

Đây chỉ là một mẫu đề thi thầy soạn dựa trên giới hạn của thầy Hiếu, không phải đề thi thật và không có phần nào trùng với đề thi thật.

**Câu 1** a) Các phép lặp sau có hội tụ đến  $\alpha$  hay không? Nếu hội tụ, hãy xác định tốc độ hội tụ, cho  $x_0$  đủ gần  $\alpha$ .

a)  $x_{n+1} = \frac{15x_n^2 - 24x_n + 13}{4x_n}$ ,  $\alpha = 1$ ,

b)  $x_{n+1} = \frac{3}{4}x_n + \frac{1}{x_n^3}$ ,  $\alpha = \sqrt{2}$ .

b) Tìm số bước lặp cần thiết để nhận được xấp xỉ với sai số tuyệt đối không quá  $1e-5$ , với  $x_0 = \alpha + 1e-1$ .

c) Viết công thức đánh giá sai số hậu nghiệm và áp dụng để đánh giá sai số của  $x_3$ , với  $x_0$  như câu b.

**Câu 2** (3đ) Độ nhớt của một chất lưu là thông số đại diện cho ma sát trong của dòng chảy. Độ nhớt được biểu diễn qua một hàm bậc hai của nhiệt độ  $T$ , tức là  $V = a + bT + cT^2$ . Hãy dùng cả 2 phương pháp "lập phương trình chính tắc" và "trực giao hóa ma trận" để tìm các hệ số của hàm xấp xỉ tốt nhất bằng số liệu sau theo phương pháp bình phương tối thiểu.

$T$	1	2	3	4	5	6	7
$V$	2.31	2.01	1.80	1.66	1.55	1.47	1.41.

**Câu 3** Cho hệ phương trình sau

$$2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 3,$$

$$3x_1 + x_2 - 2x_3 = 3,$$

$$4x_1 + 11x_2 + 7x_3 = 4.$$

a) Hãy đi tìm phân tích LU có pivot như trong phân tích phần tử trội.

b) Giải hệ phương trình trên bằng phương pháp phần tử trội.

**Câu 4** Cho bài toán Cauchy

$$y' = x - y,$$

$$y(0) = 1.$$

trên đoạn  $[0, 1.0]$ . Hãy thực hiện hai bước với bước đi  $= 0.2$  bằng

a, công thức Euler

b, công thức Runge-Kutta "trung điểm" hiển:

$$(s = 2, a_2 = 1/2, b_{21} = 1/2, c_1 = 0, c_2 = 1)$$

Tính sai số thực tế  $e_i = y(x_i) - y_i$ , biết nghiệm chính xác  $y(x) = 2e^{-x} + x - 1$ .

Thực hiện lại tính toán với  $h = 0.1$  và  $h = 0.05$ ; so sánh các lời giải số.

Trong Đề 1 bài tập 3 có thể được thay bằng giải hệ bằng phân tích Cholesky như sau.

**Câu 5** Cho hệ phương trình dạng  $Ax = b$  với ma trận hệ số vế trái là đối xứng, xác định dương như sau.

$$4x_1 - 2x_2 + 4x_3 = b_1,$$

$$-2x_1 + 5x_2 - 4x_3 = b_2,$$

$$4x_1 - 4x_2 + 6x_3 = b_3.$$

a) Hãy tìm phân tích Cholesky của ma trận  $A$ .

b) Sử dụng phương pháp Cholesky để tìm nghiệm của hệ phương trình trên.

—————Hết—————