

Câu 1 a) Biết rằng

$$\frac{\pi^4}{90} = 1^{-4} + 2^{-4} + 3^{-4} + \dots$$

Cần khoảng bao nhiêu số hạng để có thể tính $\frac{\pi^4}{90}$ với sai số tuyệt đối $\leq 0.5 \cdot 10^{-6}$. Tính sai số tuyệt đối và tương đối.

b) Cần khoảng bao nhiêu số hạng trong khai triển Maclaurin để tính gần đúng $\cos(x)$ với $|x| < 0.5$, chính xác đến 12 chữ số thập phân. Tính sai số tuyệt đối và tương đối.

Hãy viết script Python để thực hiệ cả 2 phần a) và b) ở trên.

Câu 2 Sử dụng khai triển Taylor để biểu diễn $f(x+h) = \sin(\pi/4+h)$ và tính gần đúng $\sin(45.0005)$, làm tròn đến chín chữ số thập phân. Viết script để tính toán trong Python.

Câu 3 Ôn tập về chữ số chắc, đánh mất các chữ số chắc và một số cách khắc phục.

i) $\sin(x) - x$ với $x \approx 0$,

ii) $\sqrt{x+1} - \sqrt{1-x}$ với $x \approx 0$,

iii) $\cos^2(x) - \sin^2(x)$ với $x \approx \frac{\pi}{4}$,

iv) $\ln(x) - 1$ với $x \approx e$,

iv) $f(x) = \sqrt{x+4} - 2$ tại $x \approx 0$,

v) $f(x) = 1 - \sin(x)$ tại $x \approx \pi$,

vi) $f(x) = \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{x^2} - \frac{x^2 \sin x}{x - \tan x}$ tại $x \approx 0$.

Câu 4 Tìm cách tính $f(x) = \frac{\cos x - e^{-x}}{\sin x}$ để tránh sự "đánh mất một số chữ số chắc bởi phép trừ" và hãy tính gần đúng $f(0.008)$ chính xác đến 10 chữ số thập phân. Viết script Python để thực hiện.

Câu 5 Viết công thức nghiệm của phương trình bậc hai $x^2 - 10^5x + 1 = 0$. Viết script trên Python để tìm nghiệm và giải thích vì sao nếu sử dụng máy tính chỉ chính xác đến 8 chữ số thập phân cho công thức nghiệm cổ điển thì có thể dẫn đến sự đánh mất một số chữ số chắc. Đưa ra giải pháp và kiểm tra sử dụng Python.

Hết