Trường ĐHKHTN, ĐHQGHN K63 TTƯD - Thầy Hà Phi Học Kỳ 1 (2019-2020) Bài Tập Giải Tích Số. No 6 Giải hệ pt tuyến tính Ax=b

Tim hiểu toolbox linalg trong Python https://docs.scipy.org/doc/numpy-1.15.1/reference/routines.linalg.html.

Câu 1 Với tham số t, sử dụng toolbox linalg hãy đi tìm chuẩn 1, 2, ∞ của ma trân $A = \begin{bmatrix} 1 & t \\ t & 1+t^2 \end{bmatrix}$ với t=10,100,200,...,1000. Tìm số điều kiện của các ma trận A đó.

Câu 2 Ma trận Hermit được định nghĩa bởi $H_n = \left[\frac{1}{i+j-1}\right]_{i,j=1}^n$. Hãy đi tìm số điều kiện của H_5 , H_{12} theo các chuẩn 1, 2, ∞ .

Câu 3 a) Lý thuyết: Sử dụng phương pháp khử Gauss trong lý thuyết để tìm phân tích LU và giải hệ phương trình sau

$$2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 3,$$

$$3x_1 + x_2 - 2x_3 = 3,$$

$$4x_1 + 11x_2 + 7x_3 = 4.$$

b) Thực hành: Viết hàm trong Python để tìm phân tích A = LU và giải hệ phương trình Ax = b ở trên. So sánh kết quả của các em với cách giải sử dụng toolbox linalg trong Python.

Câu 4 a) Lý thuyết: Sử dụng phương pháp khử Gauss kết hợp với Pivoting trong lý thuyết để tìm phân tích PLU và giải hệ phương trình sau

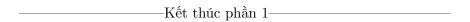
$$-4x_1 + 1x_2 - 1x_3 = -9,$$

$$-1x_1 + 4x_2 - 1x_3 = -12,$$

$$1x_1 + 1x_2 + 4x_3 = 11.$$

b) Thực hành: Viết hàm trong Python để tìm phân tích PLU của ma trận A và giải hệ phương trình Ax = b ở trên. So sánh kết quả của các em với cách giải sử dụng toolbox linalg trong Python.

Câu 5 Tìm hiểu các ma trận Pascal, Leslie và Van der Monde trong module scipy.linalg. Tìm các phân tích LU và PLU của chúng, ứng với các ma trận cỡ 3×3 hoặc 4×4 .



Câu 6 Tìm các phân tích PLU của các ma trận A dưới đây và giải hệ phương trình vi phân tương ứng, với b là random vector, làm tròn 4 chữ số thập phân khi tính toán bằng tay.

$$iii) \ A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & -2 \\ -1 & 4 & -1 \\ -1 & -2 & 4 \end{bmatrix} \qquad ii) \ A = \begin{bmatrix} -3 & 1 & -1 \\ -1 & 4 & 1 \\ 2 & -1 & 6 \end{bmatrix},$$

$$iii) \ A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} \qquad iv) \ A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Câu 7 Trong trường hợp ma trận A là đối xứng, xác định dương thì phương pháp Cholesky thường được sử dụng. Hãy đọc phương pháp này trang 116-120 (Giáo trình DHBK) hoặc Section 2.4 (Giáo trình Kiusalass) và tìm hiểu hàm numpy.linalg.cholesky trong Python. Áp dụng để giải hệ phương trình sau đối với vế phải b lần lượt bằng $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \end{bmatrix}^T$ và $\begin{bmatrix} 2 & 5 & -2 \end{bmatrix}^T$.

$$4x_1 - 2x_2 + 4x_3 = b_1,$$

$$-2x_1 + 5x_2 - 4x_3 = b_2,$$

$$4x_1 - 4x_2 + 6x_3 = b_3.$$

----- Kết thúc phần 2 –