

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN
KHOA: TOÁN CƠ TIN – HỌC

Sinh viên: NGUYỄN THỊ HÀ
Mã sinh viên: 17000588

TIỂU LUẬN CUỐI KÌ
Môn học: Một số vấn đề chọn lọc trong tính toán khoa học

Ngành: Toán – tin ứng dụng
(Chương trình đào tạo: chuẩn)

Cán bộ hướng dẫn: TS. HÀ PHI

Hà nội - 2020

Câu 1:

+ Hai nhận dạng chính tắc điều khiển được và chính tắc quan sát được của hàm truyền trên lý thuyết.

+ Hệ điều khiển có hàm truyền:

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{s}{(s-1)^2} & \frac{s}{s-1} \\ \frac{s^2+2s-9}{(s-1)(s+3)} & \frac{s+4}{s+3} \end{bmatrix}$$

$$D = \lim_{n \rightarrow \infty} G(s) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{G}(s) - D = \begin{bmatrix} \frac{s}{(s-1)^2} - 0 & \frac{s}{s-1} - 1 \\ \frac{s^2+2s-9}{(s-1)(s+3)} - 1 & \frac{s+4}{s+3} - 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{s}{(s-1)^2} & \frac{1}{s-1} \\ \frac{-6}{(s-1)(s+3)} & \frac{1}{s+3} \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{(s-1)^2(s+3)} \begin{bmatrix} s(s+3) & (s-1)(s+3) \\ -6(s-1) & (s-1)^2 \end{bmatrix}$$

Viết lại: $G(s) = (s-1)^2 (s+3) = s^3 + s^2 - 5s + 3$

Ta có: $\alpha_1 = 1$; $\alpha_2 = -5$; $\alpha_3 = 3$

Hệ bậc cao nhất của mẫu số = 3

$$\begin{aligned} N(s) = N_1 s^2 + N_2 s + N_3 &= \begin{bmatrix} s(s+3) & (s-1)(s+3) \\ -6(s-1) & (s-1)^2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} s^2 + 3s & s^2 + 2s - 3 \\ -6s + 6 & s^2 - 2s + 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} s^2 + \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -6 & -2 \end{bmatrix} s + \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 6 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Dạng chính tắc điều kiện được là:

Số chiều là $n = r \cdot p = 3 \cdot 2 = 6$

Hệ thời gian trạng thái $\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases}$

$$\begin{aligned} \text{Với } A &= \begin{bmatrix} -\alpha_1 I_p & -\alpha_2 I_p & -\alpha_3 I_p \\ I_p & O_p & 0 \\ 0 & I_p & O_p \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -1 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & 5 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & -3 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -1 & 0 & 5 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 5 & 0 & -3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ B &= \begin{bmatrix} I_p \\ O_p \\ O_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 2 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & -6 & -2 & 6 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$C = [N_1 \quad N_2 \quad N_3]$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

+) Dạng chính tắc quan sát được:

$$n = r \cdot q = 3 \cdot 2 = 6$$

Hệ không gian trạng thái:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} -\alpha_1 I_q & I_q & 0 \\ -\alpha_2 I_q & 0_q & I_q \\ -\alpha_3 I_q & 0 & 0_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ 5 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ -3 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 3 & 2 \\ -6 & 2 \\ 0 & -3 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C = [I_4 \quad 0_4 \quad 0] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

***Các lệnh với matlab ý a và b:**

+ Nhận dạng chính tắc điều khiển được và quan sát được

clear all; close all; clc

N1 = [0 1 3 0; 1 1 -11 9];

Q1 = [1 1 -5 3]

[A1, B1, C1, D1] = tf2ss (N1, Q1)

$$N2 = [1 \ 2 \ -3 \ 0; \ 1 \ 2 \ -7 \ 4]$$

$$Q2 = [1 \ 1 \ -5 \ 3]$$

$$[A2, B2, C2, D2] = tf2ss(N2, Q2)$$

$$A = blkdiag(A1, A2)$$

$$B = blkdiag(B1, B2)$$

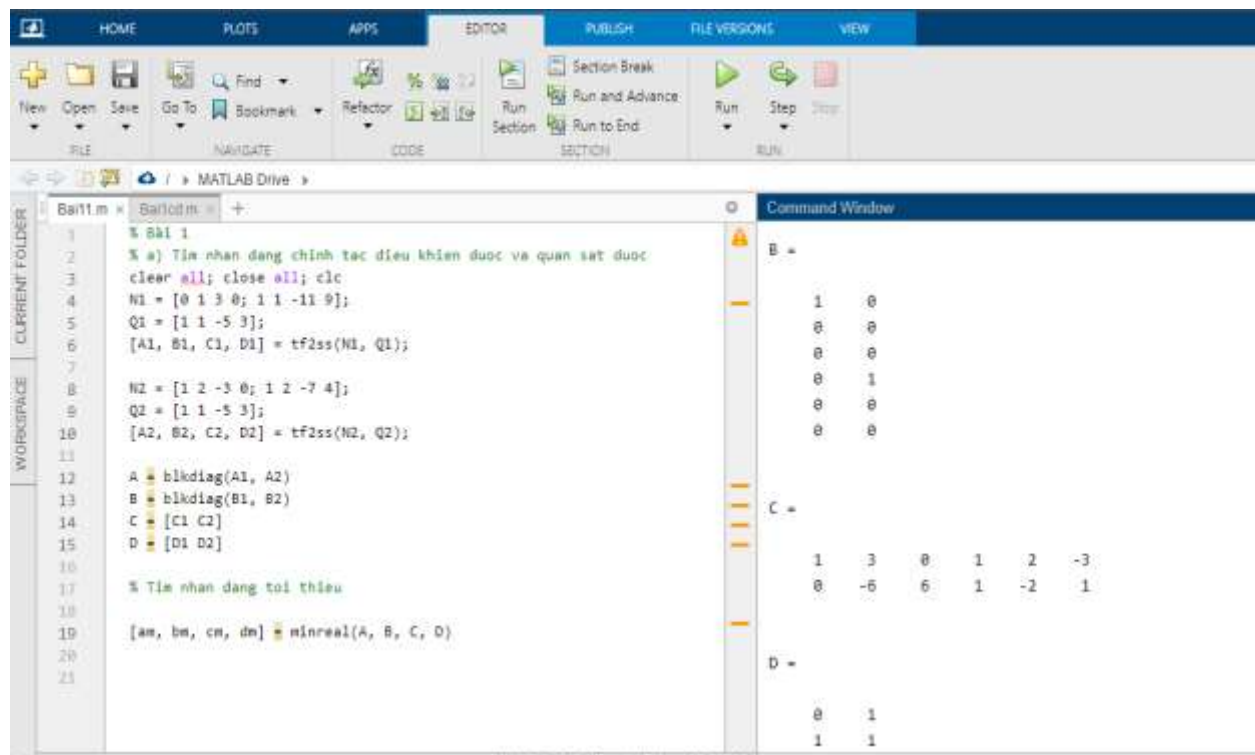
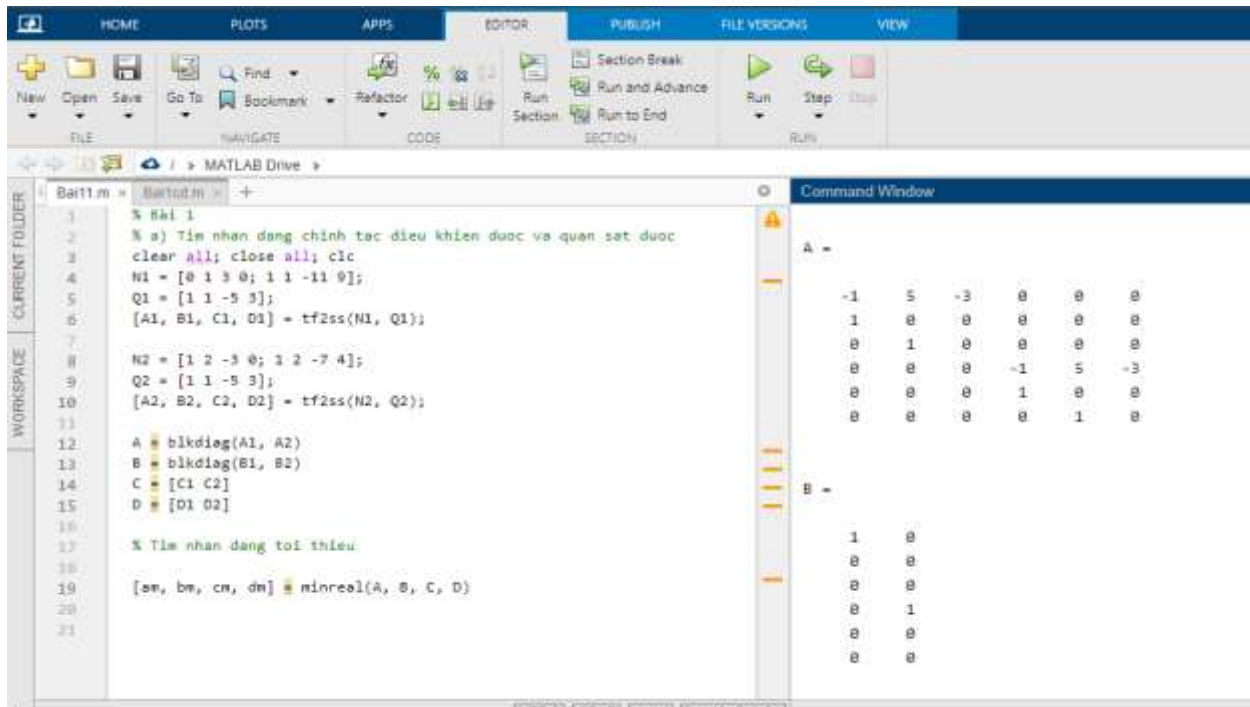
$$C = [C1 \ C2]$$

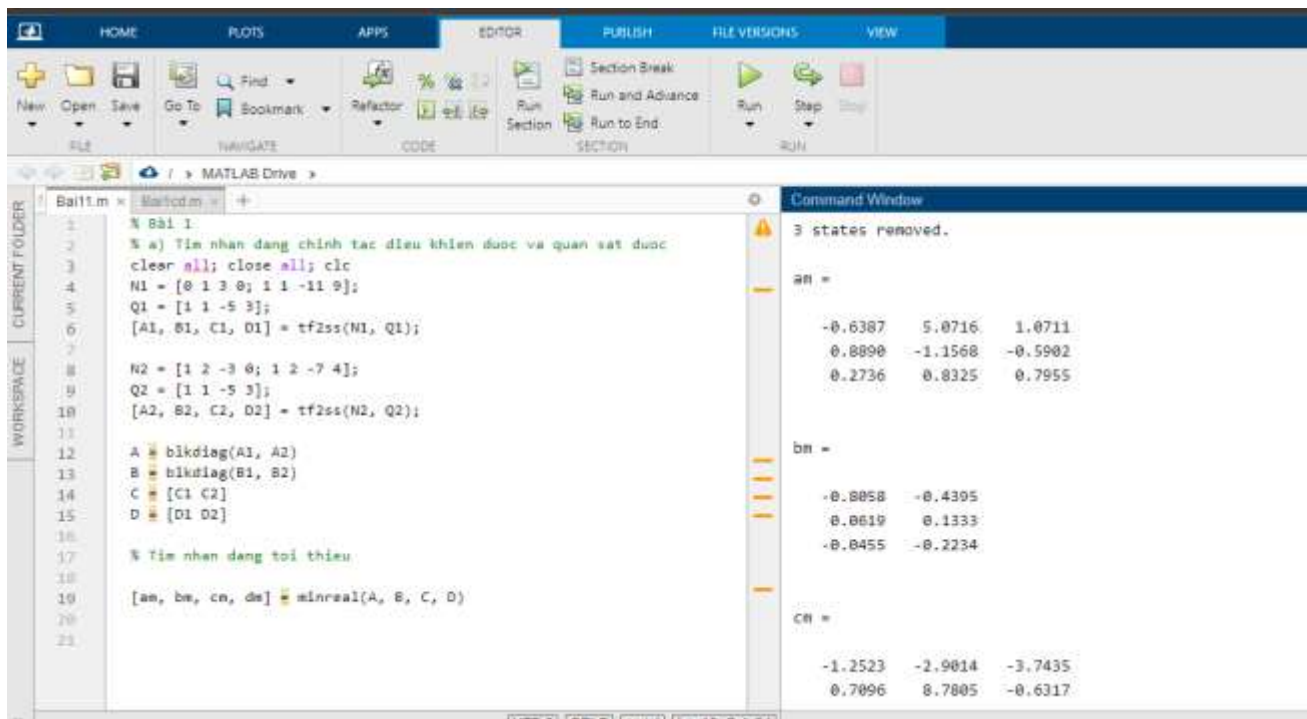
$$D = [D1 \ D2]$$

+ Nhận dạng tối thiểu

$$[am, bm, cm, dm] = mineral(A, B, C, D)$$

⇒ Kết quả thu được theo 3 ảnh dưới đây:





***Các lệnh với matlab ý c và d:**

$$A = \begin{bmatrix} -0.6378 & 5.0716 & 1.0711 \\ 0.8890 & -1.1568 & -0.5902 \\ 0.2736 & 0.8325 & 0.7955 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -0.8058 & -0.4395 \\ 0.0619 & -0.1333 \\ -0.0455 & -0.2234 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -1.2523 & -2.9014 & -3.7435 \\ 0.7096 & 8.7805 & -0.6317 \end{bmatrix}$$

Figure(2); clf;

[y, t, x] = step(sys,10);

Plot (t, x(:, 1), t, x(:, 2), t, x(:, 3), t, y(:, 1), t, y(:, 2))

Legend('x1', 'x2', 'x3', 'y1', 'y2')

Tille('Plot the step response for the system')

Grid on

M1 = max(abs(x(:, 1)))

M2 = max(abs(x(:, 2)))

M3 = max(abs(x(:, 3)))

My1 = max(abs(y(:,1)))

My2 = max(abs(y(:,2)))

My = max(My1, My2)

P = [My/M1 0 0; 0 My/M2 0; 0 0 My/M3]

*A = P * A * inv(P)*

*B = P * B*

*C = C * inv(P)*

sys = ss (A, B, C, D);

figure(3); clf;

Plot (t, x(:, 1), t, x(:, 2), t, x(:, 3), t, y(:, 1), t, y(:, 2))

Legend('x1', 'x2', 'x3', 'y1', 'y2')

Tille('Plot the step response for the system')

Grid on

M1 = max(abs(x(:, 1)))

M2 = max(abs(x(:, 2)))

M3 = max(abs(x(:, 3)))

My1 = max(abs(y(:,1)))

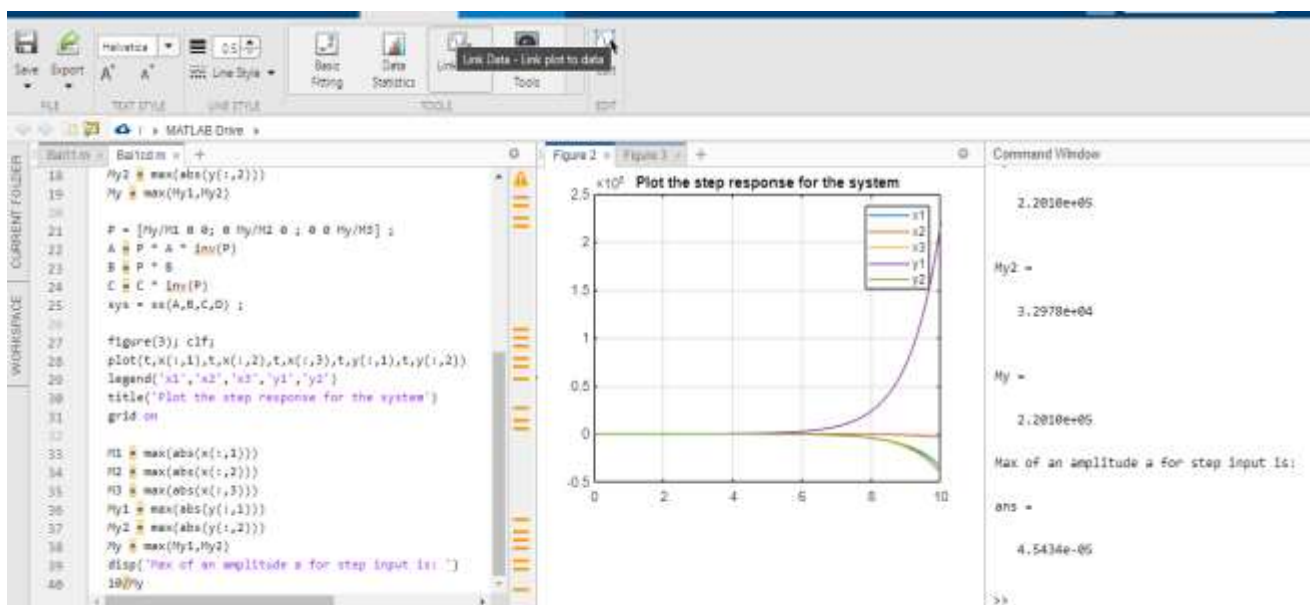
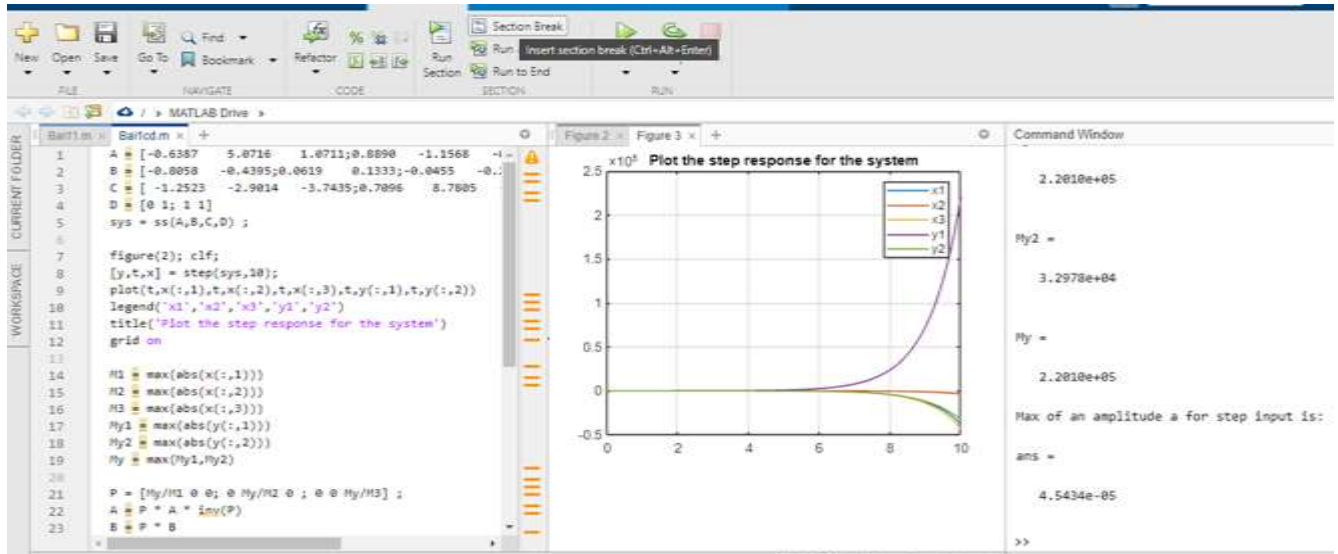
My2 = max(abs(y(:,2)))

My = max(My1, My2)

Disp('Max of an amplitude a for step input is: ')

10/My

⇒ Kết quả thu được theo 2 ảnh dưới đây:



Câu 2:

Các biến trạng thái $x_1 = \theta$; $x_2 = \dot{\theta}$; $x_3 = i$

Ta có $X = [x_1 \ x_2 \ x_3] = [\theta \ \dot{\theta} \ i] x_1$

Vậy suy ra $\dot{x}_1 = \dot{\theta} = x_2$

$$+ \dot{x}_2 = \ddot{\theta} = \frac{NK_m}{J_e} x_3 - \frac{Td(t)}{J_e} \text{ theo phương trình (1)}$$

$$+ \dot{x}_3 = \frac{di}{dt} = \frac{-NK_m}{L} x_2 - \frac{R}{L} x_3 + \frac{1}{L} v(t) \text{ theo phương trình (2)}$$

$$+ J_e = J + N^2 J_m = 0,1352$$

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{NK_m}{J_e} \\ 0 & \frac{-NK_m}{L} & \frac{-R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{-1}{J_e} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Td(t) \\ v(t) \end{bmatrix}$$

$$\text{Từ hệ trên ta suy ra } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{750}{169} \\ 0 & -12 & -24 \end{bmatrix}; x(t) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{-1250}{169} & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \dot{X} = A.x(t) + B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{750}{169} \\ 0 & -12 & -24 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{-1250}{169} & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix}$$