

Équation du premier degré

① ② ③

Utiliser le calcul littéral

- ☐ Résoudre de façon exacte ou approchée des problèmes du premier degré

Définition 1. Équation du premier degré

On appelle **équation du premier degré** toute équation de la forme $ax + b = 0$ ou qui peut s'y ramener, avec a et b deux réels. x est appelé **l'inconnue**.



Exemple

L'équation $2x + 5 = 0$ est une équation du premier degré d'inconnue x .

L'équation $x^2 + 5x + 4 = 0$ n'est pas une équation du premier degré. L'inconnue est x .

Définition 2. Résoudre une équation

Résoudre une équation, c'est déterminer toutes les valeurs de l'inconnue pour lesquelles les deux membres de l'équation sont égaux.



Méthode

Pour déterminer une valeur exacte de la solution, si elle existe, il faut isoler l'inconnue.

On souhaite résoudre l'équation $4x + 5 = 0$

1a. Isoler $4x$. En soustrayant 5 à chaque membre, on obtient : $4x + 5 - 5 = 0 - 5$

1b. Simplification. $4x = -5$

2a. Isoler. En divisant par $4 \neq 0$ chaque membre, on obtient : $\frac{4}{4}x = \frac{-5}{4}$

2b. Simplification. $\frac{4}{4} = 1$, on obtient : $x = \frac{-5}{4}$

3. Écriture de la solution la solution est donc $\frac{-5}{4}$. On peut écrire : $S = \left\{ \frac{-5}{4} \right\}$.

1

Application directe

Pour quelle valeur de x l'égalité $\frac{2}{x-3} = 0,5$ est elle vraie?

Source : http://laroche.lycee.free.fr/telecharger/2nde/problemes_ouverts_6a2.pdf

2

Exercice d'application

Problème 1 : 4 boissons à 2,5 € et 3 menus identiques coûtent 52,00 €. Quel est le prix d'un menu?

Problème 2 : Un rectangle de largeur 3 cm a pour périmètre 24 cm. Quel est la longueur d'un rectangle?

3 Exercice d'application

On donne l'algorithme suivant.

```
1: VARIABLES
2: x EST_DU_TYPE NOMBRE
3: DEBUT_ALGORITHME
4:   Multiplie x par 2
5:   Ajoute 5
6: FIN_ALGORITHME
```

1. Quelle est l'expression renvoyée en fonction de x ?
2. Quelle valeur obtient-on pour $x = -5$?
3. Pour quelle valeur de x obtient-on 75?

4 Exercice d'application

Pour convertir les degrés Celsius en degrés Fahrenheit, il faut utiliser la formule $T_F = 1,8T_C + 32$, où T_C est la température en degrés Celsius et T_F est la température en degrés Fahrenheit.

1. Quelle est la température en degrés Fahrenheit qui correspond à 30 degrés Celsius?
2. Quelle est la température en degrés Celsius qui correspond à 78 degrés Fahrenheit?

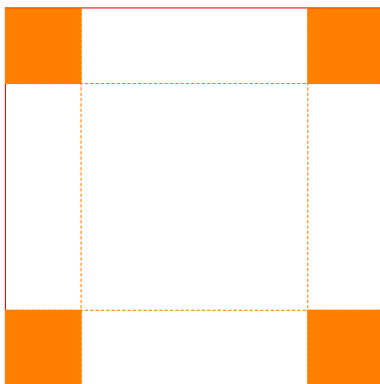
5 Approfondissement

Stéphanie fait son jogging. Pour l'instant, il lui reste à parcourir la moitié de ce qu'elle a déjà couru; un kilomètre plus tôt, il lui restait à courir le double de ce qu'elle avait déjà couru. Quelle est, en kilomètres, la longueur de son entraînement?

Source : http://laroche.lycee.free.fr/telecharger/2nde/problemes_ouverts_6a2.pdf

6 Approfondissement

On dispose d'une plaque de carton carrée de 10 cm de côté. Dans chaque coin de la plaque, on découpe un carré comme indiqué sur le dessin. On obtient alors le patron d'une boîte parallélépipédique, sans couvercle. Quelle doit être la mesure du côté du carré que l'on découpe dans chaque coin pour que le volume de la boîte soit 72 cm^3 ?



7 Défi

Lorsqu'elle met au monde son quatrième enfant, une mère a trois fois la somme des âges de ses trois premiers enfants. Elle se dit alors que, dans huit ans, son âge sera la somme de ceux de ses quatre enfants. Quel est son âge actuel?

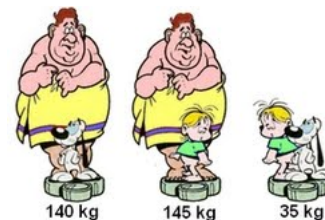
Source : http://laroche.lycee.free.fr/telecharger/2nde/problemes_ouverts_6a2.pdf

8 Défi

Stéphanie fait son jogging. Pour l'instant, il lui reste à parcourir la moitié de ce qu'elle a déjà couru; un kilomètre plus tôt, il lui restait à courir le double de ce qu'elle avait déjà couru. Quelle est, en kilomètres, la longueur de son entraînement?

Source : http://laroche.lycee.free.fr/telecharger/2nde/problemes_ouverts_6a2.pdf

9 Défi



En utilisant les informations données par ces trois dessins, détermine combien pèsent le gros Dédé, le petit Francis et le chien Boudin.

10 Défi

Au cours d'un marathon disputé par cinq coureurs, Marc est 225 m derrière Stéphane. Celui-ci est 575 m devant Patrick, qui est 150 m derrière Charles. Enfin, celui-ci suit Jean à 575 m. En mètres, quelle distance sépare le premier du dernier?

Source : http://laroche.lycee.free.fr/telecharger/2nde/problemes_ouverts_6a2.pdf

11 Défi

Dans une pièce se trouvent dix animaux : lapins, canaris et mouches, dont sept peuvent voler. Ils totalisent trente quatre pattes. Combien y a-t-il de canaris? (Une mouche possède six pattes et deux ailes.)

Source : http://laroche.lycee.free.fr/telecharger/2nde/problemes_ouverts_6a2.pdf

12 Défi

On dispose de deux balances équilibrées. Sur les plateaux de la première on trouve d'un côté 5 pommes et de l'autre 3 pommes et une banane. Sur les plateaux de la seconde on trouve d'un côté 2 bananes et une grappe de raisins et de l'autre 7 pommes. Si chaque pomme pèse 210 g, que pèse la grappe de raisin?

Source : http://laroche.lycee.free.fr/telecharger/2nde/problemes_ouverts_6a2.pdf

13 Défi

La somme de deux nombres est 300. De combien augmente leur produit quand chaque nombre augmente de 7?

Source : http://laroche.lycee.free.fr/telecharger/2nde/problemes_ouverts_6a2.pdf

Inéquation du premier degré

① ② ③

Utiliser le calcul littéral

- ☐ Résoudre une inéquation du premier degré
- ☐ Faire le lien entre forme algébrique et représentation graphique

14 Situation de recherche

Un vidéo club propose 2 sortes de location de DVD.

Option 1	Option 2
abonnement annuel de 20 €	sans abonnement
+ 4 € par DVD loué	6,5 € par DVD loué

- Calculer le cout annuel pour 6 DVD loués avec chaque option.
- Estelle a payé 91 € pour 14 DVD loués.
 - Quelle formule a-t-elle choisi?
 - Que penses-tu de son choix?
- Quelle est l'option la plus rentable selon le nombre de DVD?

Définition 3. Inéquation

On appelle **inéquation** une proposition mathématique qui compare deux expressions dont au moins une contient une inconnue.

Résoudre une inéquation, c'est déterminer toutes les valeurs de l'inconnue qui vérifient la comparaison entre les deux membres.

Règle 1.

- Lorsqu'on ajoute (ou soustrait) un **même** nombre à *chaque membre* de l'inéquation, l'ordre ne change pas.
- Lorsqu'on multiplie (ou divise) un **même** nombre **positif non nul** à *chaque membre* de l'inéquation, l'ordre ne change pas.
- ▲ Lorsqu'on multiplie (ou divise) un **même** nombre **négatif non nul** à *chaque membre* de l'inéquation, l'ordre change.



Méthode

On souhaite résoudre l'inéquation $x + 7 < 5$

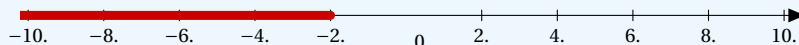
1a. Isoler x . En soustrayant 7 à chaque membre, on obtient : $x + 7 - 7 < 5 - 7$. L'ordre ne change pas car on opère une soustraction.

1b. Simplifier. $x + 0 < -2$

1c. Réduire. $x < -2$

2. Conclure. La solution est composée de tous les nombres strictement inférieurs à -2 .

3. Représentation On représente l'ensemble solution sur la droite graduée, ici en rouge :



Méthode

On souhaite résoudre l'inéquation $-2x - 5 \geq 11$

1a. Isoler x . En ajoutant 5 à chaque membre, on obtient : $-2x - 5 + 5 \geq 11 + 5$. L'ordre ne change pas car on opère une addition.

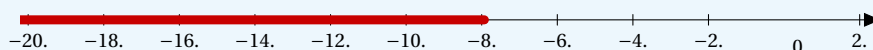
1b. Simplifier. $-2x \geq 16$.

2a. Diviser. $\frac{-2}{-2}x \leq \frac{16}{-2}$. On divise chaque membre par $-2 < 0$. Donc **l'ordre change**.

2b. Simplifier. $x \leq -8$

2. Conclure. La solution est composée de tous les nombres inférieurs ou égaux à -8 .

3. Représentation On représente l'ensemble solution sur la droite graduée, ici en rouge :



15 Exercice d'application

Résoudre les inéquations suivantes et représenter les solutions sur la droite graduée.

a. $x - 5 \leq 4$

d. $2x + 3 \geq 2$

g. $-\frac{5}{3}x + \frac{5}{3} \leq \frac{7}{6}$

b. $x + 5 \leq -2$

e. $-2x + 1 \leq -3$

h. $-\frac{3}{2}x + \frac{3}{2} \geq \frac{5}{2}$

c. $x + 1 \leq 3$

f. $-x + 4 \geq 5$

i. $\frac{4}{5}x + \frac{4}{3} \leq \frac{5}{3}$

16 Exercice d'application

Résoudre les inéquations suivantes et représenter sur la droite graduée les solutions.

a. $x - 5 \leq 4x - 2$

d. $x + 3 \geq 2x$

g. $-2x + 7 \leq \frac{7x + 1}{6}$

b. $2x + 4 \leq -2x - 1$

e. $-2x + 1 \leq -3x - 4$

h. $-x + \frac{1}{2} \geq \frac{5 - 3x}{2}$

c. $4x + 1 \leq 2x - 3$

f. $-4x + 4 \geq 5x + 1$

i. $\frac{4}{3} - 3x \leq \frac{2 - 8x}{3}$

17 Exercice d'application

Le périmètre d'un rectangle est inférieur ou égal à 37 cm. Sachant que sa largeur est égale à 5,3 cm, déterminer les valeurs possibles pour la longueur de ce rectangle. (La longueur doit être supérieure à la largeur)

18 Exercice d'application

Un savetier estime que le coût de production d'une paire de sabots en bois est 20 €. Les coûts fixes de fonctionnement de son entreprise sont de 1000 € par mois. Combien de paires de sabots, au maximum, doit-il fabriquer pour que le coût de production reste inférieure à 3500 €?

Équation produit nul

① ② ③

Utiliser le calcul littéral

- ☐ Résoudre une équation produit
- ☐ Faire le lien entre forme algébrique et représentation graphique

Définition 4. Équation produit nul

On appelle **équation produit nul** une équation dont l'un des membres est un produit de facteurs et l'autre est 0.



Méthode . Résolution d'une équation produit nul

$$(2x - 1)(x + 3) = 0$$

un produit est nul lorsqu'au moins un de ses facteurs est nul.

$$2x - 1 = 0 \quad \text{ou} \quad x + 3 = 0$$

$$2x = 1 \quad \text{ou} \quad x = -3$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{1}{2}; -3 \right\}$$

19 Application directe

Résous les équations suivantes.

- | | | |
|---------------------------|----------------------------|-------------------------|
| a. $(x - 1)(x + 3) = 0$ | d. $2x(x - 1)(5 - 2x) = 0$ | g. $(x - 1)^2 - 4 = 0$ |
| b. $(x + 2)(2x - 1) = 0$ | e. $(5x - 1)(7 - x) = 0$ | h. $16 - (x + 2)^2 = 0$ |
| c. $(3 - 2x)(-x + 5) = 0$ | f. $(2 - 3x)(x + 1) = 0$ | i. $9 - (-x + 5)^2 = 0$ |

20 Exercice d'application

Soit x un nombre.

- Factoriser $x^2 - 4 + x - 2$
- En déduire un ensemble solution de $x^2 - 4 + x - 2 = 0$
- Vérifier que pour tout réel nombre x , $x^2 + x - 6 = 0$
- En déduire un ensemble solution de $x^2 + x - 6 = 0$

21 Approfondissement

- Factoriser astucieusement $9 - x^2 + x + 3$
- En déduire les solutions de l'équation $-x^2 + x + 12 = 0$

22 Approfondissement

- Factoriser astucieusement $4x^2 - 25 + 2x - 5$.
- En déduire les solutions de l'équation $4x^2 + 2x - 30 = 0$.