ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

TRƯỜNG ĐẠI HỌC GIÁO DỤC

TRỊNH THỊ THÚY

PHÁT TRIỂN TƯ DUY SÁNG TẠO CHO HỌC SINH THÔNG QUA DẠY HỌC CHỦ ĐỀ PHƯƠNG TRÌNH, HỆ PHƯƠNG TRÌNH LỚP 10 BAN NÂNG CAO

LUẬN VĂN THẠC SĨ SƯ PHẠM TOÁN

Hà Nội – 2017

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

TRƯỜNG ĐẠI HỌC GIÁO DỤC

TRỊNH THỊ THÚY

PHÁT TRIỂN TƯ DUY SÁNG TẠO CHO HỌC SINHTHÔNG QUA DẠY HỌC CHỦ ĐỀ PHƯƠNG TRÌNH, HỆ PHƯƠNG TRÌNH LỚP 10 BAN NÂNG CAO

LUẬN VĂN THẠC SĨ SƯ PHẠM TOÁN

CHUYÊN NGÀNH: LÝ LUẬN VÀ PHƯƠNG PHÁP DẠY HỌC

(BỘ MÔN TOÁN)

Mã số: 8 14 01 11

Người hướng dẫn khoa học: PGS.TS. Lê Anh Vinh

Hà Nội – 2017

LỜI CẢM ƠN

Tôi xin bày tỏ lòng kính trọng và biết ơn sâu sắc tới PGS. TS. Lê Anh Vinh,người đã hết sức tận tâm trong việc định hướng, chỉ đạo và giúp đỡ về mặt chuyên môn để tôi có thể hoàn thành được luận văn này.

Tôi xin gửi lời cảm ơn chân thành tới toàn thể các giảng viên, cán bộ trường Đại học Giáo Dục, Đại học Quốc gia Hà Nội đã giúp đỡ,tạo điều kiện thuận lợi cho tôi trong suốt thời gian học tập và nghiên cứu tại trường.

Tôi xin gửi lời cảm ơn sâu sắc tới Ban giám hiệu, các thầy giáo, cô giáo và các em học sinh trường Trường trung học phổ thông A Hải Hậu, huyện Hải Hậu, tỉnh Nam Định đã nhi ệt tình giúp đỡ và tạo điều kiện cho tôi điều tra, tiến hành thực nghiệm trong quá trình nghiên cứu luận văn.

Cuối cùng, tôi xin chân thành cảm ơn gia đình, bạn bè và các học viên lớp cao học Toán k11, trường Đại học Giáo dục đã động viên, giúp đỡ tôi trong suốt thời gian thực hiện đề tài này.

Hà Nội, tháng 10 năm 2017

Tác giả

Trịnh Thị Thúy

MỤC LỤC

DANH MỤC CÁC BẢNG

DANH MỤC CÁC BIỂU ĐỒ

MỞ ĐẦU

1. Lý do chọn đề tài

Mục tiêu của giáo dục đào tạo đã được xác định trong nghị quyết Trung ương Đảng khóa VII là *"Đào tạo những con người lao động tự chủ, năng động sáng tạo, có năng lực giải quyết những vấn đề thường gặp, góp phần thực hiện mục tiêu lớn của đất nước là: dân giàu, nước mạnh, xã hội công bằng, dân chủ, văn minh"*.

Nghị quyết Hội nghị lần thứ 4 Ban chấp hành Trung ương Đảng Cộng sản Việt Nam (khóa VII, 1993) về tiếp tục đổi mới sự nghiệp giáo dục và đào tạo đã nhận định: "*Con người được đào tạo thường thiếu năng động, chậm thích nghi với nền kinh tế xã hội đang đổi mới*", từ đó chỉ đạo chúng ta phải đổi mới giáo dục và đào tạo, đổi mới phương pháp giáo dục. Điều 29 trong Luật Giáo dục (2005) ghi rõ: "*Phương pháp giáo dục phổ thông phải phát huy tính tích cực, tự giác, chủ động, sáng tạo,… của học sinh; bồi dưỡng phương pháp tự học, khả năng làm việc theo nhóm, rèn luyện kĩ năng vận dụng kiến thức vào thực tiễn, tác động đến tình cảm, đem lại niềm vui, hứng thú cho học sinh"*.

Nghị quyết Hội nghị lần thứ 2 Ban chấp hành Trung ương Đảng Cộng sản Việt Nam (khóa VIII, 1997) tiếp tục khẳng định: "*Phải đổi mới phương pháp giáo dục đào tạo, khắc phục lối truyền thụ một chiều, rèn luyện thành nếp tư duy sáng tạo của người học. Từng bước áp dụng các phương pháp tiên tiến và phương tiện hiện đại vào quá trình dạy học, đảm bảo điều kiện và thời gian tự học, tự nghiên cứu cho học sinh nhất là sinh viên đại học."*

Như vậy việc bồi dưỡng, phát triển tư duy sáng tạo cho người học vừa là mục tiêu, vừa là nhiệm vụ quan trọng của ngành giáo dục nhằm đào tạo nguồn nhân lực chất lượng cao cho đất nước, đáp ứng yêu cầu công nghiệp hóa, hiện đại hóa.

Mặt khác, Toán học là môn khoa học cơ bản, là công cụ để học tập và nghiên cứu các môn học khác và có vị trí quan trọng trong chương trình phổ thông.Thông qua học Toán giáo viên có thể giúp học sinh phát triển các năng lực, phẩm chất trí tuệ, đặc biệt là phát triểntư duy sáng tạo cho học sinh.Nội dung phương trình, hệ phương trình là một nội dung hay và khó, chứa đựng tiềm năng phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh. Tuy nhiên việc dạy học phương trình, hệ phương trình ở trường Trung học phổ thông còn có những hạn chế, bất cập: giáo viên chủ yếu chú trọng rèn luyện những kỹ năng giải phương trình, hệ phương trình theo một số dạng toán quen thuộc mà chưa quan tâm và chưa biết cách khai thác cơ hội để phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh.

Vấn đề bồi dưỡng tư duy sáng tạo cho học sinh qua môn Toán được nhiều tác giả quan tâm. Trên thế giới, các công trình của nhà tâm lí học Mỹ Guilford [24] và Torrance [26] đã nghiên cứu sâu về năng lực tư duy sáng tạo và bản chất của sự sáng tạo trong các lĩnh vực khác nhau. Việc bồi dưỡng năng lực sáng tạo cho học sinh trong nhà trường là chủ đề nhiều tác phẩm của các nhà tâm lý học, giáo dục học phương Tây, Liên Xô (cũ), Nhật Bản, Trung Quốc. Trong cuốn "Sáng tạo toán học", G. Polya [8] đã đi sâu nghiên cứu bản chất của quá trình giải toán, quá trình sáng tạo toán học và đúc rút những kinh nghiệm giảng dạy của bản thân. Tác phẩm nổi tiếng "Tâm lý năng lực giải toán của học sinh", Krutecxki [14] đã nghiên cứu cấu trúc năng lực toán học của học sinh,và nêu bật những phương pháp bồi dưỡng năng lực toán học.

Ở nước ta cũng có nhiều công trình nghiên cứu của các giáo sư như Hoàng Chúng [5] với cuốn: "Rèn luyện khả năng sáng tạo toán học ở trường phổ thông", Tôn Thân [18] với cuốn: "Xây dựng hệ thống câu hỏi và bài tập nhằm bồi dưỡng một số yếu tố của tư duy sáng tạo cho học sinh khá giỏi toán ở trường trung học cơ sở Việt Nam", Lê Hải Châu – Phạm Văn Hoàn [4] với bài viết đăng trên tạp chí Nghiên cứu giáo dục số 5: "Rèn luyện trí thông minh cho học sinh qua giải bài tập toán", Nguyễn Bá Kim [13] với cuốn "Phương pháp dạy học môn Toán" …nghiên cứu về lí luận và thực tiễn việc phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh.

Tuy nhiên, các tác giả thường chưa đi sâu khai thác vào nghiên cứu một cách cụ thể việc phát triển tư duy sáng tạo thông qua dạy học phương trình và hệ phương trình lớp 10 ban nâng cao trong chương trình phổ thông.

Xuất phát từ những lý do trên, tôi chọn đề tài nghiên cứu của luận văn này là: ***"Phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh thông qua dạy học chủ đề phương trình, hệ phương trình lớp 10 ban nâng cao".***

2. Mục đích nghiên cứu

Nghiên cứu và đề xuất một số biện pháp nhằm góp phần phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh thông qua dạy học chủ đề phương trình, hệ phương trình lớp 10 ban nâng cao.

3. Phạm vi nghiên cứu

Nghiên cứu các biện pháp nhằm phát triển một số yếu tố cụ thể của tư duy sáng tạo thông qua dạy học chủ đề phương trình, hệ phương trình lớp 10 ban nâng cao.

4. Vấn đề nghiên cứu

Dạy học chủ đề phương trình, hệ phương trình lớp 10 theo hướng nào thì phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh?

5. Giả thuyết nghiên cứu

Trên cơ sở chương trình và sách giáo khoa hiện hành, nếu vận dụng linh hoạt các biện pháp rèn luyện và phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh thông qua dạy học chủ đề phương trình, hệ phương trình thì sẽ phát huy được khả năng tư duy sáng tạo cho học sinh.

6. Nhiệm vụ nghiên cứu

- Nghiên cứu lý luận về tư duy sáng tạo và phát triển tư duy sáng tạo trong dạy học Toán.

-Điều tra thực trạng dạy học phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh.

- Đề xuất các biện pháp phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh thông qua dạy học chủ đề phương trình, hệ phương trình lớp 10 ban nâng cao.

-Tiến hành thực nghiệm sư phạm nhằm đánh giá tính khả thi, tính hiện thực, tính hiệu quả của đề tài.

7. Phương pháp nghiên cứu

7.1. Nghiên cứu lý luận

- Nghiên cứu các tài liệu giáo dục học, tâm lí học, lý luận dạy học môn Toán, nghiên cứu Sách giáo khoa môn Toán lớp 10 ban nâng cao, và các giáo trình về phương pháp dạy học môn Toán.

- Nghiên cứu tìm hiểu và phân tích các tài liệu sách báo, các công trình khoa học có liên quan đến đề tài.

7.2. Điều tra, quan sát

- Dự giờ, quan sát việc dạy của giáo viên và việc học của học sinh trong quá trình khai thác các bài tập Sách giáo khoa và các bài tập trong chuyên đề "Phương trình, hệ phương trình".

- Mẫu khảo sát: Các lớp 10A1 và 10A5 Trường Trung học phổ thông A Hải Hậu, Nam Định.

7.3. Phương pháp thực nghiệm sư phạm

- Tiến hành thực nghiệm sư phạm với các lớp học thực nghiệm và lớp học đối chứng trên cùng một đối tượng.

8. Đóng góp của luận văn

- Trình bày cơ sở lý luận về tư duy sáng tạo.
- Thực trạng dạy học phát triển tư duy sáng tạo thông qua chủ đề phương trình, hệ phương trình.
- Đề xuất một số biện pháp phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh thông qua dạy học chủ đề phương trình, hệ phương trình.
- Kết quả của đề tài có thể làm tài liệu tham khảo hữu ích cho đồng nghiệp và sinh viên khoa Toán trường Đại học sư phạm và cho những ai quan tâm đến dạy học bồi dưỡng tư duy sáng tạo cho học sinh.

9. Cấu trúc luận văn

Ngoài phần mở đầu, kết luận và tài liệu tham khảo, nội dung luận văn trình bày gồm bốn chương:

Chương 1 Cơ sở lý luận và thực tiễn.

Chương 2Một số biện pháp sư phạm để phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh thông qua dạy học chủ đề phương trình, hệ phương trình.

Chương 3Thiết kế một số giáo án dạy học chủ đề phương trình, hệ phương trình nhằm phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh.

Chương 4Thực nghiệm sư phạm.

CHƯƠNG 1
CƠ SỞ LÝ LUẬN VÀ THỰC TIỄN

1.1. Một số vấn đề về Tư duy

1.1.1. Khái niệm Tư duy

Trong thế giới hiện thực có rất nhiều cái con người chưa biết, chưa nhận thức được. Nhiệm vụ của cuộc sống luôn đòi hỏi con người phải hiểu thấu những cái chưa biết đó, phải vạch ra được cái bản chất và những quy luật tác động của chúng. Quá trình nhận thức đó gọi là tư duy.

Theo tâm lý học, tư duy là thuộc tính đặc biệt của vật chất có tổ chức cao – bộ não người.Tư duy phản ánh thế giới vật chất dưới dạng các hình ảnh lý tưởng: "Tư duy phản ánh hiện thực khách quan một cách gián tiếp và khái quát, là sự phản ánh những thuộc tính chung và bản chất, tìm ra những mối liên hệ, quan hệ có tính quy luật của sự vật, hiện tượng mà ta chưa từng biết"[10].

Dưới góc độ giáo dục, có thể hiểu tư duy là hệ thống gồm nhiều ý tưởng, tức là gồm nhiều biểu thị tri thức về một vật hay một sự kiện. Nó dùng suy nghĩ hay tái tạo suy nghĩ để hiểu hay giải quyết một việc nào đó.

Theo cách hiểu đơn giản nhất, tư duy là một loạt những hoạt động của bộ não diễn ra khi có sự kích thích. Những kích thích này nhận được thông qua bất kì giác quan nào trong năm giác quan: xúc giác (touch), thị giác (sight), thính giác (sound), khứu giác (smell) hay vị giác (taste).

Tóm lại, có thể hiểu tư duy là một hiện tượng tâm lý, là hoạt động nhận thức bậc cao ở con người.Cơ sở sinh lý của tư duy là sự hoạt động của vỏ đại não.Hoạt động tư duy đồng nghĩa với hoạt động trí tuệ.Mục tiêu của tư duy là tìm ra các triết lý, lý luận, phương pháp luận, giải pháp trong các tình huống hoạt động của con người.

1.1.2. Đặc điểm của tư duy

- Tư duy là sản phẩm của bộ não con người và là một quá trình phản ánh tích cực thế giới khách quan.

- Kết quả của quá trình tư duy bao giờ cũng là một ý nghĩ và được thể hiện qua ngôn ngữ.

- Bản chất của tư duy là ở sự phân biệt, sự tồn tại độc lập của đối tượng được phản ánh với hình ảnh nhận thức được qua khả năng hoạt động của con người nhằm phản ánh đối tượng.

- Tư duy là quá trình phát triển năng động và sáng tạo.

- Khách thể trong tư duy được phản ánh với nhiều mức độ khác nhau từ thuộc tính này đến thuộc tính khác, nó phụ thuộc vào chủ thể là con người.

1.1.3. Các giai đoạn của tư duy

K.I.Platonov [25]sơ đồ hóa các giai đoạn của một hành động (quá trình) tư duy.Theo đó, mỗi hành động tư duy là một quá trình giải quyết một nhiệm vụ nảy sinh trong quá trong quá trình nhận thức hay trong hoạt động thực tiễn.Quá trình tư duy bao gồm nhiều giai đoạn từ khi gặp tình huống có vấn đề đến khi giải quyết nó rồi lại khởi đầu cho một hành động tư duy mới.Có thể nói, xác định được vấn đề là giai đoạn đầu tiên và quan trọng nhất của mỗi quá trình tư duy.Sau đó là việc huy động các tri thức, kinh nghiệm, những liên tưởng nhất định của bản thân chủ thể đến vấn đề đã được xác định và biểu đạt. Cuối cùng, khi giả thuyết đã được khẳng định và chính xác hóa thì nó sẽ được hiện thực hóa bằng câu trả lời, hay đáp số cho vấn đề đặt ra. Vấn đề đã được giải quyết lại làm một khâu mới cho một hoạt động tư duy mới. Như vậy, quá trình tư duy diễn ra theo các giai đoạn, cho dù vấn đề tư duy nảy sinh từ đâu, trong lý luận hay trong hoạt động thực tiễn, thì cũng đều diễn ra theo quy trình kể trên.

1.1.4. Các thao tác tư duy

Tính giai đoạn của tư duy mới chỉ phản ánh được cấu trúc bên ngoài của tư duy, còn nội dung bên trong của mỗi giai đoạn trong hành động tư duy lại là một quá trình diễn ra trên cơ sở những thao tác tư duy. Theo các kết quả nghiên cứu trong tâm lý học, tư duy diễn ra thông qua các thao tác sau:

Phân tích: là quá trình dùng trí óc để phân chia đối tượng nhận thức thành các bộ phận, các thành phần khác nhau từ đó vạch ra được những thuộc tính, những đặc điểm của đối tượng nhận thức bằng cách so sánh, phân loại, đối chiếu, làm cho tổng thể được hiểu mình.

So sánh – tương tự: là thao tác tư duy nhằm "xác định sự giống nhau và khác nhau giữa các sự vật hiện tượng của hiện thực"[20,tr110].

Trừu tượng hóa: là quá trình dùng trí óc để gạt bỏ những mặt, những thuộc tính, những mối liên hệ và chỉ giữ lại những yếu tố đặc trưng, bản chất của đối tượng nhận thức.

Khái quát hóa: là quá trình dùng trí óc để hợp nhất nhiều đối tượng khác nhau thành một nhóm, một loại theo những thuộc tính, những liên hệ, quan hệ chung, bản chất của sự vật, hiện tượng.

Tóm lại, các thao tác tư duy cơ bản được xem như quy luật bên trong của mỗi hành động tư duy. Trong thực tế tư duy, các thao tác đan chéo vào nhau mà không theo trình tự máy móc. Tuy nhiên, tùy theo từng nhiệm vụ tư duy, điều kiện tư duy, không phải mọi hành động tư duy cũng nhất thiết phải thực hiện tất cả các thao tác trên.

1.2. Tư duy sáng tạo

1.2.1. Khái niệm tư duy sáng tạo

Theo định nghĩa trong từ điển Triết học, "Sáng tạo là quá trình hoạt động của con người tạo ra những giá trị vật chất, tinh thần, mới về chất. Các loại hình sáng tạo được xác định bởi đặc trưng nghề nghiệp như khoa học, kĩ thuật, văn học, nghệ thuật, tổ chức, quân sự… Có thể nói sáng tạo có mặt trong mọi lĩnh vực của thế giới vật chất và tinh thần"[21, tr27-28].

Các nhà nghiên cứu đưa ra nhiều giải thích về khái niệm tư duy sáng tạo. Theo Vưgotxki L.X cho rằng: hoạt động sáng tạo là bất cứ hoạt động nào của con người tạo ra được cái gì mới, không kể rằng cái được tạo ra ấy là một vật cụ thể hay là sản phẩm của trí tuệ hoặc tình cảm chỉ sống và biểu lộ trong bản thân con người.

Nhà tâm lý học Mỹ Willson E.O [28] cho rằng: "Sáng tạo là quá trình mà kết quả là tạo ra những kết hợp mới cần thiết từ các ý tưởng dạng năng lượng, các đơn vị thông tin, các khách thể hay tập hợp của hai ba các yếu tố nên ra".

Guilford J.P. (Mỹ) [23] cho rằng: "Tư duy sáng tạo là tìm kiếm và thể hiện những phương pháp logic trong tình huống có vấn đề, tìm kiếm những phương pháp khác nhau và mới của việc giải quyết vấn đề, giải quyết nhiệm vụ". Do đó, sáng tạo là một thuộc tính của tư duy, là một phẩm chất của quá trình tư duy. Người ta còn gọi đó là tư duy sáng tạo.

Nguyễn Đức Uy[21, tr.9]cho rằng: "Sáng tạo là sự đột khởi thành hành động của một sản phẩm liên hệ mới mẻ, nảy sinh từ sự độc đáo của một cá nhân và những tư liệu, biến cố, nhân sự, hay những hoàn cảnh của đời người ấy". Quan điểm này cho rằng không có sự phân biệt vềsáng tạo, nghĩa là sáng tạo dù ít, dù nhiều đều là sáng tạo.

Trong cuốn "Sổ tay Tâm lý học" [11, tr34], tác giả Trần Hiệp và Đỗ Long cho rằng: "Sáng tạo là hoạt động tạo lập phát hiện những giá trị vật chất và tinh thần. Sáng tạo đòi hỏi cá nhân phải phát huy năng lực, phải có động cơ, tri thức, kĩ năng và với điều kiện như vậy mới tạo nên sản phẩm mới, độc đáo, sâu sắc".

Trong [19], Trần Thúc Trình đã cụ thể hóa sự sáng tạo với người học Toán: "Đối với người học Toán, có thể quan niệm sự sáng tạo đối với họ, nếu họ đương đầu với những vấn đề đó, để tự mình thu nhận được cái mới mà họ chưa từng biết". Như vậy, một bài tập cũng được xem như là mang yếu tố sáng tạo nếu các thao tác giải nó không bị những mệnh lệnh nào đó chi phối tức là nếu người giải chưa biết trước thuật toán để giải và phải tiến hành tìm hiểu những bước đi chưa biết trước.

Từ các khái niệm về tư duy sáng tạo, mặc dù được giải thích dưới nhiều góc độ khác nhau nhưng các tác giả đều thống nhất cho rằng: tư duy sáng tạo là một thuộc tính, một phẩm chất trí tuệ đặc biệt của con người; hoạt động sáng tạo diễn ra ở mọi nơi, mọi lúc, mọi lĩnh vực; bản chất của sáng tạo là con người tìm ra cái mới, cái độc đáo và có giá trị xã hội. Đây là một điểm chung mà các tác giả đều nhấn mạnh nhưng được nhìn dưới nhiều góc độ khác nhau, có tác giả quan tâm đến cái mới của sản phẩm hoạt động, có tác giả lại quan tâm đến cách thức, đến quá trình tạo ra cái mới đó. Song cái mới cũng có nhiều mức độ, có cái mới đối với toàn xã hội, có cái mới chỉ đối với bản thân người tạo ra nó. Điểm chung nữa ở các tác giả đều nhấn mạnh đến ý nghĩa xã hội của sản phẩm sáng tạo.

1.2.2. Đặc trưng của tư duy sáng tạo

Theo nghiên cứu của các nhà tâm lý học sáng tạo kinh điển như Guilford J.P. [24], Torrance E.P. [26],…cho rằng tư duy sáng tạo được đặc trưng bởi các yếu tố chính sau:

- Tính mềm dẻo (Flexibility).
- Tính nhuần nhuyễn (Fluency).
- Tính độc đáo (Originality).
- Tính hoàn thiện (Elaboration).
- Tính nhạy cảm vấn đề (Problem's Censibility).

Ngoài ra còn có những yếu tố quan trọng khác như: tính chính xác, năng lực định giá, phán đoán, năng lực định nghĩa lại (Redefition) [15, tr.114].

a) Tính mềm dẻo *(flexibility)*

Tính mềm dẻo là khả năng dễ dàng chuyển từ hoạt động trí tuệ này sang hoạt động trí tuệ khác. Đây chính là năng lực chuyển dịch dễ dàng nhanh chóng trật tự của hệ thống tri thức, xây dựng phương pháp tư duy mới, tạo ra sự vật mới trong mối liên hệ mới,… dễ dàng thay đổi các thái độ đã cố hữu trong hoạt động trí tuệ của con người.

Tính mềm dẻo của tư duy có các đặc điểm sau:

- Dễ dàng chuyển từ hoạt động trí tuệ này sang hoạt động trí tuệ khác, chuyển từ giải pháp này sang giải pháp khác.

- Điều chỉnh kịp thời hướng suy nghĩ nếu gặp trở ngại.

- Suy nghĩ không rập khuôn, không áp dụng một cách máy móc những tri thức, kinh nghiệm, kĩ năng đã có vào trong những điều kiện, hoàn cảnh mới trong đó có những yếu tố đã thay đổi.

- Có khả năng thoát khỏi ảnh hưởng kìm hãm của những kinh nghiệm, phương pháp, cách thức suy nghĩ đã có.

- Nhận ra vấn đề mới trong điều kiện đã quen thuộc, nhìn thấy chức năng mới của đối tượng đã quen biết.

Tính mềm dẻo của tư duy là một trong các thành phần quan trọng của tư duy sáng tạo. Do đó để phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh, một điều kiện không thể thiếu là rèn luyện tính mềm dẻo trong tư duy của các em. Để thực hiện được người giáo viên phải đưa ra các ví dụ, bài tập sao cho khi áp dụng theo cách giải thông thường học sinh không thể tìm được lời giải hoặc nếu có tìm được lời giải, thì lời giải thường dài dòng và phải vận dụng đến nhiều nội dung kiến thức. Để làm được điều này, ta xét một số ví dụ minh họa sau:

Ví dụ 1.1. Giải phương trình:

$$2x^2 - 6x - 1 = \sqrt{4x+5}.$$

Giáo viên hướng dẫn học sinh giải phương trình bằng cách đặt ẩn phụ thì biến mới thường chứa căn để về phương trình hoặc hệ phương trình.

Từ đó học sinh có thể nghĩ đến một trong những cách sau:

Cách 1.Đặt ẩn phụ là biểu thức chứa căn để đưa về phương trình mới gồm một ẩn.

Điều kiện: $x \geq \dfrac{5}{4}$.

Đặt: $t = \sqrt{4x+5}$, $t \geq 0$ thì $x = \dfrac{t^2-5}{4}$. Thay vào phương trình ta được:

$$\frac{2\left(t^4 - 10t^2 + 25\right)}{16} - \frac{6}{4}\left(t^2 - 5\right) - 1 = t$$

$$\Leftrightarrow t^4 - 22t^2 - 8t + 27 = 0$$
$$\Leftrightarrow \left(t^2 + 2t - 7\right)\left(t^2 - 2t - 11\right) = 0.$$

Ta tìm được bốn nghiệm là: $t_{1,2} = -1 \pm 2\sqrt{2}\ ;\ t_{3,4} = 1 \pm 2\sqrt{3}.$

Do $t \geq 0$ nên t chỉ nhận các giá trị $t_1 = -1 + 2\sqrt{2}\ ;\ t_3 = 1 + 2\sqrt{3}$.

Vậy nghiệm của phương trình là: $x = 1 - \sqrt{2}\ ;\ x = 2 + \sqrt{3}.$

Cách 2.Đặt $2y - 3 = \sqrt{4x+5}$

Điều kiện: $x \geq \frac{-5}{4}$.Khi đó:

$$4x^2 - 12x - 2 = 2\sqrt{4x+5} \Leftrightarrow (2x-3)^2 = 2\sqrt{4x+5} + 11.$$

Đặt $2y - 3 = \sqrt{4x+5}$ ta được hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} (2x-3)^2 = 4y + 5 \\ (2y-3)^2 = 4x + 5 \end{cases} \Rightarrow (x-y)(x+y-1) = 0.$$

Với $x = y$ thì $2x - 3 = \sqrt{4x+5} \Rightarrow x = 2 + \sqrt{3}.$

Với $x + y - 1 = 0$ thì $y = 1 - x$. Giải được $x = 1 - \sqrt{2}$.

Vậy nghiệm phương trình có tập nghiệm là $S = \left\{1 - \sqrt{2};\ 1 + \sqrt{3}\right\}$.

Phân tích: Tính mềm dẻo trong ví dụ trên thể hiện ở chỗ: đặt ẩn phụ không nhất thiết là dẫn đến một phương trình mới mà nó có thể dẫn tới một hệ phương trình mới thuộc dạng cơ bản.

b) Tính nhuần nhuyễn *(fluency)*

Tính nhuần nhuyễn thể hiện khả năng làm chủ tư duy, làm chủ kiến thức, kĩ năng và thể hiện tính đa dạng của các cách xử lý khi giải quyết vấn đề.Đó chính là năng lực tạo ra một cách nhanh chóng sự tổ hợp giữa các yếu tố riêng lẻ của tình huống, hoàn cảnh, đưa ra giả thuyết về ý tưởng mới.Nó được đặc trưng bởi khả năng tạo ra một số lượng nhất định các ý tưởng.

Tính nhuần nhuyễn của tư duy thể hiện ở các đặc trưng sau:

- Khả năng xem xét đối tượng dưới nhiều khía cạnh khác nhau, có cái nhìn đa chiều, toàn diện đối với một vấn đề.

- Khả năng tìm được nhiều giải pháp trên nhiều góc độ và nhiều tính huống khác nhau.

- Khả năng tìm được nhiều giải pháp cho một vấn đề từ đó sàng lọc các giải pháp để chọn được giải pháp tối ưu.

Để minh họa cho các điều đã nói ở trên, chúng ta cùng nhau xét ví dụ sau:

Ví dụ 1.2. Giải phương trình:

$$x^2 - 3x + 1 + \sqrt{2x-1} = 0.$$

Cách 1.Đây là phương trình chứa dấu căn dạng quen thuộc, thường thì học sinh sẽ sử dụng phép biến đổi tương đương, cụ thể như sau:

$$x^2 - 3x + 1 + \sqrt{2x-1} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2x-1} = -\left(x^2 - 3x + 1\right)$$

Tương đương với hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 - 3x + 1 \le 0 \\ \left(x^2 - 3x + 1\right)^2 = 2x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{3-\sqrt{5}}{2} \le x \le \dfrac{3+\sqrt{5}}{2} \\ (x-1)^2\left(x^2 - 4x + 2\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{3-\sqrt{5}}{2} \le x \le \dfrac{3+\sqrt{5}}{2} \\ \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2 + \sqrt{2} \\ x = 2 - \sqrt{2}. \end{array}\right. \end{cases}$$

Suy ra $x = 1, x = 2 - \sqrt{2}.$

Vậy nghiệm của phương trình là $S = \left\{1;\, 2 - \sqrt{2}\right\}.$

Cách 2. Phân tích phương trình đã cho về dạng phương trình tích, cụ thể:

$$\begin{aligned} & x^2 - 3x + 1 + \sqrt{2x-1} = 0 \\ \Leftrightarrow\ & x^2 - (2x-1) + \sqrt{2x-1} - x = 0 \\ \Leftrightarrow\ & \left(x - \sqrt{2x-1}\right)\left(x + \sqrt{2x-1} - 1\right) = 0. \end{aligned}$$

Tiếp theo, sử dụng kiến thức về giải phương trình tích và phương trình chứa dấu căn để giải.

Ta cũng tìm được nghiệm của phương trình là $S = \left\{1;\, 2 - \sqrt{2}\right\}$.

Cách 3. Biến đổi phương trình đã cho:

$$\begin{aligned} & x^2 - 3x + 1 + \sqrt{2x-1} = 0 \\ \Leftrightarrow\ & x^2 - x + \frac{1}{4} = (2x-1) - \sqrt{2x-1} + \frac{1}{4} \\ \Leftrightarrow\ & \left(x - \sqrt{2x-1}\right)\left(x + \sqrt{2x-1} - 1\right) = 0 \end{aligned}$$

Làm tương tự như cách 2, ta sẽ tìm được nghiệm của phương trình.

Qua ví dụ trên, chúng ta thấy một bài toán có thể có nhiều cách tùy thuộc vào khả năng linh hoạt và mềm dẻo khi biến đổi của học sinh.

Ví dụ 1.3. Giải hệ phương trình (I):

$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 = 8 & (1) \\ x + 2y = 4. & (2) \end{cases}$$

Cách 1.*Sử dụng phương pháp thế.*

Tính x theo y từ phương trình (2) rồi thế vào phương trình (1) ta được:

$$\begin{cases} (4-2y)^2 + 4y^2 = 8 \\ x = 4 - 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 - 2y + 1 = 0 \\ x = 4 - 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 2. \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là $(2,1)$.

Giáo viên: Còn cách nào giải khác của hệ phương trình không? Hệ phương trình có phải là hệ đối xứng hay không?

Học sinh: Nhận xét đây không phải là hệ đối xứng với hai ẩn x, y nhưng có thể tìm ẩn mới của hệ đối xứng. Từ đó ta có cách 2 như sau:

Cách 2.Hệ (I) tương đương với hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + (2y)^2 = 8 \\ x + 2y = 4. \end{cases}$$

Đặt $t = 2y$. Khi đó hệ trở thành (II): $\begin{cases} x^2 + t^2 = 8 \\ x + t = 4. \end{cases}$

(Đây là hệ đối xứng với hai ẩn x và t).

Hệ (II) $\Leftrightarrow \begin{cases} (x+t)^2 - 2xt = 8 \\ x + t = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + t = 4 \\ xt = 4. \end{cases}$

Vậy x, t là nghiệm của phương trình: $X^2 - 4X + 4 = 0 \Leftrightarrow X = 2.$

Với $X = 2$ suy ra $x = t = 2.$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(2;1)$.

Để rèn luyện tư duy cho học sinh, giáo viên có thể đặt câu hỏi: Nếu thay vế phải của phương trình thứ nhất là 8 bằng 0 thì bạn nào có thể trả lời nhanh nghiệm của phương trình $\begin{cases} x^2+4y^2=0 \\ x+2y=4 \end{cases}$ là bao nhiêu?

Nhận xét: $\begin{cases} x^2 \ge 0 \\ y^2 \ge 0 \end{cases} \Rightarrow x^2+y^2 \ge 0 \;\; \forall x;\, y.$

Vậy phương trình trên có nghiệm $x=y=0$ nên $x+2y \ne 4.$

Mặt khác: $x+2y=4$ (vô lí). Vậy hệ phương trình trên vô nghiệm.

Cách 3. *Sử dụng phương pháp đánh giá.*

Nhận xét: Phương trình (1) có hai hạng tử là x^2 và $4y^2=(2y)^2$.

Phương trình (2) có hai hạng tử là x và $2y$.

Chúng ta nghĩ ngay đến bất đẳng thức Bunhiacopxki liên hệ giữa a, b và a^2, b^2 là:

$$\left(a^2+b^2\right)\left(c^2+d^2\right) \ge (ac+bd)^2.$$

Áp dụng bất bất đẳng thức Bunhiacopxki cho bốn số $x;\, 2y;\, 1;\, 1$ ta có:

$$\left(1^2+1^2\right)\left(x^2+4y^2\right) \ge (x.1+2y.1)^2$$

$$\Leftrightarrow\; 2\left(x^2+4y^2\right) \ge (x+2y)^2.$$

Từ phương trình (2) ta có: $2\left(x^2+4y^2\right) \ge 4^2 \Rightarrow x^2+4y^2 \ge 8$.

Để có phương trình (1) thì $\frac{x}{1}=\frac{2y}{1} \Leftrightarrow x=2y$. Thay vào phương trình (2) ta được $(x,y)=(2;1)$.

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(2;1)$.

Cách 4. *Sử dụng vectơ.*

Với cách phân tích tìm ra cách 3, chúng ta còn thấy một phép toán hình học có liên quan đến mối liên hệ giữa hai cặp số (a,b) và $\left(a^2,b^2\right)$.

Đặt $\vec{u}=(a,b),\, |\vec{u}|=\sqrt{a^2+b^2}$. Chọn $\vec{v}=(1,1) \Rightarrow \vec{u}.\vec{v}=a+b.$

Áp dụng: Đặt $\vec{u}=(x,2y), \vec{v}=(1,1)$

Suy ra $\left|\vec{u}\right| = \sqrt{x^2 + (2y)^2}$; $\left|\vec{v}\right| = \sqrt{2}$ và $\vec{u}.\vec{v} = x + 2y.$

Mặt khác: $\vec{u}.\vec{v} = \left|\vec{u}\right|.\left|\vec{v}\right|.\cos\alpha$ với $\left(\alpha = \left(\vec{u},\vec{v}\right)\right) \Rightarrow \left|\vec{u}.\vec{v}\right| \le \left|\vec{u}\right|.\left|\vec{v}\right|.$

Giáo viên: lưu ý cho học sinh: $|\ |$ ở bên trái là giá trị tuyệt đối của một số.

$|\ |$ ở bên phải là độ lớn của một véctơ.

Vậy ta được:

$$\left|x + 2y\right| \le \sqrt{2}.\sqrt{x^2 + (2y)^2} \Leftrightarrow (x + 2y)^2 \le 2.\left(x^2 + 4y^2\right).$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: $\left|\cos\alpha\right| = 1 \Rightarrow \alpha = 0^0$ hoặc $\alpha = 180^0$ khi và chỉ khi cùng phương hay tồn tại $k \in \mathbf{R}$ để:

$$\vec{u} = k.\vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k.1 \\ 2y = k.1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2y \Rightarrow x = 2; y = 1.$$

Cách 5. Nhân hai vế của phương trình (2) với (- 4), rồi cộng vế với vế của phương trình (1) ta được:

$$x^2 - 4x + 4y^2 - 16y = -8$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)^2 + 4(y - 1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1. \end{cases}$$

Thử lại vào hệ phương trình (I) ta thấy thỏa mãn.

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(2,1)$.

Nhận xét.Đây là một bài toán tương đối dễ, có thể khai thác bài toán dưới nhiều cách khác nhau.Việc tìm ra mỗi lời giải phụ thuộc vào khả năng làm chủ tư duy, làm chủ kiến thức, cũng như việc huy động kiến thức hoặc là việc nhìn nhận bài toán dưới nhiều góc độ khác nhau của mỗi học sinh.

c) Tính độc đáo *(originality)*

Tính độc đáo là khả năng tìm kiếm và giải quyết vấn đề bằng phương pháp lạ, độc đáo hoặc duy nhất.

Tính độc đáo được đặc trưng bởi các đặc trưng sau:

- Khả năng tìm ra những hiện tượng và kết hợp mới.

- Khả năng tìm ra những mối liên hệ trong những sự kiện mà bên ngoài tưởng chừng không có liên hệ với nhau.

- Khả năng tìm ra những giải pháp lạ, hiếm gặp dù có thể đã có những giải pháp khác hoặc tìm được giải pháp duy nhất cho vấn đề khó.

Ví dụ 1.4. Giải hệ phương trình:

$$(\mathrm{I})\ \begin{cases} 3y = \dfrac{y^2+2}{x^2} \\ 3x = \dfrac{x^2+2}{y^2}. \end{cases}$$

Lời giải.

Trước hết, học sinh khai thác đây là hệ phương trình đối xứng loại 2 có thể giải bằng cách trừ vế với vế hai phương trình của hệ. Tuy nhiên, nhận xét vế phải hai phương trình của hệ đều luôn dương, học sinh sẽ tìm được cách giải ngắn gọn và đẹp hơnnhư sau:

Điều kiện cần để hệ phương trình có nghiệm là $x > 0; y > 0$.

$$(\mathrm{I}) \Leftrightarrow \begin{cases} 3yx^2 = y^2 + 2 \\ 3xy^2 = x^2 + 2 \end{cases} \Rightarrow (x-y)(3xy+x+y) = 0. \qquad (1)$$

Do $x > 0; y > 0$nên $3xy + x + y > 0$.

Vậy phương trình (1) tương đương$x = y$.

Thay $x = y$ vào một trong hai phương trình ban đầu của hệ ta có nghiệm $x = y = 1$.

Vậy nghiệm của hệ phương trình là (1; 1).

d) Tính hoàn thiện*(elaboration)*

Tính hoàn thiện thể hiện ở khả năng lập kế hoạch, phối hợp các ý nghĩ và hành động, phát triển ý tưởng, kiểm tra và kiểm chứng ý tưởng. Đối với học sinh tính hoàn thiện của tư duy được hiểu là khả năng lập kế hoạch giải cho một bài toán, khả năng phối hợp giữa các giả thiết của bài toán với những tri thức đã biết để tìm ra lời giải của bài toán, khả năng tìm ra lời giải mới hoàn thiện hơn hoặc khả năng phát triển bài toán mới và có thể kiểm chứng được các ý tưởng mới đó.

Ví dụ 1.5. Giải phương trình:

$$\sqrt{x+3} + \sqrt{6-x} = 3.$$

Đây là bài toán tương đối quen thuộc với học sinh, do đó học sinh nhanh chónggiải được phương trình bằng cách áp dụng giải kiểu “truyền thống”.

Từ đó học sinh sẽ tìm được cách giải:

Cách 1. Phương trình $\sqrt{3+x}+\sqrt{6-x}=3$ tương đương với hệ phương trình

$$\begin{cases}-3\le x\le 6\\ 3+x+6-x+2\sqrt{(3+x)(6-x)}=9\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}-3\le x\le 6\\ \sqrt{(3+x)(6-x)}=0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}-3\le x\le 6\\ (3+x)(6-x)=0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}-3\le x\le 6\\ \left[\begin{array}{l}x=-3\\ x=6\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-3\\ x=6.\end{array}\right.$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x=-3$ hoặc $x=6$.

Cách 2.

Đặt $\begin{cases}u=\sqrt{3+x}\ge 0\\ v=\sqrt{6-x}\ge 0\end{cases}$. Ta được hệ phương trình:

$$\begin{cases}u+v=3\\ u^2+v^2=9.\end{cases}$$

Giải hệ phương trình tìm được $\begin{cases}u=3\\ v=0\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}u=0\\ v=3.\end{cases}$

Vậy nghiệm của phương trình là $x=-3$ hoặc $x=6$.

Sau khi thực hiện xong nhiệm vụ giải bài tập này, giáo viên đưa ra yêu cầu giải bài tập sau:

Ví dụ 1.6. Giải phương trình:

$$\sqrt{x+1}+\sqrt{2x-3}+\sqrt{50-3x}=12.$$

Đây là dạng phương trình vô tỷ thuần túy, nên với cách suy nghĩ rập khuôn, máy móc học sinh thường vận dụng cách làm như ví dụ 1.5. Có thể bình phương hai vế để khử hoàn toàn căn bậc hai hoặc tìm cách đặt ẩn phụ đưa về hệ phương trình đại số. Vế trái của phương trình là tổng của ba căn bậc hai nên khi áp dụng phương pháp bình phương hai vế thì ta sẽ được một phương trình rất phức tạp. Còn nếu áp dụng phương pháp đặt ẩn phụ thì sẽ đưa về hệ hai phương trình ba ẩn, như vậy cả hai cách làm trên sẽ không hiệu quả để giải phương trình .

Vì vậy, để giải được bài toán này học sinh linh hoạt, nhanh chóng phát hiện tìm ra tính chất “chìa khóa” đó là:

$$\left(x+1\right)+\left(2x-3\right)+\left(50-3x\right)=48.$$

Tức là:

$$\left(\sqrt{x+1}\right)^2+\left(\sqrt{2x-3}\right)^2+\left(\sqrt{50-3x}\right)^2=48.$$

Hay

$$\sqrt{\left(\sqrt{x+1}\right)^2+\left(\sqrt{2x-3}\right)^2+\left(\sqrt{50-3x}\right)^2}=\sqrt{48}.$$

Nhận xét. Vế trái của đẳng thức chính là độ dài một vectơ $\vec{u}$ với

$$\vec{u}=\left(\sqrt{x+1};\sqrt{2x-3};\sqrt{50-3x}\right).$$

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} x+1\ \geq 0 \\ 2x-3\geq 0 \\ 50-3x\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \ \dfrac{3}{2}\leq x\leq \dfrac{50}{3}.$

Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, chọn:

$\vec{u}=\left(\sqrt{x+1};\sqrt{2x-3};\sqrt{50-3x}\right)$ suy ra $\left|\vec{u}\right|=\sqrt{x+1+2x-3+50-3x}=\sqrt{48}$;

$\vec{v}=\left(1;1;1\right)$ suy ra $\left|\vec{v}\right|=\sqrt{3}.$

Khi đó: $\vec{u}.\vec{v}=\sqrt{x+1}+\sqrt{2x-3}+\sqrt{50-3x}.$

Vì $\vec{u}.\vec{v}\leq\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{v}\right|$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi:

$$\frac{\sqrt{x+1}}{1}=\frac{\sqrt{2x-3}}{1}=\frac{\sqrt{50-3x}}{1}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases} x+1=2x-3 \\ x+1=50-3x \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x=4 \\ x=\dfrac{49}{4}. \end{cases}\ \text{(Loại)}$$

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

e) Tính nhạy cảm vấn đề *(Problem's Censibility)*

Tính nhạy cảm vấn đề là năng lực phát hiện vấn đề, mâu thuẫn, sai lầm, bất hợp lý một cách nhanh chóng, có sự tinh tế của các cơ quan cảm giác, có năng lực trực giác, có sự phong phú về cảm xúc, nhạy cảm, cảm nhận được ý nghĩ của người khác.

Tính nhạy cảm vấn đề biểu hiện sự thích ứng nhanh, linh hoạt. Tính nhạy cảm vấn đề còn thể hiện ở chỗ trong những điều kiện khắc nghiệt, khó khăn, gấp rút về mặt thời gian mà chủ thể vẫn tìm ra được giải pháp phù hợp, tối ưu,…

Ví dụ 1.7. Cho phương trình

$$\sqrt{2x+8}+5\sqrt{3+x}.\sqrt{x+4}=0.$$

Giáo viên đưa ra lời giải yêu cầu học sinh tìm lỗi sai:

$$\sqrt{2x+8}+5\sqrt{3+x}.\sqrt{x+4}=0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2}.\sqrt{x+4}+5\sqrt{3+x}\;.\;\sqrt{x+4}=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x+4}=0\\ \sqrt{2}+5\sqrt{3+x}.\sqrt{x+4}=0\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-4\\ 5\sqrt{3+x}.\sqrt{x+4}=-\sqrt{2}<0.\end{array}\right.$$

Phương trình $\sqrt{2}+5\sqrt{3+x}.\sqrt{x+4}=0$ vô nghiệm suy ra $x=-4$.

Vậy phương trình có nghiệm là $x=-4$.

Học sinh phát hiện ra lỗi sai khi trong quá trình giải phương trình đó là học sinh biến đổi tương đương mà không chú ý đến điều kiện xác định.

Sau đó học sinh đưa ra lời giải đúng:

Điều kiện: $\begin{cases}x+4\ge 0\\ 3+x\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -4\\ x\ge -3\end{cases}\Leftrightarrow x\ge -3.$

Phương trình:

$$\sqrt{2x+8}+5\sqrt{3+x}.\sqrt{x+4}=0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x+4}.\left(\sqrt{2}+5\sqrt{3+x}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x+4}=0\\ \sqrt{2}+5\sqrt{3+x}.\sqrt{x+4}=0\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-4\\ 5\sqrt{3+x}.\sqrt{x+4}=-\sqrt{2}<0.\end{array}\right.$$

Suy ra $x=-4$ (loại vì không thỏa mãn điều kiện xác định).

Vậy phương trình vô nghiệm.

Các đặc trưng trên của tư duy sáng tạo không tách rời nhau mà chúng có liên hệ mật thiết với nhau, bổ sung cho nhau, trong đó tính độc đáo được cho là quan trọng nhất trong biểu đạt sáng tạo, tính nhạy cảm vấn đề đi liền với cơ chế xuất hiện sáng tạo. Tính mềm dẻo, nhuần nhuyễn là cơ sở để có thể đạt được tính độc đáo, tính nhạy cảm, tính hoàn thiện và tính nhạy cảm vấn đề…Tất cả các yếu tố đặc trưng nói trên cùng góp phần tạo nên tư duy sáng tạo.

1.2.3. Những biểu hiện tư duy sáng tạo trong dạy học Toán Trung học phổ thông

Theo I.Ia Lecner [12] các biểu hiện đặc trưng của tư duy sáng tạo là:

- Thực hiện độc lập việc chuyển đổi các tri thức, kỹ năng, kỹ xảo thành các tình huống mới hoặc gần hoặc xa, bên trong hay bên ngoài hay giữa các hệ thống kiến thức.
- Nhìn thấy những nội dung mới của đối tượng quen biết.
- Nhìn thấy nhiều lời giải, nhiều góc nhìn đối với việc tìm kiếm lời giải.

1.3. Tiềm năng của chủ đề phương trình, hệ phương trình trong việc phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh

Toán học là nền tảng để phát triển tư duy: “Không phải bất cứ đứa trẻ nào sinh ra cũng có một tư duy mạch lạc ngay từ đầu, mà nó được bồi đắp và phát triển qua quá trình giáo dục. Việc học các nguyên lý, định lý, công thức tính toán giúp hình thành nên tư duy mạch lạc, rõ ràng, logic”.Việc học Toán đem đến một khả năng phát triển tư duy trên ba khía cạnh.Thứ nhất là khả năng diễn đạt, xây dựng ngôn ngữ.Thứ hai là sự logic và cuối cùng là khả năng tính toán nhanh nhạy.

Chủ đề phương trình và hệ phương trình có tiềm năng to lớn trong việc bồi dưỡng và phát huy năng lực sáng tạo cho học sinh. Trong quá trình giảng dạy, giáo viên giúp học sinh giải quyết các bài tập Sách giáo khoa bên cạnh đó giáo viên có thể khai thác các tiềm năng đó thông qua việc xây dựng hệ thống bài tập mới trên cơ sở hệ thống bài tập cơ bản, từ đó tạo cơ hội cho học sinh phát triển năng lực sáng tạo của mình.

Các bài toán về phương trình, hệ phương trình thường rất phong phú, đa dạng, các hệ phương trình là sự tích hợp của hai hay nhiều phương trình khác nhau và trong mỗi phương trình của hệ người ta có thể đưa vào nhiều nội dung kiến thức khác nhau như căn thức, mũ, lượng giác,… Chính điều này đòi hỏi người học phải có nền tảng kiến thức vững vàng, phối hợp nhiều phương pháp giải khác nhau và khả năng tư duy nhạy bén xem xét đối tượng dưới nhiều góc độ.Từ đó tìm được cách giải tối ưu, độc đáo và tìm được nhiều cách giải cho bài toán.Hay nói cách khác là rèn luyện được tínhmềm dẻo, tính nhuần nhuyễn và tính độc đáo của tư duy sáng tạo.

Trong quá trình giải bài tập, học sinh phải thực hiện nhiều phép biến đổi, phức tạp như biến đổi tương đương, biến đổi hệ quả để đưa về phương trình, hệ phương trình quen thuộc.Nếu học sinh không nắm vững kiến thức, kỹ năng giải bài toán thì rất dễ mắc sai lầm trong quá trình biến đổi. Do đó việc dạy học giảiphương trình, hệ phương trình sẽ là cơ hội để học sinh rèn luyện khả năng phát hiện ra mâu thuẫn, sai lầm,… trong lời giải và sửa chữa hoàn thiện, tối ưu hóa lời giải. Qua đó sẽ rèn luyện được cho học sinh tính nhạy cảm vấn đề và tính hoàn thiện của tư duy sáng tạo.

Như vậy, rèn luyện và bồi dưỡng từng yếu tố cụ thể của tư duy sáng tạo cho học sinh là một trong những biện pháp để phát triển năng lực tư duy sáng tạo cho các em.

1.4. Tình hình dạy và học phương trình, hệ phương trình ở trường Trung học phổ thông

1.4.1. Mục tiêu của chủ đề phương trình, hệ phương trình

Mục tiêu của chủ đề là giúp học sinh hệ thống lại những vấn đề đã học ở bậc Trung học cơ sở và bổ sung thêm các phương trình, hệ phương trình thường gặp trong các kì thi học sinh giỏi, thi tuyển sinh đại học, cao đẳng. Đồng thời cung cấp cho học sinh các phương pháp giải và kỹ thuật xử lý phương trình, hệ phương trình trong quá trình học tập của mình ở trường Trung học phổ thông.

Góp phần quan trọng vào việc phát triển các năng lực trí tuệ cho học sinh như năng lực phân tích, tổng hợp, so sánh, trừu tượng hóa, khái quát hóa, xét tương tự, đặc biệt,…, hình thành khả năng suy luận, lập luận đặc trưng của toán học. Từ đó học sinh thấy được quan hệ mật thiết giữa toán học và đời sống, toán học xuất hiện do nhu cầu từ đời sống.

Góp phần hình thành và phát triển các phẩm chất, phong cách lao động khoa học, biết hợp tác, có ý chí và thói quen tự học thường xuyên, tự học suốt đời.

1.4.2. Nội dung dạy học chủ đề phương trình, hệ phương trình trong chương trình Đại số 10, ban nâng cao

Khái niệm phương trình đã được hình thành từ các lớp bậc Trung học cơ sở. Xuất phát từ khái niệm đa thức một biến Toán 7, trong Toán 8 bắt đầu có khái niệm phương trình một ẩn, chủ yếu là phương trình bậc nhất. Các khái niệm phương trình bậc hai một ẩn, hệ phương trình bậc nhất hai ẩn được trình bày trong Toán 9.

Nội dung chính của chương 3 Đại số 10 nâng cao theo chương trình giáo dục Trung học phổ thông môn Toán gồm:

- Phương trình bậc nhất: Giải và biện luận phương trình bậc nhất có chứa tham số, phương trình quy về phương trình bậc nhất.

- Phương trình bậc hai: Giải và biện luận phương trình bậc hai, định lí Vi-ét, một số phương trình quy về phương trình bậc hai.

- Hệ phương trình bậc nhất và hệ phương trình bậc hai.

1.4.3. Thực trạng việcphát triển tư duy sáng tạo cho học sinh thông qua dạy học chủ đề phương trình, hệ phương trình

1.4.3.1. Mục đích điều tra

Để tìm hiểu thực trạng của việc phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh trong quá trình dạy học môn Toán ở trường Trung học phổ thông, việc phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh thông qua dạy học chủ đề phương trình, hệ phương trình; nhận thức của giáo viên và học sinh về vai trò của việc phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh Trung học phổ thông, chúng tôi tiến hành điều tra giáo viên và học sinh của trường Trung học phổ thông A Hải Hậu.

Tôi đã tiến hành điều tra 20 giáo viên và 70 học sinh của trường Trung học phổ thông A Hải Hậu – Nam Định. Phiếu lấy ý kiến giáo viên và học sinh (Phụ lục).

1.4.3.2. Phương pháp điều tra

Tôi lập phiếu điều tra lấy ý kiến của giáo viên và học sinh để nắm bắt tình hình thực trạng của việc phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh thông qua dạy học chủ đề phương trình trình lớp 10 ban nâng cao.

1.4.2.3. Kết quả điều tra

Thang đánh giá mức độ:

1 = Không bao giờ	3 = Thỉnh thoảng
2 = Hiếm khi	4 = Thường xuyên

Kết quả điều tra giáo viên

Đối với phiếu điều tra đối với giáo viên (phụ lục 1). Kết quả điều tra đối với 20 giáo viên dạy Toán như sau:

STT	Nội dung	Mức độ			
		1	2	3	4
1	Tạo lập "bầu không khí sáng tạo" trong lớp học.	5%	24%	50%	21%
2	Giáo dục cho học sinh lòng khao khát, sự hứng thú đối với việc tiếp thu cái mới.	2%	10%	45%	43%
3	Khuyến khích học sinh giải quyết vấn đề bằng nhiều cách giải cho một bài toán.	0%	25%	40%	35%
4	Hướng dẫn học sinh diễn đạt, trình bày chặt chẽ, ngắn gọn.	10%	16%	24%	50%
5	Rèn cho học sinh thói quen tìm tòi ý tưởng mới, cách giải hay, mới lạ.	26%	47%	17%	10%
6	Hướng dẫn học sinh cách tự tạo ra các bài tập mới, tự đặt ra các vấn đề mới từ bài toán cơ bản ban đầu.	15%	25%	35%	25%
7	Sử dụng câu hỏi kích thích nhu cầu nhận thức, khám phá của học sinh.	3%	14%	58%	27%
8	Chú ý học sinh kiểm tra lời giải của một bài toán, phát hiện sai lầm và thiếu logic trong bài giải.	10%	26%	36%	28%
9	Chú ý cho học sinh biết hệ thống hóa kiến thức, nâng cao tri thức môn học tạo cơ sở cho sự sáng tạo của học sinh.	0%	12%	50%	38%

Kết quả điều tra học sinh

Đối với phiếu điều tra đối với học sinh (phụ lục 2). Kết quả điều tra đối với 70 học sinh như sau:

STT	Nội dung	Mức độ			
		1	2	3	4
1	Tìm ra cách giải quyết vấn đềhay và độc đáo cho bài toán.	25%	20%	35%	20%
2	Tìm ra nhiều cách giải quyết cho cùng một bài toán và lựa chọn giải pháp tốt nhất.	21%	24%	45%	10%
3	Sau khi giải xong một bài toán em có thói quen lật ngược vấn đề để có bài toán mới hay không?	19%	25%	36%	20%
4	Khi giải xong một bài toán em có thói quen xét các bài toán tương tự rồi tìm cách giải chúng hay không?	25%	15%	35%	25%
5	Đối với bài toán chưa biết cách giải, em có xét các trường hợp đặc biệt để dự đoán kết quả hay không?	21%	22%	34%	24%
6	Tích cực học hỏi làm chủ kiến thức theo sự hướng dẫn của thầy cô giáo.	23%	22%	36%	19%

Trên cơ sở kết quả điều tra chúng tôi kết luận như sau:

Vấn đề phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh ở trường Trung học phổ thông được khảo sát còn chưa được quan tâm đúng mức. Một số giáo viên chỉ dạy cho đúng, dạy đủ nội dung của bài học, dạy theo cấu trúc đề thi của Bộ giáo dục và đào tạo chứ ít quan tâm đến việc phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh. Giáo viên diễn giảng và truyền thụ kiến thức một chiều điều này dẫn đến học sinh học tập một cách thụ động, không tích cực tư duy và không suy nghĩ xem ngoài cách giải đã biết còn cách giải nào khác hay không, ngắn gọn hơn và hay hơn không.

Mặt khác, đa sốhọc sinh áp dụng máy móc kiến thức kĩ năng, cách giải nên gặp nhiều khó khăn khi bài toán thay đổi và mắc nhiều sai lầm khi giải toán.Học sinh chưa biết và chưa có thói quen suy luận, phát hiện tìm ra nhiều cách giải quyết cho một vấn đề từ đó chọn ra cách giải hay, tối ưu,khái quát hóa bài toán và đề xuất bài toán tương tự bài toán mới nếu có. Vì vậy qua giải toán phương trình, hệ phương trình học sinh chưa phát huy tư duy sáng tạo trong quá trình học tập.

Như vậy, việc phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh thông qua dạy học chủ đề phương trình, hệ phương trình là rất cần thiết. Tuy nhiên, có một bộ phận không nhỏ giáo viên chưa ý thức được vai trò của việc bồi dưỡng và phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh hoặc không có phương pháp để bồi dưỡng tư duy sáng tạo cho học sinh.Thực tế, có thể là do những nguyên nhân sau:

Một là, trong những năm gần đây hầu hết giáo viên đã chú trọng đổi mới phương pháp dạy học Toán nhưng chưa đi vào thực chất và chưa có chiều sâu, chưa triệt để, chỉ mới dừng lại ở việc cải tiến phương pháp dạy học truyền thống bằng cách sử dụng các câu hỏi tái hiện, các câu hỏi nêu vấn đề nhưng chưa thực sát tình huống thực tế.

Hai là, trong quá trình giảng dạy giáo viên chú ý nhiều đến việc truyền thụ khối lượng kiến thức nhưng chưa có ý thức và chưa biết khai thác các nội dung dạy học có thể phát triển tư duy sáng tạo. Đồng thời, giáo viên chưa hiểu tường tận về tư duy sáng tạo cũng như tầm quan trọng của việc phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh trong quá trình dạy học, chưa biết cách thức, biện pháp, phương pháp để rèn luyện và phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh trong quá trình dạy học của mình.

Ba là, trong quá trình giảng dạy, nhiều giáo viên chuẩn bị bài rất công phu, bên cạnh đó vẫn còn một số giáo viên chuẩn bị nội dung và bài giảng chưa đúng với trọng tâm, chưa thật chu đáo. Trong quá trình giảng dạy chưa khơi dậy được niềm say mê và hứng thú học tập. Chưa góp phần tích cực vào việc xác lập động cơ học tập đúng đắn cho học sinh. Chính điều này đã vô tình làm cho học sinh thụ động trong tư duy, mất dần tính tự giác, tích cực và sáng tạo.

Bốn là, phương trình vàhệ phương trình thường có sự xuất hiện của nhiều nội dung kiến thức khác nhau, tạo ra độ khó, độ phức tạp cao đối với học sinh nên khi giải toán về phương trình, hệ phương trình đa số các em chưa có hứng thú trong học tập, học sinh thường chỉ học những nội dung giáo viên giảng dạy trên lớp, chưa có khả năng tự học, tự tìm tòi khám phá, sáng tạo thêm kiến thức cho bản thân.

Như vậy, nội dung phương trình và hệ phương trình là một nội dung hay và khó của môn Toán trong chương trình Trung học phổ thông, nó đòi hỏi cả học sinh và giáo viên không ngừng nâng cao kiến thức về nội dung này. Để làm tốt nhiệm vụ học tập, bản thân mỗi học sinh cần nỗ lực theo định hướng của giáo viên để lĩnh hội các tri thức và luôn cố gắng hoàn thiện mình bằng con đường học tập tự giác, nghiên cứu, tích cực chiếm lĩnh tri thức. Để làm tốt nhiệm vụ giảng dạy, giáo viên cần phải xây dựng và áp dụng được các biện pháp sư phạm nhằm phát triển tư duy sáng tạo trong giải toán phương trình, hệ phương trình nói riêng và trong môn Toán học nói chung cho học sinh.

Kết luận Chương 1

Trong Chương 1, chúng tôi đã tiến hành:

- Tìm hiểu khái niệm về tư duy và các đặc trưng của tư duy.

- Trình bày những khái niệm về tư duy sáng tạo, các đặc trưng cơ bản của tư duy sáng tạo, làm rõ các biểu hiện của tư duy sáng tạo trong quá trình giải toán của học sinh.

- Phân tích đặc điểm của nội dung phương trình, hệ phương trình ở chương trình Trung học phổ thông và xem xét khả năng phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh lớp 10 Ban nâng cao.

- Tìm hiểu thực trạng việc phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh thông qua dạy học chủ đề phương trình, hệ phương trình ở trường Trung học phổ thông.

Từ những kết quả nghiên cứu ở Chương 1, là cơ sở khoa học để chúng tôi đề xuất một số biện pháp sư phạm nhằm phát triển tư duy sáng tạo cho học sinhthông qua dạy học chủ đề phương trình, hệ phương trìnhở trường Trung học phổ thông.

CHƯƠNG 2
MỘT SỐ BIỆN PHÁP SƯ PHẠM ĐỂ PHÁT TRIỂN TƯ DUY SÁNG TẠO CHO HỌC SINH THÔNG QUA DẠY HỌC CHỦ ĐỀ PHƯƠNG TRÌNH, HỆ PHƯƠNG TRÌNH

2.1. Định hướng xây dựng biện pháp sư phạm

2.1.1.Đáp ứng được mục đích của việc dạy và học Toán ở Trung học phổ thông

Dạy học theo định hướng phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh cần phải đảm bảo các yêu cầu của bộ môn Toán. Cụ thể là:

- Hình thành hệ thống các kỹ năng, kỹ xảo và củng cố tri thức ở những giai đoạn khác nhau của quá trình dạy học, kể cả những kỹ năng ứng dụng Toán học vào thực tế.

- Phát triển các năng lực tư duy, trong đó có tư duy sáng tạo.

- Bồi dưỡng thế giới quan duy vật biện chứng, từ đó hình thành cho người học những phẩm chất đạo đức.

2.1.2. Căn cứ dựa trên nền tảng tri thức chuẩn của Sách giáo khoa hiện hành

Chủ đề phương trình, hệ phương trình thuộc chương 2 của Sách giáo khoa Đại số 10 Ban nâng cao. Nội dung kiến thức của chương này chủ yếu trình bày những khái niệm phương trình, phương trình tương đương, phương trình hệ quả, biết được các phép biến đổi tương đương và phép biến đổi cho phương trình hệ quả, công thức và các phương pháp giải phương trình bậc nhất, phương trình bậc hai một ẩn và hệ phương trình bậc nhất, bậc hai hai ẩn. Từ đó hiểu được ý nghĩa hình học của các nghiệm của phương trình và hệ phương trình bậc nhất và bậc hai.Đối với bài tập phương trình, hệ phương trình rất phong phú, nhiều dạng bài tập có thể khai thác để phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh. Chẳng hạn, trong các đề thi học sinh giỏi, đề thi Đại học, cao đẳng luôn có các bài toán phương trình, hệ phương trình hay và khó đòi hỏi sự sáng tạo rất lớn của học sinh. Chính vì vậy ngoài việc khai thác triệt để các kiến thức trong Sách giáo khoa, giáo viên còn phải chú trọng đổi mới, mở rộng và đào sâu các tri thức trong Sách giáo khoađể bồi dưỡng tư duy sáng tạo cho học sinh.

2.1.3. Bám sát định hướng đổi mới phương pháp dạy học môn Toán ở Trung học phổ thông hiện nay

Theo Nghị quyết số 29, Nghị quyết Trung ương 8 khóa XI về đổi mới căn bản, toàn diện giáo dục và đào tạo, đáp ứng yêu cầu công nghiệp hóa, hiện đại hóa trong điều kiện kinh tế thị trường định hướng xã hội chủ nghĩa và hội nhập quốc tế xác định rõ "*Phát triển trí tuệ, thể chất, hình thành phẩm chất, năng lực công dân, phát hiện và bồi dưỡng năng khiếu, định hướng nghề nghiệp cho học sinh. Nâng cao chất lượng giáo dục toàn diện, chú trọng giáo dục lý tưởng, truyền thống, đạo đức, lối sống, ngoại ngữ, tin học, năng lực và kỹ năng thực hành, vận dụng kiến thức vào thực tiễn. Phát triển khả năng sáng tạo, tự học, khuyến khích học tập suốt đời*".

Theo định hướng này, vấn đề phát triển tư duy sáng tạo trong dạy học Toán nói riêng và phát triển khả năng sáng tạo cho học sinh nói chung vừa là nhiệm vụ và cũng là định hướng của người giáo viên. Giáo viên là người thiết kế tổ chức, hướng dẫn, điều khiển quá trình học tập còn học sinh là đối tượng trung tâm của hoạt động học tập, từ đó hình thành phát triển nhân cách và các năng lực cần thiết của con người lao động.

2.2. Một số biện pháp sư phạm

2.2.1. Biện pháp 1: Củng cố, đào sâu mở rộng kiến thức và rèn luyện kỹ năng giải các phương trình, hệ phương trình để tạo điều kiện nền tảng cho việc phát triển tư duy sáng tạo ở học sinh

a) Cơ sở và ý nghĩa của biện pháp

Để giải tốt các bài toán về học sinh cần nắm vững các kiến thức và thành thạo các kĩ năng, phương pháp giải các bài toán.Đây vừa là mục đích, vừa là mục tiêu dạy học.Thông thường, khi học sinh tiếp nhận kiến thức mới nếu học sinh không được củng cố, khắc sâu kiến thức và sử dụng chúng một cách thường xuyên thì học sinh sẽ rất nhanh quên.

Chính vì vậy việc thường xuyên củng cố, đào sâu mở rộng kiến thức và rèn luyện các kỹ năng giải là hết sức quan trọng, từ đó học sinh mới có "vốn" để sáng tạo trong quá trình học tập.

b) Phương thức thực hiện

Khi dạy học giải toán về phương trình, hệ phương trìnhtùy theo nội dung bài học và năng lực của học sinh, giáo viên tổ chức các hoạt động dạy học phù hợp với đối tượng học sinh đồng thời củng cố, đào sâu mở rộng kiến thức giúp học sinh tập luyện các kĩ năng cần thiết để giải phương trình, hệ phương trình. Từ đó tạo nền tảng cho việc phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh.

c) Một số ví dụ

Ví dụ 2.1. Cho hai phương trình: $4x = 5$ và $5x = 4$.

Cộng các vế tương ứng của hai phương trình đã cho.

a) Phương trình nhận được có tương đương với một trong hai phương trình đã cho hay không?

b) Phương trình đó có phải là phương trình hệ quả của một trong hai phương trình đã cho hay không?

Cách giải.

Cộng các vế tương ứng của hai phương trình đã cho ta được phương trình: $9x = 9$.

Giáo viên yêu cầu học sinh nhắc lại khái niệm phương trình tương đương, phương trình hệ quả.

Áp dụng: $9x = 9$ không tương đương với phương trình $4x = 5$; $5x = 4$ và cũng không là hệ quả của một trong hai phương trình đó.

Như vậy, từ ví dụ trên thông qua việc củng cố kiến thức cho học sinh về phương trình tương đương, phương trình hệ quả học sinh có thể giải tốt các bài tập liên quan.

Ví dụ 2.2. Hai bạn Vân và Lan đến cửa hàng mua trái cây. Bạn Vân mua 10 quả quýt, 7 quả cam với giá tiền là 55000 đồng. Bạn Lan mua 12 quả quýt, 6 quả cam hết 66000 đồng. Hỏi giá tiền mỗi quả quýt và mỗi quả cam là bao nhiêu?

Phân tích.Để giải quyết bài toán, học sinh cần phải biết cách chuyển bài toán về bài toán bằng cách lập hệ phương trình bậc nhất hai ẩn.

Sau khi đặt các ẩn, phải xem xét điều kiện của các ẩn số đó, để loại các lời giải bài toán không phù hợp thực tế.Sau đó, huy động kiến thức về giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn để giải.

Cách giải.

Gọi x, y (đồng) lần lượt là giá tiền một quả quýt, một quả cam.

Điều kiện: $x > 0,\ y > 0$. Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 10x + 7y = 55000 \\ 12x + 6y = 66000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2000 \\ y = 5000. \end{cases}$$

Vậy giá mỗi quả quýt là 3000 đồng, giá mỗi quả cam là 5000 đồng.

Ví dụ2.3.Dạy học giải và biện luận hệ phương trình bậc nhất hai ẩn giáo viên yêu cầu học sinh giải và biện luận hệ phương trình:

$$\begin{cases}(a+b)x+(a-b)y=1\\(2a-b)x+(2a+b)y=1\end{cases} \qquad \text{(I)}$$

Học sinh giải và biện luận như sau:

$D=\begin{vmatrix}a+b & a-b\\2a-b & 2a+b\end{vmatrix}=6ab.$

$D_x=\begin{vmatrix}1 & a-b\\1 & 2a+b\end{vmatrix}=a+2b$; $D_y=\begin{vmatrix}a+b & 1\\2a-b & 1\end{vmatrix}=-a+2b.$

- Nếu $D\neq 0 \Leftrightarrow 6ab\neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases}a\neq 0\\b\neq 0.\end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất: $\begin{cases}x=\dfrac{D_x}{D}=\dfrac{a+2b}{6ab}\\y=\dfrac{D_y}{D}=\dfrac{-a+2b}{6ab}.\end{cases}$

- Nếu $\begin{cases}a=0\\b\neq 0\end{cases}$ thì $\begin{cases}D=0\\D_x=D_y=2b.\end{cases}$

Vậy hệ phương trình vô nghiệm.

- Nếu $\begin{cases}a\neq 0\\b=0\end{cases}$ thì $\begin{cases}D=0\\D_x=-D_y=a.\end{cases}$

Vậy hệ phương trình vô nghiệm.

- Nếu $\begin{cases}a=0\\b=0\end{cases}$ thì $D=D_x=D_y=0.$

Vậy hệ phương trình vô số nghiệm.

Giáo viên cho học sinh phát hiện ra sai lầm trong lời giải trên

- Nếu $\begin{cases}a=0\\b=0\end{cases}$ thì $D=D_x=D_y=0$.

Khi đó hệ (I) tương đương $\begin{cases}0.x+0.y=1\\0.x+0.y=1.\end{cases}$

Vậy hệ phương trình vô nghiệm.

Sai lầm của học sinh xuất phát từ việc học sinh không nắm chắc các bước giải và biện luận hệ phương trình dạng bậc nhất hai ẩn cũng như chưa thành thạo việc kết luận nghiệm tương ứng trong mỗi trường hợp.Để khắc phục sai lầm của học sinh, giáo viên có thể tổ chức hoạt động dạy và học củng cố các bước giải và biện luận hệ phương trình bậc nhất hai ẩn, sau đó củng cố cách kết luận nghiệm trong từng trường hợp.

2.2.2. Biện pháp 2: Tập luyện cho học sinhthói quen không suy nghĩ rập khuôn, máy móc để học sinh có tư duy logic, xử lý linh hoạt trước những tình huống mới

a) Cơ sở và ý nghĩa của biện pháp

Một trong những thuộc tính quan trọng của tư duy sáng tạo là tính mềm dẻo. Tính mềm dẻo thể hiện ở khả năng dễ dàng chuyển từ giải pháp này sang giải pháp khác, không suy nghĩ rập khuôn, không áp dụng máy móc những kinh nghiệm, kiến thức, kĩ năng đã có, đã biết vào hoàn cảnh mới, điều kiện mới mà trong đó có những yếu tố thay đổi. Vì vậy, biện pháp này nhằm rèn luyện cho học sinh tính mềm dẻo của tư duy sáng tạo.

b) Phương thức thực hiện

Khi thực hiện biện pháp này, giáo viên phải linh hoạt, mềm dẻo trong gợi mở vấn đề để học sinh từ những kiến thức đã có có thể tổng hợp các công cụ để giải quyết bài toán, không áp đặt để học sinh không suy nghĩ cứng nhắc, máy móc và bắt chước theo một hướng giải quyết nào. Giáo viên cũng cần khuyến khích học sinh sáng tạo đưa ra các hướng giải quyết chứ không liệt kê cụ thể tất cả các phương pháp mà nên đưa ra dấu hiệu tương ứng gợi mở để học sinh phát hiện ra phương pháp.

Khi gặp một bài toán, thoạt nhìn học sinh nghĩ có thể giải quyết được bài tập theo cách quen thuộc nhưng khi bắt tay vào làm thì không giải quyết được vấn đề đó hoặc nếu có giải quyết được thì cũng gặp rất nhiều khó khăn. Khi đó đòi hỏi mỗi học sinh phải chuyển hướng tư duy để tìm cách giải mới.

c) Một số ví dụ

Ví dụ 2.4. Giải phương trình:

$$\sqrt{x+2+3\sqrt{2x-5}}+\sqrt{x-2-\sqrt{2x-5}}=2\sqrt{2}. \qquad (1)$$

Khi gặp bài toán này học sinh sẽ nghĩ ngay đến những cách giải quen thuộc như phương pháp biến đổi tương đương, phương pháp đặt ẩn phụ, hoặc bình phương hai vế… Tuy nhiên nếu áp dụng một cách rập khuôn, máy móc những cách đó thì sẽ gặp khó khăn, bế tắc. Đến đây đòi hỏi học sinh phải tư duy linh hoạt, mềm dẻo, phải có kĩ thuật biến đổi tinh tế, khéo léo mới có thể phát hiện được, cụ thể như sau:

Biến đổi biểu thức dưới dấu căn về hằng đẳng thức bình phương của một tổng hoặc một hiệu:

$$x+2+3\sqrt{2x-5}=\frac{1}{2}\left(2x+4+6\sqrt{2x-5}\right) \quad =\frac{1}{2}\left(\sqrt{2x-5}+3\right)^2.$$

$$x-2-\sqrt{2x-5} \quad =\frac{1}{2}\left(2x-5-2\sqrt{2x-5}+1\right)=\frac{1}{2}\left(\sqrt{2x-5}-1\right)^2.$$

Khi đó:

$$(1)\Leftrightarrow \sqrt{\frac{1}{2}\left(\sqrt{2x-5}+3\right)^2}+\sqrt{\frac{1}{2}\left(\sqrt{2x-5}-1\right)^2}=2\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow \left|\sqrt{2x-5}+3\right| + \left|\sqrt{2x-5}-1\right|=4$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ \dfrac{5}{2}\le x<3. \end{array}\right.$$

Vậy nghiệm của phương trình là $\dfrac{5}{2}\le x\le 3.$

Ví dụ 2.5. Giải hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} \sqrt{x-3}+y=1 \\ y\sqrt{x-3} \quad =-2. \end{cases}$$

Đối với bài toán này, nếu học sinh sử dụng phương pháp bình phương hai vế để làm mất dấu căn thức sẽ dẫn đến các phương trình rất phức tạp, có thể giải được nhưng việc thực hiện rất vất vả và khó khăn. Tuy nhiên, nếu giáo viên gợi ý khéo léo bằng các câu hỏi thì giúp học sinh vận dụng kiến thức về định lí Vi–ét đảo và từ đó dễ dàng giải được hệ phương trình đã cho.

Giáo viên có thể gợi ý bằng các câu hỏi như:

?1 Điều kiện của hệ phương trình là gì?

?2 Có nhận xét gì về các vế của mỗi phương trình trong hệ đã cho?

?3 Để giải hệ phương trình đã cho, ta cần vận dụng đến định lí gì đã học?

Cách giải.

Điều kiện: $x \geq 3$. Áp dụng định lí Vi-ét đảo thì $\sqrt{x-3}$ và y là nghiệm của phương trình:

$$X^2 - X - 2 = 0 \quad \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} X = -1 \\ X = 2. \end{array}\right.$$

Do $\sqrt{x-3} \geq 0$ nên ta có:

$$\begin{cases} \sqrt{x-3} = 2 \\ y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = -1. \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(7;-1)$.

Ví dụ 2.6. Dạy học giải hệ phương trình (I):

$$\begin{cases} x^4 + y^4 = 1 & (1) \\ x^{10} + y^{10} = 1. & (2) \end{cases}$$

Giáo viên có thể tổ chức dạy học như sau:

- Hệ phương trình này thuộc dạng cơ bản nào? Em hãy nêu cách giải?

Đây là hệ phương trình thuộc dạng hệ đối xứng loại I. Đặt $S = x + y;\ P = x.y.$

- Các em hãy tìm cách giải hệ phương trình trên?

Đến đây học sinh sẽ tìm cách biến đổi hệ phương trình đã cho về hệ phương trình mới mà các phương trình trong hệ có chứa tổng $x + y$ và tích $x.y$. Tuy nhiên các em vấp phải một trở ngại không nhỏ, khi số mũ của x và y trong hệ là quá lớn nên việc đưa về tổng và tích của x và y là không hề đơn giản.Như vậy, học sinh đã gặp phải khó khăn khi vận dụng cách giải truyền thống của hệ phương trình đối xứng loại 1.Các em cần phải chuyển hướng tư duy tìm cách giải khác cho bài toán.

Giáo viên có thể gợi ý cho học sinh như sau (nếu cần): với hệ phương trình trên x và y có số mũ là khá cao và đều là bậc chẵn. Hơn nữa, tổng của chúng bằng 1.Sau đó xét dấu đẳng thức xảy ra để suy ra nghiệm của hệ.

Học sinh: Từ (1) ta có:

$$\begin{cases} 0 \leq x^4 \leq 10 \\ 0 \leq y^4 \leq 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |x| \leq 1 \\ |y| \leq 1. \end{cases}$$

Với $0 \leq |x| \leq 1 \Rightarrow x^{10} < x^4$ và $0 \leq |y| \leq 1 \Rightarrow y^{10} < y^4.$

Nên $x^{10} + y^{10} \le x^4 + y^4$ (3)

Từ (1), (2) và (3) ta suy ra: $\begin{cases} x^{10} = x^4 \\ y^{10} = y^4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = \pm 1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = \pm 1 \\ y = 0. \end{cases}$

Thay vào hệ và kiểm tra thì nhận được nghiệm như sau:

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = \pm 1 \end{cases} \text{hoặc} \begin{cases} x = \pm 1 \\ y = 0. \end{cases}$$

Nhận xét. Thông qua hoạt động tìm cách giải hệ phương trình (1), học sinh đã suy nghĩ linh hoạt, không rập khuôn máy móc, không áp dụng cứng nhắc theo những quy tắc đã học, những mô hình đã gặp. Học sinh đã nhận xét được miền giá trị của x và y, dựa vào đặc điểm riêng của hệ phương trình, dẫn đến phép đánh giá bất đẳng thức đầy tinh tế, tạo nên một lời giải đẹp cho bài toán. Đồng thời cũng đã nhìn thấy chức năng mới (giải hệ phương trình) của một đối tượng quen thuộc (là công cụ bất đẳng thức).Như vậy, hoạt động này đã rèn được tính mềm dẻo, linh hoạt của tư duy sáng tạo cho học sinh.

2.2.3. Biện pháp 3: Hướng dẫn và tập luyện cho học sinh khả năng nhìn bài toán dưới nhiều góc độ khác nhau để tìm được nhiều cách giải khác nhau.

a) Cơ sở và ý nghĩa của biện pháp

Phương trình, hệ phương trình có rất nhiều bài tập đa dạng và phong phú, có thể biến đổi, nhìn nhận ở các góc độ khác nhau sẽ có những cách giải khác nhau.Trong quá trình học việc rèn luyện cho học sinh biến đổi bài toán theo nhiều hình thức khác nhau sẽ rèn luyện được tính mềm dẻo, nhuần nhuyễn và độc đáo của tư duy sáng tạo. Để tìm được nhiều cách giải cho một bài toán trước hết học sinh cần nắm vững các kiến thức cơ bản và các phương pháp giải toán.Đồng thời học sinh phối hợp các phương pháp đó một cách mềm dẻo, linh hoạt từ đó học sinh biết cách phân tích, so sánh, đánh giá các cách giải tìm ra cách giải độc đáo và hay nhất.

b) Phương thức thực hiện

Giáo viên đưa ra các bài toán về phương trình, hệ phương trình có thể giải bằng nhiều cách, nhiều phương pháp khác nhau.Giáo viên yêu cầu học sinh giải bài tập đó bằng các cách khác nhau và nhận xét về ưu điểm, nhược điểm của từng cách giải.

Giáo viên hướng dẫn học sinh phân tích bài toán theo nhiều hướng khác nhau, từ đó tìm ra được nhiều cách giải và cách giải tối ưu nhất cho bài toán.

Học sinh phân tích các ưu điểm, nhược điểm, lợi thế của từng lời giải và lựa chọn cách giải độc đáo, tối ưu cho bài toán.

c) Một số ví dụ

Ví dụ 2.7. Giải và biện luận phương trình:

$$x^4 - 2ax^2 + a^2 - x - a = 0. \qquad (*)$$

Cách 1. Phương trình (*) là phương trình bậc bốn với ẩn x và tham số a nên chúng ta sẽ giải và biện luận (*) theo a.

$$\begin{aligned}(*) &\Leftrightarrow \left(x^2 - a\right)^2 - x - a = 0 \\ &\Leftrightarrow \left(x^2 - a\right)^2 - x^2 + x^2 - x - a = 0 \\ &\Leftrightarrow \left(x^2 - a - x\right)\left(x^2 - a + x\right) + x^2 - x - a = 0 \\ &\Leftrightarrow \left(x^2 - a - x\right)\left(x^2 - a + x + 1\right) = 0. \qquad (**)\end{aligned}$$

Sau đó thực hiện các bước giải biện luận (**) theo a khá đơn giản.

Cách 2. Nhìn nhận vế trái của (*) là phương trình bậc hai ẩn a.

Khi đó:

$$(*) \Leftrightarrow a^2 - \left(2x^2 + 1\right)a + x^4 - x = 0.$$

Ta có: $\Delta = 4x^2 + 4x + 1 = \left(2x+1\right)^2 \geq 0.$ Từ đó giải và biện luận (*) khá đơn giản vì $\Delta \geq 0,\ \forall x \in \mathbf{R}$.

Thông qua hai cách giải, chúng ta thấy cách giải thứ hai đơn giản hơn cách giải thứ nhất. Tuy nhiên, muốn giải được phương trình học sinh phải linh hoạt, mềm dẻo trong việc biến đổi phương trình để từ đó biện luận phương trình được đơn giản hơn.

Ví dụ 2.8. Em hãy tìm nhiều phương pháp giải phương trình sau:

$$\sqrt{x-1} + \sqrt{3-x} = 2. \qquad (1)$$

Giáo viên tổ chức cho lớp hoạt động theo nhóm, chia lớp thành 4 nhóm và yêu cầu các thành viên trong nhóm tích cực suy nghĩ, đề xuất các cách giải.

Dự kiến các tình huống mà học sinh có thể đề xuất:

Cách 1. Học sinh sử dụng phương pháp biến đổi tương đương

Phương trình (1) tương đương:

$$\begin{cases}1\le x\le 3\\ \sqrt{(x-1)(3-x)}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1\le x\le 3\\ -x^2+4x-4=0\end{cases}\Leftrightarrow x=2.$$

Cách 2.Học sinh sử dụng bất đẳng thức Cauchy:

$$\begin{cases}1.\sqrt{x-1}\le\dfrac{x}{2}\\ 1.\sqrt{3-x}\le\dfrac{4-x}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{x-1}\le\dfrac{x}{2}\\ \sqrt{3-x}\le\dfrac{4-x}{2}\end{cases}\Rightarrow\sqrt{x-1}+\sqrt{3-x}\le 2.$$

Cách 3.Học sinh sử dụng bất đẳng thức Bunhiacopski

$$1.\sqrt{x-1}+1.\sqrt{3-x}\le\sqrt{1^2+1^2}.\sqrt{x-1+3-x}$$
$$\sqrt{x-1}+\sqrt{3-x}\quad\le\quad\sqrt{2}.\sqrt{2}=2.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x=2$.

Cách 4.Học sinh sử dụng phương pháp đánh giá trội:

$$\sqrt{(x-1)(3-x)}=\sqrt{1-(x-2)^2}\le 1.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x=2$.

Cách 5.Học sinh sử dụng phương pháp nhân liên hợp:

$$\sqrt{x-1}+\sqrt{3-x}=2\Leftrightarrow\left(\sqrt{x-1}-1\right)+\left(\sqrt{3-x}-1\right)=0$$

$$\Leftrightarrow\frac{x-2}{\sqrt{x-1}+1}+\frac{2-x}{\sqrt{3-x}+1}=0\Leftrightarrow\frac{x-2}{\sqrt{x-1}+1}=\frac{x-2}{\sqrt{3-x}+1}$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\ \sqrt{x-1}=\sqrt{3-x}\end{array}\right.\Leftrightarrow x=2.$$

Cách 6.Học sinh sử dụng phương pháp đặt ẩn phụ

Đặt $\begin{cases}a=\sqrt{x-1}\\ b=\sqrt{3-x}\end{cases}$ $(a,b\ge 0)$ $\Rightarrow a^2+b^2=2$. Từ đó ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}a+b=2\\ a^2+b^2=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+b=2\\ (a+b)^2-2ab=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+b=2\\ ab=1.\end{cases}$$

Suy ra a, b là nghiệm của phương trình

$$t^2-2t+1=0\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\ b=1.\end{cases}$$

Từ đó ta tìm được $x = 2$.

Cách 7.Học sinh sử dụng vectơ.

Đặt $\vec{u}(1;1)$; $\vec{v}\left(\sqrt{x-1}\ ;\ \sqrt{3-x}\right)$. Từ bất đẳng thức $\vec{u}.\vec{v} \le |\vec{u}|.|\vec{v}|$ ta có:

$$1.\sqrt{x-1} + 1.\sqrt{3-x} \le \sqrt{1^2+1^2}.\sqrt{x-1+3-x}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x-1} + \sqrt{3-x} \le \sqrt{2}.\sqrt{2} = 2.$$

Đẳng thức xảy ra khi $x = 2$.

Cách 8.Học sinh sử dụng phương pháp hình học.

$$\sqrt{x-1} + \sqrt{3-x} = 2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x-1)(3-x)} = 2.$$

Xét nửa đường tròn đường kính $AB = 2$. Trên đoạn AB lấy điểm M thay đổi sao cho $MA = x-1$, $(1 \le x \le 3) \Rightarrow MB = 3-x$. Khi đó

$$\sqrt{(x-1)(3-x)} = \sqrt{MA.MB}.$$

Giả sử C, D lần lượt là giao điểm của nửa đường tròn với các đường thẳng vuông góc với AB tại O và M. Do đó tam giác ABD vuông tại D dẫn đến:

$$\sqrt{MA.MB} = \sqrt{MD^2} = MD \le OC = 1.$$

Đẳng thức xảy ra khi $M \equiv O$ hay $x = 2$.

- Giáo viên nhận xét đề ra tiêu chí đánh giá các nhóm là dựa trên số cách giải và giải chính xác mà nhóm đó đưa ra.

- Giáo viên tổ chức, giám sát cho mỗi nhóm lên trình bày một cách không trùng nhau.

Ví dụ 2.9. Giải phương trình:

$$1 - 2x\sqrt{x^2+x+1} = 2x^2 - x, \ (x \in \mathbf{R}).$$

Đây là một phương trình hay, có rất nhiều ý tưởng giải dành cho nó, học sinh có thể tiếp cận từ nhiều góc độ khác nhau và từ đó tìm ra được nhiều cách giải khác nhau. Ta có lời giải như sau:

Cách 1.*Biến đổi tương đương*

Biến đổi phương trình $2x\sqrt{x^2+x+1} = -2x^2 + x + 1$ tương đương

$$\begin{cases} x\left(-2x^2+x+1\right)\geq 0 \\ 4x^2\left(x^2+x+1\right)=\left(-2x^2+x+1\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\left(-2x^2+x+1\right)\leq 0 \\ 8x^3+7x^2-2x-1=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x.(x-1).(2x+1)\leq 0 \\ (x+1).\left(8x^2-x-1\right)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\dfrac{1+\sqrt{33}}{16}. \end{array}\right.$$

Vậy phương trình có nghiệm là $x=-1$ hoặc $x=\dfrac{1+\sqrt{33}}{16}$.

Cách 2.*Dùng hằng đẳng thức*

Phương trình tương đương:

$$x-2x\sqrt{x^2+x+1}+\left(x^2+x+1\right)=4x^2$$

$$\Leftrightarrow \left(x-\sqrt{x^2+x+1}\right)^2=(2x)^2$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-\sqrt{x^2+x+1}=2x \\ x-\sqrt{x^2+x+1}=-2x \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} \sqrt{x^2+x+1}=-x & (1) \\ \sqrt{x^2+x+1}=3x. & (2) \end{array}\right.$$

Giải (1):

$$(1)\Leftrightarrow \begin{cases} -x\geq 0 \\ x^2+x+1=x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\leq 0 \\ x=-1 \end{cases} \Leftrightarrow x=-1.$$

Giải (2):

$$\begin{cases} 3x\geq 0 \\ x^2+x+1=9x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 0 \\ 8x^2-x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 0 \\ x=\dfrac{1\pm\sqrt{33}}{16} \end{cases} \Leftrightarrow x=\frac{1\pm\sqrt{33}}{16}.$$

Vậy phương trình có nghiệm $x=-1$ hoặc $x=\dfrac{1+\sqrt{33}}{16}$.

Cách 3.*Đưa phương trình về dạng đồng cấp $au^2+buv+cv^2=0$ để tạo tích bằng việc chia và đặt ẩn phụ.*

Biến đổi phương trình tương đương:

$$2x\sqrt{x^2+x+1}=-2x^2+x+1 \Leftrightarrow 2x\sqrt{x^2+x+1}=-3x^2+\left(x^2+x+1\right).$$

Nhận thấy $x=0$ không là nghiệm của phương trình nên $x\sqrt{x^2+x+1}\neq 0$, chia cả hai vế của phương trình cho $x\sqrt{x^2+x+1}$, khi đó phương trình tương đương:

$$2=\frac{-3x^2}{x\sqrt{x^2+x+1}}+\frac{x^2+x+1}{x\sqrt{x^2+x+1}} \Leftrightarrow 2=\frac{-3x}{\sqrt{x^2+x+1}}+\frac{x^2+x+1}{x\sqrt{x^2+x+1}}.$$

Đặt $t=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+x+1}}$, phương trình có dạng:

$$2=-3t+\frac{1}{t} \Leftrightarrow 3t^2+2t-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-1 \\ t=\dfrac{1}{3}. \end{array}\right.$$

Với $t=-1$ thì $\sqrt{x^2+x+1}=-x$ (1)

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} -x \geq 0 \\ x^2+x+1=x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x=-1 \end{cases} \Leftrightarrow x=-1.$$

Với $t=\dfrac{1}{3}$ thì $\sqrt{x^2+x+1}=3x$ (2)

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x \geq 0 \\ x^2+x+1=9x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 8x^2-x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=\frac{1 \pm \sqrt{33}}{16}.$$

Vậy phương trình có nghiệm $x=-1$ hoặc $x=\dfrac{1+\sqrt{33}}{16}$.

Cách 4.*Đưa phương trình về dạng đồng cấp $au^2+buv+cv^2=0$ để tạo tích bằng việc đặt ẩn phụ.*

Đặt $y=\sqrt{x^2+x+1}$

Phương trình trở thành:

$$3x^2+2xy-y^2=0 \Leftrightarrow (x+y)(3x-y)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=-x \\ y=3x. \end{array}\right.$$

Suy ra

$$\left[\begin{array}{l} \sqrt{x^2+x+1}=-x \\ \sqrt{x^2+x+1}=3x. \end{array}\right.$$

Tiếp tục như Cách 2 ta được nghiệm $x=-1$ hoặc $x=\dfrac{1+\sqrt{33}}{16}$.

Cách 5.*Đặt ẩn phụ hoàn toàn.*

Biến đổi phương trình tương đương:

$$1+x-2x^2-2\sqrt{x^2+x+1}=0.$$

Nhận thấy $x=0$ không là nghiệm của phương trình.Chia cả hai vế cho x^2 ta được:

$$\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}-2-\frac{2\sqrt{x^2+x+1}}{x}=0. \qquad (*)$$

Với $x>0$:

$$(*)\Leftrightarrow \frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}-2-2\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}=0.$$

Đặt $t=\sqrt{1+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}}\Rightarrow \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}=t^2-1,\ (t\ge 0)$. Khi đó phương trình có dạng:

$$t^2-1-2+2t=0\Leftrightarrow t^2+2t-3=0.$$

Suy ra $t=3$ hoặc $t=-1$ (loại).

Với $t=3$ thì $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}=8\Leftrightarrow 8x^2-x-1=0\Leftrightarrow x=\dfrac{1\pm\sqrt{33}}{16}$.

Kết hợp với $x>0$ ta được nghiệm: $x=\dfrac{1+\sqrt{33}}{16}$.

Với $x<0$:

$$(*)\Leftrightarrow \frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}-2+2\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}=0$$

Đặt $t=\sqrt{1+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}}\Rightarrow \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}=t^2-1\ (t\ge 0)$. Phương trình trở thành:

$$t^2-1-2+2t=0\Leftrightarrow t^2+2t-3=0.$$

Hay $t=1$ (nhận) hoặc $t=-3$ (loại).Suy ra

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=0\Leftrightarrow x+1=0\Leftrightarrow x=-1 \text{(thỏa mãn } x<0\text{)}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x=-1$ hoặc $x=\frac{1+\sqrt{33}}{16}$.

Cách 6. *Nhân biểu thức liên hợp.*

Biến đổi phương trình tương đương:

$$2x.\left(\sqrt{x^2+x+1}+x\right)=x+1$$

Nếu

$$\sqrt{x^2+x+1}+x=0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+x+1}=-x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x\geq 0 \\ x^2+x+1=x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\leq 0 \\ x=-1 \end{cases} \Leftrightarrow x=-1$$

Kiểm tra lại $x=-1$ là nghiệm của phương trình.

Nếu $\sqrt{x^2+x+1}+x\neq 0 \Leftrightarrow x\neq -1$. Khi đó phương trình tương đương:

$$2x\left(\sqrt{x^2+x+1}+x\right)\left(\sqrt{x^2+x+1}+x\right)=(x+1)\left(\sqrt{x^2+x+1}-x\right)$$

$$\Leftrightarrow 2x(x+1)=(x+1)\left(\sqrt{x^2+x+1}-x\right)$$

$$\Leftrightarrow \quad 2x \quad =\sqrt{x^2+x+1}-x \text{ (vì } x\neq -1)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2+x+1}=3x$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{1+\sqrt{33}}{16}$$

Tiếp tục như Cách 2 ta tìm được nghiệm $x=-1$ hoặc $x=\frac{1+\sqrt{33}}{6}$.

Vậy nghiệm của phương trình là $x=-1$ hoặc $x=\frac{1+\sqrt{33}}{6}$.

Chú ý. Ở cách 6, khi ta nhân với một biểu thức chứa biến vào cả hai vế của phương trình thì có hai cách trình bày:

- Trước khi nhân, ta xét tính bằng 0 và khác 0 của biểu thức cần nhân để tránh tình huống thừa nghiệm.

- Tạo ra phương trình hệ quả (dùng dấu "$\Rightarrow$") và bước cuối cùng phải thử lại nghiệm (chỉ dùng cho bài toán có "nghiệm đẹp" – để việc thử lại nghiệm không gặp "khó khăn").

Ví dụ 2.10. Giáo viên dùng phiếu học tập sau:

a) Em hãy nêu các phương pháp giải hệ phương trình mà em biết?
b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x+9}+\sqrt{7-y}=4 & (1) \\ \sqrt{y+9}+\sqrt{7-x}=4 & (2) \end{cases}$
c) Trong các cách giải tìm được, em thích cách nào nhất? Vì sao?

* Giáo viên dành thời gian cho học sinh suy nghĩ, quay trở lại từng câu hỏi và yêu cầu học sinh đưa ra các ý kiến.

Dự kiến câu trả lời của học sinh:

a) Các phương pháp giải hệ phương trình như: phương pháp thế, phương pháp biến đổi tương đương, phương pháp đặt ẩn phụ, phương pháp đưa một phương trình của hệ về phương trình tích hoặc phương trình đẳng cấp, phương pháp đánh giá bất đẳng thức,…

b) Điều kiện: $\begin{cases} -9 \le x \le 7 \\ -9 \le y \le 7 \end{cases}$

Cách 1. Hệ phương trình đã cho tương đương với hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} \sqrt{x+9}+\sqrt{7-y}=4 \\ \sqrt{y+9}+\sqrt{7-x}=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\sqrt{x+9}+\sqrt{7-y}\right)^2=16 \\ \left(\sqrt{y+9}+\sqrt{7-x}\right)^2=16 \end{cases}$$

Hay

$$\begin{cases} x+9+7+y+2\sqrt{x+9}.\sqrt{7-y}=16 \\ x+9+7+y+2\sqrt{y+9}.\sqrt{7-x}=16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+2\sqrt{x+9}.\sqrt{7-y}=0 \\ x+y+2\sqrt{y+9}.\sqrt{7-x}=0 \end{cases}$$

Suy ra

$$2\sqrt{x+9}\cdot\sqrt{7-y}=2\sqrt{y+9}\cdot\sqrt{7-x}$$
$$\Leftrightarrow 7x-xy=63-9y=7y-xy+63-9x$$
$$\Leftrightarrow 16x=16y \Leftrightarrow x=y.$$

Thế vào (1) ta thu được phương trình

$$\sqrt{x+9}+\sqrt{7-x}=4 \;\Leftrightarrow x+9+7-x+2\sqrt{x+9}\cdot\sqrt{7-x}=16$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{-x^2-2x+63}=0 \Leftrightarrow -x^2-2x+63=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=7 \;\Rightarrow y=7 \\ x=-9 \Rightarrow y=-9. \end{array}\right.$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(-9,-9);(7,7)$.

Cách 2. *Đánh giá hai vế*

Từ hệ ta suy ra:

$$\sqrt{x+9}+\sqrt{7-y}=\sqrt{y+9}+\sqrt{7-x} \qquad (*)$$

- Nếu $x>y$ thì ta có: $\begin{cases}\sqrt{x+9}<\sqrt{y+9}\\ \sqrt{7-y}<\sqrt{7-x}\end{cases}$

Suy ra $\sqrt{x+9}+\sqrt{7-y}<\sqrt{y+9}+\sqrt{7-x}$ (mâu thuẫn với (*)).

- Nếu $x<y$ thì ta có: $\begin{cases}\sqrt{x+9}>\sqrt{y+9}\\ \sqrt{7-y}>\sqrt{7-x}\end{cases}$

Suy ra $\sqrt{x+9}+\sqrt{7-y}>\sqrt{y+9}+\sqrt{7-x}$ (mâu thuẫn với (*)).

- Nếu $x=y$ thế vào (1) ta thu được phương trình

$$\sqrt{x+9}+\sqrt{7-x}=4 \Leftrightarrow x+9+7-x+2\sqrt{x+9}\cdot\sqrt{7-x}=16$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{-x^2-2x+63}=0 \Leftrightarrow -x^2-2x+63=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=7 \;\Rightarrow y=7 \\ x=-9 \Rightarrow y=-9 \end{array}\right.$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(-9;-9);(7;7)$

Cách 3. Từ hệ phương trình đã cho ta có:

$$\left(\sqrt{x+9}+\sqrt{7-x}\right)+\left(\sqrt{7-y}+\sqrt{y+9}\right)=8 \qquad (*)$$

$$\left(\sqrt{x+9}+\sqrt{7-x}\right)^2=16+2.\sqrt{x+9}.\sqrt{7-x}\ge 16 \Rightarrow \sqrt{x+9}+\sqrt{7-x}\ge 4 \qquad (3)$$

$$\left(\sqrt{y+9}+\sqrt{7-y}\right)^2=16+2.\sqrt{y+9}.\sqrt{7-y}\ge 16 \Rightarrow \sqrt{y+9}+\sqrt{7-y}\ge 4 \qquad (4)$$

Từ (3) và (4) ta có:

$$\sqrt{x+9}+\sqrt{7-x}+\sqrt{y+9}+\sqrt{7-y}\ge 8.$$

Vậy để (*) xảy ra thì ở (3) và (4) phải đạt dấu ‘‘=’’

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+9}.\sqrt{7-x}=0 \\ \sqrt{y+9}.\sqrt{7-y}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+9)(7-x)=0 \\ (y+9)(7-y)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=-9 \\ x=7 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} y=-9 \\ y=7 \end{array}\right. \end{cases}$$

Thay $(x;y)$ bởi $(-9;-9)$; $(-9;7)$; $(7;7)$; $(7;-9)$ vào hệ phương trình đã cho ta có nghiệm của hệ phương trình là $(-9;-9);(7;7)$.

Cách 4.*Đặt ẩn phụ*

Đặt $u=\sqrt{x+9}\ge 0$; $v=\sqrt{7-y}\ge 0$; $z=\sqrt{y+9}\ge 0$; $t=\sqrt{7-x}\ge 0$.

Ta thu được hệ phương trình:

$$\begin{cases} u+v=4 & (1) \\ z+t=4 & (2) \\ u^2+t^2=16 & (3) \\ z^2+v^2=16 & (4) \end{cases}$$

Từ (1) và (2) suy ra $u+v=z+t$. (5)

Từ (3) và (4) suy ra $u^2+t^2=z^2+v^2 \Leftrightarrow (u-v)(u+v)=(z-t)(z+t)$. (6)

Từ (5) và (6) ta được:

$$\begin{cases} u+v=z+t \\ (u-v)(u+v)=(z-t)(z+t). \end{cases}$$

Suy ra

$$(u-v)(u+v)=(z-t)(u+v)$$

$$\Leftrightarrow (u+v)\left[(u-v)-(z-t)\right]=0 \Leftrightarrow (u-v)-(z-t)=0$$

$$\Leftrightarrow u-z=v-t. \quad (7)$$

Mặt khác, từ (5)suy ra $u+v=z+t \Leftrightarrow u-z=t-v$. (8)

Từ (7) và (8) suy ra $u-z=v-t=t-v \Rightarrow v=t$ và $u=z$.

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x+9}=\sqrt{y+9} \\ \sqrt{7-x}=\sqrt{7-y} \end{cases} \Leftrightarrow x=y.$$

Thế $x=y$ vào (1) ta thu được phương trình:

$$\sqrt{x+9}+\sqrt{7-x}=4 \quad \Leftrightarrow \sqrt{-x^2-2x+63}=0$$

$$\Leftrightarrow -x^2-2x+63=0 \quad \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=7 \Rightarrow y=7 \\ x=-9 \Rightarrow y=-9 \end{array}\right.$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(-9,-9);(7,7)$.

Cách 5. Xét hệ phương trình

$$\begin{cases} \sqrt{x+9}+\sqrt{7-y}=4 & (1) \\ \sqrt{y+9}+\sqrt{7-x}=4 & (2) \end{cases}$$

Đặt $x+m=y$, (điều kiện tồn tại căn thức là $7-x-m\geq 0;\ x+m+9\geq 0$). Ta thu được hệ phương trình với ẩn m và x là:

$$\begin{cases} \sqrt{x+9}+\sqrt{7-x-m}=4 \\ \sqrt{x+m+9}+\sqrt{7-x}=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m+2\sqrt{x+9}.\sqrt{7-x-m}=0 & (3) \\ m+2\sqrt{x+m+9}.\sqrt{7-x}=0 & (4) \end{cases}$$

Từ (3) suy ra $-m\leq 0 \Leftrightarrow m\geq 0$ và từ(4) suy ra $m\leq 0$.

Vậy để (3) và (4) đồng thời xảy ra thì ta phải có $m=0$.

Khi đó hệ (3) và (4) trở thành:

$$\begin{cases} \sqrt{x+9}.\sqrt{7-x}=0 \\ \sqrt{x+9}.\sqrt{7-x}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \sqrt{x+9}.\sqrt{7-x}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+9=0 \\ 7-x=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-9 \\ x=7 \end{array}\right.$$

Mà $x+m=y$ với $m=0$ nên $x=y$.

Kết luận: Hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(-9;-9);(7;7)$.

Cách 6. Xét hệ phương trình

$$\begin{cases} \sqrt{x+9}+\sqrt{7-y}=4 & (1) \\ \sqrt{y+9}+\sqrt{7-x}=4 & (2) \end{cases}$$

Đặt $x+m=y$, ta có:

$$7-y\geq 0 \Rightarrow 7-x-m\geq 0 \Leftrightarrow x\leq 7-m\ ;y+9\geq 0.$$

Suy ra $x+m+9\geq 0 \Leftrightarrow x\geq -m-9$.

Lại do $-9\leq x\leq 7$ nên để tồn tại các căn thức bậc hai ta cần có

$$\begin{cases} 7-m\leq 7 \\ -m-9\geq -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\geq 0 \\ m\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m=0.$$

Với $m=0$ thì $x=y$.

Thế $x = y$ vào (1) ta thu được phương trình:

$$\sqrt{x+9}+\sqrt{7-x}=4 \Leftrightarrow x+9+7-x+2\sqrt{x+9}.\sqrt{7-x}=16$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{-x^2-2x+63}=0 \Leftrightarrow -x^2-2x+63=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=7 \Rightarrow y=7 \\ x=-9 \Rightarrow y=-9. \end{array}\right.$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(-9;-9);(7;7)$.

c)Học sinh có thể thích các cách giải khác nhau với những lý do các em đưa ra.Học sinh lên trình bày kết quả của mình.Sau đó thảo luận và đóng góp ý kiến.

Giáo viên nhận xét, đánh giá và củng cố hệ thống các phương pháp giải cho học sinh.

Nhận xét. Thông qua cách tổ chức hoạt động dạy học nhưtrên giáo viên đã rèn cho học sinh biết nhìn nhận, tiếp cận bài toán theo nhiều hướng khác nhau, từ đó đề xuất được nhiều cách giải khác nhau. Học sinh thích chọn cách giải nào không quan trọng, điều quan trọng là thông qua việc bày tỏ quan điểm của mìnhhọc sinh được luyện tập các hoạt động trí tuệ như phân tích, tổng hợp, so sánh, đánh giá.Qua đóhọc sinh được rèn luyện tính mềm dẻo, nhuần nhuyễn và hoàn thiện của tư duy sáng tạo.

2.2.4. Biện pháp 4: Hướng dẫn và tập luyện cho học sinhkhả năng khái quát hóa, đặc biệt hóa, tương tự hóa từ đó đề xuất các bài toán mới và phương pháp giải mới cho các phương trình, hệ phương trình từ các bài toán quen thuộc đã biết

a) Cơ sở và ý nghĩa của biện pháp

Trong [7] tác phẩm "Giải toán như thế nào", G.Polya đã viết: "Cách giải này đúng thật, nhưng làm thế nào để phát hiện ra những sự kiện như vậy? và làm thế nào để tự mình phát hiện ra được?" Quan điểm này của G. Polya muốn nhấn mạnh ý nghĩa của việc dạy cho học sinh biết tự tìm tòi lời giải, tự tìm ra cái mới từ những cái quen thuộc, đã biết.

Để có thể phát hiện và đề xuất được bài toán mới, phương pháp mới từ các bài toán đã cho, có thể hướng dẫn học sinhtheo các con đường sau đây:

- Sử dụng các thao tác tư duy như: đặc biệt hóa, xét tương tự, liên tưởng hay tổng quát hóa… để đi đến bài toán đặc biệt hóa, tương tự, bài toán đảo, hay tổng quát hóa.

- Nghiên cứu sâu bản chất của bài toán, đoán nhận được cơ sở sự hình thành bài toán,…để xây dựng các bài toán cùng dạng.

- Xét sự vận động giả thiết, từ đó dẫn đến sự vận động tương ứng của kết luận, để xây dựng, đề xuấtcác bài toán mới,…

Qua đó rèn luyện được cho học sinh tính mềm dẻo, tính nhuần nhuyễn, tính hoàn thiện và tính độc đáo của tư duy sáng tạo.

b) Phương thức thực hiện

Trong quá trình dạy học phương trình, hệ phương trình, ngoài việc dạy học sinh tìm ra lời giải, giáo viên cần đặt ra các câu hỏi cho học sinh như:

- Bài toán đã cho tương tự với các bài toán nào?
- Bài toán có là trường hợp đặc biệt của bài toán nào không?
- Có thể mở rộng bài toán này theo các hướng nào?
- Phương pháp giải bài toán này có thể áp dụng cho các dạng toán nào khác?
- Vấn đề ngược lại của bài toán này là gì?
- Bài toán này có nêu lên vấn đề nào mới không?

Đồng thời giáo viên hướng dẫn học sinh tìm câu trả lời của các câu hỏi trên.

c) Một số ví dụ

Ví dụ 2.11. Giải phương trình:

$$(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)=9.$$

Phân tích.Khi gặp bài toán này, đa số học sinh nghĩ ngay đến khai triển vế trái, biến đổi đưa phương trình về dạng: $ax^4+bx^3+cx^2+dx+e=0\left(a\neq 0\right)$ rồi thực hiện giải. Tuy nhiên, đối với bài tập này nếu học sinh làm theo cách này sẽ gặp nhiều khó khăn vì học sinh mới chỉ học cách giải phương trình trùng phương.

Giáo viên: Nhận xét gì về các hệ số có mặt trong các thừa số ở về trái?

(1+7 = 3+5 = 8)

Giáo viên: Hướng dẫn học sinh nhóm các thừa số lại biến đổi để xuất hiện các biểu thức có mối liên hệ với nhau.

Biến đổi được: $\left(x^2+8x+7\right)\left(x^2+8x+15\right)=9$ từ đó đưa ra cách giải.

Đặt $t=x^2+8x$. Điều kiện: $t\geq -16$.

Khi đó phương trình trở thành:

$$(t+7)(t+15)=9 \Leftrightarrow t^2+22t+96=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-16 \\ t=-6. \end{array}\right.$$

Với $t=-16$ thì $x^2+8x+16=0 \Leftrightarrow x=-4.$

Với $t=-6$ thì $x^2+8x+6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-4-\sqrt{10} \\ x=-4+\sqrt{10}. \end{array}\right.$

Vậy phương trình có nghiệm là: $S=\left\{-4;-4-\sqrt{10};-4+\sqrt{10}\right\}$.

Bằng việc khái quát hóa các số cụ thể, yêu cầu học sinh đề xuất bài toán tổng quát và xây dựng cách giải dạng toán này?

Bài toán tổng quát. $(x+a)(x+b)(x+c)(x+d)=e.$

Giả thiết: $a+d=b+c=\alpha$ (*)

Cách giải.

$$\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow \left[(x+a)(x+d)\right]\left[(x+b)(x+c)\right]=e \\ &\Leftrightarrow \left[x^2+(a+d)x+ad\right]\left[x^2+(b+c)x+bc\right]=e \\ &\Leftrightarrow \left(x^2+ax+ad\right)\left(x^2+ax+bc\right)=e. \end{aligned}$$

Đặt $t=x^2+\alpha x$. Điều kiện:

$$t \geq \frac{-\alpha^2}{4} \text{ vì } x^2+\alpha x=\left(x+\frac{\alpha}{2}\right)^2-\frac{\alpha^2}{4} \geq \frac{-\alpha^2}{4}.$$

Khi đó: (1) $\Leftrightarrow (t+ad)(t+bc)=e$. Đây là phương trình bậc hai quen thuộc đã biết cách giải.

Lớp các bài toán có thể tổng quát từ bài toán cụ thể, xây dựng cách giải tương ứng cho dạng toán đó đa dạng, phong phú.Giáo viên cần khích lệhọc sinh tìm tòi, khám phá, giúp họ lĩnh hội kiến thức một cách chủ động, sáng tạo.

Ví dụ 2.12. Phiếu bài tập

Câu 1. Giải các phương trình:

$a)$ $\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x+1}=\sqrt[3]{2x+1}$

$b)$ $\sqrt[3]{2x-3}+\sqrt[3]{x+4}=\sqrt[3]{3x+1}$

Câu 2. Các biểu thức dưới dấu căn trong mỗi phương trình trên có mối liên hệ với nhau như thế nào?

Câu 3. Có thể tổng quát dạng phương trình trên như thế nào? Nêu các nghiệm của phương trình tổng quát?

Câu 1. Giáo viên: phát phiếu học tập cho học sinh. Học sinh suy nghĩ và tìm hướng giải quyết bài toán.

Học sinh: Đưa ra hướng giải quyết bài toán là biến đổi tương đương bằng cách lập phương hai vế của phương trình.

Giáo viên: Nhận xét và gọi hai học sinh lên bảng làm.

Đối với câu a) $\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x+1}=\sqrt[3]{2x+1}$

$$\Leftrightarrow x+x+1+3(\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x+1})\sqrt[3]{x(x+1)}=2x+1$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x+1}\right)\sqrt[3]{x\left(x+1\right)}=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x+1}=0\\ \sqrt[3]{x\left(x+1\right)}\ \ =0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-\left(x+1\right)\\ x=0\\ x+1=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{1}{2}\\ x=0\\ x=-1.\end{array}\right.$$

Vậy nghiệm của phương trình là $S=\left\{\dfrac{-1}{2};0;\text{-}1\right\}$.

Đối với câu (b) phương trình $\sqrt[3]{2x-3}+\sqrt[3]{x+4}=\sqrt[3]{3x+1}$ tương đương

$$2x-3+x+4+3\left(\sqrt[3]{2x-3}+\sqrt[3]{x+4}\right)\sqrt[3]{\left(2x-3\right)\left(x+4\right)}=3x+1$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt[3]{2x-3}+\sqrt[3]{x+4}\right)\sqrt[3]{\left(2x-3\right)\left(x+4\right)}=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt[3]{2x-3}+\sqrt[3]{x+4}=0\\ \sqrt[3]{\left(2x-3\right)\left(x+4\right)}=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x-3=-\left(x+4\right)\\ 2x-3=0\\ x+4=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{-1}{3}\\ x=\dfrac{3}{2}\\ x=-4.\end{array}\right.$$

Vậy phương trình có nghiệm là $S=\left\{\dfrac{-1}{3};\dfrac{3}{2};\text{-}\ 4\right\}$.

Câu 2.Học sinh nêu được mối liên hệ giữa hai biểu thức trong căn của vế trái có tổng bằng biểu thức trong căn vế phải.

Cụ thể:

- Ở câu a: Tổng hai biểu thức trong căn của vế trái là $x+(x+1)=2x+1$.

Mặt khác: Vế phải của biểu thức cũng là: $2x+1$.

- Ở câu b: Tương tự, vế trái và vế phải của biểu thức là: $3x+1$.

Câu 3.Từ nhận xét ở câu 2 học sinh có thể đưa ra mối liên hệ giữa các biểu thức dưới dấu căn của hai vế.

Phương trình tổng quát của bài toán trên là:

$$\sqrt[3]{ax+b}+\sqrt[3]{cx+d}=\sqrt[3]{(a+c)x+b+d}.$$

Vậy nghiệm của phương trình là: $x=\frac{-b}{a}, x=\frac{-d}{c}$, hoặc $x=\frac{-(b+d)}{a+c}$.

Nhận xét.Thông qua phiếu bài tập học sinh đã phát triển được các năng lực tư duy khái quát hóa, tương tự hóa. Khi giải câu (a) học sinh chuyển sang làm câu (b) đã được rèn luyện cách làm tương tự. Ở câu 3 học sinh đã được rèn luyện về phép khái quát hóa.Học sinh có thể đưa ra được phương trình tổng quát và nghiệm của phương trình nhờ vào quá trình giải câu 1 và câu 2.

Ví dụ 2.13. Khi dạy bài toán: Giải hệ phương trình (I)

$$\begin{cases}\sqrt{x+1}+\sqrt{y+1}=3 & (1)\\ x\sqrt{y+1}+y\sqrt{x+1}+\sqrt{y+1}+\sqrt{x+1}=6. & (2)\end{cases}$$

Giáo viên có thể hướng dẫn, luyện tập cho học sinh phát hiện và đề xuất được các bài toán mới, phương pháp mới. Cụ thể có nhiều cách giải như sau:

Cách 1.Khái quát hóa để được bài toán mới.

Giáo viên: Cho học sinh giải hệ phương trình (I),giáo viên hướng dẫn học sinh hoàn thiện lời giải (nếu cần).

Học sinh: Giải hệ phương trình (I)

Điều kiện: $x\ge -1, y\ge -1$.Khi đó, hệ phương trình đã cho tương đương với:

$$\begin{cases}\sqrt{x+1}+\sqrt{y+1}=3\\ \sqrt{y+1}(x+1)+\sqrt{x+1}(y+1)=6.\end{cases}$$

Đặt $\begin{cases}u=\sqrt{x+1},\, u\ge 0\\ v=\sqrt{y+1}, v\ge 0.\end{cases}$

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} u+v=3 \\ uv^2+u^2v=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u+v=3 \\ (u+v)uv=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u+v=3 \\ uv=2. \end{cases}$$

Suy ra: u, v là hai nghiệm của phương trình

$$X^2-3X+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} X=1 \\ X=2. \end{array}\right.$$

Do đó: $\begin{cases} u=1 \\ v=2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} u=2 \\ v=1. \end{cases}$

Với $\begin{cases} u=1 \\ v=2 \end{cases}$ thì $\begin{cases} x+1=1 \\ y+1=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=3. \end{cases}$

Với $\begin{cases} u=2 \\ v=1 \end{cases}$ thì $\begin{cases} x+1=4 \\ y+1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=0. \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có hai nghiệm là $(0;3);(3;0)$.

Giáo viên nêu vấn đề: Vừa rồi, các em đã giải được hệ phương trình (I) với vế phải của phương trình (2) bằng 6. Bây giờ nếu vế phải của phương trình (2) là một số m bất kỳ thì liệu hệ phương trình có giải được không?

Bài toán giải hệ phương trình (I) (với vế phải của phương trình (2) thay bằng số m bất kỳ) được phát biểu như thế nào?

Học sinh trả lời: Giải và biện luận hệ phương trình(II) sau:

$$\begin{cases} \sqrt{x+1}+\sqrt{y+1}=3 \\ \sqrt{y+1}(x+1)+\sqrt{x+1}(y+1)=m. \end{cases}$$

Cách 2.Đặc biệt hóa để được bài toán mới.

Cho học sinh giải bài toán: Tìm tham số m để hệ phương trình (II) có nghiệm?

Học sinh suy nghĩ và tìm hướng giải quyết.Giáo viên hướng dẫn (nếu cần).

Học sinh: Tìm m để hệ phương trình (II) có nghiệm:

Điều kiện: $x \geq -1, y \geq -1$. Khi đó, hệ phương trình đã cho tương đương với:

$$\begin{cases} \sqrt{x+1}+\sqrt{y+1}=3 \\ \sqrt{y+1}(x+1)+\sqrt{x+1}(y+1)=m \end{cases} \quad (*)$$

Đặt $\begin{cases} u=\sqrt{x+1},\, u\ge 0 \\ v=\sqrt{y+1},\, v\ge 0. \end{cases}$

Hệ phương trình (*) trở thành:

$$\begin{cases} u+v=3 \\ uv^2+u^2v=m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u+v=3 \\ (u+v)uv=m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u+v=3 \\ uv=\dfrac{m}{3}. \end{cases} \qquad (**)$$

Suy ra: u, v là hai nghiệm của phương trình:

$$t^2-3t+\frac{m}{3}=0 \Leftrightarrow 3t^2-9t+m=0. \qquad (***)$$

Hệ đã cho có nghiệm (x,y) thỏa mãn $x\ge -1, y\ge -1$ khi và chỉ khi hệ phương trình (**) có nghiệm (u,v) thỏa mãn $u\ge 0, v\ge 0$.Hay phương trình $3t^2-9t+m=0$ có hai nghiệm $t\ge 0$. Điều này tương tương với:

$$\begin{cases} \Delta=81-12m\ge 0 \\ S=3>0 \\ P=\dfrac{m}{3}\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\le \dfrac{27}{4} \\ m\ge 0 \end{cases} \Rightarrow 0\le m\le \frac{27}{4}.$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm khi $0\le m\le \dfrac{27}{4}$.

Từ kết quả thu được, chúng ta cũng có thể đề xuất được thêm một bài toán mới nào nữa không?

Ta có bài toán mới như sau:

Tìm m để hệ phương trình (II) sau có nghiệm duy nhất:

$$\begin{cases} \sqrt{x+1}+\sqrt{y+1}=3 \\ \sqrt{y+1}(x+1)+\sqrt{x+1}(y+1)=m. \end{cases}$$

Với bài toán này, làm tương tự như trên ta có thể xác định giá trị của m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất.

Phương trình $3t^2-9t+m=0$ có nghiệm duy nhất $t\ge 0$ khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} \Delta=81-12m=0 \\ S=3>0 \end{cases} \Leftrightarrow m=\frac{27}{4}.$$

Vậy với $m=\dfrac{27}{4}$ thì hệ phương trình có nghiệm duy nhất.

Giáo viên: Nhận xét và cho điểm câu trả lời của học sinh.

Cách 3.Xét tương tự hóa.

Tìm m để hệ phương trình (II) có nghiệm thực chất là bài toán tìm tập giá trịcủa biểu thức: $y=x\sqrt{y+1}+y\sqrt{x+1}+\sqrt{y+1}+\sqrt{x+1}$ với x, y thỏa mãn:

$$\sqrt{x+1}+\sqrt{y+1}=3.$$

Việc tìm tập giá trị của một biểu thức giúp ta giải quyết được bài toán tương ứng là, tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức.Vậy từ bài toán:

Tìm m để hệ phương trình $\begin{cases}\sqrt{x+1}+\sqrt{y+1}=3\\ \sqrt{y+1}(x+1)+\sqrt{x+1}(y+1)=m\end{cases}$ có nghiệm?

ta có thể phát triển thành bài toán tương tự nào hay không?.

Học sinh: Ta có thể phát triển thành bài toán mới:

Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$y=x\sqrt{y+1}+y\sqrt{x+1}+\sqrt{y+1}+\sqrt{x+1}$$

với x, y thỏa mãn: $\sqrt{x+1}+\sqrt{y+1}=3$.

Với bài toán này, dựa vào điều kiện: $\begin{cases}\sqrt{x+1}+\sqrt{y+1}=3\\ \sqrt{y+1}(x+1)+\sqrt{x+1}(y+1)=m\end{cases}$

có nghiệm, em hãy tìm max y, min y?

Học sinh: Tập giá trị của biểu thức theo y là $\left[0;\dfrac{27}{4}\right]$.

Từ đó suy ra max y là $\dfrac{27}{4}$ và min y là 0.

Như vậy, với việc xét tương tự hóa trong bài toán trên học sinh đã được khám phá đồng thời đề xuất được hai phương pháp giải mới cho hai bài toán quen thuộc.

Thứ nhất: Với bài toán tìm m để hệ $\begin{cases}G(x;y)=0\\ F(x;y)=m\end{cases}$ ta có thể quy về bài toán tìm tập giá trị của biểu thức $m=F(x;y)$, với x,y thỏa mãn $G(x;y)=0$.

Thứ hai: Với bài toán tìm Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = F(x;y)$ với x, y thỏa mãn: $G(x,y) = 0$, ta làm như sau:

Gọi T là tập giá trị của biểu thức P.

Khi đó m là một giá trị của T khi và chỉ khi hệ sau có nghiệm (x,y):

$$\begin{cases} G(x;y) = 0 \\ F(x;y) = m. \end{cases}$$

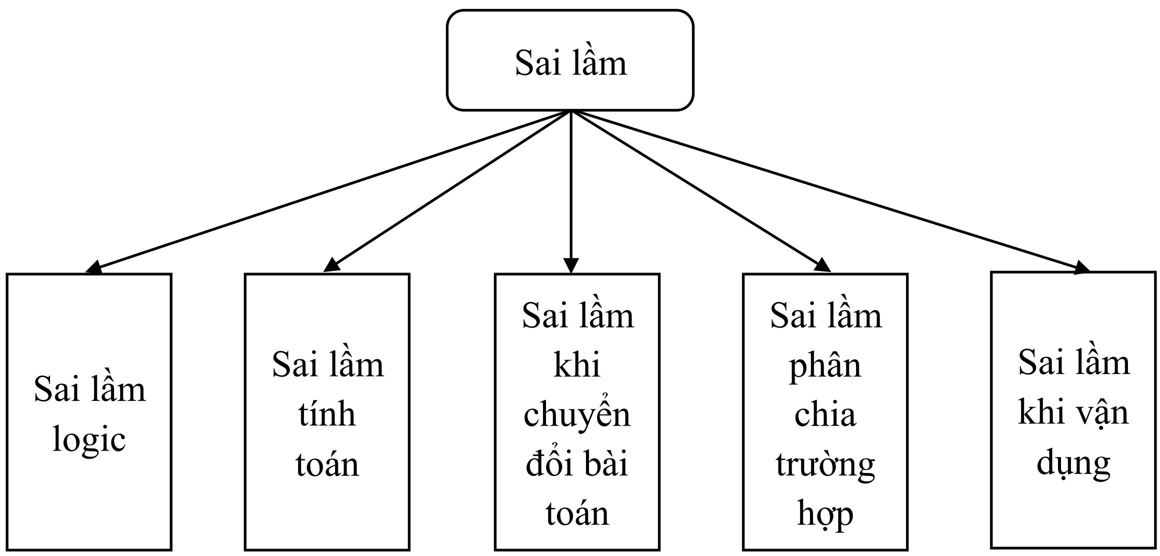
Dựa vào điều kiện hệ có nghiệm $(x;y)$ ta xác định được tất cả các giá trị của tham số m.

Từ đó suy ra miền giá trị T của P, rồi suy ra giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhấtcủa P (nếu có).

2.2.5. Biện pháp 5: Tổ chức những tình huống để rèn luyện cho học sinh thói quen, kỹ năng phê phán, tìm ra sai lầm, chưa hợp lý trong lời giải các phương trình, hệ phương trình từ đó tìm ra lời giải tối ưu

a) Cơ sở và ý nghĩa của biện pháp

Một trong những thuộc tính quan trọng của tư duy sáng tạo là tính nhạy cảm của vấn đề. Tính nhạy cảm của vấn đề thể hiện ở khả năng phát hiện vấn đề nhanh chóng và tìm ra sai lầm, mâu thuẫn, cái chưa tối ưu,… để hoàn thiện, thay đổi, cấu trúc lại và phát triển ý tưởng mới. Một số sai lầm học sinh thường gặp khi giải toán, thể hiện thông qua sơ đồ sau:



Vì vậy, biện pháp này nhằm rèn luyện cho học sinh tính nhạy cảm vấn đề, tư duy phê phán và tính hoàn thiện của tư duy sáng tạo.

b) Phương thức thực hiện

- Giáo viên tổ chức các hoạt động dạy và học mà qua đó học sinh phát hiện ra mâu thuẫn, cái đúng, cái sai.

- Học sinh phải tìm ra được sai lầm trong các lời giải, nguyên nhân và đưa ra cách khắc phục sai lầm. Từ đó hoàn thiện lời giải theo yêu cầu của bài toán.

c) Một số ví dụ

Ví dụ 2.14. Giải phương trình:

$$|2x-1| = x-2 \qquad (1)$$

Giáo viên: Đưa ra lời giải như sau:

Bước 1: Vì $|2x-1| \geq 0$ với $\forall x \in \mathbf{R}$ nên điều kiện xác định của (1) là

$$x-2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2.$$

Bước 2: Phương trình (1) tương đương

$$\left[\begin{array}{l} 2x-1 = x-2 \\ 2x-1 = -x+2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1. \end{array}\right.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{-1;1\}$.

Em hãy cho biết lời giải trên đúng hay sai?Giải thích?

Trước yêu cầu của giáo viên, học sinh suy nghĩ tìm câu trả lời.

Nếu các em không tìm được câu trả lời đúng (giáo viên có thể gợi ý).

Sau khi giải xong bài toán các em cần chú ý điều gì?

Ở đây nghiệm của phương trình đã thỏa mãn điều kiện xác định của phương trình hay chưa?

Kiểm tra nghiệm của phương trình với điều kiện $x \geq 2$ thì nghiệm của phương trình chưa thỏa mãn điều kiện xác định.Vậy phương trình vô nghiệm.

Giáo viên: Em trả lời hoàn toàn đúng.

Từ đó học sinh có lời giải đúng như sau:

$$(1) \Rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ \left[\begin{array}{l} 2x-1 = x-2 \\ 2x-1 = -x+2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x = \varnothing.$$

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

Ví dụ 2.15. Giải phương trình:

$$(x-3)(x+1)+4(x-3)\sqrt{\frac{x+1}{x-3}}=-3.$$

Học sinh thực hiện lời giải như sau:

Điều kiện $\frac{x+1}{x-3}\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>3 \\ x\le 1. \end{array}\right.$

Phương trình trở thành:

$$(x-3)(x+1)+4\sqrt{(x-3)(x+1)}=-3.$$

Đặt $t=\sqrt{(x-3)(x+1)}\ (t\ge 0)$.

Phương trình trở thành: $t^2+4t+3=0 \Leftrightarrow t=-1$ (loại) hoặc $t=-3$ (loại).

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

Lời giải trên đúng hay sai?Nếu sai thì sai ở đâu?

Phép biến đổi $(x-3)\sqrt{\frac{x+1}{x-3}}=\sqrt{(x-3)(x+1)}$ chưa đúng vì đây không phải là phép biến đổi tương đương. Để khắc phục điều đó có hai hướng giải quyết:

Hướng thứ nhất: Khắc phục sai lầm do biến đổi

$$(x-3)\sqrt{\frac{x+1}{x-3}}=\begin{cases}\sqrt{(x-3)(x+1)} & \text{khi } x-3>0 \\ -\sqrt{(x-3)(x+1)} & \text{khi } x-3<0.\end{cases}$$

Với $x>3$, phương trình trở thành:

$$(x-3)(x+1)+4(x-3)\sqrt{(x-3)(x+1)}=-3.$$

Đặt $t=\sqrt{(x-3)(x+1)}\ (t\ge 0)$.

Phương trình trở thành: $t^2+4t+3=0 \Leftrightarrow t=-1$ (loại) hoặc $t=-3$ (loại).

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

Với $x\le -1$, phương trình trở thành:

$$(x-3)(x+1)+4(x-3)\sqrt{(x-3)(x+1)}=-3.$$

Đặt $t=\sqrt{(x-3)(x+1)}\ (t\ge 0)$.

Phương trình trở thành: $t^2-4t+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=3. \end{array}\right.$

Với $t=1 \Leftrightarrow \sqrt{(x-3)(x+1)}=1 \Leftrightarrow x^2-2x-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1+\sqrt{5} \\ x=1-\sqrt{5}. \end{array}\right.$

Vì $x \le -1$ ta được nghiệm $x=1-\sqrt{5}$.

Với $t=3 \Leftrightarrow \sqrt{(x-3)(x+1)}=3 \Leftrightarrow x^2-2x-12=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1+\sqrt{13} \\ x=1-\sqrt{13}. \end{array}\right.$

Vì $x \le -1$ ta được nghiệm $x=1-\sqrt{13}$.

Vậy phương trình có hai nghiệm là $x=1-\sqrt{5}$ và $x=1-\sqrt{13}$.

Hướng thứ hai: Khắc phục sai lầm do biến đổi bằng cách thay đổi cách chọn ẩn phụ.

Đặt $t=(x-3)\sqrt{\dfrac{x+1}{x-3}}$. Suy ra: $(x-3)(x+1)=t^2$.

Phương trình trở thành: $t^2+4t+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-1 \\ t=-3. \end{array}\right.$

Với $t=-1$ ta được:

$$(x-3)\sqrt{\frac{x+1}{x-3}}=-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3<0 \\ (x-3)(x+1)=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<3 \\ x=1\pm\sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow x=1-\sqrt{5}.$$

Với $t=-3$ ta được:

$$(x-3)\sqrt{\frac{x+1}{x-3}}=-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3<0 \\ (x-3)(x+1)=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<3 \\ x=1\pm\sqrt{13} \end{cases} \Leftrightarrow x=1-\sqrt{13}.$$

Vậy phương trình có hai nghiệm là $x=1-\sqrt{5}$ và $x=1-\sqrt{13}$.

Trong quá trình giải phương trình, học sinh có thể sử dụng các phép biến đổi khác nhau nhưng để hiểu sâu sắc về các phép biến đổi đó thì không phải học sinh nào cũng làm được, và học sinh rất dễ mắc sai lầm, áp dụng một cách máy móc, hình thức. Để khắc phục được tình trạng này, trong quá trình dạy học giáo viên cần chú trọng cho học sinh cả hai phương diện ngữ nghĩa (xét về mặt nội dung) và phương diện cú pháp (xét về cấu trúc hình thức và sự biến đổi hình thức những biểu thức toán học) của phương trình. Giáo viên chú trọng rèn luyện cho học sinh cả hai phương diện này giúp cho học sinh khắc phục được cách làm máy móc, hình thức đồng thời rèn luyện cho các em kỹ năng làm việc theo quy trình.

Ví dụ 2.16. Giáo viên đưa ra bài toán sau:

Bài toán: Tìm m để hệ sau có nghiệm: $$\begin{cases} x+\dfrac{1}{x}+y+\dfrac{1}{y}=5 \\ x^3+\dfrac{1}{x^3}+y^3+\dfrac{1}{y^3}=15m-10. \end{cases}$$

Bạn Linh giải như sau: Đặt $\begin{cases} a=x+\dfrac{1}{x} \\ b=y+\dfrac{1}{y} \end{cases}$. Điều kiện $a\geq 2$; $b\geq 2$.

Hệ đã cho trở thành: $\begin{cases} a+b=5 \\ a^3+b^3-3(a+b)=15m-10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=5 \\ a.b=8-m. \end{cases}$

Suy ra a, b là nghiệm của phương trình:

$$X^2-5X+8-m=0 \Leftrightarrow X^2-5X+8=m. \qquad (1)$$

Hệ đã cho có nghiệm thực $\Leftrightarrow (1)$ có hai nghiệm thỏa mãn $X\geq 2$.

Xét tam thức bậc hai $f(X)=X^2-5X+8,\ X\geq 2$, ta có bảng biến thiên

X	2	$\dfrac{5}{2}$	$+\infty$
$f(X)$	2 ↘	$\dfrac{7}{4}$	↗ $+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên thấy, (1) có hai nghiệm thỏa mãn:

$$X\geq 2 \Leftrightarrow \frac{7}{4}\leq m\leq 2.$$

Kết luận: Hệ có nghiệm khi $\dfrac{7}{4}\leq m\leq 2$.

Bạn Ngọc giải như sau:

Đặt $\begin{cases} a=x+\dfrac{1}{x} \\ b=y+\dfrac{1}{y} \end{cases}$. Điều kiện $|a|\geq 2$; $|b|\geq 2$.

Hệ đã cho trở thành:

$$\begin{cases} a+b=5 \\ a^3+b^3-3(a+b)=15m-10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=5 \\ ab=8-m \end{cases} \qquad (*)$$

Suy ra a, b là nghiệm của phương trình:

$$X^2-5X+8-m=0 \Leftrightarrow X^2-5X+8=m. \qquad (1)$$

Hệ đã cho có nghiệm thực $\Leftrightarrow (1)$ có hai nghiệm thỏa mãn $|X| \geq 2$.

Xét tam thức bậc hai $f(X)=X^2-5X+8,\ X \geq 2$, ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		2		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
$f(X)$	$+\infty$	$\searrow$	22		2	$\searrow$	$\frac{7}{4}$	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên thấy, (1) có nghiệm thỏa mãn $|X| \geq 2 \Leftrightarrow \frac{7}{4} \leq m \leq 2$.

Kết luận: Hệ có nghiệm khi $m \geq \frac{7}{4}$.

Bạn Quân giải như sau:

Đặt $\begin{cases} a = x + \dfrac{1}{x} \\ b = y + \dfrac{1}{y} \end{cases}$. Điều kiện $|a| \geq 2\ ; |b| \geq 2$.

Hệ đã cho trở thành:

$$\begin{cases} a+b=5 \\ a^3+b^3-3(a+b)=15m-10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=5 \\ a.b=8-m \end{cases} \qquad (*)$$

Suy ra a, b là nghiệm của phương trình:

$$X^2-5X+8-m=0 \Leftrightarrow X^2-5X+8=m. \qquad (1)$$

Hệ đã cho có nghiệm thực $\Leftrightarrow (1)$ có hai nghiệm thỏa mãn $|X| \geq 2$.

Xét tam thức bậc hai $f(X)=X^2-5X+8,\ X \geq 2$, ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		2		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
$f(X)$	$+\infty$	$\searrow$	22		2	$\searrow$	$\frac{7}{4}$	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên thấy, (1) có nghiệm thỏa mãn:

$$|X| \geq 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{7}{4} \leq m \leq 2 \\ m \geq 22. \end{array}\right.$$

Kết luận: Hệ có nghiệm khi $\frac{7}{4} \leq m \leq 2$ hoặc $m \geq 22.$

Em hãy cho biết trong ba bạn Linh, Ngọc và Quân ai giải đúng?Ai giải sai?Vì sao?Em hãy sửa sai cho bạn (nếu có) để được lời giải đúng.

Trước yêu cầu của giáo viên, học sinh phải xem xét, nghiên cứu kỹ từng lời giải để phát hiện sai lầm và tìm cách sửa chữa sai lầm.

Cách giải của bạn Linh bị sai vì chưa tìm đúng điều kiện đủ của ẩn phụ a và b, dẫn đến sai lầm trong lập bảng biến thiên. Cần sửa lại là:

Đặt $\begin{cases} a = x + \dfrac{1}{x} \\ b = y + \dfrac{1}{y} \end{cases}$. Điều kiện $|a| \geq 2$; $|b| \geq 2.$

Cách giải của bạn Ngọc cũng bị sai vì chưa nắm vững mối quan hệ tương ứng giữa nghiệm của hệ ban đầu và nghiệm của phương trình (1). Cần sửa lại là:

Hệban đầu có nghiệm $(x;y)$ thỏa mãn $x \neq 0; y \neq 0$ khi và chỉ khi hệ phương trình (*) có hai nghiệm a; b thỏa mãn $|a| \geq 2$; $|b| \geq 2.$Hay phương trình (1) có hai nghiệm X thỏa mãn $|X| \geq 2$.

Cách giải của bạn Quân là hoàn toàn đúng.

Nhận xét.Thông qua hoạt động này giáo viên đã hướng dẫn học sinh tìm được sai lầm của lời giải, hiểu được nguyên nhân sai lầm và đưa ra lời giải đúng cho bài toán. Qua đó, học sinh cũng đã được rèn luyện tư duy phê phán, tính nhạy cảm của vấn đề, tính hoàn thiện của tư duy sáng tạo.

Kết luận Chương 2

Trong Chương 2, luận văn đã đề xuất một số biện pháp sư phạm nhằm phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh thông qua dạy học chủ đề phương trình, hệ phương trình lớp 10 ban nâng cao. Các biện pháp đó là:

Củng cố, đào sâu mở rộng kiến thức và rèn luyện kỹ năng giải các phương trình, hệ phương trình để tạo điều kiện nền tảng cho việc phát triển tư duy sáng tạo ở học sinh.Tập luyện cho học sinh thói quen không suy nghĩ rập khuôn, máy móc để học sinh có tư duy logic, xử lý linh hoạt trước những tình huống mới.Hướng dẫn và rèn luyện cho học sinh khả năng nhìn bài toán dưới nhiều góc độ khác nhau để tìm được nhiều cách giải khác nhau.Hướng dẫn và rèn luyện cho học sinh khả năng khái quát hóa,đặc biệt hóa, tương tự hóa từ đó đề xuất các bài toán mới.Tổ chức những tình huống để rèn luyện cho học sinh thói quen, kỹ năng phê phán, tìm ra sai lầm, chưa hợp lý trong lời giải từ đó tìm ra lời giải tối ưu.

Các biện pháp này cần được thực hiện đồng bộ trong quá trình dạy học, biện pháp này sẽ bổ sung hỗ trợ cho biện pháp kia trong việc phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh. Qua đây chúng tôi muốn nói rằng hoàn toàn có thể phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh trong quá trình dạy học.

CHƯƠNG 3
THIẾT KẾ MỘT SỐ GIÁO ÁN DẠY HỌC CHỦ ĐỀ PHƯƠNG TRÌNH, HỆ PHƯƠNG TRÌNH NHẰM PHÁT TRIỂN TƯ DUY SÁNG TẠO CHO HỌC SINH

Trong chương này, chúng tôi xây dựng và thực hiện các giáo án thực nghiệm dựa trên một số biện pháp sư phạm nhằm phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh đã được trình bày ở chương 2. Các bài tập sử dụng trong giáo án được xây dựng theo định hướng phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh, theo các phương pháp xây dựng hệ phương trình đã trình bày ở chương 2.

Chúng tôi thiết kế ba giáo án (mỗi giáo án ứng với một tiết dạy cho học sinh lớp 10 Ban nâng cao) và giáo viên tham gia thực nghiệm tiến hành dạy ba tiết, nội dung bao gồm:

1. Bài "*Luyện tập phương trình quy về phương trình bậc nhất hoặc bậc hai* "
2. Bài "*Một số ví dụ về hệ phương trình bậc hai hai ẩn".*
3. Bài *Tự chọn (Tiết 1).*

Trong phạm vi trình bày của luận văn chúng tôi đưa ra 03 giáo án thực nghiệm.

3.1. Giáo án số 1

LUYỆN TẬP: PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HOẶC BẬC HAI

Ngày soạn	Ngày dạy	Tiết theo PPCT	Lớp	Sĩ số
2/10/2017	**6/10/2017**	**32**	**10A1**	**35**

I. Mục tiêu

1. Về kiến thức

Ôn tập củng cố cho học sinh các kiến thức: Cách giải các phương trình quy về dạng bậc nhất, bậc hai đơn giản, phương trình có chứa ẩn ở mẫu thức, phương trình có chứa căn đơn giản, phương trình đưa về phương trình tích.

2. Về kĩ năng

Rèn luyện cho học sinh các kỹ năng:

- Thành thạo các bước giải và biện luận phương trình bậc nhất và bậc hai một ẩn.
- Giải được các phương trình quy về dạng bậc nhất, bậc hai đơn giản: phương trình có chứa ẩn ở mẫu thức, phương trình có chứa căn đơn giản, phương

trình đưa về phương trình tích.

- Biết vận dụng định lý Vi-ét vào việc nhẩm nghiệm của phương trình bậc hai, tìm hai số khi biết tổng và tích của chúng.

- Biết giải bài toán thực tế bằng cách lập và giải phương trình bậc nhất, bậc hai.

- Biết giải phương trình bậc hai bằng máy tính bỏ túi.

3. Về thái độ

- Cẩn thận, chính xác, khoa học, thẩm mĩ.

- Tích cực, chủ động trong chiếm lĩnh kiến thức, trả lời câu hỏi.

II. Chuẩn bị

1. Giáo viên

- Thiết kế các hoạt động dạy học.

- Sách giáo khoa, sách bài tập, phiếu bài tập và các đồ dùng dạy học.

2. Học sinh

- Sách giáo khoa, sách bài tập, các đồ dùng học tập.

- Đọc và làm bài trước ở nhà.

III. Phương pháp

- Cơ bản dùng phương pháp gợi mở vấn đáp thông qua các hoạt động điều khiển tư duy, đan xem hoạt động nhóm.

- Sử dụng biện pháp 1 và biện pháp 5 (chương II) trong quá trình dạy học nhằm phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh.

IV. Tiến trình bài học

1. Ổn định tổ chứclớp (1 phút)

2. Kiểm tra bài cũ (3 phút)

Nêu phương pháp giải phương trình chứa ẩn ở mẫu, chứa dấu giá trị tuyệt đối, chứa ẩn dưới dấu căn?

3. Luyện tập

Hoạt động 1: Ôn tập và rèn luyện kỹ năng giải phương trình chứa ẩn trong dấu giá trị tuyệt đối.(10 phút)

Hoạt động của Giáo viên	Hoạt động của Học sinh	Nội dung
		I. Kiến thức cần nhớ

- Làm thế nào để giải phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối? Cách giải như thế nào? Tổng quát: $\lvert f(x)\rvert = g(x)$ và $\lvert f(x)\rvert = \lvert g(x)\rvert$ khi nào? - Giáo viên nhận xét và ghi nội dung. -Giáo viên yêu cầu học sinh làm bài tập 1. - Đối với câu a) theo các con có mấy cách? - Đối với câu (b) chúng ta nên dùng cách nào để giải? - Yêu cầu học sinh làm việc cá nhân trong 7 phút và ghi kết quả ra giấy A3. -Giáo viên gọi một số học sinh lên bảng trình bày kết quả của mình. -Giáo viên cho học sinh dưới lớp nhận xét hoặc phỏng vấn các bạn làm bài về những chỗ chưa	-Học sinh trả lời câu hỏi. - Học sinh trả lời. -Học sinh suy nghĩ cách giải bài tập 1. -Học sinh trả lời: có 2 cách giải. -Học sinh: thực hiện theo cách bình phương hai vế. -Học sinh lên bảng trình bày. -Học sinh có lời giải trên bảng giải thích, trả lời phỏng vấn của các bạn dưới lớp và	1. Phương trình chứa giá trị tuyệt đối. Để giải phương trình chứa giá trị tuyệt đối ta tìm cách khử dấu giá trị tuyệt đối: - Cách 1: Dùng định nghĩa - Cách 2: Bình phương hai vế $\lvert f(x)\rvert = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} f(x) = g(x) \\ f(x) = -g(x) \end{array}\right. \end{cases}$ $\lvert f(x)\rvert = \lvert g(x)\rvert \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = g(x) \\ f(x) = -g(x) \end{array}\right.$ - Chú ý: Khi bình phương hai vế của phương trình để được phương trình tương đương thì cả hai vế đều phải không âm. **Bài tập 1**: Giải phương trình: a) $3x - 5 = \lvert x+3\rvert$ b) $\lvert 2x-1\rvert = \lvert x+2\rvert$ **Giải:** a) **Cách 1.** Nếu $x \ge -3$ thì $\lvert x+3\rvert = x+3$ $\Rightarrow 3x - 5 = x + 3$ $\Leftrightarrow x = 4$ (thỏa mãn). Nếu $x < -3$ thì $\lvert x+3\rvert = x+3$ $\Rightarrow 3x - 5 = -x - 3$ $\Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ (Loại). Vậy nghiệm của phương trìnhlà $x = 4$. **Cách 2.**

rõ. * Lưu ý: - Khi tìm được giá trị của biến cần so sánh với điều kiện. - Hướng dẫn học sinh thực hiện cách 2 bằng bình phương hai vế của phương trình đưa về phương trình hệ quả. - Hướng dẫn học sinh loại bỏ nghiệm ngoại lai mà không cần phải thử lại nghiệm và: $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ -Giáo viên nhận xét và kết luận. -Giáo viên chốt lại cách giải phương trình có chứa dấu giá trị tuyệt đối.	sửa sai (nếu có). -Học sinh theo dõi và ghi nhận kiến thức. -Học sinh ghi nhận kiến thức.	$3x - 5 = \|x+3\|$ $\Rightarrow (3x+5)^2 = (x+3)^2$ $\Rightarrow 2x^2 - 9x + 4 = 0$ $\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 4 \\ x = \frac{1}{2} \end{array}\right.$ + Với $x = 4$, ta có: Vế trái $= 3.4 - 5 = 7$ Vế phải $= \|4+3\| = \|7\| = 7$ $\Rightarrow x = 4$ lànghiệm của phương trình. Với $x = \frac{1}{2}$, ta có: VT $= 3.\frac{1}{2} - 5 = \frac{-7}{2}$ VP $= \left\|\frac{1}{2} + 3\right\| = \left\|\frac{7}{2}\right\| = \frac{7}{2}$ $\Rightarrow x = \frac{1}{2}$ không là nghiệm của phương trình. Vậy nghiệm của phương trình là $x = 4$. b) $\|2x-1\| = \|x+2\|$ (1) Bình phương hai về của phương trình ta được: $\Leftrightarrow (2x-1)^2 = (x+2)^2$ $\Leftrightarrow (x-3)(3x+1) = 0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = \frac{-1}{3} \end{array}\right.$ Vậy nghiệm của phương trình là $S = \left\{3; \frac{-1}{3}\right\}$.

Hoạt động 2: Ôn tập và rèn luyện kĩ năng giải phương trình chứa ẩn ở mẫu.(10 phút)

Hoạt động của giáo viên	**Hoạt động của học sinh**	**Nội dung**
- Làm thế nào để mất căn thức? - Khi thực hiện bình phương hai vế cần chú ý điều kiện gì? - Yêu cầu học sinh giải các hệ phương trình sau. -Chia lớp thành 3 nhóm, mỗi nhóm làm một câu. - Gọi ngẫu nhiên 3 học sinh của ba nhóm lên bảng,mỗihọc sinh trình bày lời giải một câu. -Quan sát các nhóm làm bài. - Gọi ba học sinh khác nhận xét lời giải trên bảng và kết luận.	-Học sinh trả lời: Bình phương hai vế. - Học sinh trả lời. - Học sinh làm việc theo nhóm. - Ba học sinh lên bảng. -Nhận xét lời giải của bạn. - Hoàn thiện bài và kiến thức vào vở.	**2. Phương trình chứa ẩn dưới dấu căn.** $\sqrt{A}=B\Leftrightarrow\begin{cases}B\ge 0\\A=B^2\end{cases}$ $\sqrt{A}=\sqrt{B}\Leftrightarrow\begin{cases}B\ge 0\\A=B\end{cases}$ ***Ví dụ 1.*** Giải phương trình: $a)\ \sqrt{2x-3}=x-2$ $b)\sqrt{x^2-3x+2}=\sqrt{2-x}$ $c)\sqrt{6x^2-12x+7}=x^2-2x$ ***Giải.*** $a)\ \sqrt{2x-3}=x-2$ $\Leftrightarrow\begin{cases}2x-3=(x-2)^2\\x-2\ge 0\end{cases}$ $\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-6x+7=0\\x\ge 2\end{cases}$ $\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=3+\sqrt{2}\\x=3-\sqrt{2}\end{array}\right.\\x\ge 2\end{cases}$ Với $x=3-\sqrt{2}$ (loại). Vậy nghiệm của phương trìnhlà $x=3+\sqrt{2}$. $b)\sqrt{x^2-3x+2}=\sqrt{2-x}\,(2)$ Điều kiện:

-Giáo viên: Gợi động cơ kết thúc. Qua lời giải ba câu phương trình trên ta thấy: - Đối với phương trình có chứa ẩn dưới dấu căn sau khi tìm ra nghiệm củaphương trình chúng ta phải chú ý kiểm tra lại điều kiện xác định của phương trình để kết luận nghiệm. - Tùy vào đặc điểm của phương trình mà chúng ta sử dụng phương pháp bình phương, hoặc đặt ẩn phụ… để bài toán đơn giản hơn.	-Học sinh chú ý lắng nghe và ghi nhận kiến thức.	$\begin{cases} x^2-3x+2=0 \\ 2-x\geq 0 \end{cases}$ $(2)\Leftrightarrow x^2-3x+2=2-x$ $\Leftrightarrow x^2-2x=0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2. \end{array}\right.$ So sánh với điều kiện, nghiệm của phương trình là $S=\{0;2\}$. $c)\sqrt{6x^2-12x+7}=x^2-2x$ (3) Đặt $t=x^2-2x$. Phương trình (3) trở thành $\Leftrightarrow \sqrt{6t+7}=t \quad \Leftrightarrow \begin{cases} t\geq 0 \\ 6t+7=t^2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow\ t=7$ Với $t=7\Rightarrow x^2-2x=7$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1+2\sqrt{2} \\ x=1-2\sqrt{2}. \end{array}\right.$ Vậy nghiệm của phương trìnhlà $S=\{1\pm 2\sqrt{2}\}$.

Hoạt động 3: Ôn tập và rèn luyện kĩ năng giải phương trình chứa ẩn ở mẫu thức.(10 phút)

Hoạt động của giáo viên	**Hoạt động của học sinh**	**Nội dung**
- Gọi học sinh nhắc lại các bước giải phương trình chứa ẩn ở mẫu? - Giáo viên nhận xét và ghi nội dung.	-Học sinh phát biểu. - Học sinh chú ý lắng nghe và ghi bài.	**3. Phương trình chứa ẩn ở mẫu** Dạng $\dfrac{P(x)}{Q(x)}=0$ B1: Điều kiện xác định: $Q(x)\neq 0$ B2: Giải phương trình

- Chiếu yêu cầu Ví dụ 2. - Cho học sinh hoạt động nhóm trong 10 phút (giáo viên chia lớp thành 4 nhóm) Nhóm 1 – câu a Nhóm 2 – câu b Nhóm 3 – câu c Nhóm 4 lựa chọn một câu bất kì để thực hiện. -Yêu cầu các nhóm thảo luận tìm lời giải các phương trình trình bày trên giấy A0. - Quan sát học sinh làm việc theo nhóm và gợi ý khi cần thiết. - Yêu cầu học sinh nhận xét bài làm của các nhóm chéo nhau, phát hiện sai lầm nếu có và đề xuất cách khắc phục. - Đánh giá, kết luận bài làm của học sinh.	-Học sinh quan sát. -Học sinh thảo luận nhóm. -Học sinh nhận xét. -Học sinh chú ý lắng nghe và ghi nhận kiến thức.	B3: Đối chiếu nghiệm tìm được với điều kiện xác địnhđể chọn nghiệm thích hợp. ***Ví dụ 2.*** Giải phương trình: a) $2x+\frac{1}{x-1}=\frac{3x}{x-1}$ (1) b) $\frac{2x-5}{x-1}=\frac{5x-3}{3x+5}$ (2) c) $\frac{x^2-4x-2}{\sqrt{x-2}}=\sqrt{x-2}$ (3) ***Giải.*** a) Điều kiện: $x\neq 1$ $(1)\Leftrightarrow \frac{2x\left(x-1\right)+1}{x-1}=\frac{3x}{x-1}$ $\Leftrightarrow 4x^2-5x+1=0$ $\Leftrightarrow x=1$ (loại) hoặc $x=\frac{1}{4}$ (nhận). Vậy nghiệm của phương trìnhlà $x=\frac{1}{4}$. b)Điều kiện: $x\neq 1$; $x\neq -\frac{5}{3}$ phương trình (2) tương đương với: $\frac{(2x-5)(3x+5)}{(x-1)(3x+5)}=\frac{(5x-3)(x-1)}{(3x+5)(x-1)}$ $\Leftrightarrow (2x-5)(3x+5)=(5x-3)(x-1)$ $\Leftrightarrow x^2+3x-28=0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=4\\x=-7.\end{array}\right.$ Vậy nghiệm của phương trìnhlà $S=\left\{4;-7\right\}$.

Lưu ý: Sau khi tìm nghiệm của phương trình phải kiểm tra lại điều kiện.		c) Điều kiện: $x>2$. $(3)\Leftrightarrow x^2-4x-2=x-2$ $\Leftrightarrow x^2-5x=0$ $\Leftrightarrow x=0$ (loại) hoặc $x=5$ (nhận). Vậy nghiệm của phương trìnhlà $x=5$.

Hoạt động 4: Tập luyện cho học sinh thói quen phát hiện và sửa chữa sai lầm trong giải toán. (10phút)

Giáo viên: Đưa ra bài tập sau:

Bài toán: Giải và biện luận nghiệm của phương trình sau theo tham số m:

$$\frac{2m-1}{x-2}=m-3.$$

Giáo viên: Cách giải của học sinh thứ 1:

Điều kiện: $x\neq 2$

Ta có:

$$\frac{2m-1}{x-2}=m-3$$
$$\Rightarrow 2m-1=(m-3)(x-2)$$
$$\Rightarrow 2m-1=mx-2m-3x+6$$
$$\Rightarrow (m-3)x=4m-7.$$

Xét hai trường hợp như sau:

TH1: Xét $m-3=0\Rightarrow m=3$

Khi đó ta có phương trình: $0.x=5$ (vô lý)

Vậy với $m=3$ thì phương trình vô nghiệm.

TH2: Xét với $m-3\neq 0\Rightarrow m\neq 3$.

Khi đó phương trình có nghiệm là: $x=\dfrac{4m-7}{m-3}.$

Vậy với $m=3$ thì phương trình có nghiệm duy nhất $x=\dfrac{4m-7}{m-3}.$

Các bạn hãy cho biết lời giải của bạn học sinh trên đã chính xác hay chưa? Nếu chưa chính xác các bạn có thể giúp bạn ấy tìm ra sai sót nào trong lời giải được không?

Nếu các bạn cho là chính xác rồi thì hãy giúp cô thay giá trị $m=\frac{1}{2}$ vào phương trình xem sao? (giá trị này của m) không thuộc vào tập nghiệm mà học sinh trên kết luận).

Nếu thay $m=\frac{1}{2}$ vào phương trình ta có: $\frac{0}{x-2}=\frac{-5}{2}\Rightarrow 0=\frac{-5}{2}$ (vô lý).

Tức là với $m=\frac{1}{2}$ phương trình không có nghiệm.

Vậy kết luận $m\neq 3$ phương trình có nghiệm là chưa chính xác.

Giáo viên: Đưa cách giải của học sinh thứ 2.

Điều kiện: $x\neq 2.$ Ta có:

$$\begin{aligned}
&\frac{2m-1}{x-2}=m-3\\
&\Rightarrow 2m-1=(m-3)(x-2)\\
&\Rightarrow 2m-1=mx-2m-3x+6\\
&\Rightarrow (m-3)x=4m-7.
\end{aligned}$$

Tới đây bạn học sinh này của chúng ta cũng xét hai trường hợp như học sinh một.Xem ra lời giải không khác gì so với lời giải của bạn học sinh thứ nhất nhỉ?Chúng ta cứ xem tiếp xem có chuyện gì xảy ra không vậy.

Xét hai trường hợp như sau:

Trường hợp 1: Xét $m-3=0\Rightarrow m=3.$

Khi đó ta có phương trình: $0.x=5$ (vô lý).

Vậy với $m=3$ thì phương trình vô nghiệm.

Trường hợp 2: Xét với $m-3\neq 0\Rightarrow m\neq 3.$

Khi đó phương trình có nghiệm là: $x=\frac{4m-7}{m-3}.$

Vì điều kiện của bài toán là $x\neq 2$ nên để $x=\frac{4m-7}{m-3}$ là nghiệm của phương trình thì $\frac{4m-7}{m-3}\neq 2\Leftrightarrow 4m-7\neq 2m-6\Leftrightarrow m\neq\frac{1}{2}$. Như vậy:

- Với $m \neq \frac{1}{2}, m \neq 3$ thì phương trình có nghiệm duy nhất $x = \frac{4m-7}{m-3}$.

- Với $m = \frac{1}{2}, m = 3$ thì phương trình vô nghiệm.

Như vậy, tới đây mới phát hiện ra là có sự khác biệt rõ rệt phải không các bạn.Chúng ta thấy lời giải của bạn học sinh thứ hai chặt chẽ đầy đủ hơn học sinh thứ nhất rất nhiều.Vì thế mới tìm được đầy đủ giá trị của m để phương trình có nghiệm và vô nghiệm.

Giáo viên chốt lại: Sai lầm khi biện luận nghiệm của phương trình chứa ẩn ở mẫu:

- Nhờ cách giải của bạn học sinh thứ hai mà các bạn đã biết được tại sao giá trị $m = \frac{1}{2}$ lại làm cho phương trình vô nghiệm. Điều mà nhiều học sinh không phát hiện ra được.
- Cũng nhờ lời giải của bạn học sinh thứ hai mà các em có thêm được một kết luận chính xác cho trường hợp phương trình vô nghiệm. Không chỉ $m = 3$ làm cho phương trình vô nghiệm (như kết luận của học sinh thứ nhất) mà $m = \frac{1}{2}$ cũng làm cho phương trình vô nghiệm.
- Đa số học sinh khi gặp bài toán dạng này thường làm như học sinh thứ 1, mà quên mất rằng chúng ta cần xét điều kiện tồn tại của nghiệm xem có thỏa mãn không? Giống như cách làm của học sinh thứ 2.

4. Củng cố bài học và giao nhiệm vụ về nhà (2 phút)

- Trên cơ sở các phương trình và hệ phương trình đã giải trong bài học học sinh hãy đưa ra hai bài tương tự và trình bày lời giải của bài đó.
- Hoàn thành các bài tập 25, 26, 27, 28, 29/Sách giáo khoa – trang 85.

3.2. Giáo án số 2

TIẾT 36: MỘT SỐ VÍ DỤ VỀ HỆ PHƯƠNG TRÌNHBẬC HAI HAI ẨN

Ngày soạn	Ngày dạy	Tiết theo PPCT	Lớp	Sĩ số
14/10/2017	**16/10/2017**	**38**	**10A1**	**35**

I. Mục tiêu

1. Về kiến thức

Nắm được các phương pháp chủ yếu giải hệ phương trình bậc hai hai ẩn, nhất là hệ gồm một phương trình bậc nhất và một phương trình bậc hai, hệ phương trình đối xứng loại một và loại hai.

2. Về kỹ năng

Biết cách giải một số dạng hệ phương trình bậc hai hai ẩn, đặc biệt là các hệ gồm một phương trình bậc nhất và một phương trình bậc hai, hệ phương trình đối xứng loại một và loại hai.

Biết cách giải và biện luận hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn có chứa tham số.

3. Về thái độ

- Học sinh chủ động, tích cực, tự giác tiếp thu kiến thức.

-Học sinh biết quy lạ về quen, tương tự hóa, khái quát hóa.

- Có tính cộng đồng trong một số hoạt động và mạnh dạn đưa ra ý kiến của mình khi lĩnh hội.

II. Chuẩn bị

1. Giáo viên

- Chuẩn bị bài kĩ các phần đã học để hướng dẫn và đặt câu hỏi.

-Máy chiết, bút dạ, phấn màu, bảng nhóm, giấy A3,…

2. Học sinh

-Cần ôn tập lại phần định lí Vi-ét.

- Đọc và làm bài trước ở nhà.

III. Phương pháp dạy học

Dùng phương pháp gợi mở thông qua các hoạt động điều khiển tư duy, đan xen hoạt động nhóm, thuyết trình, dạy học hợp tác.

Sử dụng các biện pháp trong chương 2 trong quá trình dạy học nhằm phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh.

IV. Tiến trình dạy học

1. Ổn định tổ chức(1 phút)

2. Kiểm tra bài cũ(3 phút)

Câu hỏi 1: Hãy nêu định lí Vi-ét và các ứng dụng đã học.

Câu hỏi 2: Tìm hai số x và y biết $x+y=3,\ xy=2$.

3. Bài mới

Hoạt động 1: Xây dựng phương pháp giải và tập luyện cho học sinh kỹ năng giải hệ phương trình bậc hai hai ẩn mà trong đó hệ có một phương trình là bậc nhất. (8 phút)

<table>
<tr><th>Hoạt động của giáo viên</th><th>Hoạt động của học sinh</th><th>Nội dung</th></tr>
<tr><td colspan="3"><u>Nêu vấn đề</u>: Để giải một hệ phương trình bậc hai, hai ẩn ta thường dùng các phương pháp quen thuộc như phương pháp thế, phương pháp cộng đại số và phương pháp đặt ẩn phụ. Tuy nhiên, việc chọn phương pháp nào còn phụ thuộc vào các phương trình cụ thể.</td></tr>
<tr><td>- Giáo viên: Chiếu yêu cầu học sinh giải các hệ phương trình.

-Giáo viên: Chia lớp thành 3 nhóm, mỗi nhóm làm một câu.
+ Nhóm 1: câu a.
+ Nhóm 2: câu b.
+ Nhóm 3: câu c.
- Gọi ngẫu nhiên 3 học sinh của ba nhóm lên bảng, mỗi học sinh trình bày lời giải một câu.</td><td>- Học sinh quan sát và đọc yêu cầu.

-Học sinh làm việc theo nhóm.</td><td>1. Ví dụ 1.Giải hệ phương trình:
a) (I) $\begin{cases} x+2y=5 \\ x^2+2y^2-2xy=5 \end{cases}$
b) (II) $\begin{cases} 3x-2y=1 \\ x^2+y^2=2 \end{cases}$
c) (III) $\begin{cases} x+y=5 \\ (x-y)(x^2-y^2)=45 \end{cases}$
Giải.
a) Giải bằng phương pháp thế.
Hệ (I) tương đương
$\begin{cases} x=5-2y & (1) \\ 10y^2-30y+20=0 & (2) \end{cases}$
Thay(1) vào (2) ta được
$(5-2y)^2+2y^2-2y(5-2y)=5$</td></tr>
</table>

- Gọi ba học sinh khác nhận xét lời giải trên bảng và kết luận. - Yêu cầu các học sinh hoàn thiện bài làm của mình vào vở. -Giáo viên gợi động cơ kết thúc. Qua lời giải ví dụ 1 ta thấy: - Đối với một hệ phương trình bậc hai hai ẩn, mà trong hệ có một phương trình là bậc nhất theo một ẩn nào đó, thì phương pháp giải đặc trưng cho hệ loại này là phương pháp thế. - Tùy vào đặc điểm từng phương trình trong hệ mà ta sẽ sử dụng phép thế sao cho phương trình thu được sau khi thế có dạng đơn giản nhất, dễ giải nhất, (có thể sử dụng phép thế ẩn này theo ẩn kia hoặc phép thế biểu thức hoặc phép thế hằng số).	- Học sinh lên bảng. -Học sinh nhận xét lời giải của bạn. - Hoàn thiện bài và kiến thức vào vở.	$\Leftrightarrow 10y^2 - 30y + 20 = 0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = 1 \Rightarrow x = 3 \\ y = 2 \Rightarrow x = 1 \end{array}\right.$ Vậy hệ phương trình có hai nghiệm là $(3;1)$; $(1;2)$ b) Hệ (II): $\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 1 + 2y & (3) \\ (1+2y)^2 + 9y^2 = 18 & (4) \end{cases}$ Thay (3) vào (4): $13y^2 + 4y - 17 = 0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = 1 \Rightarrow x = 1 \\ y = -\dfrac{17}{13} \Rightarrow x = -\dfrac{21}{13} \end{array}\right.$ Vậy hệ phương trình có hai nghiệm là $(1;1)$; $\left(-\dfrac{21}{13}; -\dfrac{17}{13}\right)$. c) Hệ (III) tương đương $\begin{cases} x + y = 5 & (1) \\ (x-y)(x^2-y^2) = 45 & (2) \end{cases}$ Thay (1) vào (2): $(5 - y - y)^2.5 = 45$ $\Leftrightarrow (5-2y)^2 = 9$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = 1 \Rightarrow x = 4 \\ y = 4 \Rightarrow x = 1 \end{array}\right.$ Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(4;1)$; $(1;4)$.

Hoạt động 2: Xây dựng phương pháp giải và tập luyện cho học sinh kỹ năng giải hệ phương trình đối xứng loại 1 đối với hai ẩn x và y. (8 phút)

Hoạt động của Giáo viên	**Hoạt động của Học sinh**	**Nội dung**
- Hình thành định nghĩa và tính chất nghiệm của hệ phương trình đối xứng loại 1 cho học sinh thông qua các câu hỏi sau: - Thế nào là một hệ phương trình đối xứng loại 1 đối với hai ẩn x và y? Nêu công thức tổng quát? - Em hãy lấy ví dụ về hệ phương trình đối xứng loại 1? -Hệ phương trình $\begin{cases} x+xy+y=5 \\ x^2y+xy^2=6 \end{cases}$ có một nghiệm là $(1;\,2)$. Em hãy kiểm tra xem cặp số $(2;\,1)$ có là nghiệm của hệ phương trình trên không? - Từ kết quả trên em hãy dự đoán về tính chất nghiệm của hệ phương trình đối xứng loại 1. - Tiếp tục xây dựng cách giải cho hệ phương trình đối xứng loại 1.	-Làm việc cá nhân, suy nghĩ tìm câu trả lời. - Hệ hai ẩn x và y gọi là đối xứng loại 1 nếu mỗi phương trình trong hệ không thay đổi nếu ta trao đổi vai trò của x và y cho nhau. -Lấy ví dụ. - Cặp số $(2;\,1)$ cũng là nghiệm của hệ đã cho. - Nếu (x,y) là một nghiệm của hệ thì (y,x) cũng là một nghiệm của hệ.	**2. Hệ phương trình đối xứng loại 1** a) Dạng $\begin{cases} f(x,y)=0 \\ g(x,y)=0 \end{cases}$ trong đó: $\begin{cases} f(x,y)=g(y,x) \\ g(x,y)=f(y,x) \end{cases}$ b) Giải và biện luận: Đặt $\begin{cases} S=x+y \\ P=xy \end{cases}$ Điều kiện: $S^2-4P\geq 0$ Biến đổi hệ theo hai ẩn mới S,P và giải hệ tìm hai ẩn đó. Với mỗi nghiệm (S,P) ta giải phương trình: $X^2-SX+P=0$ để tìm $x,\,y$. Chú ý: Với mỗi bài toán phức tạp ta tìm cách đặt ẩn phụ cho $x,\,y$. c) Ví dụ: Giải hệ phương trình: c1) $\begin{cases} x^2+y^2+xy=7 \\ x+y+x^2+y^2=8 \end{cases}$ c2) $\begin{cases} x\sqrt{y}+y\sqrt{x}=30 \\ x\sqrt{x}+y\sqrt{y}=35. \end{cases}$ ***Giải.*** c1)

- Để giải hệ phương trình đối xứng loại 1 ta làm như thế nào? Giải thích? -Yêu cầu học sinh giải các hệ phương trình. Giáo viên gợi động cơ trung gian. - Với hệ phương trình (c1) ta có thể đặt ẩn phụ $S=x+y, P=xy$ ngay được, nhưng với (c2) trong hệ có xuất hiện của căn thức, ta chưa thể đặt ẩn phụ ngay theo cách đã làm như hệ trong câu (c1) được. Vậy với hệ ở câu (c2) ý tưởng giải trước tiên ở đây là gì? - Chia lớp thành hai dãy, mỗi dãy làm một câu và đại diện các nhóm lên trình bày. - Hai nhóm đổi chéo bài và nhận xét, cho điểm. Giáo viên: Gợi động cơ kết thúc. - Qua hai lời giải trên, ta thấy để giải các hệ phương trình đối xứng loại 1 thì ta có thể đặt ẩn phụ $S=x+y, P=xy$. Sau đó đưa về giải một hệ phương trình đơn giản và trả về biến ban đầu.	-Học sinh suy nghĩ và tìm kiếm câu trả lời. -Học sinh trả lời -Học sinh nghiên cứu đề bài và tìm kiếm lời giải. - Học sinh hoạt động nhóm và trình bày ý tưởng của nhóm mình - Nhận xét và chú ý lắng nghe.	$\begin{cases} x^2+y^2+xy=7 \\ x+y+x^2+y^2=8 \end{cases} (1)$ Đặt $\begin{cases} S=x+y \\ P=xy. \end{cases}$ Điều kiện: $S^2-4P\geq 0$. Hệ (1) trở thành: $\begin{cases} S^2-P=7 \\ S^2-2P+S=8 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} S=3 \\ P=2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} S=-2 \\ P=-3. \end{cases}$ +Với $S=3$ và $P=2$ thì x, y là nghiệm của phương trình: $X^2-3X+2=0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} X=1 \\ X=2 \end{array}\right.$ $\Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ + Tương tự với $S=-2$ và $P=-3$ tìm được nghiệm $(1;-3)$, $(-3;1)$. Vậy hệ đã cho có nghiệm là: $(1;2), (2,1)$ $(1;-3)$, $(-3;1)$. c2) Đặt $\begin{cases} a=\sqrt{x}\geq 0 \\ b=\sqrt{y}\geq 0. \end{cases}$ Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} a^2b+b^2a=30 \\ a^3+b^3=35 \end{cases}$

- Tuy nhiên có những hệ phương trình hình thức là đối xứng loại 1, nhưng chưa đặt ẩn phụ tổng và tích ngay được, thì ta phải linh hoạt biến đổi, sơ chế, đến tình huống thích hợp rồi mới đặt ẩn phụ theo tổng và tích được. Khi đặt điều kiện ta phải lưu ý điều gì? Ý nghĩa của việc làm đó? -Nêu chú ý: Đặt ẩn phụ theo S, P chú ý điều kiện: $S^2 \geq 4P$, tránh giải những hệ phương trình vô nghiệm.	- Học sinh trả lời: Đặt điều kiện cho ẩn phụ. Ý nghĩa để tránh giải các hệ phương trình vô nghiệm. - Ghi nhớ chú ý.	$\Leftrightarrow \begin{cases} a+b=5 \\ ab=6 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=3 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a=3 \\ b=2. \end{cases}$ + Từ đó tìm được các nghiệm của hệ đã cho là: $(4; 9), (9; 4)$.

Hoạt động 3: Xây dựng phương pháp giải và tập luyện cho học sinh kỹ năng giải hệ phương trình đối xứng loại 2 dối với hai ẩn x ***và*** y***.*** (10 phút)

Hoạt động của Giáo viên	**Hoạt động của Học sinh**	**Nội dung**
-Cho hệ phương trình: $\begin{cases} x^2-2x=y \\ y^2-2y=x \end{cases}$ Em có nhận xét gì về hai phương trình của hệ khi ta thay thế đồng thời x bởi y và y bởi x. - Hệ phương trình có tính chất như em vừa nêu gọi là hệ phương trình đối xứng loại 2.	- Học sinh: lắng nghe câu hỏi, nghiên cứu, tìm câu trả lời. - Phương trình thứ nhất trở thành phương trình thứ 2 và ngược lại. - Học sinh lắng nghe.	**3. Hệ phương trình đối xứng loại 2** a) Dạng $\begin{cases} f(x,y)=0 \\ g(x,y)=0 \end{cases}$ (I) b) Cách giải: - Trừ vế theo vế của hai phương trình của hệ ta thu được phương trình có dạng: $(x-y)h(x)=0 \Leftrightarrow x=y$ hoặc $h(x)=0$. Do đó:

Em hãy phát biểu dạng tổng quát hệ phương trình đối xứng loại 2 và nêu cách giải? - Nhận xét câu trả lời và ghi bài. Em hãy giải các hệ phương trình sau. c1) $\begin{cases} x^2 = 3x - 4y & (1) \\ y^2 = 3y - 4x & (2) \end{cases}$ c2) (II)$\begin{cases} x - 3y = \dfrac{4y}{x} \\ y - 3x = \dfrac{4x}{y} \end{cases}$ c3) $\begin{cases} \sqrt{x+9} + \sqrt{y-7} = 8 \\ \sqrt{y+9} + \sqrt{x-7} = 8 \end{cases}$ - Học sinh làm việc theo nhóm trong 10 phút (chia lớp thành 4 nhóm). - Mỗi nhóm thực hiện một câu, một nhóm được lựa chọn một câu bất kì để thực hiện. - Quan sát học sinh làm việc theo nhóm và gợi ý khi cần thiết. -Các nhóm trình bày cách giải của nhóm mình. - Đánh giá, kết luận bài làm của học sinh.	-Học sinh trả lời. -Học sinh ghi bài vào vở. -Thảo luận nhóm để tìm lời giải các hệ phương trình.(Các học sinh trong nhóm cùng nhau suy nghĩ tìm cách giải, tự giảng giải cho nhau cùng hiểu). - Học sinh chú ý lắng nghe và nhận xét bài làm của các nhóm, phát hiện sai lầm nếu có và đề xuất cách khắc phục.	Hệ (I) $\Leftrightarrow \begin{cases} f(x,y) = 0 \\ x = y \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} f(x,y) = 0 \\ h(x) = 0. \end{cases}$ Giải hai hệ này ta được nghiệm của hệ (I). Chú ý: Nếu $(x_0; y_0)$ là nghiệm của (I) thì $(y_0; x_0)$ cũng là nghiệm của hệ (I). c) Ví dụ: c1)Lấy(1)-(2) ta được: $x^2 - y^2 = 3x - 4y - 3y + 4x$ $\Leftrightarrow (x-y)(x+y-7) = 0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = y \\ x + y - 7 = 0. \end{array}\right.$ Với $x = y$: $(1) \Leftrightarrow x^2 = 3x - 4x$ $\Leftrightarrow x^2 = -x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -1 \end{array}\right.$ $\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -1 \\ y = -1. \end{cases}$ Với $x = 7 - y$ thì: $(7-y)^2 = 3(7-y) - 4y$ $\Leftrightarrow y^2 - 7y + 22 = 0$ $\Leftrightarrow \left(y - \dfrac{7}{2}\right)^2 + \dfrac{39}{4} = 0.$ Phương trình vô nghiệm. Vậy nghiệm của hệ phương trìnhlà $(0;0)$; $(-1;-1)$. c2)

Qua ví dụ trên, em có nhận xét gì về tính chất nghiệm của hệ phương trình đối xứng loại 2? - Khẳng định lại câu trả lời của học sinh là chính xác. Đây là tính chất rất hữu ích khi làm việc với hệ phương trình đối xứng. - Giáo viên gợi động cơ kết thúc: Qua tìm hiểu lời giải ba hệ phương trình trên em hãy rút ra một vài kinh nghiệm giải toán về phương pháp giải cho hệ phương trình đối xứng loại 2? - Nhận xét câu trả lời của học sinh và kết luận. -Với hệ phương trình đối xứng loại 2, để giải thường trừ vế với vế hai phương trình của hệ. - Một số bài phức tạp ta phải quy đồng mẫu hoặc bình phương hai vế 2 phương trình của hệ…làm gọn các phương trình trong hệ trước khi thực hiện trừ vế với vế 2 phương trình của hệ.	- Tính chất nghiệm của hệ đối xứng loại 2 cũng giống như hệ phương trình đối xứng loại 1. -Học sinh ghi nhận kiến thức. - Học sinh trả lời. -Chú ý lắng nghe và ghi nhận kiến thức.	Điều kiện: $x \neq 0;\ y \neq 0$. $(II) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3xy = 4y \ (1) \\ y^2 - 3xy = 4x \ (2) \end{cases}$ Lấy (1)-(2) ta được: $(x-y)(x+y+4)=0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = y \\ y = -x-4 \end{array}\right.$ Với $x = y \Rightarrow x = 0$ (loại)hoặc $x=-2 \Rightarrow y=-2$. Với $y=-x-4$ thì $\Rightarrow x^2+4x+4=0$ $\Leftrightarrow x=-2 \Rightarrow y=-2$ Vậy nghiệm của hệ là $(-2;-2)$. c3) ĐK: $x, y \geq 7$ Trừ hai phương trình của hệ ta được: $\sqrt{x+9}+\sqrt{y-7}=\sqrt{y+9}+\sqrt{x-7}$ $\Leftrightarrow \sqrt{(x+9)(y-7)}=\sqrt{(y+9)(x-7)}$ $\Leftrightarrow x = y.$ Thay vào phương trình thứ nhất của hệ ta được: $\sqrt{x+9}+\sqrt{x-7}=8$. Ta có hệ sau: $\begin{cases} \sqrt{x+9}+\sqrt{x-7}=8 \\ \sqrt{x+9}-\sqrt{x-7}=2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+9}=5 \\ \sqrt{x-7}=3 \end{cases} \Leftrightarrow x=16$ Vậy hệ phương trình có nghiệm (16,16).

Hoạt động 4: Tập luyện cho học sinh thói quen và kỹ năng tìm nhiều cách giải cho một bài toán. (7 phút)

Hoạt động của giáo viên	**Hoạt động của học sinh**	**Nội dung**
-Giáo viên: Nêu nhiệm vụ bằng phiếu học tập. -Học sinh làm việc cá nhân trong 7 phút và ghi kết quả ra giấy A3. - Gọi một số học sinh lên bảng trình bày kết quả của mình (treo giấy A0 đã ghi bài làm). - Yêu cầu học sinh có lời giải trên bảng giải thích, trả lời phỏng vấn của các bạn dưới lớp.	-Học sinh làm việc cá nhân, thực hiện nhiệm vụ giáo viên. -Học sinhlên bảng. - Học sinh nhận xét, hoặc hỏi phỏng vấn các bạn làm bài về những chỗ chưa rõ.	***Ví dụ.*** Cho hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+y^2+x+y=8 & (1) \\ xy+x+y=5 & (2) \end{cases}$ a) Giải hệ phương trìnhbằng phương pháp thế. b) Giải hệ phương trìnhbằng phương pháp đặt ẩn phụ. c) Tìm cách giải khác hai cách giải trên? ***Giải.*** a) Vì $x=-1$ không là nghiệm của hệ. Từ: $(1) \Rightarrow y=\frac{5-x}{x+1}$ Thay vào (2) ta được: $x^4+3x^3-5x^2-21x+22=0$ $\Leftrightarrow x=1$ hoặc $x=2$. Vậy nghiệm của hệ phương trìnhlà$(1;2)$ hoặc $(2;1)$. b) Đặt: $\begin{cases} S=x+y \\ P=xy \end{cases}$; $S^2 \ge 4P$. Hệ phương trình trở thành: $\begin{cases} S^2-2P+S=8 \\ P+S=5. \end{cases}$

- Sau khi các bạn giải thích xong, giáo viên yêu cầu học sinh dưới lớp nhận xét về ưu điểm, nhược điểm từng phương pháp.	-Nhận xét và nêu ưu điểm, nhược điểm của từng phương pháp.	$\Rightarrow S=-6;P=11$ (loại) hoặc $S=3;P=2$ (nhận) $\Rightarrow (x,y)=(1;2)$; hoặc $(2,1)$ Vậy nghiệm của hệ phương trìnhlà $(1;2)$, $(2;1)$.
- Cuối cùng, giáo viên chốt các cách giải và nhận xét, cho điểm đánh giá các nhóm.	-Học sinh ghi nhận kiến thức.	c) Sử dụng phương pháp biến đổi tương đương để giải. - Hệ đã cho tương đương với: $\Leftrightarrow \begin{cases}(x+y)^2-2xy+x+y=8\\2(x+y)+2xy=10\end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases}x+y=-6\\xy=11\end{cases} \vee \begin{cases}x+y=3\\xy=2\end{cases}$ $\Leftrightarrow (x,y)=(2,1)$ hoặc $(2,1)$ Vậy nghiệm của hệ phương trìnhlà $(2;1)$, hoặc $(1;2)$.

Hoạt động 5: Tập luyện cho học sinh thói quen phát hiện và sửa chữa sai lầm trong giải toán hệ phương trình. (5 phút)

Giáo viên chiếu bài tập sau:Tìm m để hệ phương trình sau có nghiệm:

$$\begin{cases}2x+\sqrt{y-1}=m & (1)\\ 2y+\sqrt{x-1}=m. & (2)\end{cases}$$

Giáo viên đưa ra lời giải: Điều kiện $x,\ y\ge 1$.

Đặt $\begin{cases}a=\sqrt{x-1}\\ b=\sqrt{y-1}\end{cases}$ $(a,b\ge 0)$,hệ phương trình trở thành $\begin{cases}2a^2+b=m-2\,(3)\\ 2b^2+a=m-2.\end{cases}$

Suy ra: $2(a-b)(a+b)+b-a=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=b \\ a=\dfrac{1-2b}{2}. \end{array}\right.$

Trường hợp 1: Với $a=b$ thì phương trình (3) trở thành:

$$2a^2+a=m-2 \qquad (4)$$

Hệ phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow$ phương trình (4) có nghiệm $a \geq 0 \Leftrightarrow m-2 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 2$.

Trường hợp 2: Với $a=\dfrac{1-2b}{2}$ thì phương trình (3) trở thành:

$$4b^2-2b-2m+5=0 \;\; (5)$$

Hệ phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow$ phương trình (5) có nghiệm $b \geq 0$.

a) Phương trình (5) có hai nghiệm b_1, b_2 thỏa mãn:

$$b_1 \leq 0 \leq b_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'_b=(-1)^2-4(-2m+5) \geq 0 \\ \dfrac{-2m+5}{4} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \dfrac{19}{8} \\ m \geq \dfrac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m \geq \frac{5}{2}.$$

b) Phương trình (5) có hai nghiệm b_1, b_2 thỏa mãn:

$$b_2 \geq b_1 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'_b \geq 0 \\ S \geq 0 \\ P \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{19}{8} \leq m \leq \frac{5}{2}.$$

Từ (a) và (b) được: $m \geq \dfrac{19}{8}$.

Kết hợp hai trường hợp, ta được: $m \geq 2$ thì hệ phương trình có nghiệm.

Giáo viên: Theo ý kiến của em lời giải trên đã đúng chưa? Vì sao?Nếu chưa đúng em hãy sửa lại cho đúng.

Học sinh: Lời giải trên chưa đúng. Vì xác định chưa đúng miền rằng buộc của biến b mà phương trình (5) phải thỏa mãn. Cần sửa lại là:

Hệ phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khihệ phương trình (*) có nghiệm $a \geq 0, b \geq 0$.

Hay phương trình (5) có nghiệm thỏa mãn: $0 \leq b \leq \dfrac{1}{2}$.Tương đương với phương trình $4b^2-2b=2m-5$ có nghiệm thỏa mãn:

$$0 \le b \le \frac{1}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{4} \le 2m - 5 \le 0 \Leftrightarrow \frac{19}{8} \le m \le \frac{5}{2}.$$

4. Củng cố bài học (2 phút)

Ngoài hệ bậc nhất hai ẩn đã học ở giờ trước, qua bài học ngày hôm nay các em có thêm các loại hệ phương trình bậc hai, hai ẩn như sau:

- Hệ gồm một phương trình bậc nhất và một phương trình bậc hai.
- Hệ đối xứng loại 1 và hệ đối xứng loại 2.

Các em cần nắm chắc định nghĩa cho từng loại hệ và lấy được ví dụ minh họa cho mỗi loại đó.

Cách giải đặc trưng cho từng hệ.

- Sử dụng phương pháp thế với loại hệ gồm một phương trình bậc nhất và một phương trình bậc hai.
- Sử dụng phương pháp biến đổi tương đương hoặc phương pháp đặt ẩn phụ với hệ đối xứng loại 1.
- Sử dụng phương pháp trừ vế theo vế hai phương trình của hệ với hệ đối xứng loại 2.

Ngoài các phương pháp giải đặc trưng thường dùng như em vừa kể, ta còn các phương pháp khác như: phương pháp nhân biểu thức liên hợp với các hệ phương trình chứa căn thức, phương pháp đánh giá bất đẳng thức,…Các phương pháp này chúng ta sẽ nghiên cứu sau.

5. Giao nhiệm vụ và hướng dẫn bài tập về nhà(1 phút)

a) Các em hoàn thành các bài tập 45,46, 47, 48, 49/Sách giáo khoa –trang 100.

b) Giải các hệ phương trình sau:

1) $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 9 \\ \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 5 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + \sqrt{y-3} = 5 \\ y + \sqrt{x-3} = 5 \end{cases}$

c) Cho hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 5 \\ x^3 + y^3 = 45. \end{cases}$

1) Giải hệ phương trình trên bằng phương pháp thế.

2) Giải hệ phương trình trên bằng phương pháp đặt ẩn phụ.

3) Tìm các cách giải với hai cách trên.

4) Nhận xét gì về ưu điểm, nhược điểm của mỗi cách.

3.3. Giáo án số 3

TỰ CHỌN (Tiết 1)

Ngày soạn	Ngày dạy	Tiết theo PPCT	Lớp	Sĩ số
16/10/2017	**18/10/2017**	**39**	**10A1**	**35**

I. Mục tiêu

1. Về kiến thức

Giúp học sinh nắm được cách giải hệ phương trình bằng phương pháp đặt ẩn phụ.

2.Vềkỹ năng

Học sinh biết cách sử dụng một số phép đặt ẩn phụ cơ bản để giải hệ phương trình đại số.

3. Về thái độ

- Chủ động, tích cực trong học tập.
- Tư duy vấn đề toán học logic, hệ thống.

II. Chuẩn bị

1. Giáo viên

- Thiết kế các hoạt động dạy học.
- Sách giáo khoa, sách bài tập, phiếu bài tập và các đồ dùng dạy học.

2. Học sinh

- Sách giáo khoa, sách bài tập, các đồ dùng học tập.
- Đọc và làm bài trước ở nhà.

III. Phương pháp dạy học

Cơ bản dùng phương pháp gợi mở vấn đáp, thuyết trình thông qua các hoạt động điều khiển tư duy, đan xem hoạt động nhóm.

Sử dụng năm biện pháp chương II trong quá trình dạy học nhằm phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh.

IV. Tiến trình bài học

1. Ổn định tổ chức lớp(1 phút)

2. Kiểm tra bài cũ:

Em hãy nêu cách nhận dạng và phương pháp giải tổng quát hệ phương trình đối xứng?

3. Tiến trình dạy học

Hoạt động của Giáo viên	**Hoạt động của Học sinh**	**Nội dung**
- Đặt vấn đề: Đặt ẩn phụ là một kỹ năng cơ bản nhưng rất quan trọng để giải hệ phương trình, ngoài phép đặt ẩn phụ đã biến đổi với hệ phương trình đối xứng loại I còn có các phép đặt ẩn phụ khác. - Chia lớp thành 4 nhóm thảo luận. -Giáo viên yêu cầu học sinh trình bày các cách giải hệ phương trình bằng phương pháp đặt ẩn phụ đã được nghiên cứu trước ở nhà. -Giáo viên: chốt các dạng của các nhóm tổng hợp lại và đưa ra ví dụ. - Em có nhận xét gì về dạng của các hệphương trình trong ví dụ.	- Học sinh chú ý lắng nghe. - Thảo luận nhóm. -Đại diện các nhóm nêu các cách giải hệ phương trình bằng phương pháp đặt ẩn phụ đã nghiên cứu. - Ghi nhận kiến thức. - Học sinh nhận xét.	**1. Các biểu thức của hệ không có biểu thức chung (Dùng một ẩn phụ trong một phương trình của hệ)** **Ví dụ 1.** Giải hệ phương trình: $\begin{cases} xy-3x-2y=16 & (1) \\ x^2+y^2-2x-4y=33. & (2) \end{cases}$ Giải. Nhân cả hai vế của (1) với 2 rồi cộng tương ứng vế theo vế của (2) ta có: $(x+y)^2-8(x+y)=65.$ (*) Đặt $u=x+y$. Thay vào (*) ta có: $u^2-8u-65=0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u=13 \\ u=-5. \end{array}\right.$ Với $u=13$ thì hệ phương trình vô nghiệm. Với $u=-5 \Rightarrow \begin{cases} xy-3x-2y=16 \\ x+y=-5. \end{cases}$ Nghiệm của hệ phương trình là: $\begin{cases} x=-3-\sqrt{13} \\ y=-2+\sqrt{13} \end{cases}; \begin{cases} x=-3+\sqrt{13} \\ y=-2-\sqrt{13}. \end{cases}$ **2. Các phương trình có biểu thức chung.** ***Ví dụ.*** Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \sqrt{11x-y}-\sqrt{y-x}=1 \\ 7\sqrt{y-x}+6y-26x=3. \end{cases}$

-Em hãy đưa ra cáchlàm cho từng dạng trên giấy A0. Sau đó các nhóm đổi chéo bài của nhau: - Nhóm 1 chuyển bài cho nhóm 2: - Nhóm 2 chuyển bài cho nhóm 3 - Nhóm 3 chuyển bài cho nhóm 4 - Nhóm 4 chuyển bài cho nhóm 1. - Đại diện các nhóm nhận xét về cách giải của nhóm khác và phân tích các ưu, nhược điểm của từng nhóm. -Giáo viênnhận xét. - Giáo viên chốt và nhận xét các phương pháp giải hệ phương trình bằng cách đặt ẩn phụ.	- Học sinh suy nghĩ và đưa ra các cách làm. - Các nhómđổi chéo bài để nhận xét bài của các nhóm. - Học sinh trình bày. -Học sinh lắng nghe và ghi bài vào vở. - Ghi nhận kiến thức.	***Giải.*** Đặt $\begin{cases} u=\sqrt{11x-y} & ,u\ge 0 \\ v=\sqrt{y-x}, & v\ge 0. \end{cases}$ Thay vào hệ ta có: $\begin{cases} u-v=1 \\ 7v-2u^2+4v^2=3 \end{cases}$ $\Rightarrow u=\frac{-3}{2};\ v=\frac{-5}{2}$ (loại) hoặc $u=2;\ v=1$ (nhận). Với $u=2;\ v=1$ thì $x=\frac{1}{2};y=\frac{3}{2}$. Vậy nghiệm của hệ phương trình là $x=\frac{1}{2};y=\frac{3}{2}$ **3. Biến đổi các phương trình của hệ để xuất hiện biểu thức chung.** **Ví dụ**: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 8x^3y^3+27=18y^3 \\ 4x^2y+6x=y^2 \end{cases}$ **Giải.** +Nếu $y=0$ không thỏa mãn là nghiệm của hệ. $+y\ne 0\Rightarrow \begin{cases} (2x)^3+\left(\frac{3}{y}\right)^3=18 \\ 2x\frac{3}{y}\left(2x+\frac{3}{y}\right)=3 \end{cases}$ Đặt: $\begin{cases} u=2x \\ v=\frac{3}{y} \end{cases}$ .Thay vào hệ:

$$\begin{cases} u^3+v^3=18 \\ uv(u+v)=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u+v=3 \\ uv=1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2} \\ v=\dfrac{3-\sqrt{5}}{2} \end{cases} \vee \begin{cases} u=\dfrac{3-\sqrt{5}}{2} \\ v=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Suy ra

$$\begin{cases} x=\dfrac{3+\sqrt{5}}{4} \\ y=\dfrac{6}{3-\sqrt{5}} \end{cases};\begin{cases} x=\dfrac{3-\sqrt{5}}{4} \\ y=\dfrac{6}{3+\sqrt{5}} \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ là

$$\begin{cases} x=\dfrac{3+\sqrt{5}}{4} \\ y=\dfrac{6}{3-\sqrt{5}} \end{cases};\begin{cases} x=\dfrac{3-\sqrt{5}}{4} \\ y=\dfrac{6}{3+\sqrt{5}} \end{cases}.$$

4. Sử dụng phương pháp vectơ:

Ví dụ. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ x^2+y^2+z^2=1 \\ x^3+y^3+z^3=1 \end{cases}$$

Giải. Trong không gian toạ độ Oxyz, chọn:

$$\begin{cases} \vec{u}=(x;y;x) \\ \vec{v}=\left(x^2;y^2;z^2\right) \end{cases}$$

$$\left|\vec{v}\right|=\sqrt{1-2\left(x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2\right)}\le 1$$

$$\vec{u}.\vec{v}\le\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{v}\right|\le 1$$

Mà $\vec{u}.\vec{v}=x^3+y^3+z^3=1$

nên $x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2=0$

		$\Leftrightarrow \begin{cases} xy = yz = xz = 0 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$ Vậy hệ có nghiệm $(x;y;z)$ là $(1;0;0);(0;1;0);(0;0;1)$ **5. Hệ đối xứng, gần đối xứng.** ***Ví dụ***. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 2 \\ \sqrt{x+3} + \sqrt{y+3} = 4 \end{cases}$ ***Giải.*** Điều kiện: $x \geq 0; y \geq 0$. Hệ đã cho tương đương với: $\begin{cases} x + y + 2\sqrt{xy} = 4 \\ x + y + 6 + 2\sqrt{xy + 3(x+y) + 9} = 16 \end{cases}$ Đặt: $\begin{cases} u = x + y \\ v = xy \end{cases}$, thay vào hệ ta có: $\begin{cases} u + 2\sqrt{v} = 4 \\ u + 2\sqrt{v + 3u + 9} = 10 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} u = 2 \\ v = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1. \end{cases}$ Vậy nghiệm của hệ phương trìnhlà $(1;\, 1)$.

4. Củng cố bài học: nhận dạng và biết cách giải các hệ phương trình.

5. Hướng dẫn về nhà

Bài tập. Giải hệ phương trình:

a) $\begin{cases} \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y} = 2 \\ \dfrac{5}{x} + \dfrac{1}{y} = 5. \end{cases}$

b) $\begin{cases} x^2 + y^2 - 3x + 4y = 1 \\ 3x^2 - 2y^2 - 9x - 8y = 3. \end{cases}$

c) $\begin{cases} xy - 3x - 2y + 6 = 0 \\ x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0. \end{cases}$

d) $\begin{cases} x - xy - y = 1 \\ x^2y - xy^2 = 6. \end{cases}$

Kết luận Chương 3

Trong chương 3 của luận văn đã trình bày một số giáo án thực nghiệm để kiểm tra, đánh giá tính khả thi, tính hiệu quả của các biện pháp sư phạm đã nêu ở chương 2. Kết quả thực nghiệm cho thấy rằng: đa số học sinh thấy thích thú, hăng say hơn khi học các tiết học này.Học sinh nắm được kiến thức có tính liên kết với nhau.Trong tư duy đã có sự linh hoạt, mềm dẻo và sinh động hơn. Như vậy các biện pháp sư phạm đã nêu trong quá trình dạy học phương trình, hệ phương trình sẽ phát triển được tư duy sáng tạo cho học sinh lớp 10 ban nâng cao.

CHƯƠNG 4
THỰC NGHIỆM SƯ PHẠM

4.1.Mục đích và nhiệm vụ thực nghiệm sư phạm

4.1.1. Mục đích

Thực nghiệm sư phạm được tiến hành nhằm để kiểm chứng tính khả thi và hiệu quả của việc phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh thông qua dạy học phương trình, hệ phương trình lớp 10 ban nâng cao đã được trình bày trong luận văn.

4.1.2. Nhiệm vụ

Phân tích và xử lý số liệu thực nghiệm về mức độ phát triển tư duy sáng tạo thông qua việc thực hiện các biện pháp sư phạm đã đề xuất.

Đánh giá kết quả thực nghiệm theo hai phương diện đó là định tính và định lượng.

4.2. Tổ chức thực nghiệm sư phạm

4.2.1. Đối tượng tham gia thực nghiệm

Thực nghiệm được tiến hành tại trường Trung học phổ thông A Hải Hậu, huyện Hải Hậu, tỉnh Nam Định.

Lớp thực nghiệm: Lớp 10A1 – Sĩ số: 35 học sinh.

Lớp đối chứng: Lớp 10A5 – Sĩ số: 35 học sinh.

Cả hai lớp đều học Toán theo chương trình Sách giáo khoaban nâng cao.Trình độ học sinh của hai lớp thực nghiệm và đối chứng là tương đương nhau, học sinh có học lực môn Toán từ khá trở lên.

Các tiết dạy thực nghiệm do thầy giáo Phạm Văn Dương, giáo viên trường Trung học phổ thông A Hải Hậu giảng dạy.

Các tiết dạy đối chứng do thầy giáo Nguyễn Trung Hiếu, giáo viên trường Trung học phổ thông A Hải Hậu giảng dạy.

4.2.2. Tổ chức thực nghiệm

Khi tiến hành thực nghiệm, giáo viên thực nghiệm đã nắm rõ mục đích, nội dung, kế hoạch cụ thể và thực hiện nghiêm túc các biện pháp sư phạm phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh đã đề xuất.

Đối với lớp đối chứng vẫn dạy học bình thường theo kế hoạch giảng dạy của giáo viên đã xây dựng từ đầu năm. Việc dạy học đối chứng và thực nghiệm được tiến hành song song theo lịch trình giảng dạy của nhà trường.

4.3. Nội dung thực nghiệm

4.3.1. Nội dung giảng dạy

Lớp thực nghiệm chúng tôi tiến hành giảng dạy theo giáo án đã được biên soạn trong chương 3. Lớp đối chứng tiến hành giảng dạy theo chương trình chuẩn của Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Nam Định.

4.3.2. Nội dung kiểm tra

Trong quá trình giảng dạy thực nghiệm chúng tôi tiến hành kiểm tra một bài kiểm tra 15 phút và một bài kiểm tra 45 phút với hình thức trắc nghiệm khách quan kết hợp với trắc nghiệm tự luận. Sau khi kết thúc giảng dạy thực nghiệm chúng tôi tiến hành kiểm tra 45 phút để đánh giá mức độ tư duy sáng tạo của học sinh trong việc giải các phương trình, hệ phương trình với hình thức trắc nghiệm tự luận. Nội dung đề kiểm tra cụ thể như sau:

Bài kiểm tra số 1

ĐỀ KIỂM TRA

(Thời gian: 15 phút)

I. Trắc nghiệm (4 điểm) Chọn đáp án đúng cho các câu hỏi dưới đây:

1. Hệ phương trình $\begin{cases} x+2y=4 \\ x^2+4y^2=8 \end{cases}$ có nghiệm x, y, giá trị $3x-2y$ là:

A. – 1 C. 3

B. 2 D. 4

2. Phương trình: $|x-1|+2x-3=0$ có nghiệm là:

A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{4}{3}$ hoặc 2

C. $\frac{4}{3}$ hoặc -2 D. $-\frac{4}{3}$ hoặc -2

3. Hiện nay tuổi cha gấp 9 lần tuổi con, 9 năm sau tuổi cha gấp 3 lần tuổi con. Hỏi người cha có con lúc bao nhiêu tuổi:

A. 24 B. 27

C. 30 D. 33

4. Hệ phương trình $\begin{cases} mx-2y=3 \\ x+y=5 \end{cases}$ vô nghiệm khi:

A. $m=-1$ B. $m=-2$

C. $m=1$ D. $m=2$

II. Tự luận (6 điểm)

Bài tập: Cho hệ phương trình: $\begin{cases}(m+1)x-y=m+1\\ x+(m-1)y=2\end{cases}$

a) Giải hệ phương trình khi $m=2$.

b) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;\ y)$ sao cho $S=x+y$ đạt giá trị nhỏ nhất.

ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM

(Thời gian: 15 phút)

I. Trắc nghiệm

Mỗi đáp án đúng được 1 điểm.

Câu	1	2	3	4
Đáp án	D	A	A	B

II. Tự luận

Bài	**Đáp án**	**Điểm**
a	a) Với $m=2$ ta được: $\begin{cases}3x-2y=3\\ x+y=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{5}{4}\\ y=\dfrac{3}{4}\end{cases}$	3
b	b) $\begin{cases}(m+1)x-y=m+1 & (1)\\ x+(m-1)y=2 & (2)\end{cases}$	
	$(1)\Leftrightarrow y=(m+1)x-m-1$.	0.5
	Thay vào (2) ta được: $x^2+\left(m^2-1\right)x-m^2+1=2$	
	$\Leftrightarrow m^2x=m^2+1$ (3)	0.5
	Hệ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi (3) có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow m\neq 0$.	0.5
	Khi đó: $x=\dfrac{m^2+1}{m^2}$; $y=\dfrac{m+1}{m^2}$.	
	$\Rightarrow S=\dfrac{m^2+m+2}{m^2}=\dfrac{2}{m^2}+\dfrac{1}{m}+1$	
	$=2\left(\dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{4}\right)+\dfrac{7}{8}\geq\dfrac{7}{8}$.	1
	Vậy S nhỏ nhất khi và chỉ khi $m=-4$.	0.5

Bài kiểm tra số 2

ĐỀ KIỂM TRA

(*Thời gian: 45 phút*)

[1] Điều kiện xác định của phương trình $\dfrac{3x^2-5}{(3x-2)\sqrt{2-x}}-\dfrac{2}{\sqrt{4-x}-2}=0$ là:

A. $\begin{cases} x<2 \\ x\neq \dfrac{2}{3} \end{cases}$ B. $\begin{cases} x<2 \\ x\neq 0 \\ x\neq \dfrac{3}{2} \end{cases}$ C. $\begin{cases} x<2 \\ x\neq 0 \\ x\neq \dfrac{2}{3} \end{cases}$ D. $\begin{cases} 2<x<4 \\ x\neq \dfrac{5}{2} \end{cases}$

[2] Trong các phép biến đổi sau, phép nào là phép biến đổi tương đương:

A. $\left(x^2+1\right)\sqrt{5x-2}=x^2+1$ $\Leftrightarrow \sqrt{5x-2}=1$

B. $\dfrac{2}{x}-\dfrac{3}{x^2-9}=\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{3}\Leftrightarrow \dfrac{3}{x^2-9}=\dfrac{1}{3}$

C. $\dfrac{4(x-2)}{(x-2)\left(x^2+3\right)}=1\Leftrightarrow \dfrac{4}{x^2+3}=1$

D. $(x-5)\left(x^2+3\right)=(x-5)(x+5)$ $\Leftrightarrow x^2+3=x+5$

[3] Trong các cách viết dưới đây, cách nào đúng:

A. $|x+1|+2\left|x^2-1\right|=0$ $\Leftrightarrow x+1=0$ hoặc $x^2-1=0$

B. $|x+1|+2\left|x^2-1\right|=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+1=2\left(x^2-1\right) \\ x+1=-2\left(x^2-1\right) \end{array}\right.$

C. $|x+1|+2\left|x^2-1\right|=0$ $\Leftrightarrow x+1=0$ và $x^2-1=0$

D. $|x+1|+2\left|x^2-1\right|=0\Leftrightarrow \begin{cases} x+1=2\left(x^2-1\right) \\ x+1=-2\left(x^2-1\right) \end{cases}$

[4] Phương trình $\left(9x^2-1\right)\left(3x+1-2\sqrt{5x^2-1}\right)=0$ có bao nhiêu nghiệm:

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

[5] Phương trình $\left(m^2+1\right)x^2+2(m-1)x+1=0$, có hai nghiệm dương phân biệt khi:

A. $m<0$ B. $m<1$ C. $\begin{cases} m<1 \\ m\neq -1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} m<0 \\ m\neq -1 \end{cases}$

[6] Phương trình: $\sqrt{x}+2-3x=\sqrt{x}+\left|x^2-x\right|$ có bao nhiêu nghiệm:

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

[7] Phương trình $mx^2+2(m-1)x-4=0$, có một nghiệm bằng 3, nghiệm còn lại của phương trình là:

A. – 2 B. – 3 C. 2 D. 3

[8] Phương trình $m^2x-m-4x-2=0$, có nghiệm duy nhất khi:

A. $m=\pm 2$ B. $m=2$ C. $m\neq -2$ D. $m\neq \pm 2$

[9] Hệ phương trình $\begin{cases} mx-2y=3 \\ x+y=5 \end{cases}$ vô nghiệm khi:

A. $m=-2$ B. $m=-1$ C. $m=1$ D. $m=2$

[10] Phương trình $3x+\left|x^2-2x\right|=4+x$ có nghiệm $x_1<x_2$, giá trị x_1-x_2 là:

A. - 2 B. – 4 C. 2 D. 4

[11] Lãi suất gửi tiết kiệm có kì hạn của một ngân hàng được tính dựa trên thời gian gửi tiết kiệm theo qui luật $\tau=\left(-2t^2+12t+1\right).100\%$, trong đó τ là phần trăm lãi suất, t là thời gian gửi, và nếu $\tau<0$ thì qui đổi $\tau=15\%$. Phải gửi tiết kiệm có kì hạn bao nhiêu tháng để được hưởng mức lãi suất cao nhất:

A. 3 B. 6 C. 9 D. 12

[12] Tổng bình phương tất cả các nghiệm của phương trình $x-2+\dfrac{x^2-x-6}{x+2}=0$ là:

A. $\dfrac{41}{4}$ B. $\dfrac{1}{4}$ C. $\dfrac{25}{4}$ D. $\dfrac{81}{4}$

[13] Nghiệm của phương trình $\begin{cases} 3x-5y=2 \\ 4x+2y=7 \end{cases}$ là:

A. $\left(-\dfrac{39}{26};\dfrac{3}{13}\right)$ B. $\left(\dfrac{-17}{13};\dfrac{-5}{13}\right)$ C. $\left(\dfrac{39}{26};\dfrac{1}{2}\right)$ D. $\left(\dfrac{-1}{3};\dfrac{17}{6}\right)$

[14] Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 3x-2y-z=2 \\ -4x+3y-2z=15 \\ -x-2y+3z=-5 \end{cases}$ là:

A. $(-10;7;9)$ B. $\left(\dfrac{3}{2};-2;\dfrac{3}{2}\right)$ C. $\left(\dfrac{-1}{4};\dfrac{-9}{2};\dfrac{5}{4}\right)$ D. $\left(\dfrac{-5}{8};\dfrac{-3}{4};\dfrac{-19}{8}\right)$

[15] Hệ phương trình $\begin{cases} 4x+y=7 \\ mx-3y=2 \end{cases}$ vô nghiệm khi tham số m nhận giá trị:

A. $m=4$ B. $m=-3$ C. $m=2$ D. $m=-12$

[16] Một công ti kinh doanh xe buýt có 35 xe gồm hai loại: loại xe chở được 45 khách và loại xe chở được 12 khách. Nếu dùng tất cả số xe đó tối đa công ti chở một lần được 1113 khách. Vậy công ti có số xe mỗi loại là:

A. 20 xe 45 chỗ, 15 xe 12 chỗ
B. 21 xe 45 chỗ, 14 xe 12 chỗ
C. 17 xe 45 chỗ, 18 xe 12 chỗ
A. 19 xe 45 chỗ, 16 xe 12 chỗ

[17] Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = \dfrac{1}{12} \end{cases}$ là:

A. $(3;-4)$
B. $(-4;3)$
C. $(3;4)$
D. Cả A và B

[18] Hệ phương trình $\begin{cases} x^2 - 2y^2 = mx + y \\ y^2 - 2x^2 = my + x \end{cases}$ có nghiệm duy nhất khi:

A. $m = -1$
B. $m = 1$
C. $m \neq 1$
D. $m \neq -1$

[19] Phương trình $\sqrt{x-2} + \dfrac{1}{x} = 0$

A. Vô nghiệm
B. Có nghiệm
C. Có hai nghiệm
D. Tập nghiệm là tập xác định

[20] Phương trình $|x-1| + |x+1| = 2$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$
B. $\left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = \dfrac{1}{2} \end{array}\right.$
C. $\left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = \dfrac{1}{2} \end{array}\right.$
D. $-1 < x \leq 1$.

PHÂN TÍCH ĐỀ KIỂM TRA

Đề thi kiểm tra trắc nghiệm giúp học sinh củng cố và hệ thống lại kiến thức về phương trình, hệ phương trình thông qua bài nhiều câu hỏi khác nhau.Từ đó học sinh có thể rèn luyện được kĩ năng vận dụng lí thuyết vào giải bài tập và nâng cao được kiến thức.

ĐÁP ÁN

Mỗi đáp án đúng được 0,5 điểm.

Câu	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Đáp án	C	A	C	B	B	A	C	D	A	B
Câu	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
Đáp án	A	C	C	D	D	B	D	A	A	D

Bài kiểm tra số 3

ĐỀ KIỂM TRA

(Thời gian: 45 phút)

Câu 1(3 điểm)Xét bài toán: Tìm m để hệ phương trình(I) có nghiệm:

$$\text{(I)} \begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = m \\ x + y = m^2 - 4m + 6. \end{cases}$$

Bạn Linh giải bài toán trên như sau: Đặt: $\begin{cases} u = \sqrt{x},\ u \geq 0 \\ v = \sqrt{y},\ v \geq 0. \end{cases}$

Hệ phương trình trở thành: $\begin{cases} u + v = m \\ u^2 + v^2 = m^2 - 4m + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u + v = m \\ uv = 2m - 3. \end{cases}$

Hệ (I) có nghiệm $\Leftrightarrow$ phương trình $X^2 - mX + 2m - 3 = 0$ có nghiệm. Hay

$$\Delta \geq 0 \Leftrightarrow (-m)^2 - 4(2m-3) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 8m + 12 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \leq 2 \\ m \geq 6. \end{array}\right.$$

Vậy với $m \leq 2$ hoặc $m \geq 6$ thì hệ phương trình có nghiệm.

Em hãy tìm sai lầm trong lời giải trên của bạn Linh?Chỉ ra nguyên nhân sai lầm và đưa ra lời giải đúng cho bài toán.

Câu 2(4 điểm): Giải phương trình: $4x^2 + \frac{1}{x^2} + \left|2x - \frac{1}{x}\right| - 6 = 0.$

Câu 3 (3 điểm): Cho hệ phương trình: $\begin{cases} \sqrt{2x+3} + \sqrt{4-y} = 4 & (1) \\ \sqrt{2y+3} + \sqrt{4-x} = 4. & (2) \end{cases}$

Em hãy giải hệ phương trình trên bằng nhiều cách khác nhau (ít nhất 3 cách), nhận xét về ưu điểm, nhược điểm mỗi cách.

PHÂN TÍCH ĐỀ KIỂM TRA

Câu 1.Đòi hỏi học sinh phải phát hiện ra sai lầm trong lời giải và phải khắc phục sai lầm hoàn thiện lời giải. Câu hỏi nhằm kiểm tra tính nhạy cảm vấn đề và tính hoàn thiện của tư duy sáng tạo. Thông qua câu hỏi 1 này giáo viên sẽ giúp học sinh hiểu rõ mối quan hệ tương ứng giữa nghiệm của hệ phương trình đã cho với nghiệm của phương trìnhthu được sau khi thực hiện phép đặt ẩn phụ và phép thế.

Câu 2.Đòi hỏi học sinh giải phương trình chứa ẩn ở mẫu và phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối.Đồng thời trong quá trình giải phương trình, học sinh phải lưu ý đối chiếu với điều kiện xác định để kết luận nghiệm.

Câu 3.Đòi hỏi học sinh phải xem xét bài toán dưới nhiều góc độ, nhiều khía cạnh khác nhau từ đó tìm được nhiều cách giải khác nhau. Trên cơ sở này nhằm kiểm tra tính nhuần nhuyễn, tính độc đáo của tư duy sáng tạo.

ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM

Câu	Nội dung	Điểm
1	+ Lời giải của bạn Linh bị sai vì phạm sai lầm trong phép biến đổi. + Hệ (I) có nghiệm $\Leftrightarrow$ phương trình $X^2 - mX + 2m - 3 = 0$ có nghiệm. **Nguyên nhân sai lầm:** + Hiểu chưa thấu đáo mối quan hệ tương ứng giữa nghiệm của hệ ban đầu và nghiệm của phương trình $X^2 - mX + 2m - 3 = 0$. **Lời giải đúng.** Đặt $\begin{cases} a = \sqrt{x+1}, a \ge 0 \\ b = \sqrt{y-1}, b \ge 0 \end{cases}$ + Hệ phương trình trở thành: $\begin{cases} a + b = m \\ a^2 + b^2 = m^2 - 4m + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = m \\ ab = 2m - 3 \end{cases} (*)$ + Hệ ban đầu có nghiệm (x, y) thỏa mãn $x \ge -1, y \ge 1$. $\Leftrightarrow$ Hệ (*) có nghiệm (a,b) thỏa mãn $a \ge 0, b \ge 0$. $\Leftrightarrow X^2 - mX + 2m - 3 = 0$ có hai nghiệm không âm $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \ge 0 \\ S \ge 0 \\ P \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-m)^2 - 4(2m-3) \ge 0 \\ m \ge 0 \\ 2m - 3 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{3}{2} \le m \le 2 \\ m \ge 6. \end{array} \right.$ Vậy $\frac{3}{2} \le m \le 2$ hoặc $m \ge 6$ là các giá trị phải tìm.	0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5
2	Ta có: $4x^2 + \frac{1}{x^2} + \left\| 2x - \frac{1}{x} \right\| - 6 = 0$ (2) Đặt $\left\| 2x - \frac{1}{x} \right\| = t$. Điều kiện: $t \ge 0$.	0.5

	Phương trình (2) trở thành: $$t^2+t-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-2 \end{array}\right.$$ Với $t=-2$ (loại) do không thỏa mãn điều kiện $t \geq 0$. Với $t=1$ thì $\left\|2x-\frac{1}{x}\right\|=1$ - Trường hợp 1: $2x-\frac{1}{x}=1$ (Điều kiện $x \neq 0$) $\Rightarrow 2x^2-x-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\frac{-1}{2} \end{array}\right.$ (Thỏa mãn) - Trường hợp 2: $2x-\frac{1}{x}=-1$ (Điều kiện $x \neq 0$) $\Rightarrow 2x^2+x-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=\frac{1}{2} \end{array}\right.$ (Thỏa mãn) Vậy nghiệm của phương trình là $S=\left\{\pm 1; \pm \frac{1}{2}\right\}$	0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5
	- Học sinhgiải đúng mỗi cách được 2 điểm, nếu học sinh giải được bằng cách khác mà đúng thì vẫn cho điểm tối đa. Nếu học sinh giải được nhiều hơn 3 cách thì giáo viên tuyên dương khen thưởng. Điều kiện: $\frac{-3}{2} \leq x \leq 4; \frac{-3}{2} \leq y \leq 4$. Trừ vế với vế của (1) và (2) ta được: $\left(\sqrt{2x+3}-\sqrt{2y+3}\right)+\left(\sqrt{4-y}+\sqrt{4-x}\right)=0$ (3) **Cách 1.** $(3) \Leftrightarrow \frac{(2x+3)-(2y+3)}{\sqrt{2x+3}+\sqrt{2y+3}}+\frac{(4-y)-(4-x)}{\sqrt{4-y}+\sqrt{4-x}}=0$ $\Leftrightarrow (x-y)\left(\frac{2}{\sqrt{2x+3}+\sqrt{2y+3}}+\frac{1}{\sqrt{4-y}+\sqrt{4-x}}\right)=0$ Thay $x=y$ vào phương trình (1), ta được: $\sqrt{2x+3}+\sqrt{4-x}=4 \Leftrightarrow 2\sqrt{-2x^2+5x+12}=9-x$. $\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x \leq 9 \\ 9x^2-38x+33=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=\frac{11}{9}. \end{array}\right.$	0.5

<table>
<tr>
<td rowspan="4">**3**</td>
<td>Vậy hệ phương trình có hai nghiệm: $(3;3)$; $\left(\frac{11}{9};\frac{11}{9}\right)$.</td>
<td>0.5</td>
</tr>
<tr>
<td>**Cách 2.** Hệ phương trình đã cho trở thành:
$\begin{cases} u+v=4 \\ \sqrt{11-2v^2}+\sqrt{4-\frac{u^2-3}{2}}=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=4-v \\ \sqrt{22-4v^2}+\sqrt{11-u^2}=4\sqrt{2} \end{cases}$
$\Rightarrow \sqrt{22-4v^2}+\sqrt{-v^2+8v-5}=4\sqrt{2}$ (*)
$\Leftrightarrow 9v^4+48v^3+222v^2-944v+665=0$
$\Leftrightarrow (v-1)\left(v-\frac{5}{3}\right)\left(9v^2+72v+399\right)=0$ $v=1, v=\frac{5}{3}$.
Với $v=1 \Rightarrow u=3$. Khi đó: $\begin{cases} \sqrt{2x+3}=3 \\ \sqrt{4-y}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=3. \end{cases}$
Với $v=\frac{5}{3} \Rightarrow u=\frac{7}{3}$. Khi đó: $\begin{cases} \sqrt{2x+3}=\frac{7}{3} \\ \sqrt{4-y}=\frac{5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{11}{9} \\ y=\frac{11}{9}. \end{cases}$
Vậy hệ phương trình có hai nghiệm: $(3;3)$; $\left(\frac{11}{9};\frac{11}{9}\right)$.</td>
<td>0.25

0.25

0.25

0.25</td>
</tr>
<tr>
<td>**Cách 3.** Hệ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3+4-y+2\sqrt{(2x+3)(4-y)}=16 \\ 2y+3+4-x+2\sqrt{(2y+3)(4-x)}=16 \end{cases}$
$\Leftrightarrow (x-y)\left(3+\frac{22}{\sqrt{(2x+3)(4-y)}+\sqrt{(2y+3)(4-x)}}\right)=0$
$\Leftrightarrow x-y=0 \Leftrightarrow x=y.$
Thay $x=y$ vào phương trình (1) ta được:
$\Leftrightarrow 2\sqrt{-2x^2+5x+12}=9-x \Leftrightarrow \begin{cases} x\le 9 \\ 9x^2-38x+33=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=\frac{11}{9} \end{array}\right.$
Vậy hệ phương trình có hai nghiệm: $(3;3)$; $\left(\frac{11}{9};\frac{11}{9}\right)$.</td>
<td>0.5

0.5</td>
</tr>
<tr>
<td>**Cách 4.** $(3) \Leftrightarrow \sqrt{2x+3}-\sqrt{4-x}=\sqrt{2y+3}-\sqrt{4-y}$ (4).
Xét hàm số: $f(t)=\sqrt{2t+3}-\sqrt{4-t}$, $t\in\left[-\frac{3}{2};4\right]$.</td>
<td></td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>Với $\forall t_1,t_2\in\left[-\frac{3}{2};4\right],\ t_1\neq t_2$, ta có:
$\frac{f(t_2)-f(t_1)}{t_2-t_1}=\frac{\left(\sqrt{2t_2+3}-\sqrt{2t_1+3}\right)+\left(\sqrt{4-t_1-\sqrt{4-t_2}}\right)}{t_2-t_1}>0$
Suy ra $f(t)$ đồng biến trên $\left[-\frac{3}{2};4\right]$.
Do đó $(4)\Leftrightarrow f(x)=f(y)\Leftrightarrow x=y$.
Thay $x=y$ vào phương trình (1) ta được:
$\Leftrightarrow 2\sqrt{-2x^2+5x+12}=9-x\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 9\\9x^2-38x+33=0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=\frac{11}{9}\end{array}\right.$
Vậy hệ phương trình có hai nghiệm: $(3;3)$; $\left(\frac{11}{9};\frac{11}{9}\right)$
Đặt $\begin{cases}u=\sqrt{2x+3}\ge 0\\v=\sqrt{4-y}\ \ \ge 0\end{cases}$. Suy ra $\begin{cases}x=\frac{u^2-3}{2}\\y=4-v^2\end{cases}$</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Nhận xét.Cả bốn cách giải đều cho lời giải tường minh, nhưng rõ ràng ba cách đầu thể hiện được ưu thế riêng của mình là việc tính toán biến đổi có phần gọn gàng và đơn giản hơn.</td><td></td></tr>
</table>

4.4. Đánh giá kết quả thực nghiệm

4.4.1.Cơ sở đánh giá thực nghiệm sư phạm

- Dựa vào các nhận xét, ý kiến đóng góp của giáo viên dự giờ tiết thực nghiệm.
- Dựa vào kết quả bài kiểm tra của học sinh sau giờ học thực nghiệm. Sau mỗi bài dạy thực nghiệm chúng tôi đã tiến hành cho học sinh làm bài kiểm tra.Các lớp thực nghiệm và đối chứng đều được kiểm tra cùng một đề. Các bài kiểm tra của các lớp thực nghiệm và đối chứng được chấm theo thang điểm 10 và chấm cùng một biểu điểm.
- Các số liệu thu được từ điều tra và thực nghiệm sư phạm được xử lý thống kê toán học với các tham số đặc trưng.
- Điểm trung bình $\left(\overline{X}\right)$ là tham số xác định giá trị trung bình của dãy số thống

kê, được tính theo công thức:

$$\left(\overline{X}\right) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} n_i x_i .$$

- Phương sai S^2 : Đánh giá mức độ phân tán các giá trị của biến ngẫu nhiên X xung quanh trị số trung bình của nó. Phương sai càng nhỏ thì độ phân tán càng nhỏ,

$$S^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} n_i \left(x_i - \overline{X}\right)^2 .$$

- Độ lệch chuẩn: Biểu thị mức độ phân tán của các số liệu quanh giá trị trung bình cộng,

$$S = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} n_i \left(x_i - \overline{X}\right)^2} .$$

- Sai số tiêu chuẩn: Biểu thị trung bình phân tán của các giá trị kết quả nghiên cứu: $m = \frac{S}{N}.$

- Hệ số biến thiên: $V = \frac{S}{\overline{X}}100\%.$

4.4.2. Kết quả thực nghiệm sư phạm.

a. Nhận xét của giáo viên qua tiết dạy thực nghiệm:

- So với lớp đối chứng, học sinh ở các lớp thực nghiệm tích cực hoạt động hơn, làm việc nhiều hơn và độc lập hơn. Các tiết học sôi nổi, học sinh nhiệt tình và hào hứng tham gia các hoạt động khám phá kiến thức. Trong các tiết học, học sinh đều tự mình hoàn thành các phiếu, vì thế việc học tập của học sinh sẽ tích cực, chủ động, sáng tạo hơn.

- Các giờ học được tiến hành theo hướng trên dễ điều khiển học sinh tham gia vào hoạt động học tập, thu hút được nhiều đối tượng tham gia, tâm lí học sinh lớp thực nghiệm cũng thoải mái hơn, tạo bầu không khí cởi mở và thân thiết giữa giáo viên và học sinh. Từ đó, học sinh cảm nhận được cái hay của một lời giải đẹp, cảm nhận được sự thú vị và hấp dẫn của môn Toán.

- Qua các hoạt động học tập (trả lời từng câu hỏi, nắm ngay các kiến thức cơ bản trên lớp). Đồng thời giáo viên cũng dễ dàng phát hiện được những sai lầm mắc phải của học sinh để có hướng khắc phục.

- Các em đã bước đầu hình thành thói quen xem xét các khía cạnh của một vấn đề Toán học, biết cách khai thác một bài toán.

b. Kết quả bài kiểm tra của học sinh

**** Đánh giá định tính***

Ở các lớp thực nghiệm học sinh học tập tích cực, chịu khó suy nghĩ tìm tòi cách giải bài tập, hoạt động nhóm diễn ra sôi nổi, có nhiều ý kiến hay, sáng tạo hơn so với lớp đối chứng.

Khả năng tiếp thu kiến thức mới, khả năng phát hiện sai lầm nhanh, khả năng tìm được nhiều cách giải và có cách giải độc đáo của học sinh lớp thực nghiệm hơn hẳn lớp đối chứng.

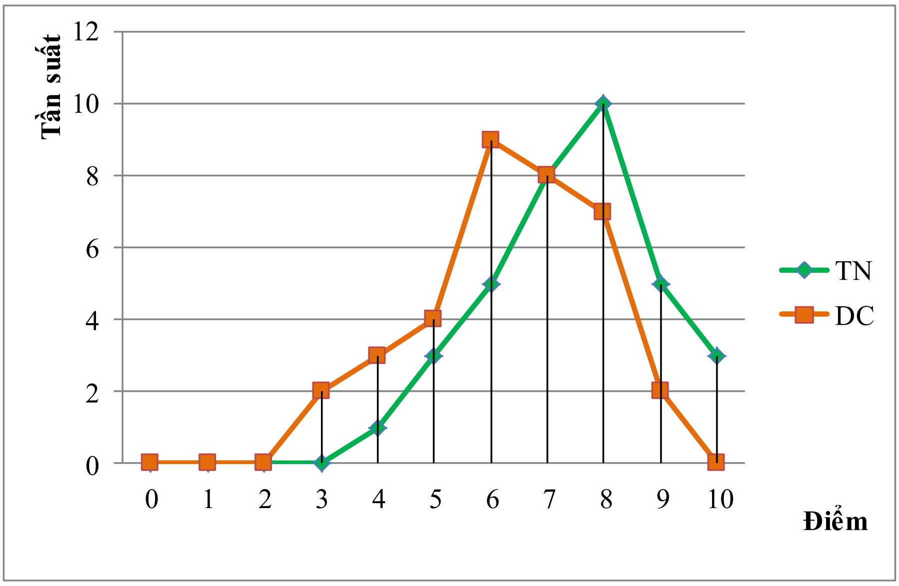
Cả hai lớp các em đều nắm vững kiến thức cơ bản.Tuy nhiên, cách trình bày lời giải ở lớp thực nghiệm mạch lạc, ngắn gọn, chính xác và lập luận chặt chẽ hơn.

**** Đánh giá định lượng***

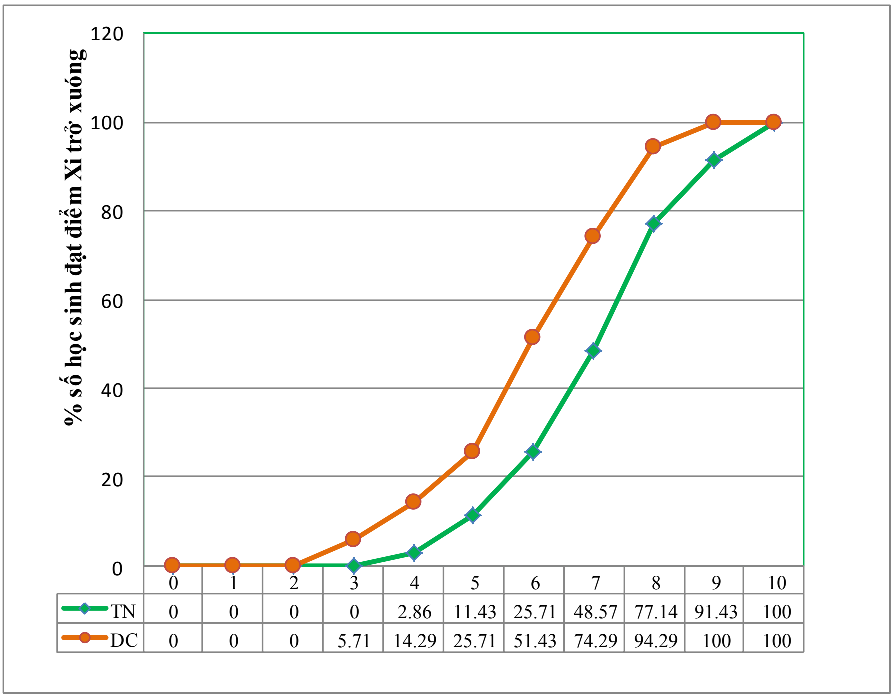
Kết quả bài kiểm tra số 1

Bảng 4.1. Bảng tổng hợp phân bố tần số, tần suất, tần suất tích lũy của bài kiểm tra số 1

Điểm	Số học sinh đạt điểm Xi		% số học sinh đạt điểm Xi		% số học sinh đạt điểm Xi trở xuống	
	Thực nghiệm	Đối chứng	Thực nghiệm	Đối chứng	Thực nghiệm	Đối chứng
0	0	0	0.00	0.00	0.00	0.00
1	0	0	0.00	0.00	0.00	0.00
2	0	0	0.00	0.00	0.00	0.00
3	0	2	0.00	5.71	0.00	5.71
4	1	3	2.86	8.57	2.86	14.28
5	3	4	8.57	11.43	11.43	25.71
6	5	9	14.29	25.72	25.72	51.43
7	8	8	22.86	22.86	48.58	74.29
8	10	7	28.57	20.00	77.15	94.29
9	5	2	14.28	5.71	91.43	100
10	3	0	8.57	0.00	100	100
Tổng	35	35	100	100		



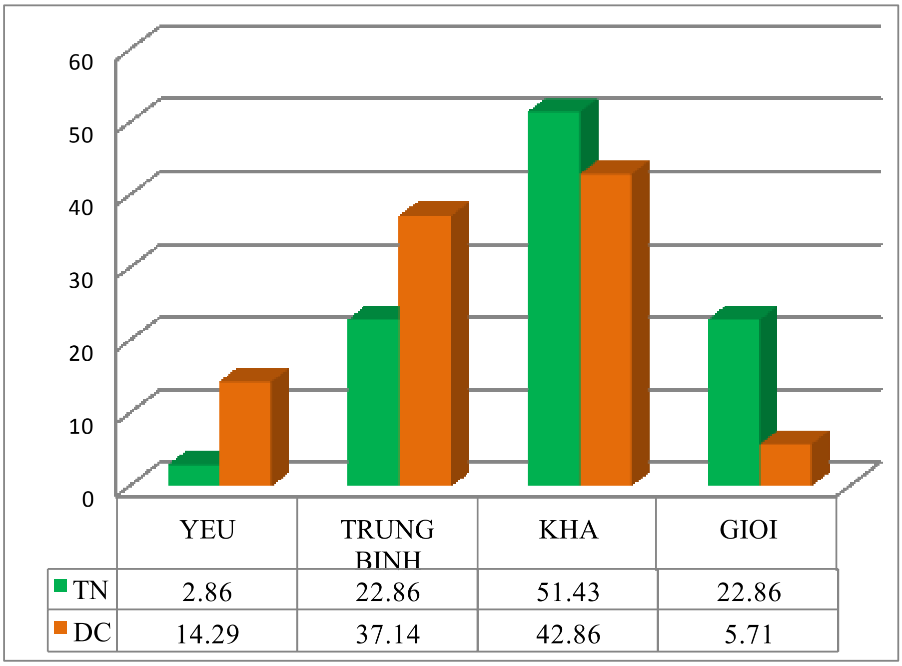
Biểu đồ 4.1. Biểu đồ tần suất của bài kiểm tra số 1



Biểu đồ 4.2. Biểu đồ tần suất tích luỹ của bài kiểm tra số 1

Bảng 4.2. Bảng tổng hợp phân loại kết quả của bài kiểm tra số 1

Phân loại kết quả học tập của học sinh sau hai bài kiểm tra (%)							
Yếu kém (0 - 4 điểm)		Trung bình (5- 6 điểm)		Khá (7- 8 điểm)		Giỏi (9 - 10 điểm)	
Thực nghiệm	Đối chứng	Thực nghiệm	Đối chứng	Thực nghiệm	Đối chứng	Thực nghiệm	Đối chứng
2.86	14.29	22.86	37.14	51.43	42.86	22.86	5.71

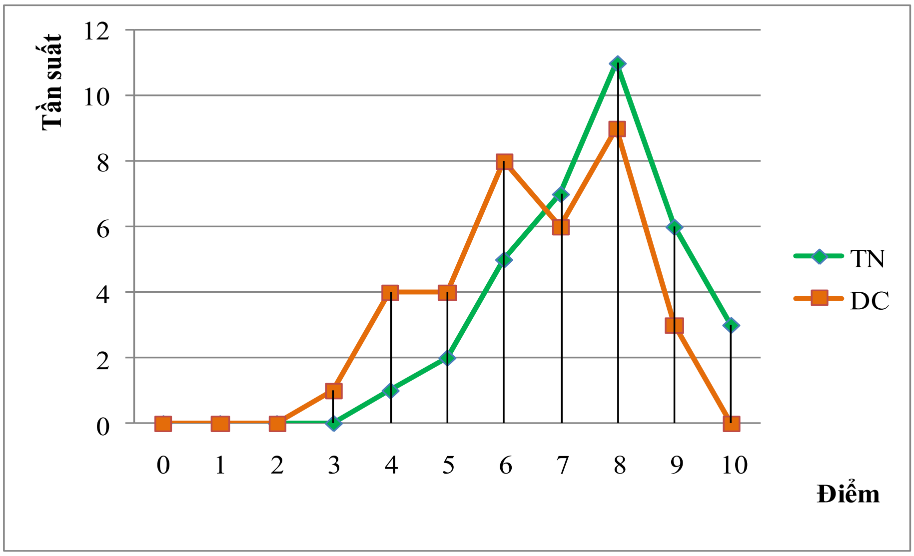


Biểu đồ 4.3. Biểu đồ phân loại kết quả của bài kiểm tra số 1

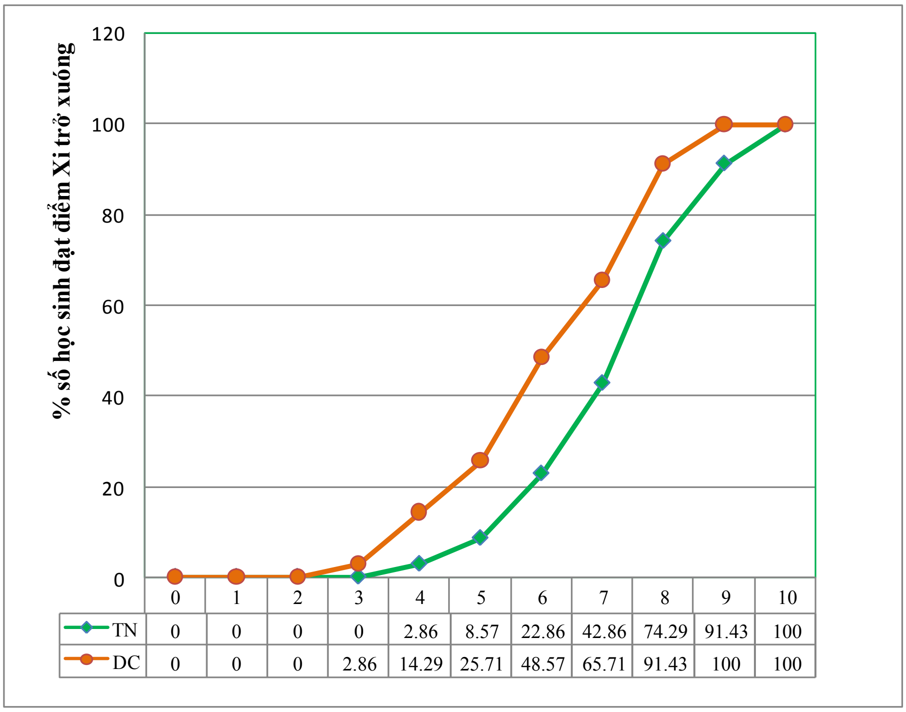
Kết quả bài kiểm tra số 2

Bảng 4.3. Bảng tổng hợp phân bố tần số, tần suất, tần suất tích lũy của bài kiểm tra số 2

Điểm	Số học sinh đạt điểm Xi		% số học sinh đạt điểm Xi		% số học sinh đạt điểm Xi trở xuống	
	Thực nghiệm	Đối chứng	Thực nghiệm	Đối chứng	Thực nghiệm	Đối chứng
0	0	0	0.00	0.00	0.00	0.00
1	0	0	0.00	0.00	0.00	0.00
2	0	0	0.00	0.00	0.00	0.00
3	0	1	0.00	2.86	0.00	2.86
4	1	4	2.86	11.43	2.86	14.29
5	2	4	5.71	11.43	8.57	25.71
6	5	8	14.29	22.86	22.86	48.57
7	7	6	20.00	17.14	42.86	65.71
8	11	9	31.43	25.71	74.29	91.43
9	6	3	17.14	8.57	91.43	100
10	3	0	8.57	0.00	100	100
Tổng	35	35	100	100		



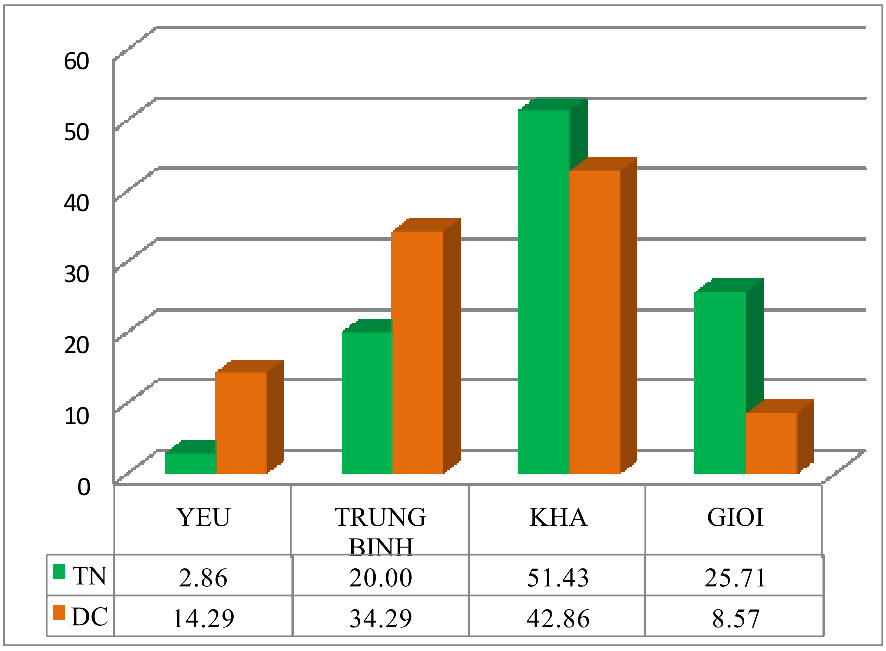
Biểu đồ 4.4. Biểu đồ tần suất của bài kiểm tra số 2



Biểu đồ 4.5. Biểu đồ tần suất tích luỹ của bài kiểm tra số 2

Bảng 4.4. Bảng tổng hợp phân loại kết quả của bài kiểm tra số 2

Phân loại kết quả học tập của học sinh sau hai bài kiểm tra (%)							
Yếu kém (0 - 4 điểm)		Trung bình (5 - 6 điểm)		Khá (7 - 8 điểm)		Giỏi (9 - 10 điểm)	
Thực nghiệm	Đối chứng	Thực nghiệm	Đối chứng	Thực nghiệm	Đối chứng	Thực nghiệm	Đối chứng
2.86	14.29	20.00	34.29	51.43	42.86	25.71	8.57

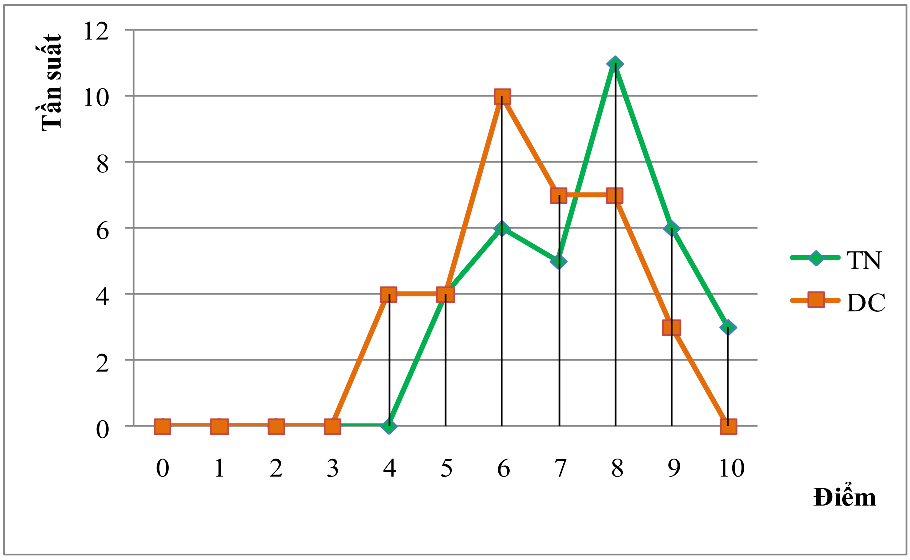


Biểu đồ 4.6. Biểu đồ phân loại kết quả của bài kiểm tra số 2

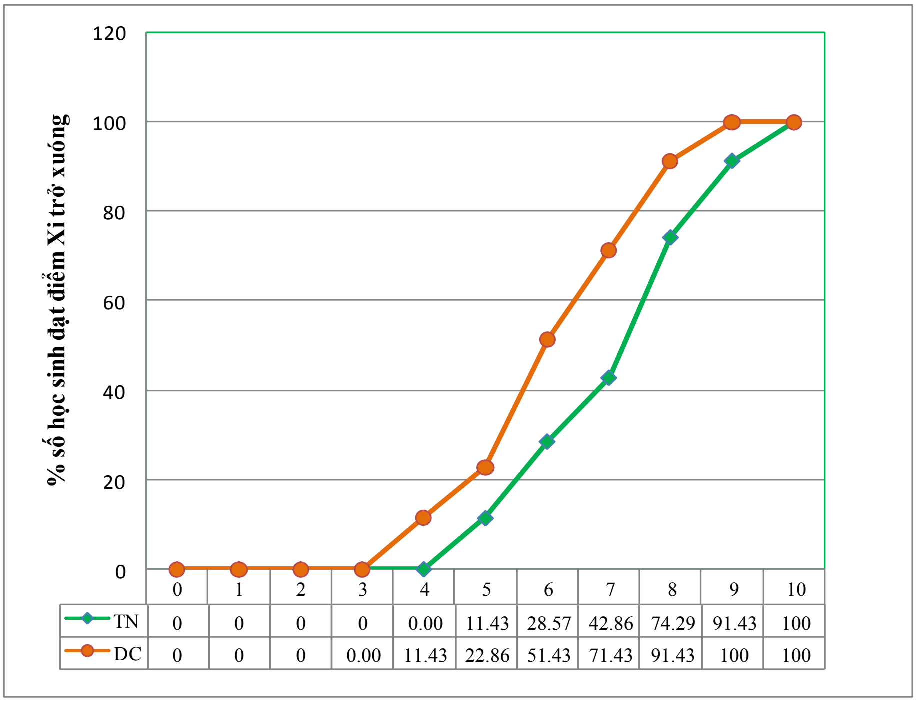
Kết quả bài kiểm tra số 3

Bảng 4.5. Bảng tổng hợp phân bố tần số, tần suất, tần suất tích lũy của bài kiểm tra số 3

Điểm	Số học sinh đạt điểm Xi		% số học sinh đạt điểm Xi		% số học sinh đạt điểm Xi trở xuống	
	Thực nghiệm	Đối chứng	Thực nghiệm	Đối chứng	Thực nghiệm	Đối chứng
0	0	0	0.00	0.00	0.00	0.00
1	0	0	0.00	0.00	0.00	0.00
2	0	0	0.00	0.00	0.00	0.00
3	0	0	0.00	0.00	0.00	0.00
4	0	4	0.00	11.43	0.00	11.43
5	4	4	11.43	11.43	11.43	22.86
6	6	0	17.14	28.57	28.57	51.43
7	5	7	14.29	20.00	42.86	71.43
8	11	7	31.43	20.00	74.29	91.43
9	6	3	17.14	8.57	91.43	100
10	3	0	8.57	0.00	100	100
Tổng	35	35	100	100		



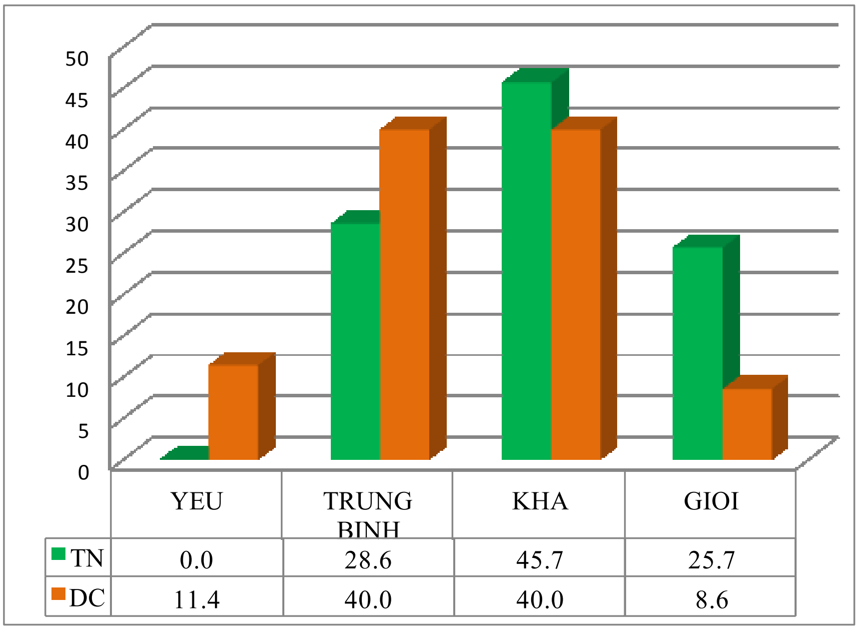
Biểu đồ 4.7. Biểu đồ tần suất của bài kiểm tra số 3



Biểu đồ 4.8. Biểu đồ tần suất tích luỹ của bài kiểm tra số 3

Bảng 4.6. Bảng tổng hợp phân loại kết quả của bài kiểm tra số 3

Phân loại kết quả học tập của học sinh sau hai bài kiểm tra (%)							
Yếu kém (0 - 4 điểm)		Trung bình (5 - 6 điểm)		Khá (7 - 8 điểm)		Giỏi (9 - 10 điểm)	
Thực nghiệm	Đối chứng	Thực nghiệm	Đối chứng	Thực nghiệm	Đối chứng	Thực nghiệm	Đối chứng
0.00	11.43	28.57	40.00	45.71	40.00	25.71	8.57



Biểu đồ 4.9. Biểu đồ phân loại kết quả của bài kiểm tra số 3

Bảng 4.7. Bảng tổng hợp các tham số đặc trưng của các bài kiểm tra

Bài Kiểm tra	**Lớp**	$\overline{X}$	**S**	S^2	**V(%)**	**Giá trị kiểm định p**	**Mức độ ảnh hưởng ES**
Số 1	TN	7.43	1.5	2.25	20.202	0.0056	0.664
	ĐC	6.37	1.59	2.53	24.986		
Số 2	TN	7.57	1.46	2.13	19.296	0.0055	0.6543
	ĐC	6.51	1.62	2.61	24.801		
Số 3	TN	7.51	1.48	2.20	19.731	0.0059	0.6837
	ĐC	6.51	1.46	2.14	22.454		

Nhận xét:

Từ bảng 4.7, cho ta thấy:

- Điểm trung bình cộng của lớp thực nghiệm luôn cao hơn lớp đối chứng khoảng 1 điểm. Có sự tiến bộ trong học tập của học sinh thể hiện ở điểm trung bình kiểm tra tăng lên.

- Hệ số biến thiên giá trị điểm số của lớp thực nghiệm luôn nhỏ hơn lớp đối chứng (ở cả 3 bài kiểm tra) có nghĩa độ phân tán về điểm số quanh điểm trung bình của lớp thực nghiệm là nhỏ hơn lớp đối chứng.

- Giá trị của hệ số biến thiên Cv% của lớp thực nghiệmvà lớp đối chứng có dao động trung bình nằm trong khoảng từ 20% đến 30%. Do vậy, kết quả thu được đáng tin cậy.

- Giá trị kiểm định $p < 0,01$ cho thấy sự khác biệt giữa lớp thực nghiệm và lớp đối chứng là do tác động của việc dạy học theo nội dung và tiến trình đã đề ra.Mức độ ảnh hưởng của nghiên cứu nằm ở mức trung bình (0.6-0.7), có nghĩa là nghiên cứu này có thể nhân rộng được.

Từ biểu đồ 4.1,4.2,4.4,4.5,4.7,4.8 ta thấy đường tần suất và tần suất tích luỹ của lớp thực nghiệm nằm bên phải và phía dưới của đường tần suất và tần suất tích luỹ của lớp đối chứng, chứng tỏ chất lượng học tập của lớp Thực nghiệm tốt hơn lớp đối chứng.

Từ các bảng 4.2, 4.4, 4.6 và các biểu đồ 4.3, 4.6, 4.9, ta thấy sự thay đổi về kết quả của học sinh: Số học sinh yếu, kém giảm xuống. Trong khi đó số học sinh khá và giỏi tăng lên. Đặc biệt trong bài kiểm tra tổng hợp số 3, lớp thực nghiệm tỉ lệ học sinh yếu kém là 0%, tỉ lệ học sinh giỏi cao gấp 3 lần lớp đối chứng.

Kết luận Chương 4

Trong Chương 4 của luận văn đã trình bày quá trình thực nghiệm sư phạm để kiểm chứng tính khả thi và tính hiệu quả của các biện pháp sư phạm đã trình bày ở Chương 2, các giáo án giảng dạy ở Chương 3. Kết quả thực nghiệm cho thấy rằng: việc sử dụng các biện pháp sư phạm đã nêu trong quá trình dạy học giải hệ phương trình sẽ phát triển được tư duy sáng tạo của học sinh. Như vậy, mục đích thực nghiệm sư phạm đã hoàn thành và giả thuyết khoa học đã được chứng minh.

KẾT LUẬN VÀ KHUYẾN NGHỊ

1. Kết luận

Sáng tạo là một phẩm chất rất cần thiết của con người mới trong xã hội phát triển.Việc rèn luyện tư duy sáng tạo là khả thi và cần thiết tiến hành ngay trong nhà trường phổ thông, đặc biệt là học sinh lớp 10.Chính điều này đã nhận thức thành một nhiệm vụ đặt ra cho ngành giáo dục. Dạy học môn Toán nói chung và nội dung phương trình, hệ phương trình nói riêng có điều kiện thuận lợi để thực hiện nhiệm vụ dạy học này.

Qua quá trình nghiên cứu đề tài, chúng tôi đã thu được các kết quả sau:

-Làm sáng tỏ được các đặc điểm của hoạt động sáng tạo khoa học và một số yếu tố của tư duy sáng tạo.

- Đã đề xuất được một số biện pháp sư phạm nhằm phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh thông qua dạy học chủ đề phương trình, hệ phương trình lớp 10 Ban nâng cao.

- Đã đề xuất được một số phương pháp, kỹ năng xây dựng, sáng tạo các bài toán về phương trình, hệ phương trình nhằm phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh.

- Đã bước đầu điều tra, thực nghiệm sư phạm, bước đầu xác định được tính cấp thiết của việc dạy học sáng tạo và xác định được tính khả thi của phương án đã đề xuất, đồng thời bước đầu có thể khẳng định được giả thuyết khoa học đưa ra trong luận văn là đúng đắn.

- Đã hoàn thành nhiệm vụ nghiên cứu đề ra.Hơn nữa, đề tài và phương pháp nghiên cứu của luận văn này còn có thể tiếp tục được áp dụng cho nhiều nội dung khác của môn Toán và cho các lớp, các cấp học khác nhau.

Qua việc thực hiện luận văn, chúng tôi đã thu nhận được nhiều kiến thức bổ ích về lý luận qua sách, báo, tạp chí và các công trình nghiên cứu về các lĩnh vực liên quan đến đề tài luận văn. Chúng tôi hy vọng rằng, trong thời gian tiếp theo những tư tưởng và giải pháp đã được đề xuất sẽ tiếp tục được thử nghiệm, khẳng định tính khả thi trong việc phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh.

2. Khuyến nghị

- Đối với giáo viên dạy Toán tại các trường Trung học phổ thông: xây dựng hệ thống bài giảng nhằm phát triển tư duy sáng tạo bước đầu mất nhiều thời gian nhưng đem lại hiệu quả cao.

- Đối với các cấp quản lý Giáo dục:

Cần tăng thời lượng nhiều hơn nữa cho chủ đề phương trình, hệ phương trình để giáo viên có thời gian hướng dẫn học sinh phát triển tư duy sáng tạo thông qua dạy học phương trình, hệ phương trình.

Nâng cấp cơ sở vật chất sẵn có, bổ sung thêm một số trang thiết bị giảng dạy hiện đại cho các phòng học như: máy chiếu vật thể, máy tính,… để giáo viên có thể sử dụng các công nghệ thông tin bổ trợ cho đổi mới phương pháp dạy học.

Trên cơ sở những vấn đề lí luận được đề xuất trong luận văn, đề tài cần được nghiên cứu rộng rãi hơn.

Hướng nghiên cứu tiếp của luận văn: Xây dựng các bài giảng phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh ở các nội dung khác trong chương trình toán học Trung học phổ thông.

Do thời gian còn hạn chế nên kết quả nghiên cứu của luận văn không tránh khỏi những thiếu sót. Vì vậy, tác giả rất mong muốn đề tài này sẽ được nghiên cứu sâu hơn và áp dụng rộng rãi hơn để có thể kiểm chứng tính khả thi của đề tài một cách khách quan và nâng cao giá trị thực tiễn của đề tài.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

TÀI LIỆU TIẾNG VIỆT

1. Bộ giáo dục và đào tạo (2007),*Đại số 10 nâng cao*, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam.

2. Bộ giáo dục và đào tạo (2007),*Đại số 10 nâng cao - Sách bài tập*, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam.

3. Bộ giáo dục và đào tạo (2007),*Đại số 10 nâng cao - Sách giáo viên*, Nhà xuất bản Giáo dục.

4. Lê Hải Châu, Phạm Văn Hoàn (1971), "Rèn luyện trí thông minh cho học sinh qua giải bài tập toán", *Tạp chí nghiên cứu giáo dục số 5 – 1971.*

5. Hoàng Chúng (1969), *Rèn luyện khả năng sáng tạo toán học ở trường phổ thông*, Nhà xuất bản Giáo dục.

6. Đinh Nho Chương, Nguyễn Bá Kim, Nguyễn Mạnh Cảng, Vũ Dương Thụy, Nguyễn Văn Thường (1994),*Phương pháp dạy học môn toán – phần 2: Dạy học những nội dung cơ bản* (Giáo trình Đại học sư phạm), Nhà xuất bản Giáo dục, Hà Nội.

7. G. Polya (1997),*Giải bài toán như thế nào?,*Nhà xuất bản Giáo dục.

8. G. Polya (1997),*Sáng tạo toán học,* Nhà xuất bản Giáo dục.

9. G. Polya (1997),*Toán học và những suy luận có lý,* Nhà xuất bản Giáo dục.

10. Phạm Minh Hạc (1998),*Giáo trình Tâm lí học*, Nhà xuất bản Giáo dục, Hà Nội.

11. Trần Hiệp, Đỗ Long (chủ biên) (1990),*Sổtay Tâm lý học*, Nhà xuất bản Khoa học Xã hội, Hà Nội.

12. I.Ia Lecne (1997),*Dạy học nêu vấn đề* (Phan Tất Đắc dịch), Nhà xuất bản Giáo dục.

13. Nguyễn Bá Kim, (2009), *Phương pháp dạy học môn Toán*,Nhà xuất bản Đại học Sư phạm, Hà Nội.

14. Kurecxki V.A. (1981),*Tâm lý năng lực toán của học sinh, tập 1*, Nhà xuất bản Giáo dục, Hà Nội.

15. Bùi Văn Nghị (2005),*Tài liệu bồi dưỡng thường xuyên giáo viên trung học phổ thông chu kì III (2004 - 2007) Toán học*, Nhà xuất bản Đại học Sư phạm.

16. Nguyễn Quang Sơn (2017), *Các chuyên đề nâng cao về phát triển - Đại số 10,* Nhà xuất bản Tổng hợp TP Hồ Chí Minh.

17. Nguyễn Vũ Thanh (2001),*343 bài toán nâng cao - Đại số 10,* Nhà xuất bản Đại học Quốc Gia TP Hồ Chí Minh.

18. Tôn Thân (1995),*Xây dựng hệ thống câu hỏi và bài tập nhằm bồi dưỡng một số yếu tố của tư duy sáng tạo cho học sinh khá giỏi toán ở trường trung học cơ sở Việt Nam,* Luận án phó tiến sĩ khoa học Sư phạm – Tâm lí, Viện Khoa học Giáo dục.

19. Trần Thúc Trình (1998), *Tư duy và hoạt động Toán học*, Viện Khoa học giáo dục.

20. Nguyễn Quang Uẩn (1999),*Tâm lý học đại cương,* Nhà xuất bảnĐại học Quốc gia Hà Nội.

21. Nguyễn Đức Uy (1999),*Tâm lý học sáng tạo*, Nhà xuất bản Giáo dục.

22. Nguyễn Đức Uy (1996),*Tâm lý học đề cương bài giảng*, Hà Nội.

TÀI LIỆU TIẾNG NƯỚC NGOÀI

23. Guilford J.P. (1976a),*Creativity,* American Psychologist.

24. Guilford J.P. (1976a),*Creativity: Yesterday, today, and tomorrow,* Journal of Creativr Behavior.

25. Platonov K.I (2003),*The word as a Physiological and Therapeutic factor,* Universtiy Press of the Pacific.

26. Torrance E.P. (1995),*Insights about creatiivity: Questioned, rejected, ridiculed, ignored,* Educational Psychology Review.

27. Torrance E.P. (1963),*Exploration in creative thinking in the early school years:* A progress report, Taylor C.W. & Barron F. (Eds.), Scientific creativity: Its recognition and development (tr 173-183), New York: Wiley.

28. Willson E.O (2017),*The Origins of Creativity*, Liveright.

PHỤ LỤC

Phụ lục 1. Phiếu hỏi ý kiến Giáo viên

Nhằm góp phần nâng cao chất lượng dạy học chủ đề phương trình, hệ phương trình cho học sinh lớp 10 Ban nâng cao, chúng tôi đang tiến hành nghiên cứu vấn đề phát triển một số yếu tố của tư duy sáng tạo cho học sinh trong quá trình dạy học. Từ kinh nghiệm dạy học và hoạt động thực tiễn của mình, xin Thầy (Cô) hãy vui lòng cho biết ý kiến về các vấn đề dưới đây.

Trong quá trình dạy học, Thầy/ Cô thực hiện những hoạt động sau đây như thế nào?

Thang đánh giá:

1 = Không bao giờ	3 = Thỉnh thoảng
2 = Hiếm khi	4 = Thường xuyên

Xin Thầy/Cô trả lời các câu hỏi sau đây bằng cách đánh dấu (X) vào ô vuông tương ứng với mức độ mà Thầy/Cô lựa chọn.

STT	**Nội dung**	**Mức độ**			
		1	**2**	**3**	**4**
1	Tạo lập “bầu không khí sáng tạo” trong lớp học.				
2	Giáo dục cho học sinh lòng khao khát, sự hứng thú đối với việc tiếp thu cái mới.				
3	Khuyến khích học sinh giải quyết vấn đề bằng nhiều cách giải cho một bài toán.				
4	Hướng dẫn học sinh diễn đạt, trình bày chặt chẽ, ngắn gọn.				
5	Rèn cho học sinh thói quen tìm tòi ý tưởng mới, cách giải hay, mới lạ.				
6	Hướng dẫn học sinh cách tự tạo ra các bài tập mới, tự đặt ra các vấn đề mới từ bài toán cơ bản ban đầu.				
7	Sử dụng câu hỏi kích thích nhu cầu nhận thức, khám phá của học sinh.				
8	Chú ý học sinh kiểm tra lời giải của một bài toán, phát hiện sai lầm và thiếu logic trong bài giải.				
9	Chú ý cho học sinh biết hệ thống hóa kiến thức, nâng cao tri thức môn học tạo cơ sở cho sự sáng tạo của học sinh.				

THÔNG TIN CÁ NHÂN

Họ tên :………………………… Giới tính:☐Nam ☐Nữ

Nơi công tác: …………………………………Chuyên môn………………..

Trường………………………….. ……………………………………………

Xin trân trọng cảm ơn!

Phụ lục 2. Phiếu hỏi ý kiến học sinh

THÔNG TIN CÁ NHÂN

Họ tên……………………………………Giới tính ☐ Nam ☐Nữ

Lớp:……………………Trường:……………………………………………

Xã/ Phường, Quận/Huyện, Tỉnh/Thành phố:…………………………………

Các em hãy đọc kĩ từng câu và đánh dấu (X) vào mức độ mà các em nhận thấy mình đạt được tương ứng với thang điểm sau.

Thang đánh giá:

1 = Không bao giờ	3 = Thỉnh thoảng
2 = Hiếm khi	4 = Thường xuyên

STT	**Nội dung**	**Mức độ**			
		1	**2**	**3**	**4**
1	Tìm ra cách giải quyết vấn đềhay và độc đáo cho bài toán.				
2	Tìm ra nhiều cách giải quyết cho cùng một bài toán và lựa chọn giải pháp tốt nhất.				
3	Sau khi giải xong một bài toán em có thói quen lật ngược vấn đề để có bài toán mới hay không?				
4	Khi giải xong một bài toán em có thói quen xét các bài toán tương tự rồi tìm cách giải chúng hay không?				
5	Đối với bài toán chưa biết cách giải, em có xét các trường hợp đặc biệt để dự đoán kết quả hay không?				
6	Tích cực học hỏi làm chủ kiến thức theo sự hướng dẫn của thầy cô giáo.				

Trân trọng cảm ơn ý kiến của các em!