Ghi chú:

Thứ

Ngày / /

Buổi 7/06/05

1. Chữa BT khai triển Taylor–Maclaurin.
2. Chữa BT dùng khai triển để tìm lim.
3. Hướng dẫn sơ lược về tích phân (bđ x/đ & x/đ)
(chú ý: i) Các CT tích phân cơ bản
ii) 2 pp (đổi biến số & tp từng phần)
iii) TP của các phân thức hữu tỷ
lưu 3 CT cơ bản thôi)

Chữa BTVN buổi trước (1, 2, 3, 5 & 7 làm 3 câu đầu, 2 bài trong đề thi năm trc)

1) Khai triển Taylor tại $x_0 = 2$ đến cấp $n = 3$ của hàm
$$f(x) = \frac{2x-1}{x-1} \quad (\text{TXĐ}: x \neq 1).$$

C1: Hiền làm tốt.

C2: $f(x) = \dfrac{2x-1}{x-1} = \dfrac{2x-2+1}{x-1} = 2 + \dfrac{1}{x-1}$. (1)

Ta có thể đổi biến $y = x-2 \Rightarrow y_0 = x_0 - 2 = 0$.

$$\frac{1}{x-1} = \frac{1}{x-2+1} = \frac{1}{y+1} \xrightarrow[\text{Hãy cho ghi rồi}]{\text{CThức}} 1 - y + y^2 - y^3 + o(y^3)$$

(Maclaurin tại $y_0 = 0$)

$$\Rightarrow \frac{1}{x-1} = 1 - (x-2) + (x-2)^2 - (x-2)^3 + o\left((x-2)^3\right) \quad (2)$$

Từ (1) & (2) $\Rightarrow$ đáp số đúng như Hiền làm

2) $f(x) = \dfrac{x-1}{x^2-5x+6} = \dfrac{x-1}{(x-2)(x-3)}$

Tại $x_0 = 2$ thì $f(x)$ ko x/đ $\rightarrow$ ko $\exists$ khai triển Taylor.

HONG HA

Câu 3) $f(x) = \ln(2+3x)$, $x_0 = 1$, cấp $n = 3$.

$f'(x) = \dfrac{3}{2+3x} = 3\cdot(3x+2)^{-1}$

$f''(x) = -9\,(3x+2)^{-2}$

$f'''(x) = 54\cdot(3x+2)^{-3}$

Do đó $f(1) = \ln 5$, $f'(1) = \dfrac{3}{5}$, $f''(1) = \dfrac{-9}{25}$,

$f'''(1) = \dfrac{54}{125}$

Khai triển cần tìm là

$$f(x) = \ln 5 + \frac{3}{5}(x-1) - \frac{9}{25\times 2}(x-1)^2 + \frac{54}{125\times 6}(x-1)^3 + o\left((x-1)^3\right).$$

Nxét: P.A làm ẩu nên sai ~~nên dẫn đến sai~~
Thiện làm tắt nhưng vẫn đúng
Anh trình bày hơi khác thầy nhưng tốt.

Câu 4) Thầy đi ra về nhà. Tuy nhiên nếu muốn các em có thể xem bài Anh làm.
Tất cả đều dùng CT Leibniz và khá dễ.

Câu 5) ① $y = \dfrac{x^2 + 3e^x}{e^{2x}}$, $n = 3$.

$\Rightarrow y = x^2 \cdot e^{-2x} + 3e^{-x}$ (1)

Khai triển Maclaurin của e^{-2x} & e^{-x} lần lượt là

$$e^{-2x} = 1 + (-2x) + \frac{(-2x)^2}{2!} + \frac{(-2x)^3}{3!} + o(x^3)$$

HONG HA

Ghi chú:

Thứ

Ngày / /

$e^{-x} = 1 + (-x) + \frac{(-x)^2}{2!} + \frac{(-x)^3}{3!} + o(x^3)$ (3)

Thay (2) & (3) vào (1), vứt hết các x^4, x^5 ta có

$y = x^2(1-2x) + 3\left(1 - x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6}\right) + o(x^3)$

$= 3 - 3x + \frac{5}{2}x^2 - \frac{15}{6}x^3 + o(x^3)$ (4).

Nxét: Hiếu làm hơi dài nhưng hoàn toàn đúng.
Thu Trang cũng vậy.

Các em chú ý dùng nhiều công thức khai triển để nhớ ($\sin$, $\cos$, e^x, $\ln(1 \pm x)$, ...).

Như bài này cũng có thể trình bày

$e^{-2x} = 1 + (-2x) + o(x)$ (2')

Thay (2') & (3) vào (1) cũng được kết quả (4).

(2). $y = \ln(2-3x) - \ln(2x+3)$, $n = 3$.

(1)

Ta có khai triển

$\ln(2-3x) = \ln\left(2\left(1 - \frac{3}{2}x\right)\right)$

$= \ln 2 + \ln\left(1 - \frac{3}{2}x\right)$

$\overset{CT}{=} \ln 2 + \left(-\frac{3}{2}x\right) + \frac{1}{2}\left(-\frac{3}{2}x\right)^2 + \frac{1}{3}\left(-\frac{3}{2}x\right)^3 + o(x^3)$

5 10 15 20

HONG HA

Scanned with CamScanner

$= \ln 2 + \frac{-3}{2}x + \frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{4}x^3 + o(x^3)$ ②

Tương tự, $\ln(2x+3) = \ln 3 + \ln\left(1 + \frac{2}{3}x\right)$

$= \ln 3 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}x\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}x\right)^3 + o(x^3)$

$= \ln 3 + \frac{2}{3}x - \frac{2}{9}x^2 + \frac{4}{27}x^3 + o(x^3)$ ③

Thay ② & ③ vào ① ta có

$y = \ln\frac{2}{3} - \frac{13}{6}x + \frac{35}{36}x^2 - \frac{97}{108}x^3 + o(x^3)$

③ $y = \ln(x^2+3x+2)$, $n = 4$

$\Rightarrow y = \ln(x+1) + \ln(x+2)$

$= \ln(1+x) + \ln 2 + \ln\left(1 + \frac{x}{2}\right)$

Do đó theo CT khai triển

$y = \left(x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4}\right) + \ln 2$

$+ \left(\frac{x}{2} - \frac{1}{2}\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{x}{2}\right)^3 - \frac{1}{4}\left(\frac{x}{2}\right)^4\right)$

$+ o(x^4)$

$= \frac{3}{2}x - \frac{5}{8}x^2 + \frac{3}{8}x^3 - \frac{17}{64}x^4 + \ln 2 + o(x^4)$

Nxét: Hiền làm [illegible] cách dài quá nhưng ~~[illegible]~~ kết quả ~~[illegible]~~ đúng.

Ghi chú:

Thứ

Ngày / /

7) ① Câu 1 Hiếu & P. Anh đều làm đúng.

② câu này P. Anh & Anh làm đúng.

③ Trang/Hiếu làm L'Hospital đều đúng, tốt.

Bài tập thêm:

3) $f(x) = \ln(1+2x+3x^2)$

Hiếu làm đúng & trình bày tốt

3) Tìm $g^{(2016)}(0)$ của $g(x) = (1+x^3)e^{x^3}$

lớp thầy chưa thấy ai làm tốt cả, nhưng Hiếu làm rất thú vị.

LG. Theo CT khai triển Maclaurin ta có

$$g(x) = g(0) + g'(0).x + \frac{g''(0)}{2!}x^2 + \dots + \frac{g^{(2016)}(0)}{2016!}x^{2016} + o(x^{2016}).$$

Theo k/triển Maclaurin của e^{x^3}

Vì
$$e^{x^3} = 1 + x^3 + \frac{(x^3)^2}{2!} + \dots + \frac{(x^3)^n}{n!} + o((x^3)^n)$$

Do đó

$g(x) = (1+x^3)e^{x^3}$ có chứa x^{2016} ở 2 số hạng là

$$\frac{(x^3)^n}{n!} + \frac{x^3.(x^3)^{n-1}}{(n-1)!}$$

Ghi chú:

Thứ

Ngày / /

n cần tìm để $(x^3)^n = x^{2016} \Rightarrow n = \frac{2016}{3} = 672$

Do đó

$$\frac{g^{(2016)}(0)}{2016!}\cancel{x}^{2016} = \frac{(x^3)^{672}}{672!} + \frac{x^3.(x^3)^{671}}{671!}$$

$$\Rightarrow \quad g^{(2016)}(0) = 2016!\left(\frac{1}{672!} + \frac{1}{671!}\right)$$