1 Matrizen

Eine Matrix ist ein rechteckiges, mathematisches Konstrukt, dass auf m Zeilen und n Spalten mathematische Objekte (Zahlen, Symbole, Ausdrücke, ...) beinhaltet. Die Dimension einer Matrix wird im Format $\boldsymbol{m} \times \boldsymbol{n}$ angegeben. Eine Matrix mit $n = 1$ kann als m-dimensionaler Vektor betrachtet werden. Sind alle Elemente einer Matrix 0, spricht mann von einer Nullmatrix.

1.1 Operationen

1.1.1 Addition/Subtraktion

Bei einer Addition/Subtraktion von Matrizen müssen die Schemata aller Operanden gleich sein, ansonsten ist die Operation nicht definiert. Bei gleichen Schemata kann jedes Element mit dem entsprechenden Element der anderen Matrix addiert/subtrahiert werden.

1.1.2 Multiplikation - Skalar

Bei einer Multiplikation mit einem skalaren Wert wird jedes Element der Matrix mit dem Wert multipliziert. Das Schema der Matrix spielt dabei keine Rolle.

1.1.3 Multiplikation - Matrix

Für eine Multiplikation zwischen zwei Matrizen M_1, M_2 muss $m_1 = n_2$ sein, ansonsten ist die Operation nicht definiert.

$$\begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1a_2 + b_1c_2 & a_1b_2 + b_1d_2 \\ c_1a_2 + d_1c_2 & c_1b_2 + d_1d_2 \end{bmatrix}$$

1.1.4 Division

Eine Division zwischen zwei Matrizen M_1, M_2 kann mit einer Multiplikation mit dem Inversen betrachtet werden.

$$\frac{M_1}{M_2} = M_1 \cdot M_2^{-1}$$

1.1.5 Transposition

Bei einer Transposition (notiert mit einem hochgestellten T) werden die Zeilen und Spalten einer Matrix vertauscht. Aus einer Matrix mit Schema 3×2 folgt demnach eine transponierte Matrix mit Schema 2×3.

$$\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{bmatrix}$$