1 số này đem chia cho 10^5 ta được 10^5-1 số dư (không dư số 0 vì 10 mũ 5 là số chẵn còn 1983^k là số lẻ). Theo nguyên lí Dirichlet có ít nhất 2 số có cùng số dư trong phép chia cho 10^5 . Gọi 2 số đó là 1983^m và 1983^n ($0< n < m <10^5+2$) và $1983^m - 1983^n = 1983^n (1983^{m-n} - 1)$. Hơn nữa, 1983^n và 10^5 là hai số nguyên tố cùng nhau, nên 1983^{m-n} -1 chia hết cho 10^5 hay tồn tại số nguyên dương k = m - n (m > n) sao cho 1983^k -1 chia hết cho 10^5.

Bài tập vận dụng kiến thức

Bài 6: Chứng tỏ rằng tồn tại số tự nhiên chỉ gồm chữ số 1 và chữ số 0 chia hết cho 1999.

Bài làm:

Xét 2000 số sau:

1, 11, 111, 1111,…,111..11(2000 chữ số 1). Ta đã biết trong phép chia cho số

1999 có 1999 số dư (*0,1,2,...,1998*). Có 2000 số mà chỉ có 1999 số dư nên theo nguyên lí Dirichlet sẽ có hai số có cùng số dư trong phép chia cho 1999. Hai số đó, giả sử là 11…11(m chữ số 1) và 11…11(n chữ số 1) (*0<n<m<2001; m và n là số tự nhiên*) nên 11…11 (*m chữ số*)-11..11 (*n chữ số*)= 11..1100…0 (n chữ số 0; m-n chữ số 1) chia hết cho 1999. Số có dạng: 11..1100…0= 11…111.10^n (*m-n chữ số 1*) là số cần tìm.

Nếu đề bài chỉ đơn thuần là chứng minh tồn tại một số gồm toàn chữ số 1 chia hết cho 1999, ta làm thêm như sau:

Ta có, 10^n và 1999 nguyên tố cùng nhau nên 11…111(*m-n chữ số 1*) chia hết cho 1999.

Tổng quát: Cho p là số nguyên tố lớn hơn 5. Chứng minh rằng tồn tại một số có dạng 111…1111 chia hết cho p.

Bài 7: Cho sáu số tự nhiên a, b, c, d, e, g. Chứng minh rằng trong sáu số đã cho tồn tại một số chia hết cho 6 hoặc tồn tại một vài số có tổng chia hết cho 6 [33].

Bài làm:

TH_1: Có một số trong 6 số bằng 0 thì số này chia hết cho 6.

TH_2: Cả 6 số đều lớn hơn 0. Xét 6 số sau:

S_1= a

S_2= a+b

S_3=a+b+c

S_4= a+b+c+d.

S_5= a+b+c+d+e

S_6= a+b+c+d+e+f

Do cả sáu số a, b, c, d, e, f đều là các số lớn hơn 0 nên S_i là khác nhau nên

Khi đem mỗi số S_i chia cho 6 ta được số dư thuộc tập từ 0 đến 5

Nếu tồn tại S_i ($i=\overline{1,6}$) chia hết cho 6 thì bài toán được chứng minh

Nếu không có S_i nào chia hết cho 6 thì có 6 số mà chỉ có 5 số dư từ 1 đến 5, nên theo Dirichlet tồn tại hai số có cùng số dư trong phép chia cho 6. Chẳng hạn là S_2 và S_5 và $S_5 - S_2 = c + d + e$ chia hết cho 6. Bài toán được chứng minh.

Tổng quát: Ta có thể phát biểu bài toán tổng quát như sau: Cho n số tự nhiên $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$. Chứng minh rằng tồn tại một số chia hết cho n hoặc tồn tại một vài số có tổng chia hết cho n.

………

Bài tập phát triển tư duy

Bài 8: Anh Nam là một vận động viên chơi cờ. Để luyện tập, mỗi ngày anh chơi ít nhất môt ván. Để khỏi mệt mỏi, mỗi tuần anh chơi không quá 12 ván. Chứng minh rằng tồn tại một số ngày liên tiếp trong đó anh chơi đúng 20 ván [2].

Bài làm:

Gọi số ván cờ anh Nam chơi trong ngày thứ nhất, ngày thứ hai, ngày thứ ba,…, ngày thứ 20 lần lượt là: $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{20}$. (ai thuộc N* và a_i > hoặc bằng 1). tổng số ván cờ sau ngày 1, sau ngày 2,sau ngày 3,…, sau ngày thứ 20 lần lượt là:

$S_1 = a_1$

$S_2 = a_1 + a_2$

$S_3 = a_1 + a_2 + a_3$

…

$S_{20} = a_1 + a_2 + \ldots + a_{20}$.

Xét phép chia các S_i cho 20 ta được tối đa 20 số dư :0; 1; 2; 3; 4; 5;….; 19.

Ta thấy, các a_1 là số tự nhiên khác 0 nên các S_1 là khác nhau cụ thể $S_1 < S_2 < S_3 < \ldots < S_{20} < 36$ (vì một tuần anh chơi không quá 12 ván).

TH1: Nếu trong S_1 có một số chia hết cho 20 (tất nhiên S_1 này từ S_8 trở lên) thì $S_i = 20$, ta được một số ngày liên tiếp anh Nam chơi tổng số ván cờ là 20 ván.

TH2: Nếu trong các S_i này không có số nào chia hết cho 20 thì thì các số dư của các S_i khi chia cho 20 từ 1 đến 19 chỉ có 19 giá trị. Nên theo nguyên lí Dirichlet tồn tại hai số có cùng số dư khi chia cho 20.

$S_m - S_n$ chia hết cho 20 ($1 \le n < m \le 20$) nên $S_m - S_n = 20$

Vậy Nếu $S_k = 20$ thì $a_1 + a_2 + \ldots + a_k = 20$ ($k \ge 8$)

Nếu $S_m - S_n = 20$ thì $a_{n+1} + a_{n+2} + \ldots + a_m = 20$

<u>DẠNG 3:</u> TOÁN VỀ SỰ TƯƠNG HỖ (TOÁN LÀM QUEN)

Trong các bài tập dạng này, nếu A có một quan hệ nào đó với B thì B cũng có quan hệ ấy với A (ví dụ A làm quen B hoặc A đã thi đấu với B…)

Bài tập phân tích và có lời giải

Bài 1. Có 6 đội bóng thi đấu với nhau mỗi đội phải đấu một trận với các đội khác (đấu vòng tròn một lượt). CMR vào bất cứ lúc nào cũng có hai đội đã đấu số trận như nhau (kể cả số trận đấu là 0).

(*Nâng cao và phát triển Toán 7- Vũu Hữu Bình- 2009- NXB Giáo dục, Hà Nội*.)

<u>*Phân tích và hướng dẫn*</u>:

Gọi lồng 0 chứa những đội có số trận đấu là 0.

Gọi lồng 1 chứa những đội có số trận đấu là 1.

…

Gọi lồng 4 chứa những đội có số trận đấu là 4.

Gọi lồng 5 chứa những đội có số trận đấu là 5.

Như vậy ta có 6 lồng. Nhưng nếu lồng 0 có chứa ít nhất một đội thì lồng 5 phải trống. Ngược lại nếu lồng 5 có chứa ít nhất một đội thì lồng 0 phải trống (*nhấn mạnh vào vai trò A đấu với B thì B đấu với A*).

Vậy thực chất chỉ có 5 lồng được sử dụng, mà lại có 6 đội nên có ít nhất 2 đội vào chung một lồng hay có ít nhất 2 đội có cùng số trận đấu như nhau.

Bài 2*:* Có 6 nhà khoa học trao đổi với nhau về hai đề tài I, II. Mỗi người trao đổi với 5 người còn lại và mỗi cặp hai người chỉ trao đổi với nhau về cùng một vấn đề. Chứng minh rằng có ít nhất 3 nhà khoa học trao đổi với nhau về cùng một vấn đề [4].

<u>**Lời giải**</u>*:*

Trong 6 nhà khoa học lấy ra nhà khoa học A, nhà khoa học này trao đổi với 5 nhà KH còn lại về hai vấn đề (I hoặc II) nên theo nguyên lí Dirichlet (5= 2.2+1) tồn tại 3 nhà khoa học cùng trao đổi với nhà khoa học A về cùng một vấn đề.

Giả sử 3 nhà khoa học B, C, D cùng trao đổi với A về vấn đề I.

+TH_1: Trong 3 nhà khoa học B, C, D nếu có hai nhà khoa học B và C cùng trao đổi về vấn đề I thì A, B, C cùng trao đổi với nhau về vấn đề I

+ TH_2: Trong 3 nhà khoa học B, C, D nếu có bất kỳ hai nhà khoa học nào trao đổi với nhau về vấn đề I thì cả ba người phải trao đổi với nhau về vấn đề II.

Ta cũng sẽ làm tương tự nếu nhà khoa học B, C, D cùng trao đổi với V về vấn đề II.

Bài 3. Có 6 đội bóng thi đấu với nhau (mỗi đội phải đấu 1 trận với 5 đội khác). CMR vào bất cứ lúc nào cũng có 3 đội trong đó từng cặp đã đấu với nhau hoặc chưa đấu với nhau trận nào [2].

Hướng dẫn:

Giả sử 6 đội bóng đó là A, B, C, D, E, F. Xét đội A:

Theo nguyên lý Dirichlet ta suy ra: A phải đấu hoặc không đấu với ít nhất 3 đội khác. Không mất tính tổng quát, giả sử A đã đấu với B, C, D.

TH_1: Nếu B, C, D từng cặp chưa đấu với nhau thì bài toán được chứng minh.

TH_2: Nếu B, C, D có 2 đội đã đấu với nhau, ví dụ B và C thì 3 đội A, B, C từng cặp đã đấu với nhau.

Như vậy bất cứ lúc nào cũng có 3 đội trong đó từng cặp đã đấu với nhau hoặc chưa đấu với nhau trận nào.

Bài tập phát triển tư duy

Bài 1: Trong mặt phẳng cho 66 điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Nối các điểm này lại bằng các đoạn thẳng rồi tô mỗi đoạn thẳng đó bằng một trong các màu xanh, đỏ, tím, vàng. Chứng minh rằng tồn tại một tam giác có các cạnh cùng màu.

Giả sử A là một điểm trong 66 điểm đã cho. Xét 65 đoạn thẳng có một đầu mút là A, 65 đoạn thẳng này được tô bởi 4 màu nên theo nguyên lí Đirichlet (65=4.16+1) tồn tại 17 đoạn thẳng được tô cùng màu. Giả sử 17 đoạn này là AA_1; AA_2; …; AA_{17} và chúng chỉ được tô bởi màu xanh.

+ Nếu tồn tại đoạn A_iA_j $(1\le i<j\le 17)$ nào đó thì tồn tại tam giác AA_iA_j với 3 cạnh màu xanh.

+ Nếu không có đoạn A_iA_j $(1\le i<j\le 17)$ màu xanh thì mỗi đoạn nối hai trong 17 điểm A_1; A_2; …; A_{17} chỉ được tô bởi 3 màu đỏ, tím, vàng. Xét 16 đoạn thẳng nối A_1 với A_2; A_3; …; A_{17} chỉ được tô bởi 3 màu đỏ, tím, vàng, nên theo nguyên lí Đirichlet(16=3.5+1) tồn tại 6 đoạn thẳng được tô cùng màu, giả sử cùng màu đỏ, gọi đó là A_1A_2; A_1A_3; …; A_1A_7.

+ Nếu tồn tại A_iA_j $(2\le i<j\le 7)$ nào đó cũng màu đỏ thì tam giác $A_1A_iA_j$ có 3 cạnh cùng màu.

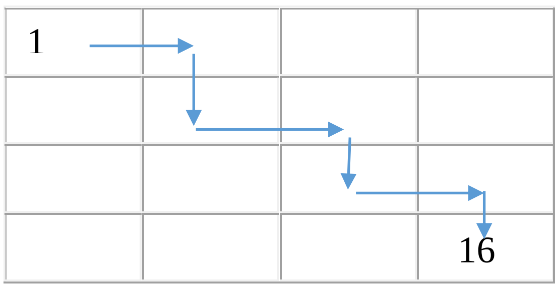
+ Nếu mọi đoạn thẳng A_iA_j đều được tô bởi hai màu tím, vàng. Thì bài toán trở thành: " Cho 6 điểm A_2;A_3, …., A_7 trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng, nối các điểm này thành các đoạn thẳng rồi tô bởi 1 trong hai màu tím, vàng. Chứng minh rằng tồn tại một tam giác cùng màu."

<u>DẠNG 4:</u> SỰ SẮP XẾP

Bài tập phân tích và có lời giải

Bài 1: Cho một bảng vuông 4x4. Trên 16 ô của bảng, ta đặt 16 số tự nhiên từ 1 đến 16. Chứng minh rằng tồn tại hai ô kề nhau (tức là hai ô có một cạnh chung) sao cho hiệu các số ở hai ô đó lớn hơn hoặc bằng 3 [2].

Bài giải:



Chuyển từ một ô bất kì sang ô kề nó gọi là một bước. Xét hai ô ghi số 1 và số 16 chuyển từ ô ghi số 1 đến ô ghi số 16 chỉ cần không quá 6 bước chuyển (nhiều nhất là 3 bước theo hàng ngang, 3 bước theo hàng dọc). Tồn tại một bước chuyển có hiệu lớn hơn hoặc bằng 3. Thật vậy giả sử tất cả các bước chuyển đều nhỏ hơn hoặc bằng 2 thì từ số 1, qua không quá 6 bước chuyển tăng thêm không quá 12, không đạt được đến số 16.

Vậy tồn tại hai ô kề nhau có hiệu các số của hai ô đó lớn hơn hoặc bằng 3.

Bài 2: Viết 16 số, mỗi số có giá trị bất kỳ là 1, 2, 3, 4. Ghép thành từng cặp 2 số được 8 cặp số. Chứng minh rằng tồn tại hai cặp số mà tổng các số trong hai cặp đó bằng nhau [2].

Bài giải:

Tổng hai số của mỗi cặp trong 8 cặp số có giá trị nhỏ nhất là: 1 + 1 = 2, có giá trị lớn nhất là: 4 + 4 = 8. Như vậy 8 tổng đó nhận 7 giá trị: (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8). Theo nguyên lý Dirichlet, tồn tại hai tổng bằng nhau, tức là tồn tại hai cặp có tổng bằng nhau.

Bài tập vận dụng kiến thức

Bài 3: Trong một lưới ô vuông kích thước 5x5, người ta điền ngẫu nhiên vào các ô một trong các giá trị 0,1 hoặc 2, sau đó tính tổng tất cả các ô theo hàng ; theo cột và theo hai đường chéo. Chứng minh rằng tồn tại ít nhất hai tổng có giá trị bằng nhau.

Phân tích:

Hãy đọc kỹ đề bài yêu cầu, chúng ta sẽ thấy "thỏ" và "chuồng".

"Tồn tại ít nhất 2 tổng có giá trị bằng nhau" => thỏ chính là tổng (hàng ngang, dọc, chéo), còn "giá trị các tổng" chính là "chuồng". Vấn đề của chúng ta là chúng ta cần đi tìm các giá trị có thể của tổng. Ta thấy một tổng 5 ô sẽ có giá trị nhỏ nhất là 0, lớn nhất là 10.

Giải:

Gọi các tổng lần lượt là $S_1, S_2,..;S_{12}$

Có tất cả 12 tổng. Ta nhận thấy rằng các tổng này chỉ có thể nhận các giá trị là {0, 1, 2…., 9, 10}. Có tất cả 11 giá trị khác nhau. Từ đó, theo nguyên lý Dirichlet ta suy ra điều cần chứng minh.

Bài tập phát triển tư duy

Bài 4 : Trong vòng thi đấu loại bóng đá, ở một bảng có năm đội thi đấu vòng tròn (mỗi đội gặp một đội khác một lần). Ba bạn yêu bóng đá và cũng yêu toán học có các nhận xét như sau :

A : Bất cứ đội nào ra sân cũng có hai cầu thủ mang số áo có hiệu chia hết cho 11.

B : Trong suốt thời gian thi đấu lại, bao giờ cũng tìm được hai đội có số trận đã đấu như nhau.

C : (Sau khi xem xong trận đấu sôi nổi với tỷ số 4 – 3): Nếu đây là trận đấu duy nhất có số lần bóng vào lưới nhiều nhất (7 lần) thì khi vòng đấu loại kết thúc phải có 3 trân đấu có số lần bóng vào lưới bằng nhau.

Những nhận xét trên đúng hay sai ?

Bài giải :

A : Trả lời đúng.

Thật vậy, trong một đội bóng đá có 11 cậu thủ, lấy các số áo của mỗi cầu thủ đem chia cho 11, được 10 loại số dư từ 0 đến 9 . Có 11 số mà chỉ có 10 số dư (từ 0 đến 9) nên theo nguyên lý Dirichlet tồn tại hai số áo có cùng số dư khi chia cho 10, tức là hiệu của chúng chia hết cho 10.

B : Câu trả lời đúng.

Đã được giải ở bài 1 dạng 3.

C : Nhận xét của C không đúng. Khi vòng đấu loại kết thúc có tất cả 1+2+3+4=10 trận đấu, ngoài trận duy nhất có 7 lần bóng vào lưới là lớn nhất, thì 9 trận còn lại có số lần bóng vào lưới ít hơn: 6; 5; 4; 3; 2; 1; 0 lần, tức là có 7 khả năng.

Nhốt 9 chú thỏ vào 7 cái lồng, ta chỉ khẳng định được tồn tại hai thỏ trong cùng một lồng, tức là chắc chắn có hai trận có số lần bóng vào lưới như nhau.

PHẦN II: HÌNH HỌC

Tiếp nối mạch số học ta có một vài bài toán hình học lấy theo mạch đó

DẠNG 1: BÀI TOÁN TÔ MÀU

Bài tập phân tích và có lời giải

Bài 1. Trong mặt phẳng cho 6 điểm phân biệt không có 3 điểm nào thẳng hàng. Các điểm này được nối với nhau bằng các đoạn thẳng màu xanh hoặc màu đỏ. Chứng minh rằng luôn có một tam giác mà các cạnh cùng màu [4].

Phân tích: *Có nên tính số tam giác hay tính số đoạn thẳng hay không? Câu trả lời là không vì tam giác ABC là hình tạo bởi 3 đoạn thẳng liên kết với nhau AB, BC, CA khi 3 điểm A, B, C không thẳng hàng nên việc tìm ra số tam giác hay số đoạn thẳng không giải quyết được câu hỏi của đề bài. Hãy thử nối 1 điểm với 5 điểm còn lại bằng 2 màu xem sao?*

Giải:

Gọi 6 điểm đó là O, A, B, C, D, E. Từ điểm O nối với 5 điểm còn lại được 5 đoạn thẳng mà chỉ được tô một trong 2 màu. Theo nguyên lý Dirichlet có ít nhất 3 đoạn thẳng cùng màu, giả sử đó là 3 đoạn thẳng OA, OB, OC cùng màu xanh.

Xét tam giác ABC có 3 cạnh AB, AC, BC được vẽ bởi 2 màu nên xảy ra các trường hợp sau:

TH1: Nếu 3 cạnh của tam giác cùng màu thì bài toán đã được giải.

TH2: 3 cạnh của tam giác không cùng màu thì sẽ có ít nhất 1 cạnh có màu xanh giả sử đó là cạnh AB và tam giác OAB có ba cạnh cùng màu xanh.

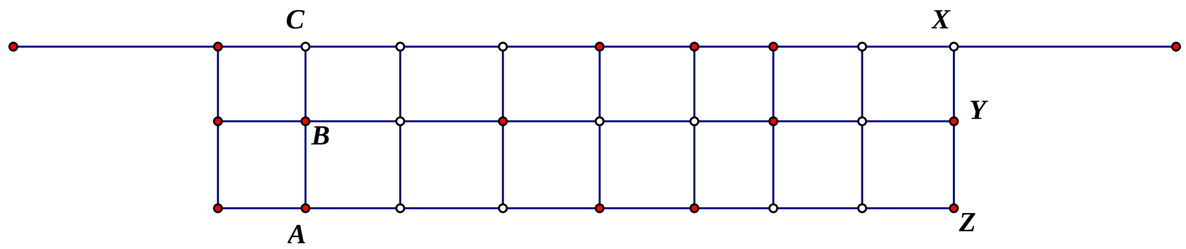
Tương tự với 3 đoạn thẳng OA, OB, OC có cùng màu đỏ.

Vậy bài toán đã được chứng minh .

Bài toán 2: Giả sử mỗi điểm trong mặt phẳng được tô bằng một trong 2 màu đen và trắng. Chứng minh tồn tại một hình chữ nhật có các đỉnh cùng màu.

Giải :

Giả sử ta có một lưới ô vuông tạo bởi 3 đường nằm ngang và 9 đường thẳng đứng, mỗi nút lưới được tô bởi một màu trắng hoặc đen.



Hình 1

Xét 3 nút lưới của một đường dọc, mỗi nút có hai cách tô màu nên mỗi bộ ba nút trên đường dọc ấy có $2.2.2 = 8$ cách tô màu. Có 9 đường dọc, mỗi đường có 8 cách tô màu nên theo nguyên lý Dirichlet tồn tại hai đường có cách tô màu như nhau, chẳng hạn hai bộ ba điểm đó là A, B, C và X, Y, Z

Vì 3 điểm A, B, C chỉ được tô bởi hai màu nên tồn tại hai điểm cùng màu, chẳng hạn B và C khi đó hình chữ nhật BYZA có 4 đỉnh cùng một màu.

Bài tập vận dụng kiến thức.

Bài 3. Cho 6 điểm trên mặt phẳng sao cho 3 điểm bất kỳ trong chúng tạo nên một tam giác có độ dài 3 cạnh khác nhau. Chứng minh rằng tồn tại một cạnh vừa là cạnh nhỏ nhất của tam giác này vừa là cạnh lớn nhất của tam giác khác.

Hướng dẫn:

Xét các tam giác được tạo từ 3 trong 6 điểm đã cho. Trong mỗi tam giác này ta tô màu đỏ cho cạnh ngắn nhất, các cạnh khác không tô màu. Chứng tỏ có 1 tam giác có 3 cạnh đều màu đỏ thì cạnh lớn nhất của tam giác này là cạnh cần tìm.

Lời giải:

Thật vậy từ điểm A trong 6 điểm đã cho với 5 điểm còn lại bằng các đoạn thẳng màu đỏ hoặc không có màu và tồn tại 3 đoạn thẳng cùng màu đỏ hoặc không có màu. Giả sử đó là 3 đoạn thẳng AB, AC, AD.

TH_1 : Nếu 3 đoạn thẳng đó có màu đỏ ta xét tiếp tam giác BCD phải tồn tại 1 cạnh bé nhất có màu đỏ giả sử đó là cạnh CD của tam giác ACD có 3 cạnh cùng màu đỏ và cạnh lớn nhất của tam giác ACD đồng thời là cạnh nhỏ nhất của một tam giác khác.

TH_2 : Nếu 3 đoạn thẳng đó không được tô màu

Tam giác ABC có AB, AC không được tô màu thì BC phải được tô màu đỏ.

Tam giác ABD có AB, AD không được tô màu thì BD phải được tô màu đỏ.
Tam giác ACD có AD, AC không được tô màu thì DC phải được tô màu đỏ.
Và tam giác BCD có 3 cạnh được tô màu đỏ và thoả mãn đề bài.

Bài tập phát triển tư duy

Bài 4 : (*Đề thi HSG môn Toán 8 huyện Nam Trực*, 2021- 2022)

Để đảm bảo công tác phòng chống dịch Covid 19 trên địa bàn tỉnh Nam Định, huyện Nam Trực đã thành lập 17 chốt kiểm dịch. Biết rằng 17 chốt, chốt nào cũng liên lạc được với mọi chốt khác bởi một và chỉ một trong ba cách : gọi bằng số điện thoại, qua zalo, qua messenger. Chứng tỏ rằng luôn tồn tại ba chốt có thể liên lạc với nhau theo cùng 1 trong 3 hình thức liên lạc trên.

2.2. Các mục tiêu xây dựng biện pháp phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh trong dạy học chuyên đề nguyên lý Dirichlet

2.2.1. Biện pháp phải đảm bảo mục tiêu chuẩn kiến thức kĩ năng, năng lực trong dạy học chuyên đề nguyên lý Dirichlet trong chương trình bồi dưỡng HSG lớp 9.

2.2.2. Biện pháp phải đảm bảo tác động vào các TTTD toán học và các đặc trưng của tư duy sáng tạo.

2.2.3. Biện pháp sư phạm nêu ra cần phải dựa trên cơ sở thực tiễn gặp phải trong quá trình dạy học chuyên đề nguyên lý Dirichlet (khó khăn, sai lầm,…)

2.2.4. Trong quá trình triển khai các biện pháp sư phạm tác động đến tư duy học sinh cần đảm bảo tính thống nhất giữa vai trò chủ đạo của GV và vai trò tích cực, tự giác, sáng tạo của HS.

2.3. Một số biện pháp rèn luyện năng lực tư duy sáng tạo cho học sinh THCS trong quá trình dạy học chuyên đề nguyên lý Dirichlet.

Mọi loại hình tư duy đều thể hiện tốt nhất thông qua các đặc trưng của nó, chỉ khi phát triển chính các đặc trưng của nó thì mới phát triển được chính nội dung bên trong của loại hình tư duy đó. Như vậy, công việc cuối cùng mà người GV cần làm để phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh chính là tác động vào các yếu tố đặc trưng của tư duy sáng tạo đến HS bằng những kĩ thuật, phương pháp cụ thể

Trong khuôn khổ luận án này, tác giả tập trung vào ba đặc trưng chính của tư duy sáng tạo là: tính mềm dẻo, tính thuần thục, tính độc đáo. Nếu tính mềm dẻo (flexibility) được đặc trưng bởi khả năng dễ dàng chuyển từ hoạt động trí tuệ này sang hoạt động trí tuệ khác thì một trong các kĩ thuật mà GV tác động đến HS là rèn luyện cho HS nhìn tình huống đặt ra dưới nhiều góc độ khác nhau. Nếu tính thuần thục (fluency) của TD được đặc trưng bởi khả năng tìm ra nhiều giải pháp thì kĩ thuật dạy học để rèn luyện, phát triển nó là giải quyết vấn đề bằng nhiều cách khác nhau và lựa chọn phương án tối ưu nhất.

2.3.1. Rèn luyện cho HS biết vận dụng các TTTD, nhất là thao tác phân tích tổng hợp.

Để HS có thể nhìn tình huống dưới nhiều góc độ khác nhau thì thao tác phân tích đề bài để nhận diện bài toán rất quang trọng. Có thể nói thao tác phân tích - tổng hợp là một cặp thao tác tư duy cơ bản và quan trọng, xuất hiện ở hầu hết các thao tác tư duy khi HS giải quyết các bài toán ở các cấp, với cả các bài toán dễ, khó...

Với đặc trưng phân chia đối tượng thành các bộ phận, các thành phần khác nhau sau đó hợp nhất lại. Thao tác phân tích- tổng hợp thường được sử dụng để tìm hiểu đề bài, nhận diện dạng bài, yếu tố đã cho, yếu tố phải tìm, phân tích cách diễn đạt các mối quan hệ của các đối tượng, phân tích thuật ngữ, phân tích cách hỏi, câu hỏi, yêu cầu của bài tập, những tình huống thực tiễn để đưa ra kết luận mới bật ra cách làm, cách làm mới, độc đáo... Tổng hợp thành một cách giải, cách làm tương tự, tổng quát...

Dưới sự hướng dẫn của GV, HS sẽ dần hình thành thao tác phân tích- tổng hợp, nắm bắt nhanh từ khoá, làm được việc phân tích mối quan hệ giữa các yếu tố, đại lượng trong 1 bài toán xuôi, ngược… Từ đó hệ thống hoá kiến thức theo bài, theo dạng, phát triển thành các bài tổng quát, bài toán mới. Nhiều lần như vậy, HS cũng đúc rút ra được những cái riêng, độc đáo của mỗi bài toán, kết nối kiến thức đã học thành một tổng thể theo logic và có nhiều kinh nghiệm giải toán.

Bài 1. Trong 45 học sinh làm bài kiểm tra không có ai bị điểm dưới 2, chỉ có 2 học sinh được điểm 10. Chứng minh rằng, ít nhất cũng tìm được 6 học sinh có điểm kiểm tra bằng nhau (điểm kiểm tra là một số tự nhiên từ 0 đến 10) [2].

Phân tích:

- Học sinh hiểu được nội dung nguyên lý Dirichlet.
- Đọc bài toán và phân biệt được yếu tố nào đóng vai trò là "thỏ", yếu tố nào đóng vai trò là "lồng". Học sinh chỉ ra được số thỏ, số lồng.
- *Cách phân biệt đơn giản nhất: Số thỏ luôn lớn hơn số lồng.*
- *Yếu tố có "6 học sinh có điểm kiểm tra giống nhau" nghĩa là có 6 con thỏ chung trong một lồng, vậy chắc chắn "thỏ" là 43 học sinh*
- *Vậy lồng là gì? để 6 học sinh có điểm giống nhau, thì rõ ràng "lồng" là các loại điểm từ 2 đến 9.*

Giải:

Có 45 - 2 = 43 (học sinh) được 8 loại điểm từ 2 điểm đến 9 điểm.

Do 43 : 8 = 5 (dư 3).

Theo Nguyên lý Dirichlet có ít nhất 6 học sinh có điểm kiểm tra bằng nhau.

Bài 2. Trong một kỳ thi toán học có 6 thí sinh được vào chung khảo. Thể lệ của cuộc thi như sau: Mỗi thí sinh phải giải 5 bài toán. Mỗi bài toán đúng được tính 4 điểm. Mỗi bài toán sai hoặc không làm được đều bị trừ 2 điểm. Hãy chứng tỏ rằng trong 6 thí sinh đó có ít nhất 2 thí sinh bằng điểm nhau. Biết rằng điểm thấp nhất là điểm 0.

Phân tích: số "thỏ" dường như là 6 học sinh, nhưng "lồng" là gì nhỉ? Ta phải đặc biệt chú ý đến nội dung câu hỏi **"**ít nhất 2 thí sinh bằng điểm nhau**"** *và liên tưởng đến nội dung nguyên lý nó giống như 2 thỏ nhốt chung một lồng. Từ đó tìm ra yếu tố lồng ở đây là số điểm đạt được.*

- Nhưng vấn đề đặt ra là có mấy loại điểm và điểm từng loại được tính như nào để số điểm phải ít hơn 6 thí sinh nên học sinh cần thêm một thao tác nữa là tính loại điểm thí sinh có thể đạt được.

Giải:

Vì mỗi thí sinh phải giải 5 bài toán. Mỗi bài toán đúng được tính 4 điểm. Mỗi bài toán sai hoặc không làm được đều bị trừ 2 điểm nên ta có ***5 trường hợp sau***:

Nếu đúng 5 bài thì số điểm được là: 5. 4 = 20 (điểm).

Nếu đúng 4 bài thì số điểm được là: 4. 4 - 2 = 14 (điểm).

Nếu đúng 3 bài thì số điểm được là: 3. 4 - 4 = 8 (điểm).

Nếu đúng 2 bài thì số điểm được là: 2. 4 - 6 = 2 (điểm).

Nếu đúng 1 bài hoặc không đúng bài nào thì đều được 0 điểm.

Như vậy có 6 thí sinh dự thi nhưng chỉ có 5 loại điểm nên theo nguyên lý Diriclet sẽ có ít nhất 2 thí sinh bằng điểm nhau.

Thao tác phân tích vô cùng quan trọng khi sử dụng Dirichlet phải có sự kết hợp với tính chất của chia hết.

+ Dấu hiệu chia hết cho 2; 3; 4; 5; 8; 9; 11; 25; 125.

+ Tính chất chia hết của tổng, hiệu, tích và một số tính chất mở rộng.

+ *Tính chất chia hết của tổng, hiệu, tích:*

+ *Tính chất mở rộng*:

1. Hai số có cùng số dư trong phép chia cho m thì hiệu của chúng chia hết cho m

2. Nếu ab chia hết cho m, mà ƯCLN(a,m) = 1 thì b chia hết cho m.

3. Nếu a chia hết cho m, b chia hết cho n thì ab chia hết cho m.n

4. Nếu a chia hết cho m thì k.a chia hết cho k.m

5. Nếu a chia hết cho m, a chia hết cho n, mà m và n nguyên tố cùng nhau thì a chia hết cho m.n

Bài 3: Cho 7 số nguyên bất kì, chứng minh luôn tìm được hai số có hiệu chia hết cho 6 .

Phân tích:

- Xác định "thỏ" và "lồng": Dường như "thỏ" là 7 số nguyên khác nhau.

- Hai số có hiệu chia hết cho 6 thì hai số này có dư như thế nào khi chia cho 6?

- Một số khi chia cho 6 có mấy loại số dư?

Trong phép chia một số nguyên bất kì cho số 6, ta có thể nhận số dư có giá trị từ 0 đến 5(0; 1; 2; 3; 4; 5), tức là có 6 số dư.

- Có 7 số nguyên (7 con "thỏ") mà chỉ nhận tối đa 6 số dư (6 cái "lồng") nên theo nguyên lí Dirichlet có hai số có cùng số dư trong phép chia cho 6 nên hiệu của chúng chia hết cho 6.

Lưu ý: Thỏ ở đây có 7 con đại diện bởi 7 số, còn lồng là 6 lồng đại diện bởi 6 số dư

(lồng 0 chứa những số chia cho 6 dư 0, lồng 1 chứa những số chia cho 6 dư 1; lồng 2 chứa những số chia cho 6 dư 2, lồng 3 chứa những số chia cho 6 dư 3, lồng 4 chứa những số chia cho 6 dư 4 và lồng 5 chứa những số chia cho 6 dư 5).

Bài làm:

Trong phép chia một số nguyên bất kì cho số 6, ta có thể nhận số dư có giá trị từ 0 đến 5(0; 1; 2; 3; 4; 5), tức là có 6 số dư. Có 7 số nguyên mà có 6 số dư thì chỉ nhận tối đa 6 số dư nên theo nguyên lí Dirichlet có hai số có cùng số dư trong phép chia cho 6 nên hiệu của chúng chia hết cho 6.

Phát triển bài toán số 3 ta được:

Bài 4: Chứng minh rằng trong 11 số tự nhiên bất kì , luôn tìm được hai số có chữ số tận cùng giống nhau.

Bài 5: Chứng minh rằng trong 14 số tự nhiên bất kì có 3 chữ số, luôn tìm được hai số có dạng $\overline{abc}, \overline{deg}$ sao cho số có 6 chữ số là: $\overline{abcdeg}$ chia hết cho 13 [1].

Hướng dẫn giải: Sử dụng nguyên lý Dirichlet để chứng tỏ rằng: trong 14 số TN trên có hai số có cùng số dư trong phép chia cho 13 nên hiệu của chúng chia hết cho 13, nghĩa là $\overline{abc} - \overline{\deg} \vdots 13$.

Mà $\overline{abc\deg} = 1001\overline{abc} - \left(\overline{abc} - \overline{\deg}\right)$ và $1001 \vdots 13$ nên $\overline{abc\deg} \vdots 13$.

Khi rèn cho học sinh thao tác phân tích cần linh hoạt trước một vấn đề chưa có tiền lệ, một bài toán lạ, hoặc phân tích một vài bước mà chưa đúng hướng. Vì xuất phát điểm trong quá trình phân tích tìm lời giải trong toán học là đa dạng, có những bài toán phải tự tạo thêm dữ kiện hoặc phải xét nhiều trường hợp để loại bỏ các yếu tố làm cản trở việc áp dụng một nguyên lý, định lý...

Bài 6: Cho sáu số tự nhiên a, b, c, d, e, g. Chứng minh rằng trong sáu số đã cho tồn tại một số chia hết cho 6 hoặc tồn tại một vài số có tổng chia hết cho 6 [4].

Bài làm:

Phân tích:

- Bài toán này khó ở chỗ là làm thế nào tạo được tổng một số số chia hết cho 6.

- Bài toán này,"thỏ" rõ ràng các số đã cho hoặc "thỏ" là tổng các số a, b, c, d, e, g;"lồng" phải là các số dư khi chia cho 6.

- Phải xét các trường hợp và chú ý các tổng tạo ra phải có giá trị khác nhau.

TH_1: Có một số bằng 0 thì số này chia hết cho 6.

TH_2: Cả 6 số đều lớn hơn 0. Xét 6 số sau:

S_1= a

S_2= a+b

S_3=a+b+c

S_4= a+b+c+d.

S_5= a+b+c+d+e

S_6= a+b+c+d+e+f

Do cả sáu số a, b, c, d, e, f đều là các số lớn hơn 0 nên S_i là khác nhau nên

Khi đem mỗi số S_i chia cho 6 ta được số dư thuộc tập từ 0 đến 5

- Đến đây học sinh sẽ rất nản vì số "thỏ" và "lồng" bằng nhau thì xử lý như nào?

- Ta sẽ tìm cách để số lồng ít đi, nghĩa là số dư từ 0 đến 5 sẽ bị mất đi 1 giá trị nào đó, ta sẽ làm như sau:

Nếu tồn tại S_i ($i=\overline{1,6}$) chia hết cho 6 thì bài toán được chứng minh.

Nếu không có S_i nào chia hết cho 6 thì có 6 số mà chỉ có 5 số dư từ 1 đến 5, nên theo Dirichlet tồn tại hai số có cùng số dư trong phép chia cho 6. Chẳng hạn là S_2 và S_5 là hai số phân biệt nên $S_5 - S_2 = c+d+e$ chia hết cho 6. Bài toán được chứng minh.

GV cũng có thể giúp HS thấy được rằng cùng một nội dung có thể diễn đạt bằng nhiều hình thức khác nhau và ngược lại.

Bài 7: Viết 6 số tự nhiên vào 6 mặt của một con súc sắc. Chứng minh rằng khi ta gieo súc sắc xuống mặt bàn thì trong 5 mặt có thể nhìn thấy bao giờ cũng tồn tại một hay nhiều mặt có tổng các số trên đó chia hết cho 6 [4].

Bài toán này không phải là bài toán khó song đòi hỏi người học cần trí tưởng tưởng và đưa lạ về quen.

Ta đã biết một con súc sắc có 6 mặt: mỗi một mặt chứa một số tự nhiên bất kì, Gọi 6 số tự nhiên bất kì trên 6 mặt con súc sắc là a, b, c, d, e, f.

- Nếu trên một mặt có số 0 (một trong các số a, b, c, d, e, f có 1 số bằng 0) thì số 0 này chia hết cho 6.

- Nếu trên mặt có 6 số đều lớn hơn 0, ta xét dãy 6 số sau đây

$S_1 = a$

$S_2 = a+b$

$S_3 = a+b+c$

$S_4 = a+b+c+d$

$S_5 = a+b+c+d+e$

$S_6 = a+b+c+d+e+f$

…….

…….

…….

Thực chất bài toán 6 số tự nhiên trên 6 mặt của một con xúc sắc, chỉ là một cách diễn đạt khác với bài toán trên và nó còn được tổng hợp thành một bài toán tổng quát.

Tổng quát: Ta có thể phát biểu bài toán tổng quát như sau: Cho n số tự nhiên $a_1, a_2, a_3,\ldots, a_n$. Chứng minh rằng tồn tại một số chia hết cho n hoặc tồn tại một vài số có tổng chia hết cho n.

Bài 8: Anh Nam là một vận động viên chơi cờ. Để luyện tập, mỗi ngày anh chơi ít nhất một ván. Để khỏi mệt mỏi, mỗi tuần anh chơi không quá 12 ván. Chứng minh rằng tồn tại một số ngày liên tiếp trong đó anh chơi đúng 20 ván [2].

Bài làm:

Gọi số ván cờ anh Nam chơi trong ngày thứ nhất, ngày thứ hai, ngày thứ ba,…, ngày thứ 20 lần lượt là: $a_1, a_2, a_3,\ldots, a_{20}$. (ai thuộc N và a_i > hoặc bằng 1). tổng số ván cờ sau ngày 1, sau ngày 2,sau ngày 3,…, sau ngày thứ 20 lần lượt là:

$S_1 = a_1$

$S_2 = a_1+a_2$

$S_3 = a_1+a_2+a_3$

…

$S_{20} = a_1+a_2+\ldots+a_{20}$.

Xét phép chia các S_i cho 20 ta được tối đa 20 số dư :0; 1; 2; 3; 4; 5;….; 19.

Ta thấy, các a_1 là số tự nhiên khác 0 nên các S_1 là khác nhau cụ thể $S_1<S_2<S_3<\ldots<S_{20}<36$ (vì một tuần anh chơi không quá 12 ván).

TH_1: Nếu trong S_i có một số chia hết cho 20 (tất nhiên S_i này từ S_8 trở lên) thì S_i =20, ta được một số ngày liên tiếp anh Nam chơi tổng số ván cờ là 20 ván.

TH: Nếu trong các S_i này không có số nào chia hết cho 20 thì thì các số dư của các S_i khi chia cho 20 từ 1 đến 19 chỉ có 19 giá trị. Nên theo nguyên lí Dirichlet tồn tại hai số có cùng số dư khi chia cho 20.

S_m- S_n chia hết cho 20 ($1 \le n < m \le 20$) nên S_m- S_n =20

Vậy Nếu S_k =20 thì $a_1+a_2+\ldots+a_k$ = 20 (k lớn hơn hoặc bằng 8)

Nếu S_m-S_n = 20 thì $a_{n+1}+a_{n+2}+\ldots+a_m=20$

Bài 9: (*Đề tuyển sinh lớp chuyên Toán THPT Lê Hồng Phong, Nam Định,* 2015-2016)

Cho 100 số nguyên dương $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{100}$. Mỗi số không vượt quá 100. Biết rằng $a_1+a_2+a_3+\ldots+a_{100}$ =200. Chứng minh rằng có thể chọn ra được một số hoặc một vài số có tổng bằng 100.

Bài làm:

Vì đề bài không cho 100 số nguyên dương trên phân biệt nên ta có thể xét những trường hợp sau:

TH_1: Tất cả các số bằng nhau (bằng 2): $a_1=a_2=a_3=\ldots=a_{50}$ =2. Nên ta hoàn toàn chọn ra được 50 số $a_1, a_2, a_{3;}\ldots, a_{50}$ để $a_1+a_2+a_3+\ldots+a_{50}$ =100

TH_2: Có ít nhất 2 số khác nhau. Giả sử là a_1 khác a_2.

Xét 100 số sau đây:

$S_1= a_1$

$S_2= a_2$

$S_3= a_1+a_2$

$S_4 = a_1 + a_2 + a_3$

….

$S_{100}= a_1+ a_2 + a_3 +\ldots+ a_{99}$

Suy ra: $0 < S_1, S_2, S_3, \ldots; S_{100} < 200$

Chia 100 số này cho 100 xảy ra các khả năng sau:

Khả năng 1:có ít nhất một số chia hết cho 100. Giả sử là S_2 (0<= m <=100). Nhưng 0< S_m < 200 nên Sm = 100. Khi đó ta chọn được $a_1+a_2+\ldots+a_m$ =100.

Khả năng 2: không có số nào chia hết cho 100. Nên các số dư chỉ từ 1 đến 99. Có 100 số mà chỉ có 99 số dư nên theo nguyên lí Dirichlet (100=99.1+1) tồn tại 2 số có cùng số dư trong phép chia cho 100.

Giả sử là $S_m= 100.a_m + r$ và $S_n= 100.a_n+ r$ (n < m), Suy ra: $0 < S_m - S_n <= 100.(a_m - a_n) < 200$ nên $a_m - a_n = 1$ suy ra: $a_m = a_n + 1$ nên $S_m = 100.(a_n+1) + r = 100.a_n + 100 + r$ nên $S_m > S_1$, $S_m > S_2$ và $S_m > 100$ nữa (vì S_1, S_2 là những số a_1, a_2 đều không vượt quá 100)

Qua các bài toán trên, GV sẽ giúp học sinh tổng hợp, phân loại các dạng toán có yêu cầu " tổng các số" chia hết cho m hoặc có một tính chất nào đó thì cần tạo ra các con "thỏ" là "tổng" các số đã cho ở đề bài.

Tóm lại, khi dạy học môn Toán, nhất là khi phân tích bài toán, GV nên rèn cho HS các thao tác:

- Tóm tắt câu hỏi, bài tập bằng nhiều cách;
- Phân tích bài toán, vấn đề theo nhiều hướng khác nhau;
- Diễn đạt bài toán, lời giải, các tình huống toán học… bằng nhiều cách khác nhau;
- Liên tưởng đến các phương pháp đã giải xem phương pháp nào có thể vận dụng được;
- Sau khi đã tìm ra kết quả cụ thể, thay kết quả đó vào bài tập làm thoả mãn bài toán, cần thử sai, mò mẫm, suy luận đưa ra bài toán tổng quát hoặc cách giải tổng quát hoặc giải theo một hướng giải khác…

2.3.2. Rèn luyện cho học sinh sự linh hoạt, sáng tạo trong lời giải, kích thích các em tìm tòi và đề xuất nhiều cách giải khác nhau cho một vấn đề, tìm ra cách ngắn gọn, tối ưu nhất.

Để làm được việc này, ngoài việc nắm chắc các cách tạo "thỏ", tạo "lồng" và số thỏ nhiều hơn số lồng thì cách tạo thỏ và tạo lồng khác nhau sẽ làm nên một cách giải khác.

- Dựa trên các bài toán đã được phân tích ở biện pháp 1 thì người học cũng có thể mạnh dạn đưa ra một cách làm mà tạo số thỏ và số lồng bằng nhau ngay từ đầu.
- Học sinh cần sáng tạo khi vận dụng Diriclet đó là sử dụng Dirichlet không chỉ 1 lần mà còn 2 lần, 3 lần trong một bài toán.

Bài 1: Chứng minh rằng trong 7 số tự nhiên bất kì luôn tồn tại 4 số có tổng chia hết cho 4 [33].

Ta cần chứng minh bài toán phụ sau đây: "Trong 3 số tự nhiên bất kì luôn tồn tại hai số có tổng chia hết cho 2."

Cách 1: Trong phép chia một số cho 2, chỉ có 2 số dư là 0 hoặc 1. Khi chia 3 số tự nhiên cho 2 mà chỉ có 2 số dư nên theo nguyên lí Dirichlet, tồn tại ít nhất 2 số có cùng số dư..

+ Nếu có ít nhất hai số cùng dư 0 thì hai số này có tổng chia hết chia hết cho 2.

+ Nếu ít nhất hai số cùng dư 1 thì hai số này có tổng chia hết cho 2.

Cách 2: Xét tính chẵn lẻ. Trong 3 số tự nhiên thì luôn có Ít nhất hai số cùng tính chẵn lẻ. Tổng hai số này chia hết cho 2.

Chứng minh bài toán chính:

Thật vậy, gọi 7 số tự nhiên bất kì là a_1; a_2; a_3; a_4; a_5; a_6; a_7. Áp dụng bài toán phụ trên ta ,Trong 7 số này luôn tồn tại 2 số có tổng chia hết cho 2. Gọi 2 số đó là a_1; a_2 và $a_1+a_2 = 2h$ ($h \in N$). Trong 5 số tự nhiên còn lại luôn tìm được hai số có tổng chia hết cho 2, gọi 2 số đó là a_3 và a_4 và $a_3+a_4 =2k$ ($k \in N$). Trong 3 số tự nhiên a_5, a_6, a_7 tồn tại 2 số có tổng chia hết cho 2, giả sử đó là a_5 và a_6, có $a_5 + a_6 = 2m$($m \in N$).

Ta lại có, trong 3 số tự nhiên h, k, m tồn tại hai số có tổng chia hết cho 2, giả sử đó là h và k nên 2h+ 2k chia hết cho 4 mà $a_1+a_2+a_3+a_4= 2h+2k$ chia hết cho 4 hay $a_1+a_2+a_3+a_4$ chia hết cho 4.

Bài 2: Chứng minh trong tập hợp số nguyên dương luôn tồn tại số k sao cho $1983^k -1$ chia hết cho 10^5.

Phân tích:

Thực chất kết quả của bài toán, cần trải qua việc một hiệu chia hết cho 10^5, và hiệu này tách thành tích, trong đó một thừa số và 10^5 nguyên tố cùng nhau, thừa số còn lại là $1983^k -1$ chia hết cho 10^5.

- Hình thành hai số có cùng số dư khi chia cho 10^5 như các bài trước đó. Khi đó bài toán trở nên quen thuộc.

Lời giải:

Cách 1: Xét 10^5 +1 số có dạng sau: 1983, 1983^2; 1983^3,…, 1983^{10^5+1}.

Lấy 10^5 +1 số này đem chia cho 10^5 ta được 10^5-1 số dư (không dư số 0 vì 10 mũ 5 là số chẵn còn 1983^k là số lẻ). Theo nguyên lí Dirichlet có ít nhất 2 số có cùng số dư trong phép chia cho 10^5 . Gọi 2 số đó là 1983^m và 1983^n ($0 < n < m < 10^5+2$) và $1983^m - 1983^n = 1983^n (1983^{m-n} - 1)$. Hơn nữa, 1983^n và 10^5 là hai số nguyên tố cùng nhau, nên 1983^{m-n} -1 chia hết cho 10^5 hay tồn tại số nguyên dương k = m - n (m lớn hơn n) sao cho 1983^k -1 chia hết cho 10^5.

Cách 2: Xét dãy 1983 -1; 1983^2 -1;1983^3 -1;…; 1983^{10^5} . Dãy này 10^5 số hạng.

- Nếu dãy trên có một số chia hết cho 10^5 thì bài toán được chứng minh.
- Bài toán không có số hạng nào chia hết cho 10^5 thì lấy 10^5 số này đem chia cho số10^5 ta được 10^5 -1 số dư(1,2,3,…, 10^5- 1), nên theo nguyên lí Dirichlet ta có hai số có cùng số dư khi chia cho 10^5 là ……đpcm

Bài 3: Chứng tỏ rằng tồn tại số tự nhiên chỉ gồm chữ số 1 và chữ số 0 chia hết cho 1999 [7].

Phân tích:

Ta cần hình thành hai số mà mỗi số chỉ toàn chữ số 1 nhưng số lượng chữ số 1 trong mỗi số là khác nhau có cùng số dư khi chia cho 1999.

- Hiệu hai số này chia hết cho 1999, khi đó hiệu hai số chỉ gồm chữ số 1 và chữ số 0.

Lời giải

Cách 1: Xét 2000 số sau:

1, 11, 111, 1111,…,111..11(2000 chữ số 1). Ta đã biết trong phép chia cho số 1999 có 1999 số dư (0,1,2,…,1998). Có 2000 số mà chỉ có 1999 số dư nên theo nguyên lí Dirichlet sẽ có hai số có cùng số dư trong phép chia cho 1999. Hai số đó, giả sử là 11…11(m chữ số 1) và 11…11(n chữ số 1) ($0<n<m<2001$; m và n là số tự nhiên) nên 11…11(m chữ số)-11..11(n chữ số)= 11..1100…0 (n chữ số 0; m-n chữ số 1) chia hết cho 1999.

Cách 2: Xét dãy số gồm 1999 số sau đây: 1,11,111,…,111…111(*có 1999 chữ* *số 1*)

- Nếu trong dãy số trên có một số chia hết cho 1999 thì bài toán được chứng minh.

- Nếu trong dãy trên không có số nào chia hết cho1999 nên 1999 số của dãy trên chia cho số 1999 chỉ có 1998 số dư là : 1,2,3,…,1998 (lưu ý là số 0 không thể có trong tập số dư này) nên theo nguyên lí Dirichlet tồn tại hai số có cùng số dư trong phép chia cho 1999. Giả sử hai số đó là 111…111(*m chữ số 1*) và 11…111(*n chữ số 1*); (*0 < n < m < 2000, n và m là số tự nhiên*). Như vậy, 11…11(*m chữ số 1*) - 11…11(*n chữ số 1*) =111..11100..00 (*m-n chữ số 1, n chữ số 0*) chia hết cho 1999.

Bài 4: Có tồn tại hay không các luỹ thừa của số 3 mà các chữ số cuối cùng của nó là 0001 không?

Phân tích bài toán này để đi đến một lời giải tự nhiên và hợp lý, GV và HS cần trải qua các bài toán đơn giản phía trên.

<u>*Phân tích:*</u>

Cần thấy được tận cùng là 0001 nghĩa là $3^k - 1 \vdots 10^4$*, tại sao ta lại nghĩ đến* $3^k - 1$ *mà không nghĩ đến* 3^k*, thì có hai lý do: một là, với các bài đã học trước đó thì thông thường dùng Dirichlet phải có hai số chia cho* 10^4 *có cùng số dư nên hiệu của chúng chia hết cho* 10^4 *nghĩa là hiệu này có 4 chữ số tận cùng là 0000, nếu chỉ đơn thuần là* 3^k *chia hết cho* 10^4 *thì một luỹ thừa của 3 không thể tận cùng là 0001.*

<u>**Lời giải:**</u>

Cách 1: Tạo dãy số là số “thỏ”, số “thỏ” lớn hơn số “lồng”.

Xét dãy số gồm 10^4 +1 số có dạng sau: 3, 3^2; 3^3,…, 3^{10^4+1}.

Lấy 10^4 +1 số này đem chia cho 10^4 ta được 10^4-1 số dư (không dư số 0 vì 10 mũ 5 là số chẵn còn 3^k là số lẻ). Theo nguyên lí Dirichlet có ít nhất 2 số có cùng số dư trong phép chia cho 10^4 . Gọi 2 số đó là 3^m và 3^n (0 < n < m < 10^4+2) và 3^m-3^n = 3^n .

$(3^{m-n} - 1)$. Hơn nữa, 3^n và 10^4 là hai số nguyên tố cùng nhau, nên $3^{m-n} - 1$ chia hết cho 10^4 hay tồn tại số nguyên dương k = m - n (m > n) sao cho $3^k - 1$ chia hết cho 10^4.

Cách 2:

Xét dãy $3 - 1; 3^2 - 1; 3^3 - 1; \ldots; 3^{10^4} - 1$. Dãy này 10^4 số hạng.

- Nếu dãy trên có một số chia hết cho 10^4 thì bài toán được chứng minh.
- Bài toán không có số hạng nào chia hết cho 10^4 thì lấy 10^4 số trong dãy đem chia cho 10^4 ta được $10^4 - 1$ số dư $(1, 2, 3, \ldots, 10^4 - 1)$, nên theo nguyên lí Dirichlet ta có hai số có cùng số dư khi chia cho 10^4 …

Bài 5*:* Có 6 nhà khoa học trao đổi với nhau về hai đề tài I, II. Mỗi người trao đổi với 5 người còn lại và mỗi cặp hai người chỉ trao đổi với nhau về cùng một vấn đề. Chứng minh rằng có ít nhất 3 nhà khoa học trao đổi với nhau về cùng một vấn đề [4].

Bài giải:

Cách 1: Trong 6 nhà khoa học lấy ra nhà khoa học A, nhà khoa học này trao đổi với 5 nhà KH còn lại về hai vấn đề (I hoặc II) nên theo nguyên lí Đirichlet (5= 2.2+1) tồn tại 3 nhà khoa học cùng trao đổi với nhà khoa học A về cùng một vấn đề. Giả sử 3 nhà khoa học B, C, D cùng trao đổi với A về vấn đề I.

+TH_1: Trong 3 nhà khoa học B, C, D nếu có hai nhà khoa học B và C cùng trao đổi về vấn đề I thì A, B, C cùng trao đổi với nhau về vấn đề I

+ TH_2: Trong 3 nhà khoa học B, C, D nếu có bất kỳ hai nhà khoa học nào trao đổi với nhau về vấn đề I thì cả ba người phải trao đổi với nhau về vấn đề II.

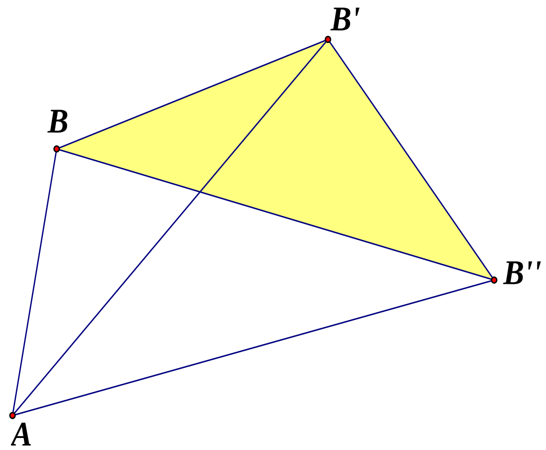
Ta cũng sẽ làm tương tự nếu nhà khoa học B, C, D cùng trao đổi với nhau về vấn đề II.

Cách 2: *Ta có thể coi mỗi nhà khoa học là một điểm trong mặt phẳng, nối hai điểm ta được một đoạn thẳng tương tự như khi hai nhà khoa học trao đổi với nhau về một vấn đề. Nếu đoạn thẳng là màu đỏ thì có thể là trao đổi về vấn đề*

I, đoạn thẳng là màu xanh thì có thể hai nhà khoa học trao đổi với nhau về vấn đề II.

Gọi 6 nhà hoa học tương ứng với 6 điểm trong mặt phẳng, hai nhà khoa học trao đổi về vấn đề 1 thì đoạn thẳng nối hai điểm đó màu xanh, trao đổi về vấn đề 2 thì đoạn thẳng nối hai điểm đó màu đỏ.

Xét điểm A là một trong số 6 điểm trên. Khi đó xét năm đoạn thẳng (mỗi đoạn thẳng nối điểm A với năm điểm còn lại), được tô bởi hai màu xanh hoặc đỏ nên theo nguyên lí Dirichlet có ít nhất ba trong năm đoạn nói trên cùng màu. Giả sử đó là các đoạn AB, AB' và AB" và có thể cho rằng chúng cùng màu xanh. Chỉ có hai khả năng xảy ra:



Hình 2

1. Nếu ít nhất một trong ba đoạn BB', B'B", B"B màu xanh, giả sử là đoạn BB' thì 3 điểm A, B, B' được nối với nhau bởi các đoạn thẳng xanh hay 3 nhà khoa học này viết thư trao đổi với nhau về chủ đề I.

2. Nếu không phải như vậy, không có đoạn nào màu xanh tức là BB', B'B", B"B màu đỏ, thì ba điểm phải tìm là B, B',B" có các đoạn thẳng nói với nhau là màu đỏ nghĩa là 3 nhà khoa học này viết thư trao đổi về vấn đề II.

Bài 6: Có 17 nhà toán học trao đổi với nhau về ba đề tài I, II, III. Mỗi người trao đổi với 16 người còn lại và mỗi cặp hai người chỉ trao đổi với nhau về cùng một vấn đề. Chứng minh rằng có ít nhất 3 nhà toán học trao đổi với nhau về cùng một vấn đề [4].

Bài làm:

Trong 17 nhà toán học lấy ra nhà toán học A, nhà toán học này trao đổi với 16 nhà toán học còn lại về ba vấn đề (I, II và III) nên theo nguyên lí Dirichlet (16= 3.5+1) tồn tại ít nhất 6 nhà toán học cùng trao đổi với nhà toán học A về cùng một vấn đề. Giả sử 6 nhà toán học B, C, D, E, F, G cùng trao đổi với A về vấn đề I. Do 6 nhà toán học này trao đổi với nhau về ba vấn đề nên xảy ra các trường hợp sau:

TH_1: Trong 6 người B, C, D, E, F, G có ít nhất hai người bất kỳ trao đổi với nhau về vấn đề I, xét trường hợp có 2 người, giả sử là B và C thì A, B, C là ba nhà toán học cùng trao đổi với nhau về vấn đề I.

TH_2: Trong 6 người B, C, D, E, F, G không có bất kì hai người nào trao đổi với nhau về vấn đề I, thì 6 người này họ trao đổi với nhau về vấn đề II hoặc III (tức là 2 vấn đề) (*đưa về bài toán 5*).

Trong 6 người này lấy ra một người, giả sử là nhà toán học B. Người này trao đổi với 5 nhà toán học còn lại (C, D, E, F, G) về hai vấn đề II hoặc III, nên theo nguyên lí Dirichlet (5=2.2+1) tồn tại ít nhất 3 nhà toán học, giả sử là C, D, F cùng trao đổi với B về một vấn đề, giả sử là vấn đề II.

$TH_{2.a}$: Nếu trong 3 người này có hai người cùng trao đổi với nhau về vấn đề II, giả sử là C và D thì B, C, D cùng trao đổi với nhau về vấn đề II.

$TH_{2.b}$: Trong 3 người C, D, F không có ai trao đổi về vấn đề II thì họ buộc phải trao đổi về vấn đề III (theo yêu cầu chặt chẽ của đề bài).

Rõ ràng, ta đã sử dụng hai lần nguyên lí Dirichlet. Thậm chí là sử dụng 3 lần nguyên lí Dirichlet như bài toán sau: "Có 66 nhà toán học trao đổi với nhau về bốn đề tài I, II, III, IV. Mỗi người trao đổi với 65 người còn lại và mỗi cặp hai người chỉ trao đổi với nhau về cùng một vấn đề. Chứng minh rằng có ít nhất 3 nhà toán học trao đổi với nhau về cùng một vấn đề".

Cách 2: Coi 17 nhà khoa học này là 17 điểm trong mặt phẳng trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Do mỗi hai người chỉ trao đổi với nhau một chủ đề trong ba chủ đề I, II, II nên đoạn thẳng nối hai trong các điểm đó có các màu xanh; đỏ; vàng.

Giải:

Giả sử từ điểm A trong 17 điểm đã cho nối với 16 điểm còn lại bằng 3 loại màu. Theo nguyên lý Dirichlet có ít nhất 6 đoạn thẳng cùng một màu, giả sử đó là các đoạn thẳng AB_1; AB_2; …;AB_6 cùng được tô màu đỏ.

Nếu có 2 trong 6 điểm B_1; B_2; ..; B_6 được nối với nhau bằng màu đỏ thì bài toán được chứng minh. Nếu không có 2 điểm nào được nối với nhau bằng màu đỏ thì 6 điểm này được nối với nhau bằng hai màu xanh hoặc vàng.

Từ điểm B_1 ta nối với 5 điểm còn lại. Có 5 đoạn thẳng mà chỉ có 2 màu. Theo nguyên lý Dirichlet có ít nhất 3 đoạn thẳng cùng màu, giả sử đó là 3 đoạn thẳng B_1B_2, B_1B_3, B_1B_4 có cùng màu xanh.

Xét tam giác $B_2B_3B_4$

TH_1: nếu 3 cạnh của tam giác này cùng màu thì bài toán đã được giải xong.

TH_2: 3 cạnh của tam giác không cùng màu thì sẽ có ít nhất 1 cạnh có màu xanh giả sử đó là cạnh B_2B_3. Tam giác $B_1B_2B_3$ có ba cạnh cùng màu xanh. Bài toán được giải quyết.

Vậy bài toán được chứng minh .

Bài 7. Cho 66 điểm trong mặt phẳng trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Cứ hai điểm thì được nối bởi một đoạn thẳng và các đoạn thẳng được tô các màu xanh; đỏ; vàng hoặc tím. Chứng minh rằng luôn tồn tại một tam giác có các cạnh cùng màu.

Các bài toán tổng hợp từ của các bài 5; 6; 7 được phát biểu tương tự:

Nếu có 6 điểm trong mặt phẳng trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng, tương ứng mỗi đoạn thẳng được tô bởi một trong 2 màu, ta sử dụng 1 lần Dirichlet.

Nếu có (6 – 1). 3 + 2 = 17 (điểm) tương ứng mỗi đoạn thẳng được tô bởi 1 trong 3 màu, ta sử dụng 2 lần Dirichlet.

Nếu có (17 – 1).4 + 2 = 66 (điểm) tương ứng với mỗi đoạn thẳng được tô bởi một trong 4 màu sử dụng 3 lần Dirichlet

Nếu có (66 – 1). 5 + 2 = 327 (điểm), mỗi đoạn thẳng được tô bởi một trong 5 màu, ta sử dụng 4 lần Dirichlet.

…

2.3.3. Rèn luyện cho học sinh có khả năng tìm kiếm phương thức mới lạ, độc đáo, những kết hợp mới, mối liên hệ mới cho những kiến thức tưởng chừng như không liên quan đến nhau.

Bài toán Dirichlet thực sự là một dạng toán khó thường để phân loại học sinh trong các đề thi HSG nên việc rèn luyện cho HS khả năng tìm kiếm phương thức mới lạ, độc đáo; những kết hợp mới, mối liên hệ mới cho những kiến thức tưởng chừng như không liên quan đến nhau là rất cần thiết, rèn cho HS tính mềm dẻo, nhuẫn nhuyễn và đặc biệt và tính độc đáo của tư duy sáng tạo.

Tính độc đáo của tư duy học sinh thể hiện trong học tập bằng tính mới lạ, điển hình, liên kết trong cách giải bài tập, cách suy luận của quá trình tìm tòi lời giải hoặc cũng có khi là tính độc đáo của bài giải. Cũng cần nhấn mạnh thêm rằng, tính độc đáo thể hiện ở cách dẫn dắt vấn đề, phân tích, cách suy luận logic, sáng tạo và cả trong bài làm.

Bài 1. Trong mặt phẳng cho 6 điểm phân biệt không có 3 điểm nào thẳng hàng. Các điểm này được nối với nhau bằng các đoạn thẳng màu xanh hoặc màu đỏ. Chứng minh rằng luôn có một tam giác mà các cạnh cùng màu.

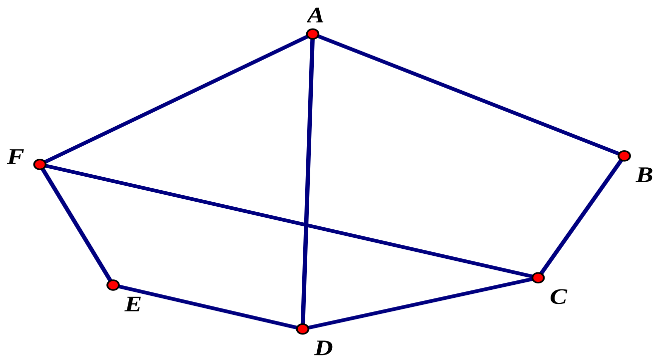
Phân tích :Theo đề bài, thì lối suy nghĩ tính số tam giác có vẻ rất hợp lý;

Lấy 1 điểm nối tới 5 điểm còn lại được 5 đoạn thẳng. Mà có 6 điểm nên có: 6.5=30 đoạn thẳng. Nhưng mỗi đoạn thẳng sẽ được tính 2 lần nên có số đoạn thẳng thực sự là : 30:2=15 đoạn thẳng.

Lấy 1 đoạn thẳng (1 đoạn thẳng là 2 điểm nên còn 6-2=4 điểm). Nối 2 đầu của đoạn thẳng tới 4 điểm ta được 4 tam giác. Mà có 15 đoạn thẳng nên có : 15.4= 60(tam giác). Như thế mỗi tam giác sẽ được tính 3 lần nên có số tam giác thực *sự là : 60:3 = 20 tam giác. Vậy có 20 tam giác.*

Nếu ta nghiêng về suy nghĩ này thì sẽ nhận được nhiều hơn hai tam giác có diện tích được tô cùng màu, suy luận sai.

Tính số đoạn thẳng như trên, có 15 đoạn thẳng, mà chỉ có 2 màu, theo nguyên lý Dirichlet thì có ít nhất 8 đoạn thẳng cùng màu, đến đay bài toán đi vào ngõ cụt vì lấy ngẫu nhiên kiểu gì cũng không thể tổng quát được hoặc chỉ ra 1 trường hợp như sau:



Có nên tính số tam giác hay tính số đoạn thẳng hay không? Câu trả lời là không vì tam giác ABC là hình tạo bởi 3 đoạn thẳng liên kết với nhau AB, BC, CA khi 3 điểm A, B, C không thẳng hàng nên việc tìm ra số tam giác hay số đoạn thẳng không giải quyết được câu hỏi của đề bài.

Hãy thử nối 1 điểm với 5 điểm còn lại bằng 2 màu xem sao?

Giải:

Gọi 6 điểm đó là O, A, B, C, D, E. Từ điểm O nối với 5 điểm còn lại được 5 đoạn thẳng mà chỉ được tô một trong 2 màu. Theo nguyên lý Dirichlet có ít nhất 3 đoạn thẳng cùng màu, giả sử đó là 3 đoạn thẳng OA, OB, OC cùng màu xanh.

Xét tam giác ABC có 3 cạnh AB, AC, BC được vẽ bởi 2 màu nên xảy ra các trường hợp sau:

TH_1: nếu 3 cạnh của tam giác cùng màu thì bài toán đã được giải.

TH_2: 3 cạnh của tam giác không cùng màu thì sẽ có ít nhất 1 cạnh có màu xanh giả sử đó là cạnh AB và tam giác OAB có ba cạnh cùng màu xanh.

Tương tự với 3 đoạn thẳng OA, OB, OC có cùng màu đỏ.

Vậy bài toán đã được chứng minh .

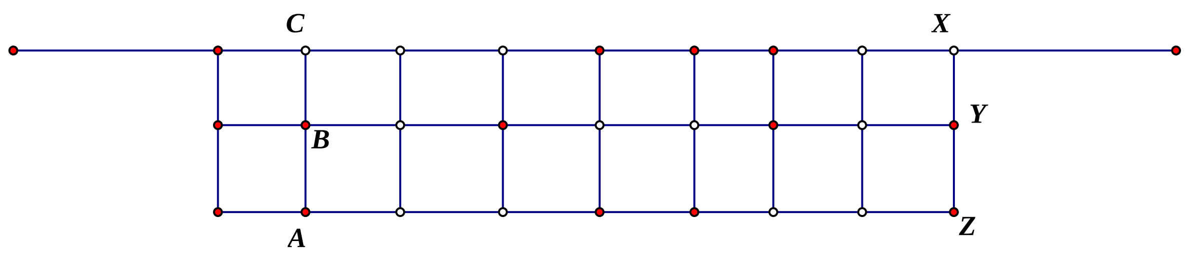
Phương thức độc đáo ở đây không đi tính số tam giác mà tạo ra các đoạn thẳng tô màu, có yếu tố thỏ và lồng để sử dụng Dirichlet.

Bài 2: Giả sử mỗi điểm trong mặt phẳng được tô bằng một trong 2 màu đen và trắng. Chứng minh tồn tại một hình chữ nhật có các đỉnh cùng màu.

Phân tích: bài toán này rất ít dữ kiện, không giới hạn số điểm trong mặt phẳng nên việc lấy căn cứ để biết đâu là "thỏ"" đâu là "lồng" rất khó khăn, thậm chí chưa có đường hướng. Đây là một bài toán có lời giải độc đáo, khiến cho cả HS và GV nhớ lâu.

Giải :

Giả sử ta có một lưới ô vuông tạo bởi 3 đường nằm ngang và 9 đường thẳng đứng, mỗi nút lưới được tô bởi một màu trắng hoặc đen.



Hình 3

Xét 3 nút lưới của một đường dọc, mỗi nút có hai cách tô màu nên mỗi bộ ba nút trên đường dọc ấy có $2.2.2 = 8$ cách tô màu. Có 9 đường dọc, mỗi đường có 8 cách tô màu nên theo nguyên lý Dirichlet tồn tại hai đường có cách tô màu như nhau, chẳng hạn hai bộ ba điểm đó là A, B, C và X, Y, Z

Vì 3 điểm A, B, C chỉ được tô bởi hai màu nên tồn tại hai điểm cùng màu, chẳng hạn B và C khi đó hình chữ nhật BYZA có 4 đỉnh cùng một màu.

Điểm độc đáo ở bài toán này là tìm ra được 8 cái lồng ứng với 8 cách tô (sử dụng quy tắc nhân đã học ở lớp 6), cùng với 9 đường dọc để sử dụng Dirichlet.

Bài 3: Cho mỗi điểm trên mặt phẳng được tô bằng một trong hai màu xanh, đỏ. Chứng minh rằng tồn tại một tam giác mà ba đỉnh và trọng tâm cùng màu [33].

Lời giải:

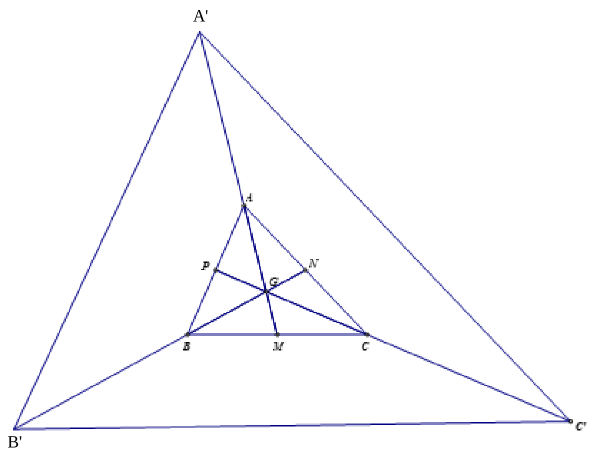
Lấy năm điểm tùy ý sao cho không có ba điểm nào thẳng hàng trên mặt phẳng. Khi đó vì chỉ dùng có hai màu để tô các đỉnh, mà theo nguyên lí Dirichlet phải tồn tại ba điểm trong số đó cùng màu. Giả sử đó là ba điểm A, B, C có màu đỏ. Như vậy ta có tam giác ABC với ba đỉnh màu đỏ.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Chỉ có hai khả năng xảy ra :

- Nếu G có màu đỏ. Khi đó A, B, C, G cùng đỏ và bài toán đã được giải.
- Nếu G có màu xanh.

Kéo dài GA, GB, GC các đoạn $AA' = 3GA$; $BB' = 3GB$; $CC' = 3GC$

Khi đó, nếu gọi 3 điểm M, N, P tương ứng là các trung điểm của các đoạn thẳng BC, CA, AB thì $AA' = 3GA = 6GM \Rightarrow AA' = 2AM$.



Hình 4

Tương tự: $BB' = 2BN$; $CC' = 2CP$.

Do đó các tam giác A’BC, B’AC, C’AB tương ứng nhận A, B, C là trọng tâm.

Mặt khác, ta cũng có các tam giác ABC và A’B’C’ có cùng trọng tâm G.

Có hai trường hợp sau có thể xảy ra:

TH_1: Nếu A’, B’, C’ cùng xanh. Khi đó tam giác A’B’C’ và trọng tâm G có cùng màu xanh.

TH_2: Nếu ít nhất một trong các điểm A', B', C' có màu đỏ. Không mất tính tổng quát giả sử A' đỏ. Khi đó tam giác A'BC và trọng tâm A màu đỏ.

Vậy trong mọi khả năng luôn tồn tại một tam giác mà ba đỉnh và trọng tâm cùng màu.

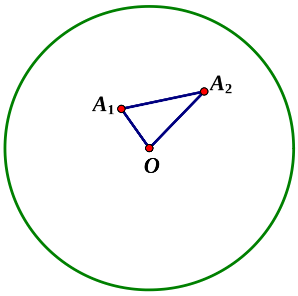
Điểm độc đáo ở bài toán này là cần kết hợp với tính chất trọng tâm của tam giác đã học ở lớp 7 và sử dụng nhiều ở các lớp 8 và 9.

Sử dụng nguyên lý Dirichlet kết hợp với nguyên lý cực hạn là một sự kết hợp ít nghĩ đến, ít có liên hệ nhưng lại là một giải pháp độc đáo, đạt kết quả tối ưu.

Bài 4: Bên trong đường tròn tâm O bán kính R = 1 có 8 điểm phân biệt. Chứng minh rằng: tồn tại ít nhất hai điểm trong số chúng mà khoảng cách giữa hai điểm này nhỏ hơn 1 [33].

Giải:

Nhận xét: ít nhất 7 điểm trong số 8 điểm đã cho là khác tâm O. Ta gọi các điểm đó là $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_8$.



Hình 4

Ta có góc nhỏ nhất trong số các góc đỉnh O và hai điểm còn lại là

A_iOA_k $(i \neq k, 1 \leq i, k \leq 8)$ là không lớn hơn $\frac{360^0}{7} < 60^0$

Giả sử A_1OA_2 là góc bé nhất.

Xét ΔA_1OA_2 ta có :

Vì $A_1OA_2 < 60^0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} OA_1A_2 > 60^0 \\ A_1A_2O > 60^0 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} OA_2 > A_1A_2 \\ OA_1 > A_1A_2 \end{array}\right.$

Mà O $A_1 \leq 1$ hoặc $OA_2 \leq 1 \Rightarrow A_1A_2 < 1$

2.3.4. Rèn luyện cho học sinh tìm tòi, sáng tạo ra các bài toán mới từ các bài toán gốc, tổng hợp các bài toán đã học thành một bài tổng quát có cách làm đặc trưng.

Khi đã tìm tòi được lời giải và giải tốt dạng toán đó thì cái quan trọng nhất lúc này là phát triển bài toán ấy thành các bài toán tương tự hoặc tổng quát hoá bài toán.

Việc làm này của giáo viên càng kích thích trí tò mò, khả năng ghi nhớ, hứng thú học tập mà còn đáp ứng được việc phát triển năng lực sáng tạo của HS, HS sẽ được mở rộng kiến thức và hệ thống hoá kiến thức.

Sau mỗi bài toán, học sinh thống kê lại được các bài toán tương tự từ dễ đến khó, hình thành bài toán tổng quát để hình thành năng lực khái quát hoá, đặc biệt hoá, tương tự hoá.

Dạng chia hết

Bài 1: Chứng tỏ rằng tồn tại số tự nhiên chỉ gồm chữ số 1 và chữ số 0 chia hết cho 1999.

Bài làm:

Xét dãy gồm 2000 số sau:

1, 11, 111, 1111,…,111..11(2000 chữ số 1). Ta đã biết trong phép chia cho số 1999 có 1999 số dư (0,1,2,…,1998). Có 2000 số mà chỉ có 1999 số dư nên theo nguyên lí Dirichlet sẽ có hai số có cùng số dư trong phép chia cho 1999. Hai số đó, giả sử là 11…11(m chữ số 1) và 11…11(n chữ số 1) (0<n<m<2001; m và n là số tự nhiên) nên 11…11(m chữ số)-11..11(n chữ số)= 11..1100…0 (n chữ số 0; m-n chữ số 1) chia hết cho 1999.

Ta có thể phát triển bài toán như sau: Do 10^n và 1999 nguyên tố cùng nhau *nên 11…111(m-n chữ số 1) chia hết cho 1999.*

Khi đó: Chứng minh luôn tồn tại một số gồm toàn chữ số 1 chia hết cho 1999.

Tổng quát: *Cho p là số nguyên tố lớn hơn 5. Chứng minh rằng tồn tại một số có dạng 111…1111 chia hết cho p.*

Phát triển bài toán 1 như sau:

Bài 2: Cho 7 số nguyên bất kì, chứng minh luôn tìm được hai số có hiệu chia hết cho 6.

Bài 3: Chứng minh rằng trong 11 số tự nhiên bất kì , luôn tìm được hai số có chữ số tận cùng giống nhau.

Bài 4: Cho sáu số tự nhiên a, b, c, d, e, g. Chứng minh rằng trong sáu số đã cho tồn tại một số chia hết cho 6 hoặc tồn tại một vài số có tổng chia hết cho 6.

Phát triển bài 4 như sau:

Bài 5: Anh Nam là một vận động viên chơi cờ. Để luyện tập, mỗi ngày anh chơi ít nhất một ván. Để khỏi mệt mỏi, mỗi tuần anh chơi không quá 12 ván. Chứng minh rằng tồn tại một số ngày liên tiếp trong đó anh chơi đúng 20 ván.

Bài 6: Một bà mẹ chiều con nên ngày nào cũng cho con ăn ít nhất một cái kẹo. Để hạn chế, mỗi tuần bà chỉ cho con ăn không quá 12 cái kẹo. Chứng minh rằng trong một số ngày liên tiếp nào đó, bà mẹ đã cho con ăn tổng số 20 cái kẹo.

Tổng quát: Ta có thể phát biểu bài toán tổng quát như sau: Cho n số tự nhiên $a_1, a_2, a_3,\ldots, a_n$. Chứng minh rằng tồn tại một số chia hết cho n hoặc tồn tại một vài số có tổng chia hết cho n.

Dạng toán tô màu

Bài 7. Cho 66 điểm trong mặt phẳng trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Nối các điểm này bằng các đoạn thẳng và tô các màu xanh; đỏ; vàng hoặc tím. Chứng minh rằng luôn tồn tại một tam giác có các cạnh cùng màu (3 lần Dirichlet).

Bài toán 7 này được phát triển từ những bài đơn giản trước đó như:

1. Có 6 (điểm) tương ứng 2 màu sử dụng 1 lần Dirichlet.
2. Có (6 – 1). 3 + 2 = 17 (điểm) tương ứng 3 màu sử dụng 2 lần Dirichlet.
3. Có (17 – 1). 4 + 2 = 66 (điểm) tương ứng 4 màu sử dụng 3 lần Dirichlet.
4. Có (66 – 1). 5 + 2 = 327 (điểm) tương ứng 5 màu sử dụng 4 lần Dirichlet.

Tóm lại, để rèn luyện TDST, trước hết cần rèn luyện tính mềm dẻo cho HS. Nếu HS được rèn luyện tốt và đạt được tính mềm dẻo trong tư duy khi tiếp cận với các bài toán, sẽ là cơ sở để hình thành tính nhuần nhuyễn, tính độc đáo và các đặc tính khác của TDST. Khi thực hiện dạy theo quy trình này, GV nên sử dụng các loại câu hỏi và bài tập tác động đến từng yếu tố của TDST như: các bài tập có cách giải riêng đơn giản hơn là áp dụng công thức tổng quát (để khắc phục hành động máy móc, không thay đổi phù hợp với điều kiện mới); các bài tập có nhiều cách giải khác nhau, đòi hỏi HS biết chuyển từ phương pháp này sang phương pháp khác; biết phân tích và tổng hợp để xét bài toán dưới nhiều khía cạnh, trong những mối liên hệ khác nhau; những bài toán có khả năng khai thác tốt để sáng tạo nên các bài toán mới, từ đó giúp HS hứng thú học tập và TDST được phát triển.

Kết luận chương 2

Như vậy, chương II của luận văn đã trình bày một cách có hệ thống về Nguyên lý Dirichlet và dạng toán sử dụng nguyên lý Dirichlet trong việc dạy học sinh khá giỏi môn Toán ở THCS. Ta đã biết, việc rèn luyện để học sinh sử dụng thành thạo các TDTT là để tích luỹ về lượng, không có TTTD thì không có quá trình tư duy diễn ra, rèn luyện việc sử dụng linh hoạt các TTTD là một nội dung quan trọng quyết định đến sự phát triển các yếu tố của TDST ở học sinh. Khi các TTTD phát triển đến một mức độ nhất định, hoàn thiện thì các đặc trưng của tư duy sẽ trở lên mềm dẻo, linh hoạt, thuần thục, độc đáo. Vì vậy biện pháp cuối cùng là tác động vào các đặc trưng của TDST bằng các phương pháp, kĩ thuật dạy học cụ thể, linh hoạt… thông qua việc rèn các dạng bài tập về chuyên đề trên.

Căn cứ vào các đặc trưng tiêu biểu nhất của TDST đã được trình bày ở chương I, từ đó đề xuất các biện pháp, kĩ thuật dạy học chủ yếu nhằm kích thích TDST của học sinh thông qua dạy học chuyên đề Nguyên lý Dirichlet. Đó cũng là cơ sở để tác giả tiến hành thực nghiệm sự phạm nhằm kiểm chứng tính hiệu quả và khả thi các biện pháp đưa ra.

So sánh 2 lớp tương đương nhau (hoặc 2 nhóm HSG tương đương nhau) học cùng 1 bài với cùng 1 GV chứ sao lại so kiểu này.

CHƯƠNG 3: THỰC NGHIỆM SƯ PHẠM

3.1. Mục đích thực nghiệm

Thực nghiệm sư phạm nhằm mục đích kiểm chứng lại tính đúng đắn của giả thuyết nghiên cứu, kiểm chứng tính khả thi, phù hợp, hiệu quả của các giải pháp nhằm rèn luyện phát triển năng tư duy sáng tạo của HS thông qua dạy học chuyên đề Nguyên lý Dirichlet ở chương II.

3.2. Nhiệm vụ thực hiên

- Xây dựng giáo án, đề kiểm tra theo định hướng phát triển năng lực, phát triển tư duy sáng tạo bám sát các biện pháp đã đề ra để rèn luyện năng lực tư duy sáng tạo cho học sinh thông qua chuyên đề Nguyên lý Dirichlet.

- Lựa chọn lớp thực nghiệm và lớp đối chứng để tiến hành thực nghiệm.

- Tiến hành thực nghiệm sư phạm (dạy trực tiếp và tiến hành các hình thức kiểm tra với HS).

-Tiến hành phần tích, xử lý số liệu, đánh giá kết quả thực nghiệm dựa trên số liệu thu thập và tính toán được.

3.3. Nội dung thực nghiệm

- Tại lớp thực nghiệm, GV giảng dạy theo giáo án thiết kế phát triển năng lực toán học, áp dụng các phương pháp kĩ thuật dạy học tích cực, áp dụng các biện pháp đa đề ra để rèn luyện, kích thích tư duy sáng tạo của HS.

- Các tiết kiểm tra đầu ra sau khi giảng dạy 1 số tiết thực nghiệm và đối chứng để kiểm tra các chỉ số, các yếu tố đặc trưng của TDST của HS.

- Đánh giá kết quả vừa thực nghiệm.

3.4. Tổ chức thưc nghiệm

3.4.1. Đối tượng thực nghiệm

- Địa điểm thực nghiệm: Lớp 9A, đội tuyển toán trường THCS Giao Thuỷ, huyện Giao Thuỷ, tỉnh Nam Định.

- Đối tượng thực nghiệm:

+ Lớp thực nghiệm: Lớp 9A- đội tuyển Toán cấp Tỉnh, trường THCS Giao Thuỷ, huyện Giao Thuỷ, tỉnh Nam Định.

Giáo viên: Vũ Thị Thuỳ Linh, giáo viên trường THCS Giao Thuỷ.

- Thời gian thực nghiệm: 3 tháng.

3.4.2. Kế hoạch thực nghiệm.

Trước khi tiến hành thực nghiệm, tôi đã gặp gỡ BGH, tổ KHTN (nhóm Toán 9) trường THCS Giao Thuỷ để được tạo điều kiện thuận lợi trong quá trình thực nghiệm.

Thời gian bắt đầu thực nghiệm: tháng 1 năm 2023.

Lớp thực nghiệm được giảng dạy theo giáo án thực nghiệm, do cô giáo Vũ Thị Thuỳ Linh trường THCS Giao Thuỷ, huyện Giao Thuỷ, Nam Định đảm nhận.

Sau khi dạy thực nghiệm, tôi tiến hành kiểm tra đánh giá theo hình thức làm bài kiểm tra và rút ra nhận xét, kết luận.

3.4.3. Tiến hành thực nghiệm

Gián án thực nghiệm số 1.

Giáo viên giảng dạy: Cô giáo Vũ Thị Thuỳ Linh.

Ngày soạn:

Ngày dạy:

Chuyên đề: Nguyên lí Dirichlet

I. MỤC TIÊU:

1. Kiến thức:

- Nhận biết, thể hiện được nguyên lí Dirichlet.
- Vận dụng làm được các bài tập đơn giản sử dụng nguyên lí Dirichlet.
- Nhận biết khái niệm “thỏ” và “lồng” trong bài tập.
- Biết tạo ra “thỏ” và “lồng” và “ thỏ” được nhốt trong “lồng” trong bài.
- Trình bày theo ngôn ngữ riêng của bài toán nhưng vẫn áp dụng nguyên lí

Dirichlet.

2. Năng lực:

- Năng lực chung: NL tự học; NL tính toán; NL hợp tác, năng lực ngôn ngữ.

- Năng lực chuyên biệt: NL tính toán, năng lực tương tự hoá, khái quát hoá, năng lực suy luận, năng lực phán đoán.

3. Phẩm chất*:* Có ý thức tích cực, tự giác, tự học, nghiêm túc và cầu thị.

II. Thiết bị dạy học và học liệu

1. GV: Sgk, Sgv, tài liệu tham khảo trên các diễn đàn, sách tham khảo.

2. HS: Xem trước bài tài liệu giáo viên cung cấp; chuẩn bị các dụng cụ học tập.

III. Tiến trình dạy học

A. Hoạt động 1: Mở đầu

a) *Mục tiêu*: Học sinh nắm được nguyên lí Đirichlet và phát biểu dưới nhiều dạng khác nhau. Biết cách vận dụng nguyên lí để giải quyết các bài toán số học.
b) *Nội dung*: Học sinh thuyết trình về nội dung nguyên lí Dirichlet bằng máy chiếu và tiểu sử nhà Toán học Dirichlet- người đã phát biểu nội dung này.

Dirichlet (1805 - 1859) là nhà toán học người Đức. Ngay từ khi 12 tuổi ông đã dùng tiền tiết kiệm của mình để mua sách về toán học. Người bán hàng nói với ông rằng ông sẽ không hiểu được nội dung của quyển sách đó đâu. Ông trả lời: Dù sao tôi cũng sẽ đọc chúng cho tới khi tôi hiểu chúng. Niềm đam mê môn toán đã theo ông trong suốt cuộc đời.

Trong quá trình nghiên cứu và giảng dạy ở các trường phổ thông ông đã đưa ra một nguyên lý rất hữu hiệu và được sử dụng nhiều trong tất cả các bộ môn số học, hình học và đại số.

Ngày nay ta thường gọi nguyên lý này theo tên của ông: “**Nguyên lý Dirichlet”.**

Nội dung nguyên lý: Có thể phát biểu dưới 3 dạng cơ bản sau :

*** Dạng đơn giản:**

Nếu nhốt 7 con thỏ vào 3 cái lồng thì tồn tại một lồng chứa ít nhất 3 con thỏ.

*** Dạng tổng quát:**

Nếu nhốt n con thỏ vào m cái lồng, mà n > m (n, m $\in$N*) thì tồn tại một lồng chứa ít nhất 2 con.

Nếu nhốt n con thỏ vào k cái lồng (với n, k $\in$ N* , n lớn hơn và không chia hết cho k) thì thế nào cũng có một cái lồng chứa ít nhất $\left[\frac{n}{k}\right]$+1 con thỏ.

Giáo viên có thể kiểm tra học sinh khác phát biểu dưới các dạng về nguyên lí.

Nếu nhốt n con thỏ vào k cái lồng (với n, k $\in$ N*, n lớn hơn và không chia hết cho k) khi đó $n = k.q + m(0 < m < k)$ thì tồn tại một lồng chứa ít nhất $q+1$ con thỏ trở lên.

Giáo viên: uốn nắn kịp thời các hoạt động của học sinh, đồng thời khơi gợi giúp học sinh có nhu cầu vận dụng nguyên lí giải quyết các bài toán bằng cách giáo viên nêu đề bài các bài toán.

c) *Sản phẩm*: Học sinh phát biểu được nội dung nguyên lý dưới nhiều dạng, học sinh cũng chủ động dẫn dắt và kể lại được tiểu sử nhà toán học Dirichlet.

d) Tổ chức thực hiện: Giáo viên đóng vai trò điều khiển, gợi mở, khơi gợi, định hướng, uốn nắn các hoạt đông nhằm cho học sinh lĩnh hội và tái hiện lại kiến thức tự học.

- Giáo viên cũng chốt lại kiến thức và ghi bảng về nội dung nguyên lý.
- Đưa ra một vài bài tập vận dụng và yêu cầu học sinh suy nghĩ,vận dụng.

2. Hoạt động 2: Hình thành kiến thức mới

a) Mục tiêu:

- Vận dụng nội dung định lý để giải quyết bài tập.
- Xác định được “thỏ” và “lồng” và “nhốt thỏ vào lồng” trong bài. Số

“thỏ” nhiều hơn số “lồng”.

b) Nội dung:

- GV yêu cầu học sinh thảo luận nhóm (2 bàn) về hai bài toán sau đây, xác định đâu là “thỏ”, đâu là “lồng”, khái niệm “thỏ nhốt trong lồng”. Sau đó trình bày bài vào bảng phụ và các nhóm nhận xét, thảo luận đưa ra các kiến thức liên quan khi giải quyết hai bài tập này.

c) Sản phẩm:

- Học sinh nhận biết được bài toán này sử dụng nguyên lý Dirichlet.

- Phân biệt được đâu là “thỏ” và “lồng” và “nhốt thỏ vào lồng” trong bài. Số “thỏ” nhiều hơn số “lồng”.

- Áp dụng nguyên lý và kết quả nhận được sau khi sử dụng nguyên lý.

- Học sinh trình bày lời giải trong bảng phụ. GV là người kết luận kiến thức và kĩ năng trình bày.

Hoạt động 2.1: Rèn học sinh phân tích, nhận dạng đề bài.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
GV đưa ra đề hai bài toán sau: ***Bài 1. Trong lớp học có 30 học sinh. Khi viết chính tả một em phạm 14 lỗi, các em khác phạm số lỗi ít hơn. CMR có ít nhất 3 học sinh mắc số lỗi bằng nhau (kể cả những người mắc 0 lỗi).*** ***Bài 2: Chứng minh rằng trong 11 số tự nhiên bất kì, luôn tìm được hai số có chữ số tận cùng***	
Bài 1: - GV đặt câu hỏi: Xác định số học sinh mắc lỗi? - GV: Đề bài yêu cầu: “ít nhất 3 học sinh	 HS1: Có 30 học sinh mắc lỗi, -Số lỗi là 15 lỗi (0 lỗi, 1 lỗi, 2 lỗi, …, 14

mắc số lỗi bằng nhau” ta có thể hiểu ở đây chính là *3 con thỏ nhốt trong cùng một lồng*. GV: Thỏ là gì? Lồng là gì? Có bao nhiêu lỗi theo gợi ý của đề bài. - GV: Nếu có 30 học sinh được coi là 30 con thỏ, có 15 cái lồng (lồng 1 chứa HS 0 lỗi, lồng 2 chứa HS 1 lỗi, …, lồng 15 chứa HS 14 lỗi), với sự trùng lặp ít nhất vẫn có thể chỉ có 2 HS cùng mắc số lỗi như nhau nên bài toán chưa được giải quyết. - GV chốt vấn đề và hướng dẫn HS cách trình bày. *Có 30 học sinh trong đó 1 em phạm 14 lỗi, số còn lại là 29 em phạm các lỗi từ 0 đến 13 lỗi (14 loại lỗi).* *Do 29: 14 = 2 (dư 1)* *Theo Nguyên lý Đirichlet có ít nhất 3 em mắc cùng số lỗi như nhau.*	lỗi). HS2: Bỏ 1 học sinh mắc 14 lỗi ra, còn lại 29 học sinh mắc lỗi, có 14 lỗi (0 lỗi đến 13 lỗi), nghĩa là có 29 con thỏ nhốt trong 14 cái lồng (29 =14.2+1), thì rõ ràng tồn tại ít nhất 1 lồng chứa 3 thỏ hay là 3 bạn cùng mắc số lỗi như nhau.
Bài 2: GV: Hãy suy nghĩ xem số con thỏ là bao nhiêu? Lồng ở bài này là gì và số lượng lồng? GV: Lồng ít hơn thỏ, dự đoán xem lồng là cái gì? Hai số có chữ số tận cùng giống nhau thì hiệu hai số này có chữ số tận cùng bằng mấy? Hiệu của chúng chia hết cho số nào? Dư trong phép chia cho số ấy là bao nhiêu	 HS +) 11 con thỏ là 11 số tự nhiên. +) HS trả lời.

số dư? *GV: Phân tích bài toán* "Thỏ" gồm 11 số tự nhiên. Lồng gồm 10 số dư trong phép chia cho 10 (*số dư 0, số dư 1,..., số dư 9*), nhốt thỏ vào lồng "có 11 số mà chỉ có 10 số dư". - GV gọi HS lên bảng trình bày	***Lời giải:*** *Trong phép chia một số tự nhiên bất kì cho số 10, ta có thể nhận số dư có giá trị từ 0 đến 9(0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9), tức là có 10 số dư. Khi chia 11 số tự nhiên cho 10 thì chỉ nhận tối đa 10 số dư nên theo nguyên lí Dirichlet có hai số có cùng số dư trong phép chia cho 10 nên hiệu của chúng chia hết cho 10. Nghĩa là hiệu của hai số có chữ số tận cùng là 0, nên hai số này có chữ số tận cùng giống nhau.*
Bài toán 3: Có 6 đội bóng thi đấu với nhau mỗi đội phải đấu một trận với các đội khác (đấu vòng tròn một lượt). CMR vào bất cứ lúc nào cũng có hai đội đã đấu số trận như nhau (kể cả số trận đấu là 0).	
GV phân tích đề bài: *Chú trọng đến câu hỏi "<u>2 đội</u> có <u>số trận đấu</u> như nhau" nghĩa là hai thỏ cùng nhốt trong 1 lồng.* *Từ đó hiểu rằng 6 "đội" đóng vai trò là số thỏ. Để hai thỏ nằm trong một lồng thì lồng chỉ số lượng trận đấu. Ta có thể tạo ra các lồng như sau:*	

GV: Theo em, do đấu vòng tròn một lượt nên mỗi đội đấu tối đa bao nhiêu trận? Hướng dẫn: Gọi lồng 0 chứa những đội có số trận đấu là 0. Gọi lồng 1 chứa những đội có số trận đấu là 1. … Gọi lồng 4 chứa những đội có số trận đấu là 4. Gọi lồng 5 chứa những đội có số trận đấu là 5. GV: - Có tất cả bao nhiêu lồng? - Số thỏ bằng số lồng thì giải quyết như thế nào? - Hãy tưởng tượng trong thực tế, nếu có một đội chưa đấu trận nào mà theo vòng tròn một lượt thì trong 5 đội còn lại có đội nào đấu đủ cả 6 trận không?	- HS: Tối đa 5 trận. HS: có 6 lồng. - HS trả lời: Nếu lồng 0 có chứa ít nhất một đội thì lồng 5 phải trống. Ngược lại nếu lồng 5 có chứa ít nhất một đội thì lồng 0 phải trống (nhấn mạnh vào vai trò A đấu với B thì B đấu với A). Vậy thực chất chỉ có 5 lồng được sử dụng, mà lại có 6 đội nên có ít nhất 2 đội vào chung một lồng hay có ít nhất 2 đội có cùng số trận đấu như nhau. Bài làm: Vì đấu vòng tròn một lượt nên mỗi đội đấu tối đa 5 trận đấu và ít nhất là 0 trận đấu. Tuy nhiên, nếu đội nào đã đấu đủ 5

- GV gọi HS lên bảng trình bày GV: - Trong các bài toán này, nếu A có một quan hệ nào đó với B thì B cũng có quan hệ như vậy với A (ví dụ A quen với B, A đã thi đấu với B…), chính vì vậy người ta gọi đó là tương hỗ qua lại. - GV chú ý cho HS để khắc sâu dạng toán tương hỗ có đặc điểm như vậy. *Bài toán thực tế này tồn tại 6 lồng nhưng chỉ có 5 lồng được sử dụng.*	trận nghĩa là đội ấy đã đấu với cả 5 đội còn lại thì không có đội nào chưa đấu trận nào, nghĩa là không tồn tại đội đấu 0 trận khi có 1 đội đấu đủ 5 trận. Hoặc nếu có 1 đội chưa đấu trận nào thì cũng ko có đội nào đấu đủ 5 trận cả. Như vậy, tuy số trận đấu từ 0 đến 5 nhưng chỉ là 1 trận đến 5 trận hoặc 0 trận đến 4 trận. Tóm lại, số trận đấu là 5 loại trận đấu Có 6 đội tham gia mà có 5 loại trận đấu nên có ít nhất hai đội cùng có số trận đấu như nhau.

Hoạt động 2.2: Sáng tạo đề bài dựa trên các bài tập đã biết

Học sinh có thể đưa ra các bài tập khác nhau dựa trên các bài tập học trước hoặc dưới sự gợi ý của giáo viên.

Bài 1: Chứng minh rằng trong 101 số tự nhiên bất kì, luôn tìm được hai số có hai chữ số tận cùng giống nhau.

Bài 2: Có 10 đội bóng thi đấu với nhau mỗi đội phải đấu một trận với các đội khác. Chứng minh, vào bất cứ khi nào cũng có hai đội đã đấu số trận như nhau (kể cả số trận đấu là 0).

Chú ý:

- Bài toán vẫn đúng nếu thay 6 đội hay 10 đội bóng… bởi một số tự nhiên n lớn hơn 1.

Bài 3: Có 370 học sinh trong một câu lạc bộ Tiếng Anh. Chứng minh rằng trong nhóm này luôn tồn tại ít nhất hai học sinh có cùng ngày, tháng sinh.

Hoạt động 2.2: Giải các bài tập vừa sáng tạo được

GV: tổ chức cho HS giải các bài tập vừa sáng tạo.

GV: Tại sao em có thể sáng tạo ra các bài tượng tự?

Bài 1:

Xét các số dư của một số tự nhiên khi chia cho 100, ta được 100 số dư: 0; 1; 2; …; 99.

Có 100 số dư mà lại có 101 số tự nhiên nên theo nguyên lý Dirichlet tồn tại hai số có cùng số dư khi chia cho 100 nên hiệu của chúng chia hết cho 100 nên hai chữ số tận cùng của hiệu này là 00 nên hai số đó có hai chữ số tận cùng giống nhau.

Bài 2: Do thi đấu vòng tròn 1 lượt nên mỗi đội đấu ít nhất 0 trận và nhiều nhất 9 trận với các đội khác.

Ta chia các nhóm như sau:

Nhóm 1: Các đội đấu 0 trận;

Nhóm 2: Các đội đã đấu 1 trận;

Nhóm 3: Các đội đã đấu 2 trận;

Nhóm 4: Các đội đã đấu 3 trận;

Nhóm 5: Các đội đã đấu 4 trận;

Nhóm 6: Các đội đã đấu 5 trận;

Nhóm 7: Các đội đã đấu 6 trận;

Nhóm 8: Các đội đã đấu 7 trận;

Nhóm 9: Các đội đã đấu 8 trận;

Nhóm 10: Các đội đã đấu 9 trận;

Tuy nhiên, một đội nào đó đá đủ 9 trận thì không có đội nào chưa đá (đội A đá với B thì nghĩa là B cũng đá rồi), đồng nghĩa là nhóm 1 và nhóm 10 không đồng thời tồn tại. Nếu nhóm 10 có đội nào đó ở đấy thì nhóm 0 không có đội nào và nhóm 0 có đội ở đó thì nhóm 10 trống. Như vậy luôn luôn chỉ có 9 nhóm có các đội nằm trong đó, mà có tới 10 đội nên theo nguyên lý Dirichlet thì tồn tại ít nhất hai đội thuộc cùng một nhóm tức là có ít nhất hai đội cùng đấu số trận như nhau.

Hoạt động 3: Luyện tập

Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
- GV giao cho HS làm bài tập sau dưới hình thức nhóm 3 HS **Bài 1**: ***Cho 6 số nguyên dương đôi một khác nhau và đều nhỏ hơn 10. Chứng minh rằng luôn tìm được 3 số trong đó có một số bằng tổng của hai số còn lại***.	HS thực hiện công việc theo nhóm.
Với bài toán này GV cần phân tích để HS hiểu bài và khơi gợi sự sáng tạo, liên hệ với các yếu tố bên ngoài đề bài. - GV hướng dẫn HS tạo ra hai tập hợp, trong đó có một tập hợp mà mỗi phần tử là hiệu của hai phần tử đã cho (*do mình sắp xếp*), sao cho hai tập hợp này số phần tử là số thỏ nhiều hơn các giá trị nó (*các giá trị của mỗi phần tử trong hai tập hợp là phân biệt*) nhận	- HS làm việc theo nhóm dưới sự hướng dẫn, hỗ trợ của GV.

được là số "lồng" nên theo nguyên lý Dirichlet hai phần tử nào đó thuộc hai tập hợp. Tập hợp 1: có 5 phần tử như sau: $A=\{a_2;a_3;a_4;a_5;a_6\}$ Tập hợp 2: gồm 5 phần tử như sau: $B=\{a_2-a_1;a_3-a_2;a_4-a_2;a_5-a_2;a_6-a_2\}$ Vì 6 số nguyên dương a_i này nhận các giá trị từ 1 đến 9 nên các số $a_2;a_3;a_4;a_5;a_6$ và $a_2-a_1;a_3-a_2;a_4-a_2;a_5-a_2;a_6-a_2$ chỉ nhận các giá trị từ 1 đến 9. Áp dụng Dirichlet với số thỏ là 10 phần tử của hai tập hợp A và B, với 9 giá trị của 10 phần tử, 5 phần tử trong tập hợp A có gía trị khác nhau vì các a_i phân biệt, 5 phần tử trong tập hợp B cũng tương tự. ***Chú ý:*** Bài toán này cần sử dụng cả tính chất các phần tử trong một tập hợp và tính trùng lặp để giải. - GV gọi HS lên bảng trình bày - GV chú ý: Chú ý rằng thỏ ở đây là 10 số $a_2;a_3;a_4;a_5;a_6$ $a_2-a_1;a_3-a_2;a_4-a_2;a_5-a_2;a_6-a_2$; có 9	- Các nhóm HS lên bảng trình bày và nhận xét. *Bài làm*: Gọi 6 số nguyên dương đôi một khác nhau đã cho là: $0<a_1<a_2<...<a_6<10$ Đặt $A=\{a_2;a_3;a_4;a_5;a_6\}$ gồm 5 phần tử có dạng a_m với $m\in\{2;3;4;5;6\}$ Đặt $B=\{a_2-a_1;a_3-a_2;a_4-a_2;a_5-a_2;a_6-a_2\}$ gồm 5 phần tử có dạng a_n -a_1 với n$\in\{2;3;4;5;6\}$ Ta thấy các phần tử trong hai tập hợp A và B đều thuộc tập hợp gồm 9 phần tử gồm các số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến 9, trong khi đó tổng số phần tử của hai tập hợp A và B là 5+5=10. Theo nguyên lí Dirichlet tồn tại hai số, mỗi số thuộc một tập hợp là bằng nhau, tức là : a_m=a_n-a_1 do đó: a_n = a_m +a_1. Ba số a_m; a_n; a_1 đôi một

lồng là các giá trị tự nhiên liên tiếp từ 1 đến 9. Tính đặc trưng các phần tử trong tập hợp là tạo ra hai tập hợp gồm các phần tử là các số tự nhiên nhỏ hơn 10 và tổng các phần tử trong hai tập hợp không nhỏ hơn 10. Từ đó, suy ra hai phần tử trong hai tập hợp có giá trị bằng nhau.	khác nhau. Thật vậy $a_m \neq a_1$ và $a_n \neq a_1$ theo cách đặt các tập hợp A và B. Nếu $a_m = a_n$ thì $a_1 = 0$ trái với giả thiết của bài toán. Vậy bài toán được chứng minh.

Hoạt động 4: Vận dụng

GV giao cho HS làm hai bài tập sau ***Bài 1: Trong 5 số tự nhiên bất kì luôn chọn được 3 số có tổng chia hết cho 3.*** - GV giao cho HS hoạt động nhóm, cứ 5 HS 1 nhóm. Thời gian hoạt động nhóm là 10p Hai HS đại diện lên bảng trình bày GV giao bài 5 như sau: ***Bài 2: Cho 5 số tự nhiên lẻ bất kì.***	Bài làm: Trong phép chia cho 3 chỉ có 3 số dư: 0; 1; 2. Khi chia 5 số tự nhiên bất kì chia cho 3 thì xảy ra các trường hợp sau: + TH_1: Có ít nhất 3 số có cùng số dư trong phép chia cho 3 thì 3 số này chính là 3 số có tổng chia hết chia hết cho 3. +TH_2: chỉ có hai cặp số có cùng số dư trong trong phép chia cho 3. Trong 5 số này ,Ta luôn chọn được *3 số khi chia cho 3 có 3 số dư khác nhau* để có tổng của chúng chia hết cho 3.

Chứng minh luôn chọn được 4 có tổng chia hết cho 4.	Một số lẻ khi chia cho 4 chỉ có 2 số dư là 1 và 3. Như vậy khi chia 5 số tự nhiên lẻ cho 4 ta được các trường hợp sau: (theo Dirichlet thì 5 = 2.2+1 nên có ít nhất 3 số cùng số dư trong phép chia cho 4 nên ta xét lớn hơn 3 và bằng 3) TH_1: Có ít nhất 4 số lẻ có cùng số dư trong phép chia cho 4, ta chọn 4 số này có tổng chia hết cho 4. TH_2: Có 3 số lẻ có cùng số dư trong phép chia cho 4 (chỉ có 2 loại số dư thôi nhé) ta luôn chọn được 4 số (2 số dư 3, hai số chia 4 dư 1) có tổng chia hết cho 4.
GV:Tại sao em lại nghĩ đến việc xét các trường hợp? - GV giúp HS sửa lỗi trình bày và chuẩn hoá lại bài làm. GV chốt: Khi phép chia có số dư lớn hơn 1, ta cần cẩn thận khi xét các trường hợp nhỏ.	HS: Kết quả khi sử dụng Dirichlet cho ta 3 số có cùng số dư khi chia cho 4.

* Hướng dẫn tự học:

- GV chốt vấn đề sau khi kết thúc bài học:

1. Các bài toán áp dụng nguyên tắc Dirichlet thường là các bài toán chứng minh sự tồn tại của sự vật, sự việc mà không cần phải chỉ ra một cách tường minh sự vật, sự việc đó.

2. Nhiều bài toán, nguyên tắc Dirichlet chỉ xuất hiện sau khi biến đổi qua một

bước trung gian, hoặc thành lập các dãy số mới.

3. Để giải bài toán áp dụng nguyên tắc Dirichlet, nhiều khi ta phải kết hợp với phương pháp chứng minh phản chứng.

4. Khi giải các bài toán mà ta đã biết phải áp dụng nguyên tắc Dirichlet hoặc dự đoán sẽ phải dùng nguyên tắc này, chúng ta cần suy nghĩ hoặc biến đổi bài toán để làm xuất hiện khái niệm "thỏ" và "lồng", khái niệm "nhốt thỏ vào lồng".

5. Cũng có thể có những bài toán phải áp dụng 2, 3 lần nguyên tắc Dirichlet

6. Trong suy nghĩ khi giải toán ta cố gắng làm xuất hiện các khái niệm "thỏ" và "lồng", nhưng trong trình bày phần lời giải ta cố gắng diễn đạt theo ngôn ngữ toán học thông thường

7. Khi giải xong các bài toán áp dụng nguyên tắc Dirichlet chúng ta cố gắng suy nghĩ để sáng tạo ra được các bài toán tổng quát hơn hoặc cụ thể hơn.

- GV giao bài về nhà

Bài 1: Cho 10 con thỏ nhốt vào 9 cái lồng, kết luận nào sau đây là chính xác nhất?

A. Có 1 lồng chứa hai con thỏ B. Có 1 lồng chứa nhiều hơn hai con thỏ

C. Có 1 lồng chứa ít nhất hai con thỏ D. Có một lồng chứa ít nhất 1 con thỏ

Bài 2: Cho 3 số bất kì khác 0, chứng minh luôn tồn tại hai số cùng dấu.

Bài 3: Chứng minh rằng, khi chia 11 nguyên dương cho 10 ta được hai số có chữ số hàng đơn vị giống nhau.

Bài 4: Cho tập hợp X $\{1;2;3;...;2010\}$. Chứng minh rằng trong số 1006 phần tử bất kì của X luôn tồn tại hai phần tử nguyên tố cùng nhau.

Hướng dẫn giải : Ta chia các số từ 1 đến 2010 thành 1005 nhóm như sau: $(1,2);(3,4);(5,6);...;(2009,2010)$. Ta có 1006 số có chỉ có 1005 nhóm nên theo nguyên lí Dirichlet có 2 số rơi vào một nhóm, nghĩa là tồn tại hai phần tử của X nguyên tố cùng nhau.

Giáo án thực nghiệm tiết 2

Giáo viên: Vũ Thị Thuỳ Linh

Ngày soạn:

Ngày dạy:

Chuyên đề: Nguyên lí Dirichlet

I. MỤC TIÊU:

1. Kiến thức:

- HS thành thạo phân tích, tổng hợp các dữ kiện của đề bài.
- HS vận dụng thành thạo nguyên lý Dirichlet vào bài toán và giải thích hợp lý các kiến thức vận dụng.
- Tổng hợp được kiến thức trong một dạng bài và thiết kế được nhiều cách khác nhau cho một bài toán.
- HS tổng hợp được bài toán đã học thành 1 bài tổng quát và có cách làm đặc trưng.
- Trình bày theo ngôn ngữ riêng của bài toán nhưng vẫn áp dụng nguyên lý Dirichlet.

2. Năng lực:

- Năng lực chung: NL tự học; NL tính toán; NL hợp tác, năng lực ngôn ngữ.
- Năng lực chuyên biệt: NL tính toán, năng lực tương tự hoá, khái quát hoá, năng lực suy luận, năng lực phán đoán.

3. Phẩm chất*:* Có ý thức tích cực, tự giác, tự học, nghiêm túc và cầu thị.

II. Thiết bị dạy học và học liệu

1. GV:Sgk, Sgv, tài liệu tham khảo trên các diễn đàn, sách tham khảo.

2. HS: Xem trước bài tài liệu giáo viên cung cấp; chuẩn bị các dụng cụ học tập.

III. Tiến trình dạy học

A. Hoạt động 1: Giải quyết một bài toán dưới nhiều góc độ khác nhau.

a) *Mục tiêu*:

- Giải quyết một bài toán bởi nhiều cách khác nhau, tìm tòi cách ngắn gọn, tối ưu nhất.
- Sáng tạo các bài toán mới từ các bài toán gốc và tìm tòi, so sánh phân tích để đưa ra một lời giải đặc trưng.

b) *Nội dung*: Học sinh giải quyết các bài toán giáo viên đưa ra bằng nhiều cách.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
- GV yêu cầu HS giải quyết bài toán bằng cách sử dụng nguyên lý Dirichlet và suy nghĩ tìm cách giải khác và chọn cách tối ưu nhất. ***Bài 1: Cho 5 số nguyên phân biệt tùy ý: a_1, a_2, a_3, a_4, a_5. Xét tích sau đây:*** $P = (a_1-a_2)(a_1-a_3)(a_1-a_4)(a_1-a_5)(a_2-a_3)(a_2-a_4)(a_2-a_5)(a_3-a_4)(a_3-a_5)(a_4-a_5)$. ***Chứng minh P chia hết cho 288.*** - GV gợi ý và phân tích để HS tìm ra cách giải quyết. +) Phân tích số 288 ra TSNT +) Chứng minh chia hết bằng các kiến thức chia hết đã học và bằng nguyên lý Dirichlet.	Bài làm: Ta thấy $288 = 2^5.3^2$ Ta thấy , trong phép chia cho 2 chỉ có 2 số dư là 0, 1. Theo nguyên lí Dirichlet có 5 số mà có 2 số dư thì có ít nhất 3 số có cùng số dư, tức là ít nhất 3 số có cùng tính chẵn (lẻ). TH_1: Có đúng 3 số có cùng tính chẵn lẻ. Không mất tính tổng quá đó là 3 số a_1,a_2,a_3 cùng tính chẵn (lẻ), hai số còn lại tương ứng cùng tính lẻ (chẵn) thì $(a_1-a_2)(a_1-a_3)(a_2-a_3)$ chia hết cho 2^3 còn (a_4-a_5) cũng là số chẵn nên $(a_1-a_2)(a_1-a_3)(a_2-a_3)(a_4-a_5)$ chia hết cho 2^4. Tuy nhiên trong 5 số a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 khi đem chia cho 4 có ít nhất 2 số có cùng số dư nên hiệu 2 số đó chia hết cho 4, mà hiệu hai số chia hết cho 4 chỉ là 1 trong 4 hiệu

-GV: Số dư của 1 số chia cho 2 thực chất là xét tính chẵn lẻ, chúng ta có thể nhìn vấn đề dưới 1 góc độ khác không? Cách 2: Có đúng 3 số có cùng tính chẵn (lẻ) Không mất tính tổng quá đó là 3 số a_1, a_2, a_3 cùng tính chẵn (lẻ), hai số còn lại	a_1-a_2); (a_1-a_3); (a_2-a_3); (a_4-a_5) chứ không thể là các hiệu còn lại. Vậy a_1-a_2)(a_1-a_3)(a_2-a_3)(a_4-a_5) chia hết cho 2^5 TH_2: Có nhiều hơn 3 số có cùng tính chẵn (lẻ) thì a_1-a_2)(a_1-a_3)(a_2-a_3)(a_4-a_5) chia hết cho 2^5 Vậy (a_1-a_2)(a_1-a_3)(a_1-a_4)(a_2-a_4) chia hết cho 2^5 (I) Ta chứng minh P chia hết cho 3^2 Thật vậy, theo nguyên lí Dirichlet với 4 số bất kì a_1, a_2, a_3, a_4 thì luôn tồn tại ít nhất 2 số có cùng số dư trong phép chia cho 3, Giả sử là a_1, a_2 nên a_1-a_2 chia hết cho 3. Xét 4 số a_2, a_3, a_4, a_5 ta cũng tìm được 2 số có tính chất như vậy, giả sử là a_2 và a_3 nên a_2-a_3 chia hết cho 3. Vậy P chia hết cho 9 (II). Từ (I) và (II) ta được P chia hết cho $2^5.3^2 = 288$.

tương ứng cùng tính lẻ (chẵn) thì $(a_1-a_2)(a_1-a_3)(a_2-a_3)$ chia hết cho 2^3 còn (a_4-a_5) cũng là số chẵn nên $(a_1-a_2)(a_1-a_3)(a_2-a_3)(a_4-a_5)$ chia hết cho 2^4.	
GV: Có thể hỏi HS các em chọn cách nào?	HS: trả lời và nêu lí do tại sao chọn cách đó.
GV: Chỉ ra tính độc đáo, ngắn gọn của 2 trong hai cách để HS nhận ra và ghi nhớ một cách hoặc cả hai.	
Bài 2: Chứng minh trong tập hợp số nguyên dương luôn tồn tại số k sao cho 1983^k -1 chia hết cho 10^5.	
GV: Hướng dẫn HS một trong hai cách, cách còn lại có thể gọi HS lên trình bày.	HS trình bày 1 trong 2 cách.
Chứng minh: Cách 1: Xét 10^5 +1 số có dạng sau: 1983, 1983^2; 1983^3,…, 1983^{10^5+1}. Lấy 10^5 +1 số này đem chia cho 10^5 ta được 10^5-1 số dư (không dư số 0 vì 10 mũ 5 là số chẵn còn 1983^k là số lẻ). Theo nguyên lí Dirichlet có ít nhất 2 số có cùng số dư trong phép chia cho 10^5 . Gọi 2 số đó là 1983^m và 1983^n $(0< n < m <10^5+2)$ và $1983^m -1983^n =1983^n(1983^{m-n} -1)$. Hơn nữa, 1983^n và 10^5 là hai số nguyên tố cùng nhau, nên 1983^{m-n} -1 chia hết cho 10^5 hay tồn tại số nguyên dương k = m -	Cách 2: Xét dãy 1983 -1; 1983^2 -1;1983^3 -1;…; 1983^{10^5}. Dãy này 10^5 số hạng. - Nếu dãy trên có một số chia hết cho 10^5 thì bài toán được chứng minh.

n (m lớn hơn n) sao cho 1983^k -1 chia hết cho 10^5. - GV gọi HS nhận xét và chuẩn hoá lười giải và yêu cầu HS thảo luận về nội dung các cách khác khi tạo thỏ và lồng bằng nhau. - *GV khuyến khích học sinh tạo thỏ, lồng bằng nhau* mà vẫn sử dụng được Dirichlet.	- Bài toán không có số hạng nào chia hết cho 10^5 thì lấy 10^5 số này đem chia cho số10^5 ta được 10^5 -1 số dư (1,2,3,…, 10^5- 1), nên theo nguyên lý Dirichlet ta có hai số có cùng số dư khi chia cho 10^5 là ……đpcm
Hoạt động 2: *Rèn luyện cho học sinh tìm tòi, sáng tạo ra các bài toán mới từ các bài toán gốc, tổng hợp các bài toán đã học thành một bài tổng quát có cách làm đặc trưng.*	
Bài 3: Có 6 nhà khoa học viết thư với nhau với về hai vấn đề I, II. Mỗi người viết thư với 5 người còn lại và mỗi cặp hai người chỉ trao đổi với nhau về cùng một vấn đề. Chứng minh rằng có ít nhất 3 nhà khoa học viết thư với nhau về cùng một vấn đề. - Giáo viên và HS cùng phân tích để thấy được đâu là yếu tố thỏ, đâu là yếu tố lồng? - GV có thể sử dụng 6 nhà khoa học thành 6 điểm trong mặ phẳng, hai người viết thư cho nhau giống như ve đoạn thẳng.	 - Hs lên bảng trình bày sau khi hoạt động nhóm. Trong 6 nhà khoa học lấy ra nhà khoa học A, nhà khoa học này viết

	thư với 5 nhà KH còn lại về hai vấn đề (I hoặc II) nên theo nguyên lí Dirichlet (5= 2.2+1) tồn tại 3 nhà khoa học cùng viết thư với nhà khoa học A về cùng một vấn đề. Giả sử 3 nhà khoa học B, C, D cùng viết thư với A về vấn đề I. +TH_1: Trong 3 nhà khoa học B, C, D nếu có hai nhà khoa học B và C cùng viết thư về vấn đề I thì A, B, C cùng trao đổi với nhau về vấn đề I. + $TH_{2:}$ Trong 3 nhà khoa học B, C, D nếu có bất kì hai nhà khoa học nào viết thư với nhau về vấn đề I thì cả ba người phải viết thư với nhau về vấn đề II. Ta cũng sẽ làm tương tự nếu nhà khoa học B, C, D cùng viết thư với nhau về vấn đề II.
Tổng quát: - GV yêu cầu HS hoạt động nhóm để đưa ra các bài toán tương tự và tổng quát bài toán. GV khéo léo đặt câu hỏi để HS tìm thấy mối quan hệ giữa 6 điểm và 2 màu?	**HS hoạt động nhóm và sáng tạo các bài toán có nội dung tương tự** **Bài 1.** Trong mặt phẳng cho 6 điểm phân biệt không có 3 điểm nào thẳng hàng. Các điểm này được nối với nhau bằng các đoạn thẳng màu xanh hoặc màu đỏ. Chứng minh rằng luôn có một tam giác mà các cạnh cùng

	màu. **Bài 2.** Cho 17 điểm nằm trong mặt phẳng trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Nối các điểm đó bằng các đoạn thẳng màu xanh; đỏ; vàng. Chứng tỏ rằng tồn tại một tam giác có các cạnh cùng màu. **Bài 3.** Cho 66 điểm trong mặt phẳng trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Nối các điểm này bằng các đoạn thẳng và tô các màu xanh; đỏ; vàng hoặc tím. Chứng minh rằng luôn tồn tại một tam giác có các cạnh cùng màu (3 lần Dirichlet). **Bài toán tổng quát của các bài 1; 2; 3:** Có 6 điểm tương ứng 2 màu sử dụng 1 lần Dirichlet
GV có thể gợi ý: Nếu coi bài 1 là bài khởi đầu thì 6 điểm với 3 màu, 17 điểm ở bài 2 có quan hệ gì không? Nếu coi bài 2 là bài khởi đầu 17 điểm với 4 màu, 66 điểm ở bài 3 có quan hệ gì không?	HS: Có (6 - 1). 3 + 2 = 17 (điểm) tương ứng 3 màu sử dụng 2 lần Dirichlet HS: Có (17 - 1). 4 + 2 = 66 (điểm) tương ứng 4 màu sử dụng 3 lần Dirichlet

<table>
<tr><td>Tương tự như vậy…</td><td>Có: (66 - 1). 5 + 2 = 327 (điểm) tương ứng 5 màu sử dụng 4 lần Dirichlet</td></tr>
<tr><td colspan="2" align="center">Hoạt động vận dụng</td></tr>
<tr><td>Bài 4: Trên mặt phẳng cho 25 điểm. Biết rằng trong ba điểm bất kì trong số đó luôn luôn tồn tại hia điểm cách nhau nhỏ hơn 1. Chứng minh rằng tồn tại hình tròn bán kính 1 chứa không ít hơn 13 điểm đã cho.
GV: hướng dẫn HS tìm ra lời giải với việc tạo thỏ và lồng.
GV: Nếu cả 25 điểm đều thuộc đường tròn, ta có kết quả gì?
GV: Cần tạo thêm 2 đường tròn trong 25 điểm đề bài cho để sử dụng được Dirichlet.

Giải:
Lấy A là một trong số 25 điểm đã cho. Xét hình tròn $O_1(A,1)$ tâm A bán kính 1. Chỉ có hai khả năng sau có thể xảy ra:
- Nếu tất cả các điểm đã cho nằm trong $O_1(A,1)$ thì kết luận của bài toán hiển nhiên đúng.
- Tồn tại điểm B $\neq$ A (B thuộc trong số</td><td>HS lắng nghe và phát biểu

HS lên bảng trình bày

Lấy A là một trong số 25 điểm đã cho. Xét hình tròn $O_1(A,1)$ tâm A bán kính 1. Chỉ có hai khả năng sau có thể xảy ra:
- Nếu tất cả các điểm đã cho nằm trong $O_1(A,1)$ thì kết luận của bài</td></tr>
</table>

25 điểm đã cho), sao cho B$\notin O_1(A,1)$, vì B$\notin O_1(A,1)$, nên AB>1. Xét hình tròn $O_2(B,1)$ tâm B, bán kính 1. Lấy C là điểm bất kì trong số 25 điểm đã cho sao cho $C \neq A, C \neq B$. Theo giả thiết(và dựa vào AB>1), ta có Min{CA, CB}<1. Vì thế C$\in O_1(A,1)$, hoặc C$\in O_2(B,1)$. Điều này chứng tỏ rằng các hình tròn $O_1(A,1)$, $O_2(B,1)$ chứa tất cả 25 điểm đã cho. Vì thế theo nguyên lí Dirichlet, ít nhất 1 trong hai hình tròn trên chứa 13 điểm đã cho. Đó là đpcm. GV hướng dẫn HS hoạt động nhóm để đưa ra bài toán tổng quát và nhiệm vụ về nhà sáng tác thêm các bài tương tự.	toán hiển nhiên đúng. - Tồn tại điểm B$\neq$A (B thuộc trong số 25 điểm đã cho), sao cho B$\notin O_1(A,1)$, vì B$\notin O_1(A,1)$, nên AB>1. Xét hình tròn $O_2(B,1)$ tâm B, bán kính 1. Lấy C là điểm bất kì trong số 25 điểm đã cho sao cho $C \neq A, C \neq B$. Theo giả thiết(và dựa vào AB>1), ta có Min{CA, CB}<1. **Tổng quát bài toán** : *Cho 2n+1 điểm trên mặt phẳng (với n$\geq$3). Biết rằng trong ba điểm bất kì trong số đó luôn luôn tồn tại hai điểm cách nhau nhỏ hơn 1. Khi đó tồn tại hình tròn bán kính 1 chứa không ít hơn n+1 điểm đã cho.*

Hướng dẫn về nhà:

- GV yêu cầu HS căn cứ vào các bài toán đã học, bài toán tổng quát để sáng tạo ra các bài toán mới và thiết lập thành các bài toán mới khác.

Bài kiểm tra lớp 9A trước và sau khi thực nghiệm

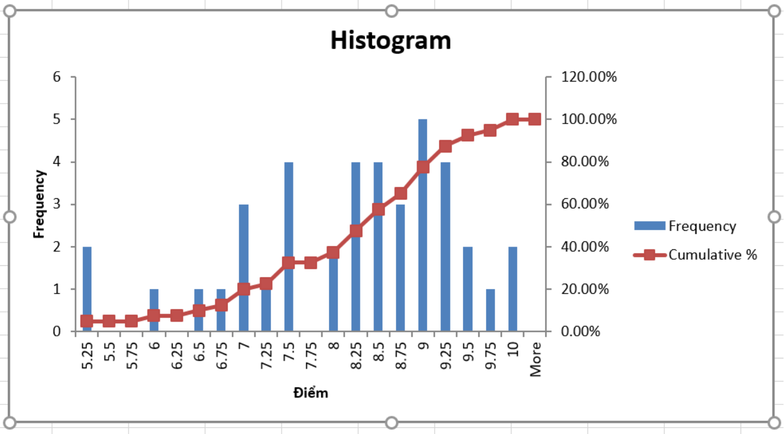
Bài 1 (3,0 điểm): Chứng minh rằng trong 3 số thực khác 0 luôn tồn tại 2 số cùng dâu.

Bài 2 *(3,0 điểm):* Cho 12 số tự nhiên khác nhau có hai chữ số. Chứng minh rằng không tồn tại hai số có hiệu là một số có hai chữ số như nhau.

Bài 3 *(4,0 điểm)*: Viết 6 số tự nhiên vào 6 mặt của một con súc sắc. Chứng minh rằng khi ta gieo súc sắc xuống mặt bàn thì trong 5 mặt có thể nhìn thấy bao giờ cũng tồn tại một hay nhiều mặt có tổng các số trên đó chia hết cho 6.

Bảng 3.1. Phân bố điểm lớp 9A sau khi thực nghiệm

Điểm	*Frequency*	*Cumulative %*
5.25	2	5.00%
5.5	0	5.00%
5.75	0	5.00%
6	1	7.50%
6.25	0	7.50%
6.5	1	10.00%
6.75	1	12.50%
7	3	20.00%
7.25	1	22.50%
7.5	4	32.50%
7.75	0	32.50%
8	2	37.50%
8.25	4	47.50%
8.5	4	57.50%
8.75	3	65.00%
9	5	77.50%
9.25	4	87.50%
9.5	2	92.50%
9.75	1	95.00%
10	2	100.00%
More	0	100.00%

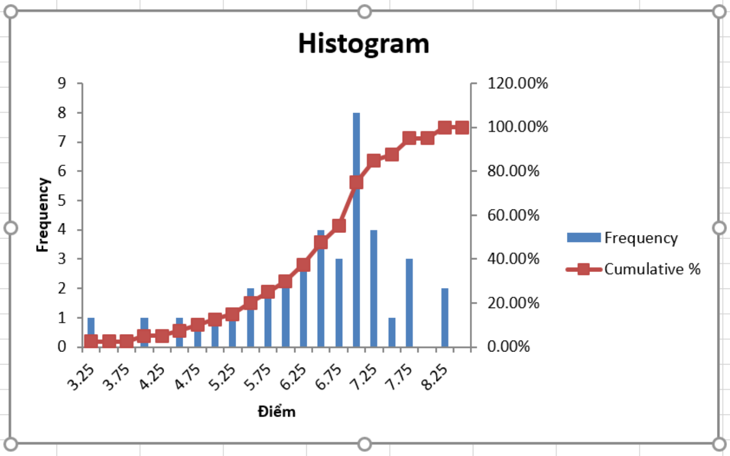


Bảng 3.2. Thống kê mô tả điểm của lớp 9A sau thực nghiệm

Thống kê mô tả		
Mean	Điểm trung bình	8.19375
Standard Error	Sai số trung vị	0.191462
Median	Trung vị	8.5
Mode	Điểm trội	9
Standard Deviation	Độ lệch chuẩn	1.210911
Sample Variance	Phương sai mẫu	1.466306
Kurtosis		0.414151
Skewness		-0.84863
Range	Khoảng biến thiên	5
Minimum	Điểm thấp nhất	5
Maximum	Điểm cao nhất	10
Sum	Tổng điểm	327.75
Count		40
Largest(1)		10
Smallest(1)		5
Confidence Level(95.0%)		0.387268

Bảng 3.3. Phân bố điểm lớp 9A trước khi thực nghiệm

Điểm	Frequency	umulative %
3.25	1	2.50%
3.5	0	2.50%
3.75	0	2.50%
4	1	5.00%
4.25	0	5.00%
4.5	1	7.50%
4.75	1	10.00%
5	1	12.50%
5.25	1	15.00%
5.5	2	20.00%
5.75	2	25.00%
6	2	30.00%
6.25	3	37.50%
6.5	4	47.50%
6.75	3	55.00%
7	8	75.00%
7.25	4	85.00%
7.5	1	87.50%
7.75	3	95.00%
8	0	95.00%
8.25	2	100.00%



Bảng 3.4. Thống kê mô tả điểm của lớp 9A trước thực nghiệm

Thống kê mô tả trước thực nghiệm		
Mean		6.46875
Standard Error		0.174309
Median		6.75
Mode		7
Standard Deviation		1.102427
Sample Variance		1.215345
Kurtosis		0.981885
Skewness		-0.94131
Range		5
Minimum		3.25
Maximum		8.25
Sum		258.75
Count		40
Largest(1)		8.25
Smallest(1)		3.25
Confidence Level(95.0%)		0.352573

Nhận xét:

- Trước khi thực nghiệm, điểm trung bình lớp 9A thấp hơn sau khi thực nghiệm (6,46 < 8,19).

- Điểm sau khi thực nghiệm, số lượng HS được điểm 9 là nhiều nhất (điểm trội sau thực nghiệm) so với trước thực nghiệm chỉ là điểm 7 (điểm trội trước thực nghiệm).

- Sau khi thực nghiệm, số lượng HS được điểm từ 7 đến 8 (16 HS, 40%) chuyển dần về số lượng HS điểm 9 đến 10 (25 HS, 62,5%).

- Số HS có điểm trung bình trước thực nghiệm là 8HS, điểm trung bình sau thực nghiệm là 7 HS. Tuy nhiên số HS trước thực nghiệm bị điểm dưới TB là 7 HS (17,5%), trong khi đó sau thực nghiệm không có HS dưới TB.

Từ đó ta thấy kết quả học tập của sau thực nghiệm cao hơn trước khi thực nghiệm.

Kết luận chương III

Trong chương III của luận văn này tôi đã nêu rõ quá trình thực nghiệm sư phạm để kiểm nghiệm tính khả thi và hiệu quả mà các biện pháp đã đề xuất ở chương II.

Kết quả cho thấy các biện pháp đề xuất cho hiệu quả khá rõ rệt với trước khi áp dụng các biện pháp đó. Từ đó, thấy rằng việc áp dụng các biện pháp để phát huy năng lực sáng tạo là cần thiết, nên được áp dụng thường xuyên trong quá trình dạy học của mỗi giáo viên, đặc biệt là trong bồi dưỡng HSG Toán.

KẾT LUẬN VÀ KHUYẾN NGHỊ

1. Kết luận :

Luận văn này có một số nội dụng chính sau đây :

- Nghiên cứu một số cơ sở lý luận về vấn đề sáng tạo, tư duy sáng tạo.
- Đưa ra các phương pháp dạy học rèn luyện tư duy sáng tạo.
- Điều tra, phân tích thực trạng dạy học phát huy tư duy sáng tạo trong chuyên đề dạy học Nguyên lý Dirichlet.
- Lý thuyết về các phương pháp dạy học chuyên đề nguyên lý Dirichlet.
- Căn cứ vào cơ sở lý luận, căn cứ vào thực tiễn giáo dục, đề xuất các biện pháp để thúc đẩy tư duy sáng tạo cho HS trong chuyên đề trên.
- Tiến hành vận dụng vào thực tiễn các biện pháp nêu ra trên các đối tượng HS cụ thể, kết quả cho thấy có tính khả quan.

2. Khuyến nghị :

- Trong nhà trường cần thường xuyên vận dụng các phương pháp dạy học tích cực nhằm phát triển các năng lực của học sinh, nhất là năng lực sáng tạo, vận dụng vào giải quyết vấn đề thực tiễn.
- Cần đổi mới kiểm tra đánh giá là khâu cuối cùng của dạy học, thì việc dạy-học của GV và HS mới thay đổi tích cực hơn.
- Rất mong sự góp ý và quan tâm của thày cô hướng dẫn luận văn và thầy cô trong hội đồng chuyên môn nhà trường góp ý để luận văn có nội dung phong phú và sâu sắc hơn. Trân trọng cảm ơn !

Kết luận quá sơ sài.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1]. Vũ Hữu Bình (2007), *Nâng cao và phát triển toán 6*, NXB Giáo dục, Hà Nội.

[2]. Vũ Hữu Bình (2008), *Nâng cao và phát triển toán 7*, NXB Giáo dục, Hà Nội.

[3]. Vũ Hữu Bình (2009), *Nâng cao và phát triển toán 8* , NXB Giáo dục, Hà Nội.

[4]. Vũ Hữu Bình (2011, (chủ biên), Đàm Hiếu Chiến, Trần Hữu Nam, Phạm Thị Bích Ngọc, Trường Công Thành, *Tài liệu chuyên toán trung học cơ sở toán 7 đại số tập 1*, NXB Giáo dục, Hà Nội.

[5] Phan Dũng (2010), *Phương pháp sáng tạo và đổi mới*, NXB Trẻ, TP Hồ Chí Minh.

[6]. Trần Nam Dũng, *Nguyên lý cực hạn*, Đại học KHTN, Đại hóc Quốc gia TP Hồ Chí Minh.

[7]. Nguyễn Hữu Điển (1999), *Phương pháp Dirichlet và ứng dụng* (Giáo trình ĐHSP), Nhà xuất bản Khoa học kĩ thuật.

[8]. Phạm Gia Đức- Phạm Đức Quang (2007), *Đổi mới phương pháp dạy học môn Toán ở trường trung học cơ sở nhằm hình thành và phát triển năng lực sáng tạo cho học sinh*, NXB ĐHSP, Hà Nội.

[9]. Trần Hiệp, Đỗ Long (chủ biên) (1990), *Sổ tay tâm lí học*, NXB khoa học Xã hội, Hà Nội.

[10]. Nguyễn Bá Kim (2004), *Phương pháp dạy học môn toán* (Giáo trình ĐHSP), Nhà xuất bản Đại học sư phạm.

[11]. Lecne I.Ia (1977), *Dạy học nêu vấn đề* (Phan Tất Đắc), NXB Giáo dục, Hà Nội.

[12]. Trần Luận (1995), *Phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh trung học phổ thông thông qua hệ thống bài tập*, Tạp chí nghiên cứu giáo dục số 8/1995.

[13]. Trần Luận (1995), *Về dạy học sáng tạo môn Toán ở trường phổ thông*,

Tạp chí nghiên cứu giáo dục số 3/1995.
[14]. Trần Luận (1996), *Vận dụng tư tưởng sư phạm của G.Pôlya xây dựng nội dung và phương pháp dạy học trên cơ sở các hệ thống bài tập theo chủ đề nhằm phát huy năng lực sáng tạo của học sinh chuyên toán cấp II*, Luận án PTS khoa học giáo dục - Tâm lý, Viện khoa học Giáo dục.
[15]. *Luật giáo dục* (2005), NXB Chính trị quốc gia, Hà Nội.
[16]. Rubinstêin R.S. (1958), *Về tư duy và những con đường khảo sát nó*, NXB Giáo dục, Hà Nội
[17]. Sadacôp M.N. (1970), *Tư duy của học sinh*, NXB Giáo dục, Hà Nội.
[18]. Tôn Thân (1995), *Xây dựng hệ thống câu hỏi và bài tập nhằm bồi dưỡng một số yếu tố của TDST cho HS khá và giỏi toán trường THCS Việt Nam*, Luận án Phó tiến sĩ khoa học, Sư phạm- Tâm lý, Viện Khoa học giáo dục.
[19]. Nguyễn Chí Thiện, *Dạy học giải quyết một số dạng toán số học theo hướng rèn luyện tư duy sáng tạo cho học sinh khá, giỏi lớp 8, 9 ở trường trung học cơ sở,* Tạp chí Giáo dục, Số 440 (Kì 2 - 10/2018), tr 40-43.
[20]. Nguyễn Huy Tú (1996), *Tâm lý học sáng tạo*, NXB Giáo dục, Hà Nội.
[21]. Nguyễn Huy Tú (2006), *Bộ trắc nghiệm sáng tạo TSD- Z của Kalus K.Urban với những ứng dụng ở nước ngoài và Việt Nam*, NXB Đại học sư phạm, Hà Nội.
[22]. Viện ngôn ngữ học (2005), *Từ điển tiếng Việt,* NXB Đà Nẵng.
[23]. Nguyễn Đức Uy (1999), *Tâm lý học sáng tạo*, NXB Giáo dục, Hà Nội.

TÀI LIỆU TIẾNG NƯỚC NGOÀI

[24]. Danton. J (1985), Adventures in thinking, Astralia, Thomas Nolson
[25]. Gardner H. (1988b), *Creativity: Anatomy of creativity seen through the lives of Freud, dinstein, Picaso, Stravinsky, Eliot. Graham, and Gandhi, New York*: Basic Books.
[26]. Guilford J. P. (1950), *Creativity,* American Psychologist.
[27]. Guilford J. P. (1956), *Structure of Intellect,* Psychological Bulletin.

[28]. Guilford J. P. (1967a), *Creativity: Yesterday, today, and tomorrow*, Journal of
Creative Behavior.

[29]. Guilford J. P. (1979), *Creativity: Retrospect and prospect*, Journal of Creative Behavior.

[30]. Taylor C.W. (1964), *Widening horizon in creativity*, New York: Wiley.

[31]. Torrance E. P., (1979), *Unique needs of creative child and adult, Trong A.H. Passow (Ed.), The gifted and talented: Their education and development. 78th NSSE Yearbook (tr.352-371). Chicago*: National Society for the Study of Education.

[32]. Torrance E.P. (1995), *Insights about creativity: Question, rejected, ridiculed, idnored,* Educational Psychology Review.

TÀI LIỆU TỪ INTERNET

[33]. "*Ứng dụng của nguyên lý Dirichlet*", https://tailieumontoan.com/download-ung-dung-cua-nguyen-ly-dirichlet-trong-toan-thcs-1735/.