

Câu 1 a) Viết hàm Matlab dạng function $[value, n] = \text{Gauss_quad}(f, a, b, nmax, eps, k)$ để tính gần đúng tích phân $\int_a^b f(x)dx$ trong các trường hợp cấp chính xác (kí hiệu bởi k) nhận các giá trị từ 1 đến 7.

b) Test hàm vừa viết với trường hợp $k = 1$ và so sánh với quy tắc hình thang/quy tắc trung điểm khi áp dụng để tính $\int_0^2 e^{-x^2} dx$.

c) Test hàm vừa viết với trường hợp $k = 2$ và so sánh với quy tắc Simpson khi áp dụng để tính $\int_0^2 e^{-x^2} dx$.

Câu 2 Hãy áp dụng một quy tắc tính gần đúng tích phân mà các em đã viết ở trên để khẳng định hay phủ định những dự đoán sau

a. $\int_0^1 \frac{4}{1+x^2} dx = \pi$ b. $\int_0^1 \sqrt{x} \log(x) dx = -\frac{4}{9}$ c. $\int_0^1 \sqrt{x^3} dx = \frac{2}{5}$
d. $\int_0^1 \frac{1}{1+10x^2} dx = \frac{4}{5}$ e. $\int_{-9}^{100} \frac{1}{\sqrt{|x|}} dx = 26$ f. $\int_0^{10} 25e^{-25x} dx = 1$
g. $\int_0^1 \log(x) dx = -1$

Câu 3 Hãy xác định các hằng số a, b, c , và d sao cho quy tắc cầu phương sau có cấp chính xác là 3.

$$\int_{-1}^1 f(x)dx = af(-1) + bf(1) + cf'(-1) + df'(1) .$$

Câu 4 Hãy xác định các hằng số a, b, c, d, e sao cho quy tắc cầu phương sau có cấp chính xác là 4.

$$\int_{-1}^1 f(x)dx = af(-1) + bf(1) + cf(0) + df'(-1) + ef'(1) .$$

Câu 5 Hãy tìm 4 hằng số A, B, C, D sao cho quy tắc cầu phương sau có cấp chính xác lớn nhất có thể.

$$Af(-h) + Bf(0) + Cf(h) = hDf'(h) + \int_{-h}^h f(x)dx .$$

Câu 6 Quy tắc cầu phương

$$\int_0^{3h} f(x)dx \approx \frac{3h}{8}(f(0) + 3f(h) + 3f(2h) + f(3h)) .$$

là chính xác với mọi đa thức có bậc bé hơn hoặc bằng n . Tìm n lớn nhất có thể.

Hết