

3. La numération Maya

Histoire des mathématiques

Dans leur étude des astres, les mayas se servent des nombres pour calculer le temps. Ce sont les inventeurs du calendrier.

Leur système de numération datant du Ve siècle après J.C. suit le principe de position dans la base vigésimale (base 20). Celui-ci trouve ses origines avec nos 10 doigts et 10 orteils!

Les symboles employés (les glyphes) représentent les nombres jusqu'à 19, empilés sur différents niveaux. Chaque niveau correspond à un nombre de paquets de 20 puis de $20 \times 20 = 400$ puis de $20 \times 20 \times 20 = 8000$... Les mayas utilisent le zéro qu'ils représentent par un coquillage.

0	1	2	3	4
	•	• •	• • •	• • • •
5	6	7	8	9
	• 	• • 	• • • 	• • • •
10	11	12	13	14
	• 	• • 	• • • 	• • • •
15	16	17	18	19
	• 	• • 	• • • 	• • • •

Exemple : $379 = 18 \times 20 + 19$



4. La numération Romaine

Histoire des mathématiques

Les grecs et les romains ont inventé des systèmes de numération alphabétiques très peu adaptés aux calculs. Le système romain est composé de symboles notés côte à côte selon le principe additif et combine les bases 5 et 10.

Les plus anciens sont les signes I, V, et X qui dérivent directement de la pratique de l'entaille.



I= 1	II= 2	III= 3	IV= 4	V= 5
VI= 6	VII= 7	VIII= 8	IX= 9	X= 10
XX= 20	L= 50	C= 100	D= 500	M= 1000

Exemple :

MMMMMMCLXIII= 6963

5. L'histoire de nos chiffres

Histoire des mathématiques

Nos chiffres de "1" à "9" que nous appelons à tort "chiffres arabes", viennent en réalité des Indes. Leurs "ancêtres" les plus anciens apparaissent dans des inscriptions des grottes de Nana Ghât datant du II^e siècle avant J.C.

Au Ve siècle de notre ère, en Inde, les savants ont l'idée ingénieuse de marier le principe de position, les neuf symboles et les zéro en tant que nombre à part entière représentant une quantité qui n'existe pas.



Numération indienne

Au VIII^e siècle après J.C., alors que l'islam s'étend sur une partie de l'Afrique et de l'Asie, les califes de Bagdad font traduire les œuvres majeures des peuples sur lesquels ils règnent.

Parmi elles se trouve l'œuvre de Brahmagupta, un mathématicien indien. Sa numération à dix chiffres est si ingénieuse que les marchands arabes l'adoptent immédiatement.



Numération arabe

Au IX^e siècle, les chiffres arabes sont décrits dans un ouvrage du mathématicien et astronome Muhammad ibn Musa el-Khwarizmi (790 – 850) qui, traduit en latin, les diffuse en Espagne.

Gerbert d'Aurillac (945 – 1003) qui deviendra pape en 999, est passionné par les mathématiques. Il rédige deux traités, l'un sur la multiplication, l'autre sur la division. Il initiera pour la première fois l'occident chrétien aux chiffres "indo-arabes" mais il ne retient ni la numération de position ni le zéro.



Numération hispano-arabe

Au XIII^e siècle, le mathématicien italien Léonard de Pise (1175 – 1250), dit Fibonacci publia, en 1202, le *Liber Abaci* (le livre du calcul), un traité sur les calculs et la comptabilité fondée sur le calcul décimal.

Au XV^e siècle, avec l'expansion de l'imprimerie, les chiffres ont été légèrement déformés pour donner une forme semblable à la forme actuelle.



Numération italienne

II. Nombres entiers

Définition 1.

Un **nombre entier** est un nombre qui peut s'écrire **sans virgule**



Remarques

- 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9 sont les dix **chiffres** qui permettent d'écrire tous les nombres entiers.
- Pour pouvoir lire les grands nombres entiers facilement, on regroupe les chiffres par groupe de 3 :
345 202

Règle 1.

Règles orthographiques pour l'écriture des nombres :

- Un trait d'union entre chaque mot.
- Les mots servant à écrire les nombres sont tous invariable sauf :
 - Au pluriel million et milliard prennent un 's'.
 - Au pluriel cent et vingt prennent un 's' lorsqu'ils ne sont pas suivi par un autre nombre.



Exemple

- 895 s'écrit : 'huit-cent-quatre-vingt-quinze'
- 1 200 s'écrit : 'mille-deux-cents'
- 1 230 s'écrit : 'mille-deux-cent-trente'
- 1 280 s'écrit : 'mille-deux-cent-quatre-vingts'
- 1 285 s'écrit : 'mille-deux-cent-quatre-vingt-cinq'

III. Position d'un chiffre dans un nombre

Définition 2.

- Notre système numérique est un **système décimal** (numération décimale).
- Chaque **chiffre** a une valeur en fonction de sa **position** dans le nombre (numération de position)



Exemple

Un million = 1 000 000 unités



Chaque position (rang) possède un nom spécifique : unité, dizaine, centaines....

Centaines de mille	Dizaines de milles	Mille	Centaines	Dizaines	Unités	Virgule	Dixièmes	Centièmes	Millièmes
		5	6	8	7	,	4	4	5



Méthode

Décomposition de 437 640 881 :

— Décomposition 1 :

$$437\,000\,000 + 640\,000 + 881$$

— Décomposition 2 :

$$(437 \times 1\,000\,000) + (640 \times 1\,000) + (881 \times 1)$$

— Décomposition 3 :

$$400\,000\,000 + 30\,000\,000 + 7\,000\,000 + 600\,000 + 40\,000 + 800 + 80 + 1$$

— Décomposition 4 :

$$4 \times 100\,000\,000 + 3 \times 10\,000\,000 + 7 \times 1\,000\,000 + 6 \times 100\,000 + 4 \times 10\,000 + 8 \times 100 + 8 \times 10 + 1 \times 1$$

IV. Comparer des nombres entiers

Définition 3.

Comparer deux nombres, c'est trouver le **plus grand** (ou le **plus petit**) ou dire s'ils sont **égaux**.

On utilise les **symboles de comparaison** :

est supérieur à ($>$)

est inférieur à ($<$)

est égal à ($=$)



Exemple

29 874 492 est plus grand que 27 514 420 donc $29\,874\,492 > 27\,514\,420$.

Application

Comparer les nombres suivants :

567	455
91 456 022	83 427 923

Définition 4.

- Ranger des nombres dans l'**ordre croissant** signifie les ranger **du plus petit au plus grand**.
- Ranger des nombres dans l'**ordre décroissant** signifie les ranger **du plus grand au plus petit**.

Application

1. Mettre les nombres suivants dans l'ordre croissant.

93 692	83 321	44 512	65 173
--------	--------	--------	--------

2. Mettre les nombres suivants dans l'ordre décroissant.

7 096	8 623	56 393	13 582
-------	-------	--------	--------

V. Encadrer un nombre entier

Définition 5.

Encadrer un nombre, c'est trouver un nombre plus petit et un nombre plus grand.
La **précision de l'encadrement** est la **différence** entre les deux nombres trouvés.



Exemple

Encadrement du nombre 56 :

- Encadrement à la dizaine : $50 < 56 < 60$
- Encadrement au centième : $0 < 56 < 100$

Application

Encadrer le nombre 33935 à la **centaine** près.

VI. Nombres entiers et demi-droite graduée

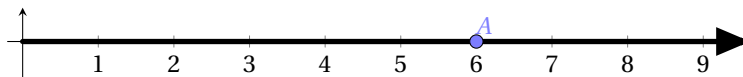
Définition 6.

Une **demi-droite graduée** est une **demi-droite** sur laquelle on a reporté une **unité de longueur** régulièrement à partir de son **origine**.

Sur une demi-droite graduée, **un point** est repéré par **un nombre**, son **abscisse**.

Si un point *A* a pour abscisse 6, on note : $A(6)$.

L'origine est repérée par le nombre 0.



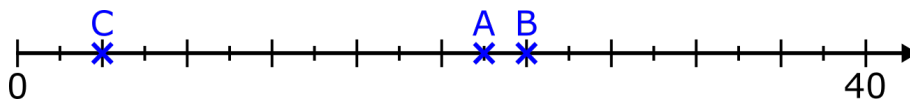
Application

Sur la demi-droite ci-dessous :

1. Donner les abscisses des points A, B et C.


A(.....) B(.....) C(.....)

2. Placer le point D(35).



VII. Les savoir-faire du parcours

- Savoir écrire un nombre entier en lettres.
- Savoir écrire un nombre entier en chiffres.

- 
- Savoir déterminer la valeur d'un chiffre selon sa position.
 - Savoir déterminer un nombre de ... dans un nombre entier.
 - Savoir décomposer un nombre entier.
 - Savoir comparer des nombres entiers.
 - Savoir encadrer un nombre entier.
 - Savoir repérer un nombre entier sur une demi-droite graduée.
 - Savoir placer un nombre sur une demi-droite graduée.