

**Câu 1** Giải phương trình truyền sóng elastic 1 chiều dạng

$$\rho \partial_t^2 u = \partial_x (\mu \partial_x u) + f(t, x) \quad (1)$$

bằng phương pháp phần tử hữu hạn sử dụng bảng sau. Ở đây ta giả sử rằng hàm mật độ  $\rho$  và mô đun kéo  $\mu$  đều phụ thuộc vào không gian.

	Left	Middle	Right
x	4,600 m	1,000 m	4,600 m
$v_s$	6,000 m/s	1,500 m/s	3,000 m/s
$dx$	40 m	10 m	20 m
$\rho$	2,500 kg/m <sup>3</sup>	2,500 kg/m <sup>3</sup>	2,500 kg/m <sup>3</sup>
Parameter	Value		
$nt$	18,000		
$dt$	3.3 ms		
$f_0$	5 Hz		
$eps$	0.5		

Hình 1: Tham số mô phỏng cho sóng elastic 1 chiều, trường hợp môi trường không thuần nhất

Yêu cầu:

- 1) Xây dựng và tính toán chi tiết các ma trận độ cứng  $K$ , ma trận trọng  $M$ ,  $f$ .
- 2) Sử dụng lưới không đều ( $h$ -adaptivity).

Chú ý rằng trong mô phỏng với vận tốc sóng thay đổi như trong Hình 1 cần tính các bước thời gian

thích hợp theo công thức CFL:  $\epsilon = c_{max} \frac{dt}{dx}$ , trong đó  $c_{max}$  là vận tốc sóng tối đa trên toàn miền.

Hãy quan sát độ lệch  $u$  trên các miền con, bạn có nhận xét gì?

**Câu 2** Cùng câu hỏi như bài tập 1, tuy nhiên hãy sử dụng những hàm định dạng (shape function) bậc hai như trong Mục 6.5 (Chương 6 SGT).