

Equations et inéquations



Les savoir-faire du parcours

- Savoir vérifier qu'un nombre est solution d'une équation.
- Savoir déterminer le degré d'une équation.
- Savoir reconnaître les équations au programme.
- Savoir résoudre une équation du premier degré.
- Savoir résoudre une équation du type (E) : $x^2 = a$
- Savoir résoudre une équation du produit nul.
- Savoir résoudre une équation quotient.
- Savoir effectuer des opérations sur les inégalités.
- Savoir vérifier qu'un nombre est solution d'une inéquation.
- Savoir résoudre une inéquation du premier degré.
- Savoir résoudre un problème à l'aide d'une inéquation.

Les mathématiciennes et mathématiciens

Compétence.

1



1 Équations et vocabulaire

Propriété 1: Égalités et additions..

Une égalité reste vraie si on ajoute un même nombre aux deux membres.

Traduction en langage mathématique : Pour tout nombre c , si $a = b$, alors $a + c = b + c$

Propriété 2: Égalités et multiplications..

Une égalité reste vraie si on multiplie les deux membres par un même nombre non nul.

Traduction en langage mathématique : Pour tout nombre c non nul, si $a = b$, alors $a \times c = b \times c$

Définition 3: Vocabulaire des équations.

Une équation (E) d'inconnue x est une égalité contenant un nombre inconnu x .

Une solution d'une équation est une valeur qui vérifie l'égalité.

Résoudre une équation signifie trouver toutes les solutions de cette équation.

Définition 4.

On appelle degré d'une équation (E) le plus grand exposant porté par l'inconnue.

Propriété 5.

On ne change pas les solutions d'une équation si :

- On ajoute ou on soustrait à ses deux membres un même nombre.
- On multiplie ou on divise ses deux membres par un même nombre non nul.

Définition 6.

Lorsque deux équations ont les mêmes solutions, on dit qu'elles sont équivalentes.

On le note en utilisant le symbole \Leftrightarrow .

Premier SF**2**

Compétence.



/b/ABCD

Deuxième SF**3**

Compétence.



/b/ABCD

Troisième SF**4**

Compétence.



/b/ABCD

2

Types d'équations

Propriété 7: Équations du 1er degré du type $(E) : ax = b$.

Pour tout nombre a non nul, l'équation $(E) : ax = b$ a une unique solution qui est $\frac{b}{a}$.
On le note $S(E) = \{\frac{b}{a}\}$

Propriété 8: Équations du 1er degré.

Toute équation du premier degré est équivalente à une équation de la forme $(E) : ax = b$ (avec a non nul).

Propriété 9: Équations du type produit nul..

Un produit est nul si et seulement si un, au moins, des facteurs est nul.

Traduction en langage mathématique : Pour tous nombres a et b , $a \times b = 0 \Leftrightarrow a = 0$ ou $b = 0$.

Propriété 10: Équations du type $(E) : x^2 = a$.

Soit a un nombre réel et $(E) : x^2 = a$.

- Si $a < 0$, l'équation (E) n'a pas de solution (un carré de nombre réel est positif).
- Si $a = 0$, l'équation (E) a une unique solution qui est 0 : $S(E) = \{0\}$
- Si $a > 0$, l'équation (E) a deux solutions qui sont $-\sqrt{a}$ et \sqrt{a} : $S(E) = \{-\sqrt{a}; \sqrt{a}\}$

Remarque 11.

Lorsque a est un nombre strictement positif, $a = \sqrt{a}^2$, on obtient :

$$(E) : x^2 = a \Leftrightarrow x^2 - a = 0 \Leftrightarrow x^2 - \sqrt{a}^2 \Leftrightarrow (x - \sqrt{a})(x + \sqrt{a}) = 0$$

et on retrouve $S(E) = \{-\sqrt{a}; \sqrt{a}\}$

Propriété 12: Équations quotient.

Une équation quotient est une équation de la forme $(E) : \frac{P(x)}{Q(x)} = 0$.

L'équation (E) n'a de sens que pour les valeurs n'annulant pas $Q(x)$.

Les solutions de (E) sont les solutions de $(E_1) : P(x) = 0$ qui n'annulent pas $Q(x)$.

Premier SF**5**

Compétence.



/b/ABCD

Deuxième SF**6**

Compétence.



/b/ABCD

Troisième SF**7**

Compétence.



/b/ABCD

3

Inéquations

Propriété 13: Inégalités et additions..

Une inégalité reste vraie si on ajoute ou on soustrait un même nombre aux deux membres.

Traduction en langage mathématique : Pour tout nombre c , si $a < b$, alors $a + c < b + c$

Propriété 14: Inégalités et multiplications..

- Si on multiplie les deux membres d'une inégalité par un même nombre positif alors l'ordre est conservé.
- Si on multiplie les deux membres d'une inégalité par un même nombre négatif alors l'ordre est inversé.

Traduction en langage mathématique : Soient a et b deux nombres tels que $a < b$

- Si $c > 0$, alors $a \times c < b \times c$
- Si $c < 0$, alors $a \times c > b \times c$

Définition 15: Vocabulaire des inéquations.

Une inéquation (I) d'inconnue x est une inégalité contenant un nombre inconnu x .

Une solution d'une inéquation est une valeur qui vérifie l'inégalité.

Résoudre une inéquation signifie trouver toutes les solutions de cette inéquation.

Propriété 16.

On ne change pas les solutions d'une inéquation si :

- On ajoute ou on soustrait à ses deux membres un même nombre.
- On multiplie ou on divise les deux membres par un même nombre non nul,
 - En conservant l'ordre si ce nombre est positif.
 - En inversant l'ordre si ce nombre est négatif.

Définition 17.

Lorsque deux inéquations ont les mêmes solutions, on dit qu'elles sont équivalentes.

On le note en utilisant le symbole \Leftrightarrow .

Propriété 18: Inéquations du 1er degré.

Toute inéquation du premier degré est équivalente à une inéquation de la forme :

$$(I_1) : x < a \quad \text{ou} \quad (I_2) : x \leq a \quad \text{ou} \quad (I_3) : x \geq a \quad \text{ou} \quad (I_4) : x > a$$

Premier SF**8**

Compétence.



/b/ABCD

Deuxième SF**9**

Compétence.



/b/ABCD

Troisième SF**10**

Compétence.



/b/ABCD

Compétence.

11



/b/ABCD

Compétence.

12



Compétence.

13



Compétence.

14



Compétence.

15



Compétence.

16



Compétence.

17



Compétence.

18



Compétence.

19



Compétence.

20



Compétence.

21



Compétence.

22



Compétence.

23



Compétence.

24



Compétence.

25



Compétence.

26



Compétence.

27



Compétence.

28



Compétence.

29



Compétence.

30



Compétence.

31



Compétence.

32



Compétence.

33



/b/ABCD