

Câu 1 a) Số e được biểu diễn bởi công thức $e = \sum_{n=0}^{\infty} (1/n!)$. Hãy sử dụng 1 vòng lặp `while` và `if` để tính gần đúng e đến 12 chữ số thập phân.
b) Viết 1 hàm tính tổng các ước số của 1 số tự nhiên. Liệt kê tất cả các số tự nhiên hoàn hảo trong phạm vi $[1, 10000]$, biết rằng một số tự nhiên được gọi là hoàn hảo nếu như tổng các ước số của số đó (không kể nó) bằng chính số đó.

Câu 2 i) Hãy sử dụng phép làm tròn đến 3 chữ số thập phân để thực hiện các tính toán sau. Tính sai số tuyệt đối và sai số tương đối đến ít nhất 5 chữ số.

a. $133 + 0.921$ b. $133 - 0.499$ c. $(121 - 0.327) - 119$
d. $(121 - 119) - 0.327$ e. $\frac{\frac{13}{14} - \frac{6}{7}}{2e - 5.4}$ f. $-10\pi + 6e - \frac{3}{62}$
g. $\frac{2}{9} \cdot \frac{9}{7}$ h. $\frac{\pi - \frac{22}{7}}{\frac{1}{17}}$

ii) Câu hỏi tương tự nhưng sử dụng phép cắt 3 chữ số sau dấu chấm thập phân (giữ đúng 3 chữ số và 0 làm tròn).

Câu 3 Ba số hạng khác không đầu tiên trong khai triển Maclaurin của hàm \arctan là $x - (1/3)x^3 + (1/5)x^5$. Hãy tính sai số tuyệt đối và sai số tương đối của π bằng cách sử dụng đa thức đó để xấp xỉ hàm \arctan trong các biểu thức sau. Viết script để tính toán trong Matlab.

a. $4 \left(\arctan \frac{1}{2} + \arctan \frac{1}{3} \right)$ b. $16 \arctan \frac{1}{5} - 4 \arctan \frac{1}{239}$.

Câu 4 Số e được biểu diễn bởi công thức $e = \sum_{n=0}^{\infty} (1/n!)$. Hãy tính sai số tuyệt đối và tương đối sử dụng các xấp xỉ sau của e . Viết script để tính toán trong Matlab.

a. $\sum_{n=0}^5 (1/n!)$ b. $\sum_{n=0}^{10} (1/n!)$.

Câu 5 Cho hàm số $f(x) = \frac{x \cos x - \sin x}{x - \sin x}$. Viết script để tính toán trong Matlab các phần b, c, d.

a. Tìm $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

b. Sử dụng làm tròn đến 4 chữ số thập phân để tính $f(0.1)$.

c. Hãy thay thế các hàm lượng giác trong công thức của $f(x)$ bằng khai triển Maclaurin bậc 3 (chứa x^3) và thực hiện lại phần (b).

d. Cho giá trị chính xác của $f(0.1) = -1.99899998$. Xác định sai số tương đối của các xấp xỉ trong 2 phần (b) và (c).

Câu 6 Hãy sử dụng đa thức Taylor bậc 9 của hàm e^x và phép cắt 3 chữ số sau dấu chấm thập phân để xấp xỉ e^{-5} bằng các xấp xỉ sau.

a. $e^{-5} \approx \sum_{n=0}^9 ((-5)^n / n!)$ b. $e^{-5} = \frac{1}{e^5} \approx \frac{1}{\sum_{n=0}^9 (5^n / n!)}.$

c. Giá trị xấp xỉ của e^{-5} đến 3 chữ số thập phân là $6.74e - 3$. Công thức nào trong 2 công thức (a) và (b) cho ta giá trị xấp xỉ tốt hơn, vì sao?