गोले की सतह की चमक

August 27, 2024

Abstract

अभी हम एक गोले की सतह की चमक देखेंगे लैम्बर्ट्स कोसाइन लॉ (Lambert's Cosine Law) का इस्तेमाल करके ।

परिचय

किसी सतह की चमक का अंदाज़ा रोशनी के अंदर हमे लैम्बर्ट्स कोसाइन लॉ से लग सकता है।

$$B = Icos(\theta)$$

यहां पे θ जिस सतह पे रोशनी पड़ रही है उससे सीधा बाहर निकलती हुई दिशा और वो दिशा है जहां से रोशनी आ रही है के बीच का बनता हुआ एंगल है । I को हम आज के लिए नहीं इस्तेमाल करेंगे ।

ु लैम्बर्ट्स कोसाइन लॉ के बारे मैं यहाँ पे दी गई जानकारी इस नियम के बारे मैं सब नहीं बताती । इस नियम के बारे मैं जानने के लिए खुद से आगे पढना जरूरी रहेगा ।

गोला

2.1 गोले बनाने का तरीका

क्यूकी हम एक 2D स्क्रीन पर देख रहे है हमे गोला सिर्फ़ एक चक्र की तरह दिखेगा । अपनी स्क्रीन पर चक्र बनाने के लिए हम ऊपर से नीचे तक जायेंगे और हर स्तर पर एक पर्याप्त लंबाई की रेखा खिचेंगे कुछ इस तरह से ।

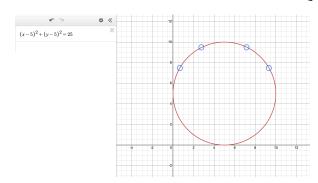
				_	
-					
_					
-					
					_
	_				

एक गोले के समीकरण $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ से हम हर स्तर पर कहां से कहां तक रेखा खिचनी है उसका पता कर सकते है । आगे बढ़ने से पहले मैं साफ़ करता हूँ कि y-axis हम नीचे से ऊपर तक की दिशा ले रहे है , x-axis हम लेफ्ट से राइट तक की दिशा ले रहे है और z-axis हम स्क्रीन से बाहर की दिशा ले रहे है । समीकरण को हम एक्स के लिए लिखे तो हमे $x=a\pm\sqrt{r^2-(y-b)^2}$ मिलेगा । हमे हर स्तर पर y पता है जिससे हमे हर स्तर पर

रेखा का शुरू और अंत मिलजाएगा ।

2.2 गोला बनाने मे दिक्कत

गोले को बनाते समय नीचे दिखाए चित्र की तरह काफी बार हमे रेखा का शुरू और अंत दशमलव मे मिलेगा । हम इन सबको पूर्णांक कर देंगे



2.3 आख़िर में बनने वाला गोला

गोले का दायरा 5 पर रख कर हमे ये मिलेगा।

इस गोले के अजीब दीखने की वजह सारे पूर्णांक है जो हमने किए हैं। ये दिक्कत पूरी तरह से नहीं मिट सकती पर अगर हम गोले का दायरा बढ़ाए तो इससे थोड़ी राहत मिल सकती है।

गोले का दायरा 16 रखने से हमे ये मिलेगा।



अपने काम के लिए हम गोले का दायरा 20 रखेंगे ।



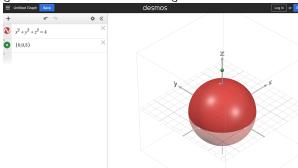
मैं अभी तक गोले की बात कर रहा हूँ पर बनाया सिर्फ़ एक चक्र है । तो अब पूरे गोले का समीकरण ये बनेगा

$$x^2 + y^2 + z^2 = 20^2$$

इसको जब हम अपनी स्क्रीन पर देखेंगे तब वो एक चक्र दिखेगा ।

3 रोशनी

हमारा गोला तैयार होने पर अब हम रोशनी की बात करेंगे । शुरू के लिए हम रोशनी को ऊपर से डालेंगे यानी की तुम्हारे से गोले पे पड़ती हुई । ये कुछ इस तरह दिखेगा । याद रखना कि तुम z-axis पर बैठे हो । हरा बिंदु रोशनी का स्रोत है ।



हमे अब रोशनी का स्रोत पता है जो कि $\vec{l}=(0,0,25)$ पे रखेंगे । दूसरा हमे चाहिए गोले से बाहर निकलती हुई दिशा जो की हमे गोले की सतह के निर्देशांक के बराबर होगी । ये कैसे पता लगा है इसको मैं यहाँ नहीं बताऊँगा । ये जानने के लिए खुद से पढ़े । हमे x पता है , y पता है । गोले के समीकरण से हमे मिलेगा $z=\sqrt{20^2-x^2-y^2}$ (यहा पे हमे नकारात्मक (नेगेटिव) हिस्से की ज़रूरत नहीं क्योंकि वो नीचे की तरफ है और हमे नहीं दिखेगा) तो हमारा गोले की सतह से सीधा बाहर निकलती दिशा होगी $\vec{d}=(x,y,\sqrt{20^2-x^2-y^2})$ अभी हमे दोनो दिशा लंबाई के साथ मिली है । दोनों के बीच का कोण निकालने के लिए हम लंबाई हटाएँगे । लंबाई हटाने का तरीक़ा खुद से पढ़े वो मैं यहा नहीं बताऊँगा । लंबाई हटाके ये बनेंगे ।

$$\hat{l} = (0, 0, 1)$$

$$\hat{d} = (\frac{x}{20}, \frac{y}{20}, \frac{\sqrt{20^2 - x^2 - y^2}}{20})$$

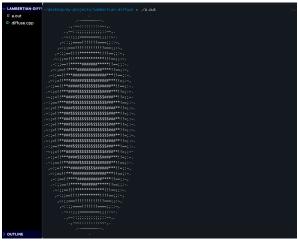
कोण निकालने के लिए हमें बस अब इन दोनों का बिंदु गुणनफाल (डॉट प्रोडक्ट) लेना है। जो कि हमारी सतह की चमक होगी।

$$B = \hat{l}.\hat{d}$$

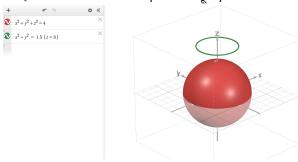
$$B = \frac{\sqrt{20^2 - x^2 - y^2}}{20}$$

चमक हमेशा 0 से 1 तक ही रहेगी । अलग अलग चमक के लिए हम अलग अलग अक्षर का प्रयोग करेंगे ।

हमे अब ये मिलेगा।



अब हम रोशनी को गोले के ऊपर एक चक्र मे घूमाएँगे।



रोशनी का समीकरण अब होगा

$$\vec{l} = (x^2 + y^2 = 10^2, 25)$$

इस काम के लिए हम पहले समीकरण को साइन और कोसाइन मे लाएंगे

$$\vec{l} = (10\sin\phi, 10\cos\phi, 25)$$

 ϕ को हम समय के साथ बदलेंगे तो उसे भी हम थोड़ा बदलेंगे । एक पूरा चक्कर लगाने मे 20 सेकंड लगेंगे ।

$$\phi = \frac{2\pi t}{20}$$

लंबाई हटाके

$$\hat{l} = (\frac{10\cos\phi}{\sqrt{10^2 + 25^2}}, \frac{10\sin\phi}{\sqrt{10^2 + 25^2}}, \frac{25}{\sqrt{10^2 + 25^2}})$$

कोण

$$B = \frac{10\cos\phi}{\sqrt{10^2 + 25^2}} \cdot \frac{x}{20} + \frac{10\sin\phi}{\sqrt{10^2 + 25^2}} \cdot \frac{y}{20} + \frac{25}{\sqrt{10^2 + 25^2}} \cdot \frac{\sqrt{20^2 - x^2 - y^2}}{20}$$

अब हमे ये मिलेगा





4 निष्कर्ष

लैम्बर्ट्स कोसाइन लॉ का इस्तेमाल हमने सिर्फ़ एक गोले के ऊपर रोशनी डालने के लिए किया है लेकिन इसका और भी कई चीज़ो के लिए करा जा सकता। इसके अंदर हम सतह की रोशनी सोकने की ताकत से लेकर सतह के रंग तक को जोड सकते है इसे अलग अलग सामान के ऊपर रोशनी पड़ने से बनती हुई चमक का अनुकरण करने के लिए।