Trường ĐHKHTN, ĐHQGHN K63 TTƯD - Thầy Hà Phi Học Kỳ 1 (2019-2020) Bài Tập Giải Tích Số. No 6 Giải hệ pt tuyến tính Ax=b

Tim hiểu toolbox linalg trong Python https://docs.scipy.org/doc/numpy-1.15.1/reference/routines.linalg.html.

Câu 1 Với tham số t, sử dụng toolbox linalg hãy đi tìm chuẩn 1, 2, ∞ của ma trân $A = \begin{bmatrix} 1 & t \\ t & 1+t^2 \end{bmatrix}$ với t = 10, 100, 200, ..., 1000. Tìm số điều kiện của các ma trận A đó.

Câu 2 Ma trận Hermit được định nghĩa bởi $H_n = \left[\frac{1}{i+j-1}\right]_{i,j=1}^n$. Hãy đi tìm số điều kiện của H_5 , H_{12} theo các chuẩn 1, 2, ∞ .

Câu 3 Hãy viết hàm trong Python để giải hệ phương trình Lx = z (t. ứ. Rx = z) với L (t. ứ. R) là ma trận tam giác dưới (t. ứ. tam giác trên). Test code của các em với các hệ phương trình tư chọn.

Câu 4 Viết hàm Python để tìm phân tích LU. Từ đó sử dụng phương pháp Gauss để giải hệ phương trình sau

$$2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 3,$$

$$3x_1 + x_2 - 2x_3 = 3,$$

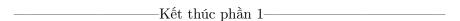
$$4x_1 + 11x_2 + 7x_3 = 4.$$

So sánh kết quả của các em với cách giải sử dụng toolbox linalg trong Python.

Câu 5 Giả sử ma trận <math>A thỏa mãn PA = LU, trong đó a) Hãy sử dụng các ma trận trên để

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \ L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1 & 0 \\ 1/3 & 1/4 & 1 \end{pmatrix}, \ U = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

giải hệ phương trình Ax = b với $b = \begin{bmatrix} 2 & 10 & -12 \end{bmatrix}^T$ mà không cần tìm ma trận A hay tìm nghich đảo của A. b, Có thể nhận thấy ma trận P nhận được từ ma trận đơn vị bằng cách hoán vị các hàng. Hãy nêu ý nghĩa của việc nhân một ma trận với P từ bên trái.



Câu 6 Trong trường hợp ma trận A là đối xứng, xác định dương thì phương pháp Cholesky thường được sử dụng. Hãy đọc phương pháp này trang 116-120 (Giáo trình DHBK) hoặc Section 2.4 (Giáo trình Kiusalass) và tìm hiểu hàm numpy.linalg.cholesky trong Python. Áp dụng để giải hệ phương trình sau đối với vế phải b lần lượt bằng $[2\ 3\ 0]^T$ và $[2\ 5\ -2]^T$.

$$4x_1 - 2x_2 + 4x_3 = b_1,$$

$$-2x_1 + 5x_2 - 4x_3 = b_2,$$

$$4x_1 - 4x_2 + 6x_3 = b_3.$$

Câu 7

Giải hệ phương trình sau bằng phương pháp Jacobi và phương pháp Gauss-Seidel

$$4x_1 + 0.4x_2 - 0.4x_3 = 8$$

$$0.3x_1 - 3x_2 - 0.6x_3 = -9$$

$$0.5x_1 + 0.5x_2 + 5x_3 = 5$$

a, Viết công thức lặp Jacobi. Kiểm tra điều kiện hội tụ.

b, Với
$$x^{(0)} = (0, 0, 0)^T$$
, tính $x^{(i)}$, $i = 1, 2, 3$.

- c, Viết các công thức đánh giá sai số và áp dụng để đánh giá sai số của kết quả $x^{(3)}$ ở câu trên.
- d, Hāy đánh giá số lần lặp cần thiết để sai số nhỏ hơn 10^{-3} , 10^{-6} .
- e, Viết công thức lặp Gaus-Seidel cho hệ trên. Tính lại $x^{(i)}$, i=1,2,3.

Câu 8

Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} x_1 + \alpha x_2 &= b_1 \\ \alpha x_1 + x_2 + \alpha x_3 &= b_2 \\ \alpha x_2 + x_3 &= b_3 \end{cases}$$

- a. Viết công thức lặp Jacobi để giải gần đúng hệ trên. Xác định điều kiện về α để sự hội tụ được đảm bảo.
- b. Viết công thức lặp Gauss-Seidel để giải gần đúng hệ trên. Xác định điều kiện về α để sự hội tụ được đảm bảo.
 - c. Từ các tính toán ở hai câu trên, hãy so sánh tốc độ hội tụ của hai phương pháp.

