

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC GIÁO DỤC

---

NGUYỄN THỊ VIỆT TRINH

PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC KHÁM PHÁ CỦA HỌC SINH  
THÔNG QUA DẠY HỌC CHỦ ĐỀ QUAN HỆ VUÔNG GÓC  
TRONG KHÔNG GIAN

LUẬN VĂN THẠC SĨ SƯ PHẠM TOÁN

Hà Nội - 2017

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC GIÁO DỤC

---

NGUYỄN THỊ VIỆT TRINH

PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC KHÁM PHÁ CỦA HỌC SINH  
THÔNG QUA DẠY HỌC CHỦ ĐỀ QUAN HỆ VUÔNG GÓC  
TRONG KHÔNG GIAN

LUẬN VĂN THẠC SĨ SƯ PHẠM TOÁN  
CHUYÊN NGÀNH: LÝ LUẬN VÀ PHƯƠNG PHÁP DẠY HỌC

(BỘ MÔN TOÁN)

Mã số: 8.14.01.11

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC: PGS.TS. LÊ ANH VINH

Hà Nội - 2017

## LỜI CẢM ƠN

Để hoàn thành được luận văn này, tôi xin chân thành cảm ơn Ban Giám hiệu, Phòng Quản lý khoa Lý luận, cùng quý thầy cô trường Đại học Giáo Dục - Đại học Quốc Gia Hà Nội và các thầy cô, học sinh trường THPT Dương Xá - Gia Lâm - Hà Nội đã tận tình giúp đỡ và hướng dẫn chúng tôi trong suốt quá trình nghiên cứu.

Đặc biệt, tôi xin bày tỏ lòng kính trọng và biết ơn sâu sắc tới PSG.TS Lê Anh Vinh, người đã tận tình giúp đỡ và trực tiếp hướng dẫn tôi trong suốt quá trình thực hiện và hoàn thành luận văn nghiên cứu.

Cuối cùng, tôi xin chân thành cảm ơn gia đình, bạn bè và các anh (chị) học viên của lớp cao học Toán QH - 2015, trường Đại học Giáo Dục - Đại học Quốc gia Hà Nội đã động viên, giúp đỡ tôi rất nhiều trong thời gian thực hiện luận văn này.

*Hà Nội, tháng 10 năm 2017*

Tác giả

Nguyễn Thị Việt Trinh

## DANH MỤC CÁC CHỮ VIẾT TẮT

CHỮ VIẾT TẮT	Ý NGHĨA
ĐC	Đối chứng
GV	Giáo viên
HHKG	Hình học không gian
HS	Học sinh
NXB	Nhà xuất bản
TN	Thực nghiệm
THPT	Trung học Phổ thông
SGK	Sách giáo khoa

## MỤC LỤC

LỜI CẢM ƠN .....	i
DANH MỤC CÁC CHỮ VIẾT TẮT .....	ii
MỤC LỤC .....	iii
DANH MỤC BẢNG .....	vi
DANH MỤC BIỂU ĐỒ .....	vii
<b>MỞ ĐẦU .....</b>	<b>1</b>
1. Lý do chọn đề tài.....	1
2. Mục đích nghiên cứu.....	3
3. Câu hỏi nghiên cứu .....	3
4. Giả thuyết nghiên cứu .....	3
5. Nhiệm vụ nghiên cứu .....	3
6. Khách thể và đối tượng nghiên cứu .....	4
6. 1. Khách thể nghiên cứu .....	4
6. 2. Đối tượng nghiên cứu .....	4
7. Phạm vi nghiên cứu.....	4
8. Phương pháp nghiên cứu.....	4
8. 1. Nghiên cứu tài liệu.....	4
8. 2. Khảo sát điều tra .....	4
8. 3. Thực nghiệm sư phạm.....	4
9. Kết quả dự kiến .....	5
10. Kết cấu đề tài.....	5
<b>CHƯƠNG 1. CƠ SỞ LÝ LUẬN VÀ THỰC TIỄN.....</b>	<b>6</b>
1.1. Năng lực, năng lực toán học, năng lực khám phá.....	6
1.1.1. Năng lực .....	6
1.1.2. Năng lực toán học .....	6
1.1.3. Dạy học toán phát triển năng lực .....	8
1.2. Dạy học khám phá.....	9

1.2.1. Một số quan điểm về dạy học khám phá (trên thế giới và trong nước).....	9
1.2.2. Đặc trưng của dạy học khám phá.....	10
1.2.3. Các mô hình của dạy học khám phá .....	11
1.2.4. Các quy trình dạy học khám phá.....	14
1.2.5. Ưu, nhược điểm của phương pháp dạy học khám phá .....	14
1.3. Thực trạng việc dạy học phần quan hệ vuông góc trong không gian - hình học 11 ban cơ bản.....	15
1.3.1. Yêu cầu, mục tiêu dạy học của chương .....	15
1.3.2. Nội dung chương trình của chương 3: Vectơ trong không gian. Quan hệ vuông góc trong không gian - hình học 11 - ban cơ bản .....	16
1.3.3 Tình hình dạy và học phần quan hệ vuông góc trong không gian - hình học 11 - ban cơ bản .....	19
<b>CHƯƠNG 2. ĐỀ XUẤT MỘT SỐ BIỆN PHÁP NHẪM PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC KHÁM PHÁ CỦA HS TRONG DẠY HỌC PHẦN QUAN HỆ VUÔNG GÓC TRONG KHÔNG GIAN .....</b>	<b>25</b>
2.1 Biện pháp 1 : Bồi dưỡng cho HS hứng thú và nhu cầu học toán hình học không gian để HS luôn biết đặt câu hỏi khi gặp phải vấn đề khó khăn trong giải toán.....	25
2.2 .Biện pháp 2 : GV không trả lời trực tiếp mọi câu hỏi của HS.....	27
2.3. Biện pháp 3 : Hướng dẫn và rèn luyện cho HS khả năng vận dụng các kiến thức, kỹ năng để giải các bài toán , đặc biệt là các kiến thức kỹ năng mới .....	29
2.4. Biện pháp 4 : Hướng dẫn HS cách nhìn nhận bài toán, hình vẽ dưới các khía cạnh khác nhau để lựa chọn được cách giải phù hợp .....	33
2.5. Biện pháp 5 : Hướng dẫn HS phân tích các yếu tố bài toán để chỉ ra các cách giải hay và độc đáo.....	36

<b>CHƯƠNG 3. THIẾT KẾ MỘT SỐ GIÁO ÁN DẠY HỌC PHẦN</b>	
<b>    QUAN HỆ VUÔNG GÓC TRONG KHÔNG GIAN NHẪM</b>	
<b>    PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC KHÁM PHÁ CỦA HỌC SINH.....</b>	<b>38</b>
3. 1. Giáo án số 1.....	39
3.2. Giáo án số 2.....	44
3.3. Giáo án số 3.....	52
3.4. Giáo án số 4.....	58
3.5. Giáo án số 5.....	64
3. 6. Giáo án số 6.....	71
<b>CHƯƠNG 4. THỰC NGHIỆM SƯ PHẠM.....</b>	<b>78</b>
4.1. Mục đích và nhiệm vụ của thực nghiệm.....	78
4.1.1. Mục đích thực nghiệm.....	78
4.1.2. Nhiệm vụ của thực nghiệm sư phạm.....	78
4.2. Đối tượng thực nghiệm sư phạm.....	78
4.3. Kế hoạch và tổ chức thực nghiệm.....	79
4.3.1 Kế hoạch thực hiện.....	79
4.3.2. Tổ chức thực nghiệm.....	81
4.4. Nội dung thực nghiệm.....	81
4.4.1. Các giáo án thực nghiệm sư phạm.....	81
4.4.2. Kiểm tra đánh giá.....	81
4.5. Kết quả thực nghiệm.....	88
4.6. Kết luận chung về thực nghiệm.....	100
<b>TÀI LIỆU THAM KHẢO .....</b>	<b>101</b>
<b>PHỤ LỤC .....</b>	<b>103</b>

## DANH MỤC BẢNG

Bảng 1.1.	Mục đích các bài học chương quan hệ vuông góc.....	17
Bảng 1.2.	Phân bố thời gian các bài học chương quan hệ vuông góc .....	19
Bảng 3.1.	Chuyển đổi giữa giả thiết thành ngôn ngữ dưới dạng vectơ .....	43
Bảng 4.1.	Bảng kế hoạch thực hiện luận văn.....	79
Bảng 4.2.	Số tiết học thực nghiệm .....	81
Bảng 4.5.	Bảng tổng hợp phân loại kết quả của bài kiểm tra số 2.....	91
Bảng 4.6.	Các tham số đặc trưng của bài kiểm tra số 1 .....	91
Bảng 4.7.	Thống kê kết quả bài kiểm tra số 2.....	92
Bảng 4.8.	Bảng tần suất và tần suất tích lũy của bài kiểm tra số 2.....	92
Bảng 4.9.	Bảng tổng hợp phân loại kết quả của bài kiểm tra số 2.....	94
Bảng 4.10.	Các tham số đặc trưng của bài kiểm tra số 2 .....	95
Bảng 4.11.	Thống kê kết quả bài kiểm tra số 3.....	96
Bảng 4.12.	Bảng tần suất và tần suất tích lũy của bài kiểm tra số 3.....	96
Bảng 4.13.	Bảng tổng hợp phân loại kết quả của bài kiểm tra số 3.....	98
Bảng 4.14.	Các tham số đặc trưng của bài kiểm tra số 3 .....	98



## **DANH MỤC BIỂU ĐỒ**

Biểu đồ 4.1.	Biểu đồ tần suất của bài kiểm tra số 1 .....	90
Biểu đồ 4.2.	Biểu đồ tần suất tích lũy của bài kiểm tra số 1 .....	90
Biểu đồ 4.3.	Biểu đồ phân loại kết quả của bài kiểm tra số 1 .....	91
Biểu đồ 4.4.	Biểu đồ tần suất của bài kiểm tra số 2 .....	93
Biểu đồ 4.5.	Biểu đồ tần suất tích lũy của bài kiểm tra số 2 .....	94
Biểu đồ 4.6.	Biểu đồ phân loại kết quả của bài kiểm tra số 2 .....	95
Biểu đồ 4.7.	Biểu đồ tần suất của bài kiểm tra số 3 .....	97
Biểu đồ 4.8.	Biểu đồ tần suất tích lũy của bài kiểm tra số 3 .....	97
Biểu đồ 4.9.	Biểu đồ phân loại kết quả của bài kiểm tra số 3 .....	98
Biểu đồ 4.10.	Biểu đồ so sánh kết quả của ba bài kiểm tra.....	99

# MỞ ĐẦU

## 1. Lý do chọn đề tài

Bước sang thế kỉ 21 là thế kỉ của sự bùng nổ công nghệ thông tin, với hàng nghìn những phát minh mới trong các lĩnh vực khoa học công nghệ và đời sống.

Con người muốn làm chủ được thế giới trước hết phải làm chủ được những thông tin khoa học ấy. Mà để làm được điều đó, đòi hỏi con người phải không ngừng tích lũy để nâng cao tri thức khoa học. Tuy nhiên, một bài toán được đặt ra là làm thế nào để vẫn trong khoảng thời gian học tập như vậy mà con người có thể tiếp thu tốt được các tri thức đó. Yêu cầu cần làm là chúng ta cần phải thực hiện đổi mới nền giáo dục sao cho trong khoảng thời gian nhất định con người có thể tiếp nhận được những tri thức cơ bản và thiết thực nhất để đáp ứng được nhu cầu của đời sống xã hội. Nếu như trước đây dạy học chỉ dừng lại ở việc sử dụng giấy trắng bảng đen, thì ngày nay, một loạt các công cụ như máy chiếu, ti vi, máy vi tính kèm theo hàng triệu những phần mềm dạy học được trang bị với mục đích nâng cao kiến thức của con người. Một trong những định hướng cơ bản của việc đổi mới giáo dục là chuyển từ nền giáo dục mang tính hàn lâm, kinh viện, xa rời thực tiễn sang một nền giáo dục chú trọng việc hình thành năng lực hành động, phát huy tính chủ động, sáng tạo của người học. Định hướng quan trọng trong đổi mới phương pháp dạy học là phát huy tính tích cực, tự lực và sáng tạo, phát triển năng lực hành động, năng lực cộng tác làm việc của người học.

Nghị quyết Hội nghị Trung ương 8 khóa XI về đổi mới căn bản, toàn diện giáo dục và đào tạo nêu rõ: “Tiếp tục đổi mới mạnh mẽ phương pháp dạy và học theo hướng hiện đại; phát huy tính tích cực, chủ động, sáng tạo và vận dụng kiến thức, kỹ năng của người học; khắc phục lối truyền thụ áp đặt một chiều, ghi nhớ máy móc. Tập trung dạy cách học, cách nghĩ, khuyến khích tự học, tạo cơ sở để người học tự cập nhật và đổi mới tri thức, kỹ năng, phát

triển năng lực. Chuyển từ học chủ yếu trên lớp sang tổ chức hình thức học tập đa dạng, chú ý các hoạt động xã hội, ngoại khóa, nghiên cứu khoa học. Đẩy mạnh ứng dụng công nghệ thông tin và truyền thông trong dạy và học”. [5]

Để đạt được mục tiêu đổi mới căn bản, toàn diện giáo dục đã nêu ra trong nghị quyết, Bộ giáo dục và đào tạo đã phát động phong trào đổi mới toàn diện nền giáo dục và nhấn mạnh vào việc đổi mới phương pháp dạy học trên toàn quốc. Việc đổi mới phương pháp dạy học đang có những bước chuyển biến rõ rệt trong những năm vừa qua, chuyển từ chương trình giáo dục tiếp cận nội dung sang tiếp cận năng lực của người học, từ việc xác định mục tiêu HS học được những gì đến chỗ xác định HS sẽ vận dụng được những kiến thức gì qua việc học vào thực tế. Phương pháp dạy học từ lối “ truyền thụ một chiều” sang dạy cách học, dạy cách vận dụng kiến thức, kỹ năng vào thực tế.

Các phương pháp dạy học điển hình theo xu hướng mới đã và đang được vận dụng ở các cấp học như: dạy học phát hiện và giải quyết vấn đề, dạy học tình huống, dạy học hợp tác, dạy học khám phá, dạy học phân hóa... Trong đó, mỗi phương pháp dạy học tích cực đều có những ưu điểm nổi bật riêng và những hạn chế nếu quá lạm dụng một phương pháp nào đó. Trong các phương pháp dạy học tích cực kể trên, phương pháp dạy học khám phá có vẻ dễ vận dụng và đạt được những hiệu quả hơn cả. HS chỉ cần dựa vào những kiến thức mình đã có cùng với sự gợi mở, giúp đỡ của GV để có làm việc với những kiến thức mới. Thực tế, thì không ít trường hợp, HS còn có thể tự khám phá, phát minh ra các kiến thức cho mình, GV chỉ giữ vai trò người hướng dẫn. Tuy vậy, để làm được điều đó, trước hết, GV phải xây dựng lại hệ thống các bài giảng của mình sao cho mục tiêu chính là phát triển khả năng khám phá của HS.

Nhận thấy, trong chương trình toán phổ thông lớp 11, phần quan hệ vuông góc là một nội dung rất quan trọng bởi vì nó giúp HS giải đáp được các bài toán về góc và khoảng cách, làm nền tảng để HS có thể tính giải được các bài toán thể tích trong chương trình hình học 12. Trước khi đến với chương quan

hệ vuông góc, HS đã được bước đầu tiếp xúc với khái niệm hình chóp, hình hộp và một số quan hệ song song giữa các đường thẳng, giữa đường thẳng và mặt phẳng và giữa các mặt phẳng với nhau. Hơn nữa, khái niệm về vectơ và tính chất của các vectơ cũng đã được tìm hiểu trong hình học 10, nên việc GV áp đặt kiến thức cho HS thì sẽ không phát huy được tính tích cực, sáng tạo, chủ động của các em. Phải nhấn mạnh rằng, phát triển khả năng khám phá của HS là rất cần thiết trong chương này, đó là một trong những kỹ năng quan trọng nhất để HS có thể tìm ra lời giải cho các bài toán hình học không gian. Bởi lẽ, không phải lúc nào, GV cũng có thể đi theo và chỉ ra lời giải, hướng dẫn HS kẻ thêm các đường, hay tạo ra các yếu tố cần có để giải mã bài toán.

Xuất phát từ những lí do trên mà tôi chọn đề tài nghiên cứu của luận văn là:

*“ Phát triển năng lực khám phá của HS thông qua dạy học chủ đề quan hệ vuông góc trong không gian ”.*

## **2. Mục đích nghiên cứu**

Thiết kế một số hệ thống bài giảng về quan hệ vuông góc trong không gian nhằm phát triển năng lực khám phá của HS lớp 11 - THPT.

## **3. Câu hỏi nghiên cứu**

Phương pháp dạy học khám phá có những ưu, nhược điểm gì ?

Áp dụng phương pháp dạy học khám phá cần phải đảm bảo những tiêu chuẩn gì ?

Áp dụng phương pháp dạy học khám phá vào bài giảng có tác dụng như thế nào ?

## **4. Giả thuyết nghiên cứu**

Nếu ta thực hiện giảng dạy chương quan hệ vuông góc trong không gian theo các bài giảng với định hướng theo hình thức dạy học nhằm phát triển khả năng khám phá của HS thì sẽ phát huy được tính tích cực, chủ động, sáng tạo của HS, qua đó nâng cao chất lượng dạy và học ở trường trung học phổ thông.

## **5. Nhiệm vụ nghiên cứu**

- Nghiên cứu cơ sở lí luận về dạy học khám phá, đặc biệt là dạy học khám

phá có hướng dẫn để làm tăng khả năng chủ động của HS.

- Nghiên cứu chương trình, mục đích, yêu cầu trong việc dạy học chương “Vectơ trong không gian. Quan hệ vuông góc trong không gian.”
- Khảo sát thực trạng dạy và học chương III – hình học cơ bản 11.
- Thiết kế một số hệ thống bài giảng phần quan hệ vuông góc trong hình học không gian vận dụng dạy học khám phá có hướng dẫn.
- Thực nghiệm sư phạm để kiểm nghiệm tính khả thi và hiệu quả của đề tài.

## **6. Khách thể và đối tượng nghiên cứu**

### **6. 1. Khách thể nghiên cứu**

Nội dung chương 3 “ Vectơ trong không gian. Quan hệ vuông góc trong không gian.”

### **6. 2. Đối tượng nghiên cứu**

Một số bài giảng trong chương 3 áp dụng phương pháp dạy học nhằm phát triển khả năng khám phá của HS.

## **7. Phạm vi nghiên cứu**

Nội dung: Chương 3: Vectơ trong không gian. Quan hệ vuông góc trong không gian.

GV, HS khối 11 ban cơ bản Trường THPT Dương Xá – Gia Lâm – Hà Nội.

## **8. Phương pháp nghiên cứu**

### **8. 1. Nghiên cứu tài liệu**

Nghiên cứu các tài liệu về các phương pháp dạy học nói chung, các tài liệu về phương pháp dạy học đặc biệt là dạy học khám phá.

### **8. 2. Khảo sát điều tra**

Điều tra về tình hình dạy học chương “Vectơ trong không gian. Quan hệ vuông góc trong không gian” trong thực tiễn để nắm được những khó khăn và tìm biện pháp khắc phục. Tiến hành dự giờ, trao đổi, tham khảo ý kiến, kinh nghiệm của các đồng nghiệp.

### **8. 3. Thực nghiệm sư phạm**

Thực nghiệm giảng dạy một số giáo án soạn theo hướng của đề tài nhằm đánh giá tính khả thi và hiệu quả của đề tài.

## **9. Kết quả dự kiến**

Xây dựng được một hệ thống giáo án về quan hệ vuông góc nhằm phát triển khả năng khám phá của HS.

## **10. Kết cấu đề tài**

Ngoài phần mở đầu, kết luận, khuyến nghị, tài liệu tham khảo luận văn dự kiến được trình bày trong 4 chương:

Chương 1 Cơ sở lí luận và thực tiễn.

Chương 2 Đề xuất một số biện pháp nhằm phát triển năng lực khám phá của HS trong dạy học phân quan hệ vuông góc trong không gian.

Chương 3 Thiết kế một số giáo án dạy học phân quan hệ vuông góc trong không gian nhằm phát triển khả năng khám phá của HS.

Chương 4 Thực nghiệm sư phạm.

# CHƯƠNG 1

## CƠ SỞ LÝ LUẬN VÀ THỰC TIỄN

### 1.1. Năng lực, năng lực toán học, năng lực khám phá

#### 1.1.1. Năng lực

Năng lực được định nghĩa theo nhiều cách khác nhau do sự lựa chọn các dấu hiệu khác nhau.

- Năng lực theo cách hiểu thông thường là sự kết hợp của tư duy, kỹ năng và thái độ có sẵn hoặc ở dạng tiềm năng có thể học hỏi được của một cá nhân hoặc tổ chức để thực hiện thành công nhiệm vụ (DeSeCo, 2002). [1]
- Năng lực là các khả năng và các kỹ năng nhận thức vốn có của cá nhân hay có thể học được để giải quyết các vấn đề đặt ra trong cuộc sống. Năng lực cũng hàm chứa trong nó tính sẵn sàng hành động, động cơ, ý chí và trách nhiệm xã hội để có thể sử dụng một cách thành công và có trách nhiệm các giải pháp... trong những tình huống thay đổi (Weinert, 2001). [3]
- Năng lực là khả năng vận dụng những kiến thức, kinh nghiệm, kỹ năng, thái độ và hứng thú để hành động một cách phù hợp và có hiệu quả trong các tình huống đa dạng của cuộc sống. (Quesbec - Ministère de l'Éducation, 2004)

#### 1.1.2. Năng lực toán học

*Định nghĩa 1:* Năng lực học tập Toán học là các đặc điểm tâm lý cá nhân trước hết là các đặc điểm hoạt động trí tuệ đáp ứng yêu cầu hoạt động toán học và giúp cho việc nắm giáo trình toán học một cách sáng tạo, giúp cho việc nắm một cách tương đối nhanh, dễ dàng và sâu sắc kiến thức, kỹ năng và kỹ xảo toán học.

*Định nghĩa 2:* Những năng lực toán học được hiểu là những đặc điểm tâm lý cá nhân (trước hết là những đặc điểm hoạt động trí tuệ) đáp ứng yêu cầu

của hoạt động toán học, và trong những điều kiện vững chắc như nhau thì các nguyên nhân của sự thành công trong việc nắm vững một cách sáng tạo toán học với tư cách là một môn học, đặc biệt nắm vững tương đối nhanh, dễ dàng và sâu sắc kiến thức, kỹ năng, kỹ xảo trong lĩnh vực Toán học.

Nhắc đến HS có năng lực toán học thông thường mọi người đều nghĩ đến các HS có trí thông minh trong việc học Toán. Tất cả các HS đều có khả năng và phải nắm được chương trình trung học, nhưng khả năng đó khác nhau từ HS này qua HS khác. Các khả năng này không phải cố định, không thay đổi. Các năng lực này phải được hình thành và phát triển trong quá trình học tập, luyện tập để nắm được hoạt động tương ứng; vì vậy, cần nghiên cứu để nắm được bản chất của năng lực và các con đường hình thành và phát triển năng lực.

Tuy nhiên, ở mỗi người cũng có mức độ năng lực toán học khác nhau. Do vậy, người ta phân chia năng lực toán học thành nhiều loại năng lực khác nhau và các cấp độ khác nhau.

Dưới đây là tám năng lực toán học đặc trưng theo OECD/PISA.<sup>1</sup> [2]

- Tư duy và suy luận: Điều này liên quan đến việc đặt các câu hỏi đặc trưng của toán học; biết loại câu trả lời mà toán học có thể ứng cho những câu hỏi như vậy; phân biệt các loại mệnh đề khác nhau; hiểu và xác định được vấn đề.
- Lập luận: Điều này liên quan đến việc biết cách chứng minh toán học là gì và chúng khác với các loại suy luận khác như thế nào; theo dõi và đánh giá chuỗi lập luận toán học; thu được cảm nhận về giải quyết vấn đề bằng kinh nghiệm.
- Giao tiếp: Điều này liên quan đến việc bộc lộ bản thân, theo nhiều cách, về những vấn đề với một nội dung toán, theo dạng nói cũng như dạng viết.
- Mô hình hóa: điều này liên quan đến việc cấu trúc lĩnh vực hay bối cảnh

---

<sup>1</sup> PISA, chương trình “đánh giá HS quốc tế”, là bộ phận chính của một hệ thống định hướng quy mô lớn được thực hiện bởi Tổ chức Hợp tác và Phát triển Kinh tế (OECD). Hệ thống này phục vụ cho mục đích cung cấp thông tin cho các nước thành viên của tổ chức này về những ưu điểm và nhược điểm của nền giáo dục nước họ.



được mô hình hóa; chuyển thể “ thực tế ” thành các cấu trúc toán; giải thích các mô hình toán học theo nghĩa “ thực tế”.

- Đặt vấn đề và giải: điều này liên quan đến việc đặt, định dạng và xác định những loại khác nhau của vấn đề toán.

- Biểu diễn: điều này liên quan đến việc giải mã, mã hóa, chuyển thể, giải thích và phân biệt các dạng khác nhau của các biểu diễn của những đối tượng và bối cảnh toán học.

- Sử dụng ngôn ngữ ký hiệu, hình thức, kỹ thuật và các phép toán: điều này liên quan đến việc giải mã và giải thích các ngôn ngữ ký hiệu và hình thức, hiểu được mối quan hệ của nó với ngôn ngữ tự nhiên; chuyển thể ngôn ngữ tự nhiên thành ngôn ngữ ký hiệu hay hình thức.

- Sử dụng các đồ dùng hỗ trợ và công cụ: điều này liên quan đến việc biết về và có khả năng sử dụng nhiều loại phương tiện hỗ trợ khác nhau có thể trợ giúp cho hoạt động toán, và biết các hạn chế của những loại công cụ đó.

### ***1.1.3. Dạy học toán phát triển năng lực***

Dạy học toán phát triển năng lực là thông qua quá trình dạy và học môn toán giúp HS phát triển một số năng lực đặc thù của môn học và các năng lực chuyên biệt khác.

- Năng lực sử dụng ngôn ngữ toán học: Qua các bài học , HS sẽ được nghe và hiểu được nội dung các thuật ngữ toán học, các công thức, kí hiệu , hình vẽ...

- Năng lực tính toán: thông qua các bài tập sẽ hình thành năng lực tính toán cho HS từ đó giúp HS hình thành những kĩ năng cơ bản để vận dụng vào các môn học khác và thực tế.

- Năng lực phát hiện và giải quyết vấn đề thông qua môn Toán: Qua quá trình học tập trên lớp, HS sẽ phân tích được các tình huống, phát hiện và nêu được các tình huống có vấn đề trong học tập và cuộc sống. Các em sẽ thu thập và làm rõ các thông tin có liên quan đến vấn đề. Đề xuất và phân tích được một số giải pháp giải quyết vấn đề, lựa chọn giải pháp phù hợp. Ngoài ra, HS

còn có khả năng đề xuất được các giải pháp khoa học khác nhau. Lập được kế hoạch giải quyết vấn đề đặt ra. Thực hiện kế hoạch độc lập sáng tạo hoặc hợp tác trên cơ sở các giả thuyết đã đề ra.

- Năng lực vận dụng kiến thức toán học vào thực tiễn : Quá trình học tập sẽ giúp HS có năng lực hệ thống hóa kiến thức, phân loại kiến thức toán học, hiểu rõ đặc điểm, nội dung của toán học. Khi vận dụng kiến thức chính là việc lựa chọn kiến thức một cách phù hợp với mỗi hiện tượng, tình huống cụ thể xảy ra trong cuộc sống, tự nhiên và xã hội. Các em sẽ phát hiện và hiểu rõ được ứng dụng của hóa học trong các vấn đề thực tiễn. Đồng thời tìm mối liên hệ, gắn các bài toán thực mang tính thực tế để giải quyết. Thêm vào đó, các em sẽ chủ động, sáng tạo lựa chọn phương pháp, cách thức giải quyết vấn đề.

- Năng lực sáng tạo: Môn toán sẽ giúp HS đề xuất được các câu hỏi nghiên cứu cho một vấn đề hay chủ thể học tập cụ thể; đề xuất giả thiết nghiên cứu phù hợp với câu hỏi nghiên cứu khoa học, sáng tạo.

## **1.2. Dạy học khám phá**

### ***1.2.1. Một số quan điểm về dạy học khám phá (trên thế giới và trong nước)***

Dạy học khám phá là phương pháp dạy học trong đó GV hướng dẫn HS, thông qua các hoạt động để giúp HS khám phá ra một tri thức nào đó trong nội dung môn học.

Phương pháp dạy học khám phá mới được du nhập vào Việt Nam chục năm cách đây và được các GV bắt đầu nghiên cứu áp dụng. Tuy nhiên, trên thế giới, quan niệm về phương pháp dạy học này đã có từ rất lâu.

Từ thế kỷ XVII, A.Kômenski - nhà giáo dục, nhà dân chủ lớn nhất, nhà hoạt động xã hội xuất sắc nhất của thế kỷ 17 đã viết : “ Giáo dục có mục đích đánh thức năng lực nhạy cảm, phán đoán, phát triển nhân cách... hãy tìm ra phương pháp cho phép GV dạy ít hơn, HS học nhiều hơn.”

J.J.Rousseau <sup>2</sup> là nhà cải cách giáo dục người Pháp thế kỷ XVIII cho rằng:

---

<sup>2</sup> **Jean-Jacques Rousseau** ( /ru: 'soʊ/ ) (1712 – 1778), sinh tại Geneva, là một nhà triết học thuộc trào lưu Khai sáng có ảnh hưởng lớn tới Cách mạng Pháp 1789

“ Đối với phương pháp dạy học phải tìm hiểu đứa trẻ và tôn trọng khả năng nhận thức của nó. Trẻ em phải tự khám phá ra kiến thức và được khơi gợi tính tò mò tự nhiên”.

Saymour Papert<sup>3</sup> cũng đã nhận định rằng : “ Bạn không thể dạy HS mọi thứ mà chúng cần. Cách tốt nhất bạn có thể làm là đặt chúng vào nơi chúng có thể tìm ra những thứ đó; giúp chúng xác định được cái mình cần biết là gì và khi nào thì cần đến nó”.

S. Rassekh (1987) thì khẳng định: “Người thầy tôi là người đem kiến thức đến cho HS, người thầy giỏi làm cho HS tự tìm ra kiến thức” .

Ở nước ta, khẩu hiệu “ biến quá trình đào tạo thành quá trình tự đào tạo” được khởi xướng từ các trường sư phạm từ những năm 1960. Nhưng các thuật ngữ giáo dục như năng lực, khám phá, phát hiện, tự phát hiện... mới được phổ biến trong vài năm gần đây. Mục đích quan trọng nhất cả việc đổi mới phương pháp dạy học là hướng vào người học, lấy người học làm trung tâm, giúp HS tự lực, tăng cường hành vi tìm tòi, phát hiện trong quá trình chiếm lĩnh tri thức, hình thành kỹ năng, kỹ xảo, làm cho người học thích ứng được với nhịp sống hiện đại.

### ***1.2.2. Đặc trưng của dạy học khám phá***

- Không giống như phương pháp dạy học sáng tạo, dạy học khám phá trong nhà trường không nhằm phát hiện những vấn đề mà loài người chưa biết, mà chỉ giúp HS lĩnh hội được một số tri thức có sẵn.

- Phương pháp dạy học khám phá không chỉ giúp HS lĩnh hội các tri thức môn học, mà còn trang bị cho người học phương pháp suy nghĩ, cách thức phát hiện và giải quyết vấn đề độc lập

- GV truyền đạt phương pháp dạy học khám phá thông qua các câu hỏi hoặc những yêu cầu hành động, mà khi HS thực hiện giải đáp thì sẽ hình thành con đường dẫn đến tri thức.

---

<sup>3</sup> ***Seymour Papert*** (sinh ngày 1 tháng 3 năm 1928 tại Pretoria, Nam Phi) từng là giáo sư toán học, khoa học máy tính tại Viện Công nghệ Massachusetts

- Thông thường, các hoạt động khám phá của HS thường tổ chức theo nhóm, mỗi thành viên đều tích tham gia vào quá trình hoạt động nhóm.

### 1.2.3. Các mô hình của dạy học khám phá

#### 1.2.3.1 Mô hình “ tương đồng ” [10.tr17]

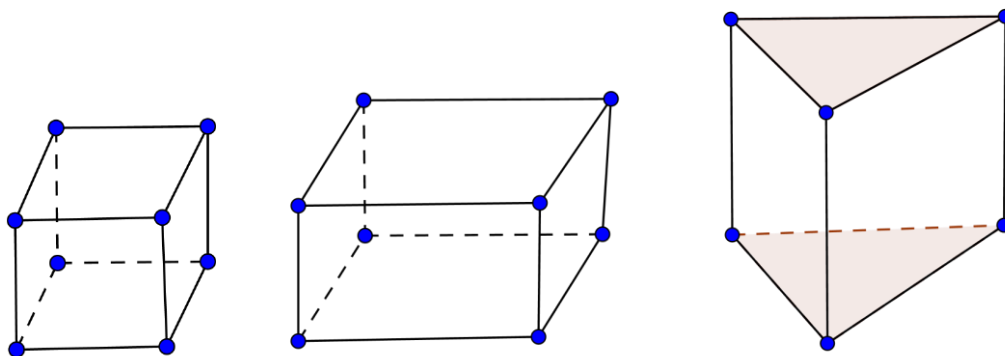
Ý nghĩa của mô hình này là HS thực hiện hành động phân tích để tìm kiếm các tính chất chung trong các ví dụ mà GV đưa ra.

Các bước chính của mô hình:

- Bước 1: Đưa ra các ví dụ về khái niệm để HS quan sát.
- Bước 2: HS phân tích các ví dụ để tìm ra các đặc điểm chung của các khái niệm.
- Bước 3: Khi HS đã nắm được những định nghĩa cơ bản về khái niệm, GV sẽ đưa ra định nghĩa khái niệm cho HS, rồi yêu cầu HS đưa khái niệm trong trường hợp tổng quát.

**Ví dụ 1:** Khi dạy học hình thành khái niệm hình lăng trụ đứng, hình hộp chữ nhật, hình lập phương, GV có thể tổ chức quá trình dạy học như sau:

GV : Các hình hộp dưới đây có nhiều đặc điểm chung, hãy tìm xem các đặc điểm chung đó là gì ?



HS nêu ra các đặc điểm chung như:

- Các mặt phẳng đáy song song và bằng nhau.
- Các cạnh bên của hình hộp song song và bằng nhau.
- Các cạnh bên của hình hộp vuông góc với mặt đáy.

Khi HS đưa ra đúng dấu hiệu để định nghĩa hình lăng trụ đứng ( hoặc GV

gợi ý nếu cần), GV thực hiện khái quát và đi đến khái niệm định nghĩa hình lăng trụ đứng.

*Định nghĩa:* Hình lăng trụ đứng là hình lăng trụ có các cạnh bên vuông góc với các mặt đáy. Độ dài cạnh bên được gọi là chiều cao của hình lăng trụ đứng.

- Hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác, tứ giác, ngũ giác,... được gọi là hình lăng trụ đứng tam giác, hình lăng trụ đứng tứ giác, hình lăng trụ đứng ngũ giác,...
- Hình lăng trụ đứng có đáy là một đa giác đều được gọi là hình lăng trụ đều. Ta có các loại lăng trụ đều như hình lăng trụ tam giác đều, hình lăng trụ tứ giác đều, hình lăng trụ ngũ giác đều...
- Hình lăng trụ có đáy là hình bình hành được gọi là hình hộp đứng.
- Hình lăng trụ đứng có đáy là hình chữ nhật được gọi là hình hộp chữ nhật.
- Hình lăng trụ đứng có đáy là hình vuông và các mặt bên đều là hình vuông được gọi là hình lập phương.

#### 1.2.3.2 Mô hình “dị biệt” [17,tr.19]

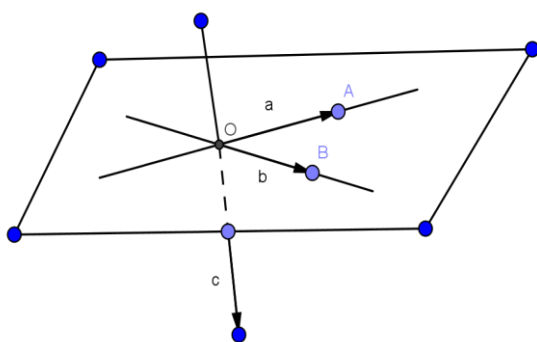
Ở mô hình “dị biệt”, GV cho HS quan sát ví dụ và phản ví dụ cùng một lúc, và yêu cầu HS tìm sự khác biệt giữa chúng. Phản ví dụ được hiểu là đối tượng nằm ngoài khái niệm mà HS sắp được tìm hiểu. Trong quá trình tìm hiểu khái niệm, HS đồng thời được quan sát cả ví dụ và phản ví dụ. Việc dạy học khái niệm gồm các bước cơ bản sau:

- Bước 1: Đưa ra một số ví dụ và phản ví dụ về khái niệm cần dạy, để HS quan sát hai ví dụ cùng một lúc.
- Bước 2: Yêu cầu HS chỉ ra sự khác biệt giữa ví dụ và phản ví dụ.
- Bước 3: Nếu HS tìm ra đủ các tính chất của khái niệm dùng để định

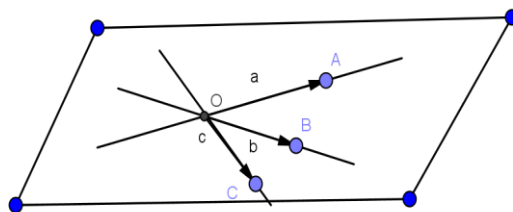
nghĩa, GV đưa ra khái niệm và yêu cầu HS định nghĩa trong trường hợp tổng quát.

**Ví dụ 2:** Khi dạy học 3 vectơ đồng phẳng:

GV: Đưa ra 2 hình, yêu cầu HS tìm ra điểm khác biệt giữa hai hình dưới đây:



Hình 1



Hình 2

Kết quả HS nhận xét:

- Hình 1: 3 vectơ không nằm cùng một mặt phẳng;  
2 vectơ  $\vec{a}, \vec{b}$  cùng thuộc một mặt phẳng không chứa  $\vec{c}$ .
- Hình 2: 3 vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đôi một cùng thuộc một mặt phẳng.

#### 1.2.3.3 Mô hình “cộng biến” [17,tr.20]

HS sẽ thực hiện các bước phân tích, so sánh tìm ra nguyên nhân thay đổi của “hiện tượng”. Việc dạy học khái niệm mô hình thực hiện theo các bước:

- Bước 1: Để HS quan sát các ví dụ, trong đó có một hiện tượng thay đổi.
- Bước 2: GV yêu cầu HS tìm ra nguyên nhân thay đổi của hiện tượng, nhờ đó phát hiện được bản chất của các khái niệm cần định nghĩa.
- Bước 3: GV khái quát tên khái niệm và yêu cầu HS phát biểu định nghĩa khái niệm.

### ***1.2.4. Các quy trình dạy học khám phá***

#### ***1.2.4.1 Hoạt động của GV***

- Xác định mục đích (về nội dung, về phát triển tư duy).
- Xác định vấn đề cần khám phá :
  - Vấn đề trọng tâm, chứa đựng thông tin mới;
  - Vấn đề được đưa ra dưới dạng câu hỏi hoặc bài tập nhỏ;
  - Vấn đề học tập phải vừa sức của HS và tương ứng với thời gian học tập.
- Dự kiến phân bổ thời gian.
- Phân nhóm HS.
- Kết quả khám phá.

#### ***1.2.4.2 Hoạt động của nhóm HS***

- Xác định rõ vấn đề;
- Nêu các giả thuyết;
- Thu thập các dữ liệu;
- Đánh giá, trao đổi ý kiến;
- Khái quát hóa.

### ***1.2.5. Ưu, nhược điểm của phương pháp dạy học khám phá***

#### ***1.2.5.1 Ưu điểm***

- Giúp HS phát huy được tính chủ động sáng tạo trong việc tìm tòi tri thức, tư duy tích cực, độc lập trong quá trình học tập.
- Kích thích sự ham mê , tìm tòi, khám phá tri thức môn học của HS, từ đó hình thành động lực của quá trình dạy học.
- Quá trình hình thành phương pháp dạy học khám phá thường diễn ra theo hoạt động nhóm hoạt hoặc sự tranh luận của HS; là cơ sở để hình thành phương pháp tự học; là động lực để thúc đẩy sự phát triển của mỗi cá nhân.
- Từ việc thường xuyên giải quyết các vấn đề cơ bản, vừa sức với HS trong quá trình học tập, HS sẽ hình thành kỹ năng giải quyết vấn đề có nội dung khái quát rộng hơn.

- Sự trao đổi giữa thầy và trò , giữa trò và trò tạo ra bầu không khí học tập sôi nổi, tích cực, giúp tiết học trở nên sinh động, không nhàm chán.

#### *1.2.5.2 Nhược điểm*

- Để áp dụng phương pháp này, HS phải có kiến thức căn bản để thực hiện nhiệm vụ tìm ra tri thức. Chính vì vậy, đối với những đối tượng HS yếu, kém, trung bình, phương pháp này sẽ gặp khó khăn và không đạt được hiệu quả.

- Thực hiện dạy học khám phá đòi hỏi người GV phải có kiến thức, nghiệp vụ sư phạm vững vàng, đồng thời có sự chuẩn bị công phu, kỹ lưỡng.

- Trong quá trình khám phá tri thức, HS có thể đưa ra những câu trả lời và tình huống ngoài dự kiến của GV, đòi hỏi GV phải có sự linh hoạt, khéo léo xử của người chỉ dẫn.

- Quá trình dạy học khám phá chiếm khá nhiều thời gian trong tiết dạy; vì vậy tùy vào từng nội dung, mục tiêu dạy học và sự phân bổ thời gian để áp dụng phương pháp này.

### **1.3. Thực trạng việc dạy học phần quan hệ vuông góc trong không gian - hình học 11 ban cơ bản**

#### ***1.3.1. Yêu cầu, mục tiêu dạy học của chương***

##### ***1.3.1.1 Mục tiêu***

- HS hiểu được khái niệm về vectơ trong không gian và các phép toán cộng hai vectơ, nhân vectơ với một số, sự đồng phẳng của ba vectơ, tích vô hướng của hai vectơ trong không gian.

- Phát biểu được định nghĩa vuông góc của đường thẳng với đường thẳng, đường thẳng với mặt phẳng, mặt phẳng với mặt phẳng và sử dụng điều kiện vuông góc của đường thẳng và mặt phẳng vào việc giải toán.

- Phát biểu được khái niệm về cách tính góc, khoảng cách giữa một số đối tượng trong hình học không gian.



#### 1.3.1.2 Yêu cầu

- Phát biểu được định nghĩa, vector trong không gian, khái niệm cùng phương và cùng hướng của hai vector, độ dài vector, khái niệm bằng nhau của hai vector và định nghĩa vec tơ - không, thông qua các hình cụ thể như hình chóp, hình hộp chữ nhật...

- Thực hiện phép cộng hai vector, phép trừ hai vec tơ, phép nhân vector với một số thông qua các bài toán cụ thể, biết chứng minh các đẳng thức về vector.

- Hiểu được ba vector đồng phẳng, điều kiện đồng phẳng của ba vector, phân tích được một vector theo ba vector không đồng phẳng, chứng minh ba vector cho trước nào đó đồng phẳng.

- Tính được tích vô hướng của hai vector và biết sử dụng tích vô hướng để giải các bài tập đơn giản như tính độ dài của một đoạn thẳng, tính góc giữa hai vector, tính góc giữa hai đường thẳng và góc giữa hai mặt phẳng.

- Không đi sâu vào chứng minh định lí, chỉ cần biết vận dụng các định lí để giải các bài toán về:

- Hai đường thẳng vuông góc với nhau trong không gian;
- Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng;
- Hai mặt phẳng vuông góc với nhau.

- Tính được khoảng cách:

- Từ một điểm đến một đường thẳng;
- Từ một điểm đến một mặt phẳng;
- Giữa đường thẳng và mặt phẳng song song;
- Giữa hai mặt phẳng song song;
- Giữa hai đường thẳng chéo nhau và xác định đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau đó.

#### **1.3.2. Nội dung chương trình của chương 3: Vector trong không gian. Quan hệ vuông góc trong không gian - hình học 11 - ban cơ bản**

##### 1.3.2.1 Nội dung chương

- Các khái niệm có liên quan đến vectơ trong không gian và các phép toán về vectơ trong không gian, góc của hai vectơ trong không gian và góc của hai đường thẳng trong không gian.

- Các định nghĩa liên quan đến quan hệ vuông góc trong không gian như:

- Hai đường thẳng vuông góc;
- Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, phép chiếu vuông góc;
- Hai mặt phẳng vuông góc;
- Hình lăng trụ đứng, hình hộp chữ nhật, hình lập phương;
- Hình chóp đều và hình chóp cụt.

- Các định lý và tính chất

Trong chương này, chúng ta sẽ nghiên cứu các định lý và tính chất:

- Về điều kiện đồng phẳng của ba vectơ trong không gian;
- Về điều kiện cần và đủ để hai đường thẳng vuông góc với mặt phẳng;
- Về xác định mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước;
- Về ba đường vuông góc;
- Về điều kiện cần và đủ để hai mặt phẳng vuông góc với nhau;
- Về xác định đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau.

#### 1.3.2.2 Mục đích

**Bảng 1.1. Mục đích các bài học chương quan hệ vuông góc**

<b>Vectơ trong không gian</b>	<p>- Nêu định nghĩa: vectơ trong không gian, hai vectơ cùng phương, cùng hướng, ngược hướng, độ dài của một vectơ, hai vectơ bằng nhau và vectơ - không thông qua các bài toán cụ thể trong không gian.</p> <p>- Biết thực hiện phép cộng và phép trừ vectơ trong không gian và phép nhân vectơ với một số, biết sử dụng quy tắc ba điểm, quy tắc hình hộp để tính toán.</p> <p>- Nắm được định nghĩa về sự đồng phẳng của ba vectơ và điều kiện để ba vectơ đồng phẳng.</p>
-------------------------------	--

<b>Hai đường thẳng vuông góc</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Nắm được định nghĩa góc giữa hai vector trong không gian và định nghĩa tích vô hướng của hai vector trong không gian.</li> <li>- Nắm được định nghĩa vector chỉ phương của đường thẳng và biết xác định góc giữa hai đường thẳng trong không gian.</li> <li>- Nắm được định nghĩa hai đường thẳng vuông góc với nhau trong không gian.</li> </ul>
<b>Đường thẳng vuông góc mặt phẳng</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Làm cho HS nắm được định nghĩa đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, biết cách áp dụng định lý điều kiện để chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.</li> <li>- Biết cách xác định: <ul style="list-style-type: none"> <li>+ Mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước ( kể cả mặt phẳng trung trực của một đoạn thẳng cho trước ).</li> <li>+ Đường thẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.</li> </ul> </li> <li>- Biết sử dụng định lý ba đường vuông góc và biết cách xác định góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.</li> <li>- Nắm được mối liên hệ quan hệ song song và quan hệ vuông góc của đường thẳng và mặt phẳng để lập luận khi làm bài toán về hình học không gian.</li> </ul>
<b>Hai mặt phẳng vuông góc</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Nắm được định nghĩa góc giữa hai mặt phẳng, từ đó nắm được định nghĩa hai mặt phẳng vuông góc.</li> <li>- Nắm được điều kiện cần và đủ để hai mặt phẳng vuông góc với nhau và định lý về giao tuyến của hai mặt phẳng cắt nhau cùng vuông góc với một mặt phẳng thứ ba để vận dụng làm các bài toán hình học không gian.</li> <li>- Nắm được định nghĩa hình lăng trụ đứng, chiều cao của hình lăng trụ đứng và tính chất của hình lăng trụ đứng.</li> <li>- Nắm được định nghĩa hình chóp đều, hình chóp cụt đều và các tính chất của các hình đó.</li> </ul>

<b>Khoảng cách</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Nắm được định nghĩa các loại khoảng cách trong không gian.</li> <li>+ Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng;</li> <li>+ Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng;</li> <li>+ Khoảng cách từ một đường thẳng đến một mặt phẳng song song;</li> <li>+ Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song;</li> <li>+ Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau.</li> <li>- Nắm được các tính chất về khoảng cách và biết cách tính khoảng cách trong các bài toán đơn giản.</li> <li>- Biết cách xác định đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau và đồng thời biết cách xác định khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau đó.</li> <li>- Nắm được mối liên hệ giữa các loại khoảng cách để đưa các bài toán phức tạp này về các bài đơn giản.</li> </ul>
--------------------	--

### 1.3.2.3 Dự kiến phân bố thời gian

**Bảng 1.2. Phân bố thời gian các bài học chương quan hệ vuông góc**

Bài dạy	Thời gian
Bài 1: Vector trong không gian	2 tiết
Bài 2: Hai đường thẳng vuông góc	2 tiết
Bài 3: Đường thẳng vuông góc	3 tiết
Bài 4: Hai đường thẳng vuông góc với mặt phẳng	3 tiết
Bài 5: Khoảng cách	3 tiết
Ôn tập chương III	2 tiết

### 1.3.3 Tình hình dạy và học phần quan hệ vuông góc trong không gian - hình học 11 - ban cơ bản

Tôi đã tiến hành phát phiếu điều tra trực tiếp đối với 70 cán bộ GV và 84 em HS (ở 2 lớp thực nghiệm và đối chứng) tại trường THPT Dương Xá - Gia Lâm - Hà Nội.

*Nội dung phiếu khảo sát:*

**PHIẾU KHẢO SÁT Ý KIẾN VỀ VIỆC DẠY HỌC VÀ KIỂM TRA ĐÁNH GIÁ THEO HƯỚNG PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC**

**I. Đối với GV**

1. Thầy (cô) cho biết đã từng nghe và tìm hiểu về việc định hướng dạy học theo hướng phát triển năng lực chưa?

<b>Ý kiến</b>	<b>Số ý kiến</b>	<b>Tỷ lệ (%)</b>
Chưa từng nghe qua	2	2,9
Đã từng nghe qua nhưng chưa tìm hiểu, nghiên cứu	14	20
Đã từng nghe và tìm hiểu, nghiên cứu	56	77,1

2. Theo thầy (cô), quan điểm nào dưới đây là cách hiểu đúng nhất về năng lực?

<b>Năng lực</b>	<b>Số ý kiến</b>	<b>Tỷ lệ %</b>
Năng lực là tổ hợp tri thức, hiểu biết, khả năng và mong muốn của người học	12	17,1
Năng lực là tổ hợp các thuộc tính độc đáo của mỗi cá nhân phù hợp với yêu cầu của mỗi hoạt động cụ thể	14	20
Năng lực là sự tích hợp các kỹ năng tác động lên một tình huống cho trước để giải quyết những vấn đề trong tình huống đặt ra	41	58,6
Ý kiến khác	3	4,3

3. Theo thầy (cô), việc đổi mới phương pháp dạy học theo định hướng chú trọng phát triển năng lực HS mang lại lợi ích gì? (Có thể lựa chọn nhiều đáp án).

<b>Các lợi ích</b>	<b>Số ý kiến</b>	<b>Xếp hạng</b>
Hình thành và phát huy các phẩm chất linh hoạt, độc lập, tự chủ, sáng tạo của người học	14	4
Tạo cho HS hứng thú và nhu cầu học tập môn học, luôn biết tự đặt câu hỏi khi gặp vấn đề khó	35	2
Huy động được các thành tố năng lực và năng lực chuyên biệt trong mỗi cá nhân	54	1
HS không chỉ biết học thuộc, ghi nhớ mà thông qua các hoạt động cụ thể tạo thói quen giải quyết các tình huống đặt ra trong cuộc sống	23	3
Ý kiến khác	2	5

4. Theo ý kiến của thầy (cô), đâu là những “năng lực chuyên biệt” của môn Toán?

(Có thể lựa chọn nhiều đáp án).

<b>Các năng lực</b>	<b>Số ý kiến</b>	<b>Xếp hạng</b>
Năng lực giao tiếp	23	6
Năng lực tư duy phê phán	61	1
Năng lực lập luận	54	2
Năng lực mô hình hóa	34	4
Năng lực biểu diễn	12	8
Năng lực tự học	15	7
Năng lực làm việc nhóm	32	5
Năng lực sử dụng ngôn ngữ, hình thức, ký hiệu và các phép toán	45	3

5. Theo thầy(cô), phương pháp nào dưới đây có thể áp dụng vào việc dạy học nhằm tạo điều kiện phát triển năng lực của HS?(Có thể lựa chọn nhiều phương án).

Các phương pháp	Ý kiến	Xếp hạng
Dạy học phát hiện và giải quyết vấn đề	53	1
Dạy học khám phá	45	2
Dạy học dự án	23	5
Dạy học phân hóa	12	6
Dạy học ngoại khóa	2	7
Dạy học dựa trên việc nghiên cứu tình huống	31	3
Dạy học truyền thống	24	4

## II. Đối với HS

1. Em có thích học toán hình không?

Mức độ	Số ý kiến	Tỷ lệ %
Không thích	26	31
Bình thường	32	38,1
Thích	23	27,4
Rất thích	3	3,5

2. Trong giờ học toán hình, kỹ năng nào dưới đây em cho là khó nhất?

Kỹ năng	Số ý kiến	Tỷ lệ %
Vẽ hình	10	11,9
Phán đoán lời giải	34	40,5
Chứng minh, lập luận	40	47,6

3. Khi GV đặt ra những câu hỏi hoặc các bài tập trong tiết học, em thường sẽ làm gì?

<b>Hoạt động</b>	<b>Số ý kiến</b>	<b>Tỷ lệ</b>
Không quan tâm đến yêu cầu của GV	2	3,4
Thụ động chờ lời giải của GV và các bạn	25	29,8
Trao đổi với các bạn xung quanh hoặc chủ động tìm sự trợ giúp của GV	45	53,6
Tập trung tự thân suy nghĩ lời giải, tích cực xung phong tham gia phát biểu ý kiến	14	13,2

4. Khi phát hiện ra các vấn đề trong câu hỏi hay bài giảng của GV đưa ra, em thường có thái độ như thế nào?

<b>Thái độ</b>	<b>Số ý kiến</b>	<b>Tỷ lệ %</b>
Không quan tâm	5	5,9
Phát hiện ra vấn đề nhưng không cần tìm hiểu, khám phá	10	11,9
Có hứng thú và muốn tìm hiểu, khám phá	41	48,8
Rất có hứng thú và phải tìm hiểu, khám phá bằng mọi cách	26	33,4

5. Theo em, năng lực khám phá có cần thiết trong việc học toán đặc biệt là nội dung hình học không?

<b>Mức độ</b>	<b>Số ý kiến</b>	<b>Tỷ lệ %</b>
Không cần thiết	7	8,3
Bình thường	13	15,5
Cần thiết	34	40,5
Rất cần thiết	30	35,7



Sau khi tiến hành thống kê đánh giá kết quả nhận được sau khi khảo sát, cá nhân tôi đưa ra một số nhận xét dưới đây:

#### *1.3.3.1 Tình hình giảng dạy*

- Nhiều GV còn nghiêng nặng về phương pháp dạy học thuyết minh, thuyết trình, giảng giải đưa ra kiến thức cho HS chứ không chú trọng đến việc hình thành tri thức, phương pháp tư duy cho HS thông qua các phương pháp dạy học đặc thù.

- Số lượng kiến thức trong chương trình quá nặng so với thời gian phân bố

- HHKG là nội dung khó và trừu tượng, nên GV đơn thuần chỉ truyền thụ kiến thức một chiều, không tạo cơ hội cho HS tham gia vào quá trình phát hiện và giải quyết vấn đề. Vì vậy mà việc phát triển năng lực tự học, sáng tạo của HS gặp rất nhiều khó khăn.

#### *1.3.3.2 Tình hình học tập*

- Mặc dù đã được học các khái niệm về hình học không gian, tuy nhiên, do tính chất nội dung học tập đòi hỏi trí tưởng tượng phong phú nên đa số HS ngại và sợ học hình học không gian.

- HS thường gặp rất nhiều khó khăn trong việc giải các bài toán HHKG: từ việc vẽ hình, suy luận, tưởng tượng, lập luận,...

- Trong các giờ học HHKG nói chung, và các giờ luyện tập nói riêng, HS đa phần giải bài tập một cách thụ động, không có cơ hội tham gia các hoạt động phát huy tính chủ động, sáng tạo,...

- HS đa số gặp nhiều khó khăn trong việc vẽ hình và trình bày lời giải các bài HHKG.

## CHƯƠNG 2

### ĐỀ XUẤT MỘT SỐ BIỆN PHÁP NHẪM PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC KHÁM PHÁ CỦA HS TRONG DẠY HỌC PHẦN QUAN HỆ VUÔNG GÓC TRONG KHÔNG GIAN

#### 2.1. Biện pháp 1: Bồi dưỡng cho HS hứng thú và nhu cầu học toán hình học không gian để HS luôn biết đặt câu hỏi khi gặp phải vấn đề khó khăn trong giải toán

Lứa tuổi HS - THPT thường có tính tò mò, ưa khám phá, muốn thể hiện năng lực và được người khác ghi nhận năng lực của mình, không muốn bị áp đặt, phê bình. Vì vậy, trước khi truyền đạt kiến thức, việc quan trọng trước tiên GV phải kích thích được tính tò mò của HS để xuất hiện nhu cầu khám phá của HS, hình thành nhu cầu muốn chinh phục tri thức hình học không gian.

Để tạo hứng thú cho HS trong giờ học, GV phải đầu tư thật kỹ lưỡng cho tiết học của mình, tạo ra những tình huống có vấn đề đơn giản, gắn với tính thực tiễn càng tốt.

Trong tiết học : GV có thể đưa ra tình huống dưới dạng một câu hỏi hoặc một yêu cầu cho HS (cá nhân hoặc nhóm), phải đảm bảo độ khó phù hợp sao cho HS có khả năng giải quyết nhanh bằng sự nỗ lực cao trong một thời gian ngắn của giờ học sao cho lời giải đúng sẽ liên kết với nội dung tiếp theo của bài giảng.

Ngoài tiết học : GV có thể đưa ra một tình huống hoặc một bài tập hoặc một thắc mắc của HS trong tiết học, được giao về nhà cho HS (cá nhân hoặc nhóm) sau khi kết thúc tiết học.

Khi yêu cầu HS xác định bài toán góc giữa hai mặt phẳng :

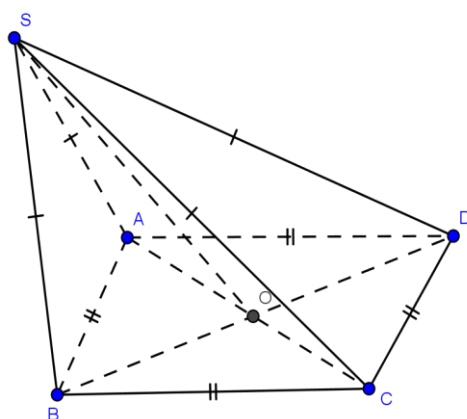
*Bài toán 1: Cho hình chóp đều SABCD có ABCD là hình vuông tâm O. Xác định góc tạo thành giữa các mặt bên và mặt đáy của hình chóp ?*

Nếu GV trực tiếp yêu cầu HS giải bài toán, đa phần HS sẽ gặp khó khăn,

hoang mang vì hình chóp này chưa có sẵn đường cao giống như dạng toán quen thuộc các em đã làm. Thay vì vậy, GV đưa ra trực tiếp bài toán, GV sẽ yêu cầu HS chứng minh bài toán phụ.

**Bài toán phụ :** Cho hình chóp đều  $SABCD$  có  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$ .  
**Chứng minh rằng:**  $SO \perp (ABCD)$

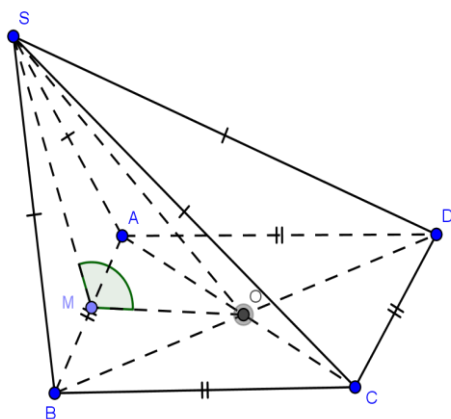
Nhận xét: Bằng những kiến thức đã học ở bài "Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng", HS dễ dàng chứng minh được yêu cầu.



Xét tam giác SBD cân tại S nhận thấy  
 $O$  là giao của 2 đường chéo. Suy ra  
 $SO \perp BD$

Chứng minh tương tự ta có  $SO \perp AC$   
 Mặt khác, ta đã biết  $BD \cap AC = \{O\}$ .  
 Suy ra  $SO \perp (ABCD)$  (đpcm)

**Giải Bài toán 1 :**



Ta có :  $SO \perp (ABCD)$  (theo chứng minh bài toán phụ)

Từ  $O$  kẻ  $OM \parallel AD \Rightarrow OM \perp AB$  (1)

Ta cũng dễ dàng suy ra  $M$  là trung điểm  $AB$ .

Với  $AB \perp MO$  và  $SO \perp AD$ , ta dễ dàng suy ra  $AB \perp (SMO)$ , suy ra  $AB \perp SM$  (2).

Từ (1) và (2), ta suy ra góc giữa mặt bên  $(SAB)$  và  $(ABCD)$  là góc  $SMO$ .

**Nhận xét :** Bài toán xác định góc thực chất là sự mở rộng yêu cầu của bài toán phụ nhằm mục đích giúp HS có thể sử dụng được các tính chất của hình cũ vào trả lời câu hỏi mới với chiều sâu hơn, đòi hỏi kỹ năng và tư duy tổng hợp hơn.

Bằng cách này, GV đã tạo ra sự hứng thú, mới lạ và sự liên kết giữa cái đã học với cái mới để HS phát triển được tư duy và cảm thấy vừa sức mình.

## **2.2. Biện pháp 2: GV không trả lời trực tiếp mọi câu hỏi của HS**

Một người GV giỏi không phải là người chỉ đi trả lời mọi thắc mắc của HS, mà phải đóng vai trò dẫn dắt, định hướng, gợi mở cho HS. Hơn nữa, do thời lượng tiết học diễn ra trong thời gian cho phép, nên GV không thể giải đáp mọi câu hỏi được.

Thay vào đó, GV có thể gợi ý hoặc đưa các câu hỏi, thắc mắc thành bài tập về nhà để HS có thêm thời gian suy nghĩ tìm ra hướng đi cho câu hỏi dưới sự hướng dẫn của GV.

Đặc biệt, các bài tập trong chương hình học không gian thường mang tính trừu tượng, mỗi bài tập sẽ có cách vẽ hình khác nhau, vì vậy, GV chỉ có thể giải đáp được một vài chứ không phải tất cả mọi bài tập trong chương nên việc giúp HS hình thành ý thức tự khám phá giải bài tập là rất quan trọng và cần thiết.

***Ví dụ 1 :** Khi dạy học phần góc giữa hai mặt phẳng , cách xác định góc giữa hai mặt phẳng:*

Giả sử hai mặt phẳng  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  , cắt nhau theo giao tuyến c. Từ điểm I bất kì trên c ta dựng trong  $(\alpha)$  đường thẳng a vuông góc với c và dựng trong  $(\beta)$  đường thẳng b vuông góc với c. Người ta chứng minh được góc giữa hai mặt phẳng  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  là góc giữa hai đường thẳng a và b. (tr 106 - SGK Hình học cơ bản 11).

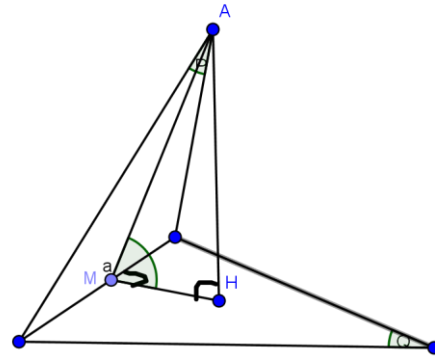
Tổng quát: Xác định góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) như hình vẽ dưới đây :

Bước 1: Chọn  $A \in (P)$ , xác định hình chiếu H của A trên (Q).

Bước 2: Qua H kẻ HM vuông góc giao tuyến a ( $M \in a$ ).

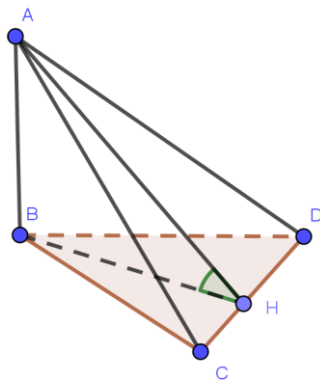
Bước 3: Ta dễ dàng chứng minh được  $AM \perp a$  (do  $a \perp (AMH)$ ).

Suy ra góc giữa (P) và (Q) là góc  $AMH$



GV có thể hướng dẫn HS áp dụng giải một số bài tập cơ bản sau :

**Bài tập 1:** Cho tứ diện ABCD với  $AB \perp (BCD)$ ; đáy BCD là tam giác đều. Xác định góc giữa hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) ?



Dễ dàng nhận thấy  $(BCD) \cap (ACD) = CD$ .

Suy ra CD là giao tuyến của hai mặt phẳng.

Theo giả thiết, ta có  $AB \perp (BCD)$

Trong mặt phẳng BCD, ta kẻ  $BH \perp CD$  (H là trung điểm CD). Suy ra  $BH \perp (ACD)$ .

Lại có,  $AH \subset (ACD)$  nên ta dễ dàng chỉ ra rằng  $AH \perp CD$ .

Vậy góc giữa (ACD) và (BCD) là  $AHB$ .

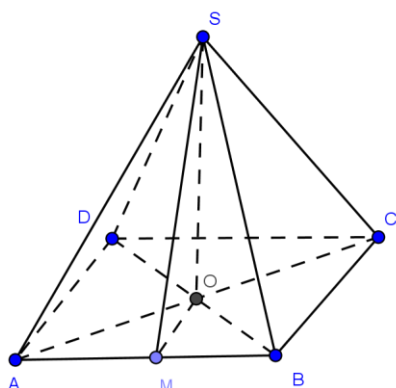
**Bài tập 2 :** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$ . Xác định góc giữa các mặt phẳng (SAB) và (ABCD) ?

Phân tích: Dễ dàng thấy được  $AB = (SAB) \cap (ABCD)$  và điểm S là điểm cần chọn. Tuy vậy, HS sẽ gặp khó khăn ở việc xác định hình chiếu của S trên (ABCD).

GV (nếu cần thiết) sẽ hướng dẫn cho HS dựa vào đặc điểm của hình chóp

để xác định chân đường cao.

HS: Vì hình chóp SABCD là hình chóp đều nên  $SO \perp (ABCD)$  ( trong đó O là tâm đáy hay nói cách khác là giao của 2 đường chéo).



Có  $SO \perp (ABCD)$ ,

Từ O kẻ  $OM \perp AB$  (1).

Lại có  $SO \perp AB$  (do  $SO \perp (ABCD)$ ).

Suy ra  $AB \perp SM$  (2).

Vậy góc giữa (SAB) và (ABCD) là góc  $SMO$ .

**Nhận xét:** Bằng việc giải quyết các tình huống, vấn đề, nhiệm vụ, HS có thể tìm tòi khám phá ra tri thức mới mà chủ yếu còn giúp HS hứng thú, tích cực hơn khi giải quyết các vấn đề được đưa ra và các tình huống dạy học khác.

### 2.3. Biện pháp 3 : Hướng dẫn và rèn luyện cho HS khả năng vận dụng các kiến thức, kỹ năng để giải các bài toán , đặc biệt là các kiến thức kỹ năng mới

Rèn luyện các kỹ năng về môn toán bao gồm các kỹ năng nhận thức và thực hành.

- Kỹ năng nhận thức ;
- Kỹ năng nắm vững được khái niệm .

GV rèn luyện cho HS nắm được các dấu hiệu đặc trưng của một khái niệm, tức là phải biết nhận dạng khái niệm, và kiểm tra xem đối tượng cho trước có thuộc phạm vi giới hạn khái niệm không.

**Ví dụ 1 :** Khi dạy khái niệm góc giữa hai vector trong không gian

Trong không gian, cho  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$  là hai vector - không. Lấy một điểm A bất kì, gọi B và C là hai điểm sao cho  $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$  ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{v}$  . Khi đó ta gọi góc  $BAC$

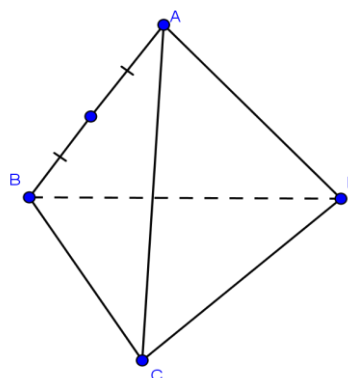
$(0^\circ \leq BAC \leq 180^\circ)$  là góc giữa hai vector  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$  trong không gian, kí hiệu là  $(\vec{u}, \vec{v})$  (Đ/n - 93- SGK HHCB 11).

GV sẽ yêu cầu HS từ định nghĩa khái niệm đưa ra đặc trưng của khái niệm.

HS : Để xác định góc, đưa về 2 vector chung điểm đầu (hay còn gọi là chung gốc).

**Bài tập 1 :** Cho tứ diện đều ABCD có H là trung điểm của cạnh AB. Hãy tính góc giữa các cặp vector sau ?

- a.  $\vec{AB}, \vec{BC}$ .                      b.  $\vec{CH}, \vec{AC}$ .



$$a. (\vec{AB}, \vec{BC}) = 180^\circ - (\vec{BA}, \vec{BC}) = 180^\circ - \angle ABC = 120^\circ.$$

$$b. (\vec{CH}, \vec{AC}) = 180^\circ - (\vec{CH}, \vec{CA}) = 180^\circ - \angle ACH.$$

- Kỹ năng nắm vững định lí

Nắm vững định lí là việc hiểu và vận dụng thành thạo định lí ; phân biệt được phần giả thiết và phần kết luận của định lí, có thể tóm tắt các định lí dưới dạng công thức toán học.

Trong chương hình học không gian, có rất nhiều định lí được phát biểu dưới dạng lời văn, GV có thể HS đọc hiểu định lí trong SGK, sau đó, HS sẽ biểu diễn các định lí dưới dạng các công thức toán học. Điều này, không chỉ giúp HS có thể hiểu sâu hơn về nội dung định lí mà còn giúp HS nắm chắc được các kí hiệu toán học.

**Ví dụ 2:** Các định lý liên hệ giữa quan hệ song song và quan hệ vuông góc của đường thẳng và mặt phẳng ( tr101 - SGK HHCB 11).

<p>Tính chất 1</p> <p>a) Cho hai đường thẳng song song. Mặt phẳng nào vuông góc với đường thẳng này thì cũng vuông góc với đường thẳng kia.</p>	$\left. \begin{array}{l} a // b \\ a \perp (P) \end{array} \right\} \Rightarrow b \perp (P)$ <p>hoặc</p> $\left. \begin{array}{l} a // b \\ b \perp (P) \end{array} \right\} \Rightarrow a \perp (P).$
<p>b) Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.</p>	$\left. \begin{array}{l} a \perp (P) \\ b \perp (P) \end{array} \right\} \Rightarrow a // b.$
<p>Tính chất 2</p> <p>a) Cho hai mặt phẳng song song. Đường thẳng nào vuông góc với mặt phẳng này thì cũng vuông góc với mặt phẳng kia.</p>	$\left. \begin{array}{l} (P) // (Q) \\ a \perp (P) \end{array} \right\} \Rightarrow a \perp (Q)$ <p>hoặc</p> $\left. \begin{array}{l} (P) // (Q) \\ b \perp (P) \end{array} \right\} \Rightarrow b \perp (Q).$
<p>b) Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.</p>	$\left. \begin{array}{l} a \perp (P) \\ a \perp (Q) \end{array} \right\} \Rightarrow (P) // (Q).$
<p>Tính chất 3</p> <p>a) Cho đường thẳng a và mặt phẳng <math>(\alpha)</math> song song với nhau. Đường thẳng nào vuông góc với <math>(\alpha)</math> thì cũng vuông góc với a.</p>	$\left. \begin{array}{l} a // (\alpha) \\ b \perp (\alpha) \end{array} \right\} \Rightarrow b \perp a.$
<p>b) Nếu một đường thẳng và một mặt phẳng ( không chứa đường thẳng đó) cùng vuông góc với một đường thẳng khác thì chúng song song với nhau.</p>	$\left. \begin{array}{l} a \not\subset (P) \\ b \perp a \\ b \perp (P) \end{array} \right\} \Rightarrow a // (P).$



- Kỹ năng vận dụng các quy tắc

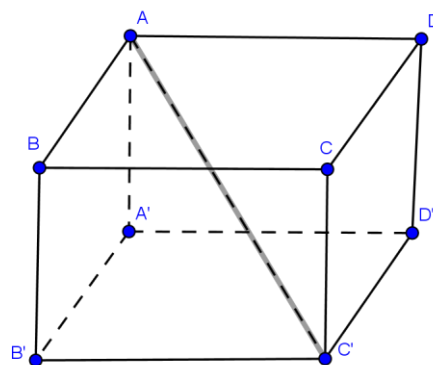
Rèn luyện kỹ năng vận dụng các quy tắc yêu cầu HS vận dụng linh hoạt, thành thạo các quy tắc vào bài toán, tránh áp dụng máy móc.

**Ví dụ 3:** Khi dạy HS về các phép toán và quy tắc về các vectơ trong không gian:

- Quy tắc 3 điểm  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$  ;
- Quy tắc hiệu  $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$  ;
- Quy tắc hình hộp chữ nhật  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$ .

GV sẽ đưa ra ví dụ minh họa để HS vận dụng linh hoạt các quy tắc vào giải toán.

**Bài tập 2:** Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D'. Chứng minh rằng  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{CC'} - \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD}$ .



GV: Yêu cầu HS dựa vào đặc điểm của từng quy tắc vận dụng linh hoạt vào việc giải toán.

Dự đoán: Ban đầu, nếu chỉ nhìn sơ qua, thì đa phần HS có thể nghĩ đến việc sử dụng quy tắc hiệu, vì hiệu các vectơ ở vế phải đều có chung điểm đầu.

$$VP = \overrightarrow{CC'} - \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BC'} - \overrightarrow{CD}.$$

Tuy vậy, sau khi thực hiện xong bước đầu tiên, HS sẽ tự khám phá ra quy tắc mình sử dụng chưa hợp lý và phải quay lại sử dụng con đường khác.

Có thể, nhiều HS khá, giỏi sẽ nghĩ đến việc sử dụng quy tắc hình hộp chữ nhật vì vế phải có thể biến đổi về tổng của 3 vectơ chung điểm đầu A.

$$VP = \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC'} \text{ (điều phải chứng minh).}$$

- Kỹ năng dự đoán và suy đoán

Để rèn luyện cho HS khả năng tìm tòi, dự đoán được những tính chất,

những quy luật của hiện thực khách quan, tự mình phát hiện và giải quyết vấn đề, cần phải luyện tập cho HS kĩ năng dự đoán và suy đoán (thông qua quan sát, so sánh, đặc biệt hóa, khái quát hóa, tương tự,...).

**Ví dụ 4:** Khi dạy học phần đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, HS đã biết

$$\text{điều kiện để } a \perp (P) \Leftrightarrow \begin{cases} a \perp b \\ a \perp c \\ b \cap c \neq \emptyset \\ b, c \subset (P) \end{cases}.$$

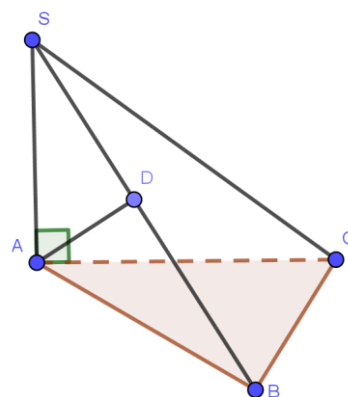
GV đưa ra bài tập:

**Bài tập 3:** Cho hình chóp SABC có

$SA \perp (ABC)$ , tam giác ABC vuông tại

B, có  $AH \perp SB$ . Chứng minh

$AH \perp (SBC)$ .



Để chứng minh  $AH \perp (SBC)$ , HS sẽ cần chứng minh AH vuông góc với 2 đường thẳng cắt nhau thuộc mặt phẳng (SBC), trong đó dễ dàng nhận thấy  $AH \perp SB$ . Bây giờ, HS sẽ dự đoán nên chứng minh  $AH \perp BC$  hoặc  $AH \perp SC$ . Khi đó, HS sẽ tự khám phá và thực tế thì đa phần HS sẽ dự đoán được chứng minh  $AH \perp BC$  do giả thiết cho nhiều những yếu tố liên quan đến cạnh BC hơn.

$$AH \perp SB(\text{gt})(1)$$

$$\left. \begin{array}{l} BC \perp BA(\text{gt}) \\ BC \perp SA(\text{do } SA \perp (ABC)) \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH(\text{do } AH \subset (SAB)) (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra  $AH \perp (SBC)$  (điều phải chứng minh).

**2.4. Biện pháp 4: Hướng dẫn HS cách nhìn nhận bài toán, hình vẽ dưới các khía cạnh khác nhau để lựa chọn được cách giải phù hợp**

Một trong những yếu tố quyết định đến việc giải các bài toán hình học là vẽ hình chính xác, đặc biệt là với các bài toán hình học không gian, hình vẽ càng

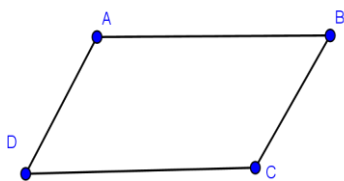
rõ ràng thì HS càng dễ dàng nhìn nhận ra vấn đề. Qua thực tế, việc vẽ hình trong các bài toán tương đối khó khăn với HS, các em thường vẽ thiếu chính xác dẫn đến chứng minh theo con đường khác. Nguyên nhân do chưa đọc kĩ đề bài, chưa xác định được giả thiết, kết luận hoặc vẽ hình cầu thả dẫn đến trở ngại cho việc định hướng chứng minh.

Đôi khi vẽ hình, HS còn vẽ vào trường hợp đặc biệt, dẫn đến ngộ nhận làm cho việc xây dựng hướng chính minh sai lầm, không chứng minh được hoặc chứng minh sai cách.

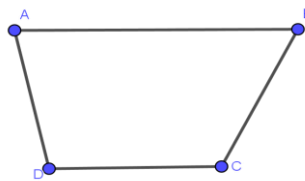
Những nguyên tắc cơ bản khi vẽ hình trong hình học không gian :

- Mặt phẳng đáy nên vẽ nằm ngang, thoáng rộng để dễ nhìn ;
- Với những đường thẳng hoặc các đoạn thẳng nằm trong mặt phẳng nên vẽ nghiêng, chệch qua một bên (với các đường thẳng bị mặt phẳng che khuất ta vẽ nét đứt) ;
- Các đoạn thẳng bằng nhau và các góc bằng nhau, các góc vuông không nhất thiết phải vẽ đúng ;
- Các hình vuông, hình chữ nhật, hình thoi đều vẽ theo dạng hình bình hành ; hình thang nên vẽ nghiêng về một bên ;
- Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng phải vẽ đúng (theo hướng vuông góc với mặt phẳng tượng trưng);
- Chú ý, nên đọc hết bài toán trước khi vẽ hình, tránh nóng vội, đọc đến đâu vẽ hình đến đấy sẽ làm sai lệch yêu cầu bài toán.

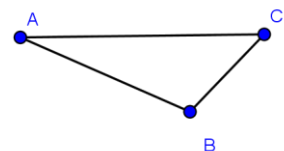
#### 2.4.1 Các loại đáy cơ bản



ABCD là hình bình hành, hình thoi, hình chữ nhật, hình thoi.



ABCD là hình thang vuông tại A và D.



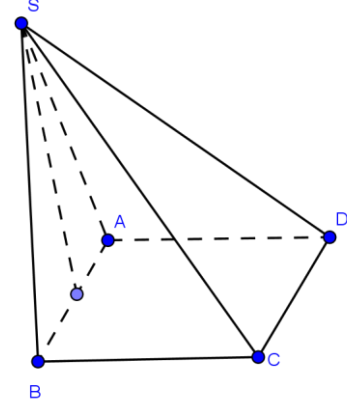
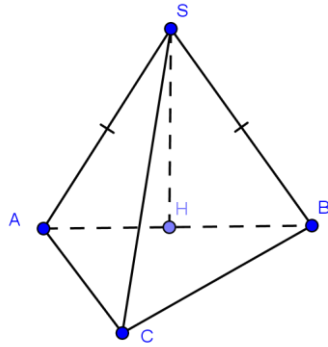
ABC là tam giác.

### 2.4.2 Một số loại hình đặc biệt

- Hình chóp có mặt bên vuông góc đáy (Ví dụ : Cho SAB vuông góc đáy).

Phương pháp: Trong (SAB) kẻ  $SI \perp AB \Rightarrow SI \perp (ABCD)$ .

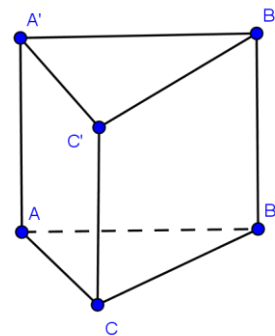
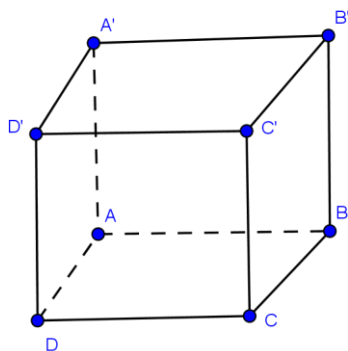
Tam giác SAB đặc biệt (tam giác cân hoặc đều tại S) thì I là trung điểm AB.



- Hình lăng trụ đứng, hình hộp chữ nhật đứng.

Định nghĩa: Hình lăng trụ là hình có các cạnh bên vuông góc với 2 mặt phẳng đáy.

- Hình lập phương: tất cả các mặt đáy và mặt bên là hình vuông, các cạnh bên vuông góc với 2 mặt phẳng đáy.
- Hình hộp chữ nhật: tất cả các mặt đều là hình chữ nhật, các cạnh bên vuông góc với 2 mặt phẳng đáy.
- Hình lăng trụ đứng: Các cạnh bên song song với nhau và vuông góc với 2 đáy.



- Hình chóp có các cạnh bên bằng nhau

Hình chiếu vuông góc của đỉnh xuống đáy là tâm đường tròn ngoại tiếp đáy.

Tam giác thường, tam giác cân: giao của 3 đường trung trực;

Tam giác vuông: trung điểm cạnh huyền ;

Tam giác đều: giao của 3 trung tuyến ;

Hình chữ nhật, hình vuông : giao 2 đường chéo.

Khi đã vẽ hình xong, phải tìm ra hướng giải bài toán là khó khăn nhất với HS. Đa phần HS thường gặp vướng mắc ở bước này, nguyên nhân do HS chưa kết hợp giả thiết đã cho với khả năng phân tích hình vẽ để lựa chọn cách làm bài.

GV có thể hướng dẫn HS giải bài tập hình học bằng phương pháp phân tích đi lên là phương pháp giúp HS dễ hiểu, có kỹ thuật giải toán hệ thống, hiệu quả. Đây là phương pháp dùng lập luận để đi từ vấn đề cần chứng minh dẫn tới vấn đề đã cho trong một bài toán. GV sẽ cùng HS tháo gỡ từng vướng mắc qua việc lập sơ đồ chứng minh, cùng HS giải bài tập từ dễ đến khó.

Phương pháp phân tích đi lên luôn có tác dụng gợi mở, tác động sâu sắc đến tư duy của HS ( tư duy phân tích và tổng hợp ), giúp HS hệ thống và nhớ được các kiến thức liên quan đã học trước đó.

Ngoài việc giúp HS nắm được các kiến thức cơ bản, việc phát huy tính tích cực của HS để mở rộng, khai thác thêm bài toán, hình thành những mối liên hệ từ những điều chưa biết đến những điều đã biết.

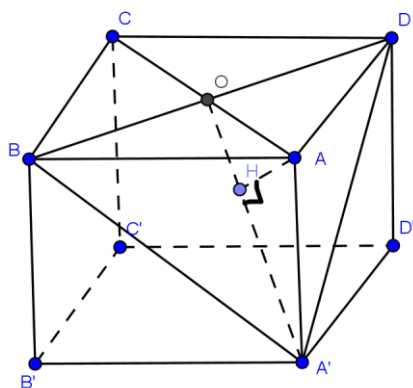
## **2.5. Biện pháp 5: Hướng dẫn HS phân tích các yếu tố bài toán để chỉ ra các cách giải hay và độc đáo**

Với đa số HS trong nhà trường THPT thì môn toán được xem là môn học khó nhất, nhiều HS còn cảm thấy sợ và chán ghét môn toán, đặc biệt là môn Toán hình. Điều quan trọng để giải các bài toán nói chung và các bài toán hình học nói riêng là phải phân tích các yếu tố của bài toán để tìm ra lời giải. Bởi vì, không có dữ kiện nào được đưa ra mà không có mục đích của nó, việc phân tích, sử dụng hết các yếu tố bài toán thì mới có thể tìm ra lời giải. Điều quan trọng nữa để học tốt môn hình học là tập cách vẽ hình cho tốt , việc luyện tập nhiều hình vẽ và lập đi lập lại sẽ giúp HS sẽ dần nhận dạng được các bài toán, từ đó giúp HS có hướng giải nhanh chóng đối với các bài toán.

**Ví dụ 5:** Khi GV dạy học bài toán: Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ , có cạnh là  $a$ . Tính khoảng cách từ điểm  $A$  đến  $(A'BD)$ ?

Trước tiên, khi làm bài toán, GV hướng dẫn HS cách vẽ hình.

Lưu ý: hình lập phương có tất cả các mặt là hình vuông và các cạnh thuộc mặt bên vuông góc với 2 đáy.



**Phương pháp:** Để xác định khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(BA'D)$  ta cần vẽ đường cao  $AH$  sao cho  $AH \perp (BA'D)$  tức là  $AH$  vuông góc với 2 đường thẳng cắt nhau thuộc mặt phẳng  $(BA'D)$ .

Bài giải:

Cách 1: Gọi  $AC \cap BD = \{O\}$ .

Ta dễ dàng nhận thấy  $AA' \perp (ABCD)$ .

Lại có  $AO \perp BD$  do tính chất hình vuông. Suy ra  $A'O \perp BD$  dẫn đến  $BD \perp (OAA')$  hay nói cách khác  $(A'BD) \perp (OAA')$ .

Ta kẻ  $AH \perp OA'$  thì  $AH \perp (A'BD)$ .

hay  $d(A, (A'BD)) = AH$ .

Tính độ dài  $AH$ , ta có:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AO^2} + \frac{1}{AA'^2} = \frac{2}{a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{3}{a^2}.$$

$$\Rightarrow d = AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

**Nhận xét:** Cách giải thứ 2 so với cách giải 1 nhanh gọn và ngắn hơn rất nhiều.

### **CHƯƠNG 3**

## **THIẾT KẾ MỘT SỐ GIÁO ÁN DẠY HỌC PHẦN QUAN HỆ VUÔNG GÓC TRONG KHÔNG GIAN NHẪM PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC KHÁM PHÁ CỦA HỌC SINH**

Trong chương này, tôi đã thiết kế các giáo án dạy học phần quan hệ vuông góc trong không gian theo hướng phát triển năng lực khám phá của HS. Để làm được việc đó thì GV phải xác định được mục tiêu, phân tích được cấu trúc nội dung từng bài và lựa chọn phương pháp dạy học nhằm phát triển năng lực khám phá của HS.

Luận văn đã vận dụng các phương pháp dạy học tích cực hóa các hoạt động của HS trong tiết học bằng cách :

1. Thiết kế một số giáo án nội dung quan hệ vuông góc trong không gian trên cơ sở bám sát chương trình SGK (Hình học 12 - Cơ bản) mở rộng các chuyên đề đặc biệt trong việc xác định góc và khoảng cách.
2. Hệ thống các bài tập được thiết kế từ đơn giản đến phức tạp ; có thể yêu cầu HS thực hiện các nhiệm vụ qua việc thực hiện hoạt động nhóm nhằm phát triển năng lực khám phá của mỗi cá nhân.
3. Lựa chọn các hình thức dạy học phù hợp với từng đối tượng và điều kiện cơ sở vật chất nhưng phải phù hợp với mục tiêu phát triển năng lực khám phá người học.

### **3. 1. Giáo án số 1**

#### **TIẾT 29: VECTOR TRONG KHÔNG GIAN (tiết 1)**

##### **I. Mục tiêu**

###### *1. Về kiến thức*

- Nêu được khái niệm vector và một số phép toán trong không gian;
- Vận dụng thành thạo các phép toán, tính chất, các quy tắc vector, đặc biệt là quy tắc hình học;
- Nêu lại định nghĩa hai vector cùng phương, nhận biết được ba vector đồng phẳng.

###### *2. Về kỹ năng*

- Hình thành và rèn luyện
  - + Kỹ năng thực hiện các phép toán trên vector trong không;
  - + Kỹ năng nhận dạng hai vector cùng phương;
  - + Kỹ năng nhận dạng ba vector đồng phẳng...

###### *3. Về tư duy*

- Phát triển tư duy trừu tượng, sáng tạo của HS;
- HS có thái độ nghiêm túc, say mê, tích cực trong học tập.

##### **II. Chuẩn bị**

###### *1. Học sinh*

- Ôn tập lại khái niệm các phép toán và các tính chất đã học về các vector trong mặt phẳng, quan hệ song song trong không gian.

###### *2. Giáo viên*

- Nội dung SGK, giáo án, bảng phụ,... các kiến thức liên quan.

##### **III. Phương pháp dạy học**

- Dạy học và giải quyết vấn đề;
- Nêu vấn đề;
- Tổ chức các hoạt động nhóm.

##### **IV. Tiến trình dạy học**

###### *1. Ổn định lớp (1 phút)*




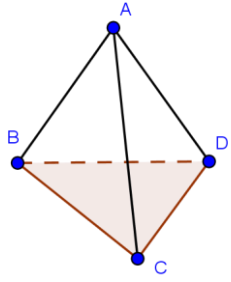
## 2. Kiểm tra bài cũ (4 phút)

- GV: Yêu cầu các nhóm chuẩn bị nhắc lại khái niệm, các phép toán về các tính chất đã học về vectơ trong mặt phẳng?

- HS: Chia các nhóm lên bảng trình bày, các nhóm khác bổ sung và nhận xét.

## 3. Tiến trình bài dạy (40 phút)

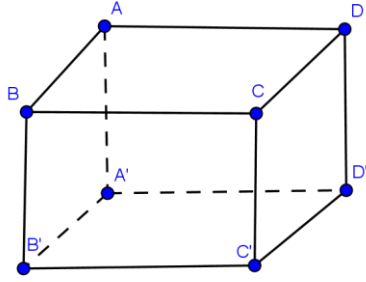
### Hoạt động 1: Định nghĩa và các phép toán về vectơ trong không gian

Hoạt động của giáo viên	Hoạt động của học sinh	Nội dung
<b>Hoạt động 1: Tiếp cận định nghĩa vectơ trong không gian; các phép toán</b>		
<p>- GV: yêu cầu HS nêu lại khái niệm vectơ trong mặt phẳng và hình minh họa.</p> <p>- GV nhấn mạnh vectơ trong không gian cũng tương tự như trong mặt phẳng.</p> <p>- Các khái niệm: giá, độ dài, vectơ không, hai vectơ cùng phương, hướng, bằng nhau...</p> <p>định nghĩa giống trong mặt phẳng. Yêu cầu HS nhắc lại.</p> <p>Δ1. Kể tên các vectơ khác vec tơ - không có điểm đầu A và điểm cuối là các đỉnh của tứ diện ABCD. Các vectơ đó có nằm trong mp không.</p>	<p>- HS: Vectơ là một đoạn thẳng có hướng.</p>  <p>A là điểm đầu, B là điểm cuối.</p> <p>- HS trả lời</p> <p>-HS quan sát hình vẽ trên bảng và trả lời. <math>\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}</math>.</p> <p>- Các vectơ không cùng thuộc mặt phẳng.</p>	<p>I. Định nghĩa và các phép toán về vectơ trong không gian</p> <p>1. Định nghĩa</p> <p>Vectơ trong không gian là một đoạn thẳng có hướng.</p> <p>Kí hiệu: <math>\overrightarrow{AB}</math>, trong đó A điểm đầu, B điểm cuối.</p> <p><math>\vec{a}, \vec{b}, \vec{x}, \vec{y}, \dots</math></p> <p>Δ 1.</p>  <p>Các cặp vectơ <math>\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}</math>; <math>\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}</math> và <math>\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}</math> cùng thuộc một mặt phẳng.</p>

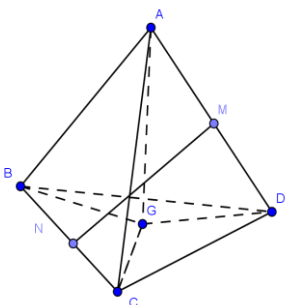
## Hoạt động 2: Thực hiện phép toán cộng trừ vector

Trong nội dung này, tôi sẽ vận dụng biện pháp hướng dẫn HS sử dụng kiến thức cũ để hình thành quy tắc mới; cụ thể là quy tắc hình hộp.

GV lưu ý phép cộng, phép trừ hai vector trong không gian được định nghĩa tương tự như trong mặt phẳng. Vì vậy, khi thực hiện các bài toán có thể sử dụng quy tắc ba điểm, quy tắc hình bình hành như hình học phẳng.

Hoạt động của giáo viên	Hoạt động của học sinh	Nội dung
<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV: Yêu cầu HS nêu lại công thức tổng, hiệu, hình bình hành đối với 2 vector.</li> <li>- GV yêu cầu HS làm ví dụ 1.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- HS: Quy tắc 3 điểm:  <math>\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}</math>.</li> <li>Quy tắc hiệu:  <math>\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}</math>.</li> <li>Quy tắc hình bình hành:  <math>\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}</math>.</li> </ul>	<p>Ví dụ 1: Cho tứ diện ABCD.</p> <p>CMR: <math>\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}</math>.</p> <p>Giải:</p> $\begin{aligned} \overrightarrow{VT} &= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} \\ &= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} \\ &= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{VP}. \end{aligned}$
HS sẽ tự phát hiện ra quy tắc hình bình hành dưới sự hướng dẫn của GV		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV đặt câu hỏi, cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' nhận xét và tính tổng các vector <math>\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}</math>?</li> <li>- GV khái quát quy tắc hình hộp và nhấn mạnh quy tắc này được suy từ quy tắc hình bình hành trong mặt phẳng.</li> </ul>	<p>Nhận xét: các vector đều có chung gốc A nên ta có thể thực hiện lần lượt tổng của 2 vector theo quy tắc hình bình hành.</p> <p>Nhận thấy ABCD là hình bình hành nên <math>\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}</math>.</p> <p>Lại có, AA'C'C là hình bình hành, suy ra <math>\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}</math>.</p> <p>Vậy, ta có <math>\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}</math>.</p>	<p>2. Phép cộng và phép trừ vector trong không gian</p> <p><b>Quy tắc hình hộp:</b> Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' có ba cạnh xuất phát từ đỉnh A là AB, AD, AA' và có đường chéo AC'. Khi đó, ta có quy tắc hình hộp</p>  <p><math>\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}</math>.</p>

### Hoạt động 3: Thực hiện phép nhân một số với một vector

Hoạt động của giáo viên	Hoạt động của học sinh	Nội dung
<p>- GV nhấn mạnh, trong không gian tích của vector <math>\vec{a}</math> với một số <math>k \neq 0</math> là vector <math>k\vec{a}</math> được định nghĩa tương tự như trong mặt phẳng.</p>	<p>Giải:</p>  $\begin{aligned} VP &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}) \\ &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{DM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NC}) \\ &= \frac{1}{2}(2\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{DM} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC}) \\ &= \overrightarrow{MN} = VT. \end{aligned}$	<p>3. Phép nhân vector với một số Ví dụ 3: Cho tứ diện ABCD, gọi M, N, I lần lượt là trung điểm AD, BC, MN và G là trọng tâm toám giác BCD. Chứng minh rằng:</p> $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}).$

**Đặc biệt:** GV sử dụng biện pháp hướng dẫn HS khái quát hóa thành phương pháp giải các dạng bài toán vector.

#### 1. Quy trình giải bài toán bằng phương pháp vector

Bước 1: Lựa chọn hệ vector gốc:

- Thường là 3 vector cùng điểm đầu và không đồng phẳng;
- Ưu tiên chọn các vector đã biết độ dài, biết góc giữa chúng.

Bước 2: Chuyển các giả thiết, kết luận hình học của bài toán của bài toán sang ngôn ngữ vector và biểu diễn các vector liên quan theo hệ vector gốc.

#### 2. Các dạng hình học chuyển đổi cơ bản

**Bảng 3.1. Chuyển đổi giữa giả thiết thành ngôn ngữ dưới dạng vector**

<b>Giả thiết hình học</b>	<b>Ngôn ngữ vector</b>
M là trung điểm của đoạn AB.	$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB}.$ $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}.$ $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}).$
G là trọng tâm tam giác ABC.	$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}.$ $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}).$
G là trọng tâm tứ diện ABCD.	$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}.$ $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}).$

## **3.2. Giáo án số 2**

### **TIẾT 33: HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC (tiết 2)**

#### **I. Mục tiêu**

##### *1. Về kiến thức*

- Xác định thành thạo góc giữa hai đường thẳng trong không gian
- Định nghĩa được góc giữa hai vectơ trong không gian, tích vô hướng hai vectơ trong không gian;
- Nêu được khái niệm vectơ chỉ phương của đường thẳng.

##### *2. Về kỹ năng*

- Xác định thành thạo góc giữa hai đường thẳng trong không gian;
- Áp dụng các phương pháp xác định góc giữa hai đường thẳng trong không gian vào giải các bài toán cơ bản.

##### *3. Về tư duy thái độ*

- Cẩn thận trong lựa chọn các phương pháp phù hợp, tính toán và trình bày;
- HS biết được ý nghĩa của toán học trong thực tiễn.

#### **II. Chuẩn bị**

##### *1. Giáo viên*

- SGK, sách tham khảo;
- Phần màu, bảng phụ;
- Phiếu trả lời câu hỏi.

##### *2. Học sinh*

- Ôn lại kiến thức đã học trong bài: “ Hai đường thẳng vuông góc ” (tiết 1);
- Thước thẳng, bút chì,..

#### **III. Phương pháp giảng dạy**

- Đặt và giải quyết vấn đề;
- Gọi mở vấn đáp.

#### **IV. Tổ chức hoạt động học tập**

##### *1. Ôn định tổ chức lớp (1 phút)*

##### *2. Kiểm tra bài cũ (5 phút)*

- GV: Góc giữa hai vectơ trong không gian. Tích vô hướng giữa hai vectơ trong không gian?

- HS: Cho hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$  là hai vectơ khác vectơ - không. Lấy A bất kì, chọn điểm B, C thỏa mãn  $\overrightarrow{AB} = \vec{u}, \overrightarrow{AC} = \vec{v}$ . Khi đó, góc giữa hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$  là  $BAC$  ( $0^\circ \leq BAC \leq 180^\circ$ ).

- Tích vô hướng của hai vectơ .

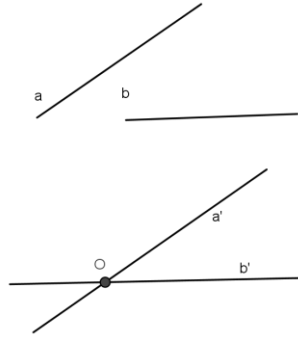
Trong không gian, cho hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$  đều khác vectơ - không. Tích vô hướng của hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$ , kí hiệu là  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  được xác định theo công thức.

### 3. Tiến trình bài dạy (39 phút)

#### Hoạt động 1: Góc giữa hai đường thẳng trong không gian

Trong biện pháp này, GV vận dụng “mô hình tương đồng” của dạy học khám phá để HS tự thực hiện hoạt động phân tích đưa ra khái niệm góc giữa hai đường thẳng trong không gian.

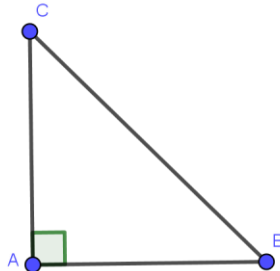
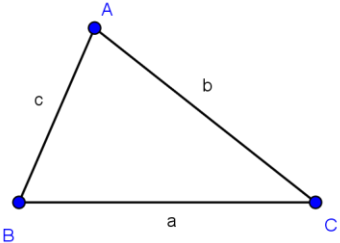
Trong không gian, cho hai đường thẳng a, b bất kì. Từ điểm O nào đó ta vẽ hai đường thẳng a' và b' lần lượt song song với a và b.

Hoạt động của giáo viên	Hoạt động của học sinh	Nội dung
- GV dẫn dắt: Ở lớp dưới, ta đã được định nghĩa rằng hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm tạo thành một góc nằm giữa hai đường thẳng đó. Mở rộng, trong không gian, ta sẽ định nghĩa góc giữa hai đường thẳng như thế nào?	- HS: Nhận thấy, hai đường thẳng trong không gian có thể xảy ra trường hợp không cắt nhau, cũng không song song. Tức là hai đường thẳng có thể thuộc hai mặt phẳng khác nhau. Vì vậy, để xác định góc, ta phải đưa hai đường thẳng đó về hai đường	<p>III. Góc giữa hai đường thẳng</p> <p>1. Định nghĩa (SGK)</p>  <p>2. Nhận xét (SGK)</p>

<p>(Nếu HS không nghĩ ra việc xác định điểm O bất kì, GV có thể đưa gợi ý).</p> <p>- GV yêu cầu HS nhận xét khi điểm O thay đổi thì góc giữa <math>a'</math> và <math>b'</math> có thay đổi không.</p> <p>- GV yêu cầu HS dựa vào hình vẽ đưa ra khái niệm 2 vectơ. Từ đó, đưa ra định nghĩa chính xác.</p>	<p>thẳng cắt nhau bằng cách kẻ đường song song.</p> <p>HS: góc giữa hai đường thẳng không thay đổi.</p> <p>-Góc giữa hai đường thẳng bất kì trong không gian là góc giữa hai đường thẳng song song với hai đường thẳng đó và cắt nhau tại 1 điểm.</p>	<p>*Lưu ý: Góc giữa hai đường thẳng luôn nhỏ hơn hoặc bằng <math>90^\circ</math>.</p>
---	---	---

### Hoạt động 2: Các phương pháp xác định góc giữa hai vectơ

Hoạt động của giáo viên	Hoạt động của học sinh	Nội dung
<p>- GV yêu cầu HS nhắc lại công thức tính tích vô hướng 2 vectơ từ đó suy ra công thức tính góc.</p> <p>- GV yêu cầu HS nhắc lại mối liên hệ giữa góc hai đường thẳng và góc giữa hai VTCP của hai đường thẳng đó.</p> <p>- GV đưa ra cách xác</p>	$\vec{u} \cdot \vec{v} =  \vec{u}  \cdot  \vec{v}  \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$ $\Rightarrow \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{ \vec{u}  \cdot  \vec{v} }$ <p>- Cho 2 đường thẳng a, b có hai VTCP là <math>\vec{u}, \vec{v}</math></p> $(\vec{u}, \vec{v}) = \alpha$	<p>II. Cách xác định góc giữa hai đoạn thẳng a, b</p> <p><b>Phương pháp 1:</b> Dựa vào công thức tích vô hướng.</p> <p>Cho 2 đường thẳng a, b có hai VTCP là <math>\vec{u}, \vec{v}</math>:</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <math display="block"> \cos(\vec{u}, \vec{v})  = \frac{ \vec{u} \cdot \vec{v} }{ \vec{u}  \cdot  \vec{v} }</math> </div> <p>* Lưu ý:</p>

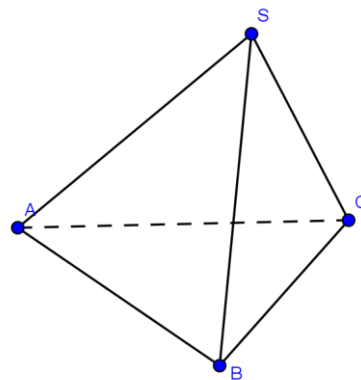
<p>định góc giữa hai đường thẳng thông qua góc giữa hai vector.</p> <p>- GV lưu ý HS: khi xác định góc bằng phương pháp số 2 thì ta tính số đo góc bằng các phương pháp trong hình học phẳng.</p> <p>- GV có thể yêu cầu HS nêu lại các công thức tính các GTLG cơ bản với tam giác vuông và định lí cos đối với tam giác thường (có thể nhắc lại nếu HS không nhớ).</p>	<p>+ <math>0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ</math> góc giữa 2 đường thẳng a, b là <math>\alpha</math></p> <p>+) <math>90^\circ &lt; \alpha \leq 180^\circ</math> góc giữa 2 đường thẳng là <math>180^\circ - \alpha</math></p> <p>- HS nêu lại các tỷ số lượng giác trong tam giác vuông và tam giác thường.</p>	<p><math>(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) = AOB</math></p> <p><math>(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{BO}) = 180^\circ - (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) = 180^\circ - AOB</math></p> <p><b>Phương pháp 2:</b> Sử dụng trực tiếp định nghĩa góc giữa hai đường thẳng trong không gian.</p> <p>* Cách tính số đo góc trong tam giác.</p> <p>Tam giác vuông</p>  <p><math>\sin B = \frac{AC}{BC}, \cos B = \frac{AB}{BC},</math></p> <p><math>\tan B = \frac{AC}{AB}, \cot B = \frac{AB}{AC}.</math></p> <p>Tam giác thường</p>  <p><math>a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A;</math></p> <p><math>b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B;</math></p> <p><math>c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C.</math></p>
--	---	--



### Hoạt động 3: Vận dụng các phương pháp xác định góc để thực hành giải các bài toán

**Bài toán 1:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = SC = AB = AC = a$  và  $BC = a\sqrt{2}$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $SC$ ?

HS dễ dàng sử dụng công thức tích vô hướng ở phương pháp 1 vào trong bài toán.



Cách 1: Áp dụng công thức, ta có:

$$|\cos(\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{AB})| = \frac{|\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB}|}{|\overrightarrow{SC}| \cdot |\overrightarrow{AB}|} = \frac{|(\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AB}|}{a^2} = \frac{|\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB}|}{a^2}.$$

Vì tam giác  $SAB$  là tam giác đều nên  $(\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{AB}) = 120^\circ$ .

$$\text{Suy ra, } \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{AB} = |\overrightarrow{SA}| \cdot |\overrightarrow{AB}| \cdot \cos(\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{AB}) = a \cdot a \cos 120^\circ = \frac{-a^2}{2}.$$

Mặt khác, ta dễ dàng tính được độ dài cạnh:  $CB^2 = (a\sqrt{2})^2 = a^2 + a^2 = AC^2 + AB^2$ .

Nên suy ra ta có:  $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}) = 90^\circ \Rightarrow \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ .

Vậy  $|\cos(\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{AB})| = \frac{\frac{a^2}{2}}{\frac{a^2}{2}} = \frac{1}{2}$ . Suy ra góc giữa hai đường thẳng  $SC$  và  $AB$  bằng

$60^\circ$ .

Tuy nhiên, HS sẽ nhận thấy, việc xác định góc bằng phương pháp 1, mặc dù dễ dàng trong việc sử dụng công thức, nhưng phần tính toán thì tương đối phức tạp và dễ mắc sai lầm. Những HS khá hơn có thể dễ dàng nhận thấy, bài toán yêu cầu xác định góc được tạo bởi hai cạnh của tứ diện. Nếu ta xác định lần lượt  $M, N, P$  là trung điểm  $AC, BC, SB$  thì sẽ dễ dàng chỉ ra  $MN$  song

song AB, PN song song SC.

Vậy góc giữa AB và SC là góc giữa MN và PN; và là góc  $MNP$ . Dễ dàng xác định được độ lớn của góc  $MNP$ .

**Bài toán 2:** Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Tính góc giữa các cặp đường thẳng sau:

- a. AB và B'C'                      b. AC và B'C'                      c. A'C' và B'C' ?

**Nhận xét:** Hình lập phương là hình có sáu mặt đều là hình vuông và các mặt đối diện song song với nhau. Vì vậy, trong bài toán sử dụng rất nhiều yếu tố vuông góc nên HS nghĩ ngay đến việc sử dụng phương pháp số 2.

Giải:

- a. Vì B'C' // BC

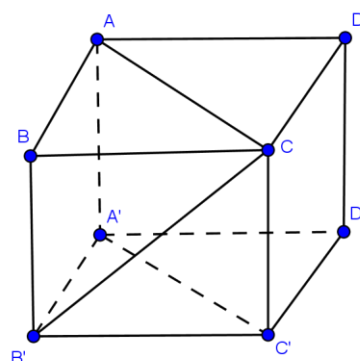
Góc giữa AB và B'C' bằng góc giữa AB và BC là góc  $ABC = 90^\circ$ .

- b. Vì BC // B'C'. Góc giữa AC và B'C' bằng góc giữa AC và BC bằng  $45^\circ$ .

- c. Vì A'C' // AC. Góc giữa A'C' và B'C' là góc AC và B'C' là góc  $ACB'$ .

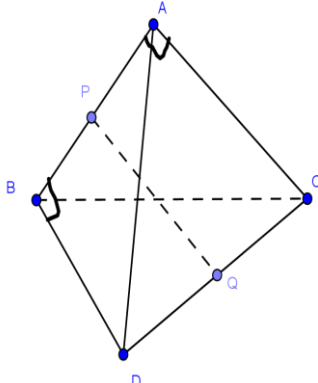
Xét tam giác  $ACB'$  có:  $AC = AB' = B'C$  (vì là 3 đường chéo của các hình vuông).

Suy ra  $\triangle ACB'$  là tam giác đều  $ACB' = 60^\circ$ .



#### Hoạt động 4: Hai đường thẳng vuông góc

Hoạt động của giáo viên	Hoạt động của học sinh	Nội dung
<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV đưa ra định nghĩa góc giữa hai vector.</li> <li>- GV hướng dẫn HS sử dụng công thức tính góc với góc bằng <math>90^\circ</math>.</li> </ul>	$ \cos(\vec{u}, \vec{v})  = \frac{ \vec{u} \cdot \vec{v} }{ \vec{u}  \cdot  \vec{v} }$ $\cos 90^\circ = 0 = \frac{ \vec{u} \cdot \vec{v} }{ \vec{u}  \cdot  \vec{v} }$ $\Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0.$	<p>IV. Hai đường thẳng vuông góc</p> <p>1. Định nghĩa</p> <p>Hai đường thẳng được gọi là vuông góc nếu</p>

<p>- GV đưa ra các nhận xét và yêu cầu HS nhắc lại định nghĩa hai đường thẳng chéo nhau.</p> <p>- GV hướng dẫn HS làm ví dụ : Yêu cầu HS sử dụng công thức tích vô hướng cho 2 đường thẳng vuông góc</p>	<p>- 2 đường thẳng không cắt nhau và không đồng phẳng.</p> <p>Giải:</p> $AB \perp AC \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0;$ $AB \perp BD \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = 0.$ $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CQ}$ <p>và <math>\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DQ}.</math></p> <p>Do đó <math>2\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}.</math></p> $2\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{AB} = (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}) \cdot \overrightarrow{AB}$ $= \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ <p>hay <math>\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{AB} = 0</math> tức là <math>PQ \perp AB.</math></p>	<p>góc giữa chúng bằng <math>90^\circ</math>.</p> <p>2. Nhận xét</p> <p>- Nếu <math>\vec{u}, \vec{v}</math> là 2 VTCP của <math>a</math> và <math>b</math> thì <math>a \perp b \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0</math>.</p> <p>- Cho 2 đường thẳng song song, một đường thẳng vuông góc với đường này cũng vuông góc đường kia.</p> <p>- 2 đường thẳng vuông góc với nhau có thể cắt hoặc chéo nhau.</p> <p>Ví dụ: Cho tứ diện ABCD có <math>AB \perp AC</math> và <math>AB \perp BD</math>. Gọi P và Q lần lượt trung điểm của AB và CD. Chứng minh AB và PQ là 2 đường thẳng vuông góc.</p> 
--	---	--

#### *4. Củng cố bài học, dặn dò*

- GV: yêu cầu HS nhắc lại các phương pháp xác định góc của hai đường thẳng và cách chứng minh góc vuông.
- Làm các bài tập 3+4+5+6 (tr 98 - SGK).

### **3.3. Giáo án số 3**

#### **TIẾT 35: ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẪNG**

##### **I. Mục tiêu**

###### *1. Về kiến thức*

- Định nghĩa được đường thẳng vuông góc mặt phẳng;
- Nêu được định nghĩa để đường thẳng vuông góc mặt phẳng;
- Nêu được các định lý, liên hệ giữa quan hệ song song và vuông góc của đường thẳng.

###### *2. Về kỹ năng*

- Chứng minh được các đường thẳng vuông góc với mặt phẳng;
- Sử dụng thành thạo các phương pháp chứng minh 2 đường thẳng vuông góc;
- Biết cách giải các bài toán chứng minh vuông góc.

###### *3. Về tư duy, thái độ*

- Hiểu được liên hệ giữa quan hệ song song và vuông góc của đường thẳng;
- Cần thận trọng tính toán, trình bày, ứng dụng được toán học vào giải các bài toán thực tiễn.

##### **II. Chuẩn bị**

###### *1. Giáo viên*

- Sách giáo khoa, sách tham khảo, phấn màu;
- Bảng phụ;
- Phiếu trả lời.

###### *2. Học sinh*

- Thước thẳng, bút chì.

##### **III. Phương pháp dạy học**

- Thuyết trình;
- Gọi mở vấn đáp.

#### IV. Tiến trình dạy học

1. Ổn định tổ chức lớp (1 phút)

2. Kiểm tra bài cũ (6 phút)

- GV: Nêu các phương pháp chứng minh hai đường thẳng vuông góc trong không gian?

- HS: 2 đường thẳng cắt nhau: sử dụng định lý py ta go. Chứng minh góc giữa hai đường thẳng bằng  $90^\circ$ .

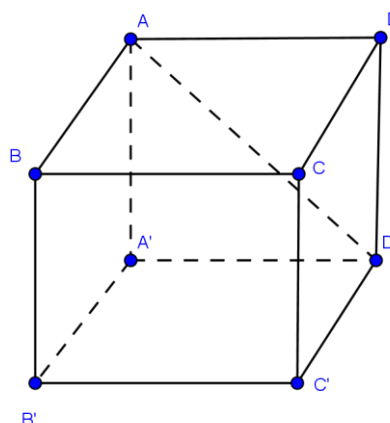
**Bài toán 1:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Chứng minh rằng  $AD' \perp CD$ .

$$\text{Ta xét } \overrightarrow{AD'} \cdot \overrightarrow{CD} = (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'}) \cdot \overrightarrow{CD}$$

$$= \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DD'} \cdot \overrightarrow{CD} = 0.$$

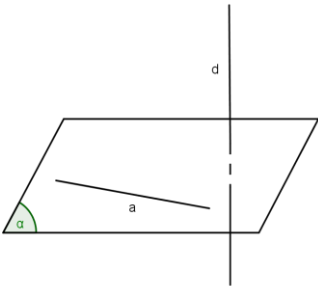
Vì  $AD \perp CD$  suy ra  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$ .

Lại có  $DD' \perp CD \Leftrightarrow \overrightarrow{DD'} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$ .



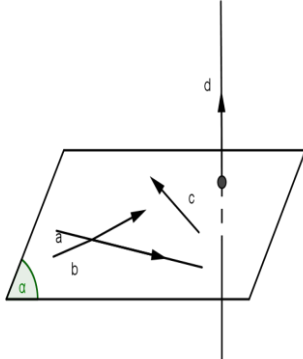
3. Tiến trình bài dạy (37 phút)

#### Hoạt động 1: Định nghĩa đường thẳng vuông góc và mặt phẳng

Hoạt động của giáo viên	Hoạt động của học sinh	Nội dung
- GV đưa ra định nghĩa góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.	- HS chú ý lắng nghe 	I. Định nghĩa (SGK - tr 99) KH: d vuông góc $(\alpha)$ hoặc d và $(\alpha)$ vuông góc với nhau là $d \perp (\alpha)$ .

## Hoạt động 2: Điều kiện đường thẳng vuông góc mặt phẳng

**Dẫn dắt:** Theo định nghĩa ở phần trước, đường thẳng vuông góc với mặt phẳng nếu nó vuông góc với tất cả đường thuộc mặt phẳng đó. Nhưng để chứng minh đường thẳng vuông góc mặt phẳng ta không thể chứng minh đường thẳng đó vuông góc với tất cả đường thẳng thuộc mặt phẳng được.

Hoạt động của giáo viên	Hoạt động của học sinh	Nội dung
<ul style="list-style-type: none"> <li>- GV phát biểu định lý và hướng dẫn HS chứng minh định lý theo hướng dẫn SGK.</li> <li>- GV: Muốn chứng minh d vuông góc (P), người ta làm như thế nào?</li> <li>- GV yêu cầu HS làm ví dụ và đưa ra hệ quả.</li> <li>- GV đặt câu hỏi: Cho 2 đường thẳng a và b song song. Đường thẳng d vuông góc a và b.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- HS chú ý lắng nghe và theo dõi.</li> <li>- HS: ta sẽ chứng minh d vuông góc 2 đường thẳng cắt nhau thuộc (P).</li> </ul> <p>Giải:</p> <p>Vì</p> $\left. \begin{array}{l} a \perp AB \\ a \perp AC \\ AB, AC \subset (ABC) \\ AB \cap AC = \{A\} \end{array} \right\} \Rightarrow a \perp (ABC).$ <p><math>\Rightarrow a \perp BC</math></p>	<p>II. Điều kiện để đường thẳng vuông góc mặt phẳng</p> <p>Định lý (SGK - tr 99):</p> $\left. \begin{array}{l} a \perp b \\ a \perp c \\ b, c \subset (P) \\ b \cap c \neq \emptyset \end{array} \right\} \Rightarrow a \perp (P).$  <p>Ví dụ 1: Cho tam giác ABC nằm trong (P) và <math>a \not\subset (P), a \perp AB, a \perp AC</math>.</p> <p>CMR: <math>a \perp BC</math>.</p> <p>Hệ quả:</p> <p>Nếu một đường thẳng</p>

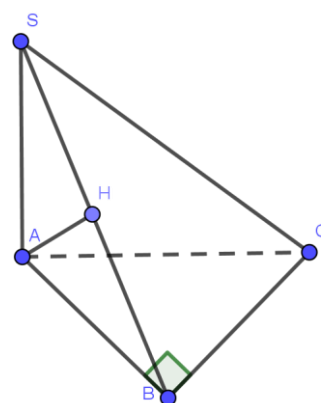
- Khi đó, d vuông góc với mặt phẳng xác định bởi hai đường thẳng song song a và b không?	- HS trả lời: không. Vì theo điều kiện vuông góc. Đường thẳng d phải vuông góc với 2 đường thẳng cắt nhau. Mà $a \parallel b$ ta chỉ tính d vuông góc với 1 đường thẳng trong mặt.	vuông góc với hai cạnh của một tam giác thì nó cũng vuông góc với cạnh thứ ba của tam giác đó.
--	---	--

### Hoạt động 3: Rèn luyện cho HS phương pháp xác định các bài toán chứng minh đường thẳng vuông góc mặt phẳng

Như đã biết, để chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng ta phải chỉ ra đường thẳng đó vuông góc với hai đường cắt nhau trong mặt phẳng. Tuy nhiên, việc xác định được hai đường thẳng cắt nhau đó chưa bao giờ là dễ dàng. Vì không phải với đường thẳng nào, ta cũng có thể chứng minh được vuông góc với đường thẳng ban đầu. Do vậy, GV nên hướng dẫn HS sử dụng sơ đồ tư duy để có thể liệt kê hết các dữ liệu đề bài, tránh mất thời gian đi theo những con đường sai lầm.

**Bài toán 2:** Cho hình chóp SABC có đáy là tam giác ABC vuông tại B và có SA vuông góc (ABC).

- Chứng minh:  $BC \perp (SAB)$ .
- Gọi AH là đường cao của tam giác SAB. Chứng minh  $AH \perp SC$ .



Để chứng minh  $BC \perp (SAB)$ , HS cần chỉ ra BC vuông góc với 2 đường thẳng cắt nhau thuộc (SAB). GV sẽ hướng dẫn HS phân tích ngược từ dưới lên với những bài toán có dạng trên.



Giải:

a. Sơ đồ phân tích:

$$\begin{array}{ccc}
 BC & \perp & (SAB) \\
 \swarrow & \downarrow & \searrow \\
 BC \perp SA & BC \perp AB & BC \perp SB \\
 \downarrow & (gt) & \\
 SA \perp (ABC)(gt)
 \end{array}$$

Theo giả thiết, ta có  $SA \perp (ABC)$  nên dễ dàng suy ra được  $SA \perp BC$ .

Ta có lại có  $BC \perp AB$  do tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ .

Từ đó, suy ra  $BC \perp (SAB)$ .

Nhận xét: Nhờ việc phân tích sơ đồ trên, HS sẽ dễ dàng lựa chọn được 2 đường thẳng phù hợp để chứng minh.

b. HS dễ dàng phân tích bài toán đặt ra ngược lại so với yêu cầu a. Để chứng minh hai đường thẳng vuông góc, ta cần chỉ chứng minh đường thẳng đó vuông góc với mặt phẳng chứa đường thẳng kia.

Sơ đồ phân tích

$$\begin{array}{ccc}
 AH & \perp & SC \\
 \downarrow & & \\
 AH & \perp & (SBC) \\
 \swarrow & \downarrow & \searrow \\
 AH \perp BC & AH \perp SB & AH \perp SC \\
 \downarrow & (gt) & \\
 BC \perp (SAB)(cm a)
 \end{array}$$

Theo chứng minh ý a, ta có  $BC \perp (SAB)$ . Lại có  $AH \subset (SAB)$  nên dễ dàng chỉ ra được  $BC \perp AH$ .

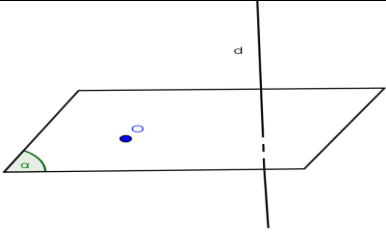
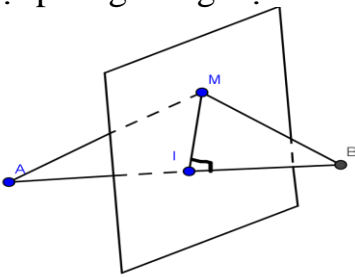
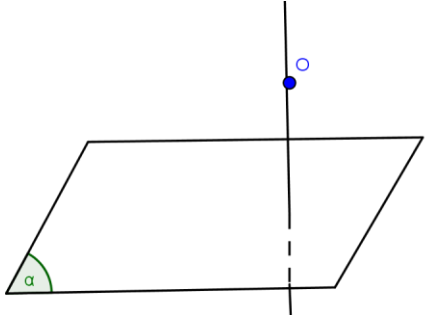
Ta lại có,  $AH \perp BC, AH \perp SB$  nên suy ra  $AH \perp (SBC)$ .

Từ đó, suy ra  $AH \perp SC$ , ta được điều phải chứng minh.

### Hoạt động 3: Tìm hiểu các tính chất

Từ định nghĩa về điều kiện để đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, GV đưa ra các tính chất sau:

Hoạt động của giáo viên	Hoạt động của học sinh	Nội dung
- Cho đường thẳng $d$ và điểm $O \notin d$ , có thể vẽ được bao nhiêu mặt phẳng đi qua $O$ và vuông góc $d$ .	- Chú ý theo dõi và lắng nghe.  - HS: Đường trung	Tính chất 1:

<p>- GV yêu cầu HS nhắc lại định nghĩa đường trung trực của đoạn AB.</p> <p>Sau đó, đưa ra định nghĩa mở rộng trong không gian.</p>	<p>trực của AB là đường thẳng đi qua trung điểm của AB và vuông góc với AB.</p>	 <p>Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước.</p> <p>Mặt phẳng trung trực:</p>  <p>Người ta gọi mặt phẳng đi qua trung điểm I của AB và vuông góc với đường thẳng AB là mặt phẳng trung trực của AB.</p>  <p>Tính chất 2: Có duy nhất một đường thẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với mặt phẳng cho trước.</p>
---	---	---

#### 4. Củng cố

- GV: yêu cầu HS nêu lại điều kiện để chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng và hai đường thẳng vuông góc với nhau.
- Yêu cầu HS làm bài 2 + 3 + 4 + 5 (tr 105 - SGK HH CB11).

### **3.4. Giáo án số 4**

#### **TIẾT 36: ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC MẶT PHẪNG ( tiết 2)**

##### **I. Mục tiêu**

###### *1. Về kiến thức*

- Định nghĩa lại được đường thẳng vuông góc mặt phẳng, cách xác định mặt phẳng;
- Phát biểu các định lý, liên hệ giữa quan hệ song song và vuông góc trong không gian;
- Nêu được định lý góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.

###### *2. Về kỹ năng*

- Chứng minh được đường thẳng vuông góc với mặt phẳng chứa nó;
- Xác định và tính được các góc giữa đường thẳng và mặt phẳng;
- Giải được một số bài toán liên quan;
- Xác định mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước, đường thẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước;
- Áp dụng được định lý ba đường vuông góc và xác định được góc giữa đường thẳng và mặt phẳng;
- Áp dụng được mối quan hệ giữa song song và vuông góc để lập luận khi làm toán về hình học không gian.

###### *3. Về thái độ*

- Liên hệ được với nhiều vấn đề trong thực tế với bài học;
- Phát huy tính độc lập, sáng tạo trong học tập.

##### **II. CHUẨN BỊ**

###### *1. Giáo viên*

- Giáo án. Hình vẽ minh họa.

###### *2. Học sinh*

- SGK, vở ghi. Ôn tập các kiến thức đã học về đường thẳng vuông góc mặt phẳng.

### III. PHƯƠNG PHÁP DẠY HỌC

- Thuyết trình, gợi mở vấn đáp.

### IV. HOẠT ĐỘNG DẠY HỌC

1. Ổn định lớp (1 phút)

2. Kiểm tra bài cũ (2 phút)

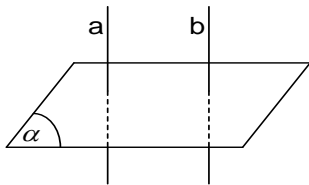
H. Nêu điều kiện để đường thẳng vuông góc với mặt phẳng?

$$\text{Đ. } d \perp (P) \Leftrightarrow \begin{cases} d \perp a \\ d \perp b \\ a \cap b \neq \emptyset. \end{cases}$$

3. Tiến trình bài dạy (42 phút)

#### Hoạt động 4: Liên hệ giữa quan hệ song song và quan hệ vuông góc của đường thẳng và mặt phẳng

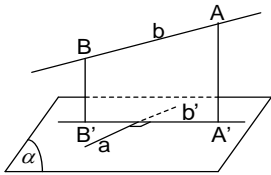
Trong phần này, GV vận dụng biện pháp hướng dẫn và rèn luyện HS sử dụng các quy tắc hình học để biểu thị mối quan hệ giữa tính chất được diễn đạt lời văn và ngôn ngữ toán học.

Hoạt động của giáo viên	Hoạt động của học sinh	Nội dung
<ul style="list-style-type: none"><li>- Yêu cầu HS đọc các tính chất trong SGK và vẽ hình.</li><li>- Gọi lần lượt 3 HS diễn đạt nội dung tính chất 1, 2, 3 theo ký hiệu toán học.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Phát biểu các tính chất 1,2,3 và vẽ hình minh họa.</li><li>- HS thực hiện yêu cầu của GV.</li><li>• HS quan sát hình vẽ và nhận xét.</li></ul> 	<p>IV. Liên hệ giữa quan hệ song song và quan hệ vuông góc của đường thẳng và mặt phẳng</p> <p>Tính chất 1:</p> <p>a. <math>a // b, (\alpha) \perp a \Rightarrow (\alpha) \perp b;</math></p> <p>b. <math>\left. \begin{matrix} a \perp (\alpha) \\ b \perp (\alpha) \end{matrix} \right\} \Rightarrow a // b.</math></p> <p>Tính chất 2:</p> <p>a. <math>\left. \begin{matrix} (\alpha) // (\beta) \\ a \perp (\alpha) \end{matrix} \right\} \Rightarrow a \perp (\beta);</math></p>

- Yêu cầu HS làm bài 1 (104 sgk).		$\left. \begin{array}{l} (\alpha) \neq (\beta) \\ \text{b. } a \perp (\alpha) \\ a \perp (\beta) \end{array} \right\} \Rightarrow (\alpha) // (\beta).$ <p>Tính chất 3:</p> <p>a. <math>a // (\alpha), b \perp (\alpha) \Rightarrow b \perp a</math>;</p> <p>b.</p> $\left. \begin{array}{l} a \not\subset (\alpha), a \perp b \\ (\alpha) \perp b \end{array} \right\} \Rightarrow a // (\alpha).$
-----------------------------------	--	---

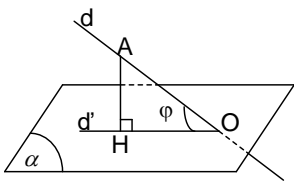
### Hoạt động 5: Tìm hiểu phép chiếu vuông góc và định lí 3 đường vuông góc

Hoạt động của giáo viên	Hoạt động của học sinh	Nội dung
<b>H1.</b> Nhắc lại định nghĩa phép chiếu song song? • Từ đó GV cho HS nêu định nghĩa phép chiếu vuông góc.	<b>Đ1.</b> HS nhắc lại định nghĩa phép chiếu song song.  <b>Đ2.</b> HS nhắc lại. - Biến 3 điểm thành 3 điểm thẳng hàng. - Biến đường thẳng thành đường thẳng, tia thành tia, đoạn thẳng thành đoạn thẳng. - Biến hai đường thẳng song song thành 2 đường thẳng song song hoặc trùng nhau.	<b>V. Phép chiếu vuông góc và định lí ba đường vuông góc</b> <b>1. Phép chiếu vuông góc</b> Cho $\Delta \perp (\alpha)$ . Phép chiếu song song theo phương của $\Delta$ lên $mp(\alpha)$ được gọi là <b>phép chiếu vuông góc lên <math>mp(\alpha)</math></b> . <b>Nhận xét:</b> Phép chiếu vuông góc là trường hợp đặc biệt của phép chiếu song song nên có đầy đủ các tính chất của
<b>H2.</b> Nhắc lại một số tính		

chất của phép chiếu song song?  • GV nêu định lí ba đường vuông góc và giải thích ý nghĩa của định lí.		phép chiếu song song. <b>2. Định lí ba đường vuông góc</b> Cho $a \subset (\alpha)$ , $b \not\subset (\alpha)$ , $b \not\perp (\alpha)$ . Gọi $b'$ là hình chiếu của $b$ trên $(\alpha)$ . Khi đó: $a \perp b \Leftrightarrow a \perp b'$ .
--	---	---

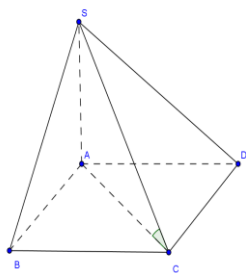
### Hoạt động 3: Phương pháp xác định góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

GV khái quát việc xác định góc giữa đường thẳng và mặt phẳng bằng cách đặt câu hỏi nhưng không trực tiếp trả lời để tự HS khám phá hình thành kiến thức.

Hoạt động của giáo viên	Hoạt động của học sinh	Nội dung
• GV nêu định nghĩa góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.  <b>H1.</b> Nhận xét về số đo của $\varphi$ ?  - GV yêu cầu HS quan sát hình vẽ minh họa, suy nghĩ cách xác định góc giữa đường thẳng $d$ và mặt phẳng $(\alpha)$ .	 <b>D1.</b> $0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$ .  - HS: Đầu tiên, ta xác định	<b>3. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng</b> <b>a. Định nghĩa:</b> Cho $d$ và $(\alpha)$ . • $d \perp (\alpha)$ : $(d, (\alpha)) = 90^\circ$ . • $d \not\perp (\alpha)$ : $(d, (\alpha)) = (d, d')$ . với $d'$ là hình chiếu của $d$ trên $(\alpha)$ . <b>Chú ý:</b> Nếu $\varphi = (d, (\alpha))$ thì $0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$ . <b>b. Phương pháp xác định</b> Bước 1: Xác định

- Từ nhận xét của HS, GV khái quát hóa thành phương pháp tổng quát.	hình chiếu $d'$ của $d$ trên $(\alpha)$ . Sau đó, ta xác định điểm $A, H$ lần lượt thuộc vào đường thẳng $d$ và $d'$ . Dễ dàng thấy, $d$ giao $d'$ tại điểm $O$ . Nên góc tạo bởi đường thẳng $d$ và $(\alpha)$ là góc $AOH$ .	$d \cap (\alpha) = \{O\}$ . Bước 2: Lấy $A \in (d)$ , từ $A$ kẻ $AH \perp (\alpha)$ , sao cho $H \in (\alpha)$ . Bước 3: Góc giữa $d$ và $(\alpha)$ là góc $AOH$ . Bước 4: Tính góc bằng việc xét tam giác vuông $AOH$ vuông tại $H$ .
---	--	---

**Bài toán 1:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ .  $SA$  vuông góc với đáy và  $SA = a\sqrt{2}$ . Tính góc giữa  $SC$  và mp  $(ABCD)$ .



Ta có  $AC$  là hình chiếu của  $SC$  lên  $(ABCD)$ . Góc giữa  $SC$  và mp  $(ABCD)$  là góc  $SAC$ .

Xét tam giác  $SAC$  vuông tại  $A$  (do  $SA \perp (ABCD)$ ).

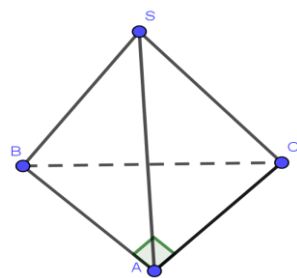
Ta tính được  $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow \triangle SAC$  là tam giác vuông cân. Suy ra góc  $SAC = 45^\circ$ .

**Bài toán 2:** Cho hình chóp  $SABC$  có đáy là tam giác vuông tại  $A$ ,  $BC = a$ ;  $SA = SB = SC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ . Tính góc giữa  $SA$  và mp  $(ABC)$ .

**Nhận xét:** Theo kiến thức đã học, HS dễ dàng nhận thấy vì  $SA = SB = SC$  đây là dạng hình chóp có cạnh bên bằng nhau, chân đường cao trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp đáy. Tuy nhiên, đáy hình chóp  $SABC$  là tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , tâm đường tròn ngoại tiếp đáy trùng với trung điểm cạnh huyền.

Gọi  $H$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC \Rightarrow H$  là chân đường cao hạ từ  $S$ .

$(SA, (ABC)) = \angle SAH$ .



$$\triangle SAH : \cos A = \frac{AH}{SA} = \frac{a/2}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$\Rightarrow \angle SAH \approx 55^\circ.$$

Thông qua bài toán trên, GV có thể yêu cầu HS nhắc lại cách xác định chân đường tròn ngoại tiếp tam giác để dễ dàng xác định chân đường vuông góc của các bài toán chóp có các cạnh bên bằng nhau.

- Tam giác thường: Giao của ba đường trung trực;
- Tam giác vuông: Trung điểm cạnh huyền;
- Tam giác đều: Giao của ba đường bất kì (trung tuyến, phân giác, đường cao, đường trung trực);
- Hình vuông, hình chữ nhật: Giao hai đường chéo.

#### *4. Củng cố, dặn dò*

- Phát biểu các tính chất về mối liên hệ giữa quan hệ song song và quan hệ vuông góc;
- Phát biểu định lý ba đường vuông góc;
- Nêu cách xác định góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.



### **3.5. Giáo án số 5**

## **TIẾT 38: HAI MẶT PHẪNG VUÔNG GÓC**

### ***I. Mục tiêu***

#### ***1. Về kiến thức***

- Nêu được khái niệm góc giữa hai mặt phẳng: khái niệm 2 mặt phẳng vuông góc, mối quan hệ giữa diện tích một hình và diện tích hình chiếu vuông góc của hình đó;
- Nêu được điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc.

#### ***2. Về kỹ năng***

- Xác định được góc giữa hai mặt phẳng, tính diện tích của 1 hình dựa vào mối liên hệ giữa diện tích hình đó với diện tích của hình chiếu vuông góc của nó;
- Vận dụng tính chất của 2 mặt phẳng vuông góc và vận dụng vào giải toán.

#### ***3. Về tư duy***

- Rèn luyện tư duy logic, trí tưởng tượng trong không gian, tư duy thuật giải.

### ***II. Chuẩn bị***

#### ***1. Giáo viên***

- Chuẩn bị hình vẽ, bài toán minh họa, bảng phụ.

#### ***2. Học sinh***

- Chuẩn bị bài cũ, đọc trước bài mới “ Hai mặt phẳng vuông góc”.

### ***III. Phương pháp dạy học***

- Thuyết trình;
- Gọi mở vấn đáp;
- Giảng giải minh họa.

### ***IV. Tiến trình dạy học***

#### ***1. Ổn định lớp (1 phút)***

#### ***2. Kiểm tra bài cũ (2 phút)***

- GV: Nêu điều kiện để đường thẳng và mặt phẳng vuông góc với nhau.
- HS:

$$\left. \begin{array}{l} a \subset (P); b \subset (P) \\ a \cap b \neq \emptyset \\ d \perp a; d \perp b \end{array} \right\} \Rightarrow d \perp (P).$$

### 3. Tiến trình bài dạy (42 phút)

#### **Hoạt động 1 : Hình thành định nghĩa và các xác định góc giữa hai mặt phẳng**

Trong phần này, GV sẽ đưa ra định nghĩa góc giữa hai mặt phẳng và hướng dẫn HS phân tích các yếu tố bài toán tổng quát để khám phá ra cách giải.

Hoạt động của giáo viên	Hoạt động của học sinh	Nội dung
<p>-Yêu cầu HS nghiên cứu SGK - HH CB 11 - tr 104.</p> <p>GV: yêu cầu HS suy nghĩ xem khi hai mặt phẳng (P) và (Q) song song hoặc trùng nhau thì góc giữa hai mặt phẳng là bao nhiêu?</p> <p>- GV dẫn dắt trong trường hợp (P) cắt (Q) theo giao tuyến cụ thể thì chúng ta sẽ xác định góc giữa hai mặt phẳng theo phương pháp hoạt động 2.</p>	<p>- Đọc SGK.</p> <p>+) Khi (P) và (Q) là 2 mặt phẳng song song hay trùng nhau thì hai đường thẳng lần lượt vuông góc với hai mặt phẳng đó sẽ song song hoặc trùng nhau, vì vậy góc giữa hai mặt phẳng đó bằng <math>0^\circ</math>.</p>	<p>I. Góc giữa hai mặt phẳng</p> <p>1. Định nghĩa</p> <p><math>a \perp (P), b \perp (Q).</math></p> <p><math>\Rightarrow ((P), (Q)) = (a, b).</math></p> <p>+) <math>(P) // (Q)</math> : góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là <math>0^\circ</math>.</p>

## Hoạt động 2: Cách xác định góc giữa hai mặt

+ Nếu trường hợp 2 mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau theo giao tuyến  $\Delta$ , yêu cầu HS nghiên cứu SGK về phương pháp xác định góc giữa hai mặt phẳng.

- GV dẫn dắt, thông thường HS rất khó xác định điểm I trên giao tuyến  $\Delta$  nên dễ dàng hơn trong việc giải các bài toán xác định góc giữa hai mặt phẳng, GV đưa ra phương pháp:

- GV yêu cầu HS  
nêu cách chứng  
minh phương pháp  
trên?

- Giả sử (P) và (Q) cắt nhau theo giao tuyến  $\Delta$ .

Từ I bất kì trên  $\Delta$  dựng  
trong (P) đường thẳng a  
vuông góc  $\Delta$  và dựng  
(Q) đường thẳng b  
vuông góc  $\Delta$ .

Người ta chứng minh

$$((P);(Q))=(a;b).$$

Chứng minh:

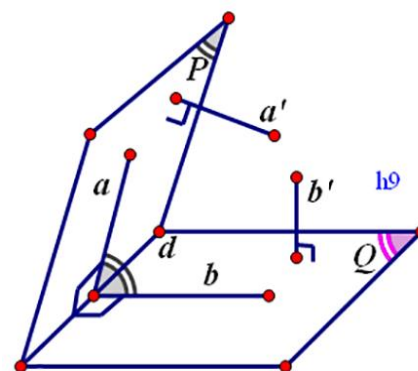
$$HM \perp a(\text{cách dựng}) (1)$$
$$HM \subset (Q)$$
$$\forall i \quad AH \perp (Q) \Rightarrow AH \perp a$$
$$\Rightarrow HM \perp a \Rightarrow a \perp AM \quad (2)$$

Từ (1) và (2)

Suy ra góc giữa (P) và (Q) là góc  $AMH$ .

## 2. Các xác định góc giữa hai mặt phẳng

### Cách xác định

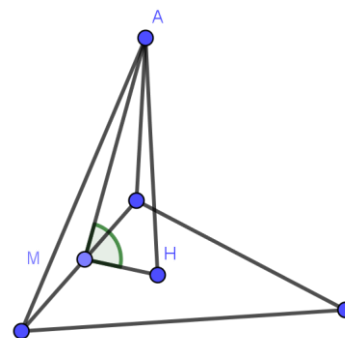


Cho  $(P) \cap (Q) = c$ , lấy  $I \in c$ .

Trong (P) qua I kẻ  $a \perp c$ .

Trong (Q) qua I kẻ  $b \perp c$ .

Khi đó, góc (P) và (Q) bằng góc giữa a và b.



Bước 1 : Chọn  $A \in (P)$ , xác định hình chiếu H của A trên (Q) ;

Bước 2 : Qua H kẻ HM vuông góc giao tuyến  $a$  ( $M \in a$ ) ;

### Bước 3 : Dễ dàng chứng minh

- GV đặt câu hỏi: Sau khi xác định góc, làm thế nào để tính số đo góc cần tìm?	- Góc $AMH$ cần tìm là góc trong tam giác vuông $AMH$ nên để tính góc ta sử dụng các tỉ số lượng giác ( $\sin$ , $\cos$ , $\tan$ , $\cot$ ) và phải biết số đo 2 cạnh của tam giác.	được $AM \perp a$ ( do $a \perp (AMH)$ ). Suy ra góc giữa (P) và (Q) là góc $AMH$ .
- GV yêu cầu HS làm ví dụ.		

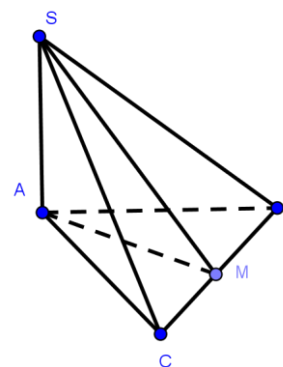
### Hoạt động 3: Luyện tập giải bài toán xác định góc giữa hai mặt phẳng

Trong hoạt động này, GV vận dụng biện pháp hướng dẫn HS cách nhìn nhận bài toán dưới nhiều khía cạnh khác nhau của bài toán để lựa chọn phương pháp giải phù hợp.

**Bài toán 1:** Cho hình chóp  $SABC$  có  $SA \perp (ABC)$  ,  $SA = a$  , tam giác  $ABC$  đều. Tính góc giữa  $(SBC)$  và  $(ABC)$ .

Phân tích: HS sẽ dễ dàng nhận xét:

Hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  có chung giao tuyến  $BC$ . Ta cần xác định điểm  $M$  nằm trên giao tuyến sao cho qua  $M$  kẻ được 2 đường thẳng lần lượt vuông góc với mặt phẳng.



Giải: Có  $SA \perp (ABC)$ , qua  $A$  kẻ  $AM$  vuông góc  $BC$ . Suy ra  $SM$  vuông góc  $BC$ . Góc giữa  $(SBC)$  và  $(ABC)$  là góc  $SMA$  .

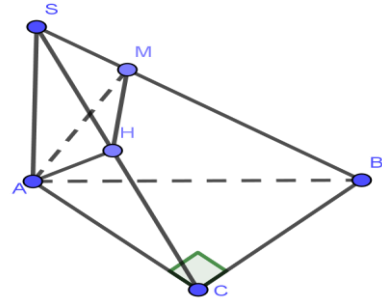
Tính góc, ta có :  $SA = a$ ,  $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$  ( $\triangle ABC$  đều).

Xét tam giác  $SMA$  vuông tại  $M$   $\tan SMA = \frac{SA}{AM} = \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow SMA = 49^\circ$  .

**Bài toán 2:** Cho hình chóp  $SABC$  có  $SA \perp (ABC)$ ,  $SA = a$ , tam giác  $ABC$

vuông cân tại C,  $AC = a$ . Tính góc giữa (SAB) và (SBC).

Phân tích: HS dễ dàng nhận thấy (SAB) và (SBC) có giao tuyến SB. Tuy nhiên, ở bài toán 1, đường cao đã có sẵn. Ở bài toán 2, ta phải xác định được đường cao kẻ từ A đến (SBC).



Giải: Ta có  $BC \perp AC$  và  $BC \perp SA$  do  $SA \perp (ABC)$  suy ra  $BC \perp AH$ .

Lại có  $AH \perp SC \Rightarrow AH \perp (SBC)$ . Suy ra H là chân đường cao của A lên (SBC).

Kẻ  $HM \perp SB$  (SB là giao tuyến). Ta dễ dàng chứng minh được  $SB \perp (AHM) \Rightarrow AM \perp SB$ .

Suy ra góc giữa (SAC) và (SBC) là góc  $AMH$ .

Tính góc: Xét tam giác SAB vuông ở A.

$$\text{Ta có: } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Xét tam giác SAC vuông ở A ta có:

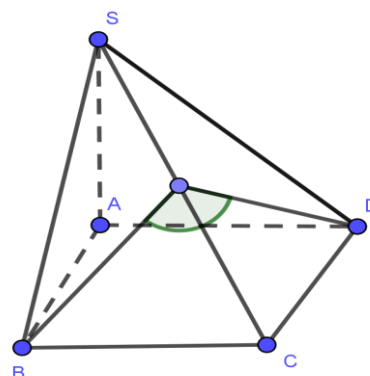
$$\frac{1}{AM^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{2a^2} \Rightarrow AC = \frac{\sqrt{6}}{3}a.$$

Xét tam giác AMH vuông ở H:

$$\sin M = \frac{AH}{AM} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}a}{\frac{a\sqrt{6}}{3}a} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow M = 60^\circ.$$

**Bài toán 3:** Cho hình chóp  $SABCD$ ,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA = a$ .  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ . Xác định góc tạo bởi mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(SCD)$ ?

Phân tích: HS dễ dàng nhận thấy giao tuyến  $(SBC)$  và  $(SCD)$  là  $SC$ . Hơn nữa, tam giác  $SBC$  bằng tam giác  $SCD$  theo trường hợp (cạnh - cạnh - cạnh). Theo phương pháp đã biết ở trên, ta xác định điểm  $B$  làm góc và từ  $B$  kẻ đường thẳng vuông góc mặt phẳng  $(SCD)$ . Tuy nhiên, việc kẻ đường vuông góc trong hình vẽ này lại khiến HS gặp nhiều khó khăn. GV có thể gợi ý HS xác định điểm  $M$  là trung điểm trên  $SC$  và chứng minh  $BM, DM$  vuông góc  $SC$ .



Giải: Dễ dàng chứng minh  $\triangle SBC = \triangle SCD$  (c - c - c). Trong tam giác  $SCD$ , ta kẻ  $DM$  vuông góc  $SC$ , suy ra  $M$  là chân đường vuông góc của  $D$  trên  $SC$ . Do hai tam giác bằng nhau nên  $M$  cũng là chân đường vuông góc của  $B$  trên  $SC$ . Suy ra,  $BM$  là đường cao trong tam giác  $SBC$ .

Suy ra, góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(SCD)$  là góc giữa hai đường thẳng  $BM$  và  $DM$ , là góc  $BMD$ .

Nhận xét: Như vậy, Bài toán 3 sẽ không thể thực hiện theo phương pháp trên đã giới thiệu, GV yêu cầu HS tổng quát phương pháp trong trường hợp đặc biệt.

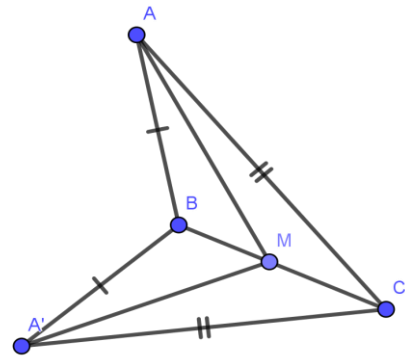
**Đặc biệt:** Khi 2 tam giác bằng nhau thuận thì việc xác định góc trở nên dễ dàng hơn.

Bước 1: Chọn  $A' \in (Q)$ , vẽ  $A'M \perp BC$   
ta có M là đỉnh và A'M là một cạnh.

Bước 2: Vì  $\triangle ABC = \triangle A'BC$  (c-c-c).

M là chân đường cao của A lên  
 $\triangle ABC \Rightarrow M$  là chân đường cao của  
 $\triangle A'BC$ .

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng (P)  
và (Q) là góc tạo bởi hai cạnh và là  
góc đỉnh M.



#### 4. Củng cố, dặn dò

- Phát biểu định nghĩa góc giữa hai mặt phẳng;
- Nêu cách xác định góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.

### **3. 6. Giáo án số 6**

## **CHUYÊN ĐỀ: XÁC ĐỊNH KHOẢNG CÁCH TỪ MỘT ĐIỂM ĐẾN ĐƯỜNG THẲNG**

### ***I. Mục tiêu***

#### ***1. Về kiến thức***

- Nêu được các định nghĩa về khoảng cách: khoảng cách giữa điểm đến đường thẳng; khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song; khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song; khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau;
- Nêu được các quy tắc xác định khoảng cách, đặc biệt là khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau;
- Nắm vững cách tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau;
- Nắm được cách tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau trong trường hợp hai đường thẳng đó vuông góc với nhau.

#### ***2. Về kỹ năng***

- Rèn luyện cho HS biết cách xác định đường vuông góc chung;
- Rèn cho HS cách tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau.

#### ***3. Về tư duy và thái độ***

- Tích cực, chủ động, sáng tạo.

### ***II. Chuẩn bị***

#### ***1. Giáo viên***

- Thước, phấn màu, bảng phụ, mô hình trên máy vi tính bằng phần mềm.

#### ***2. Học sinh***

- Ôn tập lại các kỹ năng xác định hình chiếu của điểm lên mặt phẳng, lên đường thẳng, và hình chiếu của đường thẳng lên mặt phẳng.

### ***III. Phương pháp***

- Kết hợp nhuần nhuyễn các phương pháp
- Đặt và giải quyết vấn đề;
- Gọi mở vấn đáp.

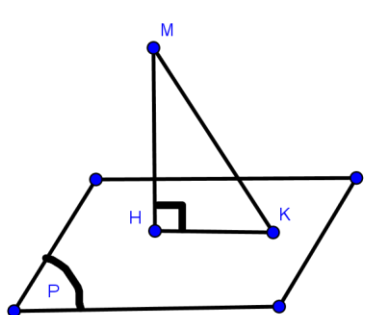


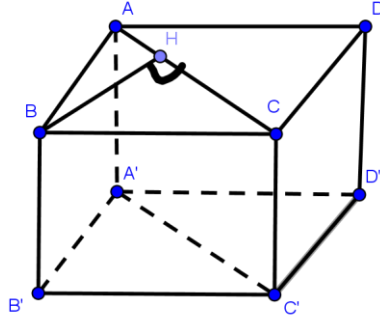
#### IV. Tiến trình dạy học

1. Ôn định lớp (1 phút)

2. Tiến trình dạy học (44 phút)

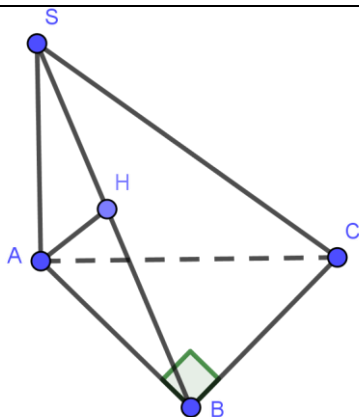
##### Hoạt động 1: Tìm hiểu định nghĩa khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng

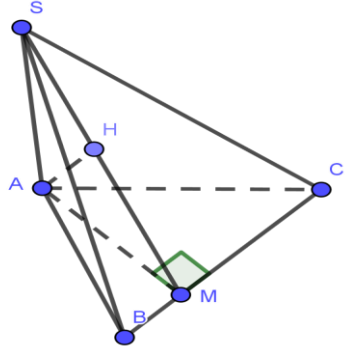
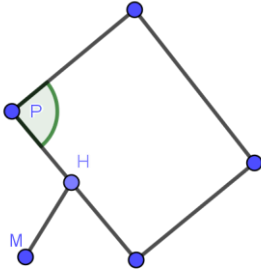
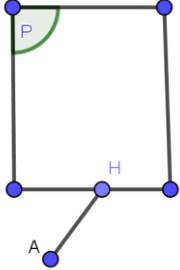
Hoạt động GV	Hoạt động HS	Nội dung
<p>Tìm hiểu khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng.</p> <p>+) Cho một mặt phẳng (P) và <math>M \notin (P)</math>. Hãy nêu cách xác định hình chiếu của M lên (P).</p> <p>+) GV: lấy N tùy ý thuộc (P), <math>N \neq H</math>, hãy so sánh 2 độ dài MK và MH, đưa ra nhận xét?</p> <p>+) GV chính xác hóa các phát biểu của HS.</p> <p>GV yêu cầu HS thực hiện Ví dụ 1.</p> <p>GV hướng dẫn HS xác định hình chiếu của B trên (ACC'A').</p>	<p>+ Nghe hiểu và trả lời: Có duy nhất 1 điểm H thỏa mãn <math>OH \perp a</math>.</p> <p>+) HS: Kẻ <math>MH \perp (P)</math> suy ra MH là đường cao hạ từ H xuống (P).</p> <p>+HS: Ta có <math>MK &gt; MH</math>. Vì tam giác MHK vuông tại H, MK là cạnh huyền, MH là đường cao. Suy ra <math>MK &gt; MH</math> (do cạnh huyền luôn lớn hơn 2 cạnh góc vuông).</p> <p>Nhận xét: Đường cao là đường ngắn nhất hạ từ điểm xuống mặt phẳng.-</p> <p>HS: Kẻ <math>BH \perp AC</math></p>	<p>1. Khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng.</p> <p><math>d(M; (P)) = MH</math> biết <math>MH \perp (P)</math> và <math>H \in (P)</math>.</p>  <p>Ví dụ 1: Cho hình lăng trụ đứng ABCD.A'B'C'D' có <math>AB = a, AD = b</math>. Tính khoảng cách từ B đến (ACC'A')?</p>

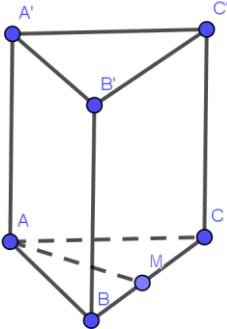
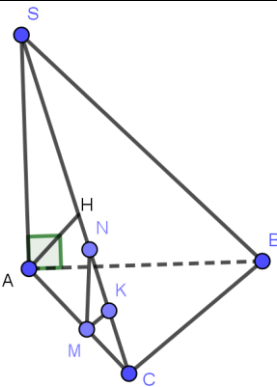
	<p>Lại có <math>BH \perp AA'</math> vì <math>AA' \perp (ABCD)</math>.</p> <p>Suy ra <math>BH \perp (ACC'A')</math>,  <math>BH</math> là đường cao từ <math>H</math> đến <math>(ACC'A')</math>.</p> <p>Tính <math>BH</math></p> $\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{BA^2} + \frac{1}{BC^2}$ $\Rightarrow BH = \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$	
--	---	---

## Hoạt động 2: Bài toán xác định khoảng cách từ điểm đặc biệt là chân đường cao

Trong hoạt động này, GV sử dụng phương pháp tổng quát hóa các trường hợp đặc biệt của bài toán để HS khám phá được phương pháp giải của bài toán đặc biệt. Để đối với các dạng bài toán tương tự, HS sẽ tìm được cách giải nhanh và phù hợp hơn.

Hoạt động GV	Hoạt động HS	Nội dung
<p><b>Bài toán 1:</b>  Cho hình chóp <math>SABC</math> có  <math>SA \perp (ABC)</math> và  <math>BA \perp BC</math>. Xác  định đường cao  kẻ từ <math>A</math> lên  <math>(SBC)</math>?  (GV có thể gợi  ý nếu cần thiết:  HS kẻ <math>AH</math></p>	<p>Giải: Kẻ <math>AH \perp SB</math> (1).  Vì:  <math display="block">\begin{cases} AB \perp BC(gt) \\ SA \perp BC(do SA \perp (ABC)) \end{cases}</math> <math>\Rightarrow BC \perp (SAB).</math>  <math>\Rightarrow BC \perp AH</math> (2).  Từ (1), (2) suy ra  <math>d(A, (SBC)) = AH.</math></p> $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2}.$	

<p>vuông góc SB).</p> <p><b>Bài toán 2:</b></p> <p>Cho hình chóp SABC có <math>SA \perp (ABC)</math>.</p> <p>Xác định đường cao kẻ từ A lên <math>(ABC)</math> ?</p> <p>GV yêu cầu HS vận dụng kiến thức ở bài toán 1 làm bài toán 2. Nhận xét sự khác nhau giữa hai bài toán.</p>	<p>- Ở cả 2 bài toán: A đều là chân đường cao của S trên <math>(BCD)</math> tức là <math>SA \perp (ABC)</math>.</p> <p>Khác nhau: Bài toán 1 đáy là tam giác vuông ở B.</p> <p>Bài toán 2: đáy là tam giác thường.</p> <p>Để giải bài toán 2, trước tiên ta phải đưa về bài toán 1.</p> <p>Kẻ <math>AM \perp BC</math>. Nhận thấy, <math>d(A, (SBC)) = d(A, (SBM))</math>.</p> <p>Mà <math>d(A, (SBM))</math> được xác định dễ dàng qua bài toán 1.</p>	 <p>Giải:</p> <p>Kẻ <math>AM \perp BC, AH \perp SM</math>.</p> <p>Lại có <math>BC \perp SA</math> (do <math>SA \perp (ABC)</math>).</p> <p><math>\Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp AH</math>.</p> <p><math>AH \perp SM \Rightarrow AH \perp (SBC)</math>.</p> <p>Suy ra <math>d(A, (SAB)) = AH</math>.</p> <p>Tính AH:</p> $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AM^2}.$ <p><b>Bài toán 3:</b> Mặt phẳng nh khoảng cách là mặt nghiêng.</p>  <p><b>Bài toán 4:</b> Mặt phẳng cần tính khoảng cách là mặt đứng.</p> 
--	---	---

<p>+ Đặt vấn đề:</p> <p>Các mặt phẳng đáy ở 2 bài toán trên đều là tam giác, trong trường hợp đáy là tứ giác sẽ được thực hiện như thế nào?</p> <p><b>Bài toán 5:</b></p> <p>Cho hình chóp <math>SABC</math>, <math>SA = 2a</math>, <math>SA \perp (ABC)</math>, tam giác <math>ABC</math> vuông ở <math>C</math> có <math>AC = 2a</math>, <math>M</math> là trung điểm <math>AC</math>, tính <math>d(M, (SBC))</math> ?</p> <p><b>Bài toán 6:</b></p> <p>Cho lăng trụ đều <math>ABC.A'B'C'</math> có <math>AB = a</math>. Tính <math>d(A; (BCC'B'))</math> ?</p>	<p>Nhận xét: <math>A</math> là chân đường vuông góc từ <math>S</math> xuống <math>(ABC)</math>. Tuy nhiên, bài toán yêu cầu xác định <math>d(M, (SBC))</math>. Vì <math>M</math> là trung điểm <math>AC</math> nên nhận thấy</p> $d(A; (SBC)) = 2d(M, (SBC)).$ <p>Mà <math>d(A; (SBC))</math> được thực hiện dễ dàng theo bài toán 1.</p> $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AC^2}$ $\Rightarrow AH = \sqrt{2}a.$ $\Rightarrow MH = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$ <p>Phân tích: Ta có <math>A'A \perp (ABC) \Rightarrow A</math> là chân đường cao của <math>A</math> lên <math>(ABC)</math>.</p> 	 <p>Cách 2:</p> <p>Vẽ <math>MH \perp SC</math> (1).</p> <p>Ta có <math>BC \perp AC; BC \perp SA</math> Suy ra <math>BC \perp (SAC) \Rightarrow MH \perp BC</math> (2).</p> <p>Từ (1), (2) <math>MH \perp (SBC)</math>.</p> $d(M; (SBC)) = MH.$ $\frac{1}{MH^2} = \frac{1}{HN^2} + \frac{1}{HC^2} \Rightarrow MH = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$ <p>Giải:</p> <p>Kẻ <math>AM \perp BC</math>.</p> <p>Ta có :</p> $CC' \perp (ABC) \Rightarrow CC' \perp AM$ $\Rightarrow AM \perp (BCC'B').$ $d(A; (BCC'B')) = AM.$ $AM = \sqrt{AC^2 - MC^2}$ $= \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$
---	--	--

**Hoạt động 3: Bài toán xác định khoảng cách từ điểm không đặc biệt  
(tức là không là chân đường vuông góc)**

**Bài toán 7:** Cho hình chóp SABCD có  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA = a$ . ABCD là hình vuông cạnh a. Tính khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC)?

Phân tích: Nhận thấy D không phải là chân đường vuông góc, vì vậy không thể áp dụng hai phương pháp trên để giải bài toán. Tuy nhiên, HS dễ dàng phát hiện ra  $AD \parallel BC$ , tức là  $AD \parallel (SBC)$ . Suy ra  $d(A, (SBC)) = d(D, (SBC))$ , mà A lại là chân đường vuông góc.

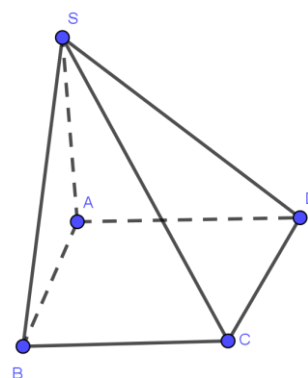
$$d(A, (SBC)) = d(D, (SBC))$$

Áp dụng mẫu 1 ở trên ta kẻ  $AH \perp (SBC)$

Suy ra  $d(A, (SBC)) = AH$ .

Tính AH: Xét tam giác SAB vuông tại A có:

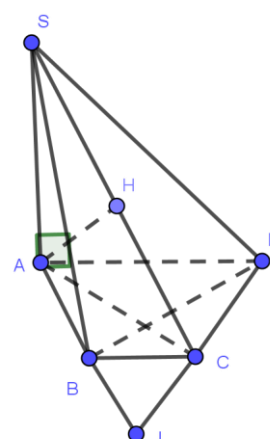
$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$



**Bài toán 8:** Cho hình chóp SABCD có  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA = a$ . ABCD là lục giác đều  $AB = BC = CD = a$ . Tính  $d(B, (SCD)) = ?$

Phân tích: A là chân đường vuông góc, nhưng bài toán yêu cầu ta xác định chân đường cao từ B đến mặt phẳng (SCD). Nhận thấy, AB không song song (SCD) nên ta không thể giải tương tự Bài toán 6.

$$AB \cap (SCD) = \{I\}.$$

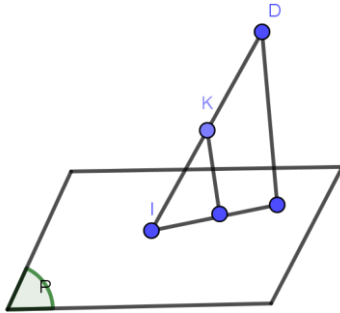


GV hướng dẫn HS đưa ra phương pháp giải bài toán tổng quát.

+) Chuyển từ khoảng cách điểm sang điểm đặc biệt (chân đường vuông góc).

Giả sử, điểm đặc biệt là điểm dễ (D).

Điểm không đặc biệt là điểm khó (K).



Đường thẳng đi qua 2 điểm khó, dễ cách mặt phẳng (P):

Bước 1: Tìm giao điểm I;

Bước 2: Tính tỉ số  $\frac{IK}{IO}$ ;

Bước 3: Đổi tỉ số  $\frac{IK}{ID} = \frac{d(K;(P))}{d(D;(P))}$ .

Giải: Trong mặt phẳng ABCD, ta xác định  $AB \cap CD = \{I\}$ .

Dễ dàng chứng minh được  $\triangle IBC \approx \triangle IAD$  theo trường hợp góc - góc.

Nên ta suy ra được tỉ số:  $\frac{IB}{IA} = \frac{1}{2}$ . (1)

Nhận thấy  $d(B;(SCD)) = IB$ , (2)

$d(A;(SCD)) = IA$ . (3)

Từ (1), (2) và (3) ta được:

$$\frac{d(B;(SCD))}{d(A;(SCD))} = \frac{IB}{IA} = \frac{1}{2}.$$

$$\Rightarrow d(A;(SCD)) = 2d(B;(SCD))$$

$$\Rightarrow d(B;(SCD)) = \frac{1}{2} AH.$$

Tính độ dài AH theo phương pháp quen thuộc, ta được:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

### 3. Củng cố, dặn dò

- Yêu cầu HS cơ bản bước đầu xác định khoảng cách từ chân đường vuông góc xuống mặt phẳng đối diện

## **CHƯƠNG 4**

### **THỰC NGHIỆM SƯ PHẠM**

#### **4.1. Mục đích và nhiệm vụ của thực nghiệm**

##### ***4.1.1. Mục đích thực nghiệm***

Mục đích của thực nghiệm sư phạm để bước đầu kiểm chứng giả thuyết nghiên cứu đã đề ra cho đề tài, kiểm tra tính khả thi và hiệu quả của việc xây dựng một số biện pháp, giáo án dạy học đã được thiết kế nhằm phát triển năng lực khám phá của HS trong dạy học phân quan hệ vuông góc trong không gian trong trường Trung học phổ thông ban cơ bản khi áp dụng vào thực tế giảng dạy và học tập.

##### ***4.1.2. Nhiệm vụ của thực nghiệm sư phạm***

- Xây dựng hệ thống bài tập theo phát triển năng lực khám phá của HS theo các biện pháp đã được trình bày ở chương 2;
- Biên soạn giáo án bài giảng và một số đề kiểm tra theo hướng phát triển năng lực khám phá cho HS thông qua dạy học một số tiết học cụ thể;
- Chọn lớp dạy thực nghiệm và lớp đối chứng; tiến hành dạy thực nghiệm một số tiết học;
- Trao đổi với GV dạy thực nghiệm về phương pháp và cách tiến hành thực nghiệm;
- Thu thập, phân tích kết quả ở lớp thực nghiệm và lớp đối chứng, so sánh kết quả để đánh giá hiệu quả của luận văn;
- Đánh giá tính khả thi, điều chỉnh bổ sung, hoàn thiện việc thiết kế bài giảng trong quá trình dạy học nội dung quan hệ vuông góc trong không gian.

#### **4.2. Đối tượng thực nghiệm sư phạm**

Chúng tôi thực hiện tiến hành dạy thực nghiệm ở hai lớp 11A9 và 11A11 trường THPT Dương Xá - Hà Nội, năm học 2016 – 2017.

+ Lớp thực nghiệm: Lớp 11A9 có 42 HS.

+ Lớp đối chứng: Lớp 11A11 có 42 HS.

Rất may mắn là 2 lớp mà tôi lựa chọn thực nghiệm đều có sĩ số giống nhau

và có trình độ tương đối đều (mức chênh lệch về số phần trăm HS giỏi, khá, trung bình theo thống kê học kì I ở không đáng kể) . Mặc dù, lớp 11A9 là lớp cơ bản A và lớp 11A11 là lớp cơ bản D nhưng nội dung chương trình học tập môn Toán ở hai lớp đồng đều nhau.

- Thời gian thực nghiệm sự phạm: Từ ngày 01/03/2017 đến 30/04/2017.

### 4.3. Kế hoạch và tổ chức thực nghiệm

#### 4.3.1 Kế hoạch thực hiện

**Bảng 4.1. Bảng kế hoạch thực hiện luận văn**

TT	Nhiệm vụ nghiên cứu	Thời gian thực hiện	Hình thức thực hiện	Kết quả/sản phẩm dự kiến
1	<b>Nghiên cứu lí luận</b>			
	Nghiên cứu về nội dung chương 3 – Vectơ trong không gian. Quan hệ vuông góc trong không gian.	Từ 15/12/- 31/12/2016	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Đọc sách giáo khoa, sách bài tập, sách GV Hình học cơ bản 11.</li> <li>- Trao đổi ý kiến với các đồng nghiệp.</li> </ul>	- Nắm được nội dung chương trình, những mục tiêu cần đạt được trong chương 3, Hình học 11, ban cơ bản.
	Tìm đọc các tài liệu có liên quan đến phương pháp dạy học khám phá, đặc biệt là dạy học có khám phá có hướng dẫn.	Từ 1/1/2017 – 20/1/2017.	Đọc tài liệu trên sách báo và trên internet.	- Có được những kiến thức cơ bản về dạy học khám phá.



	Nghiên cứu các tài liệu về dạy học khám phá phần nội dung quan hệ vuông góc.	Từ 21/1/2012–28/02/2017.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Đọc các tài liệu, sách báo, tham khảo trên Internet.</li> <li>- Hỏi ý kiến các GV có kinh nghiệm trong giảng dạy môn Toán.</li> </ul>	- Xây dựng được các bài giảng nhằm phát triển khả năng khám phá của HS trong chương 3, Hình học 11, Ban cơ bản.
<b>2</b>	<b>Nghiên cứu thực tiễn</b>			
<b>3</b>	<b>Thực nghiệm sư phạm</b>			
	Thực nghiệm các bài giảng.	Từ 01/03 – 29/04/2017.	Cho HS làm các đề kiểm tra 15 phút, 1 tiết và đề kiểm tra cuối chương.	- Đánh giá kết quả thu được, phân tích đề kiểm tra. Sửa đổi và thực hiện lại nếu cần thiết.
	Phân tích kết quả thực nghiệm.	Từ 01/05 – 01/06/2017.	Sử dụng các phần mềm hỗ trợ: Excel, SPSS,...	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Đánh giá độ tin cậy, giá trị của đề kiểm tra.</li> <li>- Chỉnh sửa để hoàn thiện giáo án.</li> </ul>

#### 4.3.2. Tổ chức thực nghiệm

**Bảng 4.2. Số tiết học thực nghiệm**

STT	Ngày dạy		Nội dung	Ghi chú
	Lớp thực nghiệm	Lớp đối chứng		
1	01/03/2017	03/03/2017	Tiết 29: Vector trong không gian. Sự đồng phẳng của các vector ( tiết 1).	
2	19/03/2017	20/03/2017	Tiết 33: Hai đường thẳng vuông góc (tiết 2).	
3	21/03/2017	25/03/2017	Tiết 35: Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.	
4	04/04/2017	04/04/217	Tiết 36: Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (tiết 2).	
5	12/04/2017	15/04/2017	Tiết 38: Hai đường thẳng vuông góc.	
6	17/04/2017	20/04/2017	Chuyên đề: Xác định khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng.	Kiểm tra 15 phút
7	29/04/2017	30/04/2017	Tiến hành kiểm tra.	Kiểm tra 45 phút

#### 4.4. Nội dung thực nghiệm

##### 4.4.1. Các giáo án thực nghiệm sư phạm

Giáo án được biên soạn trong chương 3.

##### 4.4.2. Kiểm tra đánh giá

Chúng tôi tiến hành kiểm tra đánh giá HS theo hướng phát triển năng lực khám phá cho HS thông qua trình giảng dạy thực nghiệm và khi kết thúc giảng dạy thực nghiệm. Nội dung đề kiểm tra được soạn theo hình thức trắc nghiệm khách quan và trắc nghiệm tự luận với nội dung cụ thể sau:

Thời gian làm bài: 45 phút;  
(14 câu trắc nghiệm)

Mã đề thi 01
--------------

( HS không được sử dụng tài liệu)

Họ, tên HS:.....Lớp: .....

**Phần I. Trắc nghiệm**

**Câu 1:** Cho tứ diện ABCD. Người ta định nghĩa “ G là trọng tâm tứ diện ABCD khi  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$  . Khẳng định sai

A. G là trung điểm của IJ (I, J lần lượt là trung điểm AB và CD).

B. Chưa thể xác định.

C. G là trung điểm của đoạn thẳng nối trung điểm AD và BC.

D. G là trung điểm của đoạn thẳng nối trung điểm của AC và BD.

**Câu 2:** Cho tứ diện đều ABCD (tứ diện có tất cả các cạnh bằng nhau). Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD là:

A.  $30^\circ$

B.  $45^\circ$

C.  $90^\circ$

D.  $60^\circ$

**Câu 3:** Cho hình chóp SABC có  $SA \perp (ABC)$  và tam giác ABC vuông ở B. Gọi AH là đường cao của tam giác SAB. Khẳng định nào sau đây sai?

A.  $AH \perp AC$  .

B.  $AH \perp SC$  .

C.  $SA \perp BC$  .

D.  $AH \perp BC$  .

**Câu 4:** Cho hình chóp đều SABCD cạnh a, đáy ABCD là hình vuông . Góc  $(SA, (ABCD))$  bằng:

A.  $60^\circ$

B.  $90^\circ$

C.  $30^\circ$

D.  $45^\circ$

**Câu 5:** Trong không gian cho đường thẳng  $\Delta$  không nằm trong mặt phẳng (P). Đường thẳng  $\Delta$  được gọi là vuông góc với mặt phẳng (P) nếu:

A. Vuông góc với hai đường thẳng phân biệt nằm trong (P).

B. Vuông góc với đường thẳng a mà a song song với mặt phẳng (P).

**C.** Vuông góc với đường thẳng  $a$  nằm trong  $(P)$ .

**D.** Vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong  $(P)$ .

**Câu 6:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có tất cả các cạnh đều bằng nhau. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào có thể sai:

**A.**  $A'B \perp DC'$ .      **B.**  $A'C' \perp BD$ .      **C.**  $BB' \perp BD$ .      **D.**  $BC' \perp A'D$ .

**Câu 7:** Cho hình chóp  $SABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Đặt  $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$ ,  $\overrightarrow{SD} = \vec{d}$ . Khẳng định đúng?

**A.**  $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$ .      **B.**  $\vec{a} + \vec{c} + \vec{b} + \vec{d} = \vec{0}$ .      **C.**  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$ .      **D.**  $\vec{a} + \vec{c} = \vec{b} + \vec{d}$ .

**Câu 8:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = CD = a$ ,  $IJ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$  ( $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $BC$  và  $AD$ ) Số đo góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  là:

**A.**  $45^\circ$       **B.**  $60^\circ$       **C.**  $30^\circ$       **D.**  $90^\circ$

**Câu 9:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Chọn khẳng định sai:

**A.** Góc giữa  $BD$  và  $A'C'$  bằng  $90^\circ$ .      **B.** Góc giữa  $AC$  và  $B'D'$  bằng  $90^\circ$ .  
**C.** Góc giữa  $AD$  và  $B'C$  bằng  $45^\circ$ .      **D.** Góc giữa  $B'D'$  và  $AA'$  bằng  $60^\circ$ .

**Câu 10:** Cho hình chóp  $SABC$  có  $SA = SB = SC$  và tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ . Vẽ  $SH \perp (ABC)$ ,  $H \in (ABC)$ . Khẳng định đúng:

**A.**  $H$  trùng với trực tâm tam giác  $ABC$ .  
**B.**  $H$  trùng với trọng tâm tam giác  $ABC$ .  
**C.**  $H$  trùng với trung điểm  $AC$ .  
**D.**  $H$  trùng với trung điểm  $BC$ .

**Câu 11:** Cho hình chóp  $SABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$  và đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật. Gọi  $I, J, K$  lần lượt là trung điểm của  $AB, BC$  và  $SB$ . Khẳng định sau đây là khẳng định sai?

**A.** Góc giữa  $SC$  và  $BD$  có số đo là  $60^\circ$ .      **B.**  $BD \perp (SAC)$ .  
**C.**  $(IJK) \parallel (SAC)$ .      **D.**  $BD \perp (IJK)$ .

**Câu 12:** Cho hình lập phương  $ABCDEFGH$ , góc giữa hai đường thẳng  $EG$  và mặt phẳng  $(BCGF)$  là:

**A.**  $30^\circ$

**B.**  $90^\circ$

**C.**  $60^\circ$

**D.**  $45^\circ$

**Câu 13:** Cho tứ diện ABCD có cạnh AB, BC, BD bằng nhau và vuông góc với nhau từng đôi một. Khẳng định đúng?

**A.** Góc giữa AD và  $(ABC)$  là góc  $ADB$ .

**B.** Góc giữa AC và  $(ABD)$  là góc  $CAB$ .

**C.** Góc giữa CD và  $(ABD)$  là  $CBD$ .

**D.** Góc giữa AC và  $(BCD)$  là góc  $ACD$ .

**Câu 14:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

**A.** Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa 2 đường thẳng a và c khi b song song c ( hoặc b trùng c).

**B.** Góc giữa hai đường thẳng là góc nhọn.

**C.** Góc giữa hai đường thẳng bằng góc giữa hai vectơ chỉ phương của đường thẳng đó.

**D.** Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c thì b song song c.

## **Phần II. Tự luận**

**Bài 1:** Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, cạnh  $SA = a\sqrt{2}$  và SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của A trên các đường SB và SD.

a. Tính góc giữa SC và (ABCD)?

b. Chứng minh AM vuông góc SC; AN vuông góc SC.

----- HẾT -----

Thời gian làm bài: 45 phút;  
(14 câu trắc nghiệm)

Mã đề thi 02
--------------

( HS không được sử dụng tài liệu)

Họ, tên HS : .....Lớp: .....

**Phần I. Trắc nghiệm**

**Câu 1:** Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình bình hành tâm O. Khẳng định sai là:

- A.  $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO}$ .  
B.  $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$ .  
C.  $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$ .  
D.  $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SO}$ .

**Câu 2:** Cho hình chóp SABCD có  $SA \perp (ABCD)$  và đáy ABCD là hình chữ nhật. Gọi O là tâm của ABCD và I là trung điểm SC. Khẳng định nào sau đây sai?

- A.  $BC \perp SB$ .  
B. (SAC) là mặt phẳng trung trực của đoạn BD.  
C. Tam giác SCD vuông ở D.  
D.  $OI \perp (ABCD)$ .

**Câu 3:** Cho hình vuông ABCD có tâm O và cạnh bằng 2a. Trên đường thẳng qua O vuông góc với (ABCD) lấy điểm S. Biết góc giữa SA và (ABCD) có số đo bằng  $45^\circ$ . Tính độ dài SO?

- A.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .  
B.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .  
C.  $a\sqrt{2}$ .  
D.  $a\sqrt{3}a$ .

**Câu 4:** Cho tứ diện ABCD, biết tam giác ABC và BCD là hai tam giác cân có chung đáy BC. Gọi I là trung điểm BC. Khẳng định đúng?

- A.  $BC \perp (ADI)$ .  
B.  $AI \perp (ADI)$ .  
C.  $AB \perp (ADI)$ .  
D.  $AC \perp (ADI)$ .

**Câu 5:** Cho tứ diện đều ABCD, M là trung điểm của cạnh BC. Khi đó,  $\cos(AB, DM)$  bằng?

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .                      C.  $\frac{1}{2}$ .                      D.  $\frac{\sqrt{3}}{6}$ .

**Câu 6:** Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' cạnh a. Góc giữa đường thẳng AD' và (A'D'C'B') là:

- A.  $45^\circ$     B.  $30^\circ$   
C.  $90^\circ$     D.  $60^\circ$

**Câu 7:** Cho hình chóp SABCD có  $SA \perp (ABCD)$ , đáy ABCD là hình chữ nhật ( $AB < BC$ ) và  $SB = SC = SD$ . Gọi góc giữa SB, SC, SD với mặt phẳng (ABCD) lần lượt là  $\alpha, \beta, \gamma$ . Chọn khẳng định đúng?

- A.  $\alpha < \gamma < \beta$ .                      B.  $\alpha > \beta > \gamma$ .                      C.  $\alpha < \beta < \gamma$ .                      D.  $\alpha > \gamma > \beta$ .

**Câu 8:** Cho tứ diện ABCD có  $AB = CD$ . Gọi I, J, E, F lần lượt là trung điểm của AC, BC, BD, AD. Góc giữa (IE, JF) là:

- A.  $90^\circ$     B.  $30^\circ$     C.  $60^\circ$     D.  $45^\circ$

**Câu 9:** Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Giả sử tam giác AB'C và A'DC' đều có ba góc nhọn. Góc giữa hai đường thẳng AC và A'D là góc nào sau đây?

- A.  $DB'B$ .    B.  $BDB'$ .    C.  $AB'C$ .    D.  $DA'C'$ .

**Câu 10:** Cho tứ diện ABCD, chứng minh rằng nếu  $AD \perp BC$   $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB}$  thì  $AB \perp CD$ ,  $AC \perp BD$ ,  $AD \perp BC$ . Để chứng minh điều ngược lại đúng, lời giải dưới đây trình bày như sau:

Bước 1:  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC}(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}) = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB} = 0 \Leftrightarrow AC \perp BD$ ;

Bước 2: Chứng minh tương tự từ  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB}$  ta được  $AD \perp BC$  và  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB}$  ta được  $AB \perp CD$ ;

Bước 3: Ngược lại đúng, vì quá trình chứng minh ở bước 1, bước 2 là biến đổi tương đương. Bài giải trên sai ở bước nào?

- A. Không sai.    B. Sai từ bước 1.    C. Sai từ bước 2.    D. Sai từ bước 3.

**Câu 11:** Cho hình hộp chữ nhật ABCD. A'B'C'D'. Trong các mệnh đề sau

đây mệnh đề nào đúng?

- A.**  $BD \perp DC'$ .      **B.**  $BC \perp DA'$ .      **C.**  $BB' \perp AC$ .      **D.**  $AC \perp B'D'$ .

**Câu 12:** Tập hợp các điểm cách đều các đỉnh của một tam giác là đường thẳng vuông góc với mặt phẳng chứa tam giác đó và đi qua?

- A.** Trục tâm tam giác đó.      **B.** Trọng tâm tam giác đó.  
**C.** Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đó.      **D.** Tâm đường tròn nội tiếp tam giác đó

**Câu 13:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ , ba vector  $\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{BC'}, \overrightarrow{BD}$  là ba vector:

- A.** Không đồng phẳng.      **B.** không cùng phương.  
**C.** Đồng phẳng.      **D.** Cùng phương.

**Câu 14:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng a. Khẳng định đúng?

- A.**  $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{AD'} = 2a^2$ .      **B.**  $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{AD'} = a^2$ .  
**C.**  $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{AD'} = 4a^2$ .      **D.**  $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{AD'} = 0$ .

## **Phần II. Tự luận**

**Bài 1:** Cho hình chóp  $SABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh a, cạnh  $SA = a\sqrt{2}$  và  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ . Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của A trên các đường SB và SD.

- a. Tính góc giữa SC và  $(ABCD)$ ?  
b. Chứng minh AM vuông góc SC; SC vuông góc (AMN).

----- HẾT -----



Họ và tên:.....Lớp:.....

**KIỂM TRA: CHƯƠNG QUAN HỆ VUÔNG GÓC  
TRONG KHÔNG GIAN**

<u>Điểm</u>	<u>Lời phê của cô</u>

**KIỂM TRA 15 PHÚT**

Câu 1: Cho hình chóp SABCD;  $SA = a$ ,  $SA \perp (ABCD)$ , đáy ABCD là hình thang vuông có đường cao  $AB = a$ ;  $BC = a$ ,  $AD = 2a$ .

- a. (5 điểm) Chứng minh:  $BC \perp (SAB)$  và các mặt bên của hình chóp là tam giác vuông.
- b. (3 điểm): Chứng minh :  $SD \perp AB$ ,  $CD \perp (SAC)$ .
- d. ( 2 điểm) M là trung điểm SC. Tính góc giữa BM và (ABCD)?

**4.5. Kết quả thực nghiệm**

*4.5.1. Phân tích định tính kết quả thực nghiệm*

- Ở lớp thực nghiệm HS học tập sôi nổi hơn, hứng thú hơn. HS ở lớp thực nghiệm tích cực suy nghĩ, tìm tòi, khám phá lời giải cho bài toán, các em thấy hứng thú với nội dung hình học không gian, đặc biệt là với nội dung quan hệ vuông góc trong không gian;

- HS ở lớp thực nghiệm có khả năng quy các bài toán có hình thức mới, dạng mới hơn về các bài toán quen thuộc đã biết; bên cạnh đó các em còn có thể vận dụng các kiến thức đã học vào trong các bài toán thực tế, từ đó giải quyết tốt những vấn đề cuộc sống đặt ra tốt hơn so với lớp đối chứng;

- Mức độ khó khăn của các vấn đề được đặt ra trong các hoạt động dạy học là vừa sức đối cho HS khám phá;

- Việc nghiên cứu tài liệu và làm bài tập về nhà của HS lớp thực nghiệm cho kết quả tốt hơn HS lớp đối chứng.

#### 4.5.2. Đánh giá định lượng kết quả TN sự phạm

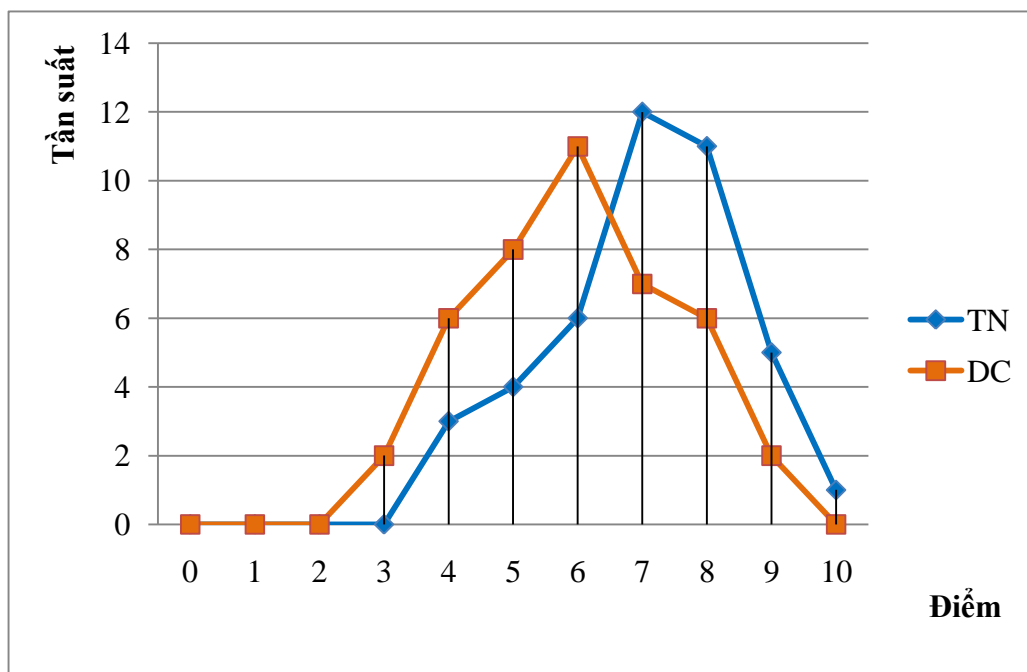
**Bảng 4.3. Thống kê kết quả bài kiểm tra số 1**

Lớp	Số HS	Điểm số											Điểm TB
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
TN	42	0	0	0	0	3	4	6	12	11	5	1	7.02
ĐC	42	0	0	0	2	6	8	11	7	6	2	0	5.97

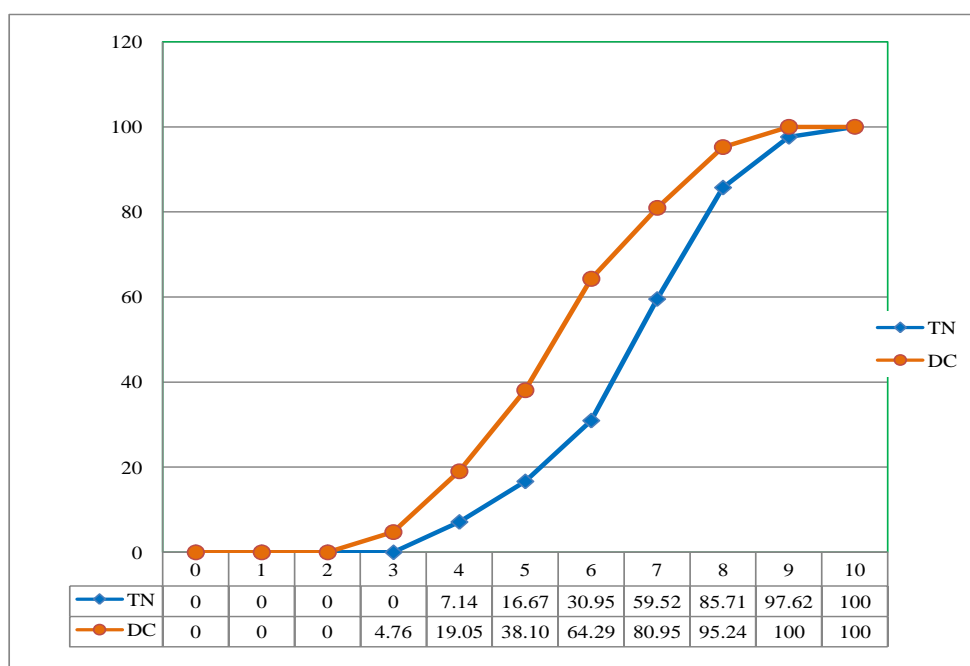
**Bảng 4.4. Bảng tần suất và tần suất tích lũy của bài kiểm tra số 1**

Điểm $x_i$	Lớp thực nghiệm			Lớp đối chứng		
	Tần số $f_{iN}$	Tần suất $\omega_N(i)\% = \frac{f_{iN}}{n_N}$	Tần suất tích lũy $\omega_N(\leq)\%$	Tần số $f_{iC}$	Tần suất $\omega_C(i)\% = \frac{f_{iC}}{n_C}$	Tần suất tích lũy $\omega_C(\leq)\%$
0	0	0.00	0.00	0	0.00	0.00
1	0	0.00	0.00	0	0.00	0.00
2	0	0.00	0.00	0	0.00	0.00
3	0	0.00	0.00	2	4.76	4.76
4	3	7.14	7.14	6	14.29	19.05
5	4	9.52	16.67	8	19.05	38.10
6	6	14.29	30.95	11	26.19	64.29
7	12	28.57	59.52	7	16.67	80.95
8	11	26.19	85.71	6	14.29	95.24
9	5	11.90	97.62	2	4.76	100.00
10	1	2.38	100.00	0	0.00	100.00
Tổng	42	100		42	100	

Từ bảng trên ta vẽ được đường phân bố tần suất và đường phân bố tần suất tích lũy của lớp TN và lớp ĐC như sau:



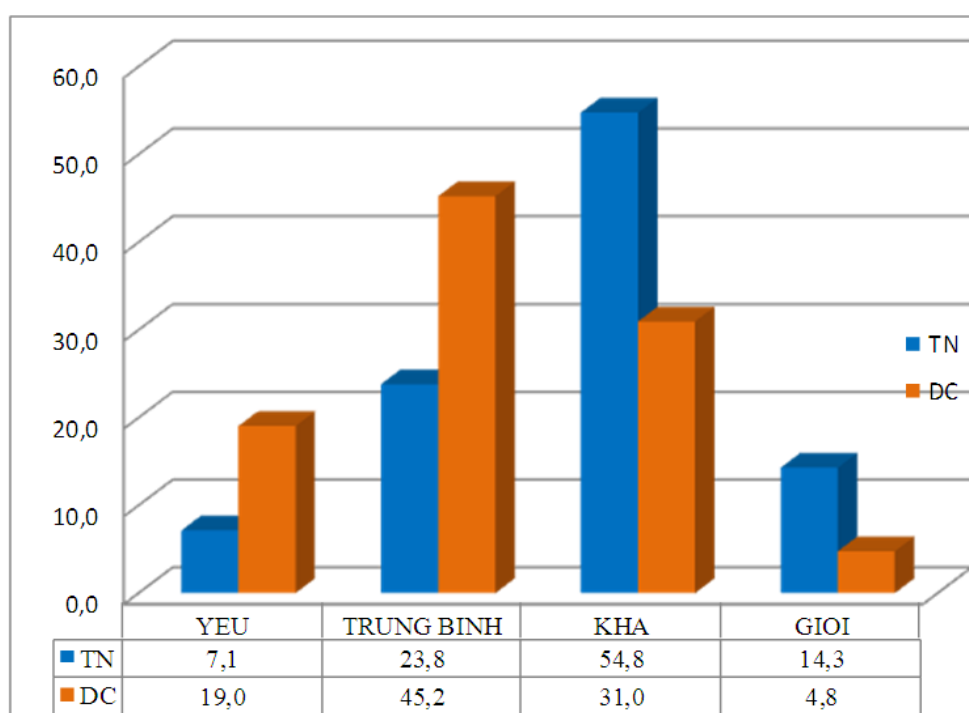
***Biểu đồ 4.1. Biểu đồ tần suất của bài kiểm tra số 1***



***Biểu đồ 4.2. Biểu đồ tần suất tích lũy của bài kiểm tra số 1***

**Bảng 4.5. Bảng tổng hợp phân loại kết quả của bài kiểm tra số 2**

Yếu kém (0 - 4 điểm)		Trung bình (5, 6 điểm)		Khá (7, 8 điểm)		Giỏi (9, 10 điểm)	
TN	ĐC	TN	ĐC	TN	ĐC	TN	ĐC
7.1	19.0	23.8	45.2	54.8	31.0	14.3	4.8



**Biểu đồ 4.3. Biểu đồ phân loại kết quả của bài kiểm tra số 1**

**Bảng 4.6. Các tham số đặc trưng của bài kiểm tra số 1**

Tham số	$\bar{X}$	$S^2$	$S$	$Cv\%$	p	Mức độ ảnh hưởng ES	$D_{TN-DC}$
Lớp TN	7.02	2.17	1.47	20.974	0.001	0.6743	1.04
Lớp ĐC	5.97	2.41	1.55	25.999			

Qua số liệu trên ta nhận thấy:

- Điểm trung bình cộng của lớp TN (7.02) cao hơn lớp ĐC (5.97) là 1.04 điểm.
- Hệ số biến thiên giá trị điểm số của lớp TN (20,974%) nhỏ hơn lớp ĐC (25,999%) có nghĩa độ phân tán về điểm số quanh điểm trung bình của lớp TN là nhỏ.
- Đường tần suất và tần suất tích lũy của lớp TN nằm bên phải và phía dưới của đường tần suất và tần suất tích lũy của lớp ĐC, chứng tỏ chất lượng nắm kiến thức và vận dụng kiến thức của lớp TN tốt hơn lớp ĐC.

**Kết quả bài kiểm tra số 2 được trình bày trong bảng sau:**

**Bảng 4.7. Thống kê kết quả bài kiểm tra số 2**

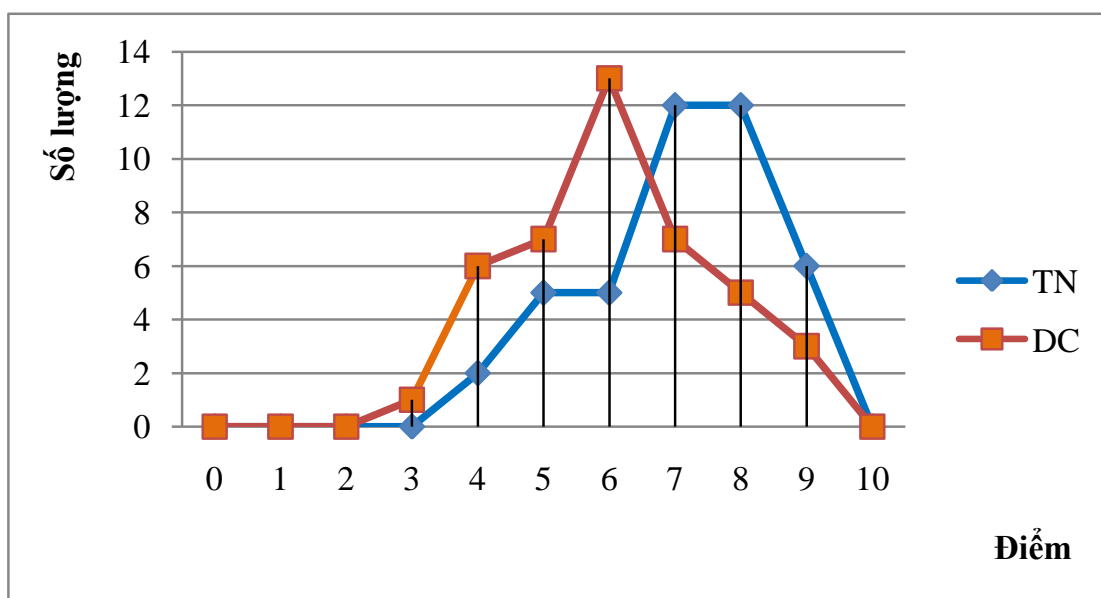
Lớp	Số HS	Điểm số											Điểm TB
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
TN	42	0	0	0	0	2	5	4	12	12	6	0	7.07
ĐC	42	0	0	0	1	6	7	13	7	5	3	0	6.09

**Bảng 4.8. Bảng tần suất và tần suất tích lũy của bài kiểm tra số 2**

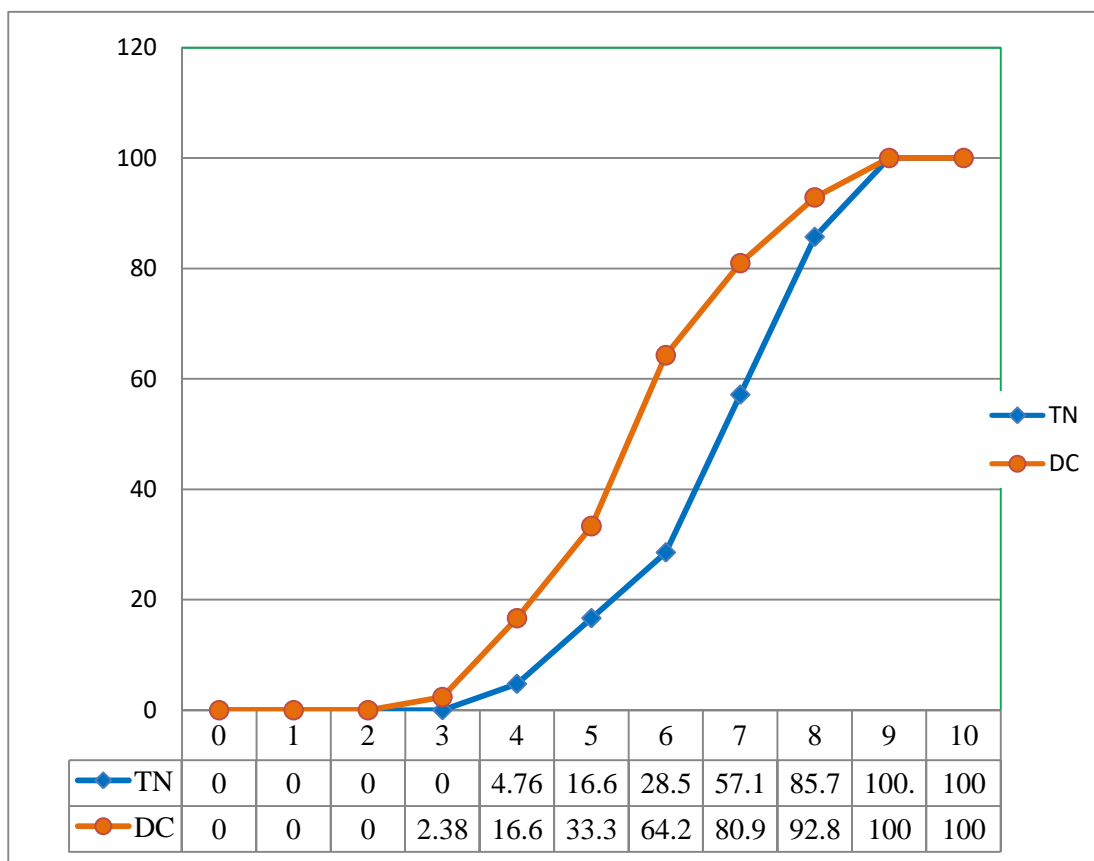
Điểm $x_i$	Lớp thực nghiệm			Lớp đối chứng		
	Tần số $f_{iN}$	Tần suất $\omega_N(i)\% = \frac{f_{iN}}{n_N}$	Tần suất tích lũy $\omega_N(\leq)\%$	Tần số $f_{iC}$	Tần suất $\omega_C(i)\% = \frac{f_{iC}}{n_C}$	Tần suất tích lũy $\omega_C(\leq)\%$
0	0	0.00	0.00	0	0.00	0.00
1	0	0.00	0.00	0	0.00	0.00

2	0	0.00	0.00	0	0.00	0.00
3	0	0.00	0.00	1	2.38	2.38
4	2	4.76	4.76	6	14.29	16.67
5	5	11.90	16.67	7	16.67	33.33
6	5	11.90	28.57	13	30.95	64.29
7	12	28.57	57.14	7	16.67	80.95
8	12	28.57	85.71	5	11.90	92.86
9	6	14.29	100.00	3	7.14	100.00
10	0	0.00	100.00	0	0.00	100.00
Tổng	42	100		42	100	

Từ bảng trên ta vẽ được đường phân bố tần suất và đường phân bố tần suất tích lũy của lớp TN và lớp DC như sau:



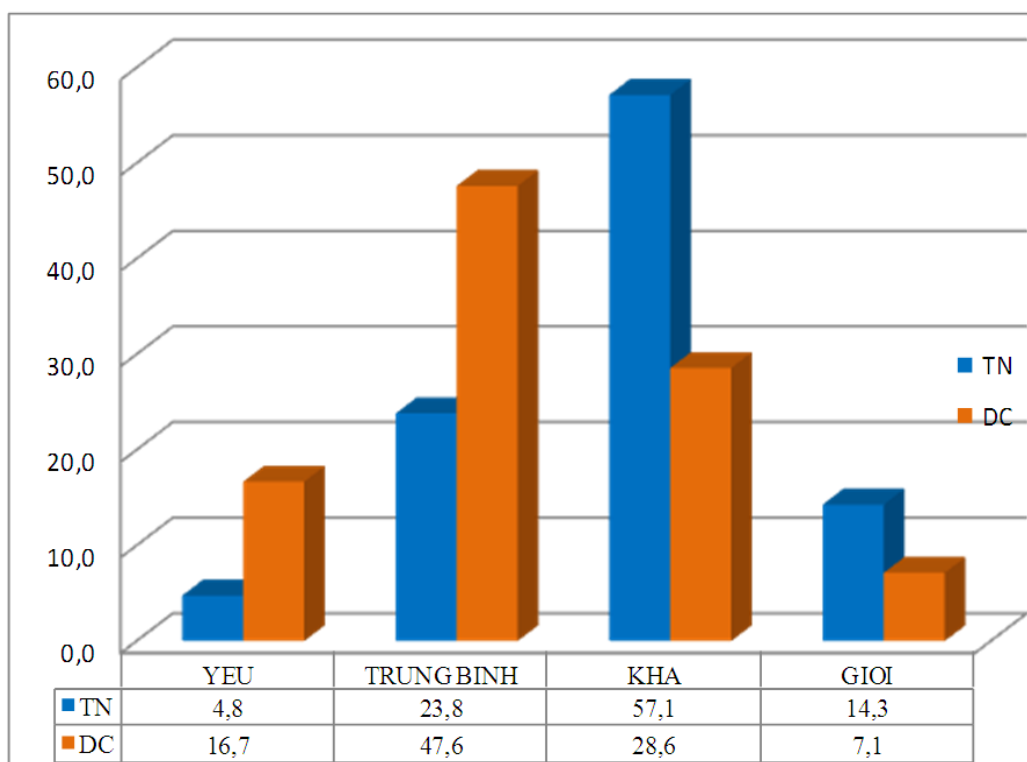
**Biểu đồ 4.4. Biểu đồ tần suất của bài kiểm tra số 2**



**Biểu đồ 4.5. Biểu đồ tần suất tích lũy của bài kiểm tra số 2**

**Bảng 4.9. Bảng tổng hợp phân loại kết quả của bài kiểm tra số 2**

Yếu kém (0 - 4 điểm)		Trung bình (5, 6 điểm)		Khá (7, 8 điểm)		Giỏi (9, 10 điểm)	
				TN	ĐC	TN	ĐC
TN	ĐC	TN	ĐC	TN	ĐC	TN	ĐC
4.8	16.7	23.8	47.6	57.1	28.6	14.3	7.1



**Biểu đồ 4.6. Biểu đồ phân loại kết quả của bài kiểm tra số 2**

**Bảng 4.10. Các tham số đặc trưng của bài kiểm tra số 2**

Tham số	$\bar{X}$	$S^2$	$S$	Cv%	p	Mức độ ảnh hưởng ES	$D_{TN-DC}$
Lớp TN	7.07	1.92	1.39	19.603	0.0013	0.646	0.98
Lớp DC	6.09	2.28	1.51	24.791			

Qua số liệu trên ta nhận thấy:

- Điểm trung bình cộng của lớp TN (7.07) cao hơn lớp DC (6.09).
- Hệ số biến thiên giá trị điểm số của lớp TN nhỏ hơn lớp DC có nghĩa độ phân tán về điểm số quanh điểm trung bình của lớp TN là nhỏ.
- Đường tần suất và tần suất tích lũy của lớp TN nằm bên phải và phía dưới của đường tần suất và tần suất tích lũy của lớp DC, chứng tỏ chất lượng nắm kiến thức và vận dụng kiến thức của lớp TN tốt hơn lớp DC.



**Kết quả bài kiểm tra số 3 được trình bày trong bảng sau:**

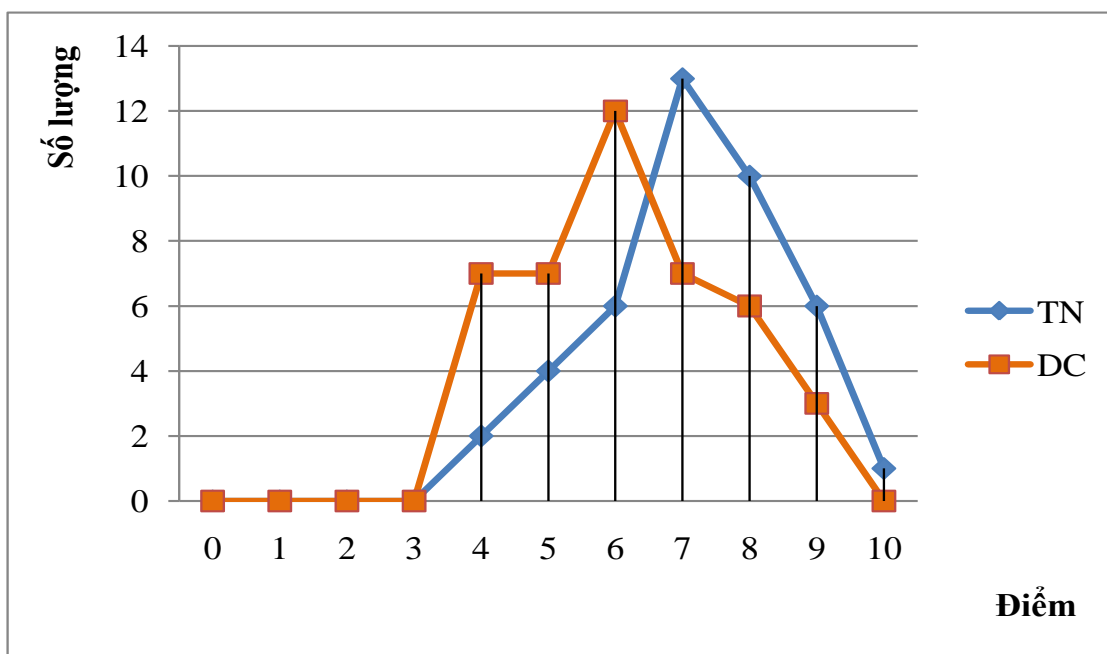
**Bảng 4.11. Thống kê kết quả bài kiểm tra số 3**

Lớp	Số HS	Điểm số											Điểm TB
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
TN	42	0	0	0	0	2	4	6	13	10	6	1	7.11
ĐC	42	0	0	0	0	7	7	12	7	6	3	0	6.17

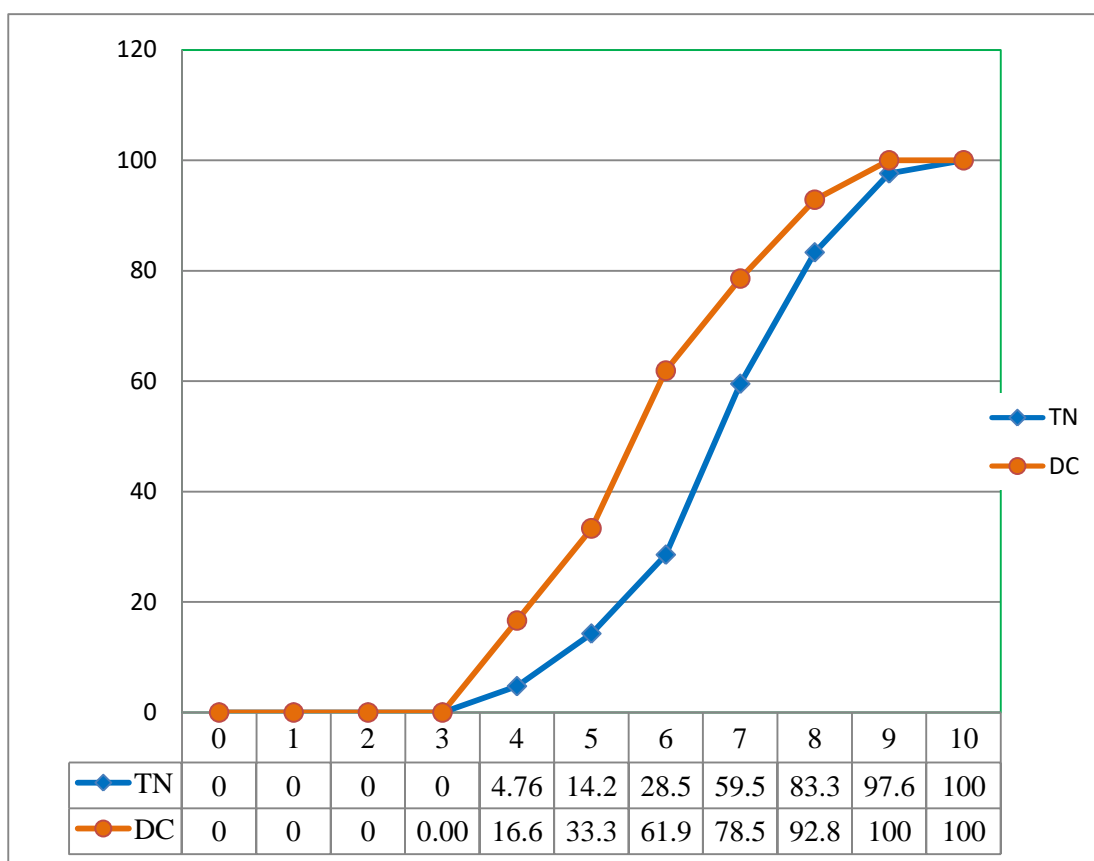
**Bảng 4.12. Bảng tần suất và tần suất tích lũy của bài kiểm tra số 3**

Điểm $x_i$	Lớp thực nghiệm			Lớp đối chứng		
	Tần số $f_{iN}$	Tần suất $\omega_N(i)\% = \frac{f_{iN}}{n_N}$	Tần suất tích lũy $\omega_N(\leq)\%$	Tần số $f_{iC}$	Tần suất $\omega_C(i)\% = \frac{f_{iC}}{n_C}$	Tần suất tích lũy $\omega_C(\leq)\%$
0	0	0.00	0.00	0	0.00	0.00
1	0	0.00	0.00	0	0.00	0.00
2	0	0.00	0.00	0	0.00	0.00
3	0	0.00	0.00	0	0.00	0.00
4	2	4.76	4.76	7	16.67	16.67
5	4	9.52	14.29	7	16.67	33.33
6	6	14.29	28.57	12	28.57	61.90
7	13	30.95	59.52	7	16.67	78.57
8	10	23.81	83.33	6	14.29	92.86
9	6	14.29	97.62	3	7.14	100.00
10	1	2.38	100.00	0	0.00	100.00
Tổng	42	100		42	100	

Từ bảng trên ta vẽ được đường phân bố tần suất và đường phân bố tần suất tích lũy của lớp TN và lớp ĐC như sau:



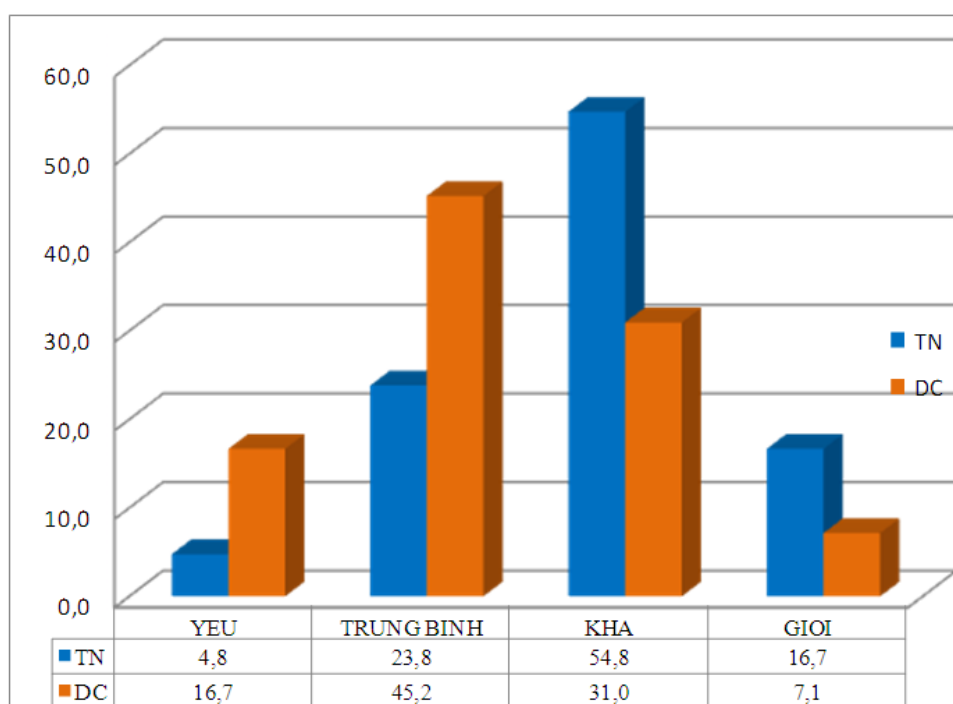
***Biểu đồ 4.7. Biểu đồ tần suất của bài kiểm tra số 3***



***Biểu đồ 4.8. Biểu đồ tần suất tích lũy của bài kiểm tra số 3***

**Bảng 4.13. Bảng tổng hợp phân loại kết quả của bài kiểm tra số 3**

Yếu kém (0 – 4 điểm)		Trung bình (5, 6 điểm)		Khá (7, 8 điểm)		Giỏi (9, 10 điểm)	
TN	ĐC	TN	ĐC	TN	ĐC	TN	ĐC
4.8	16.7	23.8	45.2	54.8	31.0	16.7	7.1

**Biểu đồ 4.9. Biểu đồ phân loại kết quả của bài kiểm tra số 3****Bảng 4.14. Các tham số đặc trưng của bài kiểm tra số 3**

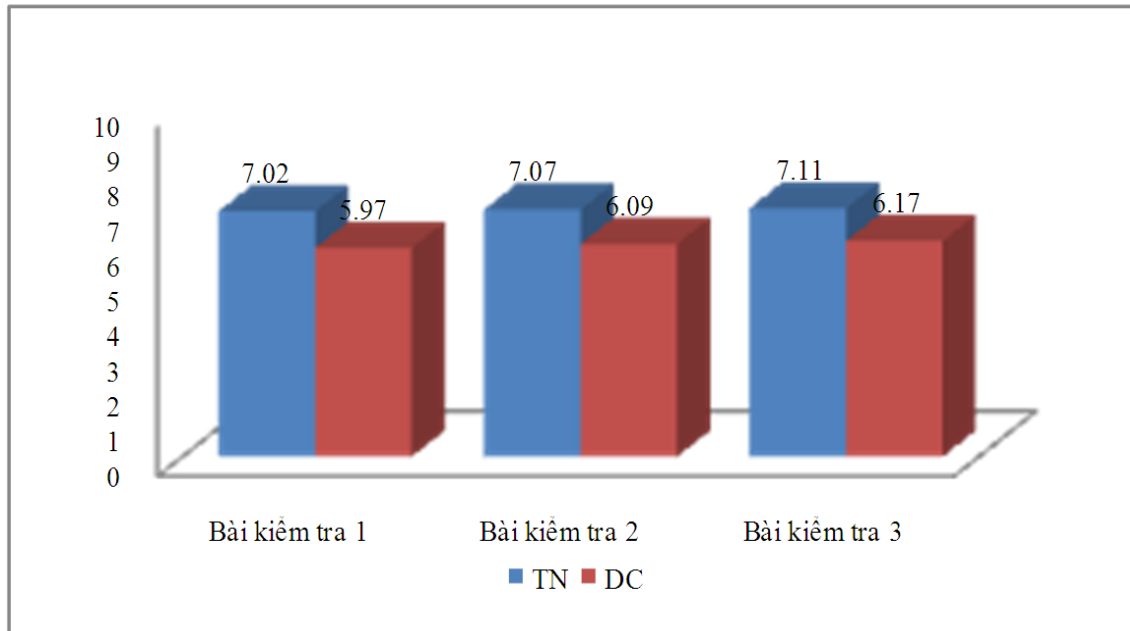
Tham số	$\bar{X}$	$S^2$	$S$	Cv%	p	Mức độ ảnh hưởng ES	$D_{TN-DC}$
Lớp TN	7.11	2.01	1.42	19.914	0.002	0.6364	0.95
Lớp ĐC	6.17	2.24	1.50	24.269			

Qua số liệu trên ta nhận thấy:

- Điểm trung bình cộng của lớp TN (7.11) cao hơn lớp ĐC (6.17).
- Hệ số biến thiên giá trị điểm số của lớp TN nhỏ hơn lớp ĐC có nghĩa độ

phân tán về điểm số quanh điểm trung bình của lớp TN là nhỏ.

- Đường tần suất và tần suất tích lũy của lớp TN nằm bên phải và phía dưới của đường tần suất và tần suất tích lũy của lớp ĐC, chứng tỏ chất lượng nắm kiến thức và vận dụng kiến thức của lớp TN tốt hơn lớp ĐC.



***Biểu đồ 4.10. Biểu đồ so sánh kết quả của ba bài kiểm tra***

***Nhận xét chung:***

- Từ biểu đồ 4.10 ta thấy điểm trung bình kiểm tra của ba bài kiểm tra lớp thực nghiệm cao hơn lớp đối chứng (khoảng 1 điểm). Qua kết quả thực nghiệm cho thấy tỉ lệ điểm trên trung bình ở lớp thực nghiệm cao hơn lớp đối chứng. Tỉ lệ khá giỏi ở cả hai lớp đều tăng lớp thực nghiệm. Điều này nói lên rằng các em ngày càng hoàn thiện về kỹ năng làm bài, phát triển năng lực khám phá của bản thân để giải quyết các vấn đề.

- Giá trị của hệ số biến thiên  $Cv\%$  của lớp TN và lớp ĐC có dao động trung bình nằm trong khoảng từ 20% đến 30%. Do vậy, kết quả thu được đáng tin cậy.

Từ bảng 4.4, 4.8 và bảng 4.12, giá trị  $p < 0,05$  cho thấy sự khác biệt giữa lớp thực nghiệm và lớp đối chứng là do tác động của việc dạy học theo hướng giải quyết vấn đề trong luận văn. Mức độ ảnh hưởng của nghiên cứu  $\sim 0,6-0,7$  nằm ở mức trung bình, có nghĩa là nghiên cứu này có thể nhân rộng được.

#### **4.6. Kết luận chung về thực nghiệm**

Kết quả thực nghiệm sư phạm được đánh giá qua bài kiểm tra sau thực nghiệm sư phạm và ý kiến, đánh giá từ GV và HS. Kết quả cho thấy: các đề xuất có tính khả thi và hiệu quả. Kiểm định giả thiết cho thấy kết quả học tập ở lớp thực nghiệm sư phạm tốt hơn lớp đối chứng một cách thực sự và có ý nghĩa. Việc xây dựng các biện pháp, các giáo án giảng dạy và kiểm tra đánh giá một cách hợp lý và sáng tạo đã đem lại hiệu quả cao, có tính khả thi khi áp dụng giảng dạy nội dung quan hệ vuông góc trong không gian nói riêng và hình học không gian trong trường Trung học phổ thông nói chung giúp HS phát triển các loại hình tư duy toán học, năng lực khám phá vấn đề, phát triển kỹ năng giải bài tập và khả năng ứng biến trước những bài tập có cách phát biểu mới lạ, các bài tập mang tính thực tiễn.

Như vậy mục đích thực nghiệm đã được hoàn thành, tính khả thi và tính hiệu quả của các biện pháp đã được khẳng định, thực nghiệm đáng tin cậy.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

### TÀI LIỆU TIẾNG ANH

- [1] **DeSeCo** (2002), *Education - Lifelong Learning and the Knowledge Economy: Key Competencies for the Knowledge Society*, In: Proceedings of the DeSeCo Symposium, Stuttgart.
- [2] **OECD. PISA** (2003), *Assessment Framework: Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills*.
- [3] **Weinert F. E.** (2001), *Vergleichende Leistungsmessung in Schulen - eine umstrittene Selbstverständlichkeit*, In F. E. Weinert (eds), *Leistungsmessung in Schulen, Weinheim und Basel*: Beltz Verlag.

### TÀI LIỆU TIẾNG VIỆT

- [4] **Bộ Giáo dục và Đào tạo** (2006), *Chương trình giáo dục phổ thông cấp Trung học phổ thông*, NXB Giáo dục. Hà Nội.
- [5] *Nghị quyết Hội nghị Trung ương 8 khóa XI về đổi mới căn bản, toàn diện giáo dục và đào tạo* (Nghị quyết số 29 - NQ/TW).
- [6] **Trần Đình Châu**, *Đổi mới phương pháp dạy học và sáng tạo với bản đồ tư duy*, NXB Giáo dục Việt Nam.
- [7] **Vũ Cao Đàm** (2011), *Phương pháp luận nghiên cứu khoa học*, NXB Giáo dục Việt Nam.
- [8] **Bùi Thị Hương** (2005), *Nhận thức đúng bản chất của phương pháp Dạy học toán để nâng cao hiệu quả dạy học*, *Tạp chí Giáo dục* số 105.
- [9] **Nguyễn Bá Kim** (2007), *Phương pháp dạy học môn Toán*, NXB Đại học Sư phạm Hà Nội.
- [10] **Nguyễn Phú Lộc** (2010), “Dạy học khám phá khái niệm toán học”, *Tạp chí Khoa học* (14), tr.16 - 21.
- [11] **Kiselev- Dịch giả: Phan Công Chính - Lê Thị Thu Hương - Nguyễn Thùy Liên - Lê Bích Phượng** (2016), *Hình học không gian*, NXB Đại học quốc gia Hà Nội.

- [12] **Bùi Văn Nghị** (2008) , *Giáo trình phương pháp dạy học những nội dung cụ thể môn Toán*, NXB Đại học Sư phạm Hà Nội.
- [13] **Phan Trọng Ngọ** (2005), *Dạy học và phương pháp dạy học trong nhà trường*, NXB Đại học Sư phạm.
- [14] **Trần Văn Tấn**, *Bài tập nâng cao và một số chuyên đề hình học 11*, NXB Giáo dục.
- [15] **Lê Mậu Thông, Trần Đức Huyền, Lê Mậu Thảo**, *Phân Loại và hướng dẫn giải toán Hình học không gian*, NXB Đại học Quốc Gia thành phố Hồ Chí Minh.
- [16] **Ngô Thị Bích Thủy** (2002), *Rèn luyện và phát triển tư duy sáng tạo cho HS qua dạy học Hình học 11*, Luận văn thạc sĩ.
- [17] **Nguyễn Cảnh Toàn** (1995), “ Soạn bài dạy trên lớp theo tinh thần dẫn dắt HS sáng tạo, tự dành lấy kiến thức”, *Tạp chí Nghiên cứu Giáo dục*.
- [18] **Lê Đình Trung - Phan Thị Thanh Hội**, *Dạy học theo định hướng hình thành và phát triển năng lực người học ở trường phổ thông*, NXB Đại học Sư phạm Hà Nội.
- [19] **Phan Thị Ánh Tuyết** (2005), *Một số biện pháp rèn luyện tư duy sáng tạo cho HS trong việc giải toán Hình học 11*, Khóa luận tốt nghiệp.
- [20] **Đặng Quang Việt** (1998), “*Sự kết hợp giữa trí tưởng tượng không gian và tư duy logic trong dạy học hình học*”, *Tạp chí Nghiên cứu Giáo dục*.

#### CÁC TRANG WEB

- [21] [http:// www.oecd.org/dataoecd/47/61/35070367.pdf](http://www.oecd.org/dataoecd/47/61/35070367.pdf)
- [22] <http://tusach.thuvienkhoahoc.com/wiki/>, Bài viết Chương trình giáo dục định hướng phát triển năng lực.
- [23] <http://tusach.thuvienkhoahoc.com/wiki/>, các phương pháp dạy học tích cực.
- [24] <http://www.sch.vn/luu-tru/1004-giao-vien-gii/12766-day-hoc-tich-hop>
- [25] <https://www.slideshare.net/vanliem/kh-suphamtichhop201407>

## PHỤ LỤC

### PHỤ LỤC 1. ĐÁP ÁN CÁC ĐỀ KIỂM TRA

**Đề kiểm tra 45 phút (số 1)**

**Phần I: Trắc nghiệm**

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>
B	C	A	D	D	A	A
<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>
B	D	C	B	D	B	A

**Phần II: Tự luận**

<b>Ý</b>	<b>Đáp án</b>	<b>Điểm</b>
<b>a.</b> <b>(1 điểm)</b>	Vì $SA \perp (ABCD)$ (gt) $\Rightarrow$ A là hình chiếu S trên (ABCD) AC là hình chiếu của SC trên (ABCD) $\Rightarrow$ Góc giữa SC và (ABCD) là góc giữa AC và SC; $\angle SCA$	<b>1</b>
	$SA = a\sqrt{2}, AC = a\sqrt{2}$	<b>0,25</b>
	Suy ra $\triangle SAC$ vuông cân tại A $\Rightarrow \angle SCA = 90^\circ$	<b>0,25</b>
<b>b.1</b> <b>(1,5 điểm)</b>	Chứng minh $AM \perp SC$ Có $BC \perp AB$ (gt); $BC \perp SA$ do $(SA \perp (ABCD))$	<b>0,5</b>
	$\Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AM$ (1)	<b>0,25</b>
	Lại có $BC \perp AB$ (gt) (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow AM \perp SC$	<b>0,25</b>
<b>b.2</b> <b>(0,5 điểm)</b>	Chứng minh tương tự ta được $AN \perp SC$	<b>0,5</b>



**Đề kiểm tra 45 phút (số 2)**

**Phần I: Trắc nghiệm**

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>
C	B	C	A	D	A	D
<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>
A	C	A	C	C	C	B

**Phần II: Tự luận ( 3điểm)**

<b>Câu</b>	<b>Đáp án</b>	<b>Điểm</b>
a. (1 điểm)	Ta có $SA \perp (ABCD)$ nên A là hình chiếu của S trên (ABCD) AC là hình chiếu của SA trên (ABCD) $\Rightarrow$ góc giữa SC và (ABCD) là góc $SCA$	0,5
	Xét tam giác SAC vuông tại A, $SA = AC = \sqrt{2}$ $\Rightarrow \Delta ABC$ cân tại A $\Rightarrow SCA = 45^\circ$	0,5
b. (2 điểm)	Chứng minh: $AM \perp SC \Leftrightarrow AM \perp (SCD)$ Có $BC \perp AB$ (ABCD là hình vuông) $BC \perp SA$ do $SA \perp (ABCD)$ $\Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AM(1)$	0,75
	Lại có $AM \perp SB(gt)$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $AM \perp SC$ (đpcm)	0,5
	Chứng minh: $SC \perp (AMN)$ Chứng minh tương tự $AN \perp SC$	0,5
	Suy ra $SC \perp (AMN)$	0,25

**Đề kiểm tra 15 phút**

Ý	Đáp án	Điểm
<b>a.</b> <b>(5 điểm)</b>	Vì $BC \perp SA$ (do $SA \perp (ABCD)$ ) (1)	<b>0,75</b>
	Lại có $BC \perp AB$ (do $ABCD$ là hình vuông) (2) Từ (1) và (2) suy ra $BC \perp SB \Rightarrow \Delta SBC$ vuông ở B	<b>1,25</b>
	Có $SA \perp (SABD) \Rightarrow SA \perp AB, SA \perp AD$ $\Delta SAB$ vuông ở B, $\Delta SAD$ vuông ở B	<b>1</b>
	$SB = AC = CD = a\sqrt{2}, SC = a\sqrt{3}, SD = a\sqrt{5},$ Xét $\Delta SBC$ có $SB^2 + BC^2 = 2a^2 + a^2 = 3a^2 = SC^2$ Suy ra tam giác SBC vuông tại B	<b>1</b>
	Xét $\Delta SCD$ có $SC^2 + CD^2 = 3a^2 + 2a^2 = 5a^2 = SD^2$ Suy ra tam giác SCD vuông tại C	<b>1</b>
<b>b.</b> <b>(3 điểm)</b>	Có $AB \perp SA$ (do $SA \perp (ABCD)$ ), $AB \perp AD$ (gt) $\Rightarrow AB \perp (SAD) \Rightarrow AB \perp SD$	<b>1,5</b>
	Do $AC \perp DC$ , $SA \perp CD$ (do $SA \perp (ABCD)$ ) $\Rightarrow CD \perp (SAC)$	<b>1,5</b>
<b>c.</b> <b>(2 điểm)</b>	Xét $\Delta SAC$ có M là trung điểm SC Kẻ $MH \parallel SA \Rightarrow H$ là trung điểm AC $\Rightarrow MH = \frac{a}{2}$ Góc giữa BM và (ABCD) là góc giữa BM và BH $\Rightarrow (BM, (ABCD)) = MBH$	<b>1</b>
	$\Delta ABC$ vuông cân tại B có H là trung điểm AC $\Rightarrow BH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ $\tan MBH = \frac{MH}{BH} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\Rightarrow MBH = 45^\circ$	<b>1</b>

## PHỤ LỤC 2 : PHIẾU KHẢO SÁT

### PHIẾU KHẢO SÁT Ý KIẾN VỀ VIỆC DẠY HỌC VÀ KIỂM TRA ĐÁNH GIÁ THEO HƯỚNG PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC

Họ và tên:.....Tuổi:.....

GV giảng dạy bộ môn:.....Trình độ:.....

Xin quý thầy(cô) vui lòng tham khảo các câu hỏi dưới đây và cho biết các ý kiến về việc vận dụng các phương pháp dạy học tích cực nhằm phát triển năng lực khám phá cho HS ở trường THPT.

*Đánh dấu X vào nội dung mà quý thầy (cô) lựa chọn. Lưu ý, với các câu hỏi số 3, số 4 và số 5, quý thầy (cô) có thể chọn nhiều hơn một lựa chọn.*

1. Thầy (cô) cho biết đã từng nghe và tìm hiểu về việc định hướng dạy học theo hướng phát triển năng lực chưa?

☐ Chưa từng nghe qua.

☐ Đã từng nghe qua nhưng chưa tìm hiểu, nghiên cứu.

☐ Đã từng nghe và tìm hiểu, nghiên cứu.

2. Theo thầy (cô), quan điểm nào dưới đây là cách hiểu đúng nhất về năng lực?

☐ Năng lực là tổ hợp tri thức,hiểu biết, khả năng và mong muốn của người học.

☐ Năng lực là tổ hợp các thuộc tính độc đáo của mỗi cá nhân phù hợp với yêu cầu của mỗi hoạt động cụ thể.

☐ Năng lực là sự tích hợp các kĩ năng tác động lên một tình huống cho trước để giải quyết những vấn đề trong tình huống đặt ra.

☐ Ý kiến khác .....

3. Theo thầy (cô), việc đổi mới phương pháp dạy học theo định hướng chú trọng phát triển năng lực HS mang lại lợi ích gì?

☐ Hình thành và phát huy các phẩm chất linh hoạt, độc lập, tự chủ, sáng tạo của người học.

☐ Huy động được các thành tố năng lực và năng lực chuyên biệt trong mỗi cá nhân.

☐ Tạo cho HS hứng thú và nhu cầu học tập môn học, luôn biết tự đặt câu hỏi khi gặp vấn đề khó.

☐ HS không chỉ biết học thuộc, ghi nhớ mà thông qua các hoạt động cụ thể tạo thói quen giải quyết các tình huống đặt ra trong cuộc sống.

☐ Ý kiến khác.....

4. Theo ý kiến của thầy (cô), đâu là những “năng lực chuyên biệt” của môn Toán?

☐ Năng lực giao tiếp.

☐ Năng lực tư duy phê phán.

☐ Năng lực lập luận.

☐ Năng lực mô hình hóa.

☐ Năng lực biểu diễn.

☐ Năng lực tự học.

☐ Năng lực làm việc nhóm.

☐ Năng lực sử dụng ngôn ngữ, hình thức, ký hiệu và các phép toán.

5. Theo thầy(cô), phương pháp nào dưới đây có thể áp dụng vào việc dạy học nhằm tạo điều kiện phát triển năng lực của HS?

☐ Dạy học phát hiện và giải quyết vấn đề . ☐ Dạy học khám phá.

☐ Dạy học dự án.

☐ Dạy học phân hóa.

☐ Dạy học ngoại khóa.

☐ Dạy học truyền thống.

☐ Dạy học dựa trên việc nghiên cứu tình huống.

Xin chân thành cảm ơn quý thầy (cô) đã tham gia đóng góp ý kiến !

## PHIẾU KHẢO SÁT Ý KIẾN HS

Họ và tên:.....Lớp:.....

Xin em vui lòng trả lời các câu hỏi dưới đây về việc học tập trong giờ học bộ môn toán nội dung hình học và sự nhu cầu khám phá tri thức của bản thân em.

(Đánh dấu X vào nội dung em lựa chọn).

1. Em có thích học toán hình không?

☐ Không thích.

☐ Bình thường.

☐ Thích.

☐ Rất thích.

2. Trong giờ học toán hình, kỹ năng nào dưới đây em cho là khó nhất?

☐ Vẽ hình.

☐ Phán đoán lời giải.

☐ Chứng minh, lập luận.

3. Khi GV đặt ra những câu hỏi hoặc các bài tập trong tiết học, em thường sẽ làm gì?

☐ Không quan tâm đến yêu cầu của GV.

☐ Thụ động chờ lời giải của GV và các bạn.

☐ Trao đổi với các bạn xung quanh hoặc chủ động tìm sự trợ giúp của GV.

☐ Tập trung tự thân suy nghĩ lời giải, tích cực xung tham gia phát biểu ý kiến.

4. Khi phát hiện ra các vấn đề trong câu hỏi hay bài giảng của GV đưa ra, em thường có thái độ như thế nào?

☐ Không quan tâm.

☐ Phát hiện ra vấn đề nhưng không cần tìm hiểu, khám phá.

☐ Có hứng thú và muốn tìm hiểu, khám phá.

☐ Rất có hứng thú và phải tìm hiểu, khám phá bằng mọi cách.

5. Theo em, năng lực khám phá có cần thiết trong việc học toán đặc biệt là nội dung hình học không?

☐ Không cần thiết.

☐ Bình thường.

☐ Cần thiết.

☐ Rất cần thiết.

Cảm ơn em đã đóng góp ý kiến !