ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐẠI HỌC GIÁO DỤC

HÀ THỊ HƯƠNG

DẠY HỌC PHƯƠNG TRÌNH VÔ TỶ CHO HỌC SINH GIỎI LỚP 10 TRUNG HỌC PHỔ THÔNG TẠI TỈNH LAI CHÂU THEO HƯỚNG PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC TƯ DUY SÁNG TẠO

LUẬN VĂN THẠC SĨ SƯ PHẠM TOÁN

HÀ NỘI 2020

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐẠI HỌC GIÁO DỤC

HÀ THỊ HƯƠNG

DẠY HỌC PHƯƠNG TRÌNH VÔ TỶ CHO HỌC SINH GIỎI LỚP 10 TRUNG HỌC PHỔ THÔNG TẠI TỈNH LAI CHÂU THEO HƯỚNG PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC TƯ DUY SÁNG TẠO

LUẬN VĂN THẠC SĨ SƯ PHẠM TOÁN
CHUYÊN NGÀNH : LÝ LUẬN VÀ PPDH BỘ MÔN TOÁN
MÃ SỐ: 8.14.01.11

Người hướng dẫn khoa học: PGS.TS. Vũ Trọng Lưỡng

HÀ NỘI 2020

LỜI CẢM ƠN

Tác giả xin chân thành cảm ơn Ban giám hiệu, hội đồng khoa học cùng các thầy cô giáo đang công tác tại trường Đại học Giáo dục – Đại học Quốc gia Hà Nội đã giảng dạy và tạo điều kiện thuận lợi cho tác giả trong suốt quá trình học tập và nghiên cứu đề tài.

Tác giả xin được bày tỏ lòng cám ơn chân thành và sâu sắc đến PGS. TS. Vũ Trọng Lưỡng – người đã tận tình hướng dẫn, giúp đỡ và luôn động viên tác giả trong suốt thời gian thực hiện đề tài.

Đồng thời tác giả xin chân thành cảm ơn Ban giám hiệu, các thầy cô giáo trong tổ Toán – Tin và các em học sinh trường THPT chuyên Lê Quý Đôn – Tỉnh Lai Châu đã nhiệt tình giúp đỡ cho tác giả hoàn thành thực nghiệm tại trường.

Cuối cùng xin được bày tỏ lòng biết ơn tới gia đình, tới những người thân yêu, bạn bè đồng nghiệp, đặc biệt là lớp Cao học Lý luận và Phương pháp giảng dạy bộ môn Toán 2018 đã động viên, cổ vũ và giúp đỡ tác giả trong quá trình học tập cũng như hoàn thành khóa luận.

Tuy đã rất cố gắng nhưng luận văn này chắc chắn không tránh khỏi thiếu sót cần được góp ý, sửa đổi. Tác giả mong nhận được những ý kiến đóng góp của các thầy giáo, cô giáo và các bạn đồng nghiệp để luận văn được hoàn thiện.

Xin chân thành cảm ơn!

DANH MỤC CÁC CHỮ VIẾT TẮT

ĐHSP	Đại học sư phạm
NXB	Nhà xuất bản
NV	Nhiệm vụ
PPDH	Phương pháp dạy học
THPT	Trung học phổ thông

DANH MỤC CÁC BẢNG, SƠ ĐỒ VÀ BIỂU ĐỒ

MỤC LỤC

MỞ ĐẦU

1. Tổng quan lý do chọn đề tài

Trong thời đại ngày nay người ta coi sáng tạo là yếu tố đặc trưng và là yêu cầu thiết yếu đối với mỗi con người. Nhiều nhà giáo dục ở các nước đã và đang nỗ lực tìm kiếm các quan niệm, hình thức, phương pháp dạy học nhằm bồi dưỡng và phát triển tư duy tích cực, độc lập và sáng tạo cho học sinh. Ở nước ta, mục tiêu dạy học môn Toán ở trường trung học phổ thông không chỉ nhằm cung cấp tri thức toán học, rèn luyện kĩ năng toán học mà còn phát triển các năng lực tư duy, đặc biệt là năng lực tư duy sáng tạo.

Ngành Giáo dục và Đào tạo Lai Châu trong nhiều năm qua đã chú trọng hoạt động nâng cao chất lượng giáo dục toàn diện trong đó chú trọng chất lượng giáo dục mũi nhọn. Để thực hiện có hiệu quả mục tiêu đó, giải pháp quan trọng đặt ra cho cấp THPT là thực hiện đổi mới phương pháp dạy học theo hướng phát triển năng lực nhằm nâng cao chất lượng dạy học, chất lượng đào tạo nguồn nhân lực đáp ứng ngày càng cao của sự nghiệp công nghiệp hoá, hiện đại hoá đất nước và yêu cầu hội nhập khu vực và quốc tế.

Phương trình vô tỷ là một nội dung quan trọng trong chương trình môn toán ở trường THPT nhất là với đội tuyển học sinh giỏi lớp 10. Để giải quyết tốt những bài toán giải phương trình vô tỷ (khá đa dạng đối với học sinh giỏi toán) các em không những phải nắm vững kiến thức lý thuyết mà còn phải biết suy nghĩ một cách sáng tạo, vận dụng tổng hợp nhiều kiến thức đã học trong chương trình môn Toán THPT. Vì vậy, có thể nói bài toán giải phương trình vô tỷ chứa đựng tiềm năng và cơ hội để phát triển năng lực tư duy sáng tạo cho học sinh THPT nói chung và học sinh giỏi lớp 10 THPT tại tỉnh Lai Châu nói riêng.

Với mong muốn góp phần phát triển năng lực tư duy sáng tạo cho học sinh, tôi chọn nghiên cứu vấn đề ***"Dạy học phương trình vô tỷ cho học sinh***

giỏi lớp 10 trung học phổ thông tại tỉnh Lai Châu theo hướng phát triển năng lực tư duy sáng tạo "

Hi vọng đây sẽ là một tài liệu tham khảo có ích trang bị thêm kiến thức về phương trình vô tỷ cho bản thân, cho đồng nghiệp và các em học sinh đồng thời giúp các em học sinh nói chung và học sinh đội tuyển Toán 10 trung học phổ thông tại tỉnh Lai Châu phát triển tối đa năng lực tư duy sáng tạo của bản thân.

2. Mục tiêu nghiên cứu

Tạo hứng thú, say mê học tập môn học;

Đề xuất một số biện pháp khai thác để phát triển năng lực tư duy sáng tạo cho học sinh THPT, đặc biệt là đội tuyển học sinh giỏi nhằm góp phần nâng cao chất lượng học sinh giỏi môn Toán lớp 10 trung học phổ thông tại tỉnh Lai Châu.

3. Nhiệm vụ nghiên cứu

Nhiệm vụ 1: Nghiên cứu cơ sở lý luận và cơ sở thực tiễn;

Nhiệm vụ 2: Nghiên cứu nội dung kiến thức và bài tập về phương trình vô tỷ cần rèn luyện cho học sinh;

Nhiệm vụ 3: Xây dựng hệ thống lý thuyết và bài tập về phương trình vô tỷ để bồi dưỡng năng lực tư duy sáng tạo học cho học sinh;

Nhiệm vụ 4: Đề xuất một số biện pháp nhằm phát triển năng lực tư duy sáng tạo thông qua dạy học chủ đề phương trình vô tỷ cho học sinh;

Nhiệm vụ 5: Tổ chức thực nghiệm sư phạm đánh giá tính hiệu quả, tính khả thi của kết quả nghiên cứu.

4. Khách thể và đối tượng nghiên cứu

4.1. Khách thể nghiên cứu

Quá trình dạy học giải toán chuyên đề phương trình vô tỷ cho đội tuyển học sinh giỏi Toán lớp 10 trung học phổ thông, tỉnh Lai Châu.

4.2. Đối tượng nghiên cứu

Năng lực tư duy sáng tạo của học sinh.

5. Phạm vi nghiên cứu

Nội dung: Nghiên cứu năng lực tư duy sáng tạo của học sinh giỏi lớp 10 trung học phổ thông trong quá trình dạy học chủ đề phương trình vô tỷ.

Mẫu khảo sát: Đội tuyển học sinh giỏi Toán 10 năm học 2019 – 2020 ở một số trường THPT Tỉnh Lai Châu.

Phạm vi và thời gian nghiên cứu: Từ tháng 9/2019 đến tháng 5/2020.

6. Giả thuyết khoa học

Nếu như giáo viên xây dựng được hệ thống lý thuyết và bài tập về phương trình vô tỷ hợp lý từ đó đề xuất một số biện pháp sử dụng thích hợp lý thì có thể khai thác và phát triển năng lực tư duy sáng tạo của học sinh đội tuyển toán 10.

7. Phương pháp nghiên cứu

7.1. Phương pháp nghiên cứu lí luận và phân tích tổng hợp

Nghiên cứu, phân tích và tổng hợp các tài liệu có liên quan đến đề tài, đặc biệt là các tài liệu viết về hệ thống bài tập trong dạy học chuyên đề phương trình vô tỷ.

7.2. Phương pháp chuyên gia

Thông qua việc dự giờ, thảo luận và lấy ý kiến của các thầy cô giáo đã và đang dạy tại các trường THPT về phương trình vô tỷ trong công tác ôn thi học sinh giỏi.

7 .3. Phương pháp thực nghiệm sư phạm

Tổ chức giảng dạy thực nghiệm, phát phiếu điều tra; so sánh đối chiếu kết quả trước và sau quá trình thực nghiệm ở từng lớp và giữa các lớp, chiều hướng biến đổi năng lực của học sinh giữa các lớp đối chứng và các lớp thực nghiệm;

Lớp thực nghiệm là lớp được tiến hành giảng dạy theo định hướng phát triển năng lực;

Lớp đối chứng là lớp được tiến hành giảng dạy theo phương pháp truyền thống.

7.4. Phương pháp xử lí số liệu

Phân tích kết quả thực nghiệm bằng phương pháp phân tích định lượng và phân tích định tính;

Sử dụng các phần mềm xử lý số liệu vào việc đánh giá kết quả thu được.

8. Đóng góp của luận văn

Luận văn cung cấp một cách hệ thống cơ sở khoa học về phát triển năng lực tư duy sáng tạo cho đội tuyển học sinh giỏi;

Đề xuất một số biện pháp và hệ thống ví dụ thông qua đó phát triển năng lực tư duy sáng tạo trong dạy học chuyên đề phương trình vô tỷ cho học sinh giỏi lớp 10 Trung học phổ thông tại tỉnh Lai Châu.

9. Cấu trúc luận văn

Ngoài phần mở đầu, kết luận, khuyến nghị, danh mục tài liệu tham khảo luận văn dự kiến được trình bày trong ba chương

Chương 1. Cơ sở lý luận và thực tiễn.

Chương 2. Biện pháp sư phạm nhằm phát triển năng lực tư duy sáng tạo cho sinh giỏi trong dạy học giải phương trình vô tỷ.

Chương 3. Thực nghiệm sư phạm.

CHƯƠNG 1
CƠ SỞ LÝ LUẬN VÀ THỰC TIỄN

1.1. Một số vấn đề về tư duy và tư duy sáng tạo

1.1.1. Tư duy

1.1.1.1. Khái niệm

"Tư duy là giai đoạn cao của quá trình nhận thức, đi sâu vào bản chất và phát hiện ra tính quy luật của sự vật bằng những hình thức như biểu tượng, khái niệm, phán đoán, suy lý" [6].

1.1.1.2. Đặc điểm cơ bản của tư duy (Tham khảo [1])

a) Tính có vấn đề

Tham khảo Nguyễn Bá Kim [2], Chúng tôi thấy: khi gặp những tình huống có vấn đề mà bằng vốn hiểu biết, phương pháp hành động của bản thân không giải quyết được, khi đó chúng ta rơi vào "*tình huống có vấn đề*". Để giải quyết được tình huống đó, chúng ta phải suy nghĩ, tìm cách vượt ra khỏi phạm vi những hiểu biết cũ để đi tới cái mới, đây là tính có vấn đề của tư duy.

b) Tính khái quát

Tính khái quát của tư duy thể hiện ở khả năng phản ánh những thuộc tính chung, mối liên hệ có tính quy luật của sự vật hiện tượng.

c) Tính độc lập tương đối của tư duy

Tư duy không chỉ gắn với bộ não của từng cá thể người mà còn gắn với sự tiến hóa của xã hội đó chính là tính độc lập tương đối của tư duy.

d) Mối quan hệ giữa tư duy và ngôn ngữ

Ngôn ngữ chính là cái vỏ hình thức của tư duy bởi vì nhu cầu giao tiếp của con người là điều kiện cần để phát sinh ngôn ngữ và ngay từ khi xuất hiện, tư duy đã gắn liền với ngôn ngữ, được thực hiện thông qua ngôn ngữ.

e) Mối quan hệ giữa tư duy và nhận thức

Sự phát triển cấp cao của nhận thức và kết quả của nhận thức chính là tư duy.

1.1.1.3. Phân loại tư duy (Tham khảo [1])

a) Phân loại tư duy theo đối tượng (của tư duy). Ta có các loại tư duy sau

Tư duy kinh tế;

Tư duy chính trị;

Tư duy văn học;

Tư duy toán học;…

b) Phân loại tư duy theo đặc trưng của tư duy. Ta có các loại tư duy sau:

Tư duy cụ thể;

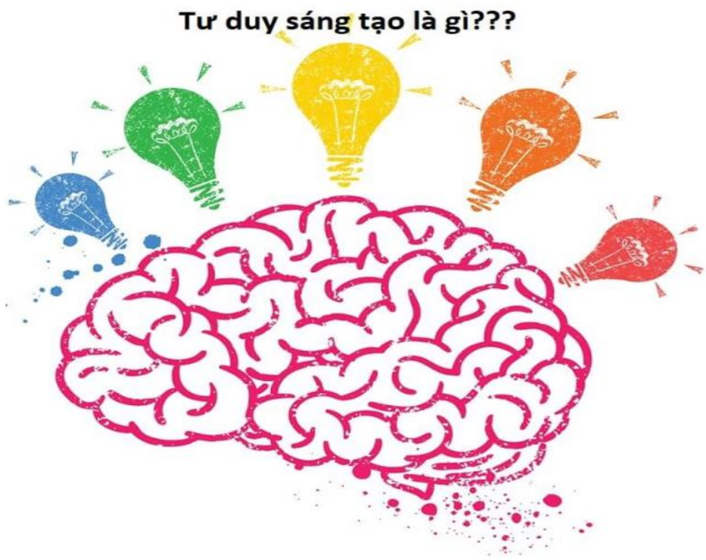
Tư duy logic;

Tư duy sáng tạo;

Tư duy phê phán; …

1.1.2. Tư duy sáng tạo

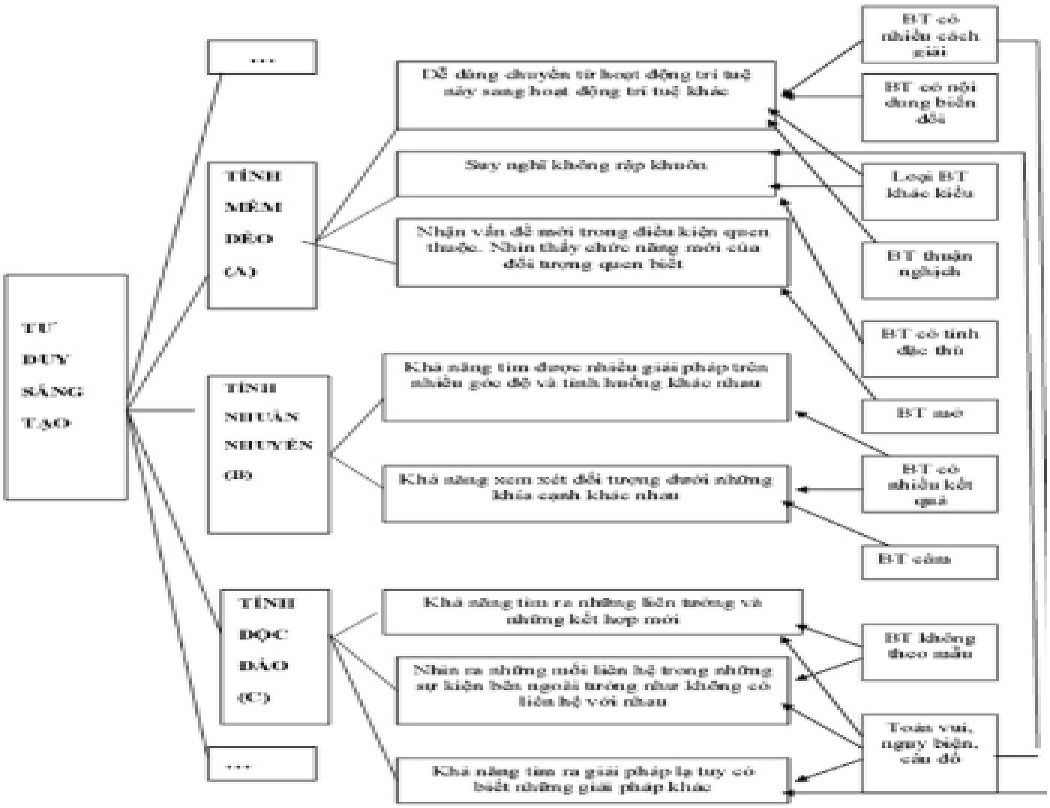
1.1.2.1. Khái niệm về tư duy sáng tạo



Hiểu theo *Từ điển tiếng Việt* "Sáng tạo" là tạo ra giá trị mới về vật chất và tinh thần. Hoặc theo Đại từ điển tiếng Việt, sáng tạo là làm ra cái mới chưa ai làm. [5]

Tư duy sáng tạo có tính phát minh, tìm ra cách giải quyết mới, không bị gò bó hay phụ thuộc vào cái đã có. Kiến thức trước đó được tổng hợp lại, mở rộng ra để phát triển những ý tưởng mới, những ý tưởng mới này chịu sự phân tích, phê phán và tính hiệu quả của chúng chỉ được xét đến trong việc giải quyết bài toán.

1.1.2.2. Các đặc trưng cơ bản của tư duy sáng tạo (Tham khảo [3])



a) Tính mềm dẻo

Khả năng chuyển từ hoạt động trí tuệ này sang hoạt động trí tuệ khác, từ thao tác tư duy này sang thao tác tư duy khác và thể hiện ở việc vận dụng linh hoạt các hoạt động phân tích, tổng hợp, so sánh, trừu tượng hóa, ... đó chính là tính mềm dẻo trong tư duy sáng tạo.

Đặc trưng cơ bản của tính mềm dẻo trong tư duy sáng tạo:

Thứ nhất, dễ dàng chuyển từ giải pháp này sang giải pháp khác và kịp thời điều chỉnh hướng suy nghĩ khi gặp khó khăn trở ngại;

Thứ hai, dễ dàng gạt bỏ sơ đồ tư duy có sẵn, xây dựng phương pháp tư duy mới, tạo ra sự vật mới...

Thứ ba, trong suy nghĩ không rập khuôn, không áp dụng một cách máy móc các kiến thức, kĩ năng đã có sẵn vào hoàn cảnh mới.

Ví dụ 1.1. Giải phương trình $\sqrt{x^2-6x+10}+\sqrt{x^2-2x+5}=\sqrt{13}$ (1.1)

Khi gặp bài toán này, một học sinh có tính mềm dẻo trong tư duy sẽ tư duy theo nhiều hướng và tìm được nhiều cách giải khác nhau, không tư duy cứng nhắc mà tự thay đổi, điều chỉnh khi gặp trở ngại. Cụ thể như sau:

Hướng tư duy 1. Nếu lũy thừa bậc hai hai vế của phương trình để làm mất căn thức thì đưa về phương trình bậc 4. Ta gặp trở ngại vì hệ số của phương trình khá cồng kềnh. Nhưng nếu biến đổi phương trình đã cho về dạng $\sqrt{x^2-6x+10}=\sqrt{13}-\sqrt{x^2-2x+5}$ sau đó lũy thừa hai vế ta được phương trình có dạng $\sqrt{f(x)}=g(x)$ với $f(x)$ là đa thức có bậc 2 và $g(x)$ là đa thức có bậc 1.

Nếu tiếp tục lũy thừa bậc hai hai vế ta được phương trình bậc hai ẩn x. Đến đây phương trình hoàn toàn có thể giải được.

Từ phân tích ở trên ta có định hướng lời giải như sau

Lời giải theo hướng tư duy 1.

Trước tiên ta xác định điều kiện của phương trình.

Điều kiện $x\in\mathbb{R}$.

Phương trình (1.1) tương đương với phương trình sau

$$\sqrt{x^2-6x+10}=\sqrt{13}-\sqrt{x^2-2x+5}$$

Bình phương hai vế phương trình trên ta được phương trình

$$\sqrt{13}.\sqrt{x^2-2x+5}=2x+4$$

Với điều kiện $2x+4\ge 0$ hay $x\ge -2$, ta bình phương hai vế phương trình trên, ta được phương trình $9x^2-42x+49=0$ hay $x=\frac{7}{3}$

Thử lại ta thấy nghiệm $x=\frac{7}{3}$ thỏa mãn phương trình đã cho.

Hướng tư duy 2. Do phương trình có dạng $\sqrt{A}+\sqrt{B}=\sqrt{C}$ nên ta hy vọng có thể sử dụng bất đẳng thức véc tơ $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|\le\left|\vec{a}\right|+\left|\vec{b}\right|$, $\forall\vec{a},\vec{b}$.

Biến đổi phương trình đã cho về phương trình dạng $\sqrt{(x-3)^2+1}+\sqrt{(1-x)^2+4}=\sqrt{13}$

Nếu đặt $\vec{a}(x-3;1),\vec{b}(1-x;2)$ thì ta đưa được phương trình về dạng $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|\le\left|\vec{a}\right|+\left|\vec{b}\right|$.

Từ phân tích ở trên ta có định hướng lời giải như sau

Lời giải theo hướng tư duy 2.

Trước tiên ta xác định điều kiện của phương trình

Điều kiện $\forall x\in\mathbb{R}$.

Trong mặt phẳng tọa độ, chọn $\vec{a}(x-3;1),\vec{b}(1-x;2)$, ta có $\vec{a}+\vec{b}=(-2;3)$; $\left|\vec{a}\right|=\sqrt{(x-3)^2+1}$; $\left|\vec{b}\right|=\sqrt{(1-x)^2+4}$ và $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\sqrt{13}$

Áp dụng bất đẳng thức $\left|\vec{a}\right|+\left|\vec{b}\right|\ge\left|\vec{a}+\vec{b}\right|$, ta có $\sqrt{(x-3)^2+1}+\sqrt{(1-x)^2+4}\ge\sqrt{13}$.

Đến đây điều ta cần là dấu bằng xảy ra, vậy dấu "=" xảy ra khi chỉ khi $\vec{a}$ *va* $\vec{b}$ là hai vectơ cùng phương, cùng chiều hay $x=\frac{7}{3}$.

Thử lại thỏa mãn ta thấy nghiệm $x=\frac{7}{3}$ thỏa mãn phương trình (1.1)

Trong hướng giải 1, học sinh đã thay đổi lại trật tự các biểu thức trong phương trình sau đó mới lũy thừa hai vế để phương trình hữu tỷ thu được có bậc hai giải được. Trong hướng giải 2, học sinh chuyển từ bài toán đại số sang bài toán hình học. Đây chính là biểu hiện của tính mềm dẻo của tư duy sáng tạo.

b) Tính nhuần nhuyễn

Tính nhuần nhuyễn trong tư duy sáng tạo là khả năng tìm được nhiều cách giải dựa trên nhiều góc độ và tình huống khác nhau.

Đặc trưng tính nhuần nhuyễn của tư duy sáng tạo

+ Thứ nhất, khả năng tìm được nhiều cách giải dựa trên nhiều góc độ và tình huống khác nhau; tính đa dạng của các cách xử lý khi giải toán. Đứng trước một vấn đề phải giải quyết, người có tính nhuần nhuyễn trong tư duy có khả năng đưa ra được nhiều cách giải khác nhau và từ đó tìm ra được cách giải tối ưu.

+ Thứ hai, chính là khả năng xem xét các đối tượng dựa trên nhiều khía cạnh khác nhau.

Ví dụ 1.2. Giải phương trình $\sqrt[3]{x-3}=8x^3-84x^2+295x-347 \qquad (1.2)$

Khi gặp bài toán này, một học sinh có tính nhuần nhuyễn sẽ xem xét bài toán dưới nhiều góc độ khác nhau. Từ đó đưa ra một số chiến lược và lựa chọn chiến lược tối ưu:

Chiến lược 1. Lũy thừa bậc ba hai vế, làm mất căn thức, đưa phương trình về phương trình hữu tỷ.

Chiến lược 2. Nhẩm thấy phương trình có nghiệm $x=4$. Do đó ta biến đổi phương trình về dạng $(x-4)f(x)=0$.

Chiến lược 3. Biến đổi phương trình về dạng $\sqrt[3]{x-3}=(2x-7)^3+x-4$ sau đó đặt ẩn phụ $2y-7=\sqrt[3]{x-3}$, đưa về hệ phương trình hai ẩn.

Chiến lược 4. Đặt ẩn phụ không hoàn toàn, đặt $y=\sqrt[3]{x-3}$ đưa về hệ phương trình hai ẩn.

Trong các chiến lược nêu trên ta thấy:

Chiến lược 1. Phương trình hữu tỷ thu được có bậc sáu rất khó rút gọn. Do đó chiến lược này đến đây khó có thể tiếp tục thực hiện được.

Chiến lược 2. Ta có phương trình $\left(\sqrt[3]{x-3}-1\right)=8x^3-84x^2+295x-348$

$$\Leftrightarrow (x-4)\left[\left(8x^2-52x+87\right)-\frac{1}{\left(\sqrt[3]{x-3}\right)^2+\sqrt[3]{x-3}+1}\right]=0$$

Vì $\left(8x^2-52x+87\right)-\dfrac{1}{\left(\sqrt[3]{x-3}\right)^2+\sqrt[3]{x-3}+1}$

$=8\left(x-\dfrac{13}{4}\right)^2+\dfrac{5}{2}-\dfrac{1}{\left(\sqrt[3]{x-3}+\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}}>0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên chiến lược 2 thực hiện được.

Chiến lược 3. Ta có hệ phương trình $\begin{cases}(2x-7)^3=-x+2y-3\\(2y-7)^3=x-3\end{cases}$

Chiến lược 4. Ta có hệ phương trình $\begin{cases}8x^3-84x^2+295x-347=y\\x=y^3+3\end{cases}$

Ta thấy cả hai hệ phương trình này đều có thể giải được. Vì vậy chiến lược 3 và 4 hoàn toàn thực hiện được.

Từ phân tích ở trên ta có định hướng lời giải cho ba chiến lược như sau

Lời giải theo chiến lược 2

Trước tiên ta xác định điều kiện của phương trình

Phương trình (1.2) tương đương với phương trình sau

$$\left(\sqrt[3]{x-3}-1\right)=8x^3-84x^2+295x-348$$

Nhân với biểu thức liên hợp của $\sqrt[3]{x-3}-1$, ta được phương trình

$$\frac{x-4}{\left(\sqrt[3]{x-3}\right)^2+\sqrt[3]{x-3}+1}=(x-4)\left(8x^2-52x+87\right)$$

Tiếp tục ta đặt nhân tử chung, đưa về phương trình tích

$$(x-4)\left[\left(8x^2-52x+87\right)-\frac{1}{\left(\sqrt[3]{x-3}\right)^2+\sqrt[3]{x-3}+1}\right]=0$$

$$\Leftrightarrow (x-4)\left[8\left(x-\frac{13}{4}\right)^2+\frac{5}{2}-\frac{1}{\left(\sqrt[3]{x-3}+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}}\right]=0 \qquad (1.2.1)$$

Với mọi x, ta có $\left(\sqrt[3]{x-3}+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}\geq\frac{3}{4}$ nên $\frac{1}{\left(\sqrt[3]{x-3}+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}}\leq\frac{4}{3}$

Do vậy ta luôn có $8\left(x-\frac{13}{4}\right)^2+\frac{5}{2}-\frac{1}{\left(\sqrt[3]{x-3}+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}}\geq\frac{5}{2}-\frac{4}{3}>0$

Do đó phương trình $(1.2.1)$ tương đương với $x=4$

Lời giải theo chiến lược 3.

Trước tiên ta xác định điều kiện của phương trình

Phương trình (1.2) tương đương với phương trình sau

$$\sqrt[3]{x-3}=(2x-7)^3+x-4$$

Đặt ẩn phụ $2t-7=\sqrt[3]{x-3}$, ta đưa về hệ phương trình sau

$$\begin{cases}(2x-7)^3=-x+2t-3\\(2t-7)^3=x-3\end{cases}$$

Cộng vế với vế của hai phương trình trong hệ rồi khai triển, nhóm và đặt nhân tử chung ta được phương trình

$$2(x-t)\left[(2x-7)^2+(2t-7)^2+(2x-7)(2t-7)\right]=-2(x-t)$$

hay $(x-t)\left[\left((2x-7)+\frac{1}{2}(2t-7)\right)^2+\frac{3}{4}(2t-7)^2+1\right]=0\Leftrightarrow x=t$

Với $x=t$, ta có: $8x^3-84x^2+293x-340=0$

$\Leftrightarrow (x-4)\left(8x^2-52x+85\right)=0 \Leftrightarrow x=4$ (do $8x^2-52x+85>0, \forall x$)

Vậy $x=4$ là nghiệm của phương trình đã cho.

Lời giải theo chiến lược 4.

Trước tiên ta xác định điều kiện của phương trình

Điều kiện $x \in \mathbb{R}$.

Đặt $y=\sqrt[3]{x-3}$, ta có hệ phương trình $\begin{cases} 8x^3-84x^2+295x-347=y \\ x=y^3+3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (2x-7)^3+x-4=y \\ x-3=y^3 \end{cases}$

Cộng vế với vế hai phương trình ta được $(2x-7)^3+(2x-7)=y^3+y$ $\quad (1.2.2)$

Ta đi xét hàm số đặc trưng dạng $f(u)=u^3+u$, $u \in \mathbb{R}$

Với $\forall u_1, u_2 \in \mathbb{R}, u_1 \neq u_2$, ta có $\dfrac{f(u_1)-f(u_2)}{u_1-u_2}=\dfrac{\left(u_1{}^3-u_2{}^3\right)+(u_1-u_2)}{u_1-u_2}$

Hay $\dfrac{f(u_1)-f(u_2)}{u_1-u_2}=\left(u_1+\dfrac{u_2}{2}\right)^2+\dfrac{3u_2{}^2}{4}+>0$ suy ra hàm số $f(u)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó phương trình $(1.2.2)$ tương đương với phương trình $y=2x-7$.

Với $y=2x-7$, ta có $8x^3-84x^2+293x-340=0$

Hay $(x-4)\left(8x^2-52x+85\right)=0 \Leftrightarrow x=4$ (do $8x^2-52x+85>0, \forall x$)

Vậy $x=4$ là nghiệm phương trình đã cho.

c) Tính độc đáo

Tính độc đáo của tư duy thể hiện ở khả năng tìm kiếm và giải quyết vấn đề bằng phương pháp mới lạ.

Các khả năng của tính độc đáo của tư duy sáng tạo:

Thứ nhất, khả năng tìm ra những hiện tượng và những kết hợp mới;

Thứ hai, khả năng thấy được những mối liên hệ bên trong mà bên ngoài tưởng như không có mối liên hệ với nhau;

Thứ ba, khả năng tìm ra những giải pháp mới lạ, độc đáo tuy đã biết những giải pháp khác trước đó.

Ví dụ 1.3. Giải phương trình $\sqrt{x-\frac{1}{x}}+\sqrt{1-\frac{1}{x}}=x$ $\quad (1.3)$

Khi giải phương trình trên, học sinh nếu thiếu tính độc đáo trong tư duy chỉ tìm được phép biến đổi phương trình bằng cách lũy thừa hai vế như sau

Điều kiện $x\ge 1$.

Với điều kiện $x\ge 1$, hai vế của phương trình (1.3) đều không âm, bình phương hai vế phương trình (1.3), ta được phương trình

$$x+1-\frac{2}{x}+2\sqrt{\frac{(x^2-1)(x-1)}{x^2}}=x^2$$

hay $(x^3-x^2-x+1)-2\sqrt{x^3-x^2-x+1}+1=0$, đưa về hằng đẳng thức, ta được

$$\left(\sqrt{x^3-x^2-x+1}-1\right)^2=0 \text{ hay } x^3-x^2-x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}\end{array}\right.$$

Kết hợp với điều kiện $x\ge 1$, ta có nghiệm của phương trình là $x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Còn đối với học sinh có tính độc đáo cao trong tư duy, bản thân các em thường không thấy thỏa mãn khi chỉ tìm được một cách giải như trên mà có xu hướng suy nghĩ tìm cách giải khác có tính mới và độc đáo hơn. Các em sẽ nhận ra nghiệm của phương trình có được từ nghiệm của các phương trình

$x^2-x-1=0$, $x-\frac{1}{x}=1$ và $x-1=\frac{1}{x}$

Mặt khác $x-\frac{1}{x}, 1, x-1, \frac{1}{x}$ đều không âm và có nửa tổng bằng x trong khi vế trái cũng bằng x. Điều này gợi ý cho các em giải bài toán trên nhờ việc đánh giá hai vế bằng bất đẳng thức Cauchy như sau

Vì $x \geq 1$ nên $x-\frac{1}{x}, 1, x-1, \frac{1}{x}$ đều không âm. Do vậy áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho các cặp số không âm $x-\frac{1}{x}, 1$ và $x-1, \frac{1}{x}$, ta có

$$\sqrt{x-\frac{1}{x}}+\sqrt{1-\frac{1}{x}}=\sqrt{\left(x-\frac{1}{x}\right).1}+\sqrt{(x-1).\frac{1}{x}} \leq \frac{x-\frac{1}{x}+1}{2}+\frac{x-1+\frac{1}{x}}{2}=x$$

Do đó phương trình (1.3) tương đương với $\begin{cases} x-\frac{1}{x}=1 \\ x-1=\frac{1}{x} \end{cases}$ hay

$x^2-x-1=0 \Leftrightarrow x=\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$.

Kết hợp với điều kiện $x \geq 1$, ta có nghiệm của phương trình là $x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Để tìm ra được cách giải thứ hai đòi hỏi các em học sinh phải có tính độc đáo tốt trong tư duy.

d) Tính nhạy cảm vấn đề

Tính nhạy cảm vấn đề thể hiện ở khả năng phát hiện nhanh vấn đề, phát hiện ra mâu thuẫn, phát hiện ra sai lầm, chỗ thiếu logic, chưa tối ưu, từ đó có nhu cầu cấu trúc, sắp xếp lại và tạo ra cái mới.

Ví dụ 1.4. Giải phương trình $2x^2+\sqrt{1-x}+2x\sqrt{1-x^2}=1$ $\quad(1.4)$

Khi trình bày cách giải phương trình trên, nếu học sinh thiếu tính nhạy cảm trong tư duy thì có thể trình bày lời giải như sau

Điều kiện $-1 \leq x \leq 1$.

Ta có phương trình $(1.4) \Leftrightarrow \sqrt{1-x} = 1-2x^2-2x\sqrt{1-x^2}$

$\Leftrightarrow 1-x = 1+4x^4+4x^2(1-x^2)-4x^2+8x^3\sqrt{1-x^2}-4x\sqrt{1-x^2}$

$\Leftrightarrow x\left(1+8x^2\sqrt{1-x^2}-4\sqrt{1-x^2}\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ 1+8x^2\sqrt{1-x^2}-4\sqrt{1-x^2}=0 \quad (1.4.1) \end{array}\right.$

Đặt $t=\sqrt{1-x^2}; t\ge 0$ phương trình $(1.4.1)$ trở thành

$8t^3-4t-1=0 \Leftrightarrow \left(t+\frac{1}{2}\right)(8t^2-4t-2)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t+\frac{1}{2}=0 \\ 8t^2-4t-2=0 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-\frac{1}{2} \\ t=\frac{1\pm\sqrt{5}}{4} \end{array}\right. \Leftrightarrow t=\frac{1+\sqrt{5}}{4} \ (do\ t\ge 0)$

Với $t=\frac{1+\sqrt{5}}{4} \Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{8}}$

Kết luận : Phương trình có nghiệm $x=0; x=\pm\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{8}}$.

Nhưng nếu học sinh có tính nhạy cảm tốt trong tư duy thì sẽ phát hiện được sai lầm trong lời giải trên vì đã sử dụng phép biến đổi bình phương hai vế trong khi chưa có điều kiện để hai vế không âm, đây là phép biến đổi hệ quả. Do đó sau khi tìm $x=\pm\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{8}}$ cần phải thử lại phương trình ban đầu để loại nghiệm ngoại lai. Từ đó học sinh điều chỉnh lại phép biến đổi như sau.

Trước tiên ta đi tìm điều kiện xác định của phương trình

Điều kiện $-1\le x\le 1$.

Ta có $2x^2+\sqrt{1-x}+2x\sqrt{1-x^2}=1 \Leftrightarrow \sqrt{1-x}=1-2x^2-2x\sqrt{1-x^2}$

Với điều kiện $-1\le x\le 1$, bình phương hai vế của phương trình trên ta được phương trình

$$1-x=1+4x^4+4x^2\left(1-x^2\right)-4x^2+8x^3\sqrt{1-x^2}-4x\sqrt{1-x^2}$$

$$\Leftrightarrow x\left(1+8x^2\sqrt{1-x^2}-4\sqrt{1-x^2}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ 1+8x^2\sqrt{1-x^2}-4\sqrt{1-x^2}=0 \quad (1.4.1) \end{array}\right.$$

Đặt $t=\sqrt{1-x^2};t\ge 0$ phương trình $(1.4.1)$ trở thành

$$8t^3-4t-1=0 \Leftrightarrow \left(t+\frac{1}{2}\right)\left(8t^2-4t-2\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-\dfrac{1}{2} \\ t=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{4} \end{array}\right. \Leftrightarrow t=\frac{1+\sqrt{5}}{4}\ (do\ t\ge 0)$$

Với $t=\dfrac{1+\sqrt{5}}{4} \Rightarrow x=\pm\sqrt{\dfrac{5-\sqrt{5}}{8}}$

Thử lại các nghiệm của phương trình ta được nghiệm thích hợp là $x=0, x=-\sqrt{\dfrac{5-\sqrt{5}}{8}}$.

Kết luận : Phương trình có nghiệm $x=0; x=\pm\sqrt{\dfrac{5-\sqrt{5}}{8}}$

Như vậy từ hai cách biến đổi trên, ta thấy rằng học sinh có tính nhậy cảm trong tư duy sẽ phát hiện và khắc phục được những sai lầm trong giải toán.

e) Tính hoàn thiện

Tính hoàn thiện thể hiện khả năng lập kế hoạch, phối hợp các hoạt động xây dựng chiến lược, thực hiện chiến lược, kiểm chứng và phát triển chiến lược.

Ví dụ 1.5. Giải phương trình $4\sqrt{x+2}+\sqrt{22-3x}=x^2+8$

Với phương trình trên, học sinh có tính hoàn thiện tốt trong tư duy sẽ thấy rằng nếu lũy thừa hai vế đưa về phương trình hữu tỷ thì phương trình thu được có bậc quá cao, khó có thể tiếp tục thực hiện. Do phương trình có nghiệm $x=2$ nên học sinh nảy sinh chiến lược giải phương trình này bằng cách nhẩm nghiệm và biến đổi về phương trình dạng tích.

$$\left(x^2-4\right)+\left(4-\sqrt{22-3x}\right)+4\left(2-\sqrt{x+2}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)\left[x+2+\frac{3}{4+\sqrt{22-3x}}-\frac{4}{2+\sqrt{x+2}}\right]=0$$

Đến đây học sinh gặp một trở ngại phải vượt qua đó là giải phương trình

$$x+2+\frac{3}{4+\sqrt{22-3x}}-\frac{4}{2+\sqrt{x+2}}=0$$

Phương trình này về hình thức thì khó có thể tiếp tục giải bằng phương pháp biến đổi. Học sinh sẽ dự đoán phương trình vô nghiệm hoặc có nghiệm duy nhất. Từ đó dẫn đến việc xét chiều biến thiên của hàm số

$$f(x)=x+2+\frac{3}{4+\sqrt{22-3x}}-\frac{4}{2+\sqrt{x+2}}.$$

Chiến lược trên hoàn toàn thực hiện được vì hàm số $f(x)$ là hàm số đồng biến với $\forall x\in\left[-2;\frac{22}{3}\right]$ và $f(-1)=0$.

Từ phân tích ở trên ta có định hướng lời giải như sau

Trước tiên ta đi xác định điều kiện của phương trình

Điều kiện $-2\le x\le\frac{22}{3}$.

Phương trình đã cho tương đương với phương trình

$$\left(x^2-4\right)+\left(4-\sqrt{22-3x}\right)+4\left(2-\sqrt{x+2}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)\left[x+2+\frac{3}{4+\sqrt{22-3x}}-\frac{4}{2+\sqrt{x+2}}\right]=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x+2+\dfrac{3}{4+\sqrt{22-3x}}-\dfrac{4}{2+\sqrt{x+2}}=0 \end{array}\right.$$

Xét hàm số $f(x)=x+2+\dfrac{3}{4+\sqrt{22-3x}}-\dfrac{4}{2+\sqrt{x+2}}$, với $-2 \le x \le \dfrac{22}{3}$.

Với $\forall x_1, x_2 \in \left[-2;\dfrac{22}{3}\right]$, $x_1 \ne x_2$

Ta xét tính đơn điệu của hàm số qua việc xét dấu tỉ số $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}$

$$=\frac{(x_1-x_2)-4\left(\dfrac{1}{2+\sqrt{x_1+2}}-\dfrac{1}{2+\sqrt{x_2+2}}\right)+3\left(\dfrac{1}{4+\sqrt{22-3x_1}}-\dfrac{3}{4+\sqrt{22-3x_2}}\right)}{x_1-x_2}$$

$$=1+\frac{4}{\left(2+\sqrt{x_1+2}\right)\left(2+\sqrt{x_2+2}\right)\left(\sqrt{x_2+2}+\sqrt{x_1+2}\right)}$$

$$+\frac{9}{\left(4+\sqrt{22-3x_1}\right)\left(4+\sqrt{22-3x_2}\right)\left(\sqrt{22-3x_2}+\sqrt{22-3x_1}\right)}>0,\forall x_1,x_2\in\left[-2;\frac{22}{3}\right]$$

Do đó ta có hàm số $f(x)$ luôn đồng biến trên đoạn $\left[-2;\dfrac{22}{3}\right]$.

Mặt khác $f(-1)=0$ nên phương trình $f(x)=0$ có nghiệm duy nhất $x=-1$.

Vậy nghiệm của phương trình là $x=-1; x=2$

Khi giải phương trình vô tỷ, một học sinh có tính hoàn thiện tốt trong tư duy sẽ phân tích để nảy sinh ý tưởng về hướng giải phương trình. Bằng sự nỗ lực của bản thân, với sự tổng hợp các kiến thức tìm cách thực hiện hướng giải đó. Sau đó tiến hành trình bày ý tưởng và kiểm tra tính đúng đắn của lời giải.

1.1.2.3. Mối liên hệ giữa tư duy sáng tạo với các loại hình tư duy khác

a) Với tư duy biện chứng

Đối với tư duy biện chứng khi xem xét một vấn đề nào đó phải xem xét một cách đầy đủ, mọi khía cạnh với tất cả tính phức tạp của vấn đề đó. Đây là cơ sở giúp học sinh học toán một cách sáng tạo và hiệu quả, các em không bị gò bó, rập khuôn, hay đi theo đường mòn có sẵn. Do đó, có thể nói tư duy biện chứng góp phần quan trọng và đắc lực trong việc phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh.

Khi giải phương trình vô tỷ, ta phải xem xét phương trình trong mối quan hệ của nó với các dạng phương trình khác như phương trình lượng giác, phương trình siêu việt, hệ phương trình, …Từ đó, học sinh mới có thể tìm được cách giải và phát huy được các thuộc tính của tư duy sáng tạo.

b) Với tư duy logic

Kiến thức Toán học được hình thành và phát triển chủ yếu thông qua con đường trừu tượng hóa và được phát triển theo các quy luật của tư duy biện chứng, thế nhưng việc sắp xếp lại trình bày lại nội dung kiến thức đó lại dựa trên các quy luật của tư duy logic.

Trong giải phương trình vô tỷ, tư duy logic được thể hiện ở chỗ khi trình bày lời giải đòi hỏi phải chính xác, các suy luận phải logic, chặt chẽ.

c) Với tư duy phê phán

Trong giải phương trình vô tỷ, tư duy phê phán thể hiện ở thói quen khả năng phát hiện, tìm ra nguyên nhân và sửa chữa những sai lầm trong lời giải để được lời giải đúng đắn.

1.2. Mục đích dạy học phương trình vô tỷ cho học sinh giỏi lớp 10 trung học phổ thông tại tỉnh Lai Châu.

Mục đích dạy học môn Toán nói chung và dạy học phương trình vô tỷ nói riêng là trang bị và củng cố kiến thức cơ bản môn toán cho học sinh. Khơi dậy ở học sinh niềm tin, lòng say mê và sự hứng thú trong học tập.

Một phương trình có thể có nhiều cách giải khác nhau nhưng cũng có những phương trình đòi hỏi người học phải tư duy tốt và xem xét dưới các góc độ khác nhau mới có thể tìm được cách giải đúng. Do vậy dạy học phương trình vô tỷ đóng một vai trò quan trọng trong quá trình rèn luyện và phát triển năng lực tư duy sáng tạo cho học sinh giỏi Toán 10 THPT.

1.3. Vấn đề bồi dưỡng tư duy sáng tạo cho học sinh giỏi toán 10 trung học phổ thông tại tỉnh Lai Châu

1.3.1. Đặc điểm học sinh giỏi toán 10 trung học phổ thông tại tỉnh Lai Châu

1.3.1.1. Thuận lợi

Học sinh giỏi toán có những đặc điểm thuận lợi sau:

Thứ nhất, đội tuyển học sinh giỏi toán 10 được chọn lọc từ các lớp chất lượng cao trong mỗi nhà trường trên địa bàn tỉnh nên các em có vốn kiến thức, kĩ năng tương đối tốt và tương đối đồng đều về mặt nhận thức;

Thứ hai, các em học sinh chăm ngoan, cần cù, chịu khó, năng động và say mê trong học tập, thích khám phá, có tính tích cực, tự giác cao. Nhiều em có tố chất thông minh, sáng tạo, đây là điều kiện tốt để phát hiện và bồi dưỡng học sinh giỏi;

Thứ ba, gia đình quan tâm, tạo điều kiện thuận lợi nhất cho các em trong học tập. Đồng thời các em được các giáo viên tâm huyết, có bề dày kinh nghiệm trực tiếp giảng dạy.

1.3.1.2. Khó khăn

Mặc dù đội tuyển học sinh giỏi 10 có khả năng tư duy tốt, nhưng thường chủ quan và xem nhẹ những bài toán dễ. Do đó, các em hay mắc phải những sai lầm khi trình bày lời giải hay khi khai thác sâu cách giải, tìm cách giải mới.

Bên cạnh đó Lai Châu là một tỉnh miền núi, điều kiện kinh tế xã hội còn rất nhiều khó khăn, sự phân hóa giầu nghèo cao. Mặt khác, điều kiện địa lí xa xôi nên ảnh hưởng không nhỏ đến việc giao lưu, trao đổi kinh nghiệm học tập cũng như tiếp thu kiến thức mới với các trường chuyên trong cả nước đặc biệt là các trường chuyên miền xuôi có bề dày truyền thống. Đây là những khó khăn nhất định ảnh hưởng không nhỏ đến việc phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh.

1.3.2. Dạy học phương trình vô tỷ với yêu cầu và khả năng phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh giỏi.

1.3.2.1. Thực trạng dạy và học phương trình vô tỷ với yêu cầu phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh

Thuận lợi.

Về phía học sinh, có vốn kiến thức kĩ năng tương đối tốt và khá đồng đều về nhận thức, say mê học tập, ham muốn tìm tòi, khám phá những tri thức mới và luôn tiềm ẩn động cơ học tập tốt.

Về phía giáo viên, đội ngũ giáo viên tương đối đồng đều về trình độ và năng lực chuyên môn. Có ý thức tự học tự bồi dưỡng nâng cao năng lực chuyên môn, nghiệp vụ. Say mê trong nghiên cứu, nhiệt huyết, tích cực trong công tác bồi dưỡng học sinh giỏi các cấp.

Khó khăn.

Khách quan: Việc trao đổi kinh nghiệm và giao lưu học tập của giáo viên và học sinh với các trường chuyên lớn trong cả nước còn ít.

Chủ quan: Một số giáo viên dạy toán còn hạn chế về kinh nghiệm giảng dạy đội tuyển học sinh giỏi, đặc biệt là kinh nghiệm bồi dưỡng và phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh.

Từ những thuận lợi và khó khăn trên, đã ảnh hưởng không nhỏ đến cách dạy của giáo viên và cách học của học sinh.

Giáo viên có nhiều nguồn tài liệu tham khảo nhưng chưa phù hợp với đối tượng giảng dạy, ít được giao lưu cọ sát với các trường bạn. Mặt khác, phương pháp dạy học của một số giáo viên chưa phù hợp với đối tượng học sinh giỏi. Vì vậy, trong dạy học phương trình vô tỷ, giáo viên chưa thực sự tạo được cho học sinh hứng thú, say mê trong học tập, chưa kích thích được tính tích cực, chủ động, sáng tạo của học sinh.

Học sinh chưa thực sự đam mê, hứng thú, tích cực, chủ động trong học tập giải phương trình vô tỷ. Mỗi khi gặp các bài toán khó đòi hỏi phải tư duy sáng tạo, các em thường gặp bế tắc mà không tìm được hướng giải quyết.

1.3.2.2. Những yếu tố của của tư duy sáng tạo có thể phát triển cho học sinh trong giải phương trình vô tỷ.

Khi giải phương trình vô tỷ ta thường tìm cách đưa về phương trình hữu tỷ bằng cách lũy thừa hai vế. Tuy nhiên với cách làm này phương trình hữu tỉ thu được thường có bậc cao, đôi khi không thể tiếp tục giải được. Do đó cách này không phải lúc nào ta cũng có thể áp dụng được. Hơn nữa mỗi phương trình lại có một đặc điểm riêng. Để thực hiện phải xem xét dưới nhiều góc độ khác nhau mới có thể tìm được cách giải. Như vậy, trong quá trình giải phương trình vô tỷ, học sinh cần phải phối hợp nhiều thao tác tư duy trí tuệ. Đặc biệt là đối với học sinh giỏi Toán khi gặp những bài toán khó, các em thường phải suy nghĩ một cách sáng tạo, thể hiện sự mềm dẻo, nhuần nhuyễn, hoàn thiện và nhậy cảm vấn đề mới có thể giải được.

Trong phạm vi của luận văn, chúng tôi nhận thấy những yếu tố của tư duy sáng tạo có thể phát triển cho học sinh trong giải phương trình vô tỷ được thể hiện ở việc học sinh:

Vận dụng linh hoạt và sáng tạo những kiến thức, kĩ năng đã biết về phương trình vô tỷ quen thuộc vào giải các loại phương trình vô tỷ mới;

Khả năng mà tất cả học sinh đều phải cố gắng đạt được đó là áp dụng các thuật giải đã có sẵn để giải một phương trình vô tỷ mới, hay vận dụng trực tiếp các kiến thức, kĩ năng đã có vào giải một phương trình vô tỷ tương tự hoặc đã biết;

Phát hiện và đưa ra dạng toán, hướng giải mới từ những dạng phương trình vô tỷ quen thuộc;

Nhìn nhận phương trình vô tỷ, phương pháp giải dưới các khía cạnh khác nhau;

Phối hợp nhiều phương diện, phương pháp khác nhau để giải phương trình vô tỷ.

Đứng trước một phương trình vô tỷ mang tính sáng tạo cao, đòi hỏi mỗi học sinh phải biết vận dụng nhiều kiến thức khác nhau, nhiều phương pháp và cách giải khác nhau. Bên cạch đó cũng phải biết phối hợp các kiến thức và các phương pháp giải toán một cách linh hoạt, biết huy động các kĩ năng, kinh nghiệm của bản thân cùng với sự nỗ lực phát huy năng lực tư duy sáng tạo cao của cá nhân để tìm hướng giải quyết bài toán một cách tối ưu nhất.

Tìm được nhiều cách giải khác nhau đối với phương trình vô tỷ đã cho.

Đứng trước một phương trình vô tỷ có những đối tượng, những quan hệ có thể xem xét dưới nhiều khía cạnh khác nhau học sinh biểu hiện khả năng, năng lực chuyển từ hoạt động trí tuệ này sang hoạt động trí tuệ khác, thể hiện năng lực nhìn phương trình vô tỷ dưới nhiều khía cạnh khác nhau.

Tìm được cách giải độc đáo đối với một số dạng phương trình vô tỷ.

Có những phương trình vô tỷ có các yếu tố thấy được trực tiếp từ đề bài nhưng cũng có không ít phương trình vô tỷ yếu tố được ẩn ngầm không dễ phát hiện, thậm chí là một cách đánh lừa khả năng tư duy của học sinh. Khi giải phương trình vô tỷ nếu nhìn ra trọng tâm yêu cầu của bài toán, phát hiện cái mới, khác lạ, không bình thường trong quá trình làm bài học sinh sẽ thể hiện ra năng lực tư duy sáng tạo.

Kết luận chương 1

Trong chương 1, chúng tôi đã hệ thống hóa cơ sở lý luận và thực tiễn của việc phát triển năng lực tư duy sáng tạo qua dạy học môn toán. Những kết quả hệ thống hóa lý luận và thực tiễn ở chương 1 sẽ làm cơ sở cho các giải pháp sư phạm phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh giỏi lớp 10 THPT tại tỉnh Lai Châu trong dạy học phương trình vô tỉ được trình bày ở chương 2.

CHƯƠNG 2

BIỆN PHÁP SƯ PHẠM PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC TƯ DUY SÁNG TẠO CHO HỌC SINH GIỎI TRONG DẠY HỌC PHƯƠNG TRÌNH VÔ TỶ.

2.1. Định hướng xây dựng biện pháp sư phạm

2.1.1. Căn cứ xây dựng biện pháp

Để xây dựng các biện pháp phát triển năng lực tư duy sáng tạo cho học sinh giỏi lớp 10 THPT tại tỉnh Lai Châu trong dạy học phương trình vô tỷ, tôi dựa trên những cơ sở sau:

Mục đích dạy học phương trình vô tỷ cho học sinh giỏi lớp 10 THPT tại tỉnh Lai Châu;

Đặc điểm và chức năng của bài tập về phương trình vô tỷ đối với học sinh giỏi lớp 10 THPT tại tỉnh Lai Châu;

Một số biểu hiện năng lực tư duy sáng tạo của học sinh trong quá trình giải phương trình vô tỷ;

Mức độ, yêu cầu của chương trình, yêu cầu của sách giáo khoa và trình độ nhận thức của đội tuyển học sinh giỏi lớp 10 trung học phổ thông tại tỉnh Lai Châu.

2.1.2. Định hướng của các biện pháp

Nhằm phát triển từng thành tố của tư duy sáng tạo;

Tập trung vào củng cố tri thức và kĩ năng cơ bản để làm nền cho việc phát triển tư duy sáng tạo;

Tăng cường gây hứng thú, gợi nhu cầu giải phương trình vô tỷ cho học sinh giỏi lớp 10 THPT tại tỉnh Lai Châu;

Phát triển tư duy sáng tạo đi kèm với những loại hình tư duy khác, đặc biệt là tư duy phê phán.

2.2. Biện pháp sư phạm phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh giỏi trong dạy học giải phương trình vô tỷ.

2.2.1. Biện pháp 1: Gợi động cơ cho học sinh khi giải phương trình vô tỷ

2.2.1.1. Cơ sở của biện pháp

Trong dạy học môn toán nói chung và dạy học phương trình vô tỷ nói riêng, hứng thú học tập của học sinh là một vấn đề quan trọng. Nó chính là nguồn gốc của tính tích cực và sự sáng tạo trong quá trình học tập của mỗi học sinh.

Chính vì vậy bồi dưỡng cho học sinh hứng thú học tập, nhu cầu học toán và làm toán là một việc làm hết sức cần thiết. Khi các em có niềm đam mê, say mê học toán thì sẽ tạo cho các em một tâm thế chủ động, tích cực trong quá trình học tập. Chủ động trong học toán và làm toán; chủ động trong toàn bộ quá trình tìm tòi, phát hiện và giải quyết vấn đề dưới sự hướng dẫn, tổ chức của giáo viên là một trạng thái tâm lý cần được khơi dậy và bồi dưỡng cho học sinh nói chung và học sinh giỏi lớp 10 THPT tại tỉnh Lai Châu nói riêng.

Muốn học sinh sáng tạo trong giải phương trình vô tỷ thì trước hết bản thân các em phải ham thích, hứng thú, thấy có nhu cầu làm việc đó. Bởi lẽ sự sáng tạo đòi hỏi học sinh phải nỗ lực tư duy ở mức độ cao nên chỉ có ở những học sinh thực sự thích thú với hoạt động giải phương trình vô tỷ.

Trong khi đó, thực tế hiện nay ở trường THPT, ngay cả với học sinh khá giỏi, vẫn còn có những em chưa có nhu cầu và hứng thú khi giải phương trình vô tỷ, bởi lẽ do cách dạy truyền thụ một chiều của giáo viên, cách học thụ động của học sinh. Chính vì vậy, để phát triển năng lực tư duy sáng tạo cho học sinh cần phải gợi động cơ, gây hứng thú cho học sinh trước và trong quá trình giải phương trình vô tỷ.

2.2.1.2. Cách thực hiện

Gợi động cơ cho học sinh trong giải phương trình vô tỷ tức là giúp học sinh có được cảm hứng, lòng say mê học tập đối với phương trình vô tỷ. Vậy để khơi dậy ở học sinh niềm đam mê, hứng thú và khát vọng học tập trong giải phương trình vô tỷ, giáo viên tiến hành như sau:

Trong quá trình dạy lý thuyết, giáo viên cần giúp học sinh nắm vững, hiểu sâu các phương pháp giải toán và cách giải các dạng phương trình vô tỷ cơ bản. Khi luyên tập cần hướng dẫn học sinh thực hiện tốt bài tập mẫu áp dụng trực tiếp phương pháp giải. Sau đó yêu cầu học sinh làm các bài tập tương tự, bài tập vận dụng theo mức độ từ thấp đến cao;

Lựa chọn các phương trình vô tỷ có nhiều cách tiếp cận, nhiều cách giải, sau đó tổ chức cho học sinh thực hiện giải bằng nhiều cách khác nhau. Đồng thời khuyến khích, động viên các em có cách giải hay, độc đáo có tính sáng tạo;

Giáo viên nên có thái độ cởi mở tạo điều kiện cho học sinh mạnh dạn nêu lên ý kiến của mình, kể cả những ý kiến khác với ý kiến của giáo viên. Giáo viên cần trân trọng và chấp nhận các giải pháp hay của học sinh, khuyến khích và thúc đẩy sự phát triển tư duy sáng tạo của các em;

Tổ chức học sinh tham gia cuộc thi giải toán về phương trình vô tỷ, khuyến khích các em có lời giải hay, độc đáo.

2.2.1.3. Ví dụ minh họa.

Khi các em thấy được một phương trình vô tỷ không đơn thuần chỉ giải được bằng một cách duy nhất mà có thể giải bằng nhiều cách khác nhau. Điều đó sẽ tạo được ở các em niềm tin vào bản thân. Từ đó từng bước hình thành niềm say mê, hứng thú trong học tập.

Ví dụ 2.1. Cho phương trình $\sqrt{1-x}+\sqrt{x}=1+\frac{3}{2}\sqrt{x-x^2}$

Hãy tìm nhiều hướng khác nhau để giải phương trình trên.

Hướng tư duy 1

Phân tích.

Ta có $\left(\sqrt{x}+\sqrt{1-x}\right)^2=1+2\sqrt{x-x^2}$ và $\sqrt{x-x^2}=\sqrt{x(1-x)}$.

Do đó nếu đặt ẩn phụ $t=\sqrt{1-x}+\sqrt{x}$ thì được phương trình bậc hai ẩn t.

Từ phân tích ở trên ta có định hướng lời giải như sau

Lời giải theo hướng tư duy 1.

Trước tiên ta đi xác định điều kiện của phương trình

Điều kiện $x\in[0;1]$

Với điều kiện $x\in[0;1]$, ta đặt

$t=\sqrt{1-x}+\sqrt{x}$, $t>0$

Từ đó suy ra $t^2=1+2\sqrt{x(1-x)}$ hay $\sqrt{x-x^2}=\dfrac{t^2-1}{2}$.

Khi đó phương trình đã cho trở thành

$$t=1+\frac{3}{4}\left(t^2-1\right)\Leftrightarrow 3t^2-4t+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\ t=\dfrac{1}{3}\end{array}\right.$$

Với giá trị $t=1$ ta có $2\sqrt{x-x^2}=0$

Bình phương hai vế của phương trình trên, ta được $x-x^2=0$ hay $\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=1\end{array}\right.$

Với giá trị $t=\dfrac{1}{3}$ ta có $\sqrt{x-x^2}=-\dfrac{8}{18}$, phương trình vô nghiệm vì không có căn bậc hai của một số âm.

Như vậy phương trình có nghiệm $x=0,x=1$.

Hướng tư duy 2.

Phân tích.

Ta để ý thấy $\left(\sqrt{x}\right)^2+\left(\sqrt{1-x}\right)^2=1$ là hằng số. Do vậy ta sẽ tìm cách làm mất bớt các dấu căn thức bằng cách bình phương hai vế. Sau khi bình phương hai vế, ẩn số x trong phương trình chỉ chứa ở hai biểu thức $\sqrt{x-x^2},x-x^2$. Đây là dạng phương trình quen thuộc chứa $\sqrt{f(x)}, f(x)$ có thể giải được bằng phương pháp đặt ẩn phụ $t=\sqrt{f(x)}$.

Từ phân tích ở trên ta có định hướng lời giải như sau

Lời giải theo hướng tư duy 2.

Trước tiên ta đi xác định điều kiện của phương trình. Điều kiện $x\in[0;1]$

Với điều kiện $x\in[0;1]$, do hai vế của phương trình không âm nên bình phương hai vế phương trình đã cho, ta được phương trình

$\left(\sqrt{1-x}+\sqrt{x}\right)^2=\left(1+\frac{3}{2}\sqrt{x(1-x)}\right)^2$ hay $9x(1-x)+4\sqrt{x(1-x)}=0$

Biến đổi, đặt nhân tử chung và đưa về phương trình tích, ta được phương trình

$\sqrt{x(1-x)}\left(9\sqrt{x(1-x)}+4\right)=0$ hay $x(1-x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$

Như vậy phương trình có nghiệm $x=0, x=1$.

Hướng tư duy 3.

Phân tích. Do phương trình đưa được về dạng chỉ chứa $\sqrt{x}$ và $\sqrt{1-x}$, hơn nữa $\left(\sqrt{1-x}\right)^2+\left(\sqrt{x}\right)^2=1$ từ đó gợi cho ta phương pháp đặt ẩn phụ $a=\sqrt{x}$, $b=\sqrt{1-x}$.

Từ phân tích ở trên ta có định hướng lời giải như sau

Lời giải theo hướng tư duy 3

Trước tiên ta đi xác định điều kiện của phương trình. Điều kiện $x\in[0;1]$

Đặt $\begin{cases}a=\sqrt{x}\\b=\sqrt{1-x}\end{cases}$, với điều kiện $a,b\ge 0$, ta đưa đến hệ phương trình

$$\begin{cases}a+b=1+\frac{3}{2}ab\\a^2+b^2=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2(a+b)=2+3ab\\(a+b)^2-2ab=1\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} ab = \dfrac{2(a+b)-2}{3} \\ 3(a+b)^2 - 4(a+b) + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a+b=1 \\ ab=0 \end{cases} \\ \begin{cases} a+b=\dfrac{1}{3} \\ ab=-\dfrac{4}{9}<0 \end{cases} (\text{loai}) \end{array} \right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=1 \\ b=0 \end{cases} \\ \begin{cases} a=0 \\ b=1 \end{cases} \end{array} \right. .$$

Với $\begin{cases} a=1 \\ b=0 \end{cases}$ ta có $\begin{cases} \sqrt{x}=1 \\ \sqrt{1-x}=0 \end{cases}$, giải hệ này ta được $x=1$

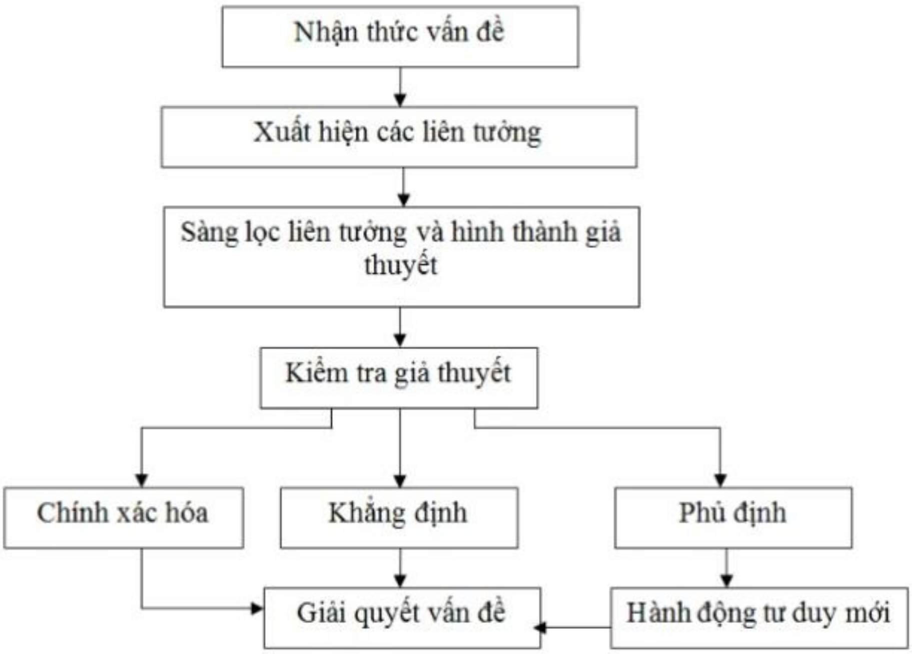
Với $\begin{cases} a=0 \\ b=1 \end{cases}$ ta có $\begin{cases} \sqrt{x}=0 \\ \sqrt{1-x}=1 \end{cases}$, giải hệ này ta được $x=0$

Kết luận : Phương trình có nghiệm $x=0, x=1$.

2.2.2. Biện pháp 2: Phát triển hệ thống bài tập có nhiều lời giải để học sinh rèn luyện tư duy sáng tạo.

2.2.2.1. Cơ sở của biện pháp

Sơ đồ 2.1. Các giai đoạn của một quá trình tư duy



Điều kiện cần để học sinh có thể suy nghĩ một cách sáng tạo là các em phải được trang bị vốn kiến thức, vốn kĩ năng cơ bản làm nền tảng. Để tạo cơ sở, nền tảng cho sự phát triển tư duy sáng tạo của học sinh THPT tại tỉnh Lai Châu thì việc củng cố tri thức, rèn luyện kĩ năng giải phương trình vô tỷ cơ bản là cần thiết. Cụ thể là đối với học sinh giỏi lớp 10 THPT tại tỉnh Lai châu, chúng tôi tập trung vào củng cố các phương pháp giải toán (phương pháp nâng lũy thừa, phương pháp đặt ẩn phụ, phương pháp hàm số, ...) và các kĩ năng (kĩ năng tìm tập xác đinh, kĩ năng biến đổi, kĩ năng kết luận nghiệm, ...) trong giải phương trình vô tỷ.

2.2.2.2. Cách thực hiện

+ Để củng cố tri thức cơ bản trong giải phương trình vô tỷ, giáo viên cần tiến hành khắc sâu phương pháp giải các dạng phương trình vô tỷ cơ bản thông qua các ví dụ mẫu. Sau đó yêu cầu học sinh thực hành giải các ví dụ tương tự.

+ Để tập luyện kĩ năng cơ bản trong giải phương trình vô tỷ, giáo viên nên :

Chia phương trình vô tỷ theo các dạng cơ bản hoặc theo phương pháp giải một cách hợp lý.

Chọn lọc và xây dựng hệ thống bài tập có mức độ khó tăng dần tương ứng với từng dạng phương trình hoặc từng phương pháp giải cụ thể.

Với mỗi dạng phương trình, giáo viên cần phân tích phương pháp giải, cùng học sinh làm ví dụ mẫu. Sau đó yêu cầu học sinh làm các bài tập vận dụng có mức độ từ thấp đến cao.

Yêu cầu học sinh trình bày lời giải đảm bảo tính logic, chặt chẽ và ngắn gọn nhất.

Khuyến khích học sinh có phương pháp giải mới có tính sáng tạo cao.

2.2.2.3. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 2.2. Giải phương trình $x^3+3x^2-3\sqrt[3]{3x+5}=1-3x$

Đây sẽ là một bài toán khá khó đối với những học sinh chưa được trang bị tốt kiến thức cơ bản về giải phương trình vô tỷ và các em dễ gặp bế tắc trong việc tìm hướng giải. Để giúp học sinh tìm hướng giải, giáo viên tổ chức học sinh thực hiện hoạt động sau

Giáo viên	Học sinh
NV1 : Yêu cầu học sinh nhắc lại hằng đẳng thức $(a+b)^3$	$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
NV2 : Biến đổi biểu thức x^3+3x^2+3x-1 (áp dụng hằng đẳng thức $(a+b)^3$) . Khi đó ta có phương trình ?	$x^3+3x^2+3x-1=(x+1)^3-2$ Khi đó ta có phương trình $(x+1)^3 = 3\sqrt[3]{3x+5}+2$
NV3 : Nếu đặt $t+1=\sqrt[3]{3x+5}$ hãy tìm hệ phương trình hai ẩn x, t?	$\begin{cases}(x+1)^3 = 3t+5\\(t+1)^3 = 3x+5\end{cases}$
NV4 : Nhận xét và nêu cách giải hệ phương trình này ?	Hệ phương trình thu được là hệ đối xứng loại hai. Cách giải : trừ vế với vế của hai phương trình trong hệ đưa về phương trình tích,

NV5 : Trình bày lời giải phương trình trên ?

Học sinh trình bày lời giải phương trình trên như sau

Điều kiện $x \in \mathbb{R}$

Ta có phương trình đã cho tương đương với $(x+1)^3 = 3\sqrt[3]{3x+5}+2$

Đặt $t+1=\sqrt[3]{3x+5}$, ta có hệ $\begin{cases}(x+1)^3 = 3t+5\\(t+1)^3 = 3x+5\end{cases}$

Trừ vế với vế hai phương trình trong hệ trên ta được

$(x-t)\left[\left(x+1+\frac{t+1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}(t+1)^2+3\right]=0$ hay $x=t$

(do $\left(x+1+\frac{t+1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}(t+1)^2+3>0$ với mọi x, t)

Với $x=t$, suy ra $(x+1)^3=3x+5 \Leftrightarrow x^3+3x-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$

Kết luận: Phương trình có tập nghiệm $T=\{-2;1\}$

Học sinh đã tìm được cách giải và thấy được phương trình trên hoàn toàn có thể giải được bằng phương pháp đặt ẩn phụ đưa về hệ đối xứng loại hai. Các em được trang bị tốt kiến thức cơ bản rất cần thiết cho việc tạo nền tảng để phát triển tư duy sáng tạo trong giải phương trình vô tỷ.

Để củng cố tri thức, tập luyện kĩ năng giải phương trình vô tỷ bằng phương pháp đặt ẩn phụ, giáo viên phân chia thành các dạng toán và xây dựng hệ thống bài tập cho từng dạng toán, cụ thể

1) Đặt ẩn phụ đối với các dạng phương trình cơ bản

Dạng 1. Phương trình chứa $f(x), \sqrt{f(x)}$, với $f(x)$ là biểu thức của x

Cách giải.

Đặt $t=\sqrt{f(x)}$, đưa về phương trình ẩn t.

Ví dụ 2.3. Giải phương trình $(x+5)(1-x)=\sqrt{x^2+4x-1}-2$

Phân tích.

Vì $(x+5)(1-x)=4-(x^2+4x-1)$ nên phương trình thuộc dạng 1. Do đó đặt ẩn phụ $t=\sqrt{x^2+4x-1}$.

Lời giải theo hướng phân tích trên

Trước tiên ta đi xác định điều kiện của phương trình

Điều kiện $x^2+4x-1 \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \geq -2+\sqrt{5} \\ x \leq -2-\sqrt{5} \end{array}\right.$

Ta có $(x+5)(1-x)=\sqrt{x^2+4x-1}-2 \Leftrightarrow 6-(x^2+4x-1)=\sqrt{x^2+4x-1}$

Đặt $t=\sqrt{x^2+4x-1}$, $t\ge 0$. Khi đó phương trình trở thành

$$t^2+t-6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=2\\t=-3\end{array}\right.\Rightarrow t=2$$

Với $t=2$, ta có $\sqrt{x^2+4x-1}=2\Leftrightarrow x^2+4x-5=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-5\end{array}\right.$ (thỏa mãn)

Kết luận: Tập nghiệm của phương trình $T=\{-5;1\}$

Dạng 2. Phương trình chứa $\sqrt{f(x)},\sqrt{g(x)},\sqrt{f(x).g(x)}$, với $k=\sqrt{f(x).g(x)}$, (k là hằng số).

Cách giải: Đặt $t=\sqrt{f(x)}$.

Ví dụ 2.4. $2\sqrt[3]{(1+x)^2}+3\sqrt[3]{1-x^2}+\sqrt[3]{(1-x)^2}=0$

Nhận xét $x=\pm1$ không là nghiệm của phương trình nên phương trình đã cho tương đương với $2\sqrt[3]{\frac{1+x}{1-x}}+3+\sqrt[3]{\frac{1-x}{1+x}}=0$

Phân tích.

Vì $\sqrt[3]{\frac{1+x}{1-x}}.\sqrt[3]{\frac{1-x}{1+x}}=1$ nên ta đặt $t=\sqrt[3]{\frac{1+x}{1-x}}$

Lời giải theo hướng phân tích trên

Nhận thấy $x=\pm1$ không là nghiệm của phương trình nên phương trình đã cho tương đương với $2\sqrt[3]{\frac{1+x}{1-x}}+3+\sqrt[3]{\frac{1-x}{1+x}}=0$

Đặt $t=\sqrt[3]{\frac{1+x}{1-x}}$, ta có phương trình

$$2t+3+\frac{1}{t}=0\Leftrightarrow\begin{cases}t\ne 0\\2t^2+3t+1=0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-1\\t=-\frac{1}{2}\end{array}\right.$$

Với $t=-1$, ta có $\sqrt[3]{\frac{1+x}{1-x}}=-1\Leftrightarrow 1+x=x-1$, suy ra phương trình vô nghiệm

Với $t=-\frac{1}{2}$, ta có $\sqrt[3]{\frac{1+x}{1-x}}=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow\frac{1+x}{1-x}=-\frac{1}{8}\Leftrightarrow x=-\frac{9}{7}$

Kết luận : Tập nghiệm của phương trình đã cho $T=\left\{-\frac{9}{7}\right\}$

Dạng 3. Phương trình chứa $\sqrt{f(x)}\pm\sqrt{g(x)},\sqrt{f(x).g(x)}$

(với $f(x)\pm g(x)=k$, k là hằng số)

Cách giải: Đặt $t=\sqrt{f(x)}\pm\sqrt{g(x)}$, đưa về phương trình ẩn t

hoặc $u=\sqrt{f(x)},v=\sqrt{g(x)}$, đưa về hệ phương trình ẩn u, v.

Ví dụ 2.5. Giải phương trình $\sqrt{2-x}+\sqrt{3x+1}=9-2x-2\sqrt{2+5x-3x^2}$

Phân tích.

Vì phương trình có chứa $\sqrt{2-x}+\sqrt{3x+1}$ và $\sqrt{2+5x-3x^2}=\sqrt{(2-x)(3x+1)}$ nên gợi ý cho ta đặt $t=\sqrt{2-x}+\sqrt{3x+1}$

Lời giải theo hướng phân tích trên.

Điều kiện: $-\frac{1}{3}\le x\le 2$

Đặt $t=\sqrt{2-x}+\sqrt{3x+1}$, $t>0\Rightarrow t^2=2x+3+2\sqrt{(2-x)(3x+1)}$

Ta có phương trình trở thành $t^2+t-12=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=3\\t=-4\ (loai)\end{array}\right.$

Với $t=3$, ta có $\sqrt{3x+1}+\sqrt{2-x}=3\Leftrightarrow\sqrt{2+5x-3x^2}=3-x\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 3\\4x^2-11x+7=0\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 3\\\left[\begin{array}{l}x=1\\x=\frac{7}{4}\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=\frac{7}{4}\end{array}\right.$$

Kết luận: Tập nghiệm $T=\left\{1;\frac{7}{4}\right\}$

Bài tập tương tự.

Giải phương trình $\sqrt{1+x}+\sqrt{8-x}+(1+x)\sqrt{\dfrac{8-x}{1+x}}=3$

2) Đặt ẩn phụ đưa về phương trình thuần nhất bậc hai đối với hai biến

Dạng 1. $a.f(x)+b.g(x)+c\sqrt{f(x).g(x)}=0$

Cách giải: Xét hai trường hợp

Trường hợp 1: $g(x)=0$. Xét trực tiếp

Trường hợp 2: $g(x)\neq 0$. Chia hai vế của phương trình cho $g(x)$, đưa về phương trình

$$a.\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)+c.\sqrt{\frac{f(x)}{g(x)}}+b=0$$

Ví dụ 2.6. Giải phương trình $x^2+3x+8=4\sqrt{x^3+8x}$

Phân tích: Vì $\sqrt{x^3+8x}=\sqrt{x(x^2+8)}$ và $x^2+3x+8=3x+(x^2+8)$ nên thấy ngay đây là phương trình thuần nhất bậc hai đối với $\sqrt{x}$ và $\sqrt{x^2+8}$

Từ cách phân tích ở trên ta có định hướng lời giải như sau

Lời giải theo hướng phân tích trên.

Trước tiên ta đi tìm điều kiện xác định của phương trình

Điều kiện $x\geq 0$

Ta có $x^2+3x+8=4\sqrt{x^3+8x}\Leftrightarrow (x^2+8)+3x=4\sqrt{x(x^2+8)}$

Đặt $u=\sqrt{x}, v=\sqrt{x^2+4}$ $(u\geq 0, v>0)$. Ta có phương trình trở thành

$$v^2+3u^2=4uv\Leftrightarrow 3\left(\frac{u}{v}\right)^2-4\left(\frac{u}{v}\right)+1=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\dfrac{u}{v}=1\\ \dfrac{u}{v}=\dfrac{1}{3}\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}u=v\\ v=3u\end{array}\right.$$

Với $u = v$, ta có $\sqrt{x^2+8} = \sqrt{x}$ (vô nghiệm)

Với $v = 3u$, ta có $\sqrt{x^2+8} = 3\sqrt{x} \Leftrightarrow x^2 - 9x + 8 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 8 \end{array}\right.$

Kết luận : Tập nghiệm $T = \{1;8\}$.

Dạng 2. $a.\mathrm{f}(x) + b.\mathrm{g}(x) = c\sqrt{\mathrm{d}.\mathrm{f}^2(x) + e.\mathrm{g}^2(x)}$, với a, b, c, d, e là hằng số.

Cách giải :

Đặt $u = f(x), v = g(x)$, đưa phương trình đã cho về dạng cơ bản $\sqrt{A} = B$.

Hoặc chia cho đại lượng dương $g(x) > 0$, ta được

$c\sqrt{\mathrm{d}.\left(\dfrac{f(x)}{g(x)}\right)^2 + e} = a\dfrac{f(x)}{g(x)} + b$ và đặt $t = \dfrac{f(x)}{g(x)}$

Lưu ý: Biểu thức trong căn thức (căn thức lớn) chưa được phân tích sẵn, ta cần phân tích biểu thức này theo tổng của các biểu thức bên ngoài bằng đồng nhất thức quen thuộc.

Ví dụ 2.7. Giải phương trình $\sqrt{2x^2-2x+4} = x - 4 + 2\sqrt{2x-4}$

Phân tích .

Trong " căn lớn" $\sqrt{2x^2-2x+4}$ không phân tích được thành tích số . Nhưng nếu phân tích biểu thức trong căn thức này thành tổng bình phương của biểu thức ngoài dấu căn , ta có thể hoàn toàn đưa về dạng trên. Cụ thể ta cần đi tìm hai hệ số a, b thỏa mãn đồng nhất $\sqrt{2x^2-2x+4} = a(x-4)^2 + b\left(\sqrt{2x-4}\right)^2$

$\Leftrightarrow \sqrt{2x^2-2x+4} = ax^2 + 2(b-8a)x + 16a - 4b$

ta được $\begin{cases} a = 2 \\ 2(b-4a) = -2 \\ 16a - 4b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 7 \end{cases}$.

Khi đó phương trình tương đương $\sqrt{2(x-4)^2 + 7\left(\sqrt{2x-4}\right)^2} = x - 4 + 2\sqrt{2x-4}$

Lúc đó ta có thể đặt $u=x-4,\ v=\sqrt{2x-4}$, nhưng để đơn giản hơn tôi thường sử dụng cách 2 để đưa về phương trình dạng $\sqrt{A}=B$ một biến.

Từ cách phân tích ở trên ta có định hướng lời giải như sau

Lời giải theo hướng phân tích trên.

Trước tiên ta đi tìm điều kiện xác định của phương trình

Điều kiện : $x\geq 2$.

Do $x=2$ không là nghiệm của phương trình nên chỉ xét $x>2$

Ta có: $\sqrt{2x^2-2x+4}=x-4+2\sqrt{2x-4}$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2\left(x-4\right)^2+7\left(\sqrt{2x-4}\right)^2}=x-4+2\sqrt{2x-4}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2\left(\frac{x-4}{\sqrt{2x-4}}\right)^2+7}=\frac{x-4}{\sqrt{2x-4}}+2 \quad (\text{ do } \sqrt{2x-4}>0)$$

Đặt $t=\dfrac{x-4}{\sqrt{2x-4}}$. Khi đó phương trình trở thành

$$\sqrt{2t^2+7}=t+2 \Leftrightarrow \begin{cases} t\geq -2 \\ t^2-4t+3=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=3 \end{array}\right.$$

Với $t=1 \Leftrightarrow \dfrac{x-4}{\sqrt{2x-4}}=1 \Leftrightarrow \sqrt{2x-4}=x-4$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 4 \\ x^2-10x+20=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=5+\sqrt{5}$$

Với $t=3 \Leftrightarrow \dfrac{x-4}{\sqrt{2x-4}}=3 \quad \Leftrightarrow 3\sqrt{2x-4}=x-4$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 4 \\ x^2-26x+52=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=3+3\sqrt{13}$$

Kết luận: Nghiệm của phương trình $x=5+\sqrt{5};\ x=3+3\sqrt{13}$

Ví dụ 2.8. Giải phương trình $\sqrt{2x^2+3x+1}=2\sqrt{x^2+1}-\sqrt{1-3x}$

Điều kiện : $\left[\begin{array}{l} x\le -1 \\ -\dfrac{1}{2}\le x\le \dfrac{1}{3} \end{array}\right.$

Ta có $\sqrt{2x^2+3x+1}=2\sqrt{x^2+1}-\sqrt{1-3x}$

$\Leftrightarrow \sqrt{2\left(\sqrt{x^2+1}\right)^2-\left(\sqrt{1-3x}\right)^2}=2\sqrt{x^2+1}-\sqrt{1-3x}$

$\Leftrightarrow \sqrt{2-\left(\dfrac{\sqrt{1-3x}}{\sqrt{x^2+1}}\right)^2}=2-\dfrac{\sqrt{1-3x}}{\sqrt{x^2+1}}$ (do $\sqrt{x^2+1}>0$)

$\Leftrightarrow \sqrt{2-t^2}=2-t$ với $t=\dfrac{\sqrt{1-3x}}{\sqrt{x^2+1}}\ge 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} t\le 2 \\ 2t^2-4t+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow t=1$

Suy ra $\dfrac{\sqrt{1-3x}}{\sqrt{x^2+1}}=1 \Leftrightarrow \sqrt{1-3x}=\sqrt{x^2+1} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-3 \end{array}\right.$

Kết luận: Nghiệm của phương trình $x=-3; x=0$

Nhận xét: Qua bài toán này, ta nhận thấy khi gặp phương trình vô tỷ dạng $\sqrt{A}+\sqrt{B}=\sqrt{C}$ đừng vội lũy thừa mà nên nháp thử xem biểu thức chứa trong căn lớn có phân tích được thành tổng của các biểu thức ngoài căn hay không? Nếu không, ta hãy lũy thừa để xem chúng thuộc loại cơ bản nào đã học và định hướng giải.

3) Đặt ẩn phụ không hoàn toàn

Phương pháp giải.

+ Đặt $t=u(x)$, đưa về phương trình ẩn t(thông thường là phương trình bậc hai), nhưng hệ số vẫn còn chứa x . Tính Δ theo x (ta sẽ được Δ là một bình phương của một đa thức theo x)

+ Nếu ta tính Δ không là bình phương của một đa thức theo x, khi đó ta phải điều chỉnh hệ số của t^2 hoặc của x^2 sao cho tính được Δ là bình phương của một đa thức theo x.

Ví dụ 2.9. Giải phương trình $2019x\sqrt{6x-8}=2020x^2-6x+8$

Trước tiên ta đi tìm điều kiện xác định của phương trình

Điều kiện: $x\geq\frac{4}{3}$

Đặt $t=\sqrt{6x-8},(t\geq 0)$. Khi đó phương trình trở thành

$$t^2+2019xt-2020x^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=x\\t=-2020x\ (loai)\end{array}\right.$$

Với $t=x$, ta có $\sqrt{6x-8}=x\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq 0\\x^2-6x+8=0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=4\end{array}\right.$

Kết luận: Nghiệm của phương trình là $x=2$ và $x=4$

Ví dụ 2.10. Giải phương trình $\sqrt{x^2+x+2}=\frac{3x^2+3x+2}{3x+1}$

Trước tiên ta đi tìm điều kiện xác định của phương trình

Điều kiện: $x\neq-\frac{1}{3}$

Với điều kiện $x\neq-\frac{1}{3}$, ta có phương trình đã cho tương đương với phương trình $\left(x^2+x+2\right)-(3x+1)\sqrt{x^2+x+2}+2x^2+2x=0$

Đến đây ta đặt $t=\sqrt{x^2+x+2}$, với điều kiện $t\geq\frac{\sqrt{7}}{2}$ để đưa về phương trình $t^2-(3x+1)t+2x^2+2x=0$. Giải phương trình này với biệt thức Δ chính phương ta được $t=2x,\ t=x+1$

Với $t=2x$, ta có $\sqrt{x^2+x+2}=2x\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq 0\\3x^2-x-2=0\end{cases}\Leftrightarrow x=1$

Với $t = x+1$, ta có $\sqrt{x^2+x+2} = x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 1 \\ x+2 = 2x+1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$

Kết luận: Phương trình có nghiệm $x = 1$

4) Đặt ẩn phụ đưa về hệ phương trình

Dạng 1. $x^n + b = a\sqrt[n]{ax \pm b}$, với a, b là các hằng số, $n \in \mathbb{N}, n \ge 2$.

Cách giải: Đặt $t = \sqrt[n]{ax \pm b}$, đưa về hệ đối xứng.

Ví dụ 2.11. Giải phương trình $x^2 + \sqrt{x+6} = 6$

Trước tiên ta đi tìm điều kiện xác định của phương trình

Điều kiện: $x + 6 \ge 0$

Đặt $t = \sqrt{x+6}$, với điều kiện $t \ge 0$. Ta đưa phương trình đã cho về hệ

$$\begin{cases} x^2 + t = 6 \\ t^2 - x = 6 \end{cases}$$

Đối với hệ phương trình trên, ta trừ hai phương trình trên vế với vế, ta được

$$(x+t)(x-t+1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -x \\ t = x+1 \end{array}\right.$$

Với $t = -x$, ta có

$$\sqrt{x+6} = -x \Leftrightarrow \begin{cases} x \le 0 \\ x^2 - x - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \le 0 \\ \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x = -2$$

Với $t = x+1$, ta có

$$\sqrt{x+6} = x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -1 \\ x^2 + x - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -1 \\ x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{21}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \dfrac{-1+\sqrt{21}}{2}$$

Kết luận : $T = \left\{-2; \dfrac{-1+\sqrt{21}}{2}\right\}$

Dạng 2. $\sqrt[n]{a - f(x)} \pm \sqrt[n]{b + f(x)} = c$, với a, b là các hằng số, $n \in \mathbb{N}, n \ge 2$.

Cách giải: Đặt $u=\sqrt[n]{a-f(x)}, v=\sqrt[n]{b+g(x)}$, đưa về hệ phương trình $\begin{cases} u \pm v = c \\ u^n + v^n = a+b \end{cases}$

Ví dụ 2.12. Giải phương trình $\sqrt[3]{x^2-1}+\sqrt[3]{x^2+18}=5$

Trước tiên ta đi tìm điều kiện xác định của phương trình

Điều kiện: $x \in \mathbb{R}$

Đặt $u=\sqrt[3]{x^2-1}, v=\sqrt[3]{x^2+18}$. Ta đưa về hệ hai ẩn

$$\begin{cases} u+v=5 \\ v^3-u^3=19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v=5-u \\ u^3-(5-u)^3=19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v=5-u \\ 2u^3-15u^2+75u-106=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} v=5-u \\ (u-2)(2u^2-11u+53)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=2 \\ v=3 \end{cases}$$

Với $\begin{cases} u=2 \\ v=3 \end{cases}$, ta có: $\begin{cases} x^2-1=8 \\ x^2+18=27 \end{cases} \Leftrightarrow x=\pm 3$

Kết luận : Tập nghiệm $T=\{\pm 3\}$

Dạng 3. $a\left(\sqrt[n]{f^m(x)} \pm \sqrt[n]{g^m(x)}\right)+c.\sqrt[n]{f(x).g(x)}=b$, với $n,m \in \mathbb{N}, n \geq 2$, a, b, c là các hằng số.

Cách giải: Đặt $u=\sqrt[n]{f(x)}, v=\sqrt[n]{g(x)}$, đưa về hệ phương trình ẩn u, v.

Ví dụ 2.13. Giải phương trình $\sqrt[3]{(3-x)^2}+\sqrt[3]{(6+x)^2}-\sqrt[3]{18-3x-x^2}=3$

Trước tiên ta đi tìm điều kiện xác định của phương trình

Điều kiện: $x \in \mathbb{R}$

Đặt $u=\sqrt[3]{3-x}, v=\sqrt[3]{6+x}$. Khi đó ta đưa về hệ

$$\begin{cases} u^3+v^3=9 \\ u^2+v^2-uv=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (u+v)(u^2+v^2-uv)=9 \\ u^2+v^2-uv=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u+v=3 \\ (u+v)^2-3uv-3=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u+v=3 \\ uv \quad =2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} u=2 \\ v=1 \end{cases} \\ \begin{cases} u=1 \\ v=2 \end{cases} \end{array}\right.$$

Với $\begin{cases} u=2 \\ v=1 \end{cases}$, ta có: $\begin{cases} \sqrt[3]{3-x}=2 \\ \sqrt[3]{6+x}=1 \end{cases} \Leftrightarrow x=-5$

Với $\begin{cases} u=1 \\ v=2 \end{cases}$, ta có: $\begin{cases} \sqrt[3]{3-x}=1 \\ \sqrt[3]{6+x}=2 \end{cases} \Leftrightarrow x=2$

Vậy phương trình có tập nghiệm $T=\{-5;2\}$

Dạng 4. $a\sqrt[3]{f(x)}+b\sqrt{g(x)}=c$, với a, b, c là các hằng số.

Cách giải: Đặt $u=\sqrt[3]{f(x)}, v=\sqrt{g(x)}$, đưa về hệ phương trình ẩn u, v.

Ví dụ 2.14. Giải phương trình $5\sqrt{x+1}-2\sqrt[3]{7x+6}=4$

Phân tích.

Đặt $\begin{cases} u=\sqrt{x+1}\geq 0 \\ v=\sqrt[3]{7x+6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u^2=x+1 & (1) \\ v^3=7x+6 & (2) \end{cases}$. Khi đó, ta cần cân bằng hệ số trước x nhằm triệt tiêu x sẽ thu được một phương trình mới với ẩn u, v. Còn phương trình thứ hai lấy được từ đề bài tức luôn có $5\text{u}-2\text{v}=4$. Khi đó giải hệ này tìm $u, \text{v} \Rightarrow \text{x}$

Từ cách phân tích ở trên ta có định hướng lời giải như sau

Lời giải theo hướng phân tích trên.

Trước tiên ta đi tìm điều kiện xác định của phương trình

Điều kiện: $x\geq -1$

Đặt $\begin{cases} u=\sqrt{x+1}\geq 0 \\ v=\sqrt[3]{7x+6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u^2=x+1 \\ v^3=7x+6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7u^2=7x+7 \\ v^3=7x+6 \end{cases} \Rightarrow 7u^2-v^3=1$.

Khi đó ta có hệ $\begin{cases} 5u-2v=4 \\ 7u^2-v^3=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=\dfrac{2v+4}{5} \\ 25v^3-28v^2-112v-87=0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u=\dfrac{2v+4}{5} \\ (v-3)\left(25v^2+47v+29\right)=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u=2 \\ v=3 \end{cases}$$

Với $\begin{cases} u=2 \\ v=3 \end{cases}$, ta có: $\begin{cases} \sqrt{x+1}=2 \\ \sqrt[3]{7x+6}=3 \end{cases} \Leftrightarrow x=3$

Vậy phương trình có tập nghiệm $T=\{3\}$

Khi các em đã được trang bị tri thức, tập luyện kĩ năng giải phương trình vô tỉ cơ bản bằng phương pháp đặt ẩn phụ, sẽ là điều kiện nền tảng cho việc phát triển tư duy sáng tạo.

2.2.3. Biện pháp 3: Rèn luyện cho học sinh khả năng xem xét phương trình vô tỉ từ nhiều góc độ khác nhau để tìm được nhiều cách giải.

2.2.3.1. Cơ sở của biện pháp

Đối với môn Toán, một trong những thành phần quan trọng của tư duy sáng tạo chính là lối suy nghĩ đa chiều, tiếp cận và giải bài toán theo nhiều cách khác nhau, thể hiện tính linh hoạt sáng tạo của mỗi học sinh.

Trong thực tế, đối với bài toán giải phương trình vô tỷ học sinh sau khi đã giải quyết bài toán bằng một cách nào đó thường có tâm lý tự hài lòng mà chưa nghĩ đến việc tối ưu bài giải tức là giải bài toán đó bằng cách ngắn gọn nhất, sáng tạo nhất và hay nhất. Do đó, việc giáo viên hướng dẫn và tập luyện cho học sinh khả năng nhìn phương trình vô tỷ dưới các góc độ từ đó tìm được nhiều cách khác nhau là hết sức cần thiết cho việc phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh, đặc biệt là đối với học sinh giỏi toán.

2.2.3.2. Cách thực hiện

Để tập luyện cho học sinh khả năng xem xét phương trình vô tỷ từ nhiều góc độ khác nhau và tìm được nhiều cách giải, giáo viên cần tiến hành :

Lựa chọn ví dụ về một phương trình vô tỷ có thể giải được bằng nhiều cách khác nhau. Sau đó hướng dẫn học sinh xem xét phương trình từ nhiều góc độ. Từ đó, tìm ra nhiều hướng giải đối với phương trình đó.

Chia lớp thành các nhóm tương ứng với các cách giải tìm được và yêu cầu mỗi nhóm thực hiện một cách giải.

Yêu cầu học sinh tìm thêm các cách giải mới.

Nhận xét từng cách giải về ưu điểm, nhược điểm và rút ra bài học kinh nghiệm.

Trong quá trình hướng dẫn học sinh tìm cách giải, giáo viên không gò ép học sinh đi theo một cách giải mang tính chủ quan của cá nhân mình mà nên tạo tâm lý thoải mái, hướng dẫn và khuyến khích các em tự tìm ra các cách giải riêng của cá nhân.

2.2.3.3. Ví dụ minh họa

Ví dụ 2.15. Sau khi học sinh đã học các phương pháp cơ bản giải phương trình vô tỉ, giáo viên yêu cầu học sinh giải phương trình $3\sqrt{x+1}=3x^2-8x+3$ bằng nhiều cách khác nhau.

Để học sinh thực hiện yêu cầu trên, giáo viên tổ chức học sinh hoạt động như sau:

Hoạt động 1: Xem xét phương trình dưới các góc độ khác nhau để tìm được các cách giải khác nhau

Giáo viên	Học sinh
NV1: Phương trình trên có dạng cơ bản nào? Phương pháp giải	+ Có dạng $\sqrt{f(x)}=g(x)$

dạng $\sqrt{f(x)} = g(x)$?	+ Cách giải: $\sqrt{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \ge 0 \\ f(x) = \left[g(x)\right]^2 \end{cases}$
NV2: Áp dụng biến đổi phương trình theo phương pháp trên?	Ta có $3\sqrt{x+1} = 3x^2 - 8x + 3$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 8x + 3 \ge 0 \\ 9x + 9 = 9x^4 + 64x^2 + 9 - 48x^3 - 48x + 18x^2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 8x + 3 \ge 0 \\ 9x^4 - 48x^3 + 82x^2 - 57x = 0 \quad (*) \end{cases}$
NV3: Khi gặp phương trình bậc cao, ta thường giải bằng cách nào? Thực hiện với phương trình (*)	+ Nhẩm nghiệm và đưa phương trình về dạng tích. + Vì phương trình $9x^4 - 48x^3 + 82x^2 - 57x = 0$ có nghiệm x = 0 và x = 3 nên tương đương với: $x(x-3)\left(9x^2 - 21x + 19\right) = 0$
NV4: Kết luận về tính khả thi của cách giải trên?	Phương trình trên hoàn toàn có thể giải được theo cách lũy thừa hai vế.
NV5: Có thể giải phương trình bằng cách khác được không? Nêu cách giải khác?	Vì x = 3 là một nghiệm của phương trình nên có thể biến đổi phương trình về dạng $(x-3).A(x) = 0$
NV6: Cách đưa phương trình về dạng $(x-3).A(x) = 0$?	Biến đổi các vế của phương trình theo các biểu thức có nghiệm x = 3, ta có $3\sqrt{x+1} = 3x^2 - 8x + 3$ $\Leftrightarrow 3\left(\sqrt{x+1} - 2\right) = 3x^2 - 8x - 3$
NV7: Làm sao để	Sử dụng phép biến đổi liên hợp, ta có

$\sqrt{x+1}-2$ xuất hiện nhân tử $x-3$?	$\Leftrightarrow \dfrac{3(x-3)}{\sqrt{x+1}+2}=(x-3)(3x+1)$ $\Leftrightarrow (x-3)\left[\dfrac{3}{\sqrt{x+1}+2}-3x-1\right]=0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ \dfrac{3}{\sqrt{x+1}+2}-3x-1=0 \end{array}\right.$
NV8: Đề xuất một phương pháp để giải phương trình: $\dfrac{3}{\sqrt{x+1}+2}-3x-1=0$?	Từ kết quả tập nghiệm ở cách giải 1, phương trình có nghiệm x = 0 thuộc nửa khoảng $[-1;+\infty)$. Do vậy, nếu hàm số $f(x)=\dfrac{3}{\sqrt{x+1}+2}-3x-1$ đơn điệu trên $[-1;+\infty)$ thì cách giải này sẽ thực hiện được.
NV9: Hãy kiểm tra tính đơn điệu của hàm số f(x) trên $[-1;+\infty)$?	Với mọi $x_1, x_2 \in [-1;+\infty), x_1 \neq x_2$. Ta có $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=$ $\dfrac{-1}{\left(\sqrt{x_1+1}+\sqrt{x_2+1}\right)\left(\sqrt{x_1+1}+2\right)\left(\sqrt{x_2+1}+2\right)}-3<0$ $\Rightarrow$ Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $[-1;+\infty)$
NV10: Kết luận về tính khả thi của cách giải này?	Phương trình trên hoàn toàn có thể thực hiện được theo cách giải này.
NV11: Ta thấy phương trình có hai nghiệm $x=0$ và $x=3$. Nêu cách giải tương tự?	Hoàn toàn có thể giải đượng phương trình bằng cách biến đổi phương trình về dạng $x.B(x)=0$ và thực hiện tương tự như trên.

Hoạt động 2: Yêu cầu học sinh trình bày các cách giải khác nhau vừa tìm được

Giáo viên chia lớp thành ba nhóm, yêu cầu mỗi nhóm trình bày một cách giải?

Các nhóm lên trình bày cách giải.

Cách giải 1.

Tập xác định $D=\left[-1;+\infty\right)$

Khi đó $3\sqrt{x+1}=3x^2-8x+3$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2-8x+3\ge 0 \\ 9x+9=9x^4+64x^2+9-48x^3-48x+18x^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x\ge \dfrac{4+\sqrt{17}}{2} \\ x\le \dfrac{4-\sqrt{17}}{2} \end{array}\right. \\ x\left(9x^3-48x^2+82x-57\right)=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x\ge \dfrac{4+\sqrt{17}}{2} \\ x\le \dfrac{4-\sqrt{17}}{2} \end{array}\right. \\ x\left(x-3\right)\left(9x^2-21x+19\right)=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=3 \end{array}\right.$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $T=\left\{0;3\right\}$.

Cách giải 2.

Tập xác định $D=\left[-1;+\infty\right)$

Ta có $3\sqrt{x+1}=3x^2-8x+3 \Leftrightarrow 3\left(\sqrt{x+1}-2\right)=3x^2-8x-3$

$$\Leftrightarrow \frac{3\left(x-3\right)}{\sqrt{x+1}+2}=\left(x-3\right)\left(3x+1\right)$$

$$\Leftrightarrow (x-3)\left[\frac{3}{\sqrt{x+1}+2}-3x-1\right]=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ \dfrac{3}{\sqrt{x+1}+2}-3x-1=0 \end{array}\right.$$

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{3}{\sqrt{x+1}+2}-3x-1,\ x\geq -1$

Với mọi $x_1, x_2 \geq -1, x_1 \neq x_2$

$$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=\frac{-1}{\left(\sqrt{x_1+1}+\sqrt{x_2+1}\right)\left(\sqrt{x_1+1}+2\right)\left(\sqrt{x_2+1}+2\right)}-3<0$$

Suy ra hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $[-1;+\infty)$. Mặt khác $f(0)=0$ do đó phương trình $f(x)=0$ có nghiệm duy nhất $x=0$ trên nửa khoảng $[-1;+\infty)$.

Vậy phương trình ban đầu có tập nghiệm $T=\{0;3\}$.

Cách giải 3.

Tập xác định $D=[-1;+\infty)$

Ta có $3\sqrt{x+1}=3x^2-8x+3 \Leftrightarrow 3\left(\sqrt{x+1}-1\right)=3x^2-8x$

$$\Leftrightarrow \frac{3x}{\sqrt{x+1}+1}=x(3x-8) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ \dfrac{3}{\sqrt{x+1}+1}-3x+8=0 \end{array}\right.$$

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{3}{\sqrt{x+1}+1}-3x+8,\ x\geq -1$

Với mọi $x_1, x_2 \in [-1;+\infty), x_1 \neq x_2$;

$$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=\frac{-1}{\left(\sqrt{x_1+1}+\sqrt{x_2+1}\right)\left(\sqrt{x_1+1}+1\right)\left(\sqrt{x_2+1}+1\right)}-3<0$$

Suy ra hàm số nghịch biến trên $[-1;+\infty)$. Mặt khác $f(3)=0$ do đó phương trình $f(x)=0$ có nghiệm duy nhất $x=3$ trên nửa khoảng $[-1;+\infty)$

Vậy phương trình ban đầu có tập nghiệm $T = \{0;3\}$.

Thông qua ví dụ trên, giáo viên giúp học sinh phát triển các thành tố của tư duy sáng tạo, cụ thể

Thực hiện hoạt động 1 đòi hỏi học sinh phải có tính nhuần nhuyễn và tính mềm dẻo tốt trong tư duy.

Thực hiện hoạt động 2 đòi hỏi học sinh phải có tính hoàn thiện trong tư duy.

Như vậy ở đây giáo viên đã tổ chức cho học sinh tiếp cận bài toán dưới nhiều góc độ khác nhau để tìm được nhiều cách giải.

Tương tự ta có thể cho học sinh rèn luyện tìm nhiều cách giải các phương trình sau

a) $3\sqrt{x^3+8} = 2x^2 - 6x + 4$

b) $\sqrt{2}\left(x^2+8\right) = 5\sqrt{x^3+8}$

2.2.4. Biện pháp 4: Rèn luyện cho học sinh khả năng phát hiện phương pháp giải mới và phát triển bài toán.

2.2.4.1. Cơ sở của biện pháp

Đối với học sinh giỏi lớp 10 THPT tại tỉnh Lai Châu trong giải phương trình vô tỉ nếu học sinh chỉ đơn thuần biết cách giải mang tính chất "lối mòn" thì không thể kích thích được sự phát triển năng lực tư duy sáng tạo. Nhưng nếu giáo viên đưa ra được tình huống thực sự có vấn đề và học sinh phải nỗ lực phân tích, tổng hợp các kiến thức mới có thể giải quyết được vấn đề đó thì sẽ giúp học sinh phát triển tốt năng lực tư duy sáng tạo. Việc phát hiện ra phương pháp giải mới hay việc sáng tạo ra phương trình vô tỷ mới là một vấn đề không phải lúc nào cũng thực hiện được một cách dễ dàng. Chính vì vậy, đây là một biện pháp trực tiếp nhằm góp phần phát triển năng lực tư duy sáng tạo cho học sinh.

2.2.4.2. Cách thực hiện

Nhằm giúp học sinh tìm cách giải mới độc đáo dựa trên cơ sở các cách giải đã biết, giáo viên tiến hành:

Lựa chọn phương trình vô tỷ mà học sinh có thể áp dụng một số phương pháp giải nhưng với những phương pháp này đều dẫn đến bế tắc, khó có thể thực hiện tiếp được hoặc có thể giải được nhưng phải tính toán phức tạp. Từ đó tạo tình huống có vấn đề đòi hỏi học sinh cần phải suy nghĩ để tìm hướng giải quyết mới;

Hướng dẫn học sinh phân tích tìm cách giải khác dựa trên đặc điểm của phương trình như: dạng phương trình hay các biểu thức trong phương trình,… và từ một số gợi ý của giáo viên;

Yêu cầu học sinh trình bày cách giải vừa tìm được và đưa ra một số nhận xét có được từ cách giải này. Từ đó có thể xây dựng phương pháp mới trong giải phương trình vô tỷ.

Để giúp học sinh sáng tạo các phương trình vô tỷ xuất phát từ một bài toán gốc cơ bản, giáo viên tiến hành :

Lựa chọn một bài toán cơ bản (phương trình vô tỉ cơ bản, hệ phương trình đối xứng, bất đẳng thức,...);

Hướng dẫn học sinh biến đổi cấu trúc (như rút thế biến số, thay biến số cũ bằng một biểu thức chứa biến mới...) làm xuất hiện phương trình vô tỷ mới;

Yêu cầu học sinh giải phương trình vô tỷ vừa tìm được từ đó hình thành khắc sâu phương pháp giải mới.

2.2.4.3. Ví dụ minh họa

Sau khi học sinh đã được học các phương pháp cơ bản giải phương trình vô tỉ, giáo viên yêu cầu học sinh thực hiện ví dụ 2.16.

Ví dụ 2.16. Giải phương trình $x^3 - 3x = \sqrt{x+2}$ *(Đề thi Olympic 30/4/2006).*

Đây là phương trình vô tỷ có dạng cơ bản $\sqrt{f(x)} = g(x)$. Với phương trình này, đa số các em đều tìm cách giải lũy thừa hai vế. Tuy nhiên, học sinh sẽ gặp khó khăn vì phương trình hữu tỷ thu được có bậc khá cao.

Để giúp học sinh phân tích, tìm các hướng để giải bài toán trên, giáo viên tổ chức học sinh hoạt động như sau:

Hoạt động 1: Dưới sự gợi ý của giáo viên học sinh giải phương trình bằng cách lũy thừa hai vế.

Giáo viên	Học sinh
NV1:Nhận xét phương trình trên có dạng cơ bản nào? Phương pháp chung để giải dạng dó là gì?	Có dạng $\sqrt{f(x)} = g(x)$. Phương pháp chung là lũy thừa hai vế. $\sqrt{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) = [g(x)]^2 \end{cases}$
NV2: Thực hiện giải phương trình theo cách trên?	$x^3 - 3x = \sqrt{x+2} \Leftrightarrow \begin{cases} (x^2-3)x \geq 0 \\ (x^3-3x)^2 = x+2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3x \geq 0 \\ x^6 - 6x^4 + 9x^2 - x - 2 = 0 \ (*) \end{cases}$
NV3:Phương trình sau khi thu gọn là phương trình bậc cao(bậc 6). Ta thường giải phương trình bậc cao này như thế nào?	Nhẩm nghiệm và đưa về phương trình tích $x^6 - 6x^4 + 9x^2 - x - 2 = 0$ $\Leftrightarrow (x-2)(x^5 + 2x^4 - 2x^3 - 4x^2 + x + 1) = 0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x^5 + 2x^4 - 2x^3 - 4x^2 + x + 1 = 0 \ (**) \end{array}\right.$
NV4: Cách giải phương trình (**)?	Đặt $f(x) = x^5 + 2x^4 - 2x^3 - 4x^2 + x + 1$ Nhẩm nghiệm của phương trình $f(x) = 0$ để

	phân tích $f(x)$ về dạng tích mà các nhân tử của tích có bậc 1 hoặc bậc 2 hoặc chứng minh phương trình $f(x)$ vô nghiệm.
NV5: Có thể đưa tiếp phương trình $f(x)=0$ về dạng phương trình tích như vậy được không? Tại sao?	Vì phương trình $f(x)=0$ nếu có nghiệm hữu tỷ thì nghiệm đó chỉ có thể là $x=\pm1$ trong khi phương trình không có nghiệm $x=\pm1$. Do đó phương trình $f(x)=0$ khó có thể tiếp tục đưa về dạng phương trình tích.
NV6: Có thể chứng minh phương trình $f(x)=0$ vô nghiệm được không? Tại sao?	Vì f(x) liên tục trên $[0;1]$ và $f(0).f(1)=1.(-1)<0$ nên phương trình $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm thuộc $[0;1]$. Do đó $f(x)=0$ có nghiệm.
NV7: Như vậy theo hướng phân tích trên bài toán có giải được không?	Hướng này không thể tiếp tục thực hiện được

Hoạt động 2: Giáo viên gợi ý học sinh nhẩm nghiệm biến đổi về dạng phương trình tích

Giáo viên	Học sinh
NV1: Nhẩm một nghiệm của phương trình trên?	Ta thấy phương trình có nghiệm $x=2$
NV2: Nếu phương trình có nghiệm $x=2$ thì có thể đưa phương trình về dạng nào? Biến đổi	+ Nếu phương trình có nghiệm $x=2$ của thì phương trình sẽ đưa được về dạng: $(x-2)A(x)=0$ + Nhóm và sử dụng nhân liên hợp ta được

phương trình đã cho về dạng đó?	$\sqrt{x+2}-2=x^3-3x-2$ $\Leftrightarrow \dfrac{x-2}{\sqrt{x+2}+2}=(x-2)\left(x^2+2x+1\right)$ $\Leftrightarrow (x-2)\left(x^2+2x+1-\dfrac{1}{\sqrt{x+2}+2}\right)=0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x^2+2x+1-\dfrac{1}{\sqrt{x+2}+2}=0\ (*) \end{array}\right.$
NV3: Tiếp theo giải phương trình (*) như thế nào?	Đặt $g(x)=x^2+2x+1-\dfrac{1}{\sqrt{x+2}+2}$ Ta phải chứng minh phương trình $g(x)=0$ vô nghiệm hoặc nhẩm được nghiệm của $g(x)$ và xét được chiều biến thiên của $g(x)$
NV4: Em hãy thực hiện theo hướng trên?	Vì g(x) liên tục trên $[-1;2]$ và $g(-1).g(2)=-\dfrac{1}{3}.\dfrac{35}{4}<0$ nên phương trình $x^2+2x+1-\dfrac{1}{\sqrt{x+2}+2}=0$ chắc chắn có ít nhất một nghiệm thuộc $(-1;2)$. Do không nhẩm nghiệm của phương trình trong $(-1;2)$ nên đến đây hướng này gặp bế tắc.

Hoạt động 3: Giáo viên định hướng, hướng dẫn học sinh giải phương trình bằng cách sử dụng phép thế lượng giác

Giáo viên	Học sinh
NV1: Ta đã biết phép thế lượng giác có thể khử được căn thức bậc hai. Với	Để khử dấu căn bậc hai có thể sử dụng phương pháp lượng giác hóa, đặt $x=2\sin t$ hoặc $x=2\cos t$

phương trình này, phép thế lượng giác nào có thể khử được dấu căn thức?	
NV2: Nếu sử dụng phép thế lượng giác trên thì cần phải có điều kiện gì của biến x?	Chỉ sử dụng được phép thế trên khi $\lvert x \rvert \le 2$ trong khi điều kiện của phương trình $x \ge -2$. Đến đây hướng này cũng gặp bế tắc.

Đến đây học sinh hoàn toàn gặp bế tắc nếu sử dụng các phương pháp giải đã biết. Do vậy, bắt buộc học sinh phải tìm cách giải khác. Để giúp học sinh tìm cách giải bài toán này, giáo viên có thể tổ chức hoạt động 4.

Hoạt động 4: Giáo viên gợi ý giúp học sinh tìm được cách giải phương trình trên

Giáo viên	**Học sinh**
NV1: Để thực hiện được phép thế lượng giác trên ta phải phân chia tập xác định của phương trình như thế nào?	Phân chia tập xác định thành hai miền, bằng cách xét hai trường hợp: $-2 \le x \le 2$ và $x > 2$
NV2: Trường hợp $x > 2$? Phân tích $x^3 - 3x$, sử dụng phương pháp đánh giá để kết luận nghiệm của phương trình.	Với $x > 2$, ta có $x^3 - 3x = x\left(x^2 - 4\right) + x$ $\ge x > \sqrt{2x} = \sqrt{x + x} > \sqrt{x + 2}$. Vậy phương trình vô nghiệm.
NV3: Trường hợp $-2 \le x \le 2$?	Đặt $x = 2\cos u, u \in [0; \pi]$, Khi đó phương trình trở thành

	$2\left(4cos^3u-3\cos u\right)=\sqrt{4cos^2\left(\frac{u}{2}\right)}\Leftrightarrow \cos 3u=cos\frac{u}{2}$
NV4: Trình bày lời giải ?	* Điều kiện: $x\ge -2$ * Xét hai trường hợp + TH1: $x>2$. Ta có $x^3-3x=x\left(x^2-4\right)+x$ $\ge x>\sqrt{2x}=\sqrt{x+x}>\sqrt{x+2}$. Vậy phương trình vô nghiệm. + TH2: $x\in\left[-2;2\right]$. Đặt $x=2\cos u\ ;u\in\left[0;\pi\right]$ Phương trình trở thành: $\cos 3u=cos\frac{u}{2}$ $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3u=\frac{u}{2}+k2\pi\\3u=-\frac{u}{2}+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}u=k\frac{4\pi}{5}\\u=k\frac{4\pi}{7}\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$ Vì $u\in\left[0;\pi\right]$ nên $u=0,u=\frac{4\pi}{5},u=\frac{4\pi}{7}$ * Kết luận nghiệm của phương trình $x=2,x=2\cos\frac{4\pi}{5},x=2\cos\frac{4\pi}{7}$
NV5: Từ cách giải vừa thực hiện, em hãy cho biết phương trình trên được xây dựng như thế nào?	+ Xuất phát từ phương trình lượng giác $\cos 3u=cos\frac{u}{2}$ với $0\le u\le 2$ + Biến đổi về dạng $8\cos^3u-6\cos u=\sqrt{2\left(1+\cos u\right)}$ + Thay $x=2\cos u$ ta được: $x^3-3x=\sqrt{x+2}$

Qua ví dụ trên, giáo viên giúp học sinh phát triển các thành tố của tư duy sáng tạo, đặc biệt là phát huy tính độc đáo thể hiện như sau:

Hoạt động 1, 2, 3 nhằm giúp học sinh phát huy tính mềm dẻo và tính nhuần nhuyễn của tư duy sáng tạo;

Hoạt động 4 khi thực hiện NV1 nhằm giúp học sinh tính mềm dẻo của tư duy sáng tạo. Còn thực hiện NV2 và NV3 thì việc tìm được phương pháp giải mới cho bài toán giúp học sinh phát huy tính nhậy cảm và tính độc đáo của tư duy sáng tạo. Thực hiện NV4, NV5 nhằm giúp học sinh phát huy tính hoàn thiện của tư duy sáng tạo.

Sau khi học sinh đã học các phương pháp cơ bản giải phương trình vô tỉ, giáo viên yêu cầu học sinh thực hiện ví dụ 2.

Ví dụ 2.17. Sáng tạo phương trình vô tỉ từ hệ phương trình $\begin{cases} 4x = \sqrt{30+y} \\ 4y = \sqrt{30+x} \end{cases}$

Để giúp học sinh sáng tác phương trình vô tỷ từ hệ trên, giáo viên cho học sinh thực hiện hoạt động sau

Giáo viên	**Học sinh**
NV1: Nhận dạng	Hệ đối xứng hai ẩn
NV2: Nêu phương pháp giải hệ đối xứng loại 2? Với $x = y$, giải phương trình tìm nghiệm?	+ Điều kiện: $x, y \geq -30$ + Ta nhận thấy để hệ có nghiệm thì $x, y > 0$. Do đó hệ phương trình tương đương với $\begin{cases} 16x^2 = 30 + y \\ 16y^2 = 30 + x \end{cases}$ Trừ vế với vế hai phương trình trong hệ, ta được $(x-y)(16x+16y+1) = 0 \Leftrightarrow x = y$ Với $x = y$, ta có: $16x^2 - x - 30 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1+\sqrt{1921}}{32}$ Vậy nghiệm của hệ $(x;y) = \left(\frac{1+\sqrt{1921}}{32}; \frac{1+\sqrt{1921}}{32}\right)$

NV3: Rút y theo x từ phương trình thứ hai của hệ và thế vào phương trình thứ nhất, khi đó ta thu được phương trình?	Ta có $4x=\sqrt{30+\frac{1}{4}\sqrt{30+x}}$
NV4: Hãy phát biểu bài toán mới thu được?	Giải phương trình $4x=\sqrt{30+\frac{1}{4}\sqrt{30+x}}$ (1)
NV5: Ta có thể xây dựng hệ phương trình đối xứng hai ẩn từ phương trình (1) được không?	+ Do hệ ban đầu có nghiệm x = y nên từ phương trình thu được thay x bởi y ta được phương trình ẩn x, y: $4y=\sqrt{30+\frac{1}{4}\sqrt{30+x}}$ + Ta có hệ đối xứng $\begin{cases} 4x=\sqrt{30+\frac{1}{4}\sqrt{30+y}} \\ 4y=\sqrt{30+\frac{1}{4}\sqrt{30+x}} \end{cases}$ (*)
NV6: Khử ẩn y từ hệ phương trình (*), ta thu được phương trình ?	Khử ẩn y từ hệ phương trình (*), ta thu được $4x=\sqrt{30+\frac{1}{4}\sqrt{30+\frac{1}{4}\sqrt{30+\frac{1}{4}\sqrt{30+x}}}}$
NV7: Phát biểu bài toán mới thu được?	Giải phương trình $4x=\sqrt{30+\frac{1}{4}\sqrt{30+\frac{1}{4}\sqrt{30+\frac{1}{4}\sqrt{30+x}}}}$ (2) *(Đề thi Olympic 30/4/2010)*

NV8: Giải phương trình (2)?

Học sinh tiến hành giải phương trình (2) như sau

Điều kiện: $x \ge -30$

Nhận xét.

Từ phương trình, ta thấy nếu x là nghiệm của phương trình thì $x \ge 0$

Đặt $t = \frac{1}{4}\sqrt{30 + \frac{1}{4}\sqrt{x+30}}$ ta có $\begin{cases} 4x = \sqrt{30 + \frac{1}{4}\sqrt{t+30}} \\ 4t = \sqrt{30 + \frac{1}{4}\sqrt{x+30}} \end{cases}$

Giả sử $x \ge t \Rightarrow \sqrt{30 + \frac{1}{4}\sqrt{30+t}} \ge \sqrt{30 + \frac{1}{4}\sqrt{30+x}} \Rightarrow \sqrt{30+t} \ge \sqrt{30+x}$, suy ra $x \le t$.

Vậy ta có $x = t$.

Với $x = t$, ta có $4x = \sqrt{30 + \frac{1}{4}\sqrt{x+30}}$

Đặt $a = \frac{1}{4}\sqrt{x+30}$, ta có hệ $\begin{cases} 4x = \sqrt{a+30} \\ 4a = \sqrt{x+30} \end{cases}$

Giả sử $x \ge a \Rightarrow \sqrt{a+30} \ge \sqrt{x+30} \Rightarrow a \ge x$. Vậy $a = x$.

Với $a = x$, ta có $4x = \sqrt{x+30} \Leftrightarrow 16x^2 - x - 30 = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{1-\sqrt{1921}}{32} \\ x = \dfrac{1+\sqrt{1921}}{32} \end{array}\right.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $T = \left\{\frac{1+\sqrt{1921}}{32}\right\}$

Phương trình (2) có mức độ khó cao hơn so với phương trình (1). Như vậy nếu tiếp tục sử dụng phương pháp lặp để sáng tác phương trình vô tỉ từ hệ đối xứng kiểu hai thì sẽ thu được các phương trình vô tỉ mới có độ khó tăng dần.

Trong ví dụ trên, giáo viên giúp học sinh phát triển tư duy sáng tạo. Cụ thể là:

Học sinh thực hiện NV1, NV2, NV3, NV4 nhằm phát huy tính nhuần nhuyễn của tư duy sáng tạo ;

Học sinh thực hiện NV5 nhằm phát huy tính độc đáo và tính mềm dẻo của tư duy sáng tạo ;

Học sinh thực hiện NV6, NV7 nhằm phát huy tính nhuần nhuyễn của tư duy sáng tạo.

Như vậy biện pháp rèn luyện cho học sinh khả năng phát hiện phương pháp giải mới và sáng tạo bài toán mới giúp học sinh phát huy tốt tính độc đáo của tư duy sáng tạo.

Tương tự ta có thể cho học sinh rèn luyện giải các bài tập sau

Bài tập 1. Giải các phương trình

a) $(2x+3)\sqrt{4x^2+12x+11}+3x\left(1+\sqrt{9x^2+2}\right)=-5x-3$

b) $\sqrt{2x-x^2}=4x^3-12x^2+9x-1$

Bài tập 2. Sáng tạo các phương trình vô tỉ từ các phương trình và hệ phương trình sau

a) $\cos 3t=\sin t, t\in[0;\pi]$

b) $\begin{cases}(2y-5)^3=x-2\\(2x-5)^3=y-2\end{cases}$

2.2.5. Biện pháp 5: Rèn luyện cho học sinh khả năng phản biện từ những tình huống dễ mắc sai lầm trong giải toán phương trình vô tỷ, lựa chọn được cách giải hay, lời giải độc đáo.

2.2.5.1. Cơ sở của biện pháp

Để phát triển năng lực tư duy sáng tạo cho học sinh giỏi lớp 10 THPT tại tỉnh Lai Châu trong giải phương trình vô tỷ đòi hỏi học sinh phải tìm được nhiều cách giải khác nhau đặc biệt tìm được các cánh giải mới lạ có ý tưởng độc đáo. Trong thực tế các em thường tìm được các ý tưởng độc đáo và tìm được kết quả của bài toán nhưng khi trình bày lời giải, các em thường mắc các lỗi sai như các phép biến đổi, suy luận logic … mà bản thân các em khó có thể phát hiện ra hoặc nếu có phát hiện ra nhưng lại chưa biết cách khắc phục nó. Do vậy để giúp học sinh không mắc sai lầm trong lời giải, giáo viên cần tạo ra nhiều tình huống có vấn đề nhằm tập luyện cho học sinh thói quen, kĩ năng phê phán, tìm ra sai lầm, chỗ chưa hợp lý trong lời giải, từ đó tìm ra lời giải tối ưu.

Nếu học sinh có thói quen phát hiện và sửa chữa sai lầm trong giải phương trình vô tỉ thì có thể phát huy tốt ở học sinh tính nhạy cảm vấn đề và tính hoàn thiện của tư duy sáng tạo.

2.2.5.2. Cách thực hiện.

Để rèn luyện cho học sinh thói quen, kĩ năng phê phán, tìm những sai lầm, những chỗ chưa hợp lý trong lời giải đồng thời tìm lời giải tối ưu cho bài toán giải phương trình vô tỉ, giáo viên tiến hành:

Trước hết giáo viên cần nắm rõ những sai lầm thường gặp, sai lầm điển hình khi giải phương trình vô tỉ mà học sinh thường mắc phải. Từ đó, lựa chọn một số phương trình vô tỉ và xây dựng lời giải mà bản thân nó chứa đựng những sai lầm mà học sinh dễ mắc phải. Sau đó, giáo viên yêu cầu học sinh phát hiện sai lầm, giải thích những lỗi sai trong lời giải đó;

Khi học sinh phát hiện được sai lầm, giáo viên yêu cầu học sinh chỉ rõ nguyên nhân dẫn đến sai lầm và đưa ra hướng khắc phục những sai lầm đó.

2.2.5.3. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 2.18. Giải phương trình $\sqrt{x^2+x-6}+\sqrt{x^2-4}=2\sqrt{x^2-2x}$

Trong giải phương trình vô tỉ, học sinh hay mắc phải sai lầm khi gặp phương trình có dạng $A.B=A.C$. Các em thường chia hai vế cho A và biến đổi thành $B = C$ mà bỏ qua việc xét thêm trường hợp A = 0. Hoặc học sinh khi gặp phương trình dạng $\sqrt{AB} = \sqrt{AC}$ lại biến đổi thành $\sqrt{A}.\sqrt{B} = \sqrt{A}.\sqrt{C}$ mà không để ý đến phép biến đổi

$$\sqrt{A.B} = \begin{cases} \sqrt{A}.\sqrt{B} & \text{nếu } \mathrm{A} \geq 0, \mathrm{B} \geq 0 \\ \sqrt{-A}.\sqrt{-B} & \text{nếu } \mathrm{A} \leq 0, \mathrm{B} \leq 0 \end{cases}.$$

Để giúp học sinh tránh không mắc phải những sai lầm trên, giáo viên đưa ra lời giải sai như sau :

Ta có, phương trình đã cho tương đương với

$$\sqrt{x-2}.\sqrt{x+3} + \sqrt{x-2}.\sqrt{x+2} = 2\sqrt{x}.\sqrt{x-2}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x+3} + \sqrt{x+2} = 2\sqrt{x}$$

Căn thức có nghĩa khi $x \geq 0$. Khi đó ta có

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} > \sqrt{x} \\ \sqrt{x+1} > \sqrt{x} \end{cases} \Rightarrow \sqrt{x+3} + \sqrt{x+2} > 2\sqrt{x}$$

Kết luận phương trình đã cho vô nghiệm.

Sau đó, giáo viên yêu cầu học sinh chỉ ra những sai lầm trong lời giải trên, nêu rõ nguyên nhân dẫn đến sai lầm và trình bày lời giải đúng. Nếu học sinh chưa phát hiện được sai lầm thì giáo viên có thể gợi ý như sau:

Nhận thấy ngay $x = 2$ là nghiệm của phương trình. Do vậy lời giải trên sai. Lời giải trên mắc sai lầm ở việc tách $\sqrt{x^2+x-6}; \sqrt{x^2-4}; \sqrt{x^2-2x}$ thành $\sqrt{x-2}.\sqrt{x+3}; \sqrt{x-2}\sqrt{x+2}; \sqrt{x}.\sqrt{x-2}$ chỉ đúng khi $x-2, x+3;$ $x-2, x+2;$ $x, x-2$ không âm. Để khắc phục sai lầm trên, học sinh cần hiểu và áp dụng đúng phép biến đổi sau: $\sqrt{A.B} = \begin{cases} \sqrt{A}.\sqrt{B} & \text{nếu } \mathrm{A} \geq 0, \mathrm{B} \geq 0 \\ \sqrt{-A}.\sqrt{-B} & \text{nếu } \mathrm{A} \leq 0, \mathrm{B} \leq 0 \end{cases}$. Do đó trong lời giải trên phải xét 3 trường hợp $x = 2$ $x \leq -3$, $x > 2$

Từ đó học sinh có được lời giải đúng

* Điều kiện: $\begin{cases}(x-2)(x+3)\geq 0\\(x-2)(x+2)\geq 0\\x(x-2)\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\leq -3\\x\geq 2\end{array}\right.$

Với điều kiên trên phương trình đã cho tương đương với phương trình

$\sqrt{(x-2)(x+3)}+\sqrt{(x-2)(x+2)}=2\sqrt{x(x-2)}$ (*)

Trường hợp 1, với $x=2$ ta thấy $x=2$ thỏa mãn phương trình.

Trường hợp 2, với $x>2$

Khi đó phương trình trên tương đương với phương trình

$\sqrt{x-2}.\sqrt{x+3}+\sqrt{x-2}.\sqrt{x+2}=2\sqrt{x}.\sqrt{x-2}$

$\Leftrightarrow\sqrt{x+3}+\sqrt{x+2}=2\sqrt{x}$

Vì $x>2$ nên $\begin{cases}\sqrt{x+3}>\sqrt{x}\\\sqrt{x+2}>\sqrt{x}\end{cases}\Rightarrow\sqrt{x+3}+\sqrt{x+2}>2\sqrt{x}$

Do đó $x>2$ không thỏa mãn phương trình.

Trường hợp 3, với $x\leq -3$

Khi đó phương trình trên tương đương với phương trình

$\sqrt{2-x}.\sqrt{-x-3}+\sqrt{2-x}.\sqrt{-x-2}=2\sqrt{-x}.\sqrt{2-x}$

$\Leftrightarrow\sqrt{-x-3}+\sqrt{-x-2}=2\sqrt{-x}$

Vì $x\leq -3$ nên $\begin{cases}\sqrt{-x-3}<\sqrt{-x}\\\sqrt{-x-2}<\sqrt{-x}\end{cases}\Rightarrow\sqrt{-x-3}+\sqrt{-x-2}<2\sqrt{-x}$

Do đó $x\leq -3$ không thỏa mãn phương trình.

Vậy nghiệm của phương trình $\mathrm{x}=2$

Ví dụ 2.18. Khi giải phương trình dạng $\sqrt[3]{A}+\sqrt[3]{B}=\sqrt[3]{C}$ học sinh thường suy nghĩ một cách rất tự nhiên là lũy thừa bậc ba hai vế như sau

$\sqrt[3]{A}+\sqrt[3]{B}=\sqrt[3]{C}\Leftrightarrow A+B+3\sqrt[3]{A}\sqrt[3]{B}\left(\sqrt[3]{A}+\sqrt[3]{B}\right)=C$

$\Leftrightarrow 3\sqrt[3]{A}\sqrt[3]{B}\sqrt[3]{C}=C-(A+B).$

Ở đây học sinh đã thế $\sqrt[3]{A}+\sqrt[3]{B}$ bởi $\sqrt[3]{C}$.

Đây là một sai lầm mà học sinh thường mắc phải và khó có thể nhận ra sai lầm đó.

Để giúp học sinh tránh được sai lầm này, giáo viên yêu cầu học sinh giải phương trình $\sqrt[3]{x-1}+\sqrt[3]{3x-1}=\sqrt[3]{x+1}$.

Trong quá trình học sinh giải phương trình, giáo viên theo dõi và chọn một em có lời giải mắc sai lầm trên lên trình bày. Chẳng hạn học sinh đó có lời giải sai như sau

Điều kiện: $x \in \mathbb{R}$

Ta có $\sqrt[3]{x-1}+\sqrt[3]{3x-1}=\sqrt[3]{x+1}$

$$\Leftrightarrow 4x-2+3\sqrt[3]{x-1}\sqrt[3]{3x-1}\left(\sqrt[3]{x-1}+\sqrt[3]{3x-1}\right)=x+1$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt[3]{x-1}\sqrt[3]{3x-1}\sqrt[3]{x+1}=3(1-x)$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(3x-1)(x+1)=(1-x)^3$$

$$\Leftrightarrow 4x^3-4x^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$$

Kết luận: Tập nghiệm của phương trình là $\mathrm{T}=\{0;1\}$.

Sau đó, giáo viên yêu cầu học sinh theo dõi lời giải trên và cho ý kiến nhận xét, chỉnh sửa. Nếu học sinh chưa phát hiện được sai lầm thì giáo viên có thể gợi ý như sau

Nhận thấy x = 0 không thỏa mãn phương trình ban đầu. Do đó lời giải trên là sai.

Nguyên nhân dẫn đến sai lầm trong lời giải trên

Học sinh đã thay $\sqrt[3]{x-1}+\sqrt[3]{3x-1}$ bởi $\sqrt[3]{x+1}$ mà các em không nhận thấy được rằng $\sqrt[3]{x-1}+\sqrt[3]{3x-1}=\sqrt[3]{x+1}$ không đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Do đó phép biến đổi về phương trình $3\sqrt[3]{x-1}\sqrt[3]{3x-1}\sqrt[3]{x+1}=3(1-x)$ không tương đương mà chỉ là phép biến đổi hệ quả. Chính vì vậy đã làm xuất hiện nghiệm ngoại lai x = 0.

Sau đây là lời giải đúng

Giải phương trình $\sqrt[3]{x-1}+\sqrt[3]{3x-1}=\sqrt[3]{x+1}$

Điều kiện: $x\in\mathbb{R}$

Ta có $\sqrt[3]{x-1}+\sqrt[3]{3x-1}=\sqrt[3]{x+1}$

$$\Leftrightarrow 4x-2+3\sqrt[3]{x-1}\sqrt[3]{3x-1}\left(\sqrt[3]{x-1}+\sqrt[3]{3x-1}\right)=x+1$$

$$\Rightarrow 3\sqrt[3]{x-1}\sqrt[3]{3x-1}\sqrt[3]{x+1}=3(1-x)$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(3x-1)(x+1)=(1-x)^3$$

$$\Leftrightarrow 4x^3-4x^2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\\ x=1\end{array}\right.$$

Thử lại ta thấy $x=1$ thỏa mãn, $x=0$ không thỏa mãn phương trình.

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x=1$.

Qua hai ví dụ trên học sinh biết phát hiện và khắc phục những một số sai lầm thường gặp trong giải phương trình vô tỷ. Từ đó rèn luyện cho học sinh tính nhạy cảm và tính hoàn thiện của tư duy sáng tạo.

Kết luận chương 2

Chương này tác giả đã đề xuất một số biện pháp nhằm phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh giỏi lớp 10 THPT tại tỉnh Lai Châu thông qua dạy học giải phương trình vô tỷ. Trong đó chú trọng vào hoạt động của giáo viên và học sinh nhằm phát triển các thành phần và thuộc tính của tư duy sáng tạo. Với những đề xuất này, tác giả hi vọng góp phần phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh giỏi lớp 10 THPT tại tỉnh Lai Châu thông qua dạy học giải phương trình vô tỷ nói riêng và dạy học môn toán nói chung. Từ đó góp phần nâng cao chất lượng dạy học toán ở trường THPT tại tỉnh Lai Châu.

CHƯƠNG 3
THỰC NGHIỆM SƯ PHẠM

3.1. Mục đích và nhiệm vụ thực nghiệm

3.1.1. Mục đích

Vận dụng các biện pháp sư phạm đã xây dựng vào dạy học phương trình vô tỉ cho học sinh giỏi lớp 10 THPT tại tỉnh Lai Châu nhằm kiểm tra tính khả thi và hiệu quả của đề tài.

3.1.2. Nhiệm vụ

+ Chọn lớp thực nghiệm: Đội tuyển học sinh giỏi Toán 10 trường THPT Chuyên Lê Quý Đôn gồm 10 học sinh do cô giáo Hà Thị Hương dạy; lớp đối chứng: Đội tuyển học sinh giỏi Toán 10 trường THPT Thành Phố gồm 10 học sinh do cô giáo Trần Thị Thơm dạy.

+ Chọn nội dung thực nghiệm: Dạy học phương trình vô tỷ theo hướng phát triển năng lực tư duy sáng tạo.

+ Biên soạn tài liệu thực nghiệm theo hướng phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh đội tuyển Toán lớp 10 thông qua dạy học phương trình vô tỷ theo các biện pháp mà luận văn đã trình bày. Tài liệu thực nghiệm gồm giáo án thực nghiệm, một đề kiểm tra sau khi dạy thực nghiệm.

+ Tiến hành dạy thực nghiệm.

+ Kiểm tra nội dung vừa dạy thực nghiệm.

+ Đánh giá kết quả thực nghiệm.

3.2. Kế hoach và nội dung thực nghiệm

3.2.1. Kế hoạch và tổ chức thực nghiệm

+ Đối tượng thực nghiệm:

- Lớp thực nghiệm: Đội tuyển học sinh giỏi Toán 10 trường THPT Chuyên Lê Quý Đôn gồm 10 học sinh do cô giáo Hà Thị Hương dạy.

- Lớp đối chứng: Đội tuyển học sinh giỏi Toán 10 trường THPT Thành Phố gồm 10 học sinh do cô giáo Trần Thị Thơm dạy.

+ Địa bàn thực nghiệm: Tại trường THPT Chuyên Lê Quý Đôn – tỉnh Lai Châu; trường THPT Thành Phố – tỉnh Lai Châu

+ Thời gian thực nghiệm: được tiến hành vào năm học 2019 - 2020. Trước khi tiến hành dạy thực nghiệm tôi đã trao đổi với giáo viên dạy lớp đối chứng để thống nhất mục đích, nội dung, kế hoạch thực nghiệm, thống nhất giáo án thực nghiệm về mục tiêu, nội dung, phương pháp, phương tiện dạy học cho tiết thực nghiệm.

- Lớp thực nghiệm và lớp đối chứng vẫn tiến hành dạy theo kế hoạch của mỗi nhà trường trong đó lớp thực nghiệm dạy theo giáo án thực nghiệm còn lớp đối chứng dạy theo giáo án do giáo viên dạy lớp đối chứng biên soạn.

- Trong các tiết dạy thực nghiệm và tiết đối chứng đã được các giáo viên trong tổ Toán trường THPT Chuyên Lê Quý Đôn, trường THPT Thành Phố - tỉnh Lai Châu dự giờ và có phiếu đánh giá tiết dạy.

+ Nội dung thực nghiệm: Dạy luyện tập phương trình vô tỉ theo hướng phát triển tư duy sáng tạo.

3.2.2. Nội dung và giáo án thực nghiệm

3.2.2.1. Nội dung thực nghiệm

Trong quá trình thực nghiệm sư phạm, trên cơ sở tôn trọng cấu trúc học sinh giỏi lớp 10 THPT tại tỉnh Lai Châu chúng tôi dạy luyện tập phương trình vô tỉ theo hướng phát triển năng lực tư duy sáng tạo.

3.2.2.2. Giáo án thực nghiệm

LUYỆN TẬP

GIẢI PHƯƠNG TRÌNH VÔ TỶ

Giáo viên dạy: Hà Thị Hương – Trường THPT Chuyên Lê Quý Đôn tỉnh Lai Châu.

Địa điểm: Trường THPT Chuyên Lê Quý Đôn tỉnh Lai Châu

I. Mục tiêu

1. Kiến thức

Giúp học sinh nắm chắc một số phương pháp giải phương trình vô tỷ như phương pháp đặt ẩn phụ, phương pháp thế lượng giác, phương pháp hàm số.

2. Kĩ năng

Giúp học sinh

+ Giải được một số phương trình vô tỷ bằng phương pháp đặt ẩn phụ, phương pháp thế lượng giác và phương pháp hàm số.

+ Trình bày lời giải một phương trình vô tỷ theo các phương pháp đã nêu trên.

3. Tư duy

+ Rèn luyện và phát triển năng lực tư duy sáng tạo cho học sinh đội tuyển toán 10, đặc biệt là rèn luyện các thao tác trí tuệ, hình thành phẩm chất của tư duy khoa học.

+ Kích thích trí tò mò, ham muốn khám phá các phương pháp giải mới khi đặt học sinh trước các tình huống có vấn đề, giúp học sinh thấy được nhu cầu, có hứng thú và quyết tâm huy động kiến thức, kinh nghiệm và tư duy sáng tạo của bản thân phát hiện cách giải phương trình vô tỷ.

4. Thái độ

+ Rèn luyện tính chính xác, tính cẩn thận cho học sinh.

+ Tạo cho học sinh tinh thần hợp tác tốt, tính tích cực tham gia bài học, tạo hứng thú trong việc tiếp thu kiến thức, năng lực sáng tạo trong giải toán, cố gắng để phát huy được tư duy sáng tạo của bản thân, rèn luyện tư duy logic, tư duy sáng tạo.

II. Phương pháp dạy học

Sử dụng linh hoạt các pháp dạy học chủ yếu sau

+ Phương pháp gợi mở vấn đáp;

+ Phương pháp phát hiện giải quyết vấn đề;

+ Phương pháp dạy học khám phá.

III. Kiến thức chuẩn bị

1. Giáo viên

+ Bài tập phương trình vô tỉ, các tình huống dạy học;

+ Hệ thống câu hỏi gợi mở vấn đáp;

+ Dụng cụ, thiết bị dạy học.

2. Học sinh

+ Các phương pháp giải phương trình vô tỷ thường gặp;

+ Các dạng phương trình vô tỷ thường gặp;

+ Dụng cụ phục vụ học tập.

IV. Tiến trình lên lớp

1. Ổn định lớp

- Sĩ số: 10/10

2. Tổ chức dạy học

Hoạt động 1. Rèn luyện cho học sinh một số cách sáng tạo phương trình vô tỷ

Bài toán 1. Sáng tạo phương trình vô tỷ xuất phát từ

a) Phương trình $2\sqrt{3}u^2 + u - \sqrt{3} = 0$ $\quad (3.1)$

b) Phương trình $\sin\left(3u-\frac{\pi}{4}\right)=\sin\left(u+\frac{\pi}{4}\right)$ $\quad(3.2)$

c) Hàm số $f(u)=u^3+u$ $\quad(3.3)$

Hoạt động 1.1. Tìm ý tưởng sáng tạo phương trình

Giáo viên	Học sinh
Em hãy nêu hướng sáng tạo phương trình vô tỷ tương ứng với các ý trên? Chỉ ra những yêu cầu của từng hướng để sáng tạo phương trình có tính khả thi?	+ Với ý a, ta có thể thay u bởi $f(x)$ tùy ý sao cho phương trình $f(x)=u$, ẩn x giải được. + Với ý b, ta có thể sáng tạo phương trình bằng cách biến đổi phương trình lượng giác đã cho về phương trình chỉ chứa một hàm số lượng giác $y=h(u)$. Sau đó đặt $h(u)=x$, ta được phương trình vô tỷ mới. + Với ý c, hàm số $f(u)=u^3+u$ đơn điệu trên $\mathbb{R}$. Ta chọn $u(x),v(x)$ sao cho phương trình $u(x)=v(x)$ giải được sau đó rút gọn phương trình $f(u(x))=f(v(x))$.

Hoạt động 1.2. Thực hiện ý tưởng sáng tạo phương trình

Giáo viên	Học sinh
<u>Ý a)</u> Chọn $f(x)=?$ Gợi ý: Có thể chọn $f(x)=\sqrt{\frac{x^2-x+1}{x^2++1}}$	Thay $u=\sqrt{\frac{x^2-x+1}{x^2++1}}$ và rút gọn, ta được: $2\sqrt{3}\left(\frac{x^2-x+1}{x^2+x+1}\right)+\sqrt{\frac{x^2-x+1}{x^2+x+1}}-\sqrt{3}=0$ $\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}\left(x^2-3x+1\right)}{x^2+x+1}=-\sqrt{\frac{x^2-x+1}{x^2+x+1}}$

	$\Leftrightarrow x^2-3x+1=-\frac{\sqrt{3}}{3}\sqrt{x^4+x^2+1}$
Ý b) Biến đổi phương trình về dạng phương trình chỉ chứa một hàm số lượng giác.	* Biến đổi phương trình ta được: $\sin 3u-\cos 3u=\sin u+\cos u$ $\Leftrightarrow 3\sin u-4\sin^3 u-4\cos^3 u+3\cos u=\sin u+\cos u$ $\Leftrightarrow 2\cos u+\sin u\left(3-4\sin^2 u\right)=4\cos^3 u+\sin u$ $\Leftrightarrow 2\cos u+\sin u\left(4\cos^2 u-1\right)=4\cos^3 u+\sin u$ $\Leftrightarrow 2\cos u+\sqrt{1-cos^2 u}\left(4\cos^2 u-1\right)$ $=4\cos^3 u+\sqrt{1-cos^2 u}$ * Thay $\cos u$ bởi x, ta được: $2x+\left(4x^2-1\right)\sqrt{1-x^2}=4x^3+\sqrt{1-x^2}$
Ý c) Nhận xét tính đơn điệu của hàm số $f\left(u\right)=u^3+u$ Chọn $u\left(x\right),v\left(x\right)=?$ *Gợi ý*: Có thể chọn $u\left(x\right)=x+1,$ $v\left(x\right)=\sqrt[3]{7x^2+9x-4}$	* TXĐ: $D=\mathbb{R}$. * Hàm số $f\left(u\right)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. * Khi đó $f\left(x+1\right)=f\left(\sqrt[3]{7x^2+9x-4}\right)$ $\Leftrightarrow \left(x+1\right)^3+\left(x+1\right)=\left(7x^2+9x-4\right)+\sqrt[3]{7x^2+9x-4}$ $\Leftrightarrow x^3-4x^2-5x+6=\sqrt[3]{7x^2+9x-4}$
Phát biểu bài toán thu được?	Bài toán. Giải các phương trình sau a) $x^2-3x+1=-\frac{\sqrt{3}}{3}\sqrt{x^4+x^2+1}$ b) $2x+\left(4x^2-1\right)\sqrt{1-x^2}=4x^3+\sqrt{1-x^2}$ c) $x^3-4x^2-5x+6=\sqrt[3]{7x^2+9x-4}$

Hoạt động1.3. Giải phương trình vừa sáng tạo được

a) $x^2-3x+1=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\sqrt{x^4+x^2+1}$ $\quad(3.4)$

Trước tiên ta đi tìm điều kiện của phương trình.

Điều kiện $x\in\mathbb{R}$

Ta có phương trình (3.4) tương đương với phương trình

$$2\sqrt{3}\left(\frac{x^2-x+1}{x^2+x+1}\right)+\sqrt{\frac{x^2-x+1}{x^2+x+1}}-\sqrt{3}=0$$

Đặt $t=\sqrt{\dfrac{x^2-x+1}{x^2+x+1}}$, với điều kiện $t\ge 0$ ta đưa phương trình về dạng

$$2\sqrt{3}t^2+t-\sqrt{3}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} t=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\\ t=\dfrac{-3}{2\sqrt{3}}(loai)\end{array}\right.$$

Với $t=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$, ta có $\dfrac{x^2-x+1}{x^2+x+1}=\dfrac{1}{3}$ hay $2x^2-4x+2=0\Leftrightarrow x=1$

Vậy nghiệm phương trình đã cho là $x=1$.

b) $2x+\left(4x^2-1\right)\sqrt{1-x^2}=4x^3+\sqrt{1-x^2}$ $\quad(3.5)$

Đặt $x=\cos u$, với điều kiện $u\in[0;\pi]$.

Khi đó ta có phương trình (3.2) trở thành

$$2\cos u+\left(4\cos^2u-1\right)\sqrt{1-\cos^2u}=4\cos^3u+\sqrt{1-\cos^2u}$$

$$\Leftrightarrow 2\cos u+\left(4\cos^2u-2\right)\sin u=4\cos^3u$$

$$\Leftrightarrow\left(2\cos^2u-1\right)\sin u=\cos u\left(2\cos^2u-1\right)$$

$$\Leftrightarrow\left(\sin u-\cos u\right)\cos 2u=0$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos 2u=0\\ \tan u=1\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u = \dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2} \\ u = \dfrac{\pi}{4} + k\pi \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow u = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2},\ k \in \mathbb{Z}$$

Với $u \in [0;\pi]$ suy ra $u = \dfrac{\pi}{4}, u = \dfrac{3\pi}{4}$.

Kết luận : Tập nghiệm $T = \left\{ \pm\dfrac{\sqrt{2}}{2} \right\}$

c) $x^3 - 4x^2 - 5x + 6 = \sqrt[3]{7x^2 + 9x - 4}$ $\quad (3.6)$

Trước tiên ta đi tìm điều kiện của phương trình.

Điều kiện: $x \in \mathbb{R}$

Ta có phương trình (3.6) tương đương với phương trình $(x+1)^3 + (x+1) = (7x^2 + 9x - 4) + \sqrt{7x^2 + 9x - 4}$

Xét hàm số $f(u) = u^3 + u, u \in \mathbb{R}$. $\forall u_1, u_2 \in \mathbb{R}, u_1 \neq u_2$,

$\dfrac{f(u_1) - f(u_2)}{u_1 - u_2} = {u_1}^2 + {u_2}^2 + u_1u_2 + 1 > 0 \Rightarrow f(u)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó phương trình tương đương với $f(x+1) = f\left(\sqrt[3]{7x^2 + 9x - 4}\right)$

$$\Leftrightarrow x + 1 = \sqrt[3]{7x^2 + 9x - 4}$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 4x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-5)(x^2 + x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 5 \\ x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \end{array}\right.$$

Kết luận: Tập nghiệm $T = \left\{5; \dfrac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}\right\}$

Hoạt động 2. Rèn luyện cho học sinh xem xét phương trình vô tỷ từ các góc độ khác nhau và tìm nhiều cách giải

Bài toán 2. Giải các phương trình sau

a) $\sqrt{x^2+x-6}+3\sqrt{x-1}-\sqrt{3x^2-6x+19}=0$

b) $x^3-6x^2+12x-7=\sqrt[3]{-x^3+9x^2-19x+11}$

c) $\sqrt{1+\sqrt{1-x^2}}\left(\sqrt{(1-x)^3}-\sqrt{(1+x)^3}\right)=2+\sqrt{1-x^2}$

Hoạt động 2.1. Tìm cách giải phương trình

$$\sqrt{x^2+x-6}+3\sqrt{x-1}-\sqrt{3x^2-6x+19}=0 \qquad (3.7)$$

Giáo viên	Học sinh
Hãy tìm cách làm giảm số lượng dấu căn thức trong phương trình trên? Hãy nhận dạng và giải phương trình trên?	Điều kiện $x \geq 2$ Phương trình (3.7) tương đương với $\sqrt{x^2+x-6}+3\sqrt{x-1}=\sqrt{3x^2-6x+9}$ Bình phương hai vế ta được $3\sqrt{(x-2)(x+3)(x-1)}=x^2-8x+17$ $\Leftrightarrow 3\sqrt{(x^2+2x-3)(x-2)}$ $=(x^2+2x-3)-10(x-2)$ Vì x = 2 không là nghiệm của phương trình, chia hai vế của phương trình cho $x-2$ ta được $\left(\dfrac{x^2+2x-3}{x-2}\right)-3\sqrt{\dfrac{x^2+2x-3}{x-2}}-10=0$

	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{\dfrac{x^2+2x-3}{x-2}}=5 \\ \sqrt{\dfrac{x^2+2x-3}{x-2}}=-2(\text{loai})\end{array}\right.$ * $\sqrt{\dfrac{x^2+2x-3}{x-2}}=5 \Leftrightarrow x^2+2x-5=25(x-1)$ $\Leftrightarrow x^2-23x+47=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{23\pm\sqrt{341}}{2}$ * Vậy tập nghiệm: $T=\left\{\dfrac{23\pm\sqrt{341}}{2}\right\}$
Nhận xét lời giải	Nhận xét và ghi nhớ kiến thức

Hoạt động 2.2. Tìm cách giải phương trình

$$x^3-6x^2+12x-7=\sqrt[3]{-x^3+9x^2-19x+11} \qquad (3.8)$$

Giáo viên	Học sinh
Tìm hướng giải phương trình trên. Thực hiện giải phương trình (3.8)?	HS phân tích và đưa ra hướng giải (sử dụng phương pháp hàm số) * Điều kiện: $x\in\mathbb{R}$ * Ta có phương trình (3.8) $\Leftrightarrow \left(-x^3+9x^2-19x+11\right)+2\sqrt[3]{-x^3+9x^2-19x+11}$ $=(x-1)^3+2(x-1)$ Xét hàm số $f(z)=z^3+2z$, $z\in\mathbb{R}$ $f'(z)=3z^2+2>0,\forall z\in\mathbb{R}\Rightarrow$ hàm số $f(z)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Do đó phương trình tương đương với $f(x-1)=f\left(\sqrt[3]{-x^3+9x^2-19x+11}\right)$

	$\Leftrightarrow x-1=\sqrt[3]{-x^3+9x^2-19x+11}$ $\Leftrightarrow x^3-6x^2+11x-6=0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \\ x=3 \end{array}\right.$ * Vậy tập nghiệm: $T=\{1;2;3\}$
Nhận xét lời giải?	Nhận xét và ghi nhớ kiến thức

Giáo viên: Tìm hướng giải khác đối với phương trình (3.8)?

Học sinh đưa hướng giải khác như sau

Điều kiện $x\in\mathbb{R}$

Đặt $t=\sqrt[3]{-x^3+9x^2-19x+11}$, ta có $\begin{cases} t^3=-x^3+9x^2-19x+11 \\ t=x^3-6x^2+12x-7 \end{cases}$

Từ hệ phương trình, ta có $t^3+2t=(x-1)^3+2(x-1)$

Xét hàm số $f(z)=z^3+2z$, $z\in\mathbb{R}$

$f'(z)=3z^2+2>0,\forall z\in\mathbb{R} \Rightarrow$ hàm số $f(z)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó phương trình tương đương với: $f(x-1)=f(y)\Leftrightarrow x-1=t$

$\Leftrightarrow x-1=\sqrt[3]{-x^3+9x^2-19x+11}$

$\Leftrightarrow x^3-6x^2+11x-6=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \\ x=3 \end{array}\right.$

Kết luận: Tập nghiệm $T=\{1;2;3\}$.

Hoạt động 2.3. Tìm cách giải phương trình

$$\sqrt{1+\sqrt{1-x^2}}\left(\sqrt{(1-x)^3}-\sqrt{(1+x)^3}\right)=2+\sqrt{1-x^2} \qquad (3.9)$$

Giáo viên	Học sinh
Hãy phân tích và tìm ra hướng giải phương trình trên?	Từ điều kiện của phương trình $\lvert x\rvert \le 1$, hơn nữa trong phương trình có chứa biểu thức $\sqrt{1-x},\sqrt{1+x},\sqrt{1-x^2}$ mang "chất" lượng giác. Do đó gợi cho ta phương pháp thế lượng giác $x=\sin u$ hoặc $x=\cos u$
Giải bài phương trình (3.9)?	* Điều kiện : $\lvert x\rvert \le 1$ * Đặt $x=\cos u, u\in[0;\pi]$, ta có $\sqrt{1+\sin u}\left(\sqrt{(1-\cos u)^3}-\sqrt{(1+\cos u)^3}\right)$ $=2+\sin u$ $\Leftrightarrow \sqrt{\left(\sin\frac{u}{2}+\cos\frac{u}{2}\right)^2}.\left(\sqrt{\left(2\sin^2\frac{u}{2}\right)^3}-\sqrt{\left(2\cos^2\frac{u}{2}\right)^3}\right)$ $=2+\sin u$ $\Leftrightarrow 2\sqrt{2}\left(\sin\frac{u}{2}+\cos\frac{u}{2}\right)\left(\sin^3\frac{u}{2}-\cos^3\frac{u}{2}\right)$ $=2+\sin u$ $\Leftrightarrow -\sqrt{2}\cos u(2+\sin u)=2+\sin u$ $\Leftrightarrow \cos u=-\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow x=-\frac{1}{\sqrt{2}}$ Kết luận: Tập nghiệm $T=\left\{-\frac{1}{\sqrt{2}}\right\}$
Nhận xét lời giải?	Nhận xét và ghi nhớ kiến thức

Giáo viên: Cách giải khác đối với phương trình (3.9)?

Học sinh đưa hướng giải khác như sau

Đặt $x=\sin u$, $u\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$, ta có

$$\sqrt{1+\cos u}\left[\left(\cos\frac{u}{2}-\sin\frac{u}{2}\right)^3-\left(\cos\frac{u}{2}+\sin\frac{u}{2}\right)^3\right]=2+\cos u$$

$$\Leftrightarrow -2\sqrt{2}\sin\frac{u}{2}\cos\frac{u}{2}\left(1+2\cos^2\frac{u}{2}\right)=2+\cos u$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{2}\sin u+1\right)\left(2+\cos u\right)=0$$

$\Leftrightarrow \sin u=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. Suy ra $x=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Kết luận: Tập nghiệm $T=\left\{-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right\}$.

3. Củng cố

Nắm vững và giải thành thạo phương trình vô tỉ bằng phương pháp đặt ẩn phụ, phương pháp thế lượng giác, phương pháp hàm số.

Linh hoạt nhận dạng, phát hiện cách giải phương trình vô tỷ.

Nêu cách giải các phương trình sau

a) $4x^3-3x=\dfrac{1}{2}$ $\qquad (3.10)$

b) $3x^2-2x-2=2\sqrt{3}\sqrt{x^3+3x^2+4x+2}$ $\qquad (3.11)$

c) $(2x+3)\sqrt{4x^2+12x+11}+3x\sqrt{9x^2+2}=-5x-3$ $\qquad (3.12)$

d) $\sqrt{1-x}=2x^2-1+2x\sqrt{1-x^2}$ $\qquad (3.13)$

Hoạt động 3. Phân tích, nhận dạng và tìm cách giải phương trình

Giáo viên	Học sinh
Ý a) Hãy phân tích và tìm hướng giải phương tình trên?	Phân tích: Từ $4cos^3x-3\cos x=cos3x$ và sự xuất hiện của biểu thức $4x^3-3x$ cho ta dấu hiệu sử dụng phép thế lượng giác. Đặt $x=\cos t$,

Gợi ý: Sử dụng công thức nhân ba nhận xét mối quan hệ giữa $4\cos^3 x - 3\cos x = \cos 3x$ và $4x^3 - 3x$?	$t \in [0;\pi]$
Ý b) Hãy phân tích và tìm hướng giải phương tình trên?	Phân tích + Vì $3x^2 - 2x - 2 = 3(x^2 + 2x + 2) - 8(x+1)$ và $x^3 + 3x^2 + 4x + 2 = (x+1)(x^2 + 2x + 2)$ nên đây là dấu hiệu của phương pháp đặt ẩn phụ. + Phương trình biến đổi về dạng $3\left(\frac{x^2+2x+2}{x+1}\right) - 2\sqrt{3}\sqrt{\frac{x^2+2x+2}{x+1}} - 8 = 0$ + Đặt $t = \sqrt{\frac{x^2+2x+2}{x+1}}$
Ý c) Hãy phân tích và tìm hướng giải phương trình trên?	Biến đổi phương trình về dạng $(2x+3)\sqrt{(2x+3)^2+2} + (2x+3)$ $= (-3x)\sqrt{(-3x)^2+2} + (-3x)$ Khi đó phương trình có dạng $f(2x+3) = f(-3x)$ với $f(z) = z\sqrt{z^2+2}$. Ta sử dụng phương pháp hàm số giải phương trình.
ý d) Hãy phân tích và tìm hướng giải phương trình trên?	Phân tích: Từ điều kiện $\lvert x\rvert \le 1$ và sự xuất hiện các biểu thức $\sqrt{1-x}, \sqrt{1-x^2}$ cho ta dấu hiệu của

Gợi ý: điều kiện $\|x\| \le 1$ và sự xuất hiện các biểu thức $\sqrt{1-x}, \sqrt{1-x^2}$ cho ta dấu hiệu của phương pháp nào?	phép thế lượng giác + Vì $1-\cos x = 2\sin^2 \frac{x}{2}$ và $1-cos^2 x = \sin^2 x$ nên nếu đặt $x = \cos t$ thì sẽ khử được các dấu căn thức trong phương trình. Do vậy $x = \cos t$, $t \in [0;\pi]$

4. Dặn dò

- Về nhà giải các phương trình đã cho theo cách trên và tìm thêm cách giải khác cho mỗi phương trình đó.

Phân tích giáo án.

Trong giáo án trên, tôi đã bám sát và vận dụng các biện pháp mà đề tài nghiên cứu:

+ Biện pháp 1: Biện pháp này được thể hiện ở hoạt động 3, 4. Giáo viên đã tạo hứng thú cho học sinh thông qua tình huống có vấn đề đó là tìm cách giải phương trình vô tỉ.

+ Biện pháp 2: Biện pháp này được thể hiện ở các hoạt động 1, 2 và hoạt động 3 đó là việc rèn luyện các kỹ năng biến đổi trong việc giải các phương trình nói trên.

+ Biện pháp 3: Biện pháp này được thể hiện ở hoạt động 2 và 3. Giáo viên đã tổ chức tập luyện cho học sinh xem xét phương trình vô tỉ ở các góc độ khác nhau để tìm cách giải. Đồng thời phát huy ở học sinh các thành phần của tư duy sáng tạo đó là tính mềm dẻo và tính nhuần nhuyễn trong tư duy.

+ Biện pháp 4: Biện pháp này được thể hiện ở hoạt động 3 và hoạt động 4. Giáo viên đã tổ chức học sinh tìm các cách giải khác nhau. Đồng thời phát huy ở học sinh các thành phần của tư duy sáng tạo đó chính là tính độc đáo và tính mềm dẻo trong tư duy.

+ Biện pháp 5: Biện pháp này được thể hiện ở việc trình bày lời giải, nhận xét lời giải của học sinh. Đồng thời phát huy ở học sinh các thành phần của tư duy sáng tạo như tính hoàn thiện và tính nhạy cảm vấn đề trong tư duy.

3.3. Kết quả thực nghiệm và đánh giá

Sau các tiết dạy thực nghiệm và các tiết dạy đối chứng, chúng tôi tiến hành lấy kết quả đánh giá nhận xét từ phía các giáo viên dự giờ, dựa vào quan sát về hoạt động dạy học ở lớp thực nghiệm và lớp đối chứng, kết quả bài làm kiểm tra của học sinh và phỏng vấn trự tiếp học sinh ở cả hai lớp thực nghiệm và đối chứng, chúng tôi đưa ra đánh giá như sau.

3.3.1. Đánh giá định tính

Ở lớp thực nghiệm không khí học tập sôi nổi, các em học sinh tích cực tư duy, độc lập, sáng tạo, hăng say tìm tòi các cách giải phương trình vô tỷ hơn ở lớp đối chứng. Trong lớp dạy thực nghiệm, sự tương tác giữa học sinh với học sinh, giữa học sinh với giáo viên diễn ra tích cực, chủ động và tỏ ra rất hiệu quả.

Khả năng tiếp thu kiến thức mới, giải các bài tập về phương trình vô tỷ ở lớp thực nghiệm cao hơn so với lớp đối chứng. Học sinh lớp thực nghiệm tích cực suy nghĩ tìm nhiều lời giải cho một bài toán, tích cực tiến hành các thao tác tư duy để huy động kiến thức cơ bản, các tri thức liên quan để phân tích từ đó tìm hướng giải bài tập phương trình vô tỷ, luôn có ý thức tìm tòi, khai thác, phát triển bài toán, đề xuất các bài toán tương tự, bài toán mới.

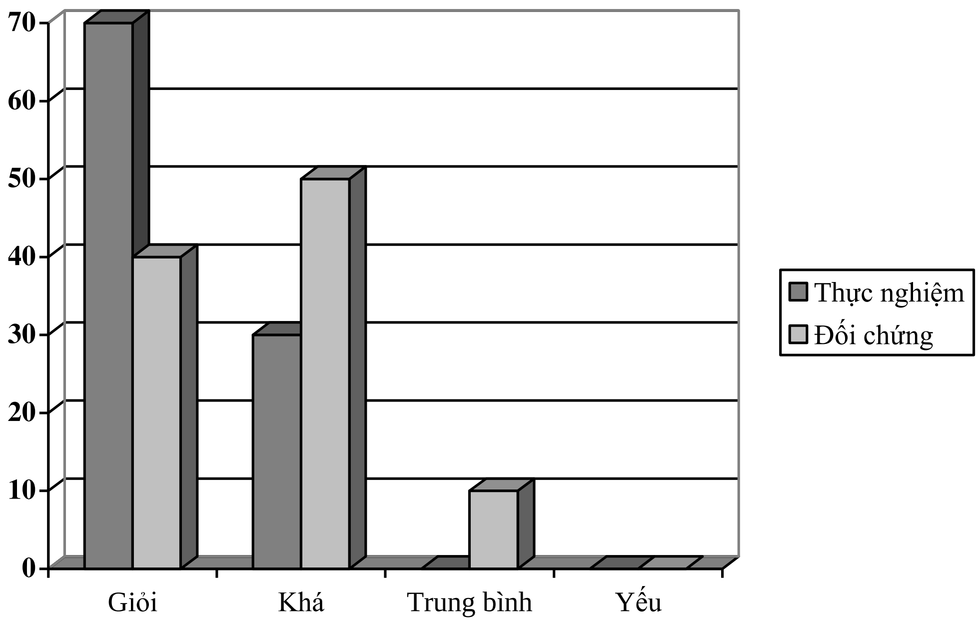
Trong bài kiểm tra học sinh ở cả hai lớp đều nắm bắt tốt các kiến thức cơ bản. Tuy nhiên, ở lớp thực nghiệm học sinh trình bày lời giải mạch lạc, ngắn gọn, lập luận logic chặt chẽ và chính xác hơn. Đặc biệt đối với những câu đòi hỏi tính sáng tạo thì học sinh lớp đối chứng làm không tốt bằng học sinh lớp thực nghiệm.

3.3.2. Đánh giá định lượng

Bảng 3.1. Kết quả kiểm tra lớp thực nghiệm và lớp đối chứng sau thực nghiệm

Lớp \ Kết quả		Giỏi	Khá	Trung bình	Yếu	Tổng số bài
Thực nghiệm	Số lượng	7	3	0	0	10
	%	70	30	0	0	
Đối chứng	Số lượng	4	5	1	0	10
	%	40	50	10	0	

Biểu đồ 3.1. Kết quả kiểm tra lớp thực nghiệm và lớp đối chứng



Căn cứ vào kết quả kiểm tra chúng tôi nhận thấy kết quả của lớp thực nghiệm cao hơn so với lớp đối chứng, trong đó tỉ lệ học sinh đạt điểm giỏi nhiều hơn hẳn, do đó hệ thống bài tập trong đề kiểm tra đòi hỏi tính sáng tạo và khả năng suy luận cao thì các học sinh lớp thực nghiệm làm tốt hơn. Điều đó chứng tỏ rằng các biện pháp trong luận văn bước đầu đã phát huy tác dụng tốt trong việc phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh giỏi Toán 10 THPT tại tỉnh Lai Châu.

Kết luận chương 3

Dạy học phương trình vô tỉ theo các biện pháp mà luận văn đã trình bày cho thấy học sinh lớp thực nghiệm có động cơ học tập tương đối tốt. Biểu hiện ở học sinh hăng hái phát biểu ý kiến xây dựng bài. Sự tương tác giữa các học sinh, giữa học sinh và giáo viên diễn ra tích cực, thân thiện, đạt hiệu quả. Học sinh linh hoạt sử dụng các thao tác tư duy để huy động vốn kiến thức cơ bản, các tri thức liên quan vào giải phương trình vô tỷ; có ý thức tìm tòi, khai thác, phát triển bài toán và đề xuất các bài toán tương tự, bài toán mới; tìm kiếm phương pháp giải mới cho các dạng phương trình vô tỷ.

Nhìn chung đối với học sinh lớp thực nghiệm việc trình bày trong bài kiểm tra ngắn gọn, mạch lạc, lập luận chính xác. Học sinh lớp thực nghiệm đưa ra nhiều lời giải hay và độc đáo. Hệ thống bài tập đòi hỏi tính sáng tạo thì học sinh lớp thực nghiệm làm tốt hơn so với lớp đối chứng.

Kết quả của thực nghiệm sư phạm cho thấy việc sử dụng phối hợp năm biện pháp đã trình bày trong luận văn một cách hợp lí trong quá trình dạy học giải phương trình vô tỉ có tác dụng tốt trong việc rèn luyện các thành phần của tư duy sáng tạo cho học sinh giỏi Toán 10 THPT tại tỉnh Lai Châu; có tác dụng tốt trong việc tạo động cơ, gây hứng thú, phát huy tính tích cực, chủ động, sáng tạo của học sinh giỏi Toán 10 THPT tại tỉnh Lai Châu; góp phần nâng cao chất lượng dạy và học phương trình vô tỷ. Như vậy nhiệm vụ thực nghiệm sư phạm đã hoàn thành, bước đầu đã đạt được mục đích đề ra.

KẾT LUẬN VÀ KHUYẾN NGHỊ

1. Kết luận

Trong phạm vi nghiên cứu của đề tài, chúng tôi đi từ việc hệ thống hóa các cơ sở lý luận, thực tiễn của đề tài để từ đó đề xuất một số biện pháp dạy học nhằm phát triển năng lực tư duy sáng tạo cho học sinh giỏi Toán 10 THPT tại tỉnh Lai Châu trong dạy học phương trình vô tỷ và minh họa vận dụng thông qua các ví dụ cụ thể.

Trong quá trình hệ thống hóa và thực hiện đề tài này, chúng tôi đã thu được các kết quả sau đây:

Đã làm rõ các khái niệm tư duy, tư duy sáng tạo, các thành tố đặc trưng của tư duy sáng tạo; từ đó lựa chọn một số yếu tố của tư duy sáng tạo để rèn luyện cho học sinh giỏi Toán 10 THPT tại tỉnh Lai Châu trong dạy học phương trình vô tỷ;

Tìm hiểu những thuận lợi và khó khăn khi dạy học phương trình vô tỷ với đối tượng học sinh giỏi Toán 10 THPT tại tỉnh Lai Châu; khả năng phát triển tư duy sáng tạo cho đội tuyển học sinh giỏi Toán 10 thông qua dạy học phương trình vô tỷ;

Xây dựng năm biện pháp nhằm phát triển năng lực tư duy sáng tạo cho học sinh giỏi Toán 10 THPT tại tỉnh Lai Châu thông qua dạy học phương trình vô tỷ;

Vận dụng các biện pháp sư phạm vào dạy học phương trình vô tỷ, thể hiện qua một số ví dụ và bài tập cụ thể;

Thực nghiệm sư phạm đã cho thấy tính khả thi và hiệu quả của các biện pháp sư phạm.

2. Khuyến nghị

Trong quá trình thực hiện luận văn, đặc biệt là quá trình thực nghiệm, chúng tôi nhận thấy cần có một đề xuất sau:

Các trường THPT trong tỉnh Lai Châu cần quan tâm chỉ đạo và mạnh dạn đổi mới phương pháp dạy học, tạo ra sự tương tác cao giữa học sinh và giáo viên, học sinh với học sinh. Giáo viên cần tích cực đầu tư thời gian, công sức để có được phương pháp giảng dạy phù hợp để phát huy tính tích cực, chủ động sáng tạo của đội tuyển học sinh giỏi Toán 10 nói riêng và học sinh THPT trong tỉnh Lai Châu nói chung;

Trên cơ sở những vấn đề đã được hệ thống hóa của luận văn này, đề tài cần được tiếp tục nghiên cứu và phát triển rộng rãi hơn nữa.

Phát triển năng lực tư duy sáng tạo cho học sinh giỏi Toán 10 THPT tại tỉnh Lai Châu thông qua dạy học phương trình vô tỷ là một vấn đề đòi hỏi phải có thời gian và những kế hoạch cụ thể. Kết quả nghiên cứu của đề tài này chứng tỏ giả thuyết khoa học là đúng đắn, nhiệm vụ nghiên cứu đã được hoàn thành. Chúng tôi hi vọng đề tài sẽ góp phần giúp học sinh giỏi Toán 10 THPT tại tỉnh Lai Châu phát triển tư duy sáng tạo trong khi giải phương trình vô tỷ, đồng thời góp phần nâng cao chất lượng đào tạo mũi nhọn của các trường trung học phổ thông tại Tỉnh Lai Châu. Tuy nhiên về kinh nghiệm, thời gian và tài liệu còn hạn chế vì vậy trong quá trình khai thác và triển khai đề tài chắc hẳn không tránh khỏi những thiếu sót. Rất mong nhận được sự quan tâm của các nhà nghiên cứu giáo dục, sự chỉ bảo tận tình của các thầy cô và đồng nghiệp để đề tài của tôi được hoàn thiện hơn.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1]. Phạm Minh Hạc (1998), *Giáo trình tâm lý học*, Nhà xuất bản Giáo dục, Hà Nội.

[2]. Nguyễn Bá Kim (2010), *Phương pháp dạy học môn toán* (Giáo trình ĐHSP), Nhà xuất bản Đại học sư phạm.

[3]. Trần Luận (1996), *Vận dụng tư tưởng sư phạm của G.Pôlya xây dựng nội dung và phương pháp dạy học trên cơ sở các hệ thống bài tập theo chủ đề nhằm phát huy năng lực sáng tạo của học sinh chuyên toán cấp II*, Luận án PTS khoa học giáo dục - Tâm lý, Viện khoa học Giáo dục.

[4]. Bùi Văn Nghị (2008), *Phương pháp dạy học những nội dung cụ thể môn Toán* (Giáo trình ĐHSP), Nhà xuất bản Đại học sư phạm.

[5]. Hoàng Phê (chủ biên) (1992), *Từ điển Tiếng Việt*, Trung tâm từ điển ngôn ngữ, Hà Nội.

[6]. Trần Thúc Trình (2008), *Tư duy và hoạt động toán học*, Viện nghiên cứu giáo dục.

[7]. Nguyễn Anh Tuấn (2012), *Lôgic toán và Lịch sử Toán học* (Giáo trình ĐHSP), Nhà xuất bản Đại học sư phạm.

PHỤ LỤC
ĐỀ KIỂM TRA 40 PHÚT

Giải các phương trình sau

1. (2.0 điểm) $\sqrt[3]{x^2-1}+x=\sqrt{x^3-2}$

2. (2.0 điểm) $x^2+\left(3-\sqrt{x^2+2}\right)x=1+2\sqrt{x^2+2}$

3. (2.0 điểm) $3x^2-2x-2=2\sqrt{3}\sqrt{x^3+3x^2+4x+2}$

4. (2.0 điểm) $(x-1)\left(2\sqrt{x-1}+3\sqrt[3]{x+6}\right)=x+6$

5. (2.0 điểm)

$$\sqrt{(x+2)(2x-1)}-3\sqrt{x+6}=4-\sqrt{(x+6)(2x-1)}+3\sqrt{x+2}$$