



**Modélisation des flux de trésorerie à  
court terme**

Projet supervisé

Philippe Beliveau

Maîtrise en gestion (M. Sc.) – science des  
données et analytique d'affaires

Montréal, Québec

9 novembre 2023

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Chapitre 1</b>	<b>5</b>
1.1	Intro . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Chapitre 2</b>	<b>6</b>
2.1	Revue de littérature . . . . .	6
2.2	Fuzzy time series . . . . .	11
2.2.1	Procédure d'entraînement . . . . .	13
2.2.2	Procédure de prédiction . . . . .	16
2.3	Séries intermittentes . . . . .	18
2.4	Weighted permutation entropy . . . . .	20
<b>3</b>	<b>Chapitre 3</b>	<b>23</b>
3.1	Entrevue . . . . .	24
<b>4</b>	<b>Chapitre 4</b>	<b>28</b>
4.1	Expérimentation . . . . .	28
4.1.1	Séries étudiées . . . . .	28
4.2	Modélisation . . . . .	36
4.2.1	Méthodologie de modélisation . . . . .	36
4.2.2	Stratégie de modélisation de prédiction . . . . .	37
4.2.3	Métriques de performance . . . . .	38
4.3	Analyse . . . . .	39
4.3.1	Prédiction Fuzzy time series . . . . .	39
4.3.2	Prédiction modèle intermittent . . . . .	41
4.3.3	CF-ADI WPE vs la performance . . . . .	42
<b>5</b>	<b>Chapitre 5</b>	<b>43</b>
5.1	Processus décisionnel de Markov . . . . .	43
5.1.1	Horizon de temps et "time step" . . . . .	44
5.1.2	État, la dynamique et l'action . . . . .	45
5.1.3	Estimation de la demande . . . . .	46

5.1.4	La fonction objective . . . . .	47
5.1.5	La solution . . . . .	47
<b>6</b>	<b>Chapitre 6</b>	<b>48</b>
6.1	Conclusion . . . . .	48
<b>7</b>	<b>Annexe</b>	<b>55</b>

## Liste des figures

1	(Serhat, 2010) . . . . .	13
2	Processus d'entraînement . . . . .	14
3	Partitions égales et non-égales . . . . .	15
4	Processus de prédiction . . . . .	17
5	Motifs ordinaux . . . . .	21
6	Série au niveau journalier typique . . . . .	33
7	Série au niveau journalier typique . . . . .	34
8	Série agrégée au niveau hebdomadaire . . . . .	34
9	Processus décisionnel séquentiel . . . . .	44
10	Dynamique de l'état . . . . .	45
11	Transition des états . . . . .	46
12	Définition de la distribution . . . . .	47
13	Fonction objective . . . . .	47
14	Bellman Equation . . . . .	48
15	Cash in Rolling 1 week Fuzzy time series . . . . .	56
16	Cash in Rolling 4 weeks Fuzzy time series . . . . .	56
17	Cash in Rolling 1 weeks AutoETS . . . . .	59
18	Cash in Rolling 4 weeks AutoETS . . . . .	59

## Liste des tables

1	Comparaison des séries individuelles et agrégées . . . . .	30
2	Statistiques des séries au niveau journalier - SI . . . . .	31
3	Statistiques des séries au niveau hebdomadaire - SI . . . . .	32
4	Statistiques des séries au niveau journalier - CI . . . . .	32
5	Statistiques des séries au niveau hebdomadaire - CI . . . . .	33
6	Statistiques des séries au niveau journalier - SI . . . . .	34
7	Statistiques des séries au niveau hebdomadaire - SI . . . . .	35
8	Statistiques des séries au niveau journalier - CI . . . . .	35
9	Statistiques des séries au niveau hebdomadaire - CI . . . . .	35
10	Meilleures modèles par scénarios et catégories (Catégories 1 à 5)	40
11	Meilleures modèles par scénarios et catégories (Catégories 6 à 10)	40
12	Meilleur modèle sur la série cash in globale . . . . .	40
13	Somme du test set par catégories . . . . .	55
14	Categorie Modèle MAE 7 jours roullant . . . . .	55
15	Categorie Modèle MAE Rolling 1 semaine roullant . . . . .	56
16	Categorie Modèle MAE Rolling 4 semaines roullant . . . . .	56
17	Test set modèles intermittent . . . . .	57
18	Test set modèles Fuzzy time series . . . . .	58

# 1 Chapitre 1

## 1.1 Intro

Videns Analytics Inc. est une petite entreprise spécialisée en intelligence artificielle et valorisation des données. Leur équipe multidisciplinaire, composée principalement de scientifiques et d'ingénieurs de données, travaille en étroite collaboration avec différents partenaires. Dans le cadre d'un mandat (pas projet), Videns Analytics Inc. travaille en collaboration avec Groupe AZUR et DataLog Finance pour améliorer la qualité des prévisions des flux monétaires à court terme, avec le but ultime de permettre une meilleure gestion des fonds par le trésorier.

La gestion de la trésorerie corporative requiert une analyse complexe et coûteuse en raison du flux continu d'informations et le mandat de Videns est d'effectuer de la recherche au sujet de comment incorporer des techniques d'intelligence artificielle pour prédire les flux de trésorerie futurs en se basant notamment sur les données passées. De nombreux employés de Videns Analytics y travaillent, avec le soutien des partenaires Groupe AZUR pour l'infrastructure système et DataLog Finance pour l'expertise métier. Jusqu'à présent, Videns s'est concentré sur la prédiction mensuelle à long terme pour l'année à venir. Cependant, les recherches actuelles se concentrent sur la mise en place d'une solution de prédiction journalière à court terme pour la semaine à venir, ainsi que pour les quatre prochaines semaines.

Le présent projet supervisé a pour but d'évaluer la performance de modèles de prédiction à court terme pour diverses séries temporelles complexes issues du domaine de la trésorerie corporative. De plus, il vise à analyser les effets de certaines manipulations de données appliquées à ces séries sur l'efficacité des modèles. Plus spécifiquement, ce projet supervisé a pour ambition d'évaluer et de comparer diverses stratégies de modélisation afin de prédire les montants quotidiens, catégorisés par "code budget", devise et émetteur, pour les cinq prochains jours ouvrables. Ces prédictions se baseront sur les données brutes

de transactions de la solution de trésorerie corporative.

Les données brutes actuellement disponibles proviennent d'un client partenaire, ce travail utilise uniquement les données faisant référence aux rentrées d'argent "Cash in", celles-ci correspondent aux paiements reçus des clients. Ces données se présentent sous la forme de plusieurs séries temporelles, où chaque série représente le montant total agrégé par jour des transactions de la même devise, du même émetteur et de la même catégorie, couvrant des périodes allant jusqu'à dix ans. Chaque transaction comprend une date, un montant et des variables catégorielles ainsi que des libellés textes. Cependant, lors de la préparation de la base de données finale, certains éléments ne sont pas inclus, car les montants sont agrégés par jour. Au total, nous disposons d'environ 34 000 lignes lorsque les données sont au niveau le plus granulaire.

Ce document est structuré de la manière suivante : tout d'abord, le chapitre 2 présentera un aperçu de la littérature académique concernant la prédiction des flux de trésorerie, accompagné d'une explication théorique et mathématique des algorithmes utilisés. Le chapitre 3 abordera les entretiens menés avec des trésoriers d'entreprise, dans le but de consolider les connaissances acquises grâce à la revue de littérature et d'identifier la question de recherche ainsi que ses hypothèses. Ensuite, le chapitre 4 se plongera dans l'expérimentation, l'analyse statistique des séries, la stratégie de modélisation, pour ensuite passer à l'analyse des résultats obtenus. Enfin, la conclusion résumera les enseignements tirés de cette étude.

## **2 Chapitre 2**

### **2.1 Revue de littérature**

La prédiction des flux de trésorerie est une tâche complexe en raison de divers facteurs interdépendants. L'incertitude macroéconomique [1] et même les risques politiques [2] sont parmi des exemples d'éléments qui contribuent à cette complexité. Tout d'abord, les entreprises opèrent dans des environnements économiques

en constante évolution, entraînant des fluctuations dans les revenus et les dépenses. De plus, les comportements des clients, les changements de réglementation, les variations saisonnières et les événements imprévus peuvent également influencer les flux de trésorerie. La qualité et la disponibilité des données historiques ainsi que la capacité à anticiper avec précision les événements futurs sont également des éléments déterminants dans l'établissement des prévisions.

Deux axes principaux caractérisent la littérature sur la modélisation des flux de trésorerie. D'une part, l'aspect comptable où la plupart des études se concentrent sur l'identification des principaux facteurs qui influencent les flux de trésorerie [3] [4], tels que les bénéfices ou même le risque politique au niveau de l'entreprise [2]. Des recherches ont également été menées sur la modélisation des comptes clients pour mieux comprendre les rentrées d'argent selon les habitudes de paiements des clients [5].

Le second est à propos des approches et avancements quant aux techniques d'apprentissage machine pour répondre au complexe problème de prévision des flux de trésorerie. Au cours des dernières années, le machine learning a été largement adopté dans le domaine de la finance d'entreprise. Plusieurs études se sont concentrées sur la prédiction des flux de trésorerie à court terme en utilisant des modèles statistiques et à base de réseaux de neurones sur des séries chronologiques. Parmi ces travaux, [6] ont exploré différentes approches et mécanismes usant de *support vector machine*, fournissant aux planificateurs de la construction une estimation ponctuelle associée à des intervalles de prédiction. [7] a réalisé une analyse empirique des séries chronologiques de flux de trésorerie quotidiens afin d'exploiter les techniques modernes d'apprentissage automatique. [8] a décrit de nouvelles applications d'intelligence artificielle et d'apprentissage machine à grande échelle pour résoudre le problème de prédiction des flux de trésorerie pour les petites entreprises. [9] [10] [11] ont démontré l'importance de l'intelligence artificielle et de l'apprentissage machine pour la gestion de trésorerie à travers une revue de littérature et ont montré que les prévisions des analystes étaient plus précises avec l'utilisation de modèles de prédiction de flux monétaires.



Au travers de la littérature, des approches dites “spécifiques” à l’incertitude se manifestent plus particulièrement que les autres pour modéliser les flux de trésorerie . Pour traiter de manière quantitative l’imprécision ou l’incertitude, la théorie des ensembles flous (fuzzy) est souvent utilisée, car elle prend en compte l’imprécision des pensées et des perceptions humaines. Prédire avec précision les niveaux de bénéfices futurs, ceux-ci indirectement lié au flux de trésorerie d’une entreprise, s’avère difficile, car des études existantes ont montré que les prévisions basées sur les caractéristiques de l’entreprise ne sont pas significativement plus précises que celles obtenues à partir d’un modèle de marche aléatoire [12] [13]. Pour répondre à cet aspect d’imprévisibilité inhérent dans les mouvements des flux, plusieurs travaux de modélisation des flux de trésorerie dans le domaine de la construction ont adopté des méthodes utilisant la théorie des ensembles flous pour prendre en compte s’attaquer à l’incertitude des coûts et des délais [14] [15] [16]. Cependant, toutes étude n’aborde pas le problème sous l’angle de l’incertitude, en effet d’autres approches examinent aussi le côté comptable en utilisant des formules pour estimer indirectement les flux monétaires d’une entreprise et en intégrant des variables exogènes telles que le taux de croissance des ventes et l’âge de l’entreprise [17]. Il est à noter que ces papiers n’expérimentent pas avec des données transactionnelles, contrairement à l’approche de ce projet. Donc, il reste incertain du degré auquel ces études peuvent conclure sur la possibilité de modéliser les flux de ce projet avec ce type d’approche.

Un autre aspect important lorsqu’on parcourt la littérature sur la modélisation des flux monétaires concerne la nature de l’entreprise dont on tente de prédire celui-ci. Zhu, Yan et Bai [18] ont modélisé les flux monétaires d’une grande entreprise technologique au niveau journalier, mais n’ont pas décrit l’activité commerciale de l’entreprise. Par conséquent, il est difficile de considérer les enseignements de cette étude comme une preuve d’applicabilité des machines d’apprentissage pour prédire les flux de trésorerie de notre cas.

En revanche, le papier de Lenderink, (2022) [19] s’est avérée extrêmement pertinente en démontrant l’applicabilité de l’apprentissage machine dans la

modélisation des flux de trésorerie. Cette étude a tenté de prédire les comptes clients sur une base hebdomadaire pour un grand groupe néerlandais spécialisé dans la production de machinerie lourde en contexte B2B. Les résultats de cette étude ont mis en évidence qu’il n’est pas possible de parvenir à une robustesse et une interprétabilité suffisantes dans ces prédictions, principalement en raison de la nature des séries temporelles, caractérisées par des périodes composées de zéros, suivies d’une série d’observations faisant référence à un paiement d’un client.

Ces études mettent en évidence que les flux de trésorerie ne sont ni constants, ni véritablement saisonniers, ni facilement prédictibles de manière régulière en raison de l’hétérogénéité des modèles de demande au sein de la base de clients et en raison que le processus de génération de flux de trésorerie peut varier en fonction du cycle de vie de l’entreprise [20]. Les travaux de Kalchschmidt [21], qui ont étudié l’hétérogénéité de la demande, démontrent que chaque *driver* des flux de trésorerie varie selon la nature et l’activité commerciale de l’entreprise. Ainsi, les résultats et démonstrations d’une étude ne sont pas nécessairement reproductibles dans un autre contexte. Cela est appuyé par un papier pertinent sur la modélisation des revenus souligne quatre obstacles majeurs dans la modélisation de ces mouvements, 1. L’imprévisibilité inhérente de ces mouvements, 2. Le bruit associé à la variable  $X$ , 3. L’incertitude du modèle, 4. L’instabilité des coefficients [22].

De plus, le papier de Lenderink [19] met indirectement en évidence ce manque de constance et de prédictibilité à travers l’aspect d’intermittence dans les comptes clients, celle-ci caractérisée par une succession de zéros entre les observations. Cette intermittence se manifeste davantage lorsqu’on observe les séries à des niveaux granulaires, tels que par heure ou par jour. En effet, plus le signal est granulaire, plus la série est susceptible de comporter de nombreuses observations nulles, car la probabilité qu’un événement (rentée d’argent) survienne à chaque instant est réduite. Ce problème est particulièrement présent lorsqu’on travaille avec des entreprises en B2B, où le nombre de clients est généralement réduit par rapport aux entreprises B2C. En B2B, les clients ne sont pas des con-

sommateurs, mais bien d'autres entreprises cherchant à s'acquitter d'un produit ou d'un service d'une autre entreprise.

À haut un niveau, l'objectif de ce projet est de prédire deux variables aléatoires : le moment où l'argent entrera dans le compte et le montant de la transaction. Le premier est influencé par de nombreuses variables qui ne sont pas directement accessibles à ce projet, telles que le comportement du client en termes de paiement, le mode de versement, etc. Le second représente le service ou le produit vendu et la manière dont le paiement sera effectué, influencé par la variabilité du prix des produits et services possibles, ainsi que par le fonctionnement du paiement et bien d'autres facteurs. Ces deux variables aléatoires posent des défis lorsqu'on traite avec des séries temporelles dites intermittentes, car nous sommes vulnérables aux intervalles entre les observations non nulles. Si la longueur de ces intervalles composés de zéro varient considérablement dans le temps, nous risquons de ne pas être en mesure de développer des prédictions fiables et robustes de manière régulière. De plus, si les observations sont sujettes à une grande variabilité, nous sommes également susceptibles de ne pas pouvoir générer de prédictions fiables.

Dans notre étude, nous avons constaté que toutes les séries ne sont pas considérées comme intermittentes. En effet, au niveau journalier, toutes les séries présentent une proportion significative de zéros ( $> 30\%$ ), mais elles ne comportent pas toutes de longues périodes de zéros à intervalle régulier et n'ont pas tous une variabilité constante dans la valeur des observations. Nous faisons donc face à des séries qualifiées de "Lumpy", un terme couramment utilisé dans la littérature pour décrire un type de données caractérisé par des événements sporadiques et discrets, suivis de périodes d'inactivité ou de faible activité. Ce schéma de comportement est similaire aux problèmes de gestion des stocks, où des pics de demande occasionnels peuvent entraîner des commandes importantes, suivis de périodes de faible demande ou d'absence de demande.

Le défi de modélisation des flux de trésorerie est donc similaire aux problèmes liés à la gestion des stocks, et il soulève la question de la prédictibilité d'un tel signal. Dans quelle mesure une série de ce type est-elle prédictible, et jusqu'à

quel point pouvons-nous espérer modéliser un tel signal ? Selon les travaux de Kerckänen et Huiskonen [23], la prédictibilité de la demande ne peut être évaluée uniquement à partir de la demande passée, mais doit également prendre en compte l'information contextuelle du problème. Cependant, dans notre cas, nous disposons uniquement des données de demande passée, ce qui signifie que notre analyse de la prédictibilité devra se baser exclusivement sur ces données historiques et risque de ne pas être une réponse définitive quant à la prédictibilité.

En résumé, de nombreuses études de modélisation des flux monétaires ne sont pas forcément applicables à notre cas, car l'entreprise et son activité commerciale n'est pas toujours décrite. Ceci motive donc la recherche de l'applicabilité de l'apprentissage machine sur les flux de trésorerie de notre cas. Toutefois, l'étude de Lenderink [19] a démontré le manque de robustesse, d'applicabilité et d'interprétabilité des modèles statistiques et d'apprentissage profond dans la prédiction des flux monétaires à la semaine, ce qui nous pousse à creuser l'utilisation d'autres méthodes. Ensuite, la prédiction des flux monétaires à fréquence journalière et hebdomadaire est très similaire aux problèmes de gestion des stocks, ce qui nous incite à considérer les modèles utilisés pour ce type de problème. Pour finir, ces études mettent en évidence le manque de constance, de saisonnalité et de prédictibilité, cela en raison de l'hétérogénéité de la demande au sein de la base de clients et à cause que le processus de génération des flux varie en fonction du cycle de l'entreprise. C'est pour cette raison que nous allons investiguer des approches spécifiques à l'incertitude, telles que les *fuzzy time series*.

## 2.2 Fuzzy time series

La théorie des ensembles flous, également connue sous le nom de fuzzy set theory, est une approche mathématique utilisée pour modéliser des systèmes complexes où l'incertitude, l'ambiguïté et le manque d'informations conduisent à des résultats imprécis [14]. Cette théorie vise à traiter les situations où il n'est

pas possible d'exprimer les valeurs de manière précise, en les transformant en ensembles flous, c'est-à-dire en intervalles de valeurs. Ce qui différencie la théorie des ensembles flous, c'est qu'elle attribue un degré d'appartenance variant de 0 à 1 à chaque élément dans un ensemble.

Pour illustrer cela, prenons l'exemple d'une voiture roulant à une vitesse entre 0 et 10 km/h, que nous qualifierons de "très lentement". Cependant, lorsque la voiture atteint une vitesse de 11 km/h, la question se pose : peut-on dire de manière catégorique que la voiture ne roule plus "très lentement", mais seulement "lentement" ? La théorie des ensembles flous diffère ici de la théorie des ensembles "crisp", où un élément appartient ou n'appartient pas à un ensemble. Dans notre exemple, lorsque la vitesse atteint 11 km/h, le degré d'appartenance à l'ensemble "très lentement" commencera à diminuer de manière linéaire, tout dépendant de la fonction d'appartenance choisie, tandis que le degré d'appartenance à l'ensemble "lentement" augmentera de manière linéaire. Cela permet de capturer la notion de gradation et de transition entre les ensembles, plutôt que de simplement appartenir ou ne pas appartenir à un ensemble donné.

Le degré d'appartenance fait référence à la certitude avec laquelle un nombre appartient à un ensemble. Comme illustré dans la figure 1, il est certain qu'un nombre compris entre  $a_1$  et  $a_2$  appartient à cette partition. Cette zone en forme de trapèze est dénommée fonction d'appartenance, bien que la forme triangulaire soit la plus courante, il y a également des variantes en forme de gaussienne, trapézoïde et plus encore. Chacune de ces partitions, représentées par une fonction d'appartenance, est une variable linguistique  $A_i$ . Ces variables reçoivent ce nom parce qu'elles reflètent les notions linguistiques que nous avons examinées précédemment, par exemple, l'intervalle de 0 à 10 km/h pourrait être associé à la partition (A1) "très lente", suivie par (A2) "lente", puis (A3) "rapide" et (A4) "très rapide".

Les ensembles (partitions) et les règles définissant les variables linguistiques forment la base de connaissances d'un système de raisonnement basé sur des règles floues. Les différentes composantes d'un tel système sont les suivantes :

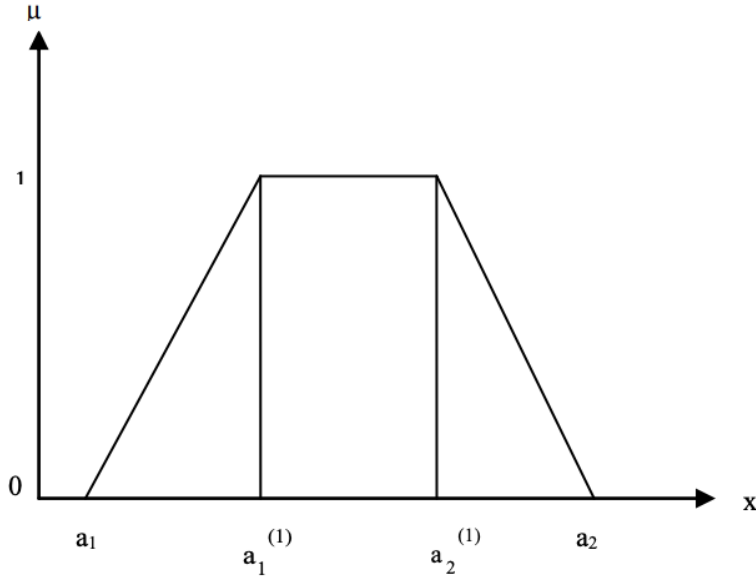


Figure 1: (Serhat, 2010)

1. Définition des variables linguistiques. 2. Fuzzification. 3. Formulation des motifs temporels et des règles. 4. Défuzzification.

### 2.2.1 Procédure d'entraînement

La figure 2 représente les étapes du processus d'entraînement :

Tout d'abord, le prétraitement (preprocessing) joue un rôle crucial pour garantir que la série en étude possède les bonnes propriétés. Entre autres, ses transformations peuvent être appliquées pour atténuer l'impact des valeurs aberrantes, car les méthodes floues sont sensibles à ces valeurs [24]. Si la série présente une moyenne d'observation dépendante du temps, des méthodes de modélisation pour les séries non stationnaires doivent être employées, appelées "time-invariant" [25]. Dans ce contexte, la différenciation semble avoir un impact significatif sur la performance du modèle.

La première étape concerne le partitionnement. L'idée est de diviser l'univers des valeurs possibles (l'ensemble de données) en intervalles et d'apprendre com-

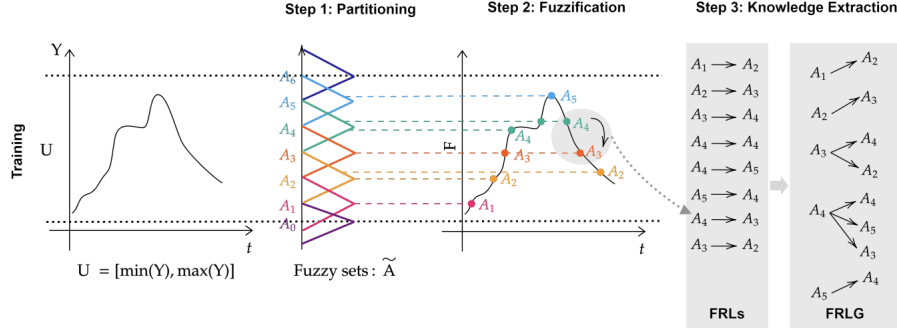


Figure 2: Processus d'entraînement

ment chaque intervalle interagit entre eux au fil du temps. Les intervalles peuvent avoir des formes triangulaires, trapézoïdales, gaussiennes, etc. Bien que le choix de la forme ne soit pas crucial, il est recommandé d'expérimenter avec plusieurs formes [24]. Il est important de noter que les partitions doivent se chevaucher pour capturer l'aspect d'incertitude. Les méthodes de partitionnement se déclinent en deux catégories : les intervalles fixes (égaux) et les intervalles inégaux, voir la figure 3 pour des illustrations. Le partitionnement égal divise l'ensemble de données en partitions de taille identique. Toutefois, cette approche peut avoir des performances médiocres lorsque les données ne sont pas uniformément réparties [24]. Des algorithmes de partitionnement inégal ont été développés pour remédier à ce problème, comme les méthodes basées sur le clustering [25] et sur l'entropie [26]. Le choix du nombre de partitions  $k$  est également crucial. En effet, de petites valeurs de  $k$  conduisent à des modèles simples avec un risque de sous-ajustement. À l'inverse, un  $k$  élevé augmente la complexité du modèle, pouvant générer plus d'ensembles flous et de règles que nécessaire.

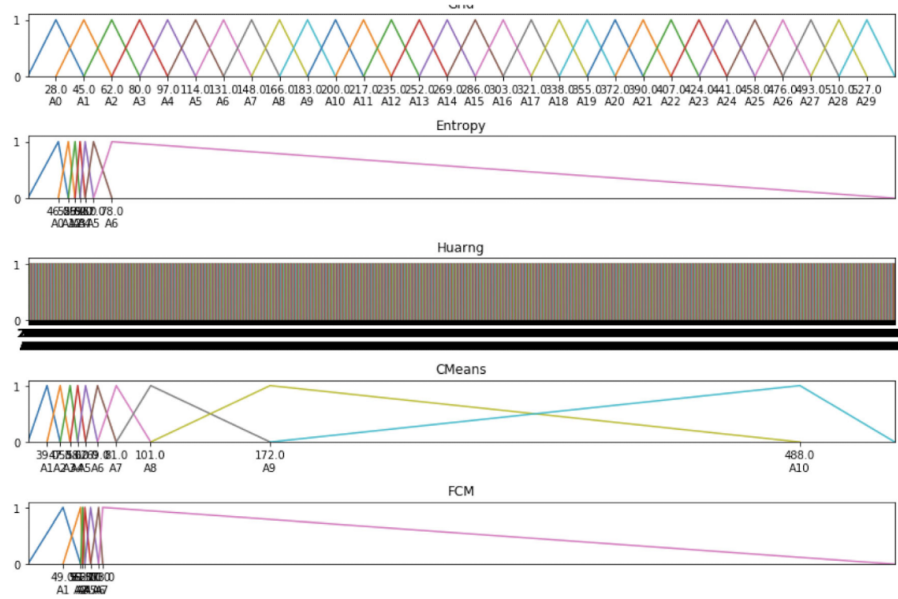


Figure 3: Partitions égales et non-égales

La deuxième étape concerne la fuzzification, qui consiste à traduire les valeurs brutes en termes linguistiques ou partitions. Dans le modèle de séries temporelles floues, chaque intervalle contient des informations significatives sur les événements passés. Ainsi, pour éviter la perte d'informations importantes et les problèmes de sous-ajustement ou de sur-ajustement, il est crucial de gérer les partitions de manière efficace. Trois techniques sont utilisées pour attribuer une partition à une observation : la méthode du degré d'adhésion maximal, la méthode holistique et la méthode de l'alpha-cut. La méthode du degré d'adhésion maximal ne considère que la partition avec le degré d'appartenance le plus élevé, ce qui la rend plus légère sur le plan computationnel. Cependant, elle augmente le risque de perdre de l'information en ne prenant pas en compte les degrés d'appartenance voisins, ce qui peut entraîner un sous-ajustement. La méthode holistique considère toutes les fonctions d'appartenance, mais elle présente le risque de sur-ajustement. Enfin, la méthode de l'alpha-cut permet de ne considérer que les partitions ayant un degré d'appartenance suffisamment



élevé, ce qui permet de trouver un équilibre entre le sous-ajustement et le sur-ajustement en ajustant le paramètre  $\alpha$ .

La dernière étape du processus d'entraînement concerne l'extraction des règles temporelles. La génération de ces règles dépend de plusieurs caractéristiques, notamment :

1. order : le nombre de “lags” utilisés pour générer la prédiction
2. Les poids : les modèles pondérés introduisent des poids sur les règles floues pour le lissage
3. La saisonnalité
4. Steps ahead : le nombre de pas en avant pour prédire.
5. Type de prévision: “Point forecast”, intervalles de confiance.

Quatre approches principales existent pour la génération des règles temporelles : les modèles basés sur des matrices et des règles, les méthodes hybrides avec des techniques intelligentes, les méthodes hybrides avec des modèles statistiques, et les modèles de règles pondérées. Dans le cadre de ce projet, l'approche de modèles de règles pondérées est privilégiée. Cette approche permet de comprendre les motifs temporels dans les données historiques et de considérer différemment les motifs récents et anciens en leur attribuant des poids distincts. Cela peut impliquer d'attribuer des poids plus élevés aux règles plus récentes ou plus fréquentes. Cependant, l'utilisation de méthodes hybrides avec des modèles statistiques pourrait également être justifiée pour modéliser des séries temporelles nécessitant une mémoire à long terme, comme les flux de trésorerie.

### **2.2.2 Procédure de prédiction**

La deuxième phase est la procédure de prédiction, illustrée à la figure 4. Effectivement, une fois que les partitions et les paramètres de la méthode ont été définis, la première étape du processus de prédiction consiste à appliquer la

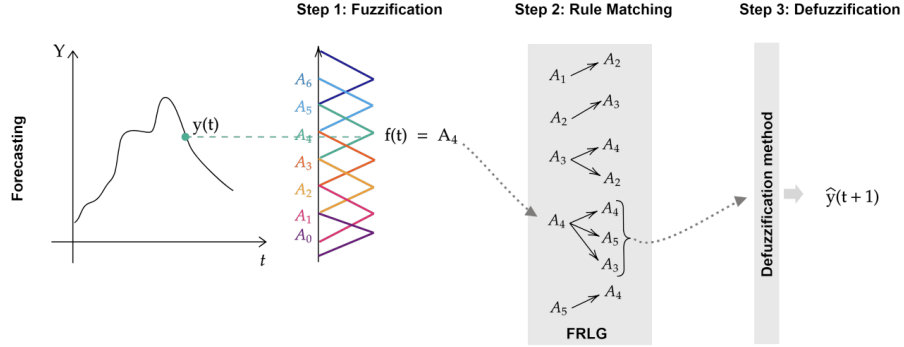


Figure 4: Processus de prédiction

fuzzification sur les données en utilisant les partitions préalablement définies. Ensuite, les règles temporelles sont appliquées, les conséquences sont liées ensemble, et la défuzzification est utilisée pour générer une valeur "crisp" en sortie.

La méthode de défuzzification dépend de la méthode utilisée. Dans le cas des méthodes à règles pondérées, les poids des règles temporelles par rapport aux observations d'entrée sont déterminés, et la valeur prédite est obtenue en utilisant ces poids. Pour être plus précis, la méthode de défuzzification selon Chen [27] peut être décrite comme suit:

1. Si la conséquence (RHS) de la règle est vide, alors la valeur prédite  $\hat{y}(t+1)$  est définie comme le point médian de l'ensemble flou  $f(t)$ , ce qui correspond à une prévision naïve.
2. Si le RHS dans la règle floue (FLR) est constitué d'un seul ensemble flou, la valeur prédite  $\hat{y}(t+1)$  est définie comme le point médian de l'ensemble flou correspondant.
3. Sinon, la valeur prédite  $\hat{y}(t+1)$  est calculée comme la moyenne des points médians des ensembles flous dans le RHS.

## 2.3 Séries intermittentes

La mesure CVaDI (Coefficient of Variation of Demand Intermittency) est utilisée pour catégoriser les séries. Celle-ci est composée de deux composantes principales : l'Intervalle de Demande Moyen (ADI en anglais) et le Coefficient de Variation (CV). L'ADI représente la régularité de la demande et se calcule en divisant le nombre total de périodes par le nombre de périodes de demande. Le CV, quant à lui, évalue l'importance de l'écart-type par rapport à la moyenne de la population, et il est calculé comme  $(\text{écart-type}/\text{moyenne})$  [28].

Des valeurs élevées dans ces deux composantes peuvent poser des problèmes pour générer des prédictions fiables. Par exemple, un grand nombre de jours entre les demandes et une forte variabilité dans les observations entraînent une incertitude accrue et rendent les prédictions plus imprévisibles. La mesure CVaDI permet de classifier les schémas de demande en différentes catégories, notamment "smooth" (régulier), "intermittent" (discontinu), "erratic" (erratique) et "lumpy" (irrégulière).

En utilisant cette classification, nous pouvons évaluer le type de schéma de demande et adapter notre approche de prédiction en conséquence. Cela nous aide à mieux comprendre la nature des séries temporelles que nous traitons et à identifier les défis spécifiques associés à chaque type de schéma de demande. Les différentes catégories sont:

- a) Demande régulière ( $ADI < 1,32$  et  $CV < 0,49$ ) - La demande est régulière dans le temps et en quantité. Elle est donc facile à prévoir avec un faible niveau d'erreur de prévision.
- b) Demande intermittente ( $ADI \geq 1,32$  et  $CV < 0,49$ ) - L'historique de la demande montre une très faible variation de la quantité demandée mais une forte variation de l'intervalle entre deux demandes. Bien que des méthodes de prévision spécifiques s'attaquent aux demandes intermittentes, la marge d'erreur des prévisions est plus élevée.
- c) Demande erratique ( $ADI < 1,32$  et  $CV \geq 0,49$ ) - La demande présente

des occurrences régulières dans le temps avec de fortes variations quantitatives. La précision de la prévision reste incertaine.

- d) Demande irrégulière ( $ADI \geq 1,32$  et  $CV \geq 0,49$ ). La demande se caractérise par une forte variation à la fois en quantité et dans le temps. Il est en fait très difficile de produire une prévision fiable, quels que soient les outils de prévision utilisés.

Après avoir catégorisé le type de série, plusieurs méthodes spécifiques de modélisation de séries intermittentes ont été étudiées. La première méthode est connue sous le nom de méthode Croston. Elle se caractérise par le fait qu'elle ne tente pas de prédire les périodes de demande à zéro ni les pics de demande, mais plutôt de prédire une valeur moyenne pour ensuite la désagréger sur une période de temps. Cette méthode commence par créer deux séries distinctes : l'une représentant les valeurs de demande non nulles et l'autre le nombre de périodes entre les valeurs non nulles. En utilisant ces deux séries, elle calcule la demande moyenne en prenant en compte à la fois les périodes de demandes non nulles et les périodes de valeurs nulles. Après avoir calculé la demande moyenne en divisant la demande totale par le nombre de périodes de valeurs nulles, la méthode Croston utilise cette valeur moyenne pour estimer les demandes futures. Elle étale cette valeur moyenne sur la période de temps, créant ainsi des prédictions pour les périodes à venir.

Une autre approche très intéressante pour traiter les difficultés des séries intermittentes et irrégulières est ADIDA (Aggregate-Disaggregate Intermittent Demand Approach) et MAPA (Multiple Aggregation Prediction Algorithm). Ces méthodes se composent de deux parties : l'agrégation et la désagrégation. ADIDA utilise une seule agrégation temporelle pour réduire considérablement l'intermittence dans les données. Cette méthode expérimente différentes tailles de répartition pour agréger les données, et le choix de la taille de la répartition peut grandement influencer les performances de prédiction, en raison qu'une classe inappropriée peut entraîner une perte d'informations importantes. Les prévisions sont réalisées pour chaque niveau d'agrégation et sont ensuite agrégées

pour générer une prédiction finale à l'indice temporel original. Quant à la désagrégation, cette partie se charge de décomposer la série en fonction de l'indice temporel d'origine. Cette décomposition est effectuée à l'aide de poids, ce qui permet d'assigner des poids plus faibles aux jours où le jeu de données semble comporter moins d'observations, par exemple, les jours de fin de semaine [29].

La méthode MAPA, quant à elle, ne se limite pas à une seule taille d'agrégation, mais combine plusieurs tailles d'agrégation. Cette approche permet de capturer différentes tendances et motifs dans la série temporelle, améliorant ainsi la précision des prédictions.

Pour finir, la méthode AutoETS de la librairie statsforecast en Python est utilisée, ce modèle est considéré comme une généralisation du lissage exponentiel simple (exponential smoothing) pour les séries temporelles contenant des tendances et des saisons. Un modèle ETS est spécifié par un type d'erreur (E - additive ou multiplicative), un type de tendance (T - additive ou multiplicative, à amortissement ou non, ou aucun), et un type de saisonnalité (S - additive ou multiplicative, ou aucun). En somme, AutoETS est une approche sélectionnant automatiquement les meilleures combinaisons de types d'erreurs, de tendances et de saisonnalités pour générer les prévisions.

Ces approches spécifiques de modélisation sont conçues pour s'adapter aux caractéristiques particulières des séries intermittentes/lumpy etc, contribuant ainsi à améliorer la qualité et la fiabilité des prédictions de flux de trésorerie dans des contextes où les données présentent des schémas de demande irréguliers et sporadiques.

## 2.4 Weighted permutation entropy

La mesure WPE (Weighted Permutation Entropy) est utilisée dans le domaine du marché boursier [30] pour analyser l'incertitude et le désordre dans les séries temporelles. Si les prix suivent une marche aléatoire, les variations seraient une chaîne de nombres sans aucune corrélation, ce qui correspondrait à une valeur

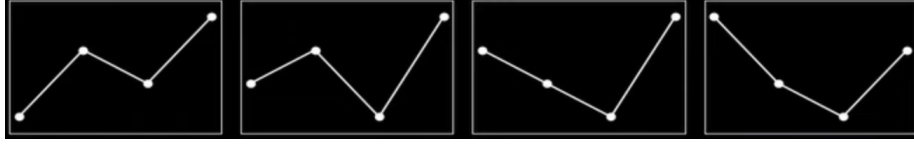


Figure 5: Motifs ordinaux

de WPE de 1. La mesure WPE se base sur le concept de redondance et quantifie le degré auquel l'information se propage dans le temps. Pour illustrer cette mesure, prenons l'exemple de la mesure de permutation entropy (PE), qui, tout comme WPE, quantifie la complexité d'un système en capturant l'ordre des relations entre les valeurs d'une série temporelle et en extrayant la distribution des probabilités d'occurrence des motifs; [31]. Pour calculer la permutation entropy, nous devons d'abord établir la taille "m" des permutations, aussi nommé "template". La taille m détermine le nombre d'observations pris en compte pour créer les motifs ordinaux, voir la figure pour un exemple de motifs 5.

Ces permutations sont ensuite utilisé pour calculer le nombre de fois qu'un motif (une séquence de points) se répète. Un m de 3 est représenté par ces permutations:  $\pi_1 = \{0, 1, 2\}$   $\pi_2 = \{0, 2, 1\}$   $\pi_3 = \{1, 0, 2\}$   $\pi_4 = \{1, 2, 0\}$   $\pi_5 = \{2, 0, 1\}$   $\pi_6 = \{2, 1, 0\}$  Une valeur de m recommandée se situe entre 3 et 7 [32]. Ensuite, nous devons définir le "time delay" qui représente le nombre de pas entre les éléments consécutifs d'une séquence, similaire au concept de "step size" dans un exercice de "sliding window".

Prenons l'exemple de ce petit ensemble d'observations:  $S(t) = 4, 7, 9, 10, 6, 11, 3$  Lorsqu'on définit un m de 3, on séquence les observations en ensemble de trois et transpose la matrice.

$$\begin{bmatrix} 4 & 7 & 9 & 10 & 6 \\ 7 & 9 & 10 & 6 & 11 \\ 9 & 10 & 6 & 11 & 3 \end{bmatrix}$$

Par la suite, il est nécessaire d'appliquer les permutations sur les séquences définit ci-haut et ensuite de compter le nombre d'occurrences pour chacune de celles-ci. Par exemple, si on choisit la séquence  $[10, 6, 11]$ , le "template"

qui représente cette séquence est  $\pi_3 = \{1, 0, 2\}$ , car la plus petite valeur de la séquence (6) se retrouve à l'index 1, donc le template assigne une valeur de 1 à son index 0. Ensuite, 10 est la deuxième plus petite valeur de la séquence et elle se retrouve à l'index 0, donc le template assigne une valeur de 0 à son deuxième index et la plus grande valeur de la séquence (11) se situe à l'index 2 de la séquence [10, 6, 11], donc la troisième valeur du template est de 2. En d'autres mots, le template représente l'ordre des valeurs en fonction de leur taille. Ensuite, on divise le nombre total d'occurrences du "template", suite à l'avoir appliqué sur l'ensemble du jeu de données, par le nombre total de séquences pour calculer la fréquence de chaque permutation. C'est à partir de ces fréquences que l'on peut calculer la permutation entropy (PE) en utilisant la formule suivante, où  $n_i$  représente la fréquence du template et  $N_m$  le nombre de séquence :

$$PE = - \sum_{i=1}^{N_m} \left( \frac{n_i}{N_m} \right) \cdot \log_2 \left( \frac{n_i}{N_m} \right)$$

Ce que la Weighted Permutation Entropy (WPE) permet de faire mieux que la Permutation Entropy (PE) est de pondérer différemment les vecteurs voisins ayant les mêmes motifs ordinaux, mais avec des variations d'amplitude différentes. Cela en fait une méthode adaptée pour détecter des changements abrupts dans des signaux bruités [12].

De plus, contrairement aux approches existantes, WPE ne repose pas sur la génération de partitions (longueur des séquences), ce qui élimine tout biais dans les résultats en cas d'ignorance de la dynamique ou de l'impossibilité de calculer celle-ci. Cette approche n'impose aucune hypothèse ni connaissance sur le processus de génération sous-jacent, qu'il soit linéaire, non linéaire, la rendant ainsi extrêmement flexible et robuste.

De plus, l'entropie, comme mentionné précédemment, est une mesure liée à la redondance. Ce que nous observons avec la notion de fuzzy time series est qu'une partition (une valeur) ou un ensemble de valeurs mène à une ou plusieurs autres partitions. Sans notion de redondance, tous les "patterns"

ordinaux, pouvant faire référence à une partition dans un système fuzzy, ont tous la même probabilité de survenir l'un à la suite de l'autre. Si tous ont la même probabilité de survenir, cela indique qu'il n'y a pas de structure à modéliser, et que Fuzzy Time Series ne parviendra pas à modéliser le signal de manière efficace. La théorie de l'entropie permet donc de découvrir cet aspect redondance et de mieux modéliser les séries temporelles, en particulier celles présentant des changements abrupts ou des motifs complexes. De plus, la mesure de permutation d'entropie pourrait être utilisée pour aider à définir la taille des partitions de fuzzy time series.

Le projet vise donc aussi à explorer le potentiel de prédictibilité des séries temporelles de flux de trésorerie entrants, ainsi que l'évaluation de l'efficacité des méthodes de modélisation pour répondre aux besoins de trésorerie des entreprises. Toutefois, il me paraît pertinent de présenter les nombreuses entrevues que j'ai menées avec de grands trésoriers d'entreprises européens pour venir concrétiser cette revue de littérature et lui ajouter une dimension beaucoup plus pratique et proche de la réalité d'un trésorier. Cette revue de littérature a permis de justifier l'utilisation de certaines approches, en venant confirmer que les approches choisies sont aussi appuyées avec de vrais témoignages. Le chapitre 3 se concentrera donc sur une analyse plus approfondie des besoins spécifiques des trésoriers d'entreprise.

### 3 Chapitre 3

En examinant les besoins des trésoriers, le projet cherche à identifier les principales exigences et défis auxquels ils sont confrontés en matière de gestion de trésorerie. En comprenant ces besoins spécifiques, le projet pourra évaluer dans quelle mesure les méthodes de modélisation étudiées peuvent être appliquées pour aider les trésoriers à prendre des décisions éclairées et à mieux gérer leurs flux de trésorerie. Les entrevues ont été conduites sous forme de *voice of customer* dans le but d'aligner la solution avec le besoin du trésorier, celles-ci ont été menées avec le chef de projet. Plus précisément, ces entretiens nous



ont permis de mieux appréhender les défis auxquels les trésoriers d'entreprise sont confrontés et leurs attentes envers une solution de prévision des flux de trésorerie. Grâce à ces enseignements, nous avons pris conscience des difficultés et de la limite d'applicabilité d'une solution de prévision de trésorerie à très court terme. Cependant, nous avons également acquis des informations cruciales sur les sources de données à privilégier pour résoudre notre problème.

### **3.1 Entrevue**

Au sein du chapitre 3, cinq entrevues ont été menées avec des trésoriers de grandes entreprises européennes pour explorer un ensemble de sujets liant IA et trésorerie. Les entretiens, d'une durée d'une heure, se sont déroulés tout au long de l'année 2022. Les entreprises interrogées provenaient des secteurs de l'automobile, du commerce de détail, de l'aménagement intérieur et extérieur des entreprises et de d'autres secteurs d'affaires.

Au cours des entretiens, plusieurs thèmes ont émergé, le premier portant sur leur perception de l'intelligence artificielle (IA) appliquée à la gestion de trésorerie en entreprise.

Le sujet 1 exprime que les méthodes d'apprentissage machine sont plus appropriées pour la prévision des flux de trésorerie au niveau opérationnel.

Le sujet 2 souligne que l'IA ne doit pas être une boîte noire, mais qu'il est essentiel d'avoir un niveau élevé d'interprétation et que la marge d'erreur attendue devrait se situer autour de 10%. De plus, il insiste sur l'importance des comptes clients pour que l'IA puisse être utile dans un délai de 30 jours, car il est nécessaire de connaître les habitudes de paiement des clients.

Le sujet 3 a une vision plus globale et futuriste de l'IA, la considérant comme un outil pour exécuter, identifier les prévisions à venir, et faciliter la prise de décisions rapides. Il souligne que l'IA doit dépasser les limites de l'entreprise et s'étendre jusqu'au marché, en identifiant les faiblesses de la gestion de trésorerie et en apportant des améliorations.

Le sujet 4 considère que l'IA doit être intégrée dans l'équipe de trésorerie

et être capable d'ajuster rapidement ses erreurs. Il insiste sur le besoin pour la solution de disposer d'une vue d'ensemble de la situation actuelle afin de pouvoir s'adapter en conséquence, ce qui va à l'encontre de la limitation de n'avoir que des données historiques.

Enfin, le sujet 5 souligne les différences d'applicabilité de la prédiction selon le type d'entreprise (B2B ou B2C). Il remarque que pour une entreprise en B2B, la prédiction des flux à court terme avec un horizon de 7 jours à 1 mois peut être inutile si l'accès aux comptes clients est disponible, car le trésorier sait à l'avance qu'il recevra des paiements. Dans ce cas, la tâche consiste plutôt à segmenter les clients et à étudier leurs comportements de paiement pour en tirer des conclusions et améliorer la gestion de trésorerie. Le commentaire du sujet 5 sur le cas commun des entreprises en B2B est cohérent avec celui du sujet 2, qui souligne l'importance de connaître les habitudes de paiement des clients par l'entremise des comptes clients pour une utilisation efficace de l'IA dans la gestion des flux de trésorerie à court terme. La difficulté dans le B2B se retrouve tout autant dans une entreprise B2C, mais pour des raisons différentes. En effet, la relation avec les clients B2C est souvent plus volatile, et les habitudes de paiement peuvent varier considérablement d'un client à l'autre. La grande quantité de clients peut rendre la tâche techniquement difficile, voire impossible, en raison de la complexité et de l'étendue des sources possibles de rentrées d'argent et des facteurs externes influençant.

Le deuxième thème portait sur l'horizon temporel des prévisions. L'importance de cet horizon varie d'un client à l'autre, en fonction de la nature de son activité et de l'accès aux données disponibles pour générer les prévisions. En effet, chaque trésorier ont des besoins spécifiques en termes de prévision de leurs flux, et il est essentiel de définir l'horizon de temps à prédire en fonction des données comptables et internes à l'entreprise auquel le trésorier a accès. Si les données utilisées pour générer les prévisions à un horizon de temps spécifique ne génèrent pas de la confiance chez le trésorier, il faut ajuster le tir. Tous, ont une idée des données devant être utilisées selon l'horizon de la prédiction.

De plus, il est clair que les trésoriers souhaitent avoir la possibilité d'intégrer

leur propre connaissance et expertise dans le processus de prédiction. Ils souhaitent également utiliser des données provenant d'autres départements de l'entreprise, ce qui met en évidence l'importance de travailler de manière transversale et de ne pas isoler le département de trésorerie.

Le troisième thème, portant sur l'expérience antérieure des trésoriers avec d'autres solutions de prédiction des flux de trésorerie similaires à la nôtre, a révélé des informations importantes. Deux des participants qui avaient déjà utilisé une telle solution n'ont pas été satisfaits de leur expérience. Ils ont constaté que cette solution n'était pas capable de produire des résultats robustes au fil du temps, tout en restant économique et en intégrant des données externes. Leur principale conclusion était la suivante : "Nous préférons avancer étape par étape, sans chercher à mettre en place une machine complexe qui englobe tout pour générer des prédictions."

Enfin, les entrevues ont mis en évidence le dernier thème au sujet de l'importance de la confiance et de l'accompagnement dans l'utilisation de la solution. Les trésoriers ont besoin de comprendre les résultats, d'avoir des explications claires et d'être impliqués dans le processus de prise de décision. Il est essentiel de maintenir une communication ouverte avec le client et de prendre des mesures immédiates pour rectifier les erreurs ou les manquements dans la performance. Ce besoin motive l'utilisation de données externes en raison que si la prédiction n'est générée qu'à l'aide de données historiques, il sera difficile à l'équipe de développement de créer une explication intuitive concernant la performance de la solution.

En résumé, la modélisation des flux de trésorerie sur une période de 0 à 30 jours pour une entreprise B2B comme le client à Videns se révèle, d'après les entretiens réalisés, être difficilement réalisable sans accéder aux données des comptes clients. À mon avis, même si nous réussissons à modéliser le signal, je suis d'avis que les performances obtenues ne dépasseront jamais celles des comptes clients. De plus, même si ces performances égalaient celles des comptes clients, il existerait toujours un manque de confiance perçu, car le trésorier ne serait pas en mesure de comprendre le cheminement de décision de l'algorithme.

En l'absence d'accès aux données que le trésorier considère comme nécessaires pour réaliser des prévisions à cet horizon, il serait difficile pour lui de saisir intuitivement comment l'algorithme parvient à générer des valeurs précises. Ceci est vrai même dans le cas où les prévisions se révèlent régulièrement exactes. Finalement, bien que tous les trésoriers aspirent à atteindre le même objectif, ils veulent choisir des approches différentes pour y parvenir.

À la lumière de cette synthèse, la question de recherche se formule comme suit : Étant donnée que notre client est une entreprise en B2B, peut-on prédire de manière utile et suffisamment fiable les paiements de leurs comptes clients afin de les aider à planifier leur trésorerie, ceci en abordant le problème de prédiction des flux de manière univariée ?

Hypothèses:

1. Les modèles de séries intermittentes seront plus performants que les modèles fuzzy time series au niveau journalier pour la prédiction des rentrants d'argent des comptes clients.
2. Les modèles de séries intermittentes ne pourront générer des prédictions à valeur ajoutée pour le client, car elles ne seront pas en mesure de capturer les grandes valeurs sporadiques.

## 4 Chapitre 4

### 4.1 Expérimentation

#### 4.1.1 Séries étudiées

Cette section présente le profil des séries temporelles utilisées dans le cadre du projet de recherche. Les données brutes proviennent du logiciel de trésorerie de DataLog Finance (2022) et représentent les transactions réelles et passées d’une entreprise cliente sur les dix dernières années.

Les données passent par un pipeline de catégorisation pour les classer en types spécifiques appelés ”code-budget”. Bien que certaines transactions puissent ne pas être correctement classées, pour les besoins de ce projet, il est supposé que les catégories sont correctes. Ensuite, les transactions sont regroupées par jour (ou semaine), devise, émetteur et catégorie pour former une série temporelle. Chaque série est évaluée pour déterminer si elle est utilisable pour la prédiction (désignée comme ”active”) en fonction de critères établis avec les partenaires et l’équipe de recherche. Ces critères incluent la disponibilité des données et le pourcentage de valeurs nulles.

Au final, l’échantillon est composé de 13 séries représentant les rentrées d’argent des clients (en Francs (FR) ou en Euros (EUR)) pour 6 émetteurs (unités d’affaires) de l’entreprise. Ces séries individuelles sont au niveau le plus granulaire. Le projet étudiera également l’agrégation de ces 13 séries pour représenter le ”cash in” global, c’est-à-dire le montant total d’argent entrant pour tous les clients de tous les émetteurs. Ces agrégations seront effectuées à la fois au niveau journalier et hebdomadaire. L’agrégation soulève des questions concernant l’intégrité des séries agrégées, car elles pourraient induire un faux signal si les séries individuelles ne sont pas reliées entre elles. Ainsi, ce projet se concentrera sur l’examen attentif de toutes les séries à l’étude, y compris les séries individuelles et les agrégations, afin de garantir la fiabilité des résultats. Le tableau final présenté ci-dessous résume toutes les séries étudiées dans ce projet.

Passons d'abord en revue les caractéristiques théoriques des séries individuelles et agrégées au niveau quotidien auxquelles nous sommes confrontés. La figure 17 montre que les séries individuelles au niveau quotidien présentent des signaux intermittents. Un rappel sur l'impact de l'intermittence dans une série et sur ce que cela signifie: une série est dite intermittente si une observation non nulle est précédée et suivie de zéros. Lorsque nous traitons des séries au niveau individuel, cette intermittence est exacerbée, car à chaque observation, il n'y aura pas nécessairement d'entrées d'argent. Cette intermittence complique la tâche de modélisation et modifie l'objectif de la performance attendue. En l'absence d'autres informations pour nous guider, il est difficile de prédire de manière constante et robuste ces entrées d'argent, surtout si le nombre de jours ou de semaines entre deux entrées d'argent varie considérablement, tout comme la valeur de ces entrées. Ainsi, notre objectif pourrait être de prévoir une "moyenne" des entrées d'argent sur une période donnée, cela dans un horizon très court-terme.

Cette intermittence, parfois imprévisible, est inhérente à la nature des activités commerciales de notre entreprise, qui opère à la fois en "B2B" et en "B2C" et propose une large gamme de produits pour la transformation des infrastructures numériques des entreprises (éclairage, câblage, réseaux et plus encore). Cette diversité de produits, vendus à un vaste éventail de clients, tant particuliers qu'entreprises, entraîne davantage d'intermittence. Les volumes de vente sont plus faibles, avec des écarts de prix importants, car les commandes dépendent largement de la taille de l'entreprise et de la fréquence de ses achats. L'activité commerciale n'est pas nécessairement régulière ou saisonnière, car on peut supposer qu'une entreprise ne renouvellera pas fréquemment ses infrastructures numériques. En d'autres termes, l'incertitude et le manque de régularité des flux de trésorerie découlent de l'hétérogénéité de la demande, tant du côté des clients que des produits.

Sur le court terme, notre principal intérêt réside dans la prédiction du moment où les paiements seront effectués et la valeurs de ces paiements. Ces paiements sont eux-mêmes sujets à une plus grande incertitude, car l'entreprise

peut intervenir pour accélérer ou étaler les paiements. La nature complexe des mouvements de trésorerie nous amène à revoir nos attentes en matière de performance de prédiction et à reconsidérer notre approche de la modélisation de ces données.

Table 1: Comparaison des séries individuelles et agrégées

	Série Individuelles	Série agrégée
Au niveau journalier	13 séries	1 série
Au niveau hebdomadaire	13 séries	1 série

Les modèles fuzzy time series nécessite des propriétés statistiques respectées. Telles que la stationnarité et l'homoscédasticité. Donc, une étude statistique des séries à fréquence journalière a été réalisée en utilisant le test d'AD Fuller pour évaluer la stationnarité des séries, ainsi que le test de Levene pour examiner l'homogénéité des variances. De plus, l'analyse de la saisonnalité et du "white noise" a été effectuée à l'aide des graphiques de l'autocorrélation (ACF) et de l'autocorrélation partielle (PACF).

À condition que les séries aient une variance constante et qu'elles sont dites stationnaires, ces tests nous permettent de conclure sur les propriétés dites "white noise" d'une série. Nous pouvons interpréter le test de l'homogénéité des variances de la sorte: À l'aide d'une valeur de  $p < 0.005$ , nous pouvons rejeter l'hypothèse de départ que tous les sous-échantillons de la série ont une variance égale, cela signifie que la valeur totale du "cash-flow" par sous-échantillon n'est significativement pas constante au fil des années. Ce qui nous fait comprendre que le mouvement des flux monétaires n'est pas constant à travers le temps et que le cycle de vie de l'entreprise a un impact sur les flux monétaires de celui-ci. Quant au test de stationnarité, ce qu'on tente de conclure est que les propriétés statistiques de la série ne changent pas avec le temps, telles que la moyenne, la variance, la saisonnalité et l'autocorrélation. Si l'hypothèse de départ est rejetée en fonction du taux de signification établi, la série est dite stationnaire. Suite à avoir passé le test d'homogénéité des variances et de stationnarité, il faut regarder les graphiques ACF et PACF et évaluer la présence d'autocorrélation

grâce aux "lag". Si suite à avoir passé tous les tests et de n'avoir encore rien paramétrer, aucun "lag" n'est présent dans le ACF et le PACF, il peut être conclu que le processus est un processus dit "white noise". Les tableaux ci-dessous présentent ces évaluations.

### Test de Dickey-Fuller augmenté pour la racine unitaire

$H_0$ : Les séries temporelles ont une racine unitaire et sont non stationnaires

$H_a$  : La série temporelle n'a pas de racine unitaire et est stationnaire

### Le test de Levene vérifie l'homogénéité des variances

$H_0$  : Les variances des sous-échantillons de la série temporelle sont toutes égales.

$H_a$  : Au moins une variance des sous-échantillons de la série temporelle est différente.

Table 2: Statistiques des séries au niveau journalier - SI				
Série	% de 0	Stationnarité 0.05	Levene's Test 0.05	White Noise
1	92.30%	H0 Rejected	H0 Accepted	Oui
2	61.37%	H0 Rejected	H0 Rejected	Oui
3	56.86%	H0 Rejected	H0 Accepted	Oui
4	48.99%	H0 Rejected	H0 Accepted	Oui
5	75.10%	H0 Rejected	H0 Accepted	Oui
6	50.44%	H0 Rejected	H0 Accepted	Oui
7	95.43%	H0 Rejected	H0 Accepted	Oui
8	28.45%	H0 Rejected	H0 Accepted	Non
9	29.53%	H0 Rejected	H0 Rejected	Invalid
10	65.39%	H0 Rejected	H0 Rejected	Invalid
11	90.78%	H0 Rejected	H0 Accepted	Oui
12	25.65%	H0 Rejected	H0 Accepted	Non
13	30.59%	H0 Rejected	H0 Accepted	Non

Il est important de noter que l'utilisation des graphiques ACF et PACF, lorsqu'elles sont appliquées aux séries intermittentes, peut entraîner de fausses corrélations entre les valeurs nulles. Cela est dû à la présence de nombreux jours où les valeurs sont nulles, ce qui peut biaiser les corrélations apparentes.

Il est à noter que certaine série on la marque "invalid" à l'évaluation du white noise, en raison que leur variance n'est pas constante, même suite à avoir ajusté la volatilité de la série de sorte à diviser chaque observation par son écart type



Table 3: Statistiques des séries au niveau hebdomadaire - SI

Série	% de 0	Stationnarité 0.05	Levene's Test 0.05	White Noise
1	60.47%	H0 Rejected	H0 Accepted	Non
2	2.52%	H0 Rejected	H0 Accepted	Non
3	1.00%	H0 Rejected	H0 Accepted	Non
4	0.00%	H0 Rejected	H0 Accepted	Oui
5	11.27%	H0 Rejected	H0 Accepted	Non
6	0.00%	H0 Rejected	H0 Accepted	Oui
7	70.37%	H0 Rejected	H0 Accepted	Oui
8	0.00%	H0 Rejected	H0 Rejected	Invalid
9	0.00%	H0 Rejected	H0 Rejected	Invalid
10	3.87%	H0 Rejected	H0 Accepted	Non
11	50.34%	H0 Rejected	H0 Accepted	Oui
12	0.00%	H0 Rejected	H0 Accepted	Non
13	0.00%	H0 Rejected	H0 Accepted	Non

de son année. Le fait que l'application d'une transformation sur la série pour réduire la variance n'est pas suffisante pour ne pas rejeter le  $H_0$  de Levene's, en dit long sur le changement d'activité des flux monétaires de l'entreprise et sur la fiabilité d'entraîner les modèles sur l'ensemble du jeu d'entraînement. Toutefois, on remarque que la plupart des séries respectent les propriétés de stationnarité et de variance constante avec un taux de signification à 5%.

Au final, l'analyse des séries individuelles démontre non seulement des caractéristiques dites "white noise", donc un processus purement stochastique ne pouvant être modélisé de manière univariée, mais aussi démontre des changements de distribution importants entre l'ensemble d'entraînement, de validation et de test. La mesure KL-divergence pourrait être utilisée pour quantifier ce changement de distribution. Ce changement de distribution peut être justifié dans la littérature grâce l'étude de Dickinson [20] décrivant l'impact du cycle de vie de l'entreprise sur ses flux monétaires. Étant donné que nos séries s'étendent de 2013 à 2022, cet argument semble raisonnable à notre cas.

Table 4: Statistiques des séries au niveau journalier - CI

Série	% de 0	Stationnarité 0.05	Levene's Test 0.05	White Noise
Cash in agrégé	28.00%	H0 Rejected	H0 Accepted	Non

Table 5: Statistiques des séries au niveau hebdomadaire - CI				
Série	% de 0	Stationnarité 0.05	Levene's Test 0.05	White Noise
Cash in agrégé	0.00%	H0 Rejected	H0 Rejected	Non

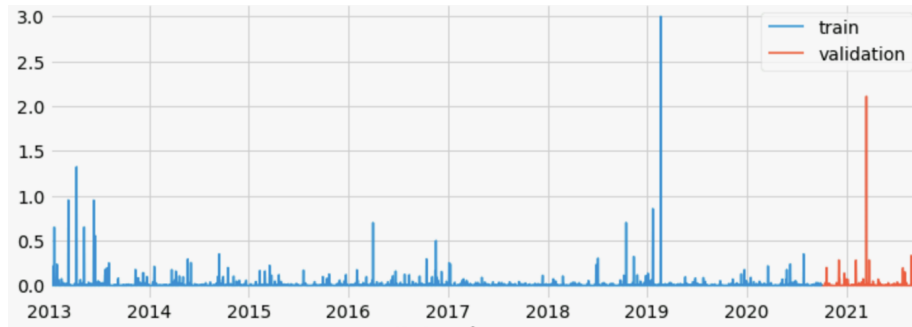


Figure 6: Série au niveau journalier typique

Pour ce qui est de la série agrégée 8, on remarque qu'il y a toujours présence d'hétéroscédasticité dans la série à fréquence journalière, cela démontre que la variabilité des paiements entre 2017 et 2022 a changé.

Les figures 6 7 présentent ce à quoi les séries typiques au niveau journalier ressemblent. Toutefois, différentes méthodes d'aggrégations temporelles et d'aggrégation des séries mêmes permettent de réduire la quantité de zéro 8.

Dans notre cas, la précision des prévisions dépend fortement de la prévisibilité du produit, ce qui est évalué en utilisant deux coefficients : l'Intervalle de Demande Moyen (ADI) et le carré du Coefficient de variation ( $CV^2$ ). L'ADI mesure la régularité de la demande dans le temps en calculant l'intervalle moyen entre deux demandes successives. Plus l'ADI est élevé, plus la demande est irrégulière et imprévisible. Le  $CV^2$  quantifie la variation des quantités demandées. Un coefficient de variation élevé indique une grande variabilité des demandes, tandis qu'un coefficient de variation faible indique une demande relativement stable.

En se basant sur ces deux dimensions, nous pouvons classer les profils de demande en quatre catégories :

Il est à constater que les séries au niveau journalier présentent des transac-

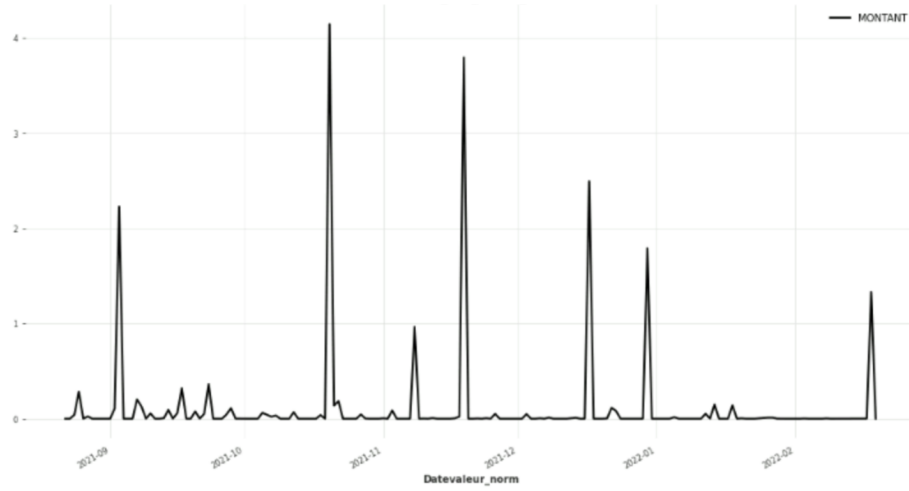


Figure 7: Série au niveau journalier typique

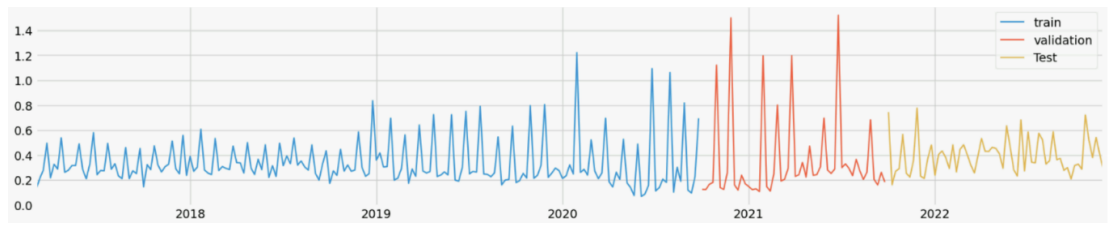


Figure 8: Série agrégée au niveau hebdomadaire

Table 6: Statistiques des séries au niveau journalier - SI

Série	CV	ADI	Type de série	WPE (m=3)
1	56.9	12.9	Lumpy	0.738
2	69.9	2.6	Lumpy	0.895
3	23.1	2.3	Lumpy	0.947
4	10.5	2.0	Lumpy	0.970
5	15.0	4.0	Lumpy	0.810
6	9.8	2.0	Lumpy	0.981
7	232.3	21.5	Lumpy	0.407
8	2.3	1.4	Lumpy	0.983
9	4.3	1.4	Lumpy	0.955
10	21.8	2.9	Lumpy	0.980
11	52.5	10.7	Lumpy	0.731
12	1.0	1.3	Lumpy	0.950
13	4.4	1.4	Lumpy	0.979

Table 7: Statistiques des séries au niveau hebdomadaire - SI

Série	CV	ADI	Type de série	WPE (m=3)
1	8.3	2.5	Lumpy	0.911
2	10.0	1.0	Erratic	0.953
3	2.9	1.0	Erratic	0.997
4	1.4	1.0	Erratic	0.999
5	1.9	1.1	Erratic	0.981
6	1.4	1.0	Erratic	0.980
7	32.8	3.3	Lumpy	0.616
8	0.3	1.0	Smooth	0.994
9	0.4	1.0	Smooth	0.981
10	2.9	1.0	Erratic	0.991
11	7.0	1.9	Lumpy	0.949
12	0.1	1.0	Smooth	0.950
13	0.4	1.0	Smooth	0.959

tions très irrégulières accompagnées d’une demande de taille très variable. Ces caractéristiques sont cohérentes avec la description de la demande dite ”lumpy” de Syntetos, Boylan et Croston [28]. Cette classification nous permet de mieux comprendre la nature des séries et d’adapter les modèles de prévision en fonction des profils de demande spécifiques. Toutefois, au niveau hebdomadaire, les séries semblent avoir beaucoup plus de potentiel.

Les valeurs de permutations d’entropie seront utilisées pour comparer la performance des modèles en fonction de leur niveau d’entropie. Et établir une relation entre ces deux aspects.

Table 8: Statistiques des séries au niveau journalier - CI

Série	CV	ADI	Type de série	WPE m = 3
Cash in global	3.84	1.39	Lumpy	0.955

Table 9: Statistiques des séries au niveau hebdomadaire - CI

Série	CV	ADI	Type de série	WPE m = 3
Cash in global	0.38	1.00	Smooth	0.951

En ce qui concerne les séries agrégées, une prédictibilité plus élevée est observée dans le cas de la série au niveau hebdomadaire, caractérisée par sa régularité (smooth). De plus, ces séries ne présentent aucune caractéristique de

bruit blanc (white noise).

## 4.2 Modélisation

### 4.2.1 Méthodologie de modélisation

Avant d’entamer le processus de modélisation, certaines manipulations sont nécessaires sur les séries temporelles afin de créer des ensembles d’entraînement, de validation et de test. L’objectif est que ces trois ensembles couvrent idéalement une semaine complète, débutant un dimanche et se terminant un samedi. Cette approche est alignée avec le contexte opérationnel de la trésorerie d’entreprise. Il est important de noter que les séries temporelles peuvent couvrir une période considérable, remontant parfois jusqu’en 2013. Pour ce projet, les séries ont été utilisées dans leur forme brute, sans modifications. La division des ensembles de données est basée sur des dates fixes, permettant ainsi d’évaluer des périodes complètes d’une année. L’ensemble de validation est centré sur l’année 2021, tandis que l’ensemble de test se concentre principalement sur l’année 2022. Les performances sont évaluées sur une période de 418 jours à fréquence journalière et sur 61 semaines à fréquence hebdomadaire. Afin de mieux refléter l’environnement opérationnel réel, une approche de ”rolling forecast” est adoptée. Plus précisément, trois approches distinctes sont appliquées à toutes les séries, aussi bien au niveau individuel qu’au niveau global (”cash in”) :

À la fréquence journalière : Prédiction pour les 7 prochains jours, avec un pas de 7 jours. Ainsi, à l’indice 0, une prédiction est générée pour les 7 prochains jours, puis décalée de 7 positions pour générer une nouvelle prédiction pour les 7 jours suivants.

À la fréquence hebdomadaire : Prédiction pour la semaine suivante. Prédiction pour les 4 semaines suivantes. Il convient de souligner qu’aucun réentraînement n’est effectué à chaque période de ”rolling forecast”. De plus, chaque série possède son propre modèle spécifique, entraîné individuellement. En ce qui concerne les variables exogènes, aucune n’est utilisée dans le processus de prédiction. Les transformations appliquées aux données comprennent un redimensionnement

spécifique pour traiter les valeurs aberrantes, permettant ainsi d'étaler les valeurs entre 0 et 8. De plus, pour éliminer la variance non-constante dans les séries, chacune des observations est divisée par l'écart type de son année. Ensuite, une différenciation de 1 est appliquée. Pour finir, une règle d'affaires est appliquée pour attribuer des valeurs de 0 aux prédictions durant les week-ends, pour refléter la non-activité pendant ces périodes.

#### **4.2.2 Stratégie de modélisation de prédiction**

L'analyse comprend un total de 6 scénarios de prédiction, chacun étudiant différents aspects des séries temporelles :

##### **Scénarios de prévision**

1. Scénario 1 : Séries individuelles à fréquence journalière, avec une fenêtre de prédiction de 7 jours.
2. Scénario 2 : Séries individuelles à fréquence hebdomadaire, avec une fenêtre de prédiction d'une semaine.
3. Scénario 3 : Séries individuelles à fréquence hebdomadaire, avec une fenêtre de prédiction de 4 semaines.
4. Scénario 4 : Série "Cash in" global à fréquence journalière, avec une fenêtre de prédiction de 7 jours.
5. Scénario 5 : Série "Cash in" global à fréquence hebdomadaire, avec une fenêtre de prédiction d'une semaine.
6. Scénario 6 : Série "Cash in" global à fréquence hebdomadaire, avec une fenêtre de prédiction de 4 semaines.

Pour chacun de ces scénarios, plusieurs approches de modélisation sont appliquées. La première méthode est la "fuzzy time series", tandis que la seconde regroupe des méthodes spécifiques aux séries temporelles intermittentes telles que Croston's, SBA, MAPA, ADIDA et AutoETS (avec une saisonnalité de

7 jours). Pour la méthode "fuzzy time series", différentes configurations de paramètres ont été testées, notamment la technique de partition, le nombre de partitions, l'ordre et la méthode. Dans le cadre de cette étude, la librairie pyFTS a été utilisée pour implémenter la méthode "fuzzy time series". Cette librairie est maintenue par le laboratoire d'intelligence artificielle et de science des données (MINDS) de l'Université fédérale du Minas Gerais (UFMG). Elle a déjà été utilisée dans plusieurs études académiques antérieures. Quant aux séries intermittentes, la librairie statsforecast de Nixtla a été utilisé et ordpy pour la mesure WPE.

### 4.2.3 Métriques de performance

L'évaluation de la performance des modèles de prédiction a été réalisée en utilisant les métriques RMSE (Root Mean Square Error) et MAE (Mean Absolute Error). Le choix d'utiliser le MAE comme métrique a été motivé par sa facilité d'interprétation. Néanmoins, il est important de noter que le MAE et le RMSE sont exprimés dans la même échelle que les données, ce qui peut rendre impossible la comparaison de la performance d'une méthode à travers différentes séries. Donc, le MAE est seulement utilisé pour interpréter la performance sur la série elle-même.

De plus, il est crucial de considérer les particularités des séries intermittentes, car ces séries contiennent des valeurs nulles, ce qui peut entraîner des problèmes tels que des valeurs infinies ou nulles résultant de divisions par zéro lors du calcul des métriques (Hydnman, 2006). Donc il est suggéré par Syntetos et Boylan [28], pour les séries intermittentes, d'utiliser des mesures n'utilisant pas de pourcentage d'erreur tel que le MAPE, au profit de mesure comme le GMAE (Geometric Mean Absolute Error). Toutefois, cette mesure se voit être problématique pour évaluer la performance des modèles sur ces types de séries comme le démontre (Hydnman, 2006), celui-ci met davantage de l'avant la mesure MASE. Non seulement MASE n'a quasiment aucune chance de générer une valeur infinie ou 0 suite à son calcul, mais celle-ci est aussi indépendante de

l'échelle de ses données. Ce qui permet la comparaison entre de différentes séries avec la même mesure et c'est donc pour cette raison que nous allons l'utiliser dans l'analyse de la relation entre la mesure WPE et la performance du modèle. De plus, elle est très bonne pour des séries ayant des valeurs sporadiques et remplies de séquences de zéro. Cette mesure exprime le rapport entre l'erreur absolue moyenne du modèle évalué et l'erreur absolue moyenne d'un modèle de référence, dans notre cas, un modèle naïf saisonnier de la librairie statsforecast.

$$\text{MASE} = \frac{1}{N} \frac{\sum_{t=1}^N |\text{Forecast Error of Model}_t|}{\sum_{t=1}^N |\text{Absolute Error of Naïve Method}_t|}$$

Une valeur de MASE égale à 1 indique que le modèle évalué a une performance similaire au modèle de référence. Une valeur inférieure à 1 indique que le modèle évalué est meilleur que le modèle de référence, tandis qu'une valeur supérieure à 1 indique que le modèle évalué est moins performant que le modèle de référence.

## 4.3 Analyse

### 4.3.1 Prédiction Fuzzy time series

Le tableau 10 et 11 présentent les meilleurs modèles identifiés par scénarios et catégories. Quant à la table 17 et 18 présentent les métriques des performances sur l'ensemble d'évaluation pour les modèles de série intermittentes et de Fuzzy time series, ceci sur l'ensemble des scénarios et des séries individuelles.

En ce qui concerne les scénarios de prévision à la fréquence journalière (scénario 1) et hebdomadaire (scénarios 2 et 3) pour les séries individuelles, une analyse comparative entre les modèles de séries temporelles floues (fuzzy time series) et les modèles de type intermittents a révélé de manière significative la supériorité des modèles intermittents. Pour l'ensemble des six scénarios, il a été observé que les modèles intermittents génèrent des valeurs de RMSE considérablement plus petite par rapport aux modèles flous, plus spécifiquement de 1.6 à 5.3 fois plus petits. Dans le cas du scénario 1, il convient de noter que certaines séries n'ont pas pu être évaluées en raison de leur nombre élevé de zéros et



Table 10: Meilleures modèles par scénarios et catégories (Catégories 1 à 5)

Métrique	Scénario	1	2	3	4	5
RMSE	1	HistoricAverage	HistoricAverage	AutoETS	HistoricAverage	Croston
	2	ADIDA	AutoETS	AutoETS	IMAPA	ADIDA
	3	ADIDA	HistoricAverage	AutoETS	IMAPA	ADIDA
MASE	1	HistoricAverage	HistoricAverage	AutoETS	HistoricAverage	Croston
	2	ADIDA	AutoETS	AutoETS	IMAPA	ADIDA
	3	ADIDA	HistoricAverage	AutoETS	IMAPA	ADIDA

Table 11: Meilleures modèles par scénarios et catégories (Catégories 6 à 10)

Métrique	Scénario	6	7	8	9	10
RMSE	1	AutoETS	CrostonOptimized	TSB	AutoETS	AutoETS
	2	AutoETS	AutoETS	ADIDA	AutoETS	AutoETS
	3	AutoETS	AutoETS	ADIDA	AutoETS	HistoricAverage
MASE	1	AutoETS	CrostonOptimized	TSB	AutoETS	AutoETS
	2	AutoETS	AutoETS	ADIDA	AutoETS	AutoETS
	3	AutoETS	AutoETS	ADIDA	AutoETS	HistoricAverage

de l'incompatibilité de la méthode pour exécuter son processus d'entraînement sur ces séries. Plus spécifiquement, les séries qualifiées d'excessivement "lumpy" ont rencontré des difficultés à être modélisées, ce qui a restreint l'évaluation à un total de six séries pour le scénario 1.

En poursuivant avec le scénario 2, qui implique une prévision roulante d'une semaine, et en concluant avec le scénario 3, où une prédiction roulante sur quatre semaines est mise en œuvre, il est remarqué que les modèles de type intermittent ont présenté des performances nettement supérieures au niveau du RMSE, affichant des améliorations allant de 4.1 à 22 fois par rapport aux modèles fuzzy.

Métrique	Scénario	Meilleur modèle	Amélioration
RMSE	4	AutoETS	1.82
	5	AutoETS	2.01
	6	AutoETS	2.17

Table 12: Meilleur modèle sur la série cash in globale

Quant aux scénarios (tableau 12) impliquant l'agrégation de séries (cash in

global) au niveau journalier (scénario 4) et au niveau hebdomadaire (scénarios 5 et 6), en utilisant des fenêtres roulantes de 7 jours, 1 semaine et 4 semaines respectivement, les résultats convergent également vers la supériorité du modèle AutoETS. Les valeurs de RMSE indiquent que le modèle AutoETS présente des performances considérablement améliorées par rapport aux modèles fuzzy. Plus précisément, au scénario 4, le modèle AutoETS affiche une amélioration de 1.82 par rapport aux modèles flous, au scénario 5 cette amélioration s'élève à 2.01, et au scénario 6, l'amélioration atteint 2.17 fois. Quant à Fuzzy time series, au scénario 5, le pourcentage d'erreur moyen par semaine (MAPE) est de 36% figure15, lorsque AutoETS est de 28.5% figure17, pour ce qui est du scénario 6, fuzzy obtient 59% figure16 et Auto ETS 28.2% figure18. L'utilisation du MAPE n'est applicable qu'à la série cash in agrégé à l'hebdomadaire, ceci en raison qu'il n'y a aucunes valeurs nulles.

En conclusion, les résultats suggèrent clairement que les modèles de séries intermittentes surpassent les modèles fuzzy en matière de prédiction de séries individuelles et agrégées. En effet, les méthodes telles que l'exponential smoothing, Croston's, ADIDA, etc semble être beaucoup plus adapté à ce type de série. Néanmoins, il est plausible qu'une paramétrisation plus précise des modèles fuzzy, notamment au niveau hebdomadaire et spécifiquement pour la série agrégée globale, puisse potentiellement engendrer des améliorations significatives de leurs performances.

#### **4.3.2 Prédiction modèle intermittent**

La performance supérieure des modèles de séries intermittentes par rapport aux modèles fuzzy au niveau des séries individuelles est indéniable. Cependant, il est essentiel de noter que les modèles intermittents ne sont pas conçus pour prédire efficacement les observations sporadiques et les périodes avec des observations nulles. Cette limitation rend leur utilisation peu pertinente dans notre contexte d'affaires.

L'évaluation des mesures de performance pour les scénarios 1, 2 et 3 doit être

abordée en prenant en compte la perspective du trésorier. Comme précédemment mentionnée, si l’objectif est d’identifier les valeurs sporadiques et que les méthodes de prédiction ne parviennent pas à atteindre cet objectif, leur utilité pour le trésorier serait limitée. Toutefois, si l’objectif du trésorier est simplement de maintenir des soldes non déficitaires dans les comptes, les résultats pourraient être considérés comme satisfaisants. Une mesure permettant d’évaluer cette perspective est le Cumulative Forecasting Error (CFE) [33].

En observant la performance du modèle AutoETS sur la série agrégée, on constate une capacité de prédiction bien plus prometteuse. En effet, au niveau hebdomadaire avec des fenêtres roulantes de 1 et 4 semaines, le modèle AutoETS génère une erreur absolue moyenne (MAE) d’environ 10 millions de dollars. Cette erreur moyenne équivaut à un manque de fonds moyen d’environ 10 millions de dollars par semaine, ceci considérant que la série totale du jeu de test est d’environ 2 425 559 349,44 dollars sur 61 semaines.

### 4.3.3 CF-ADI WPE vs la performance

L’objectif de quantifier la complexité et les caractéristiques des séries temporelles réside dans la volonté d’accroître la compréhension de ces séries et de faciliter l’évaluation de l’effort requis pour les modéliser. Cette recherche a également constitué pour moi une opportunité d’explorer la littérature existante dans ce domaine. Cependant, l’application de la mesure WPE (WPE signifie Weighted Partition Entropy) dans le contexte de ce projet demeure à déterminer. À la suite des analyses menées sur les séries, il a été complexe d’établir une corrélation significative entre la mesure WPE et le niveau de performance des modèles de prédiction. Pour parvenir à établir une relation entre la mesure WPE et la performance des modèles, il était crucial d’utiliser une mesure indépendante de l’échelle des séries. C’est pour cette raison que la mesure MASE (Mean Absolute Scaled Error) a été choisie et présentée dans la section 4.2.3. Le calcul de la corrélation s’est limité aux séries individuelles ainsi qu’aux résultats des séries intermittentes. Il convient de noter que cette comparaison s’est faite entre séries

ayant leur propre modèle spécifique. En ce qui concerne la corrélation entre la mesure WPE et la performance au niveau journalier (scénario 1), il est observé que la corrélation atteint 0.14. Pour les scénarios 2 et 3, cette corrélation est évaluée à 0.1. En bref, il demeure actuellement difficile d'établir une relation significative entre la mesure WPE et la performance de la série.

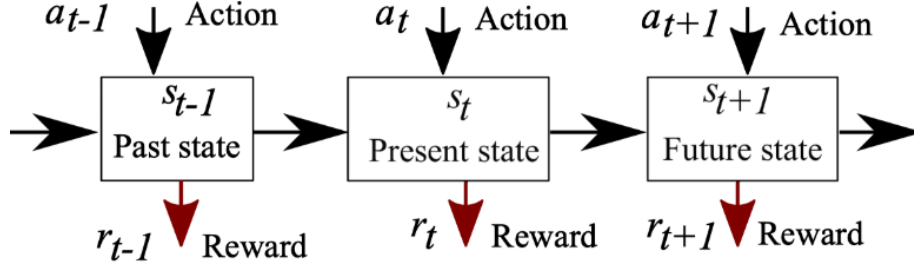
## 5 Chapitre 5

### 5.1 Processus décisionnel de Markov

Cette section présente une direction future que le projet pourrait prendre. Au lieu de traiter le problème en série temporelle conventionnel, il serait encore plus pertinent de représenter celui-ci comme le trésorier l'entreprendrait. En effet, l'objectif serait de créer une direction future de recherche axée sur la simulation de scénarios de trésorerie. Ce projet viserait à attribuer une valeur monétaire à la performance des prédictions tout en fournissant des conseils éclairés au trésorier sur les actions à entreprendre à chaque instant  $t$ , en fonction du scénario en cours. Ceci permettrait d'offrir une perspective riche et diversifiée sur la solution et aiderait à démarquer la solution des autres sur le marché. Ceci se ferait à travers l'ajout d'une dimension intuitive aux problèmes de prédiction, facilitant ainsi la compréhension et la prise de décision pour les trésoriers. Enfin, cette approche offrirait une opportunité unique de définir les facteurs à inclure dans la fonction de perte, permettant ainsi de rendre la solution au goût du trésorier.

Voici différents types de scénarios pouvant être menés: (1) Optimiser la gestion des paiements en fonction des rentrés futures d'argent (2) Définir un stockage de fond minimal (3) S'assurer de n'être jamais être en déficit (4) Rendement sur les placements

L'approche proposée n'a été réfléchie qu'à travers un processus décisionnel de Markov (PDM) pour ces raisons: Un PDM est un cadre puissant et polyvalent pour des applications étendues afin de résoudre des problèmes de prise



*Sequential decision making process [A Biswas et al., 2019]*

Figure 9: Processus décisionnel séquentiel

de décision séquentielle en situation d'incertitude. Les décisions peuvent être ajustées entre les récompenses à court et à long terme. Un PDM peut résoudre les problèmes de manière optimisée au lieu d'utiliser des heuristiques. De plus celui-ci permet de traiter des scénarios complexes en exploitant les connaissances antérieures.

#### 5.1.1 Horizon de temps et "time step"

Quant à l'horizon de temps, l'utilisation d'un horizon fini est justifiée par la non-stationnarité des paramètres du problème et de la variable de la demande. Dans ce contexte, un horizon fini signifie que tous les paramètres fixes du modèle sont mis à jour à la fin de chaque période de temps spécifiée. Cette approche est pertinente, car elle permet de prendre en compte les variations et les changements potentiels dans les paramètres du modèle, tels que les coûts, les taux d'intérêt ou les prévisions de demande, qui peuvent évoluer avec le temps.

En d'autres termes, l'utilisation d'un horizon fini permet de s'adapter aux réalités changeantes de l'environnement économique et commercial dans lequel évolue l'entreprise.

Cet horizon de temps est défini avec l'aide de deux composantes: (1) le délai d'attente et (2) l'intervalle des paiements clients moyen (ADI). Le délai d'attente fait référence à la notation classique de "time step". Celui-ci porte ce

$$S_{t+1} = S_t - D_t + A_{t-LT},$$

Figure 10: Dynamique de l'état

nom, car il détermine le temps nécessaire pour que l'effet, noté  $LT$ , se produise. Dans l'instance où le trésorier prend une action, tel que placé  $x$  millions dans un compte à  $X\%$  d'intérêt, le temps requis pour que l'argent commence à composé réfère au temps d'attente.

Quant à l'ADI, dans un scénario où nous tentons d'optimiser les placements en fonction des rentrées d'argent (paiements) des clients, l'ADI fait référence à l'intervalle de temps entre les paiements. Ces paiements ont un effet important, car les rendements sur les placements sont optimisés en fonction des rentrées d'argent, s'il y a 5M qui est prévu de rentrer dans les comptes de la semaine prochaine, les actions à prendre en seront impactées. Donc, un horizon de temps doit au moins contenir ce genre d'évènement important, c'est pour cela qu'on définit l'horizon de la sorte:  $T > MAX(KADI, K'LT)$  Où  $K$  est un scalaire défini en fonction du jeu de données.

### 5.1.2 État, la dynamique et l'action

Le "State space (S)" correspond au montant d'argent investi au début de la période de temps (à l'instant  $t$ ). L'état est défini en fonction du scénario, celle-ci pourrait aussi représenter son exposition au marché, celui-ci pouvant être catégorisé par son niveau de risque, et plus encore.

La dynamique de l'état est donc représentée par la figure 10 où  $LT$  représente le délai d'attente. L'état ici est caractérisé par l'argent présentement investi, moins la demande, celle-ci pouvant être représentée par les rentrés potentiels d'argent à la période  $t$ , plus l'action (la somme d'argent à investir ou à libérer).

"L'Action space (A)" pourrait représenter le montant que le trésorier devrait investir dans le cas d'un scénario d'optimisation des placements. Certains investissements pourraient avoir des limites décrites par un montant minimum

$$\mathbb{P}(S_{t+1} = s' | S_t = s, A_{t-LT} = a) = \mathbb{P}(D_t = \max(0, s + a - s'))$$

Figure 11: Transition des états

*Amin* et/ou maximum *Amax*.

### 5.1.3 Estimation de la demande

Dépendamment du scénario, la variable à estimer sera différente. Dans le cas de l'optimisation des placements, la demande fait référence aux rentrées d'argent, ceux-ci peuvent être estimés de deux façons : (1) par une approche de série temporelle ou (2) de sorte à traiter les rentrées d'argent comme une variable aléatoire.

L'approche 1 de modélisation de série temporelle permettrait d'user des techniques d'apprentissage automatique pour prédire les rentrées d'argent. Cela permettrait de réduire le fardeau computationnel créé par le nombre d'états/action possible et potentiellement d'aller chercher une meilleure performance. Comme la figure 10 présente, si la demande est une variable aléatoire, la fonction de transition est représenté par la figure 11. Toutefois, si la demande est donnée, le nombre de transitions est en fonction d'une seule valeur de demande.

Pour l'approche 2, on peut estimer la distribution des valeurs possible par période, de sorte à utiliser des variables significatives pour discriminer les distributions l'une d'elles. La figure 12 donne un exemple de la manière de venir discriminer les distributions, avec l'aide d'un arbre décisionnel, il serait possible de "prune" l'arbre selon la mesure KL-divergence. Il faudrait optimiser pour maximiser la somme de la mesure KL divergence à l'aide du meilleur ensemble de variables du jeu de données.

Il est à noter que si nous traitons la demande comme une variable aléatoire, il est important de réfléchir à son poids computationnel. Dans le cas de rentrées d'argent, la distribution serait pour des valeurs discrètes et non continues.





$$\begin{aligned}
q_t(s, a) &= c(s, a) + \sum_{s'} P(s'|s, a) V_{t+1}(s') \\
V_{t+1}(s) &= \max_a q_{t+1}(s, a) \\
\pi_{t+1}(s) &= \arg \max_a q_{t+1}(s, a)
\end{aligned}$$

Figure 14: Bellman Equation

politique optimale pour chaque état à chaque pas de temps en arrière.

2. À chaque étape, il sélectionne l'action qui minimise le coût cumulé attendu jusqu'à la fin de l'horizon.
3. Nous fixons  $q_{T+1}(s, a) = 0$  pour tous les états et paires d'actions  $(s, a)$  et exécutons l'algorithme.

L'équation utilisée pour mettre à jours les états et converger vers la "policy" optimale est représenté dans la figure 14, où étant donné une paire état-action  $(s, a)$ , définir  $q(s, a)$  et  $V(s)$  comme suit pour tous les pas de temps.

## 6 Chapitre 6

### 6.1 Conclusion

L'importance cruciale de prévoir avec précision les flux de trésorerie au sein des entreprises est indiscutable, mais elle donne également lieu à de multiples interrogations quant à la méthodologie à adopter pour générer ces prévisions. La complexité résultant de la nature propre de chaque entreprise, de son exposition à la mondialisation, de ses relations avec les clients, et autres facteurs, rends cette tâche particulièrement ardue.

Le présent projet avait pour ambition de proposer une nouvelle approche de modélisation pour les flux de trésorerie à la fois à l'échelle journalière et hebdomadaire, tout en se penchant sur la nature inhérente du signal contenu dans les

séries temporelles à modéliser. Nous avons réussi à apporter des réponses substantielles à plusieurs de ces questionnements, grâce à une revue de la littérature qui a souligné l'importance cruciale de l'incertitude dans ces flux financiers, ainsi qu'à des entretiens menés avec de véritables trésoriers d'entreprises. L'analyse statistique du signal, comprenant l'évaluation des processus de bruit blanc et la mesure CVaDI (Coefficient of Variation around Dominant Interval), a également été un élément important de notre démarche.

Cependant, malgré mes efforts pour modéliser les flux de trésorerie dans six scénarios différents, et ce à des fréquences journalières et hebdomadaires, les résultats obtenus n'ont pas abouti à des prévisions robustes et fiables susceptibles d'être directement utilisées pour la gestion de trésorerie. Prédire les flux de trésorerie à court terme uniquement à partir des données historiques, sans l'ajout de données exogènes, dans une entreprise ayant une nature d'activité commerciale de cette sorte, représente un défi considérable qui mérite une approche différente. Ce constat ne vise pas à décourager toute tentative future de modélisation de ce jeu de données à cet horizon, mais il se veut un rappel qu'il pourrait être nécessaire d'explorer d'autres sources de données mieux adaptées à l'horizon de temps envisagé et à la spécificité de chaque entreprise.

Pour les orientations futures de ce projet, il semble que la modélisation des entrées d'argent à partir du "pipeline" de vente offre le plus grand potentiel pour réduire la vulnérabilité de la solution. Ce "pipeline" de vente est composé d'opportunité représentant un client potentiel intéressé par les produits de l'entreprise. Chaque opportunité est associée à des informations telles que sa valeur monétaire attendue, sa date de clôture anticipée, et d'autres caractéristiques spécifiques, comme le temps déjà investi dans celle-ci. L'analyse de ce "pipeline" de vente est essentielle pour construire des prévisions des rentrées d'argent.

En effet, l'accès à ces données du pipeline des opportunités semble critique pour modéliser efficacement les flux de trésorerie, en particulier pour les entreprises B2B, telles que celles explorées dans ce projet. Car, un tel jeu de données permet d'avoir une fenêtre en temps réel sur les opérations d'une firme.

De plus, une fois ces données disponibles, il devient possible de prendre en compte des facteurs externes spécifiques au produit vendu par l'entreprise, au client et à son industrie. Tels que les coûts de ses matières premières, la croissance de son chiffre d'affaires, les coûts de production des produits et davantage d'information sur ceux-ci. Ce type de données est selon moi davantage préférable que de s'appuyer sur des indicateurs macroéconomiques. Car, en fin de compte, l'utilisation d'indicateurs macroéconomiques pour modéliser les flux de trésorerie des entreprises pourrait s'avérer peu pratique et peu intuitif. Les trésoriers d'entreprise recherchent des prévisions simples et compréhensibles, et l'utilisation de ces indicateurs peut introduire une complexité difficile à expliquer, ce qui pourrait compromettre la confiance dans la solution. Il est donc judicieux de rester au plus près des aspects métier et de permettre aux trésoriers de se sentir en contrôle de la situation.

## References

## References

- [1] Christopher F Baum, Mustafa O Caglayan, Neslihan Ozkan, and Oleksandr Talavera. The impact of macroeconomic uncertainty on cash holdings for non-financial firms. *ZEW-Centre for European Economic Research Discussion Paper*, (04-010), 2004.
- [2] Shehub Bin Hasan, Md Samsul Alam, Sudharshan Reddy Paramati, and Md Shahidul Islam. Does firm-level political risk affect cash holdings? *Review of Quantitative Finance and Accounting*, 59(1):311–337, 2022.
- [3] Jussi Nikkinen and Petri Sahlström. Impact of an accounting environment on cash flow prediction. *Journal of international accounting, auditing and taxation*, 13(1):39–52, 2004.
- [4] Mary E Barth, Greg Clinch, and Doron Israeli. What do accruals tell us about future cash flows? *Review of Accounting Studies*, 21:768–807, 2016.
- [5] Hans Weytjens, Enrico Lohmann, and Martin Kleinsteuber. Cash flow prediction: Mlp and lstm compared to arima and prophet. *Electronic Commerce Research*, 21(2):371–391, 2021.
- [6] Min-Yuan Cheng, Nhat-Duc Hoang, and Yu-Wei Wu. Prediction of project cash flow using time-depended evolutionary ls-svm inference model. In *ISARC. Proceedings of the International Symposium on Automation and Robotics in Construction*, volume 29, page 1. IAARC Publications, 2012.
- [7] Francisco Salas Molina. *Data-driven decision-making and its application to the corporate cash management problem*. PhD thesis, Universitat Politècnica de València, 2018.

- [8] Ashok Srivastava. Ai for small businesses and consumers: Applications and innovations. In *Proceedings of the 25th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery & Data Mining*, KDD '19, page 3164, New York, NY, USA, 2019. Association for Computing Machinery.
- [9] Praveen Kumar Donepudi, Mst Hasna Banu, Wahiduzzaman Khan, Taposh Kumar Neogy, ABM Asadullah, and Alim Al Ayub Ahmed. Artificial intelligence and machine learning in treasury management: a systematic literature review. *International Journal of Management*, 11(11), 2020.
- [10] Andrew C Call, Shuping Chen, and Yen H Tong. Are analysts' earnings forecasts more accurate when accompanied by cash flow forecasts? *Review of Accounting Studies*, 14:358–391, 2009.
- [11] Vitor Azevedo, Patrick Bielstein, and Manuel Gerhart. Earnings forecasts: the case for combining analysts' estimates with a cross-sectional model. *Review of Quantitative Finance and Accounting*, 56(2):545–579, 2021.
- [12] Bilal Fadlallah, Badong Chen, Andreas Keil, and José Príncipe. Weighted-permutation entropy: A complexity measure for time series incorporating amplitude information. *Physical Review E*, 87(2):022911, 2013.
- [13] Kevin K Li and Partha Mohanram. Evaluating cross-sectional forecasting models for implied cost of capital. *Review of Accounting Studies*, 19:1152–1185, 2014.
- [14] Serhat Melik. Cash flow analysis of construction projects using fuzzy set theory. Master's thesis, Middle East Technical University, 2010.
- [15] Min-Yuan Cheng and Andreas FV Roy. Evolutionary fuzzy decision model for cash flow prediction using time-dependent support vector machines. *International journal of project management*, 29(1):56–65, 2011.

- [16] Min-Yuan Cheng, Hsing-Chih Tsai, and Chih-Lung Liu. Artificial intelligence approaches to achieve strategic control over project cash flows. *Automation in construction*, 18(4):386–393, 2009.
- [17] Yang Pang, Shimeng Shi, Yukun Shi, and Yang Zhao. A nonlinear dynamic approach to cash flow forecasting. *Review of Quantitative Finance and Accounting*, 59(1):205–237, 2022.
- [18] Lin Zhu, Mingzhu Yan, and Luyi Bai. Prediction of enterprise free cash flow based on a backpropagation neural network model of the improved genetic algorithm. *Information*, 13(4):172, 2022.
- [19] Mathijs Lenderink. Accounts receivable cash flow forecasting. 2022. [https://mathijslenderink.nl/content/pages/projects/ML\\_master\\_thesis.pdf](https://mathijslenderink.nl/content/pages/projects/ML_master_thesis.pdf).
- [20] Victoria Dickinson. Cash flow patterns as a proxy for firm life cycle. *The accounting review*, 86(6):1969–1994, 2011.
- [21] Matteo Kalchschmidt, Roberto Verganti, and Giulio Zotteri. Forecasting demand from heterogeneous customers. *International Journal of operations & Production management*, 26(6):619–638, 2006.
- [22] Xi Chen, Yang Ha Cho, Yiwei Dou, and Baruch Lev. Predicting future earnings changes using machine learning and detailed financial data. *Journal of Accounting Research*, 60(2):467–515, 2022.
- [23] Annastiina Kerkkänen and Janne Huiskonen. The role of contextual information in demand forecasting. *International Journal of Information and Decision Sciences*, 6(2):109–126, 2014.
- [24] Patricia O Lucas, Omid Orang, Petrônio CL Silva, Eduardo MAM Mendes, and Frederico G Guimaraes. A tutorial on fuzzy time series forecasting models: recent advances and challenges. *Learn Nonlinear Models*, 19:29–50, 2022.
- [25] Erol Egrioglu. Pso-based high order time invariant fuzzy time series method: Application to stock exchange data. *Economic Modelling*, 38:633–639, 2014.

- [26] Ching-Hsue Cheng, Jing-Rong Chang, and Che-An Yeh. Entropy-based and trapezoid fuzzification-based fuzzy time series approaches for forecasting it project cost. *Technological Forecasting and Social Change*, 73(5):524–542, 2006.
- [27] Shyi-Ming Chen. Forecasting enrollments based on fuzzy time series. *Fuzzy sets and systems*, 81(3):311–319, 1996.
- [28] Aris A Syntetos, John E Boylan, and JD Croston. On the categorization of demand patterns. *Journal of the operational research society*, 56:495–503, 2005.
- [29] Konstantinos Nikolopoulos, Aris A Syntetos, John E Boylan, Fotios Petropoulos, and Vassilis Assimakopoulos. An aggregate–disaggregate intermittent demand approach (adida) to forecasting: an empirical proposition and analysis. *Journal of the Operational Research Society*, 62:544–554, 2011.
- [30] Luciano Zunino, Massimiliano Zanin, Benjamin Tabak, Darío Pérez, and Osvaldo Rosso. Complexity-entropy causality plane: A useful approach to quantify the stock market inefficiency. *Physica A Statistical and Theoretical Physics*, 389:1891–1901, 05 2010.
- [31] Miguel Henry and George Judge. Permutation entropy and information recovery in nonlinear dynamic economic time series. *Econometrics*, 7(1):10, 2019.
- [32] Christoph Bandt and Bernd Pompe. Permutation entropy: a natural complexity measure for time series. *Physical review letters*, 88(17):174102, 2002.
- [33] Peter Wallström and Anders Segerstedt. Evaluation of forecasting error measurements and techniques for intermittent demand. *International Journal of Production Economics*, 128(2):625–636, 2010.

## 7 Annexe

Table 13: Somme du test set par catégories

Category	Montant total
1	\$ 12,477,756.90
2	\$ 41,131,325.77
3	\$ 4,468,181.31
4	\$ 2,349,312.91
5	\$ 1,509,059.68
6	\$ 221,079,545.25
7	\$ 2,068,579,082.13
8	\$ 9,551,016.19
9	\$ 49,693,626.71
10	\$ 56,330,508.66

Table 14: Categorie Modèle MAE 7 jours roullant

Category	Model	MAE
1	HistoricAverage	36,544.46
2	HistoricAverage	161,424.80
3	AutoETS	12,559.65
4	HistoricAverage	8,791.89
5	CrostonOptimized	4,643.81
6	AutoETS	388,282.63
7	CrostonOptimized	3,491,247.75
8	TSB	31,540.28
9	AutoETS	58,773.62
10	AutoETS	147,391.92



Table 15: Categorie Modèle MAE Rolling 1 semaine roullant

Category	Model	MAE
1	ADIDA	18,750.40
2	AutoETS	209,126.10
3	AutoETS	9,968.70
4	IMAPA	6,934.00
5	ADIDA	3,952.90
6	AutoETS	610,667.40
7	AutoETS	3,503,344.80
8	ADIDA	32,844.50
9	AutoETS	54,962.50
10	AutoETS	149,581.10

Table 16: Categorie Modèle MAE Rolling 4 semaines roullant

Category	Model	MAE
1	ADIDA	18,686.80
2	HistoricAverage	209,079.00
3	AutoETS	9,962.40
4	IMAPA	6,316.80
5	ADIDA	3,982.90
6	AutoETS	611,178.80
7	AutoETS	3,496,982.80
8	ADIDA	32,608.60
9	AutoETS	54,995.90
10	HistoricAverage	149,582.10



Figure 15: Cash in Rolling 1 week Fuzzy time series

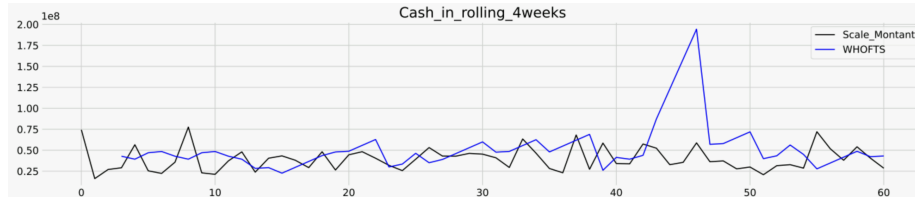


Figure 16: Cash in Rolling 4 weeks Fuzzy time series

Table 17: Test set modèles intermittent

Scenarios	Category	Sum of the category	Model	RMSE	MAE
#1 Rolling 7 days	1	\$12,477,756.90	HistoricAverage	\$72,637.34	\$36,544.46
	2	\$41,131,325.77	HistoricAverage	\$267,964.94	\$161,424.80
	3	\$4,468,181.31	AutoETS	\$21,740.54	\$12,559.65
	4	\$2,349,312.91	HistoricAverage	\$13,600.28	\$8,791.89
	5	\$1,509,059.68	CrostonOptimized	\$6,488.70	\$4,643.81
	6	\$221,079,545.25	AutoETS	\$574,107.56	\$388,282.63
	7	\$2,068,579,082.13	CrostonOptimized	\$5,181,557.00	\$3,491,247.75
	8	\$9,551,016.19	TSB	\$48,084.70	\$31,540.28
	9	\$49,693,626.71	AutoETS	\$81,994.22	\$58,773.62
	10	\$56,330,508.66	AutoETS	\$231,414.03	\$147,391.92
#2 Rolling 1 week	1	\$12,477,756.90	ADIDA	\$18,750.40	\$18,750.40
	2	\$41,131,325.77	AutoETS	\$209,126.10	\$209,126.10
	3	\$4,468,181.31	AutoETS	\$9,968.70	\$9,968.70
	4	\$2,349,312.91	IMAPA	\$6,934.00	\$6,934.00
	5	\$1,509,059.68	ADIDA	\$3,952.90	\$3,952.90
	6	\$221,079,545.25	AutoETS	\$610,667.40	\$610,667.40
	7	\$2,068,579,082.13	AutoETS	\$3,503,344.80	\$3,503,344.80
	8	\$9,551,016.19	ADIDA	\$32,844.50	\$32,844.50
	9	\$49,693,626.71	AutoETS	\$54,962.50	\$54,962.50
	10	\$56,330,508.66	AutoETS	\$149,581.10	\$149,581.10
#3 Rolling 4 weeks	1	\$12,477,756.90	ADIDA	\$29,520.10	\$18,686.80
	2	\$41,131,325.77	HistoricAverage	\$289,307.90	\$209,079.00
	3	\$4,468,181.31	AutoETS	\$14,249.80	\$9,962.40
	4	\$2,349,312.91	IMAPA	\$9,407.20	\$6,316.80
	5	\$1,509,059.68	ADIDA	\$5,001.00	\$3,982.90
	6	\$221,079,545.25	AutoETS	\$868,807.80	\$611,178.80
	7	\$2,068,579,082.13	AutoETS	\$4,724,277.50	\$3,496,982.80
	8	\$9,551,016.19	ADIDA	\$51,088.70	\$32,608.60
	9	\$49,693,626.71	AutoETS	\$73,583.50	\$54,995.90
	10	\$56,330,508.66	HistoricAverage	\$199,137.80	\$149,582.10

Table 18: Test set modèles Fuzzy time series

Scenarios	Category	Model	RMSE	MAE
#1 Rolling 7 days	1	PWFTS Grid '103	\$ 391,877.82	89,971.31
	2	WHOFTS Grid 63	\$ 483,226.04	195,128.90
	3			
	4	PWFTS CMeans 63	\$ 21,881.25	14,518.04
	5	PWFTS CMeans 83	\$ 11,796.90	7,404.34
	6	PWFTS CMeans 103	\$ 1,076,511.57	612,447.74
	7	WHOFTS Grid 103	\$ 8,786,569.79	5,604,632.98
	8			
	9			
	10			
#2 Rolling 1 week	1	WHOFTS Grid 63	\$ 802,893.75	\$ 293,232.29
	2	WHOFTS CMeans 103	\$ 1,639,054.17	\$ 1,017,223.12
	3	PWFTS CMeans 63	\$ 124,719.17	\$ 84,812.71
	4	PWFTS Grid 83	\$ 55,845.36	\$ 44,143.28
	5	PWFTS Grid 83	\$ 30,322.36	\$ 20,922.47
	6	WHOFTS CMeans 83	\$ 2,850,015.28	\$ 1,972,426.62
	7	HOFTS Grid 83	\$ 23,883,270.82	\$ 20,192,807.85
	8	PWFTS Entropy 63	\$ 240,286.95	\$ 139,125.79
	9	PWFTS Entropy 63	\$ 371,709.29	\$ 304,024.57
	10	PWFTS Grid 63	\$ 760,854.41	\$ 609,790.58
#2 Rolling 4 week	1	WHOFTS Grid 63	\$ 678,832.38	215,486.52
	2	WHOFTS CMeans 103	\$ 1,929,533.03	1,299,685.01
	3	PWFTS CMeans 63	\$ 108,960.69	87,460.47
	4	PWFTS CMeans 43	\$ 77,020.69	59,146.98
	5	PWFTS CMeans 43	\$ 32,188.86	25,039.13
	6	WHOFTS CMeans 83	\$ 2,918,490.43	2,038,488.38
	7	HOFTS Grid 83	\$ 37,750,183.75	33,281,118.80
	8	WHOFTS CMeans 43	\$ 336,849.98	272,646.26
	9	PWFTS Grid 43	\$ 304,231.74	240,398.09
	10	PWFTS Grid 63	\$ 825,929.24	\$ 645,295.91



Figure 17: Cash in Rolling 1 weeks AutoETS



Figure 18: Cash in Rolling 4 weeks AutoETS