

Đây chỉ là một mẫu đề thi thầy soạn dựa trên giới hạn của thầy Hiếu, không phải đề thi thật và không có phần nào trùng với đề thi thật.

Câu 1 Cho phương trình sau

$$3(2x - 1) = \cos(x) .$$

- a) Tìm số nghiệm thực và khoảng nghiệm tương ứng của phương trình đó.
b) Hãy viết công thức Newton để giải phương trình trên. Xác định điểm xuất phát x_0 , hãy tính 3 giá trị đầu tiên x_i , $i = 1, 2, 3$. Viết công thức đánh giá sai số hậu nghiệm và áp dụng để đánh giá sai số của x_3 .

Câu 2 Hãy tìm nghiệm của hệ quá xác định $Ax \approx b$ theo nghĩa bình phương tối thiểu bằng một trong hai phương pháp sau với

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

- a, Phương pháp lập hệ phương trình chính tắc.
b, Phương pháp phân tích QR.

Câu 3

Giải hệ phương trình sau bằng phương pháp Jacobi và phương pháp Gauss-Seidel

$$4x_1 + 0.4x_2 - 0.4x_3 = 8$$

$$0.3x_1 - 3x_2 - 0.6x_3 = -9$$

$$0.5x_1 + 0.5x_2 + 5x_3 = 5$$

- a, Viết công thức lặp Jacobi. Kiểm tra điều kiện hội tụ.
b, Với $x^{(0)} = (0, 0, 0)^T$, tính $x^{(i)}$, $i = 1, 2, 3$.
c, Viết các công thức đánh giá sai số và áp dụng để đánh giá sai số của kết quả $x^{(3)}$ ở câu trên.
d, Hãy đánh giá số lần lặp cần thiết để sai số nhỏ hơn $10^{-3}, 10^{-6}$.
e, Viết công thức lặp Gauss-Seidel cho hệ trên. Tính lại $x^{(i)}$, $i = 1, 2, 3$.

Câu 4 Cho bài toán Cauchy

$$y' = -xy,$$

$$y(0) = 1.$$

trên đoạn $[0, 1.0]$. Hãy thực hiện hai bước với bước đi $h = 0.2$ bằng

a, công thức Euler

b, công thức Runge-Kutta "hình thang" hiển:

$$(s = 2, a_2 = 1, b_{21} = 1, c_1 = c_2 = 1/2)$$

Tính sai số thực tế $e_i = y(x_i) - y_i$, biết nghiệm chính xác $y(x) = e^{-x^2/2}$.

Thực hiện lại tính toán với $h = 0.1$ và $h = 0.05$; so sánh các lời giải số.

—————Hết—————