ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN
KHOA TOÁN – CƠ – TIN HỌC

MỘT SỐ VẤN ĐỀ CHỌN LỌC TRONG TÍNH TOÁN KHOA HỌC

Sinh viên thực hiện : Ngụy Khánh Ly
Lớp: K62A2
Mã sinh viên : 17000424
Cán bộ hướng dẫn : TS.Hà Phi

Ngành Toán – Tin Ứng Dụng

(Chương trình đào tạo chuẩn)

Hà Nội - 2021

Câu 1: Cho 1 hệ điều khiển có hàm truyền là

$$G(s)=\begin{bmatrix} \dfrac{s}{(s-1)^2} & \dfrac{s}{s-1} \\ \dfrac{s^2+2s-9}{(s-1)(s+3)} & \dfrac{s+4}{s+3} \end{bmatrix}$$

a. Tìm 2 nhận dạng chính tắc điều khiển được và quan sát được của hàm truyền

- ❖ Bằng lý thuyết:

Ta có :

$$D=\lim_{s\to+\infty} G(s)=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Và

$$G(s)-D=\begin{bmatrix} \dfrac{s}{(s-1)^2} & \dfrac{1}{s-1} \\ \dfrac{-6}{(s-1)(s+3)} & \dfrac{1}{s+3} \end{bmatrix}$$

$$=\frac{1}{(s-1)^2(s+3)}\begin{bmatrix} s(s+3) & (s-1)(s+3) \\ -6(s-1) & (s-1)^2 \end{bmatrix}$$

$$Q(s)=(s-1)^2(s+3)=(s^2-2s+1)(s+3)$$

$$=s^3+s^2-5s+3$$

$$\Rightarrow \alpha_1=1; \alpha_2=-5; \alpha_3=3$$

$$N(s) = N_1 s^2 + N_2 s + N_3$$

$$= \begin{bmatrix} s^2+3s & s^2+2s-3 \\ -6s+6 & s^2-2s+1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} s^2 + \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -6 & -2 \end{bmatrix} s + \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow N_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; N_2 = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -6 & -2 \end{bmatrix}; N_3 = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}$$

- Dạng chính tắc điều khiển được:

  Số chiều là n=rp=3*2=6
  Hệ không gian – trạng thái:

$$\begin{cases} \dot{x} = \text{Ax+Bu} \\ y = Cx + Du \end{cases}$$

Với

$$A = \begin{bmatrix} -\alpha_1 I_p & -\alpha_2 I_p & -\alpha_3 I_p \\ I_p & 0_p & 0 \\ 0 & I_p & 0_p \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & 0 & 5 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 5 & 0 & -3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} I_p \\ 0_p \\ 0_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & N_3 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 2 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & -6 & -2 & 6 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- Dạng chính tắc quan sát được:

  Số chiều là n=rq=3*2=6
  Hệ không gian – trạng thái:

  $$\begin{cases} \dot{x} = \mathrm{Ax+Bu} \\ y = Cx + Du \end{cases}$$

  Với

$$A=\begin{bmatrix} -\alpha_1 I_q & I_q & 0 \\ -\alpha_2 I_q & 0_q & I_q \\ -\alpha_3 I_q & 0 & 0_q \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B=\begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 3 & 2 \\ -6 & -2 \\ 0 & -3 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C=\begin{bmatrix} I_q & 0_q & 0_q \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

❖ Bằng thực hành:
Code lập trình Matlab:

```
>> N1=[0 1 3 0;1 1 -11 9];
Q1=[1 1 -5 3];
[A1,B1,C1,D1]=tf2ss(N1,Q1);
N2=[1 2 -3 0;1 2 -7 4];
Q2=[1 1 -5 3];
[A2,B2,C2,D2]=tf2ss(N2,Q2);
A=blkdiag(A1,A2)
B=blkdiag(B1,B2)
C=[C1,C2]
D=[D1,D2]
```

Kết quả chạy hiển thị:

```
A =


    -1     5    -3     0     0     0
     1     0     0     0     0     0
     0     1     0     0     0     0
     0     0     0    -1     5    -3
     0     0     0     1     0     0
     0     0     0     0     1     0
```

```
B =

     1     0
     0     0
     0     0
     0     1
     0     0
     0     0

C =

     1     3     0     1     2    -3
     0    -6     6     1    -2     1


D =

     0     1
     1     1
```

b. Tìm nhận dạng tối thiểu áp dụng lệnh minreal

Code lập trình Matlab:

```
>> N1=[0 1 3 0;1 1 -11 9];
Q1=[1 1 -5 3];
[A1,B1,C1,D1]=tf2ss(N1,Q1);
N2=[1 2 -3 0;1 2 -7 4];
Q2=[1 1 -5 3];
[A2,B2,C2,D2]=tf2ss(N2,Q2);
A=blkdiag(A1,A2)
B=blkdiag(B1,B2)
C=[C1,C2]
D=[D1,D2]
[am,bm,cm,dm]=minreal(A,B,C,D)
```

Kết quả chạy hiển thị:

```
>> [am,bm,cm,dm]=minreal(A,B,C,D)
3 states removed.

am =

   -0.6387    5.0716    1.0711
    0.8890   -1.1568   -0.5902
    0.2736    0.8325    0.7955
```

```
bm =

   -0.8058   -0.4395
    0.0619    0.1333
   -0.0455   -0.2234


cm =

   -1.2523   -2.9014   -3.7435
    0.7096    8.7805   -0.6317


dm =

     0     1
     1     1
```

Vậy nhận dạng tối thiểu tìm được là:

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} -0.6387 & 5.0716 & 1.0711 \\ 0.8898 & -1.1568 & -0.5902 \\ 0.2736 & 0.8325 & 0.7955 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} -0.8058 & -0.4395 \\ 0.0619 & 0.1333 \\ -0.0455 & -0.2234 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} -1.2523 & -2.9014 & -3.7435 \\ 0.7096 & 8.7805 & -0.6317 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} u \end{cases}$$

c. Tìm phép đổi biến số thích hợp (magnitude scaling)

Code lập trình Octave:

```
A = [-0.6387 5.0716 1.0711;0.8898 -1.1568 -0.5902;0.2736 0.8325 0.7955];
B = [-0.8058 -0.4395;0.0619 0.1333;-0.0455 -0.2234];
C = [-1.2523 -2.9014 -3.7435;0.7069 8.7805 -0.6317];
D = [0 1;1 1];
sys = ss(A,B,C,D) ;

figure(1); clf;
[y,t,x] = step(sys,10);
plot(t,x(:,1),t,x(:,2),t,x(:,3),t,y(:,1),t,y(:,2))
legend('x1','x2','x3','y1','y2')
title('Plot the step response for the system')
grid on

M1 = max(abs(x(:,1)))
M2 = max(abs(x(:,2)))
M3 = max(abs(x(:,3)))
My1 = max(abs(y(:,1)))
My2 = max(abs(y(:,2)))
My=max(My1,My2)

P = [My/M1 0 0; 0 My/M2 0;0 0 My/M3] ;
```

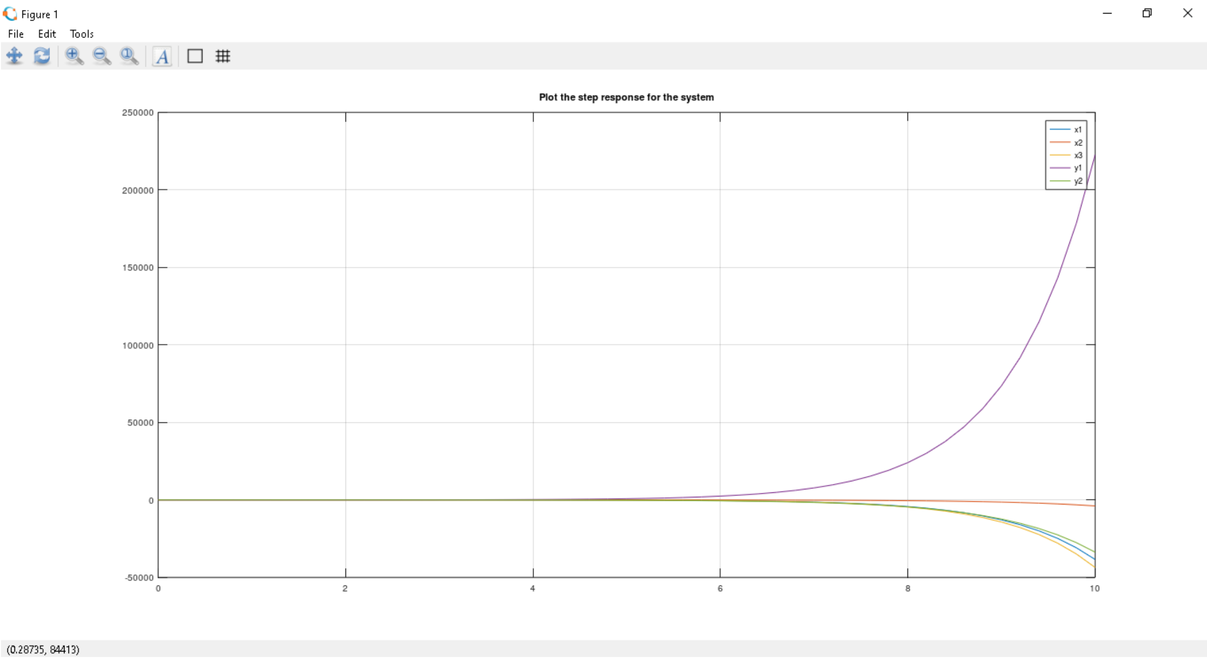
line: 36 | col: 24 | encoding: SYSTEM (CP1252) | eol: CRLF

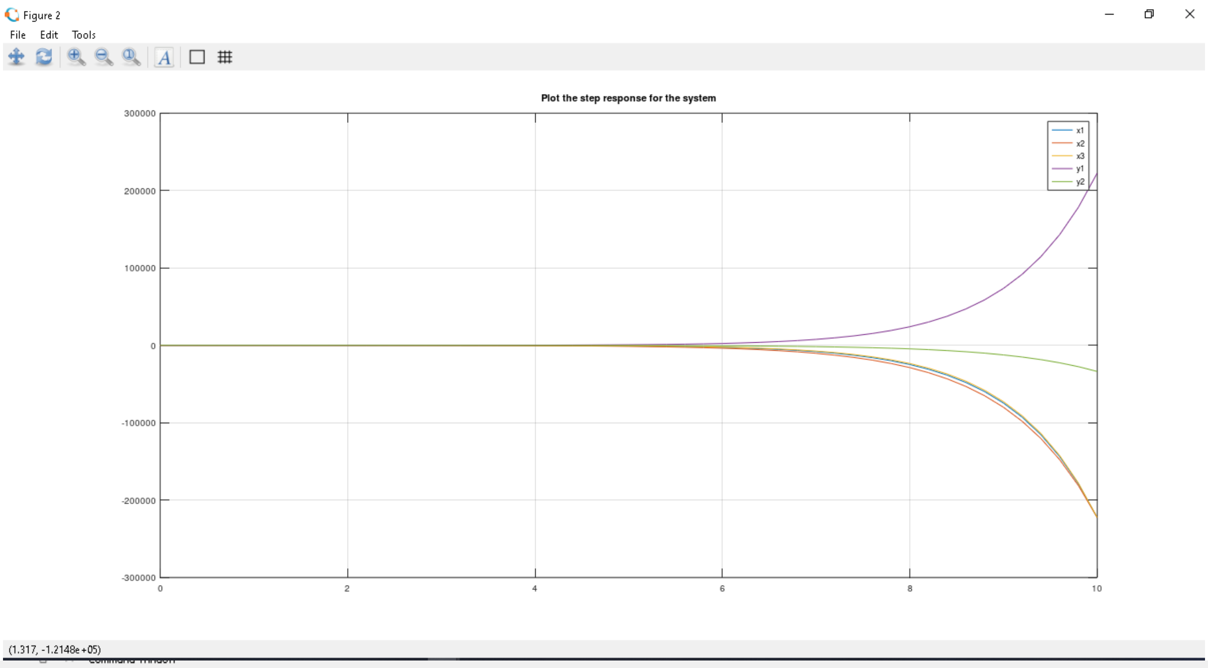
Command Window | Documentation | Variable Editor | Editor

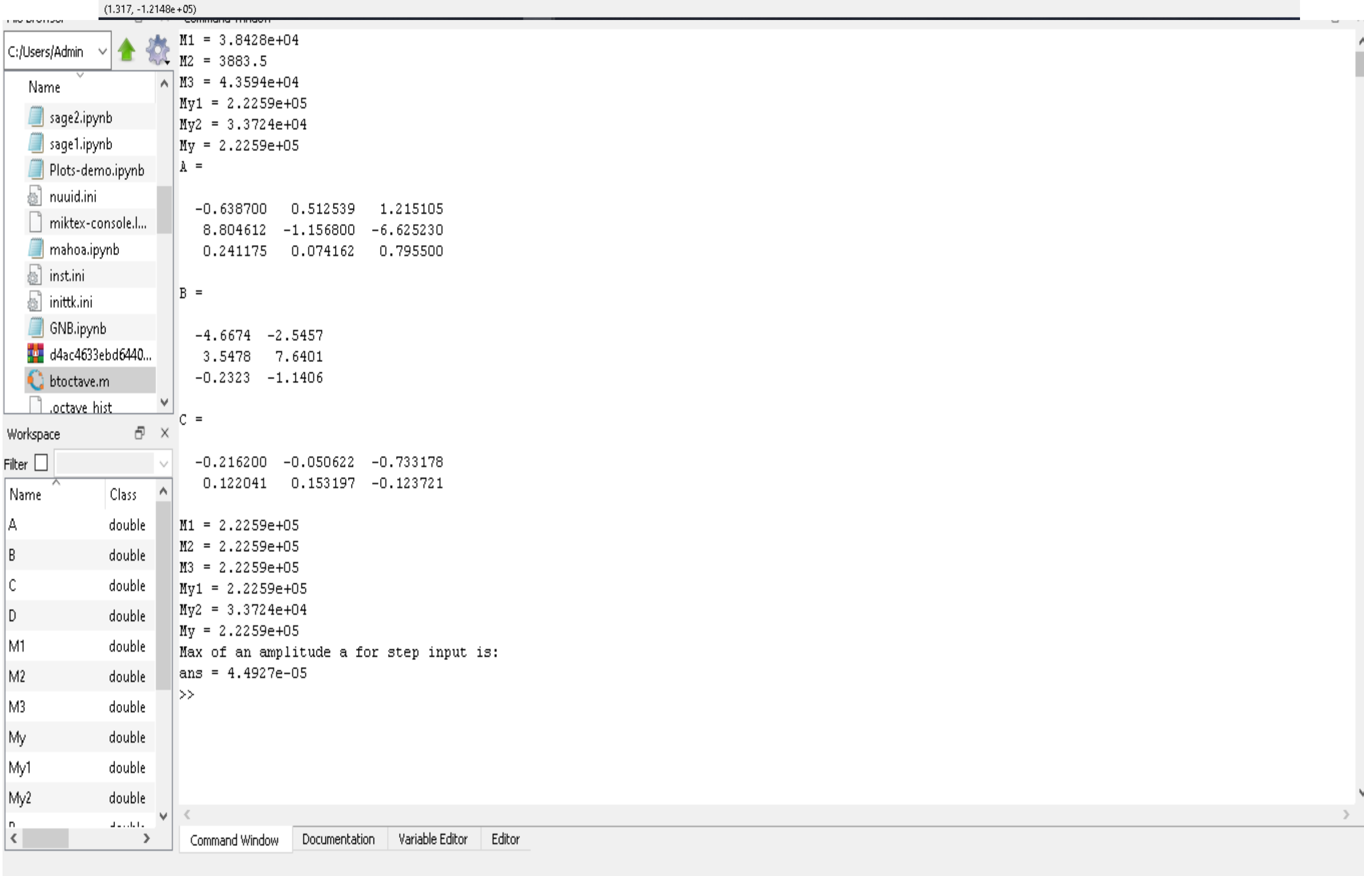
```
A = P * A * inv(P)
B = P * B
C = C * inv(P)
sys = ss(A,B,C,D) ;
figure(2); clf;
[y,t,x] = step(sys,10);
plot(t,x(:,1),t,x(:,2),t,x(:,3),t,y(:,1),t,y(:,2))
legend('x1','x2','x3','y1','y2')
title('Plot the step response for the system')
grid on

M1 = max(abs(x(:,1)))
M2 = max(abs(x(:,2)))
M3 = max(abs(x(:,3)))
My1 = max(abs(y(:,1)))
My2 = max(abs(y(:,2)))
My = max(My1,My2)

disp('Max of an amplitude a for step input is: ')
10/My

```

line: 43 col: 6 encoding: SYSTEM (CP1252) eol: CRLF

Kết quả chạy hiển thị:







d. Nếu mọi tín hiệu phải nằm trong phạm vi $\pm$10V và nếu hàm đầu vào là hàm bước nhảy(step với độ lớn a) thì a tối đa có thể là $10 / My$

Câu 2:

Phương trình chuyển động của hệ được mô tả bằng hệ phương trình

$$PT(1): J_e\ddot{\theta}(t) = NK_m i(t) - T_d(t)$$

$$PT(2): L\frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = v(t) - NK_m\dot{\theta}(t)$$

a. Xây dựng mô hình không gian – trạng thái của hệ thống khi đầu ra mong muốn là vị trí góc của tải θ

Ta có:

$$x_1 = \theta$$

$$x_2 = \dot{\theta}$$

$$x_3 = i$$

$$X = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta & \dot{\theta} & i \end{bmatrix}$$

Vậy

$$\dot{x}_1 = \dot{\theta} = x_2$$

$$\dot{x}_2 = \ddot{\theta} = \frac{NK_m}{J_e}x_3 - \frac{T_d(t)}{J_e}(theoPT(1))$$

$$\dot{x}_3 = \frac{di}{dt} = -\frac{NK_m}{L}x_2 - \frac{R}{L}x_3 + \frac{1}{L}v(t)(theoPT(2))$$

Hệ phương trình

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{NK_m}{J_e} \\ 0 & -\frac{NK_m}{L} & \frac{-R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{-1}{J_e} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_d(t) \\ v(t) \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \dot{X} = AX(t) + BU(t)$$

Trong đó:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{NK_m}{J_e} \\ 0 & -\dfrac{NK_m}{L} & \dfrac{-R}{L} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \dfrac{-1}{J_e} & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{L} \end{bmatrix}$$

$$X(t) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

$$U(t) = \begin{bmatrix} T_d(t) \\ v(t) \end{bmatrix}$$

Thay

$$K_m = 0.05$$

$$R = 1.2$$

$$L = 0.05$$

$$J_m = 0.0008$$

$$J = 0.02$$

$$N = 12$$

$$J_e = J + N^2 J_m = 0.1352$$

Vào hệ phương trình ta được :

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4.44 \\ 0 & -12 & -24 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -7.40 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix} U$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x$$

b. Tìm hàm truyền của hệ, tìm các cực, không điểm của hệ

Code lập trình Matlab:

```
A = [0 1 0;0 0 4.44;0 -12 -24];
B = [0 0;-7.4 0;0 20];
C = [1 0 0];
D = [0 0];
[N1, D1] = ss2tf(A, B, C, D, 1)
N = [0 0 -7.4 -177.6];
D = [1 24 53.2 0];
sys = tf(N, D)
P = pole(sys)
```

Kết quả chạy hiển thị:

```
N1 =

         0         0   -7.4000 -177.6000


D1 =

    1.0000   24.0000   53.2800         0


sys =

     -7.4 s - 177.6
  ---------------------
  s^3 + 24 s^2 + 53.2 s

Continuous-time transfer function.
P =

         0
  -21.5289
   -2.4711


>>
```

Vậy ta tìm được hàm truyền :

$$\frac{-7.4s-177.6}{s^3+24s^2+53.2s}$$

c. Vẽ đồ thị của hàm phản hồi trạng thái 0(với 2 hàm đầu vào trên) trong khoảng thời gian [0,20]

   Code lập trình Matlab:

```
step(sys)
impulse(sys,20)
```

Kết quả chạy hiển thị: