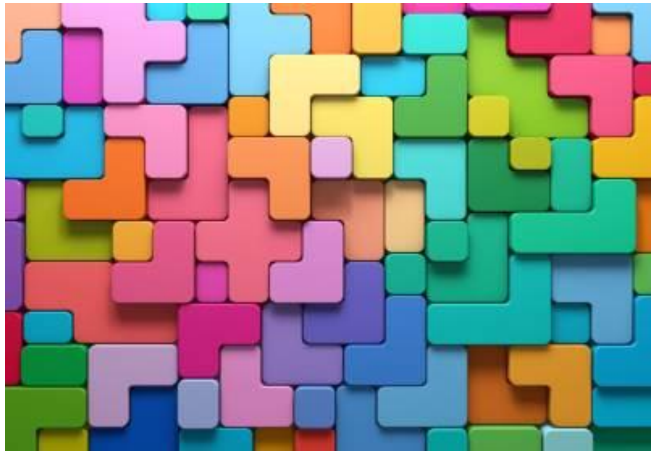
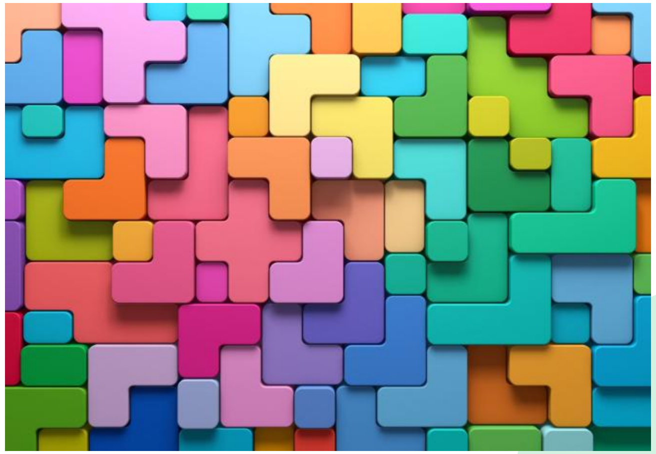
MARKOV-KJEDER

FORELESNING 20

FREDAG 31/10





(bilder generert av bing image creator)

LIVE-KODING:

2D-WALK

$$\vec{R}_N = (X_N, Y_N).$$

RMS for 2D-vandreren vår

$$\langle \vec{R}_N \rangle = (\langle X_N \rangle, \langle Y_N \rangle).$$

$$\langle \vec{R}_N \rangle = (0, 0).$$

X og Y uavhengige 1D-størrelser

$\langle A + B \rangle = \langle A \rangle + \langle B \rangle$

$$\langle |\vec{R}_N|^2 \rangle = \langle X_N^2 \rangle + \langle Y_N^2 \rangle.$$

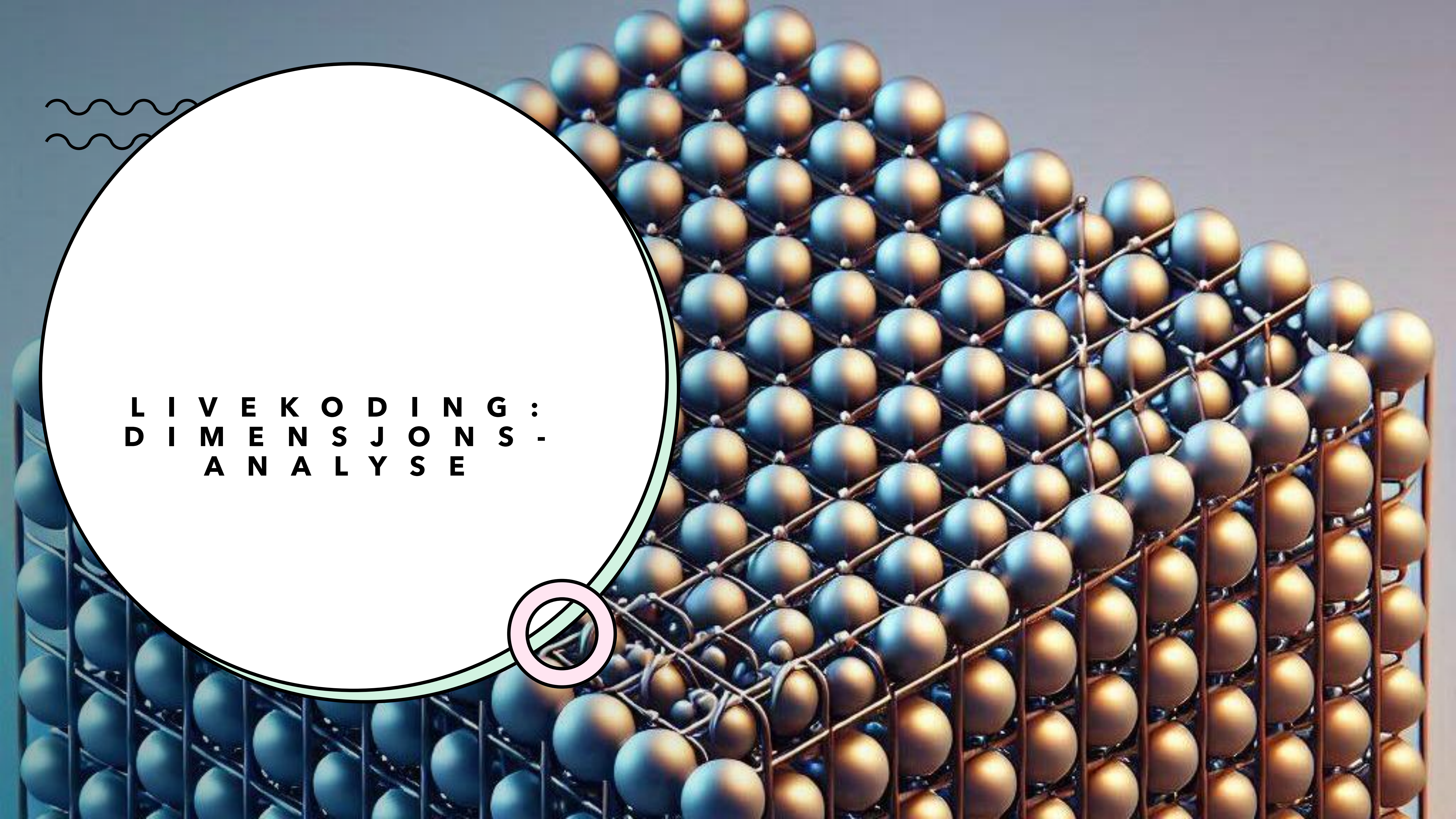
$\left|\vec{R}\right|^2 = \left|\vec{R}\right|\left|\vec{R}\right| \cos 0 = \vec{R} \cdot \vec{R}$
$= X^2 + Y^2$

$$\langle |\vec{R}_N|^2 \rangle = 2N.$$

Bruker 1D-resultatet

$$\text{RMS} = \sqrt{\langle |\vec{R}_N|^2 \rangle} = \sqrt{2N}.$$

LIVE-KODING: 2D-RMS



LIVEKODING: DIMENSJONS-ANALYSE

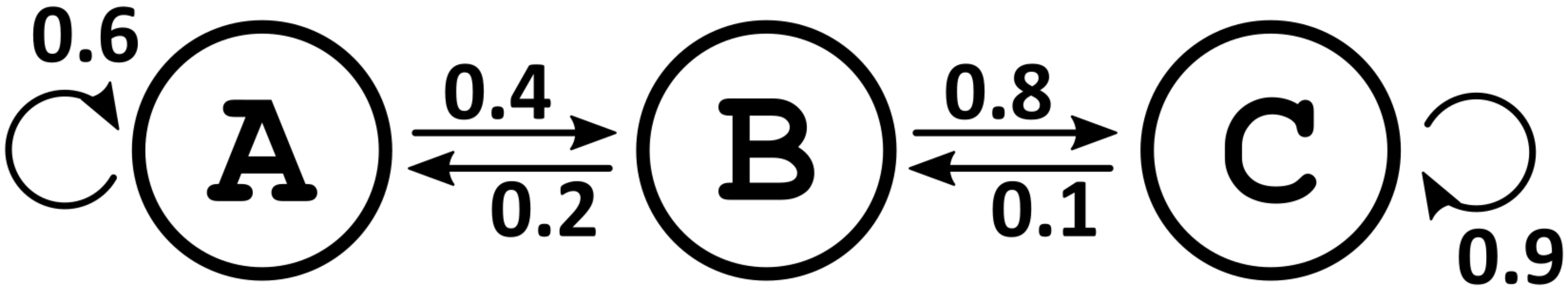
Sum over en akse

- Det høres lite intuitivt ut, men…
- for å ta summen **av** hver rad
- må vi ta summen **over** alle kolonnene
- Det er denne siste som bestemmer **axis = 1**
- Så selv om rad er den første indeksen (axis = 0), er det altså ikke den vi bruker til å finne summen av en rad
- Hvordan finner vi da summen av hver kolonne?
- Det stemmer: axis = 0

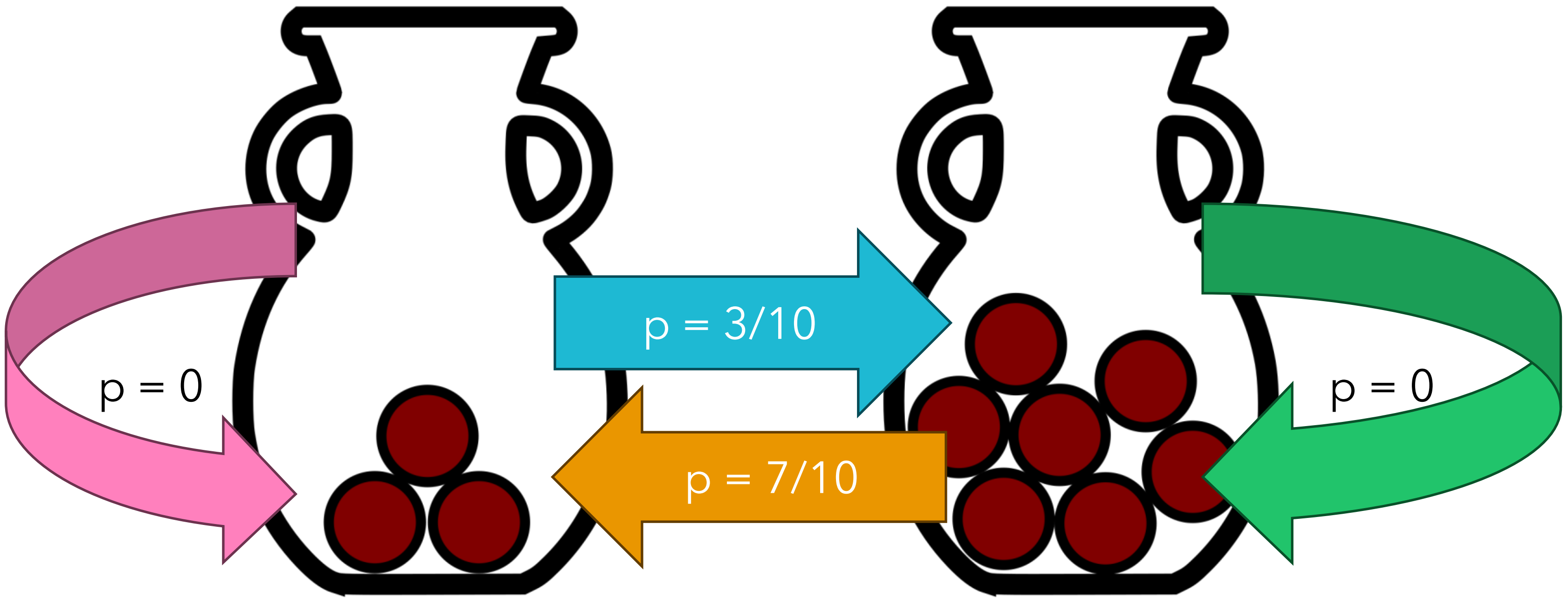
Læremål: Tilfeldige tall og simuleringer

- Tilfeldighet brukes i mange vitenskapelige sammenhenger
- Sannsynlighet / statistikk
- Kryptering av data i klartekst
- Likevektstilstander: La partikler bevege seg tilfeldig og se om de havner i bestemte tilstander

Markov-kjeder



Ehrenfest-eksperimentet



LIVEKODING: EHRENFEST-EKSPERIMENTET

Analyse av Ehrenfest-eksperimentet

a given *probability* vector, $\bar{p}$. This vector would be $m+1$ elements long, and the element p_i would express the probability that the system is in state i. As this probability changes over time, we will denote the probability vector after N steps as $\bar{p}_N$.

As the system starts in $x=0$, we know that

etter 0 steg

$$\bar{p}_0 = (1, 0, 0, \ldots, 0).$$

Alle (m) til høyre (100%)

(m-2) i høyre, 2 i venstre (0%)

Alle (m) til venstre (0%)

Analyse av Ehrenfest-eksperimentet

For the first step of the iteration, we know we will have to move to $x = 1$ with 100% likelihood, so we get

$$\bar{p}_1 = (0, 1, 0, \ldots, 0).$$

But what happens now? The probability of moving another ball from the right urn to the left is $19/20$, i.e., 95%. But there is a small chance of $1/20$, or 5%, of moving the ball back. Thus, the probability vector splits:

$$\bar{p}_2 = (\frac{1}{20}, 0, \frac{19}{20}, 0, 0, \ldots, 0).$$

Analyse av Ehrenfest-eksperimentet

- For å regne videre på dette setter vi opp en *forplantningsmatrise (propagator matrix)* som lar oss regne ut sannsynligheten i neste steg basert på hvordan sannsynligheten er fordelt i forrige steg
- $\vec{p}_{k+1} = \vec{p}_k \cdot M$
- $\vec{p}_k$ og $\vec{p}_{k+1}$ må være radvektorer for at M skal være m x m: (1 x m) = (1 x m)(m x m)
- (Hvis de var kolonnevektorer m x 1 måtte M vært 1 x 1)