

**Bài Tập Lý Thuyết Điều Khiển Hệ Thống - No. 2**

**Câu 1** a) Tính chất **điều khiển được về 0** tương đương với điều khiển được toàn phần có đúng cho hệ điều khiển phi tuyến không? Vì sao?

b) Chứng minh Định lý về tính điều khiển được cho hệ LTV thông qua kiểm tra điều kiện **ma trận Kalman đủ hạng dòng**, i.e.,

$$\text{rank } K(t) = \begin{bmatrix} M_0(t) & M_1(t) & \dots & M_{n-1}(t) \end{bmatrix} = n \quad \text{với } t > t_0 \text{ nào đó.} \quad (1)$$

**Câu 2** Mệnh đề sau có luôn luôn đúng không?

$$\text{rank} \begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} = \text{rank} \begin{bmatrix} AB & A^2B & \dots & A^nB \end{bmatrix} .$$

Nếu không, nó sẽ đúng với điều kiện nào?

**Câu 3** Chuyển các hệ điều khiển LTI cấp  $n$  sau về hệ điều khiển cấp 1 với biến điều khiển  $u$ , biến trạng thái  $x$  và xét tính điều khiển được của hệ cấp 1 thu được.

a)

$$x^{(n)} + \alpha_{n-1}x^{(n-1)} + \dots + \alpha_1\dot{x} + \alpha_0x = u(t) \quad (2)$$

b\*)

$$x^{(n)} + \alpha_{n-1}x^{(n-1)} + \dots + \alpha_1\dot{x} + \alpha_0x = u^{(n)} + \beta_{n-1}u^{(n-1)} + \dots + \beta_1\dot{u} + \beta_0u . \quad (3)$$

**Câu 4** Đối với hệ LTI, hãy chứng tỏ rằng  $(A, B)$  là điều khiển được khi và chỉ khi  $(-A, B)$  là điều khiển được. Điều này có đúng với các hệ thống LTV không?

**Câu 5** Hãy xét tính điều khiển được của các hệ điều khiển sau

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & -3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u, \quad y = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} x. \quad (4)$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & t \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u, \quad y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} x . \quad (5)$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-t} \end{bmatrix} u, \quad y = \begin{bmatrix} 0 & e^{-t} \end{bmatrix} x . \quad (6)$$