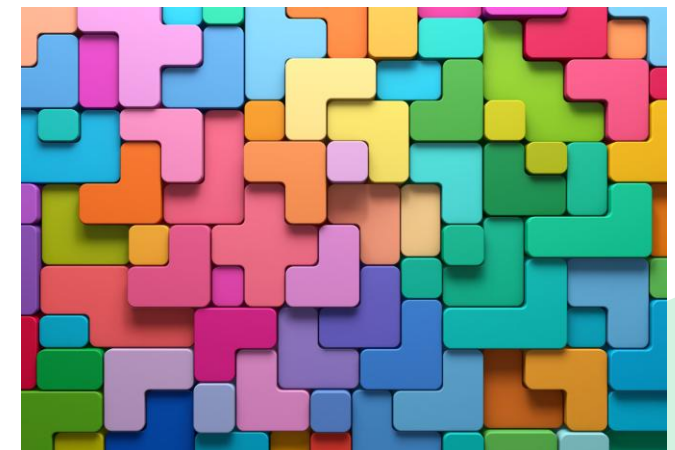
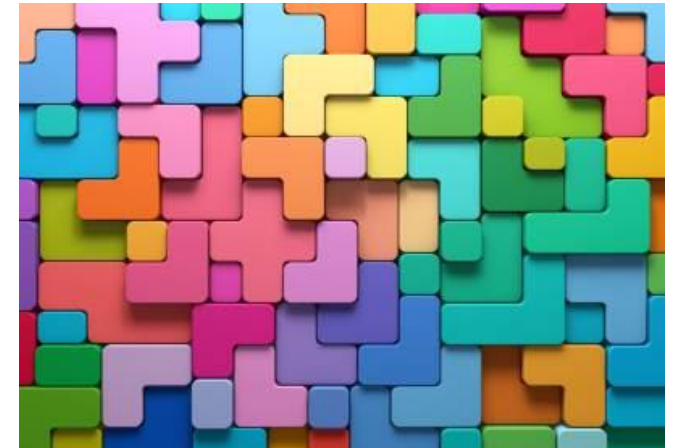


MARKOV-KJEDER OG PROFILERING

FORELESNING 21

MANDAG 3/11



(bilder generert av bing image creator)

○ Læremål: Tilfeldige tall og simuleringer

- Tilfeldighet brukes i mange vitenskapelige sammenhenger
- Sannsynlighet / statistikk
- Kryptering av data i klartekst
- Likevektstilstander: La partikler bevege seg tilfeldig og se om de havner i bestemte tilstander



○ Analyse av Ehrenfest-eksperimentet

- For å regne videre på dette setter vi opp en *forplantningsmatrise (propagator matrix)* som lar oss regne ut sannsynligheten i neste steg basert på hvordan sannsynligheten er fordelt i forrige steg
- $\vec{p}_{k+1} = \vec{p}_k \cdot M$
- \vec{p}_k og \vec{p}_{k+1} må være radvektorer for at M skal være $m \times m$:
 $(1 \times m) = (1 \times m)(m \times m)$
- (Hvis de var kolonnevektorer $m \times 1$ måtte M vært 1×1)



○ Analyse av Ehrenfest-eksperimentet

$$M = \begin{bmatrix} M_{0,0} & \cdots & M_{0,m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ M_{m,0} & \cdots & M_{m,m} \end{bmatrix}$$

- Her er $M_{i,j}$ sannsynligheten for å gå fra $x = i$ til $x = j$
- Siden vi flytter én ball av gangen er sannsynligheten 0 hvis forskjellen mellom i og j er større enn 1
- Det samme gjelder dersom $i = j$



○ Analyse av Ehrenfest-eksperimentet

$$M = \begin{bmatrix} M_{0,0} & \cdots & M_{0,m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ M_{m,0} & \cdots & M_{m,m} \end{bmatrix}$$

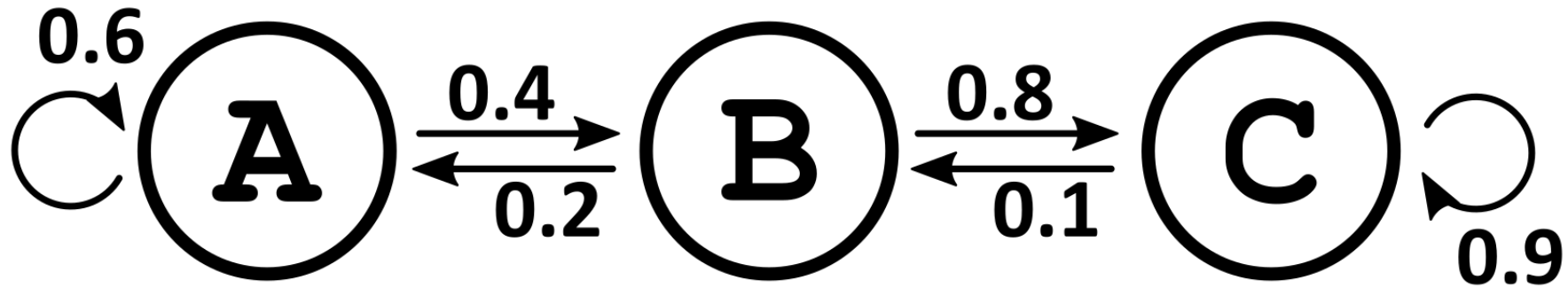
- De eneste ikke-trivielle tilfellene (i baller i venstre krukke):
- $M_{i,i+1} = \frac{m-i}{m}$ (sannsynlighet for venstre \leftarrow høyre)
- $M_{i,i-1} = \frac{i}{m}$ (sannsynlighet for venstre \rightarrow høyre)



LIVEKODING: EHRENFEST- EKSPERIMENTET (DEL 2)



- Markov-kjeder



○ Markov-kjeder og virrevandring

- Virrevandring er spesialtilfelle av de mer generelle Markov-kjedene
- "Minneløst" system – det eneste som påvirker neste bevegelse er tilstanden til systemet i forrige steg (ikke tid, ikke historikken før forrige steg)
- Vi kan *simulere* hvordan systemet oppfører seg i ett eller mange eksperimenter (Monte Carlo-simulering)
- Eller analysere sannsynlighetene uten å simulere



○ Flere eksempler på Markov-kjeder

- Googles Page Rank-algoritme
- Ionekanaler i kroppens celler
- Stigespill



Etter forelesningen

- Dere vil få eksamens-repo til muntlig eksamen når dere har fått 50 eller flere poeng samlet på prosjektene
- Der vil dere også få rom og klokkeslett for eksamen
- (datoen har dere fått på e-post allerede)

