

Câu 1 Hãy viết hàm phân đôi (bisection trong Python có dạng) sau:

```
def bisection(f, a, b, nmax, tol):  
    return c, err, n
```

trong đó f là hàm số; a, b : là điểm đầu và điểm cuối của đoạn ta tìm nghiệm; $nmax$: số lượng tối đa các phép lặp; tol : sai số nhỏ nhất cho phép; c : nghiệm xấp xỉ; err : đánh giá cận trên của sai số tuyệt đối của nghiệm xấp xỉ; n : số bước lặp thực hiện để tìm c .

Trong các câu sau hãy sử dụng chính hàm bisection vừa viết trong câu 1 để thực hành trong Python.

Câu 2 Sử dụng phương pháp phân đôi để tìm nghiệm của các phương trình sau, với sai số $tol = 1e - 9$.

- (a) Các nghiệm thực của phương trình $x^3 - x^2 - x + 1 = 0$.
- (b) Nghiệm của phương trình $x^2 = 1 + 0.3 \cos(x)$.
- (c) Nghiệm dương nhỏ nhất của $\cos(x) = 1/2 + \sin(x)$.
- (d) Nghiệm của $x = e^{-x}$.
- (e) Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $e^{-x} = \sin(x)$.

Câu 3 Vẽ đồ thị của hai hàm số ở 2 vế của phương trình $x = \tan(x)$, và quan sát giao điểm của 2 đồ thị đó.

- (a) Dựa vào đồ thị, hãy chọn 2 điểm đầu mút a, b cho phương pháp phân đôi để tìm nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $x = \tan(x)$, với độ chính xác $\epsilon = 1e - 9$.
- (b) Tìm nghiệm gần 100 nhất của phương trình $x = \tan(x)$ sử dụng phương pháp phân đôi.

Câu 4 a) Viết script trong Python sử dụng phương pháp phân đôi để tìm tất cả các nghiệm của phương trình sau với độ chính xác $\epsilon = 1e - 6$.

$$f(x) := 32x^6 - 48x^4 + 18x^2 - 1 = 0.$$

b) Tính số bước lặp theo công thức trong lý thuyết và so sánh với kết quả lặp trình trong Python.

Câu 5 a) Sử dụng phương pháp phân đôi để giải phương trình sau với độ chính xác $\epsilon = 1e - 6$.

$$f(x) := x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0.$$

Hãy thử nghiệm 3 phương pháp khác nhau để gọi giá trị của hàm f : 1) dùng dạng đã cho 2) đảo ngược thứ tự 3) dùng dạng đa thức trong lược đồ Horner $f(x) = -1 + x(3 + x(-3 + x))$.
b) Chọn 1 trong 3 phương pháp trên và thử các đoạn $[a, b]$ khác nhau, ví dụ, $[0, 1.5]$, $[0.5, 2.0]$, và $[0.5, 1.1]$. Giải thích sự khác nhau trong các kết quả thu được.

—————Hết—————