

## 47. Radioaktive Strahlung



Kennenlernen des Aufbaus der Atomkerne, der Gesetze der Radioaktivität und kernphysikalischer Meßmethoden. Dosimetrie und biologische Wirkung radioaktiver Strahlung. Messungen mit Geiger-Müller-Zählrohr und radioaktiver Quelle ( $\gamma$ -Strahler).



*Standardlehrbücher* (Stichworte: Atomkern, Radioaktivität, Proton, Neutron, Zerfallsgesetz, Zählrohr, Aktivität, Dosimetrie),

*Bethe*: Kernphysik

*Strahlenschutzverordnung*.



### Aufbau der Atomkerne

Ein **Atom** besteht aus einem sehr kleinen positiv geladenen **Atomkern**, der fast die gesamte Atommasse enthält, und einer Anzahl von Elektronen, die man sich in einem einfachen Modellbild als den Kern auf Bahnen umkreisend vorstellen kann, Bild 47.1a. Jedes **Elektron** besitzt die gleiche Ladung, die negative Elementarladung  $-e \approx -1,6 \cdot 10^{-19}$  As. Der Atomdurchmesser von ca.  $10^{-8}$  cm ist durch die **Atomhülle** oder **Elektronenhülle** bestimmt. Der Kern besitzt dagegen nur einen Durchmesser von ca.  $10^{-13}$  cm.

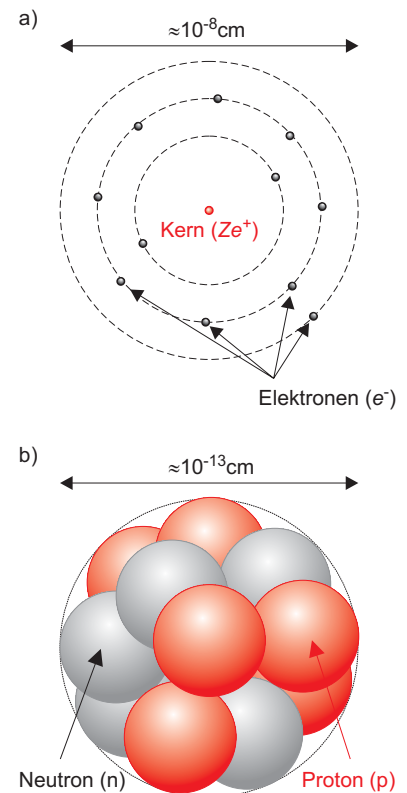
Die Atomkerne setzen sich aus **Protonen**  $p$  und **Neutronen**  $n$  zusammen, die durch die extrem starke, aber nur über sehr kurze Entfernungen wirksame **Kernkraft** zusammengehalten werden, Bild 47.1b.

Protonen tragen die Ladung  $+e$ , Neutronen dagegen sind elektrisch neutral. Die Masse von Protonen  $m_p$  ist etwa gleich der von Neutronen  $m_n$  und um einen Faktor 1836 größer als die von Elektronen:

$$m_n \approx m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \approx 1836 \cdot m_e \quad .$$

Ein Atom, das im **Periodischen System** der Elemente die **Ordnungszahl**  $Z$  besitzt, hat  $Z$  Protonen im Kern und auch  $Z$  Außenelektronen. Die Kernladung  $Ze^+$  wird also durch die Ladung aller Elektronen gerade kompensiert, d. h. das Atom ist nach außen hin elektrisch neutral. Zusammen mit den  $N$  Neutronen erhält man für die Gesamtzahl der Kernteilchen oder **Nukleonen** die sog.

$$\text{Massenzahl} \quad A = Z + N \quad .$$



**Bild 47.1.** (a) Schematische Darstellung eines Atoms; (b) Schematische Darstellung eines Atomkerns, bestehend aus Neutronen und Protonen



**Tabelle 47.1.** Häufigkeiten  $h$  einiger stabiler Isotope und mittlere Molmassen  $M$  der Isotopengemische (Beispiele)

Element	Isotop	$h$ (%)	$M$ in g
Wasserstoff	${}^1_1\text{H}$	99,985	1,0079
	${}^2_1\text{H}$	0,015	
Helium	${}^3_2\text{He}$	0,000138	4,0026
	${}^4_2\text{He}$	99,999862	
Kohlenstoff	${}^{12}_6\text{C}$	95,02	12,01
	${}^{13}_6\text{C}$	0,75	
Schwefel	${}^{32}_{16}\text{S}$	95,02	32,06
	${}^{33}_{16}\text{S}$	0,75	
	${}^{34}_{16}\text{S}$	4,21	
	${}^{36}_{16}\text{S}$	0,02	
	${}^{38}_{16}\text{S}$	0,000138	
Kobalt	${}^{59}_{27}\text{Co}$	100	58,9332
Blei	${}^{204}_{82}\text{Pb}$	1,4	207,2
	${}^{206}_{82}\text{Pb}$	24,1	
	${}^{207}_{82}\text{Pb}$	22,1	
	${}^{208}_{82}\text{Pb}$	52,4	
	${}^{210}_{82}\text{Pb}$	0,000138	

Zur Kennzeichnung einer durch  $Z$  und  $N$  definierten Kernsorte, allgemein **Nuklid** genannt, wird an das Symbol des chemischen Elementes links oben die *Massenzahl*  $A$  und links unten die *Ordnungszahl*  $Z$  angeschrieben, z. B.  ${}^{23}_{11}\text{Na}$  (Natrium) oder  ${}^{238}_{92}\text{U}$  (Uran).

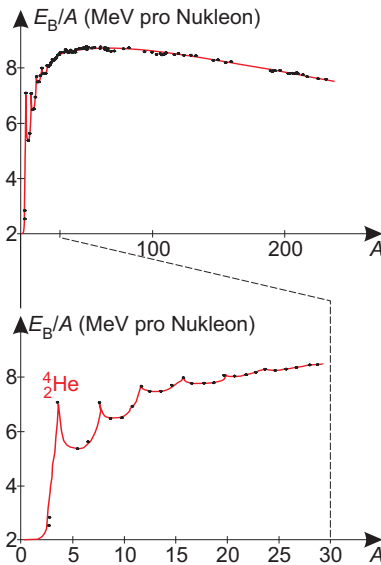
Die meisten natürlichen Elemente bestehen allerdings nicht nur aus einer Atomsorte, sondern aus einem Gemisch verschiedener Atomsorten, den **Isotopen**. Isotope eines Elementes besitzen immer die gleiche Anzahl von Protonen und damit stets die gleiche Kernladungszahl  $Z$ , jedoch eine unterschiedliche Anzahl an Neutronen und damit auch unterschiedliche Massen - Beispiele sind in Tabelle 47.1 zusammengestellt. So existiert z. B. das leichteste Element unseres Periodensystemes in drei verschiedenen Isotopen:  ${}^1_1\text{H}$  **Wasserstoff**,  ${}^2_1\text{H}$  **Deuterium** oder schwerer Wasserstoff und  ${}^3_1\text{H}$  **Tritium**. Das Tritium ist radioaktiv und kommt nicht natürlich auf unserer Erde vor - es ist daher nicht in Tabelle 47.1 aufgeführt. Tritium kann jedoch aus Kernreaktionen gewonnen werden. Die mittlere Molmasse  $M$  des natürlichen Isotopengemischs ist ebenfalls in Tabelle 47.1 angegeben. Dies ist die Masse von jeweils  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$  Atomen des natürlichen Isotopengemischs. Die mittlere Masse eines einzelnen Atoms ist  $M/N_A$ . Als atomare Bezugsgröße wird häufig auch die *atomare Masseneinheit*  $u = 1,66 \cdot 10^{-27}$  kg benutzt.  $u$  ist  $1/12$  der Masse eines Atoms des Kohlestoffsotops  ${}^{12}_6\text{C}$ .

Die chemischen Eigenschaften eines Atoms werden durch die Zahl  $Z$  der Hüllenelektronen und deren Verteilung auf die Schalen bestimmt. Das bedeutet auch, daß die chemischen Eigenschaften für alle Isotope eines Elementes gleich sind. In dem natürlichen Vorkommen der Elemente auf unserer Erde ist das Verhältnis der relativen Häufigkeiten  $h$  der Isotope, Tabelle 47.1, immer das gleiche.

Die **Bindungsenergien**  $E_B$  der Protonen und Neutronen, d. h. der Nukleonen im Kern, sind außerordentlich hoch und liegen in der Größenordnung von  $\text{MeV} = 10^6 \text{ eV}$  (Elektronenvolt). 1 MeV ist gleich der kinetischen Energie eines einfach geladenen Teilchens, z. B. eines Protons oder Elektrons, das die Spannungsdifferenz von 1 Million Volt (!) durchlaufen hat. Vergleichsweise betragen die chemischen Bindungsenergien im Atom oder Molekül nur einige Elektronenvolt.

In erster Näherung ist die Bindungsenergie  $E_B$  für Protonen und Neutronen in den unterschiedlichen Kernen etwa gleich groß: ca. 8 MeV. Eine genauere Betrachtung zeigt allerdings, daß die Kerne mit mittlerer Molmasse die größte Bindungsenergie pro Nukleon besitzen und deshalb am stabilsten sind, wie aus Bild 47.2 ersichtlich.

Bei den sehr schweren Kernen nimmt die Bindungsenergie und damit die Stabilität mit wachsender Ordnungszahl infolge der elektrostatischen Abstoßung zwischen den zahlreichen Protonen ab. Unter den leichten Kernen ist die Kombination von 2 Protonen und 2 Neutronen, d. h. der He-Kern, bei weitem am stabilsten. Daher werden z. B. von schweren instabilen, d. h. radioaktiven Kernen, aus energetischen Gründen nicht Protonen, sondern  ${}^4_2\text{He}$ -Kerne, die sog.  $\alpha$ -Strahlung, ausgesandt.



**Bild 47.2.** Bindungsenergie pro Nukleon in Abhängigkeit von der Massenzahl für alle Elemente

Durch Verschmelzung leichter Kerne, **Kernfusion**, gewinnt man ebenso Energie wie durch die Spaltung von schweren Kernen zu mittelschweren Kernen, **Kernspaltung**.



## Eigenschaften radioaktiver Strahlung

Die schwersten Kerne im periodischen System der Elemente, wie z. B. Radium, Thorium und Uran, sind nicht mehr stabil. Sie wandeln sich unter Aussendung von Strahlung in andere Kerne um: **radioaktiver Zerfall**. Die neuen Kerne sind im allgemeinen ebenfalls instabil und zerfallen weiter. Man findet in der Natur unterschiedliche Zerfallsreihen mit radioaktiven Nukliden, sog. **Radionukliden**, wobei jedes auftretende Radionuklid eine charakteristische mittlere **Lebensdauer**  $\tau$  bzw. **Halbwertszeit**  $T_{1/2} = \tau \ln 2$  besitzt. Der Zerfall erfolgt allerdings statistisch, so daß man für ein einzelnes Atom nicht voraussagen kann, wann es zerfällt.

Der radioaktive Zerfall läßt sich durch äußere physikalische Bedingungen, wie hohe Temperaturen, magnetische oder elektrische Felder etc. nicht beeinflussen. Jede Zerfallsreihe endet schließlich bei einem stabilen Nuklid mit der Lebensdauer  $\tau = \infty$ , in den meisten Fällen bei einem Blei-Isotop.

Die Halbwertszeiten  $T_{1/2}$  für die verschiedenen radioaktiven Substanzen sind extrem unterschiedlich und liegen zwischen weniger als  $10^{-8}$  s und mehr als  $10^{10}$  Jahren! Die Halbwertszeit von  $^{60}_{27}\text{Co}$  z. B. beträgt 5,2 Jahre.

Die **Aktivität**  $A$  einer radioaktiven Substanzmenge ist gleich der Anzahl der Zerfälle  $\Delta N$  pro Zeitintervall  $\Delta t$

$$A = \frac{\Delta N}{\Delta t} \quad ; \quad [A] = 1 \text{ Bequerel} = 1 \text{ B} = \frac{1 \text{ Zerfall}}{1 \text{ Sekunde}} .$$

Alte Einheit: 1 Curie = 1 Ci =  $3,7 \cdot 10^{10}$  B .

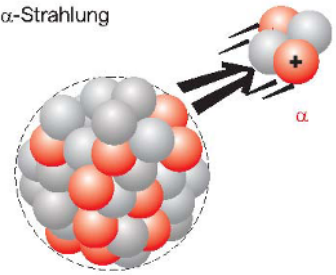
Die Aktivität ist proportional zur Menge des Radionuklids und umgekehrt proportional zur Lebensdauer  $\tau$ .

Radioaktive Strahlung kann durch ihre **ionisierende Wirkung** nachgewiesen werden, z. B. durch Ionisation von Gasatomen (*Ionisationskammer, Geiger-Müller-Zählrohr, Wilson-Nebelkammer*) oder durch Schwärzung fotografischer Schichten (*Kernspurplatten, Radiografie, Dosimetrie*), durch Anregung von Leuchtstoffen zu Lichtblitzen (*Zählung mit Fotomultiplier, Szintillationen*) und durch Erzeugung von freien Elektronen in Halbleiter-Kristallen (*Halbleiter-Strahlungsdetektor*).

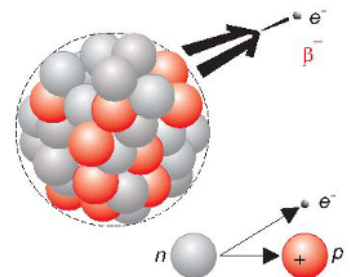
Die wichtigsten Arten radioaktiver Strahlung sind die  **$\alpha$ -Strahlung** ( $^4_2\text{He}$ -Kerne), die  **$\beta^-$ -Strahlung** (Elektronen) und die  **$\gamma$ -Strahlung**, eine sehr kurzwellige elektromagnetische Strahlung (Photonen), Bild 47.3.

Die verschiedenen Strahlungsarten unterscheiden sich wesentlich in der *Durchdringungsfähigkeit von Materie*:  $\alpha$ -Strahlung wird schon in einer äußerst dünnen Aluminium-Folie ( $d < 0,01$  mm) oder einer Postkarte fast vollständig absorbiert,  $\beta^-$ -Strahlung wird dagegen erst von Al-Blech

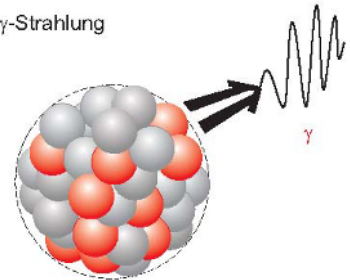
a)  $\alpha$ -Strahlung



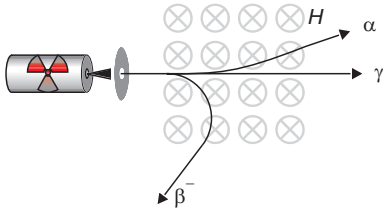
b)  $\beta^-$ -Strahlung



c)  $\gamma$ -Strahlung



**Bild 47.3.** Schematische Darstellung der radioaktiven Zerfallsarten: (a)  $\alpha$ -, (b)  $\beta^-$ - und (c)  $\gamma$ -Strahlung



**Bild 47.4.**  $\alpha$ -,  $\beta^-$ - und  $\gamma$ -Strahlung in einem homogenen Magnetfeld  $H$ , schematisch

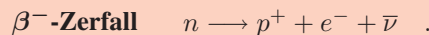
( $d \geq 1$  mm) abgeschirmt, während ein Teil der  $\gamma$ -Strahlung auch noch 100 mm dicke Aluminium-Blöcke durchdringt. Die Absorption radioaktiver Strahlung wächst ferner mit der Materialdichte, deshalb werden häufig Blei-Abschirmungen verwendet.

Eine Identifizierung und Untersuchung von  $\alpha$ - und  $\beta$ -Strahlung ist durch ihre *Ablenkung* in transversalen elektrischen oder magnetischen Feldern möglich, da sie aus schnell fliegenden, geladenen Teilchen bestehen. Die Ablenkung erfolgt in entgegengesetzten Richtungen und ist proportional zum Verhältnis Ladung/Masse der Teilchen, wie in Bild 47.4 schematisch dargestellt. Die  $\gamma$ -Strahlung, d. h. ein Photonenstrom, wird natürlich nicht abgelenkt.

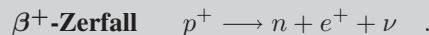
Sehr stark unterscheidet sich auch die *ionisierende Wirkung* der drei radioaktiven Strahlungsarten. Während ein  $\alpha$ -Teilchen z. B. in atmosphärischer Luft pro Zentimeter Weglänge einige hundert Ionen erzeugt, werden vom  $\beta$ -Teilchen nur einige wenige Ionen pro Zentimeter erzeugt. Dies ist z. B. ein wichtiges Unterscheidungsmerkmal bei den Spuren in einer Nebelkammer. Die  $\gamma$ -Strahlung besitzt nur eine sehr geringe ionisierende Wirkung. Je stärker die Strahlung ionisiert, um so geringer ist ihre Eindringtiefe in Materie.

Bei der Aussendung eines  $\alpha$ -Teilchens,  ${}^4_2\text{He}$ -Kern, Bild 47.3a, verliert der Atomkern zwei positive Ladungen und vier Masseneinheiten. Es entsteht daher ein *Tochterkern*, der zu dem Element gehört, das im Periodensystem zwei Stellen links vom Ursprungs-Element steht.

Bei Aussendung von  $\beta^-$ -Strahlung, Bild 47.3b, entsteht dagegen ein Tochterkern, der im Periodensystem um eine Stelle nach rechts gerückt zu finden ist, da ein Neutron  $n$  in ein Proton  $p^+$ , ein Elektron  $e^-$  (und ein Anti-Neutrino  $\bar{\nu}$ ) zerfällt:

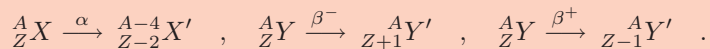


Ein  $\beta^+$ -Zerfall ist im übrigen ebenfalls möglich:

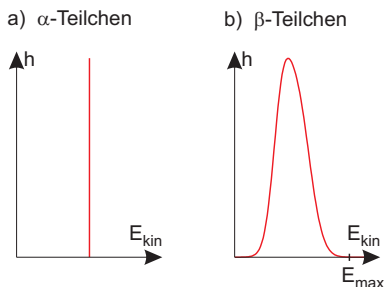


Diese Verschiebungen im Periodensystem durch  $\alpha$ - bzw.  $\beta$ -Zerfall werden beschrieben durch die

#### Fajans-Soddyschen Verschiebungsgesetze



Alle von einem bestimmten Nuklid ausgesandten  $\alpha$ -Teilchen besitzen die gleiche Energie  $E_{\text{kin}}$ , Bild 47.5a. Auch die Photonen der  $\gamma$ -Strahlung besitzen eine für den betrachteten Zerfall charakteristische diskrete Energie  $hf$ , d. h. eine Spektrallinie im kurzwelligen Bereich elektromagnetischer Strahlung.

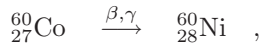


**Bild 47.5a,b.** Häufigkeitsverteilung der kinetischen Energien der  $\alpha$ - und der  $\beta$ -Strahlung, die beim Zerfall verschiedener Radionuklide entsteht

scher Strahlung: monochromatische Strahlung. Es können allerdings auch zwei oder mehr diskrete  $\gamma$ -Spektrallinien gleichzeitig auftreten.

Die  $\beta^-$ -Teilchen besitzen dagegen eine kontinuierliche Häufigkeitsverteilung der kinetischen Energien  $E_{\text{kin}}$ , die sich von Null bis zu einem für den Zerfall charakteristischen Maximalwert  $E_{\text{max}}$  erstreckt, Bild 47.5b. Da die Gesamtenergie des  $\beta^-$ -Zerfalls  $E_{\text{max}}$  konstant ist, besitzt die jeweilige verbleibende Energie das Anti-Neutrino  $\bar{\nu}$ . Entsprechendes gilt für den  $\beta^+$ -Zerfall.

$\gamma$ -Strahlung tritt stets nur zusammen mit  $\alpha$ - oder  $\beta$ -Strahlung auf. Betrachtet man z. B. das in den nachfolgenden Experimenten verwendete künstlich hergestellte radioaktive Isotop  $^{60}\text{Co}$  (Kobalt), das sich unter gleichzeitiger Aussendung von  $\beta$ - und  $\gamma$ -Strahlung in das stabile Isotop  $^{60}\text{Ni}$  (Nickel) umwandelt:



so treten eine maximale  $\beta$ -Energie von 0,31 MeV und zwei  $\gamma$ -Quanten mit Energien von 1,17 MeV und 1,33 MeV auf (siehe auch *Themenkreis 48:  $\gamma$ -Spektroskopie*). Die  $\beta$ -Strahlung ist also eine relativ weiche Strahlung und wird schon von der metallischen Umhüllung des Präparates absorbiert, so daß nur die  $\gamma$ -Strahlung aus dem Präparat austritt.

Außer bei den radioaktiven schweren Kernen gibt es auch unter den mittelschweren und leichten Elementen radioaktive Isotope. In der Regel kommen diese jedoch nicht in der Natur vor, sondern werden durch Atomumwandlungen, z. B. durch Bestrahlung natürlicher stabiler Elemente mit Neutronen im Atomreaktor künstlich erzeugt, **künstliche Radioaktivität**.



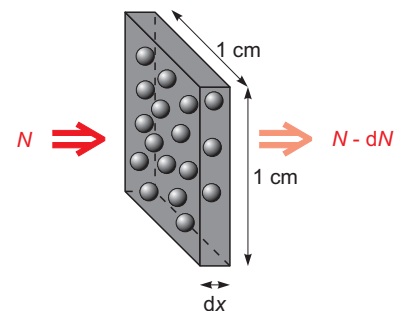
## Absorption von $\gamma$ -Strahlung

Das Durchdringungsvermögen radioaktiver Strahlung durch Materie hängt außer von der Art der Strahlung,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , auch von deren Energie sowie von Atomart und Dichte der Atome im Absorber ab.

Die Schwächung von  $\alpha$ - und  $\beta$ -Strahlung beim Durchtritt durch Materie erfolgt durch Absorption von Energie. Dabei erzeugen die geladenen Teilchen längs ihrer Flugbahn eine große Zahl von Ionen und Elektronen und verlieren so stufenweise ihre Energie, bis sie schließlich zur Ruhe kommen. Bei der Schwächung eines  $\gamma$ -Strahlenbündels dagegen gibt es beim Durchgang durch Materie neben den Absorptionsprozessen auch **Streuung**, d. h. eine Ablenkung einzelner Quanten aus ihrer Flugbahn.

Die Absorption bzw. Reichweite von  $\alpha$ -Strahlung wird im *Themenkreis 49:  $\alpha$ -Strahlung und Nebelkammer* dargestellt. Die folgenden Überlegungen gelten für  $\gamma$ -Strahlung.

Nach einer vereinfachten Modellvorstellung besitzt jedes Atom einen **Wirkungsquerschnitt**  $\sigma$ , d. h. vom Atom werden alle  $\gamma$ -Quanten absorbiert, die innerhalb einer Fläche  $\sigma$  eintreffen. Sind  $n$  Atome pro  $\text{cm}^3$  im Absorber vorhanden, so sind in einer Schicht der Dicke  $dx$  je  $\text{cm}^2$  Querschnittsfläche  $n dx$  Atome enthalten, und die abschattende Fläche beträgt  $\sigma n dx$ , Bild 47.6. Von den pro  $\text{cm}^2$  und Sekunde einfallenden  $N$   $\gamma$ -Quanten werden also absorbiert



**Bild 47.6.** Absorption radioaktiver Strahlung



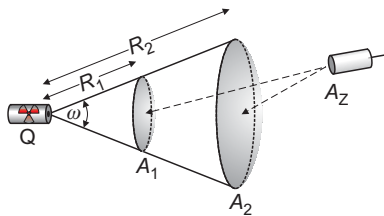
$$dN = -N\sigma ndx = -N\mu dx \quad \text{mit} \quad \mu = n\sigma, \quad ,$$

wobei  $\mu$  der **Absorptionskoeffizient** oder Schwächungskoeffizient ist. Für eine Platte endlicher Dicke  $d$  ergibt sich die Zahl der durchtretenden  $\gamma$ -Quanten  $N(d)$  durch Integration und man erhält das

$$\text{Absorptionsgesetz} \quad N(d) = N_0 e^{-\mu d}$$

mit der

$$\text{Halbwertsdicke} \quad \delta = \frac{\ln 2}{\mu} \quad \text{mit} \quad \ln 2 = 0,693 \quad .$$



**Bild 47.7.** Zur Herleitung des Abstandsgesetzes



### Abstandsgesetz

Die radioaktive Strahlung wird von den radioaktiven Atomen in der Regel in alle Raumrichtungen ausgesendet und breitet sich geradlinig aus. Alle Teilchen, die von einer annähernd punktförmigen Quelle  $Q$  durch eine Blendenöffnung in einen Raumwinkel  $\omega$  ausgesandt werden, durchsetzen die im Abstand  $R_1$  und  $R_2$  im gleichen Raumwinkel liegenden Flächen  $A_1$  und  $A_2$ , wie in Bild 47.7 dargestellt. Stellt man nun einen Strahlungsempfänger, z. B. ein Zählrohr mit der kleinen Fläche  $A_Z$  im Abstand  $R_1$  bzw.  $R_2$  von der Quelle auf, so wird nur ein Bruchteil  $A_Z/A_1$  bzw.  $A_Z/A_2$  des betrachteten Teilchenstromes gemessen. Da  $A_1 = \omega R_1^2$  und  $A_2 = \omega R_2^2$  ist der jeweils gemessene Teilchenstrom  $I$  umgekehrt proportional zum Quadrat der Entfernung Punktquelle-Empfänger. Damit erhält man das

$$\text{Abstandsgesetz} \quad I = \text{const.}/R^2 \quad .$$

Der Teilchenstrom  $I$  ist die Zahl  $N$  der durch eine Fläche  $A$  pro Zeiteinheit hindurchtretenden Teilchen. Der Quotient  $I/A$  wird als Teilchenstromdichte bezeichnet.



### Biologische Wirkungen radioaktiver Strahlung

Radioaktive Strahlung kann bei Absorption im tierischen und menschlichen Körper **Strahlenschäden** bewirken. Durch die in den lebenden Zellen erzeugten Ionen und freien Elektronen werden in den organischen, sehr komplizierten Molekülen chemische Reaktionen eingeleitet, die zu schwerwiegenden Folgen für den Organismus führen können, z. B. zur Krebserzeugung, insbesondere Blutkrebs (Leukämie), zu genetischen Schäden (Schädigung des Erbgutes) oder bei hohen Strahlungsdosen zu akuten Vergiftungserscheinungen, in Extremfällen mit tödlichem Ausgang wie beim Reaktorunglück in Tschernobyl 1986. Die Schäden machen sich oft nicht sofort nach der Bestrahlung, sondern erst nach längerer oder sehr



Radioisotop	Strahlenart	physikalische Halbwertszeit	Ablagerung in	biologische Halbwertszeit
Jod $^{131}_{53}\text{J}$	$\beta^-$	8 Tage	Schilddrüse	120 Tage
Cäsium $^{137}_{55}\text{Cs}$	$\beta^-$	30 Jahre	Muskelgewebe	100 Tage
Strontium $^{90}_{38}\text{Sr}$	$\beta^-$	28 Jahre	Knochen	50 Jahre
Radium $^{226}_{88}\text{Ra}$	$\alpha$	1600 Jahre	Knochen	50 Jahre
Plutonium $^{239}_{94}\text{Pu}$	$\alpha$	$2,4 \cdot 10^4$ Jahre	Knochen, Leber	100 Jahre

**Tabelle 47.2.** Physikalische und biologische Halbwertszeiten wichtiger Radioisotope

langer Zeit bemerkbar, Tage bis Jahre; die Erbschäden erst in der nächsten oder in den folgenden Generationen.

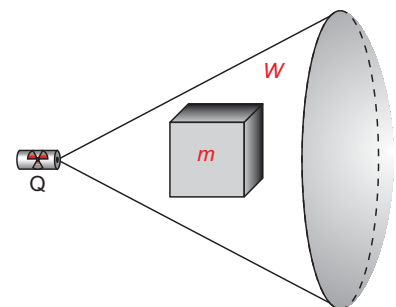
Beim Umgang mit ionisierenden Strahlungsquellen wie radioaktiven Substanzen oder auch mit Röntgen-Strahlung ist daher *äußerste Vorsicht* geboten. Besonders gefährlich ist die Aufnahme radioaktiver Substanzen mit der Nahrung, **Ingestion**, oder mit der Atemluft, **Inhalation**, bei anschließendem Einbau der Radionuklide in den Körper. Hierdurch erfährt der Körper eine Dauerstrahlungsbelastung, die während der ganzen Lebensdauer des Radionuklids anhält bzw. bis dieses nach einiger Zeit biologisch ausgeschieden wird. Neben der physikalischen Halbwertszeit eines Radioisotops ist daher für die Wirkung auf den menschlichen Organismus auch die **biologische Halbwertszeit** von großer Bedeutung; nach dieser Zeit hat der Körper die Hälfte der Nuklide wieder ausgeschieden, siehe Tabelle 47.2. Wie man sieht, kann die Verweildauer einiger Radionuklide sogar ein Menschenleben überdauern.

Der menschliche Körper ist ständig der einfallenden Höhenstrahlung, einer schwachen Strahlung natürlicher radioaktiver Elemente der Umgebung, z. B. aus Baustoffen, sowie einer Eigenstrahlung seines Gewebes ausgesetzt. Solange eine zusätzliche Strahlenbelastung im Rahmen der Schwankungsbreite der natürlichen Strahlenbelastung bleibt, sollten keine merklichen Schäden auftreten. Es wird deshalb eine gewisse **Toleranzdosis** für zulässig erklärt. Jede zusätzliche Strahlungsbelastung sollte jedoch so gering wie möglich bleiben, da sich die Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten von Strahlenschäden über lange Zeiten aufsummieren!

Bei der medizinischen Anwendung ionisierender Strahlung zur Diagnose oder zur Therapie muß der Arzt stets den medizinischen Nutzen der Maßnahme gegen die potentielle Gesundheitsgefährdung durch die Strahlung abwägen. In jedem Fall muß auch dabei die gewählte Dosis so gering wie möglich bleiben.

Zur quantitativen Erfassung der Strahlungsmenge und ihrer Wirkung verwendet man sog. Dosisbegriffe. Die **Energiedosis** ist der Quotient aus der im Gewebe absorbierten Strahlungsenergie und der Masse des Gewebes, Bild 47.8.

$$\text{Energiedosis} \quad D = \frac{dW}{dm} \quad .$$



**Bild 47.8.** Veranschaulichung der Energiedosis

**Tabelle 47.3.** Wichtungsfaktoren  $w_R$ 

Strahlenart	$w_R$
$\alpha$ - Strahlung	20
$\beta$ - Strahlung	1
$\gamma$ - Strahlung	1
Neutronen	5 bis 10

Einheit: 1 Gray = 1 Gy = 1 J/kg (früher 1 Rad = 1 rd = 0,01 Gy).

Wichtiger für den Strahlenschutz ist jedoch der Begriff der **Organdosis**  $H_R$ , da er die biologische Wirkung der unterschiedlichen Strahlenarten berücksichtigt.  $H_R$  ist das Produkt aus der Energiedosis  $D$  und einem dimensionslosen Wichtungsfaktor  $w_R$  (der Index R steht für Strahlung, englisch: radiation), der die Schädlichkeit der jeweiligen Strahlung charakterisiert.

$$\text{Organdosis} \quad H_R = w_R D \quad .$$

Einheit: 1 Sievert = 1 Sv = 1 J/kg (früher 1 rem = 0,01 Sv). In Tabelle 47.3 sind die Strahlungs-Wichtungsfaktoren für einige ionisierende Strahlenarten aufgeführt.



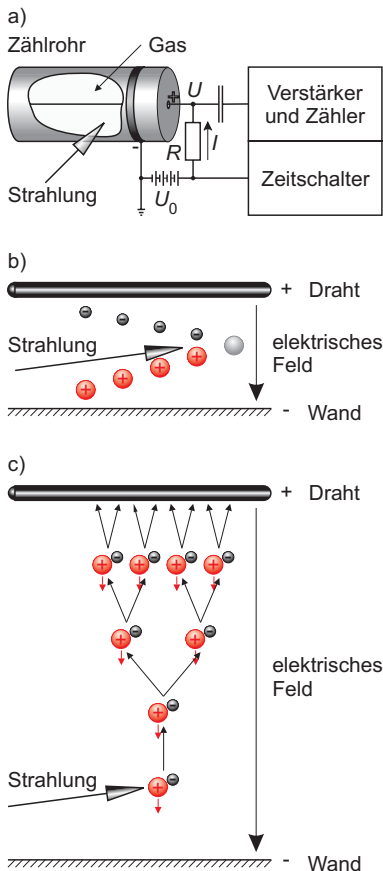
## Geiger-Müller-Zählrohr

Das **Geiger-Müller-Zählrohr** nutzt die ionisierende Wirkung radioaktiver Strahlung aus und ermöglicht so, einzelne  $\alpha$ - und  $\beta$ -Teilchen oder auch  $\gamma$ -Quanten nachzuweisen. Das Zählrohr nach H. Geiger und E.W. Müller besteht aus einem gasgefüllten zylindrischen Rohr, in dem axial ein dünner Draht (ca. 0,1 mm Durchmesser) isoliert aufgespannt ist, wie in Bild 47.9a dargestellt. An den Draht wird über einen hochohmigen Widerstand  $R$  die positive Spannung  $U$  (z. B. 500 V) angelegt. Ein  $\alpha$ - bzw.  $\beta$ -Teilchen oder ein  $\gamma$ -Quant, das in das Zählrohr eindringt, erzeugt im Füllgas eine Anzahl von Ionen und freien Elektronen, Bild 47.9b, die im elektrischen Feld zur Kathode bzw. Anode beschleunigt werden. In der Nähe des dünnen Drahtes ist die elektrische Feldstärke erheblich größer als im restlichen Volumen, d. h. die dorthin beschleunigten Elektronen, Bild 47.9c, können zwischen zwei Zusammenstößen mit Gasatomen durch Beschleunigung im elektrischen Feld soviel Energie aufnehmen, daß sie beim nächsten Stoß das neutrale Gasatom ionisieren. Auch die neu entstandenen geladenen Teilchen werden weitere Gasatome ionisieren, so daß sich in einer Kettenreaktion eine *Lawine von Ladungsträgern* ausbildet. Der entsprechend ansteigende Strom  $I$  fließt über den Widerstand  $R$ , an dem nun der Spannungsabfall  $U_R = IR$  schnell die Größenordnung der Batteriespannung  $U_0$  erreicht, Bild 47.9a. Entsprechend sinkt die Spannung am Zählrohr

$$U = U_0 - U_R \quad ,$$

und die Gasentladung bricht zusammen.

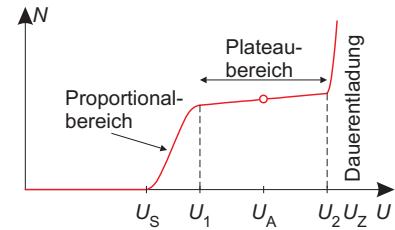
Sobald ein weiteres ionisierendes Teilchen einfällt, wiederholt sich der Vorgang. Die Spannungsimpulse werden elektronisch verstärkt und mit einem Zähler gezählt. Folgt allerdings das nächste Teilchen bereits, bevor die Gasentladung erloschen ist, so wird es keinen weiteren Impuls auslösen. Das Zählrohr besitzt also eine gewisse **Totzeit** (typisch  $t_{\text{tot}}$  einige  $10^{-4}$  s).



**Bild 47.9.** (a) Aufbau und Schaltung zur Registrierung der Zählrate beim radioaktiven Zerfall mit dem Geiger-Müller-Zählrohr, (b) Ionisierung von Gasatomen, (c) Lawineneffekt



Mißt man bei konstanter Bestrahlung die Zählrate  $N$  für verschiedene Spannungen  $U$ , so erhält man die **Zählrohrkennlinie**, Bild 47.10. Unterhalb eines gewissen Schwellwertes  $U_S$  tritt keine Verstärkung durch Stoßionisation im Zählrohrgas ein, und man beobachtet keine Impulse. Oberhalb von  $U_S$  steigt dann die Zählrate zunächst steil an, erreicht aber bald eine gewisse Sättigung bei  $U_1$ , weil dann fast jedes in das Zählrohr eindringende ionisierende Teilchen einen zählbaren Impuls auslöst: *Plateaubereich*. Oberhalb der Spannung  $U_2$  wird die Impulsrate durch Nachentladungen erhöht und bei noch höheren Spannungen  $U_Z$  setzt schließlich eine Dauergasentladung ein, die zur Zerstörung des Zählrohres führen kann. Als Arbeitsspannung  $U_A$  wählt man einen Wert, der etwa in der Mitte des Plateaubereiches liegt.



**Bild 47.10.** Kennlinie eines Geiger-Müller-Zählrohres

Auch wenn man alle radioaktiven Quellen aus der Umgebung des Zählrohres entfernt, mißt man dennoch eine gewisse geringe Zählrate  $N_0$ , die **Nullrate**. Diese wird durch die *kosmische Strahlung*, die *Höhenstrahlung*, sowie durch geringe Spuren radioaktiver Substanzen im Zählrohrmaterial und in der Umgebung, z. B. in den Baustoffen der Wände, verursacht. Die Nullrate  $N_0$  überlagert sich natürlich auch einer vom Präparat herrührenden Zählrate  $N_P$ , d. h. es wird stets die Summe  $N$  gemessen:

$$N = N_P + N_0 \quad .$$



## Statistische Schwankungen bei Zählungen

Der Zerfall radioaktiver Substanzen unterliegt statistischen Schwankungen. Zählt man bei konstanter mittlerer Strahlungsintensität während einer Zeit  $T$  die Zählrohrimpulse, so erhält man bei  $n$ -facher Wiederholung der Messung die um einen Mittelwert  $\bar{N}$  schwankenden Ergebnisse  $N_1, N_2, N_3, \dots, N_n$ . Als Maß für die Schwankungen wird die Standardabweichung  $\Delta N$ , d. h. der mittlere quadratische Fehler der Einzelmessung, benutzt. Nach den Formeln der Fehlerstatistik kann  $\Delta N$  aus den Abweichungen der Einzelbeobachtungen  $N_i$  vom Mittelwert  $\bar{N}$  ausgerechnet werden:

$$\Delta N = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (N_i - \bar{N})^2} \quad \text{mit} \quad \bar{N} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n N_i \quad .$$

Andererseits ergibt die statistische Theorie der Zählprozesse:

$$\Delta N = \sqrt{\bar{N}} \quad \text{oder} \quad \frac{\Delta N}{\bar{N}} = \frac{\sqrt{\bar{N}}}{\bar{N}} = \frac{1}{\sqrt{\bar{N}}} \quad .$$

Der relative Fehler  $\Delta N / \bar{N}$  wird also um so kleiner, je mehr Impulse gezählt werden, d. h. je länger die Meßzeit  $T$  gewählt wird.



## 47.1 Zählrohrkennlinie und statistische Schwankungen beim radioaktiven Zerfall (1/3)



**Bei Experimenten mit radioaktiven Stoffen sind besondere Sicherheitshinweise zu beachten:**

- Nur mit Blei abgeschirmte radioaktive Quellen verwenden!
- Experimentierdauer kurz halten!
- Vermeiden, sich der radioaktiven Strahlung direkt auszusetzen!
- Schwangere dürfen radioaktive Experimente nicht durchführen!



Messung der Kennlinie eines Geiger-Müller-Zählrohres. Ermittlung der statistischen Schwankungen beim radioaktiven Zerfall und Überprüfung von Näherungsformeln.



Radioaktives Präparat:  $\gamma$ -Strahler (z. B.  $^{60}_{27}\text{Co}$  mit Aktivität  $A \approx 10^6$  Bq) in Bleiabschirmung, Geiger-Müller-Zählrohr mit Netzgerät (Spannung variabel, z. B.  $U = 300$  bis  $600$  V), elektronisches Zählgerät oder Stoppuhr, Stativmaterial.



### Sinnvolle Zählrate

Das Schema der Zählrohr-Anordnung ist in Bild 47.9a dargestellt. Mit einem elektronischen Zeitschalter oder einer Stoppuhr können verschiedene Zählzeiten eingestellt werden, in denen die Zahl der Impulse  $N$  gemessen wird.

Zunächst wird eine sinnvolle Zählrate eingestellt. Dazu wählt man eine Zählrohrspannung im Plateau-Bereich (typisch  $U = 400$  V –  $600$  V) und eine Zählzeit  $T$  von z. B.  $30$  s. Die Entfernung zwischen Quelle und Zählrohr wird nun so eingestellt, daß man etwa  $N = 1000$  Impulse in der Zeit  $T$  mißt und damit eine hinreichende Genauigkeit erreicht.



Der ermittelte Abstand  $R$  wird notiert.



### Zählrohrkennlinie

Zur Messung der Zählrohrkennlinie  $N = f(U)$  wird die Spannung  $U$  in Schritten von z. B.  $30$  V, beginnend bei ca.  $300$  V bis zum Erreichen der Maximalspannung erhöht und jeweils die Impulszahl  $N$  gemessen.



Zur Auswertung wird die Kennlinie  $N = f(U)$  als Diagramm aufgezeichnet. Um den Fehlerbereich zu veranschaulichen, trägt man an jeden Meßpunkt den mittleren Fehler  $\pm\sqrt{N}$  als vertikale Strecke ein: *Fehlerbalken*.

Die Arbeitsspannung  $U_A$  wählt man für alle folgenden Messungen etwa in der Mitte des Plateau-Bereiches.



### Zählstatistik

Zum experimentellen Vergleich der o. a. Formeln für die Standardabweichung  $\Delta N$  bei Zählstatistiken stellt man eine relativ kurze Zählzeit, z. B.  $T = 20$  s, ein und wählt die Entfernung  $R$  zwischen Zählrohr und

Quelle so, daß  $N$  zwischen 100 und 200 Impulsen liegt. Die Zählung wird mehrfach, z. B. 15- bis 20-mal, unter gleichen Bedingungen wiederholt.



Der Mittelwert  $\bar{N}$  wird gebildet und die Abweichungen  $v_i = N_i - \bar{N}$ , sowie  $v_i^2$  berechnet. Nach obiger Gleichung wird  $\Delta N$  ermittelt und der Wert mit  $\Delta N = \sqrt{\bar{N}}$  verglichen.

## 47.2 Prüfung des Abstandsgesetzes (1/3)



Prüfung des Abstandsgesetzes für radioaktive Strahlung. Umgang mit doppelt-logarithmischen grafischen Darstellungen.



Radioaktives Präparat:  $\gamma$ -Strahler (z. B.  $^{60}_{27}\text{Co}$  mit  $A \approx 10^6$  Bq) in Bleiabschirmung, Geiger-Müller-Zählrohr mit Netzgerät, elektronisches Zählgerät oder Stoppuhr, dicker Blei- oder Stahlblock, Stativmaterial.



### Abstandsgesetz

Eine nicht zu kurze Zählzeit, z. B.  $T = 30$  s, wird gewählt und für etwa 10 verschiedene Abstände  $R$  zwischen Zählrohr und Quelle die Impulszahl  $N$  gemessen. Wegen des quadratischen Abstandsgesetzes sind äquidistante Schritte nicht sinnvoll. Vielmehr sollte  $R$  jeweils um den gleichen Faktor geändert werden, z. B. 1,2 bis 1,3. Für zu kleine Entfernungen wird die Zählrate so groß, daß sich die *Totzeit* des Zählrohres bereits störend bemerkbar macht; Messungen für  $R \leq 10$  cm oder Zählraten  $\geq 250$  Impulse pro Sekunde sind typischerweise nicht mehr sinnvoll.



### Bestimmung des Nulleffektes

Zur Bestimmung des *Nulleffektes* wird die radioaktive Quelle möglichst weit vom Zählrohr weggeschoben,  $R \geq 1$  m und mit ihrer Bleimantelöffnung zur Wand gedreht. Vor die Quelle wird zusätzlich ein dicker Blei- oder Stahlblock gestellt, so daß der Weg für die  $\gamma$ -Strahlung zum Zählrohr weitgehend abgeschirmt ist. Um  $N_0$  mit einiger Sicherheit bestimmen zu können, wird die Messung mehrfach wiederholt.

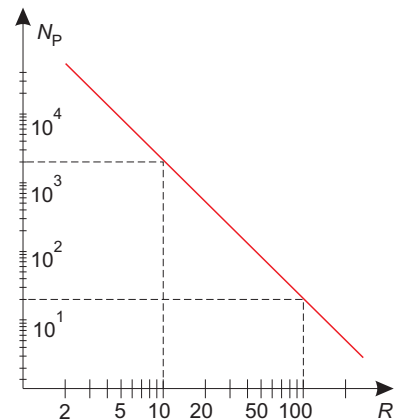


Durch Mittelung bestimme man zunächst  $N_0$ . Unter Berücksichtigung dieses Nulleffektes lautet das Abstandsgesetz

$$I \approx N_P = N - N_0 = \frac{\text{const}}{R^2} \quad , \quad \text{also} \quad \lg N_P = \text{const} - 2 \lg R \quad .$$

Man errechne aus den Meßwerten  $N_P$  und  $\sqrt{N_P} \approx \Delta N_P$ . Zur Nachprüfung des quadratischen Abstandsgesetzes werden die Werte von  $N_P$  und  $R$  in *doppelt-logarithmischem Maßstab* wie in Bild 47.11 aufgetragen und die *Fehlerbalken* eingezeichnet, die in einer solchen nichtlinearen Grafik sehr unterschiedliche Längen besitzen!

Um Theorie und Experimente zu vergleichen, zeichnet man im log-log-Diagramm eine Gerade mit dem Anstieg  $n = -2$  durch die Meßpunkte. Eine mögliche Abweichung bei kleinen Abständen soll diskutiert werden.



**Bild 47.11.** Die Funktion  $N_P \propto 1/R^x$  in doppelt-logarithmischer Darstellung ergibt eine fallende Gerade, aus deren Steigung der Exponent  $x$  berechnet werden kann



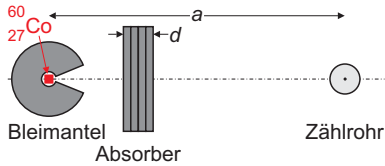
### 47.3 Prüfung des Absorptionsgesetzes (1/3)



Das Absorptionsgesetz für radioaktive Strahlung soll überprüft werden. Umgang mit einfach-logarithmischen grafischen Darstellungen.



Radioaktives Präparat:  $\gamma$ -Strahler (z. B.  $^{60}_{27}\text{Co}$  mit  $A \approx 10^6$  Bq) in Bleiabschirmung, Geiger-Müller-Zählrohr mit Netzgerät, elektronisches Zählgerät oder Stoppuhr, Absorberplatten aus unterschiedlichen Materialien (z. B. Al, Fe, Cu, Pb, Kunststoff), Schiebelehre, diverses Stativmaterial.



**Bild 47.12.** Schematischer Versuchsaufbau zum Absorptionsgesetz



#### Absorptionsgesetz

Zwischen Quelle und Zählrohr werden Absorberplatten eingesetzt, Bild 47.12, und die Impulszahl  $N$  als Funktion der Plattenzahl, d. h. der Gesamtdicke  $d$  mehrfach gemessen, z. B. je 10 Messungen. Die Dicke der Platten wird mit einer Schiebelehre bestimmt. Die durch den Nulleffekt bedingte Impulszahl  $N_0$  muß auch hier wieder berücksichtigt werden.

Der Abstand  $a$  zwischen Quelle und Zählrohr wird möglichst klein gewählt, um bei kurzen Meßzeiten hinreichend hohe Impulszahlen und damit eine ausreichende Genauigkeit zu bekommen. Die Zählzeit  $T$  wird so eingestellt, daß man ohne Absorber, also  $d = 0$ , etwa 800 bis 1000 Impulse mißt. Die Absorberplatten werden möglichst dicht vor die Quelle gesetzt, um nicht zu viel von der im Absorber entstehenden Streustrahlung mitzumessen.



Unter Berücksichtigung des Nulleffektes lautet das Absorptionsgesetz

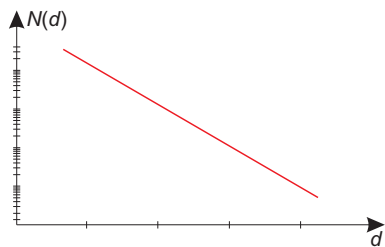
$$N(d) = N - N_0 = N(0)e^{-\mu d}$$

mit der Halbwertsdicke  $\delta = \ln 2 / \mu$ . Dabei ist  $N(0)$  der Wert von  $N(d)$  bei  $d = 0$ . Durch Logarithmieren (dekadischer Logarithmus) der Zahlenwerte von  $N$  ergibt sich

$$\lg N(d) = \lg N(0) - \mu d \lg e$$

Aus den Meßergebnissen wird  $N(d)$  und  $\sqrt{N(d)} \approx \Delta N(d)$  ausgerechnet und ebenfalls in die Tabelle eingetragen. Zwecks grafischer Auswertung wird  $N(d)$  als Funktion von  $d$  in halb-logarithmischer Darstellung aufgetragen und linear interpoliert, Bild 47.13. Zu jedem Meßpunkt wird der Fehlerbalken  $\Delta N(d) \approx \sqrt{N(d)}$  eingezeichnet (Achtung: logarithmische Skala!).

Die Halbwertsdicke  $\delta$  läßt sich aus dem Diagramm direkt ablesen: Für  $d = \delta$  ist  $N(d) = N(0)/2$ . Der Absorptionskoeffizient errechnet sich aus  $\mu = \ln 2 / \delta$ .



**Bild 47.13.** Die Exponentialfunktion  $N(d) = N(0)e^{-\mu d}$  in halb-logarithmischer Darstellung ergibt eine fallende Gerade

### 47.4 Absorptionskoeffizient und Wirkungsquerschnitt verschiedener Substanzen für $\gamma$ -Strahlung (2/3)



Für verschiedene Materialien mit unterschiedlicher Dichte  $\rho$  sollen die Absorptionskoeffizienten  $\mu$  für  $\gamma$ -Strahlung gemessen und



die atomaren Wirkungsquerschnitte berechnet werden. Das Gesetz  $\mu/\rho = \text{const}$  soll überprüft werden. Aus der Größe  $\mu/\rho$  soll der Elektronenradius abgeschätzt werden.



Zählrohr-Meßanordnung mit radioaktiver Quelle:  $\gamma$ -Strahler (z. B.  $^{60}_{27}\text{Co}$  mit  $A \approx 10^6 \text{ Bq}$ ) in Bleiabschirmung, Abschirm-Stahlblock, z. B.  $10 \times 4 \times 8 \text{ cm}^3$ , Halter für Substanzproben, Proben: Blei, Stahl, Aluminium, Kunststoff (PVC), Holz, u. a.; Maßstab, Schiebelehre.



Setzt man zwischen radioaktiver Quelle und Zählrohr verschiedene Materialien ein, so kann man aus der Schwächung der Strahlung bei bekannter Materialdicke  $d$  aus dem *Absorptionsgesetz* die *Absorptionskoeffizienten* bzw. Schwächungskoeffizienten  $\mu$  bestimmen. Dazu werden die Impulszahlen  $N$  einmal ohne und einmal mit den ausgewählten Absorbierkörpern zwischen Quelle und Zählrohr gemessen. Die Messung wird für verschiedene Probendicken  $d$  wiederholt.

Die statistischen Schwankungen bei Zählungen bedingen einen relativen Fehler. Um große Impulszahlen und damit eine angemessene Genauigkeit zu erreichen, verwende man eine relativ lange Meßzeit (z. B.  $T = 2 \text{ min}$ ) und einen möglichst kleinen Abstand ( $a \approx 20 \text{ cm}$ ) zwischen Quelle und Zählrohr; jede Messung wiederhole man mindestens dreimal. Der Nulleffekt ist wieder zu berücksichtigen.



Nach der Formel für den Absorptionskoeffizienten wird  $\mu$  berechnet. Von den Mittelwerten der Meßergebnisse  $\bar{N}$  wird dabei die Nullrate abgezogen  $N_P = \bar{N} - N_0$ . Es folgt durch Logarithmieren

$$\ln \frac{N_P}{N_{P_0}} = -\mu d \quad \text{oder} \quad \mu = \frac{1}{d} \ln \frac{N_{P_0}}{N_P} .$$

Man vergleiche die gemessenen Werte für  $\mu$  mit den in Tabelle 47.4 aufgeführten Literaturwerten. Man beachte dabei, daß beim  $\beta$ -Zerfall von  $^{60}\text{Co}$  zwei  $\gamma$ -Quanten entstehen und verwende deren mittlere Energie.

Bei der im Experiment verwendeten  $\gamma$ -Strahlung (Quantenenergie  $\geq 1 \text{ MeV}$ ) ist das Verhältnis  $\mu/\rho$ , also der *Massenabsorptionskoeffizient*, in erster Näherung konstant, d. h. unabhängig vom Material des Absorbers. Hierbei ist  $\rho$  die Dichte des Materials. Der *Wirkungsquerschnitt*  $\sigma$  eines einzelnen Atomes für die vorliegende  $\gamma$ -Strahlung läßt sich aus

$$\mu = n\sigma$$

berechnen, wenn außer  $\mu$  auch die Zahl  $n$  der Atome pro Volumen für die untersuchte Substanz bekannt ist. Ist  $M$  die Molmasse und  $N_A$  die Zahl der Atome pro Mol, so gilt

$$n = \frac{N_A \rho}{M}$$

mit der *Avogadro-Konstanten*

$$N_A = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} .$$

Die Werte von  $\rho$  und  $M$  sind für verschiedene Materialien in Tabelle 47.4 angegeben, so daß sich

**Tabelle 47.4.** Dichte  $\rho$ , Molmasse  $M$  und Absorptionskoeffizient  $\mu$  für eine  $\gamma$ -Energie von etwa 1,25 MeV für verschiedene Materialien


Material	Dichte $\rho$ g/cm <sup>3</sup>	M g	$\mu$ cm <sup>-1</sup>
Pb	11,35	207,2	0,7
Messing	8,50	64,3	--
Fe	7,86	55,8	0,4
Al	2,80	27,0	0,15
Kunststoff	1,33	--	--
Holz	0,57	--	--
Strahlenschutzgläser	2,53	--	--
	3,60	--	--
	5,20	--	--



$$\mu/\rho \quad \text{und} \quad \sigma = \frac{\mu}{n} = \frac{\mu}{\rho} \frac{M}{N_A}$$

für einige der untersuchten Proben ausrechnen lassen.

Man berechne ferner für eine der untersuchten Substanzen (Metall) die Querschnittsfläche  $Q_A = n^{-2/3}$  eines Atoms und vergleiche sie mit dem Wirkungsquerschnitt  $\sigma_A$ . Wieviele Atome werden vom  $\gamma$ -Quant im Mittel durchquert?

 **Fehlerbetrachtung:** Der Fehler von  $d$  kann vernachlässigt werden. Für den Fehler von  $\mu$  ergibt sich dann

$$\frac{\Delta\mu}{\mu} = \frac{1}{\mu d} \left( \frac{\Delta N_{P_0}}{N_{P_0}} + \frac{\Delta N_P}{N_P} \right) = \frac{1}{\mu d} \left( \frac{1}{\sqrt{N_{P_0}}} + \frac{1}{\sqrt{N_P}} \right)$$

Der Fehler des Wirkungsquerschnitts  $\sigma$  ist

$$\frac{\Delta\sigma}{\sigma} = \frac{\Delta\mu}{\mu} \quad .$$



### Abschätzung der Größe des Elektrons

Bei den durchgeführten Versuchen beruht die Schwächung der  $\gamma$ -Strahlung beim Durchtritt durch Materie überwiegend auf der *Compton-Streuung*, also auf Stoßprozessen zwischen Lichtquanten und Elektronen. Man nehme in einem stark vereinfachten Modell das Elektron als kleine Kugel mit dem Radius  $r_E$  und das Photon als punktförmig an. Der Wirkungsquerschnitt pro Elektron ist dann  $\sigma_E = \pi r_E^2$ . Andererseits ist der aus dem Schwächungskoeffizienten  $\mu$  experimentell ermittelte Wirkungsquerschnitt für ein einzelnes Absorberatom  $\sigma = \mu M / \rho N_A$ , wie bereits angegeben. Da jedes Absorberatom  $Z$  Hüllenelektronen besitzt, ist der Wirkungsquerschnitt für jedes einzelne Elektron  $\sigma_E = \sigma / Z$ .

Man berechne nach dieser Hypothese aus dem experimentell bestimmten Wert für  $\sigma$  den *Elektronenradius*  $r_E$  und vergleiche ihn mit dem Literaturwert von  $2,8 \cdot 10^{-15}$  m.

## 47.5 Messung der Totzeit eines Zählrohres (2/3)



Es soll die **Totzeit**  $t_{\text{tot}}$  bzw. das zeitliche *Auflösungsvermögen* der verwendeten Zählrohranordnung experimentell bestimmt werden.



Zählrohr-Meßanordnung, 2 radioaktive Quellen:  $\gamma$ -Strahler (z. B.  $^{60}_{27}\text{Co}$  mit  $A \approx 10^6$  Bq) in Bleiabschirmung.

### Bestimmung von $t_{\text{tot}}$ mit zwei $\gamma$ -Quellen

Jeder Zählvorgang erfordert eine gewisse endliche Zeit  $t_{\text{tot}}$ . Trifft der nächste Impuls innerhalb der Zeit  $t_{\text{tot}}$  nach dem vorhergehenden Impuls ein, so wird er nicht mitgezählt. Die Zeit  $t_{\text{tot}}$  bezeichnet man als *Totzeit* und  $1/t_{\text{tot}}$  als zeitliches *Auflösungsvermögen* der Zählordnung. Bei einer statistischen Impulsfolge werden grundsätzlich zu wenige Impulse gezählt, da gelegentlich zwei oder mehr Impulse innerhalb der Zeit  $t_{\text{tot}}$



zufällig eintreffen werden. Der Fehler der Zählungen wird um so größer, je größer die mittlere Zählrate ist. Es sei  $n$  die wahre Zählrate in 1/s,  $n'$  die gemessene Zählrate in 1/s und  $t_{\text{tot}}$  die Totzeit in s, innerhalb der kein einfallender Impuls registriert wird. Die Zählordnung ist also pro Sekunde  $n'$ -mal für die Zeitdauer  $t_{\text{tot}}$  für die Anzeige weiterer Impulse gesperrt. Innerhalb der Zeit  $t_{\text{tot}}$  treffen im Mittel  $nt_{\text{tot}}$  Impulse ein. Pro Sekunde werden daher  $n'nt_{\text{tot}}$  Impulse nicht gezählt; man zählt also nur  $n' = n - n'nt_{\text{tot}}$  Impulse/s. Daraus folgt durch Auflösen nach  $n$

$$n = \frac{n'}{1 - n't_{\text{tot}}} \quad .$$

Aus Messungen mit zwei etwa gleich starken radioaktiven Quellen 1 und 2 kann man die Totzeit folgendermaßen ermitteln: Man stelle die Quelle 1 in einem festen Abstand  $a$  links von dem Zählrohr auf und messe die Zählrate  $n'_1$ . Dann entferne man die Quelle 1, stelle die Quelle 2 im gleichen Abstand  $a$  rechts vom Zählrohr auf und messe die Zählrate  $n'_2$ . Schließlich messe man die Zählrate  $n'_{1+2}$  mit den beiden Quellen 1 und 2, jeweils im Abstand  $a$ . Die wahren Zählraten müßten sich dabei eigentlich addieren:  $n_1 + n_2 = n_{1+2}$ . Für die gemessenen Zählraten wird dagegen  $n'_1 + n'_2 > n'_{1+2}$  sein. Aus obiger Gleichung für  $n$  und  $n_1 + n_2 = n_{1+2}$  folgt

$$\frac{n'_1}{1 - n'_1 t_{\text{tot}}} + \frac{n'_2}{1 - n'_2 t_{\text{tot}}} = \frac{n'_{1+2}}{1 - n'_{1+2} t_{\text{tot}}} \quad .$$

Solange die Totzeit klein gegen die mittlere Impulszeit  $1/n$  ist, d. h. wenn  $nt_{\text{tot}} \ll 1$  ist, gilt näherungsweise

$$n'_1(1 + n'_1 t_{\text{tot}}) + n'_2(1 + n'_2 t_{\text{tot}}) \approx n'_{1+2}(1 + n'_{1+2} t_{\text{tot}}) \quad .$$

Daraus folgt für die Totzeit

$$t_{\text{tot}} \approx \frac{n'_1 + n'_2 - n'_{1+2}}{n'^2_{1+2} - n'^2_1 - n'^2_2} \quad .$$



Man zähle die Impulse  $N_1$ ,  $N_2$  und  $N_{1+2}$  über eine längere Zeit  $T$  (z. B. 60 s), wenn die Quellen 1 bzw. 2 im Abstand  $R$  aufgestellt sind und berechne die entsprechenden Raten  $n' = N/T$ . Es empfiehlt sich, jede Messung 3- bis 4-mal zu wiederholen. Der Wert von  $t_{\text{tot}}$  wird aus diesen Mittelwerten berechnet.

Um die Gültigkeit der Näherungsformel für  $t_{\text{tot}}$  und damit die der Ableitung zugrunde liegenden Annahmen nachzuprüfen, wird der Versuch für verschiedene Zählraten, d. h. für verschiedene Abstände  $R$  wiederholt, z. B. für  $R = 6, 8, 10$  und  $12$  cm.



Wie gut stimmen die  $t_{\text{tot}}$ -Werte überein?

Bei Beurteilung der Ergebnisse muß man allerdings die statistischen Fehler der Zählungen berücksichtigen:

Man nehme vereinfachend an, daß die Quellen genau gleich stark sind und setze abkürzend  $n'_1 = n'_2 = n$  und  $n'_{1+2} = \tilde{n}$ . Dann gilt

$$t_{\text{tot}} = (2n - \tilde{n})/(\tilde{n}^2 - 2n^2) \quad .$$



Der Fehler der Zählrate  $\Delta n$  ergibt sich aus dem statistischen Fehler  $\Delta N = \sqrt{N}$  der in der Zeit  $T$  gemessenen Anzahl  $N$  von Impulsen  $n = N/T$ ;  $\Delta n = \Delta N/T$ . (Die Zeitmessung wird als fehlerfrei angenommen.)

Wird  $N$  mehrfach gemessen, z. B.  $z$ -mal, dann ist der Fehler des Mittelwertes bekanntlich um den Faktor  $1/\sqrt{z}$  kleiner:

$$\Delta n = \sqrt{N}/(T\sqrt{z}) \quad .$$

Die Zählrate  $\tilde{n}$  ist nun etwa doppelt so groß wie  $n$ , und daher ist der Fehler etwa  $\Delta \tilde{n} = \sqrt{2}\Delta n$ . Der Fehler von  $t_{\text{tot}}$  ergibt sich zu

$$\Delta t_{\text{tot}} = \left| \frac{\partial t_{\text{tot}}}{\partial n} \right| \Delta n + \left| \frac{\partial t_{\text{tot}}}{\partial \tilde{n}} \right| \Delta \tilde{n} \quad .$$

Nach Ausführung der partiellen Ableitungen folgt:

$$\Delta t_{\text{tot}} = \frac{1}{n^2} \Delta n + \frac{1}{2n^2} \Delta \tilde{n} = \frac{\Delta n}{n^2} \left( 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{1,7 \Delta n}{n^2} \quad .$$

## 47.6 Untersuchung von Zählstatistiken (2/3)



Bei niedrigen Zählraten sollen über kurze Zählzeiten  $T$  die Impulszahlen  $N$  wiederholt bestimmt werden, um die Häufigkeit der Impulszahlen mit der Poisson- und der Gauß-Verteilung vergleichen zu können.



Zählrohr-Meßanordnung, radioaktive Quelle, Substanzproben, Abschirmstahlblock, elektronischer Zeitschalter oder Stoppuhr.

### Poisson- und Gauß-Verteilungen

Bei Zählungen diskreter Ereignisse, die statistischen Schwankungen unterliegen, gilt genau genommen nicht die **Gauß-Verteilung**, die wir normalerweise unseren Fehlerbetrachtungen zugrunde legen. Unter gewissen Voraussetzungen werden Zählstatistiken vielmehr durch die **Poisson-Verteilung** beschrieben.

Angenommen, man hätte eine sehr große Anzahl  $m$  von wiederholten Zählungen, z. B. von radioaktiven Zerfallsprozessen, unter gleichen Bedingungen ausgeführt. Bei sehr kleinen Zählraten tritt dabei öfter der Fall ein, daß  $N = 0$  Impulse innerhalb der Zählzeit  $T$  beobachtet werden. Alle Meßergebnisse  $N_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) kann man nun in Klassen einteilen, wobei  $m_0$ -mal der Wert  $N = 0$ ,  $m_1$ -mal der Wert  $N = 1$  usw., also  $m_j$ -mal der Wert  $N = j$  auftritt. Die Häufigkeit  $h_j$ , mit der gerade  $N = j$  Impulse gezählt werden, ist dann definiert durch

$$h_j = m_j/m \quad .$$

Der Mittelwert  $\overline{N}$  aller Meßergebnisse ist

$$\overline{N} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m N_i \quad \text{oder} \quad \overline{N} = \sum_{j=0}^k h_j j \quad .$$

Hierbei ist über alle Klassen  $j = 0$  bis  $k = N_{\max}$  zu summieren, wobei  $N_{\max}$  die größte Impulszahl ist, die bei der Messung beobachtet wurde.

Die statistische Theorie der Zählprozesse liefert die folgende Formel für die Häufigkeitsverteilung der einzelnen Impulszahlen  $N = j$

**Poisson-Verteilung** 
$$h_j = \frac{\bar{N}^j}{j!} e^{-\bar{N}} \quad (j = 0, 1, 2, \dots)$$

In Bild 47.14 ist z. B. für  $\bar{N} = 2$  eine solche Verteilung aufgezeichnet. Die Funktion ist nur für ganzzahlige Werte  $j \geq 0$  definiert, da negative Impulszahlen physikalisch sinnlos sind. Die Verteilung ist daher asymmetrisch.

Bei der Ableitung der Poisson-Verteilung wird vorausgesetzt, daß während der Meßzeit  $T$  nur ein sehr kleiner Bruchteil der Atome zerfällt und daß der Zerfall der Atome unabhängig voneinander und unabhängig von ihrer Vorgeschichte stattfindet.

Ist die mittlere Zählrate  $\bar{N} \gg 1$ , dann kann die Poisson-Verteilung durch die

**Gauß-Verteilung** 
$$h_j \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{\bar{N}}} e^{-(j-\bar{N})^2/(2\bar{N})}$$

angenähert werden. Der Mittelwert ist auch hier  $\bar{N}$  und die Standardabweichung  $\Delta N = \sqrt{\bar{N}}$ .

Die Unterschiede zwischen Poisson- und Gauß-Verteilung werden sich experimentell nur für kleine Zählraten nachweisen lassen, für die die Impulszahl  $N = 0$  des öfteren auftritt. Das ist der Fall, wenn Zählzeit  $T$  und Impulsrate so klein sind, daß die mittlere Impulszahl etwa  $\bar{N} < 2$  ist.



Man wähle eine Zählrohrspannung  $U$  im Plateaubereich und stelle die radioaktive Quelle möglichst weit entfernt vom Zählrohr auf, z. B.  $a \approx 1$  m, drehe die Öffnung des Abschirmmantels zur Wand und setze den Stahlblock zwecks zusätzlicher Abschirmung zwischen Quelle und Zählrohr. Man erhält dann eine Zählrate von etwa 2 Impulsen/s. Nun wähle man eine Zählzeit von z. B.  $T = 1$  s und wiederhole die Messungen mindestens 100-mal, wobei  $N_i$ -Werte zu notieren sind.



Die Messung soll z. B. für  $T = 0,5$  s oder  $T = 3$  s wiederholt werden. Um den Übergang zur Gauß-Verteilung zu beobachten, kann man die Zählrate erhöhen, indem man den Abschirm-Stahlblock entfernt und die Messungen z. B. mit  $T = 1$  s ebenfalls wiederholt.



Die  $m \geq 100$  Meßwerte werden in die Klassen  $N = j = 0, 1, 2, \dots$  eingeteilt, die Besetzungszahlen  $m_j$  ausgezählt und die Häufigkeiten  $h_j = m_j/n$  als Funktion von  $j$  ausgerechnet und aufgezeichnet. Nach  $\bar{N} = \sum_{j=0}^k h_j j$  berechne man den Mittelwert  $\bar{N}$ . Nach der Formel der Poisson-Verteilung werden diejenigen Werte  $h_j$  ausgerechnet, die für  $j = 0, 1, 2, \dots$  zu erwarten wären und in ein Diagramm

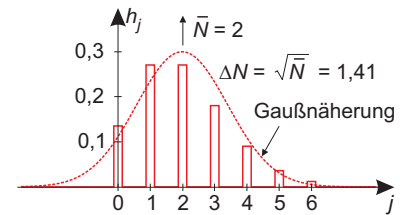


Bild 47.14. Poisson-Verteilung



ingezeichnet. Zum Vergleich sollen die Werte  $h_j$  für  $j = 0, 1, 2, \dots$  berechnet werden, die zu erwarten wären, wenn die Gauß-Verteilung für die Zählstatistik gelten würde.