Trường ĐHKHTN, ĐHQGHN
K63 TTƯD - Thầy Hà Phi

Học Kỳ 1 (2019-2020)
Bài Tập Giải Tích Số. No 6
Giải hệ pt tuyến tính Ax=b

Tìm hiểu toolbox linalg trong Python `https://docs.scipy.org/doc/numpy-1.15.1/reference/routines.linalg.html`.

Câu 1 *Với tham số t, sử dụng toolbox linalg hãy đi tìm chuẩn 1, 2, ∞ của ma trân* $A = \begin{bmatrix} 1 & t \\ t & 1+t^2 \end{bmatrix}$ *với* $t = 10, 100, 200, ..., 1000$. *Tìm số điều kiện của các ma trận A đó.*

Câu 2 *Ma trận Hermit được định nghĩa bởi* $H_n = \left[\frac{1}{i+j-1}\right]_{i,j=1}^{n}$. *Hãy đi tìm số điều kiện của* H_5, H_{12} *theo các chuẩn 1, 2,* ∞.

Câu 3 *Hãy viết hàm trong Python để giải hệ phương trình* $Lx = z$ *(t.ứ.* $Rx = z$*) với L (t.ứ. R) là ma trận tam giác dưới (t.ứ. tam giác trên). Test code của các em với các hệ phương trình tự chọn.*

Câu 4 *Viết hàm Python để tìm phân tích LU. Từ đó sử dụng phương pháp Gauss để giải hệ phương trình sau*

$$\begin{aligned} 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 &= 3, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 &= 3, \\ 4x_1 + 11x_2 + 7x_3 &= 4. \end{aligned}$$

So sánh kết quả của các em với cách giải sử dụng toolbox linalg trong Python.

Câu 5 *Giả sử ma trận A thỏa mãn* $PA = LU$, *trong đó a) Hãy sử dụng các ma trận trên để*

$$\boldsymbol{P} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \ \boldsymbol{L} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1 & 0 \\ 1/3 & 1/4 & 1 \end{pmatrix}, \ \boldsymbol{U} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

giải hệ phương trình $Ax = b$ *với* $b = \begin{bmatrix} 2 & 10 & -12 \end{bmatrix}^T$ *mà không cần tìm ma trận A hay tìm nghich đảo của A. b, Có thể nhận thấy ma trận P nhận được từ ma trận đơn vị bằng cách hoán vị các hàng. Hãy nêu ý nghĩa của việc nhân một ma trận với P từ bên trái.*

——————————Kết thúc phần 1——————————

Câu 6 *Trong trường hợp ma trận A là đối xứng, xác định dương thì phương pháp Cholesky thường được sử dụng. Hãy đọc phương pháp này trang 116-120 (Giáo trình ĐHBK) hoặc Section 2.4 (Giáo trình Kiusalass) và tìm hiểu hàm numpy.linalg.cholesky trong Python. Áp dụng để giải hệ phương trình sau đối với vế phải b lần lượt bằng* $[2\ 3\ 0]^T$ *và* $[2\ 5\ -2]^T$.

$$\begin{aligned} 4x_1 - 2x_2 + 4x_3 &= b_1, \\ -2x_1 + 5x_2 - 4x_3 &= b_2, \\ 4x_1 - 4x_2 + 6x_3 &= b_3. \end{aligned}$$

Câu 7

Giải hệ phương trình sau bằng phương pháp Jacobi và phương pháp Gauss-Seidel

$$\begin{aligned} &4x_1 + 0.4x_2 - 0.4x_3 = 8 \\ &0.3x_1 - 3x_2 - 0.6x_3 = -9 \\ &0.5x_1 + 0.5x_2 + 5x_3 = 5 \end{aligned}$$

a, Viết công thức lặp Jacobi. Kiểm tra điều kiện hội tụ.

b, Với $x^{(0)} = (0, 0, 0)^T$, tính $x^{(i)}, i = 1, 2, 3$.

c, Viết các công thức đánh giá sai số và áp dụng để đánh giá sai số của kết quả $x^{(3)}$ ở câu trên.

d, Hãy đánh giá số lần lặp cần thiết để sai số nhỏ hơn $10^{-3}, 10^{-6}$.

e, Viết công thức lặp Gaus-Seidel cho hệ trên. Tính lại $x^{(i)}, i = 1, 2, 3$.

Câu 8

Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} x_1 + \alpha x_2 & = & b_1 \\ \alpha x_1 + x_2 + \alpha x_3 & = & b_2 \\ \alpha x_2 + x_3 & = & b_3 \end{cases}$$

a. Viết công thức lặp Jacobi để giải gần đúng hệ trên. Xác định điều kiện về α để sự hội tụ được đảm bảo.

b. Viết công thức lặp Gauss-Seidel để giải gần đúng hệ trên. Xác định điều kiện về α để sự hội tụ được đảm bảo.

c. Từ các tính toán ở hai câu trên, hãy so sánh tốc độ hội tụ của hai phương pháp.

———————————Hết———————————-