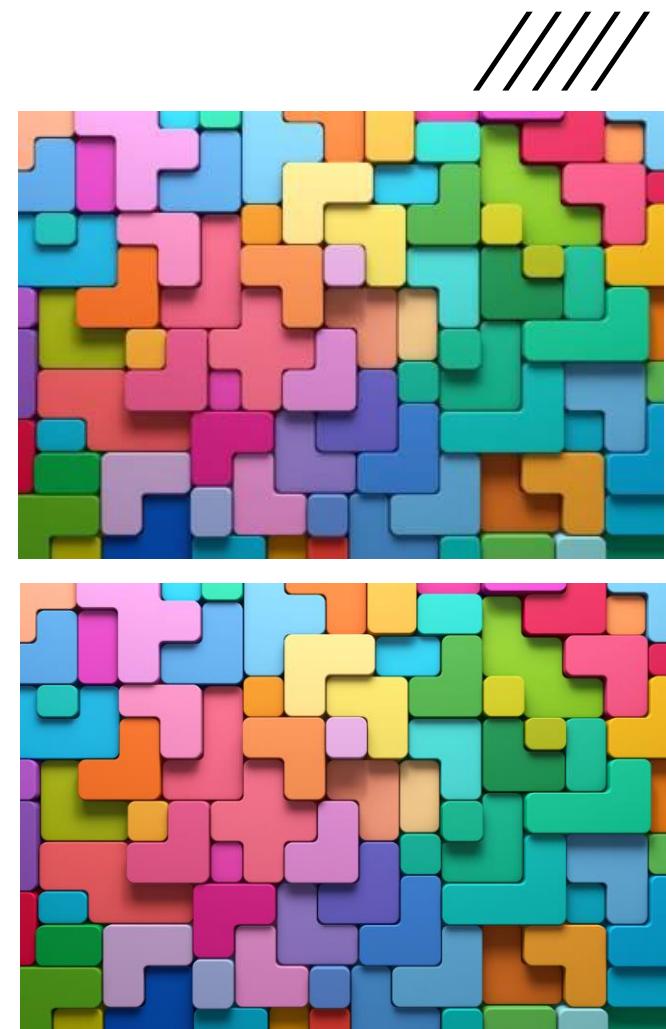


LOGGING OG DEBUGGING

FORELESNING 17

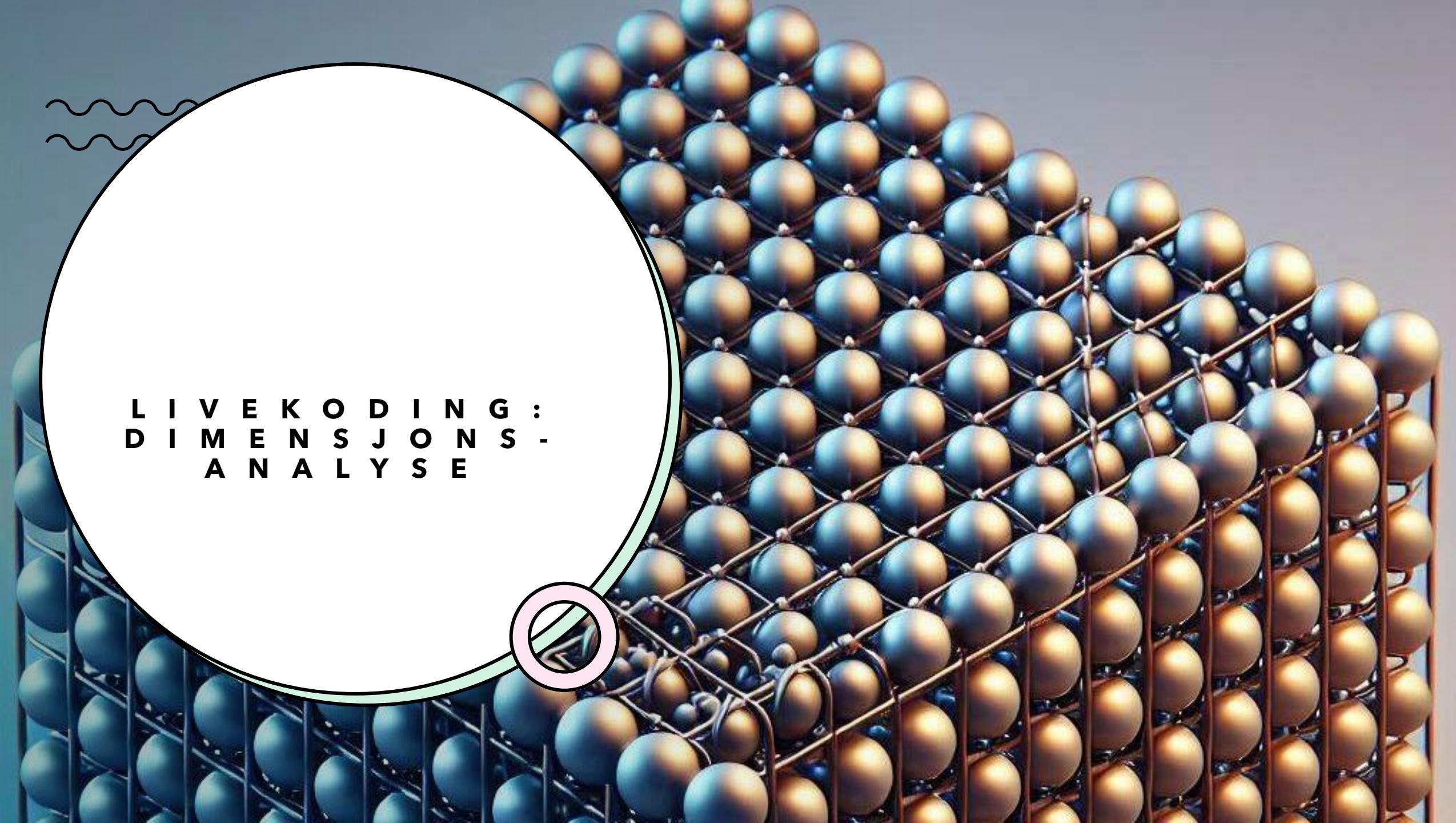
ONSDAG 23/10

(bilder generert av bing image creator)





LIVEKODING :
DIMENSJONS -
ANALYSE





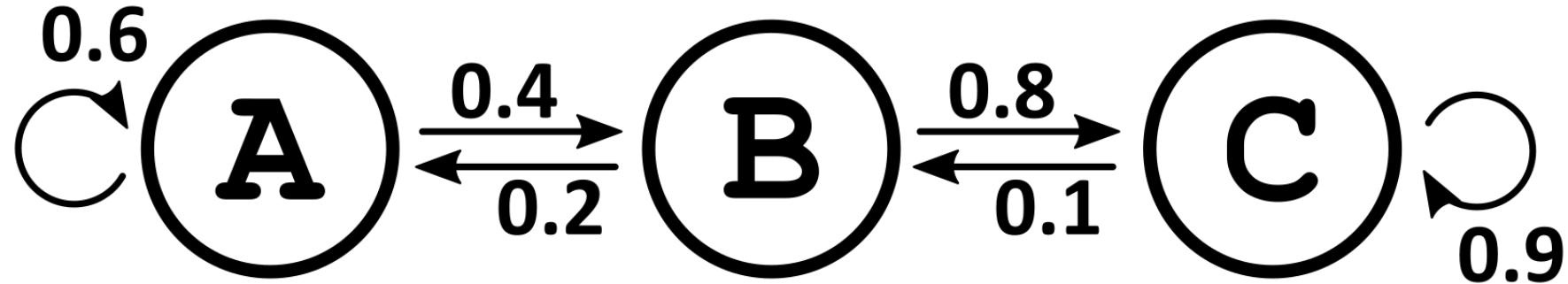
Sum over en akse

- Det høres lite intuitivt ut, men...
- for å ta summen **av** hver rad
- må vi ta summen **over** alle kolonnene
- Det er denne siste som bestemmer **axis = 1**
- Så selv om rad er den første indeksen (axis = 0), er det altså ikke den vi bruker til å finne summen av en rad
- Hvordan finner vi da summen av hver kolonne?
- Det stemmer: axis = 0

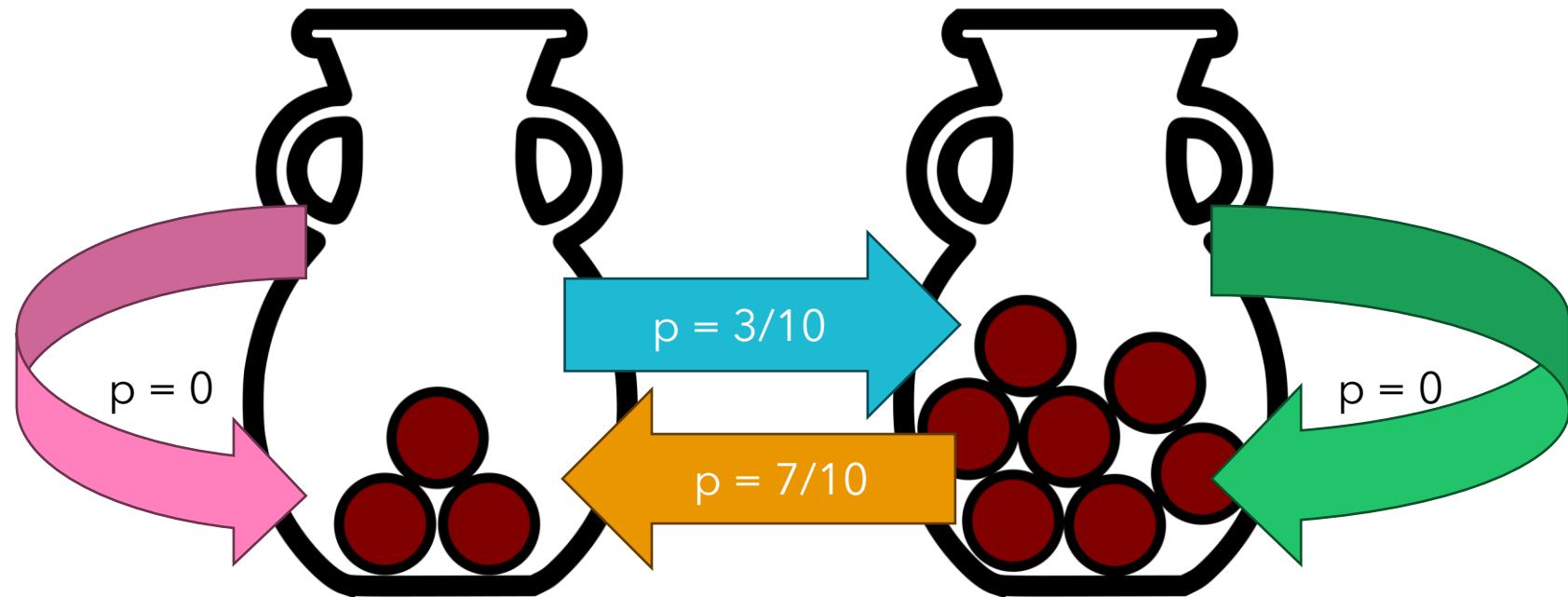




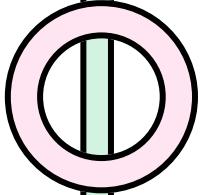
Markov-kjeder



- Ehrenhest-eksperimentet



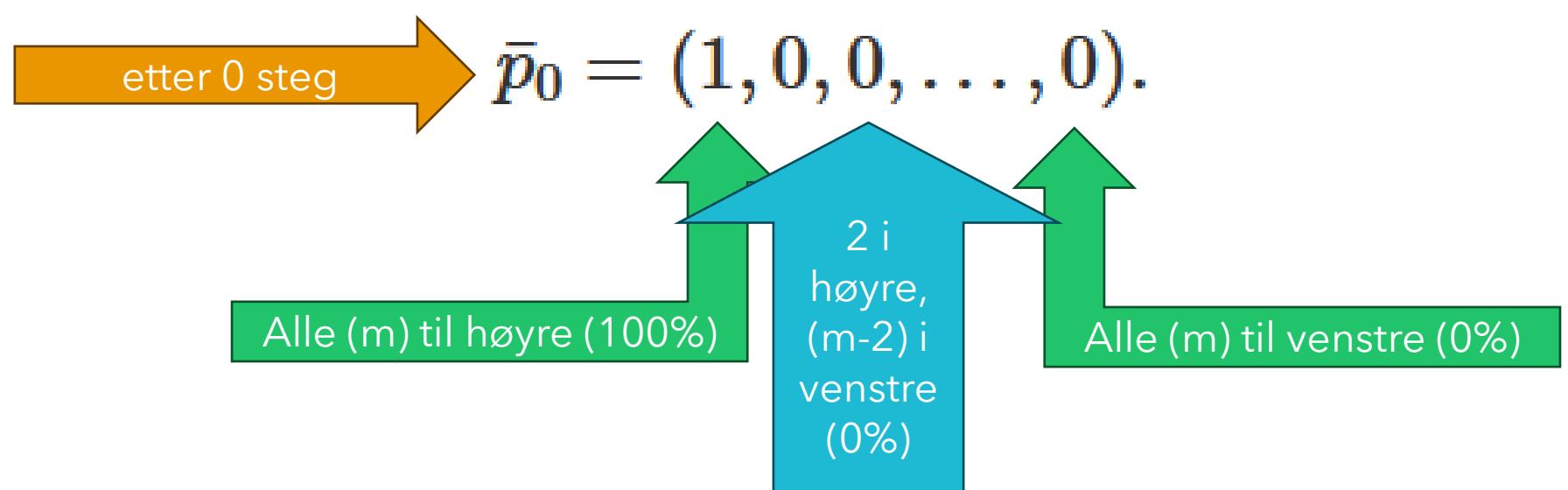
LIVEKODING: EHRENFEST- EKSPERIMENTET



○ Analyse av Ehrenfest-eksperimentet

a given *probability* vector, \bar{p} . This vector would be $m + 1$ elements long, and the element p_i would express the probability that the system is in state i . As this probability changes over time, we will denote the probability vector after N steps as \bar{p}_N .

As the system starts in $x = 0$, we know that



○ Analyse av Ehrenfest-eksperimentet

For the first step of the iteration, we know we will have to move to $x = 1$ with 100% likelihood, so we get

$$\bar{p}_1 = (0, 1, 0, \dots, 0).$$

But what happens now? The probability of moving another ball from the right urn to the left is $19/20$, i.e., 95%. But there is a small chance of $1/20$, or 5%, of moving the ball back. Thus, the probability vector splits:

$$\bar{p}_2 = \left(\frac{1}{20}, 0, \frac{19}{20}, 0, 0, \dots, 0 \right).$$



• Analyse av Ehrenfest-eksperimentet

- For å regne videre på dette setter vi opp en *forplantningsmatrise* (*propagator matrix*) som lar oss regne ut sannsynligheten i neste steg basert på hvordan sannsynligheten er fordelt i forrige steg
- $\vec{p}_{k+1} = \vec{p}_k \cdot M$
- \vec{p}_k og \vec{p}_{k+1} må være radvektorer for at M skal være $m \times m$:
 $(1 \times m) = (1 \times \text{m})(\text{m} \times m)$
- (Hvis de var kolonnevektorer $m \times 1$ måtte M vært 1×1)



• Analyse av Ehrenfest-eksperimentet

$$M = \begin{bmatrix} M_{0,0} & \cdots & M_{0,m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ M_{m,0} & \cdots & M_{m,m} \end{bmatrix}$$

- Her er $M_{i,j}$ sannsynligheten for å gå fra $x = i$ til $x = j$
- Siden vi flytter én ball av gangen er sannsynligheten 0 hvis forskjellen mellom i og j er større enn 1
- Det samme gjelder dersom $i = j$



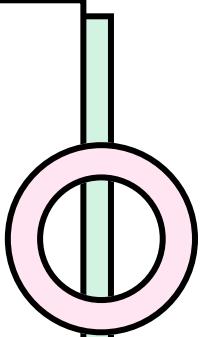
○ Analyse av Ehrenfest-eksperimentet

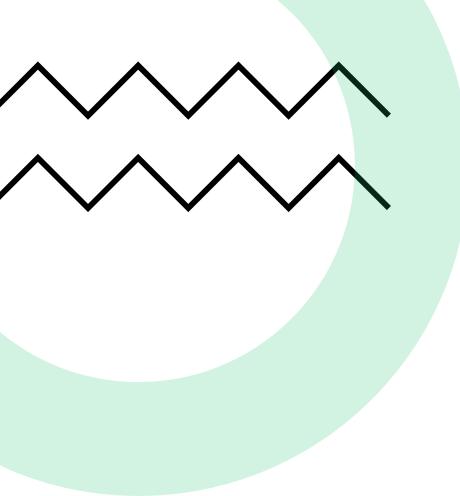
$$M = \begin{bmatrix} M_{0,0} & \cdots & M_{0,m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ M_{m,0} & \cdots & M_{m,m} \end{bmatrix}$$

- De eneste ikke-trivielle tilfellene (i baller i venstre krukke):
- $M_{i,i+1} = \frac{m-i}{m}$ (sannsynlighet for venstre \leftarrow høyre)
- $M_{i,i-1} = \frac{i}{m}$ (sannsynlighet for venstre \rightarrow høyre)



LIVEKODING : EHRENFEST- EKSPERIMENTET (DEL 2)





Etter forelesningen

- Prosjektoppgaven har vært ute en stund
- Vurderingsrubrikk kommer snart

