

Bài Tập Giải Tích Số. No 6b
Giải số phương trình vi phân - Các bài toán ứng dụng

Câu 1 Nước chảy từ một bể hình nón ngược với lỗ hình tròn với tốc độ

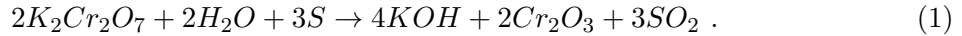
$$x'(t) = -0.6\pi r^2 \sqrt{2g} \frac{\sqrt{x}}{Ax}$$

trong đó r là bán kính của lỗ, x là chiều cao của mực chất lỏng tính từ đỉnh của hình nón và $A(x)$ là diện tích của mặt cắt ngang của bể x đơn vị phía trên lỗ. Giả sử $r = 0.1$ m, $g = 32.1$ m/s² và bể có mực nước ban đầu là 8 m và thể tích ban đầu là $\approx 512\pi/3$ m³.

a. Tính mực nước sau 10 min với $h = 20$ s.

b. Xác định, trong vòng 1 phút, xem khi nào bể sẽ rỗng.

Câu 2 Phản ứng hóa học không thuận nghịch trong đó hai phân tử kali dicromat rắn ($K_2Cr_2O_7$), hai phân tử nước (H_2O) và ba nguyên tử lưu huỳnh rắn (S) kết hợp để tạo ra ba phân tử khí lưu huỳnh đioxit (SO_2), bốn phân tử kali hydroxit rắn (KOH), và hai phân tử oxit cromic rắn (Cr_2O_3) có thể được biểu diễn một cách tượng trưng bằng phương trình phản ứng



Nếu ban đầu có n_1 phân tử $K_2Cr_2O_7$, n_2 phân tử H_2O và n_3 phân tử S thì phương trình vi phân sau mô tả lượng $x(t)$ KOH sau thời gian t :

$$x'(t) = k \left(n_1 - \frac{x}{2}\right)^2 \left(n_2 - \frac{x}{2}\right)^2 \left(n_3 - \frac{3x}{4}\right)^3$$

với k là hằng số vận tốc của phản ứng. Nếu $k = 6.22 \cdot 10^{-19}$, $n_1 = n_2 = 2 \cdot 10^3$ và $n_3 = 3 \cdot 10^3$, thì có bao nhiêu đơn vị kali hydroxit sẽ được tạo thành sau 0,2 s?

Hết