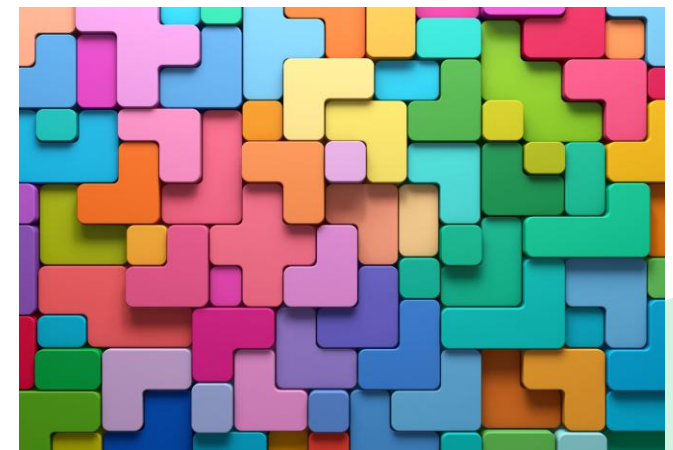
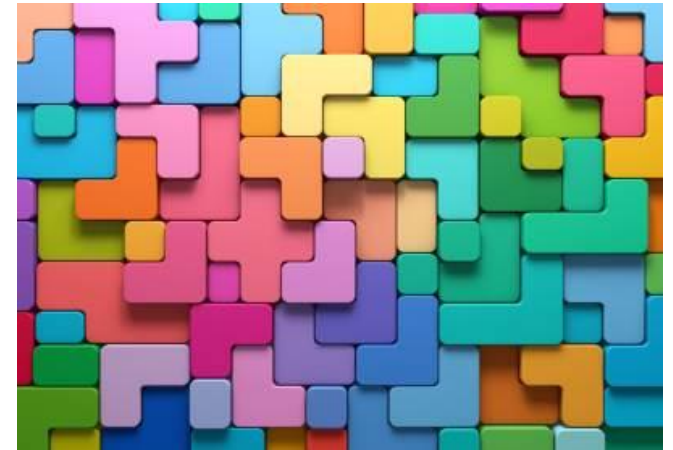


**VIRREVANDRING  
(RANDOM WALKS)**

FORELESNING 18

FREDAG 23/10



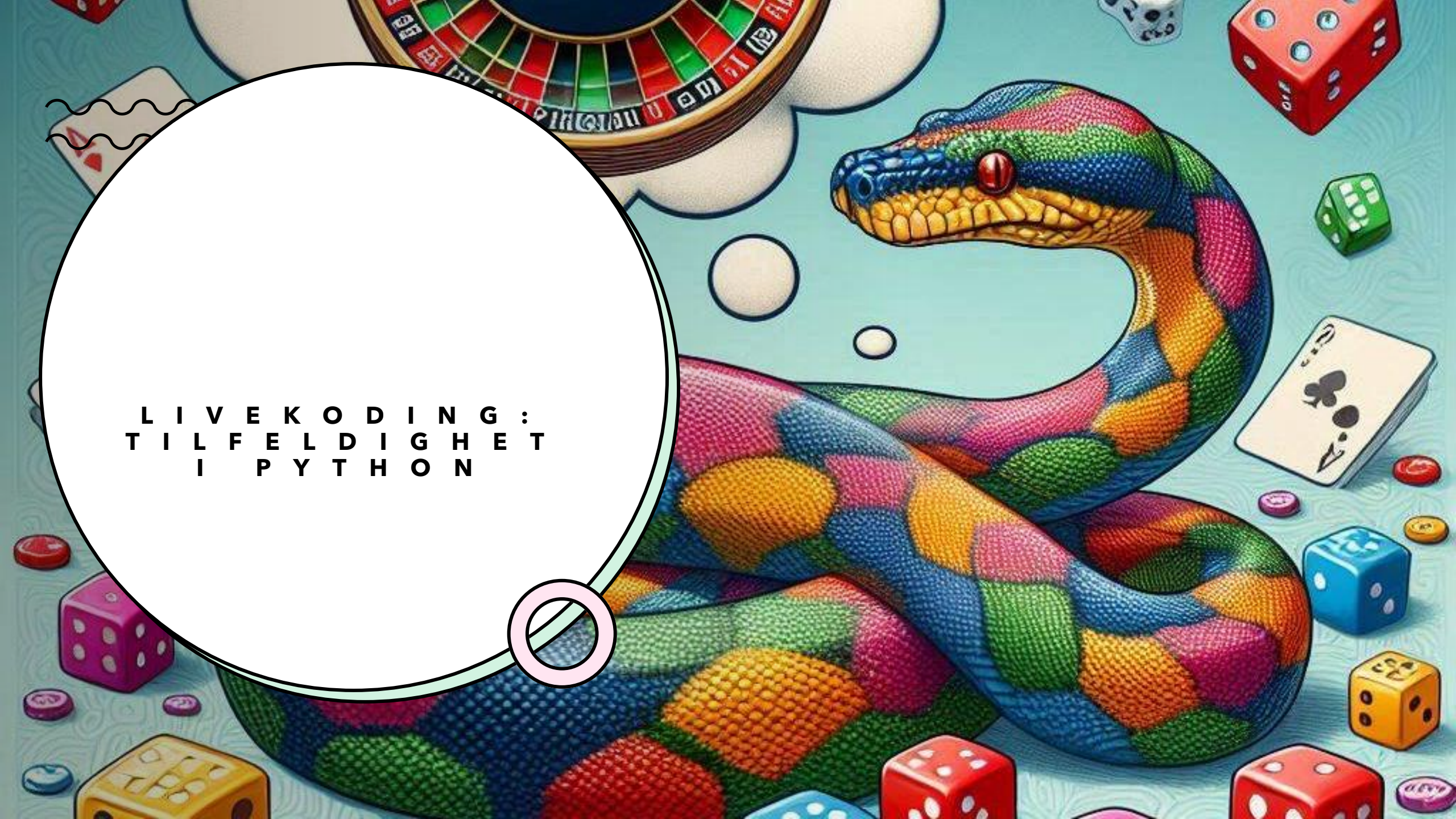
(bilder generert av bing image creator)

## ○ Viktig info

- Fristen for prosjekt 2 er flyttet til **lørdag 25. oktober kl. 11:59** på grunn av GitHub-vedlikehold (18:00 – ca. 22:00) i dag
- Dersom bare én brukerkonto har bidratt til repoet må dere skrive i README at dere begge har jobbet med prosjektet for at begge skal få poeng hvis dere bruker parprogrammering (nytt i prosjekt 2)
- Eksamensdatoer er klare (sjekk e-post) – klokkeslett og rom kommer senere

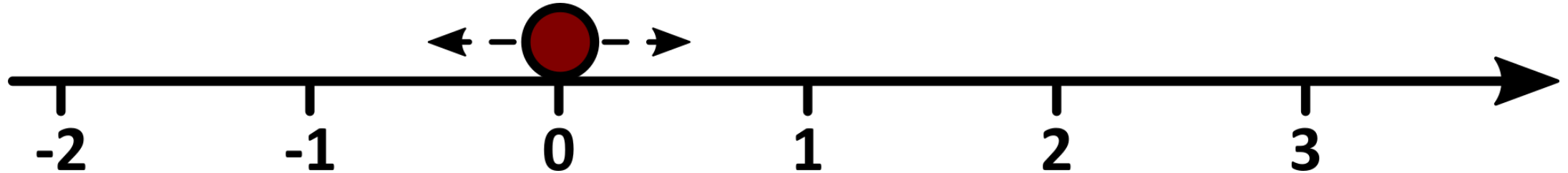






L I V E K O D I N G :  
T I L F E L D I G H E T  
I P Y T H O N

- Endimensional virrevandring



$$X_{N+1} = X_N + K_N,$$

$$K_N = \begin{cases} 1 & \text{with 50\% chance} \\ -1 & \text{with 50\% chance} \end{cases}$$



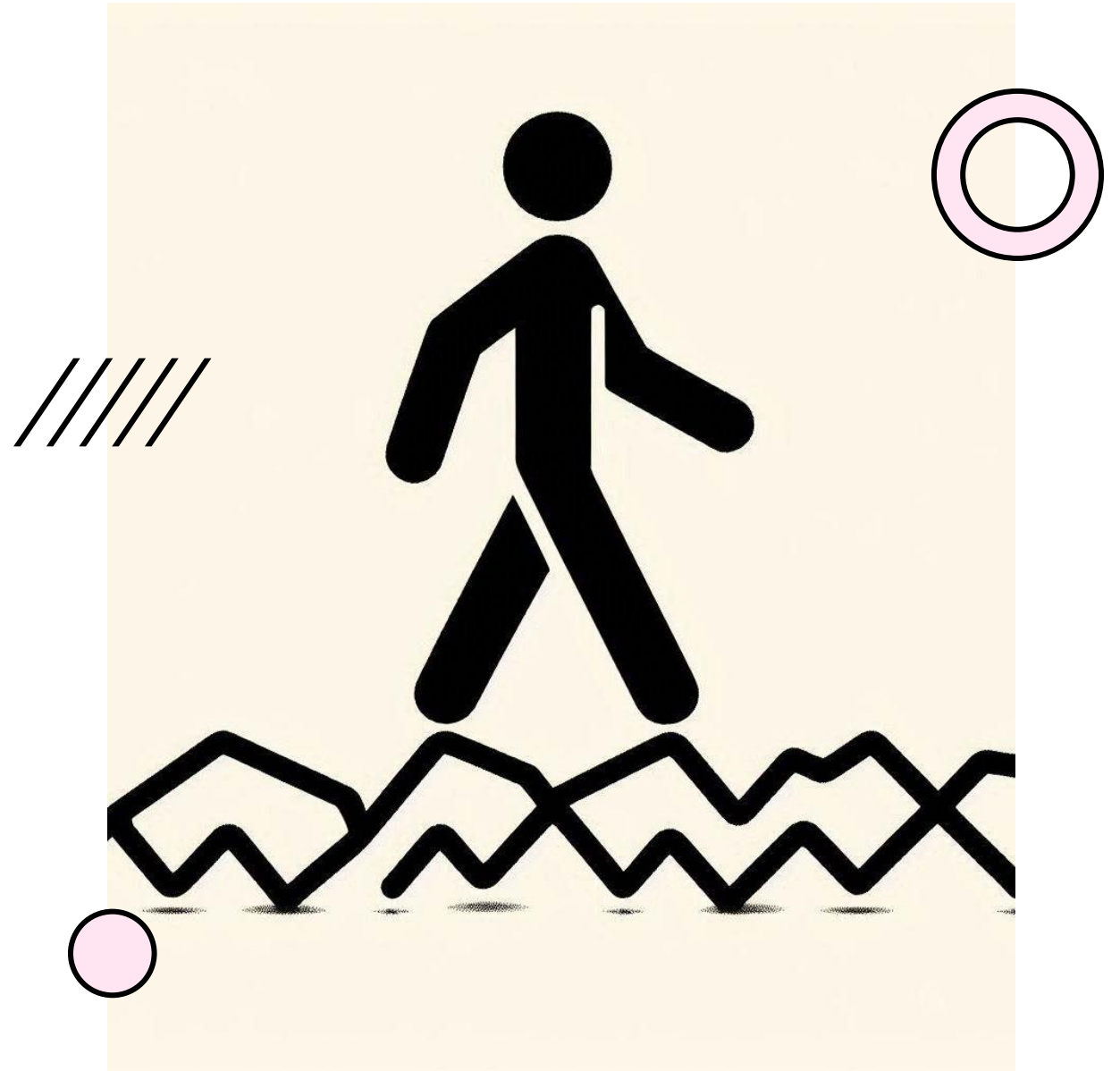
# ○ Ting vi kan modellere med virrevandring

- Priser på aksjer
- Populasjoner i biologi
- Genetiske endringer
- Polymerer (materialvitenskap)
- Bildeprosessering (deler opp bilde med random walkers)
- Sammenligne søkemotorer på nett
- ...og mye annet

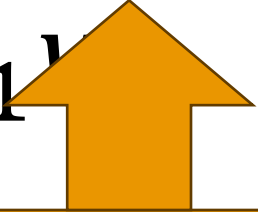




# LIVE- KODING: VIRRE- VANDRING I 1D



- 2D-array: første indeks rad, andre indeks kolonne (her s for steg og w for walker)

$$X = \begin{bmatrix} s_0 w_0 & s_0 w_1 \\ s_1 w_0 & s_1 w_1 \end{bmatrix}$$


$X[1, 0]$



# ○ En liten analyse

$$\langle X_{N+1} \rangle = \langle X_N + K_N \rangle.$$

$$\langle X_{N+1} \rangle = \langle X_N \rangle + \langle K_N \rangle.$$

$$\langle K_N \rangle = \frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot (-1) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0.$$

$$\langle X_{N+1} \rangle = \langle X_N \rangle.$$

$$\langle X_N \rangle = 0.$$





# ○ Gjennomsnittlig avvik er generelt ikke et nyttig spredningsmål

- Positive og negative avvik fra snittet nuller hverandre ut
- Ingen forskjell på ingen spredning og symmetrisk spredning!
- I statistikk regner vi isteden ut det gjennomsnittlige *kvadratavviket* slik at både negative og positive avvik bidrar til spredningsmålet
- Dette bruker så ofte at det har fått navnet *varians* 💡
- For å få samme enhet som et datapunkt (og snittet) tar vi ofte kvadratroten etterpå → *standardavvik*



# ● En litt mer meningsfull analyse

$$X_{N+1}^2 = (X_N + K_N)^2 = X_N^2 + 2X_N \cdot K_N + K_N^2.$$

$$\langle X_{N+1}^2 \rangle = \langle X_N^2 \rangle + 2\langle X_N \cdot K_N \rangle + \langle K_N^2 \rangle.$$

$$\langle X_{N+1}^2 \rangle = \langle X_N^2 \rangle + \langle K_N^2 \rangle.$$

$$\langle K_N^2 \rangle = \frac{1}{2}(1)^2 + \frac{1}{2}(-1)^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1.$$

$$\langle X_{N+1}^2 \rangle = \langle X_N^2 \rangle + 1.$$

$$\langle X_N^2 \rangle = N.$$

$$K_N = \begin{cases} 1 & \text{with 50\% chance} \\ -1 & \text{with 50\% chance} \end{cases}$$

$$\langle X_N \rangle = 0. \quad \text{uavhengig av} \quad \langle K_N \rangle = 0.$$

$$\text{gir} \quad \langle X_N \cdot K_N \rangle = \langle X_N \rangle \cdot \langle K_N \rangle$$



○ Dermed kan vi finne variansen fra  $\langle X_N^2 \rangle = N$ .

- Varians er gjennomsnittlig kvadrat-avvik:  $\langle (X_N - \langle X_N \rangle)^2 \rangle$
- $= \langle X_N^2 - 2X_N \langle X_N \rangle + \langle X_N \rangle^2 \rangle$
- $= \langle X_N^2 \rangle$  fordi  $\langle X_N \rangle = 0$ .
- $\text{Var}(X_N) = N$
- Standardavvik:  $\sqrt{N}$



- Vi kan også finne RMS (Root Mean Square)

$$\langle X_N^2 \rangle = N,$$

$$\text{RMS} = \sqrt{\langle X_N^2 \rangle} = \sqrt{N}.$$

- OBS: RMS er bare likt standardavviket når gjennomsnittet er 0 (slik som her), **ikke generelt!**



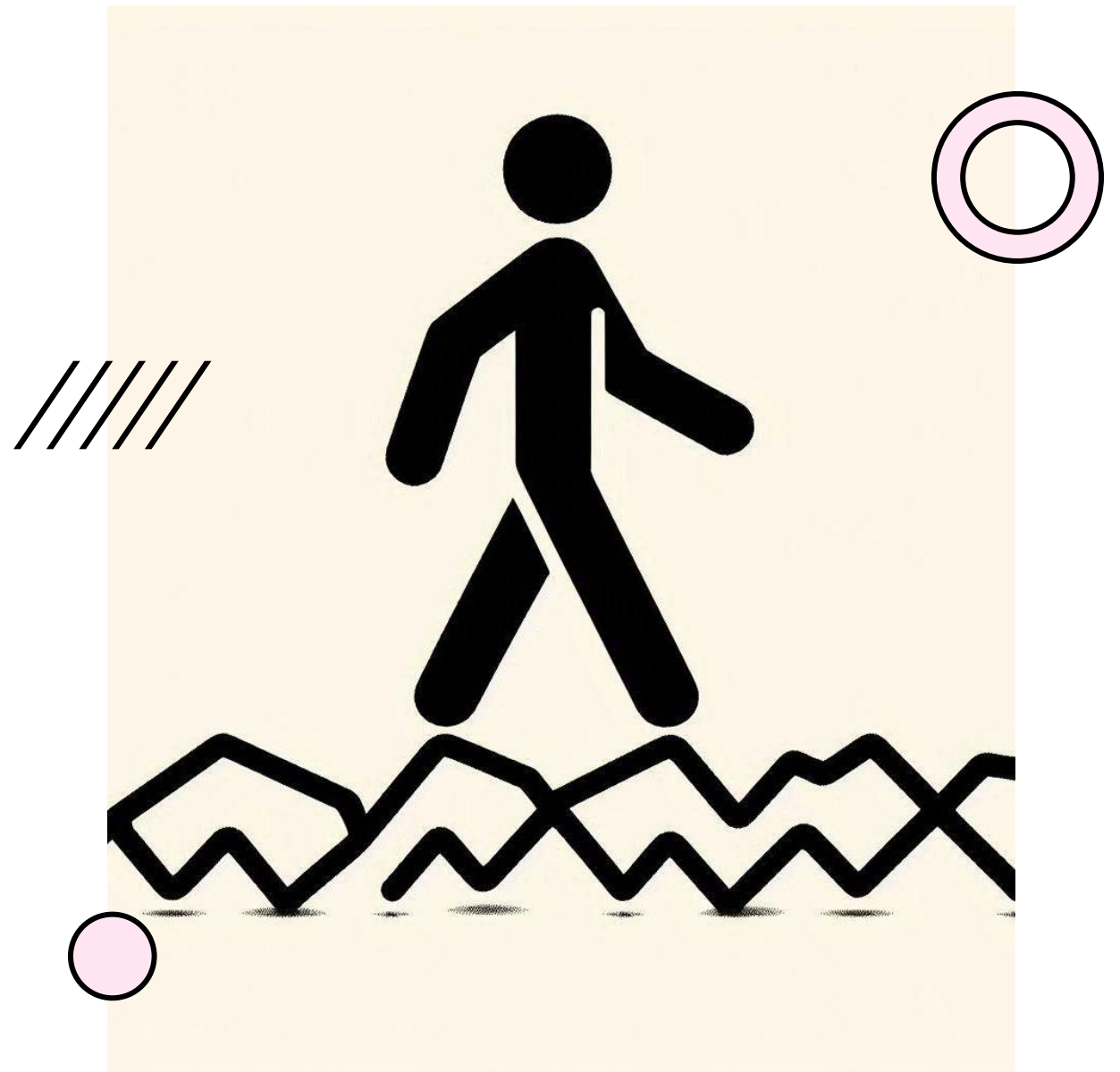
# ○ OBS: Store avvik teller mer enn små

- Gjelder både varians/standardavvik og RMS
- -1 -1 1 1  $\rightarrow$  varians & RMS 1, standardavvik 1
- -8 -8 8 8  $\rightarrow$  varians & RMS 64, standardavvik 8
- -8 -1 1 8  $\rightarrow$  varians & RMS 32.5, standardavvik 5.7
  - altså ikke 4.5 som er det gjennomsnittlige avviket!
  - de store avvikene vektes mer enn de små selv i standardavviket
- Hva blir standardavviket av de syv tallene -4 -2 1 1 1 1 2?
  - (det gjennomsnittlige avviket blir  $\frac{12}{7} \approx 1.71$ )





# LIVE- KODING: RMS



# Etter forelesningen



- Husk fristen på prosjekt 2 i **morgen** (kl. 11:59)
- Husk å levere det dere har selv om dere ikke er ferdig med alt
- Og husk hvile etter en hektisk innspurt!

