

Câu 1: Cho phương trình $f(x) = 7x^2 + 2.4x - 1 - 1.2\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) = 0$ có khoảng cách ly nghiệm $[0,1]$. Dùng phương pháp lặp Newton, chọn x_0 theo điều kiện Fourier, tính nghiệm gần đúng x_1 và đánh giá sai số Δx_1 theo công thức đánh giá sai số tổng quát

Kết quả: $x_1 =$ ----- $\Delta x_1 =$ -----

Câu 2: Cho hệ phương trình $\begin{cases} -25x_1 + 3x_2 = 5 \\ -x_1 + 17x_2 = 13 \end{cases}$. Với $x^{(0)} = [0,0]^T$, hãy tìm vectơ

$x^{(3)}$ bằng phương pháp Gauss – Seidel

Kết quả: $x_1^{(3)} =$ ----- $x_2^{(3)} =$ -----

Câu 3: Cho $g(x) = \begin{cases} 3.5 - 1.6x + 2.2x^3, & 0 \leq x \leq 2 \\ A + B(x-2) + C(x-2)^2 + D(x-2)^3, & 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$. Tìm $A, B, C,$

D để $g(x)$ là hàm nội suy spline bậc 3 tự nhiên trên $[0,3]$

Kết quả: $A =$ -----; $B =$ -----; $C =$ -----; $D =$ ----

Câu 4: Cho hàm spline bậc ba $g(x)$ nội suy bảng số

x	0	1
y	1.4	2.8

và thỏa điều kiện $g'(0) = g'(1) = 1$. Tính giá trị của hàm $g(x)$ và đạo hàm $g'(x)$ tại điểm $x = 0.5$

Kết quả: $g(0.5) =$ ----- $g'(0.5) =$ -----

Câu 5: Hàm $f(x)$ cho bởi bảng

x	0	0.25	0.50	0.75	1.0
f(x)	1.7	2.2	3.3	3.6	2.7

Dùng công thức Simpson mở rộng tính gần đúng tích phân $I = \int_0^1 xf^2(x)dx$

Kết quả: $I =$ -----

Câu 6: Xét bài toán Cauchy $\begin{cases} y' = x \cos y - x^2 + 1, & x \geq 1 \\ y(1) = 0.5 \end{cases}$. Sử dụng công thức

Runge – Kutta cấp 4, hãy xấp xỉ giá trị của hàm $y(x)$ tại $x = 1.25$ với bước $h = 0.25$

Kết quả: $k_1 =$ ----- $y(1.25) =$ -----

Câu 7: Xét bài toán Cauchy $\begin{cases} x'' = t(x')^2 + x - t^2 + 1, & t \geq 1 \\ x(1) = 0.5, x'(1) = 0.25 \end{cases}$. Thực hiện phép đổi

biến $y(t) = x'(t)$ và sử dụng công thức Euler, hãy xấp xỉ giá trị của hàm $x(t)$ và đạo hàm $x'(t)$ tại $t = 1.25$ với bước $h = 0.25$

Kết quả: $x(1.25) =$ ----- $x'(1.25) =$ -----

Câu 8: Xét bài toán biên: $\begin{cases} y'' + xy' - 4y = 4x, & 1 \leq x \leq 2 \\ y(1) = 2.7, y(2) = 1.2 \end{cases}$

Bằng phương pháp sai phân hữu hạn, hãy xấp xỉ giá trị của hàm $y(x)$ trong đoạn $[1,2]$ với bước $h = 0.25$

Kết quả: $y(1.25) = \text{-----}; \quad y(1.5) = \text{-----}; \quad y(1.75) = \text{-----};$

Câu 9: Xét phương trình Laplace: $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, y) + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, y) = x^2 y + y^2 + 1$ đối với hàm ẩn 2 biến $u(x, y)$ trong miền chữ nhật $D = \{1 \leq x \leq 4, 3 \leq y \leq 6\}$ thỏa các điều kiện biên: $\begin{cases} u(1, y) = 2.4y, & u(4, y) = 7.2y \\ u(x, 3) = 4.8x + 2.4, & u(x, 6) = 9.6x + 4.8 \end{cases}$. Sử dụng phương pháp sai phân hữu hạn, hãy xấp xỉ giá trị của hàm $u(x, y)$ trong miền D với bước $\Delta_x = \Delta_y = h = 1$

Kết quả: $u(2, 4) = \text{-----}; \quad u(2, 5) = \text{-----};$
 $u(3, 4) = \text{-----}; \quad u(3, 5) = \text{-----};$

Câu 10: Xét phương trình parabolic $\frac{\partial u}{\partial t}(x, t) - 12 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, t) = 2.3x^2 + 1.2t$ đối với hàm ẩn 2 biến $u(x, t)$ trong miền $D = \{1 \leq x \leq 2, t > 0\}$ thỏa các điều kiện:

$$\begin{cases} u(1, t) = 0, & u(2, t) = 0 \\ u(x, 0) = x^2 - 3x + 2 \end{cases}$$

Sử dụng sơ đồ ẩn, hãy xấp xỉ giá trị của hàm $u(x, t)$ tại thời điểm $t = 0.1$ với bước không gian $\Delta_x = 0.25$ và bước thời gian $\Delta_t = 0.1$

Kết quả: $u(1.25, 0.1) = \text{----}; \quad u(1.5, 0.1) = \text{----}; \quad u(1.75, 0.1) = \text{----};$