

Dépendance entre 2 grandeurs

1 heure

Comprendre et utiliser la notion de fonction

- ☐ Traduire la dépendance entre 2 grandeurs proportionnelles
- ☐ Utiliser différents mode de représentations

1 Situation de recherche

1. Quelle est la formule qui lie le périmètre \mathcal{P} d'un cercle et son rayon r ?
2. Quelle phrase peux tu écrire avec "en fonction de" ?
3. Calcule \mathcal{P} pour $r = 5$. On écrit alors $\mathcal{P}(5)$.
4. Calcule $\mathcal{P}(2)$.
5. Peux tu calculer $\mathcal{P}(-3)$? Justifie.

Définition 1. En fonction de

Lorsqu'une relation associe deux quantités, on dit que l'on peut exprimer une quantité **en fonction de** l'autre. En général, on peut alors établir une formule qui lie ces deux quantités.

**Exemple**

1 pain au chocolat coûtent 1,45 € donc n pains au chocolats coûtent $1,45n$. On peut dire que le prix p de n pains au chocolat s'obtient par la formule $p = 1,45n$. Le prix est **en fonction du** nombre de pains au chocolats.

**Notation**

Pour exprimer que la quantité \mathcal{Q} est en fonction de la quantité x , on note $\mathcal{Q}(x)$.

2 Application directe

1. Exprimer le périmètre \mathcal{P} d'un triangle équilatéral en fonction de la longueur d'un coté c .
2. La largeur d'un rectangle est 3 cm. Exprimer le périmètre \mathcal{P} de ce rectangle en fonction de sa longueur L .
3. 12 œufs coutent 1,50 €. Exprime le prix p de n œufs achetés en fonction de n .

3 Exercice d'application**La fourmi est-elle la plus forte du monde ?**

[...] Des études précédentes affirment que l'insecte est capable de porter jusqu'à 1.000 fois son propre poids, soit l'équivalent d'un oisillon tombé du nid. Toutefois, ce chiffre, déjà sensationnel, pourrait être encore plus élevé, selon les récentes conclusions de travaux menés par des ingénieurs en mécanique et aérospatiale de l'Ohio State University. Ces derniers affirment que la fourmi serait capable de porter jusqu'à 5.000 fois son poids! [...]

**Méthode en vidéo : Source**

1. Quelle serait la charge C que porterait un humain de 15 kg ?
2. Quelle serait la charge C que porterait un humain de 45 kg ?
3. Quelle serait la charge C que porterait un humain de p kg ?

4 Exercice d'application

Le débit moyen de téléchargement est de 0,85 Mo/s.

1. Complète ce tableau

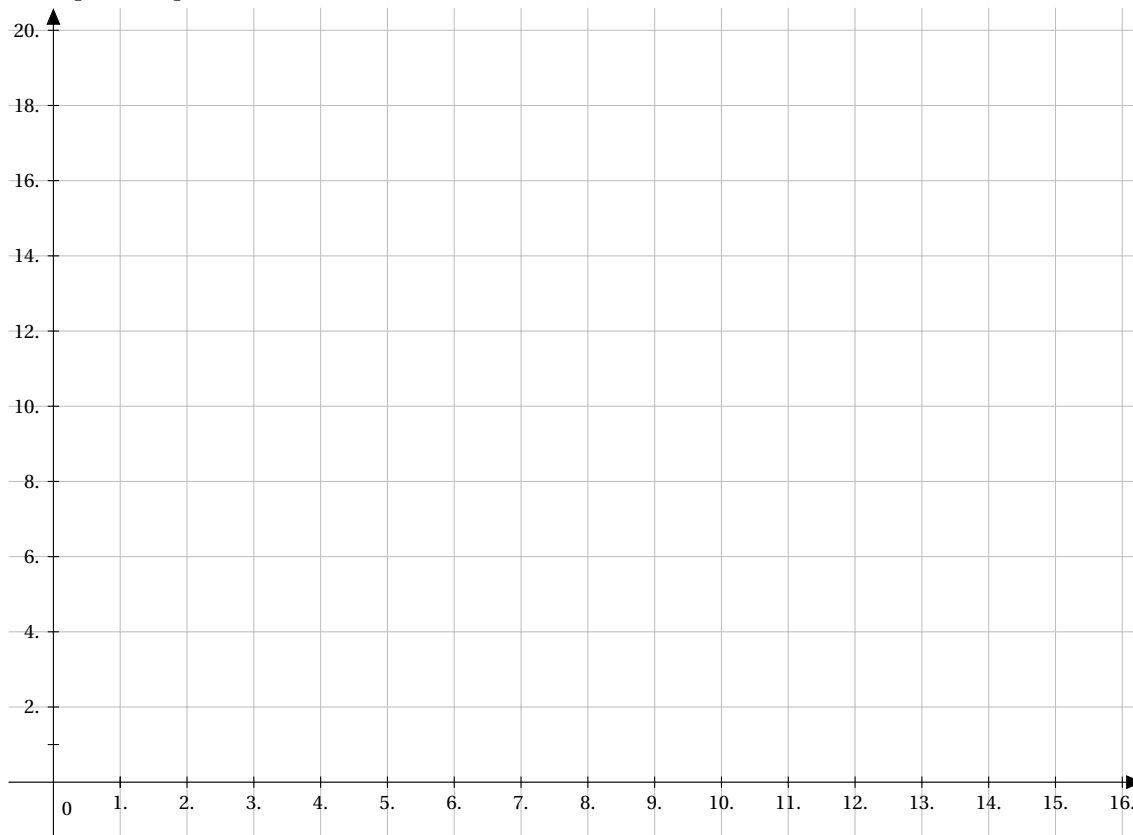
d en Mo	1	2	10	12
temps t en s				

2. Déterminer une formule donnant le débit moyen d en fonction du temps t .

3. Représentation graphique dans un repère.

(a) Recopier et compléter les axes du repère par les données qu'ils représentent.

(b) Tracer dans le repère ci-dessous les points dont l'abscisse est le débit moyen de téléchargement et l'ordonnée le temps correspondant.



(c) Quel est la forme de cette représentation graphique?

(d) Quel est le temps nécessaire pour télécharger 9 Mo?

5 Application directe

Pour réaliser un bon sirop d'orgeat, il faut 1 volume de sirop pour 7 volumes d'eau.

1. Quelle est le volume d'eau pour 2 cl de sirop pour avoir un bon sirop d'orgeat?
2. Quelle est le volume de sirop pour 28 cl d'eau?
3. Exprime le volume d'eau V en fonction du volume v de sirop.

6 Application directe

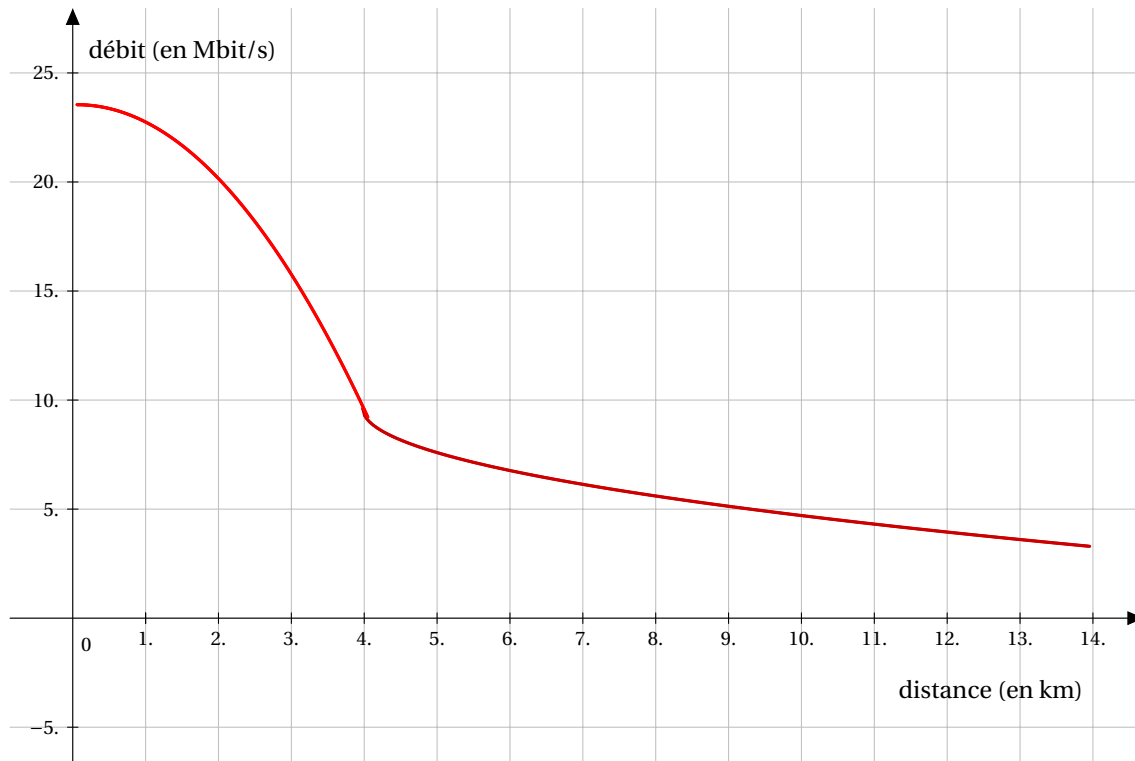
Un rectangle a pour dimension x cm de longueur sur $x - 5$ cm de largeur.

1. Quelle est la valeur la plus petite pour x ?
2. Déterminer l'aire de ce rectangle en fonction de x .

7 Exercice d'application

Le débit d'une connexion internet varie en fonction de la distance du modem par rapport au central téléphonique le plus proche.

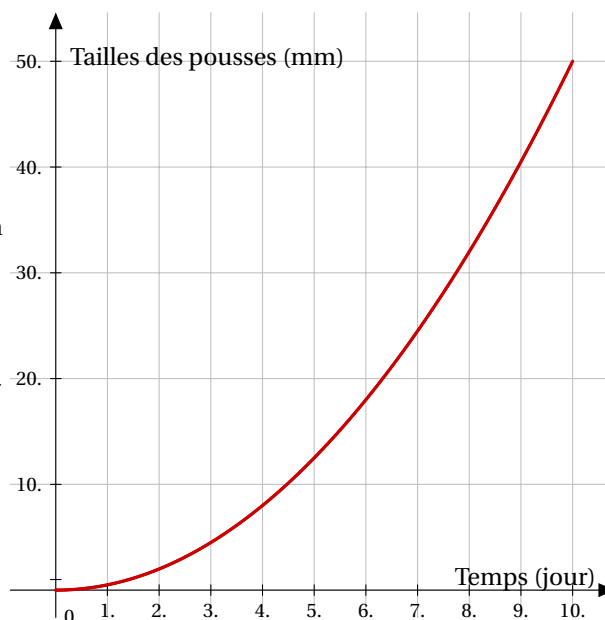
On a représenté ci-dessous la fonction qui, à la distance du modem au central téléphonique (en kilomètres), associe son débit théorique (en mégabits par seconde).



1. Marie habite à 2,5 km d'un central téléphonique. Quel débit de connexion obtient-elle?
2. Paul obtient un débit de 20 Mbits/s. À quelle distance du central téléphonique habite-t-il?
3. Pour pouvoir recevoir la télévision par internet, le débit doit être au moins de 15 Mbits/s. À quelle distance maximum du central doit-on habiter pour pouvoir recevoir la télévision par internet?

8 Application directe

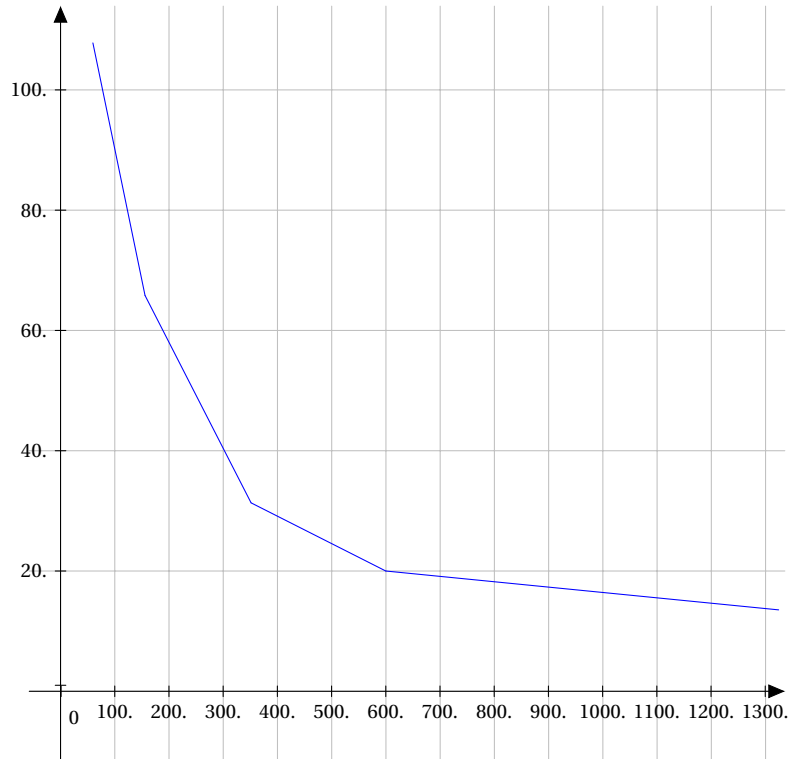
1. Comment se nomme la variable? Quelle est son unité?
2. Que représente ce graphique?
3. Quelle est la taille des pousses le 9^{ème} jour?
4. Au bout de combien de jours les pousses dépassent 30 mm?



9 Exercice d'application

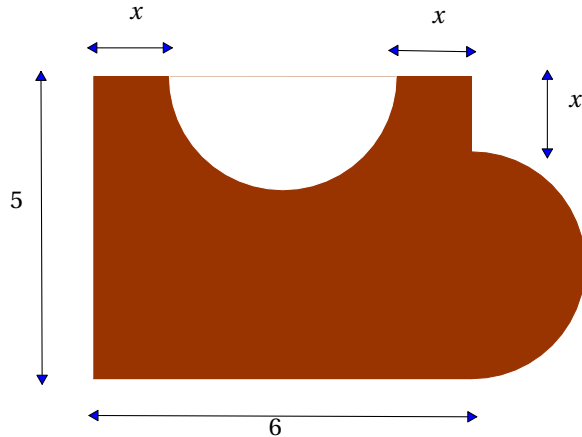
Ce graphique représente le niveau sonore en fonction de la distance à laquelle se trouve une personne de la source émettrice du son. Le niveau sonore est exprimé en (dB) et la distance en mètre.

1. Complète le graphique en notant sur chaque axe la légende.
2. Comment se nomme la variable? Quelle est son unité?
3. Quel est le niveau sonore pour une personne située à 300 mètres de la source sonore?
4. Quel est le niveau sonore pour une personne située à 600 mètres de la source sonore?
5. Une personne perçoit un son à un niveau de 40 dB. A Quelle distance de la source se trouve-t-il?



10 Exercice d'application

On propose la figure suivante.



1. Quelle est la valeur la plus petite pour x ? Et la plus grande valeur pour x ?
2. Détermine le périmètre \mathcal{P} de cette surface en fonction de x .
3. Calcule $\mathcal{P}(2)$.

Pour faire le point

Exercice 1.

La distance verticale dans une chute libre est donnée par $h = \frac{1}{2}g \times t^2$, g est une constante égale à 9,81 et le temps t est exprimé en seconde. La distance est exprimée en mètres.

1. Quelle est la distance parcourue en 5 secondes?
2. La distance est-elle proportionnelle au temps?

Exercice 2.

Le son parcourt 330 m en 1 seconde. Exprime la distance en fonction du temps.

Fonction, image, antécédent

2 heures

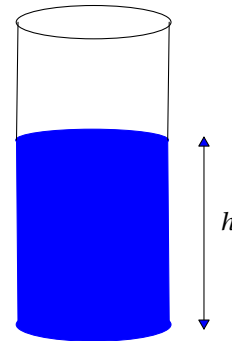
Comprendre et utiliser la notion de fonction

- ☐ Connaitre la notion de fonction
- ☐ Déterminer l'image par une fonction
- ☐ Déterminer un antécédent par une fonction

1 Situation de recherche

Un cylindre a pour base un disque de rayon 2 cm et une hauteur 10 cm. On verse l'eau dans le cylindre et on appelle h la hauteur du niveau d'eau.

1. Déterminer la plus petite et la plus grande valeur de h .
2. Déterminer le volume d'eau \mathcal{V} pour une hauteur de 8 cm.
3. Déterminer le volume d'eau \mathcal{V} en fonction de la hauteur du liquide versé h .



Définition 2. Variable

Une variable mathématique désigne une valeur arbitraire, pas totalement précisée, ou même inconnue - appartenant à un ensemble. Les valeurs de la variable varient durant l'exercice. Comme ces valeurs ne sont pas fixes, on note la variable par une lettre.



Exemple

Un carré a pour côté x . Son périmètre est $\mathcal{P} = 4x$. On préfère écrire $\mathcal{P}(x) = 4x$. x est la variable car pour chaque valeur de x positive, on obtient une valeur du périmètre. Le périmètre est en fonction de x .

Définition 3. Fonction

Une **fonction** est un procédé qui à un nombre donné associe un unique nombre. La fonction est explicitée par une expression littérale en fonction de la variable.



Notation

On écrit $f : x \mapsto f(x)$ et on lit f est la fonction qui à x associe le nombre $f(x)$.

Définition 4. Image, antécédent

L'**image** d'un nombre par f est l'unique nombre obtenu après le procédé calculatoire de la fonction. Lorsque $f : a \mapsto b$, on dit que b est l'image de a par f . On note alors $f(a) = b$. a est appelé un **antécédent** de b par f .



Exemple

Un triangle équilatéral de côté 4 cm a un périmètre égal à 12 cm.

On peut alors dire que 12 est l'image de 4 par la fonction f , où $f : 4 \mapsto 12$. 4 est un antécédent de 12 par f .

Plus généralement, $f : x \mapsto 3x$ ou $f(x) = 3x$. $f(x)$ est l'image de x par la fonction f .

La fonction f est la fonction qui a une longueur du côté d'un triangle équilatéral associe son périmètre.



Étymologie

Antécédent est composé de anté - cédent : qui vient avant le procédé.

Un antécédent vient donc avant la flèche qui symbolise le procédé. Antécédent \mapsto image.

2

Application directe

Aux États-Unis, la température se mesure en degré Fahrenheit (en °F). En France, elle se mesure en degré Celsius (en °C).

Pour faire les conversions d'une unité à l'autre, on a utilisé un tableur. Voici une copie de l'écran obtenu ci-contre.

	A	B
1	Conversions	
	Températures	Températures
2	en °C	en °F
3	-5	23
4	0	32
5	5	41
6	10	50
7	15	59
8	20	68
9	25	77

1. Quelle température en °F correspond à une température de 20 °C?
2. Quelle température en °C correspond à une température de 41 °F?
3. Pour convertir la température de °C en °F, il faut multiplier la température en °C par 1,8 puis ajouter 32. On a écrit une formule en B3 puis on l'a recopiée vers le bas. Quelle formule a-t-on pu saisir dans la cellule B3?

3

Application directe

Monsieur Philibert voyage un mois à travers Costa Rica. A l'arrivée à l'aéroport, il reçoit un sms sur son smart phone.

- 0,85 € par sms
- 1,95 € par appel

Pour bénéficier de ces tarifs, il paie un abonnement mensuel de 9,90 € à son opérateur français.

1. Quel est le prix que M. Philibert va payer pour 10 appels passés durant son voyage?
2. (a) Exprime $f(n)$ qui détermine le coût de n appels dans le mois durant lequel il visite au Costa Rica.
(b) Calcule alors l'image de 10 par f .

4

Approfondissement

A la séance de 18 heures, le prix des places de cinémas est de 4,50 € pour les moins de 12 ans (enfant) et de 8 € sinon (adultes).

1. Pierre et Marie, deux élèves de CM2, vont au cinéma à 18h00. Quel est le montant total des places de cinémas?
2. Sahsa, Tristan et Colin, sont trois frères et vont au cinéma à 18h00. Les deux cadets ont respectivement 8 et 11 ans et l'aîné a 16 ans. Quel est le montant total des places de cinéma?
3. Monsieur et Madame Cinefil vont au cinéma à la séance de 18h00 avec leur 3 enfants, Marie 17 ans, Audrey 14 ans et Tom 10 ans. Quel est le montant total des places de cinéma?
4. Exprime le prix total des places en fonction du nombre n d'enfants de moins de 12 ans et du nombre de personnes m dont l'âge dépassent 12 ans.

Fonctions linéaires et affines

2,5 heures

Comprendre et utiliser la notion de fonction

- ☐ Connaître la fonction linéaire
- ☐ Résoudre des problèmes liés à la fonction linéaire
- ☐ Connaître la fonction affine
- ☐ Résoudre des problèmes liés à la fonction affine
- ☐ Lire et interpréter les coefficients d'une fonction affine représentée par une droite

Définition 5. Fonction linéaire

Une **fonction linéaire** est une fonction dont l'image de x est de la forme ax où a est un nombre. Les fonctions linéaires traduisent des situations de proportionnalité.

**Exemple**

La fonction f définie par $f(x) = 65x$ est une fonction linéaire.

**Remarque**

La représentation d'une fonction linéaire est une droite qui passe par l'origine.

Définition 6. Fonction affine

Une **fonction affine** est une fonction dont l'image de x est de la forme $ax + b$ où a et b sont deux nombres.

**Exemple**

La fonction f définie par $f(x) = 2x + 5$ est une fonction affine. $a = 2$ et $b = 5$.

**Attention**

La fonction f définie par $f(x) = x^2 + 1$ n'est pas une fonction affine puisque x est au carré.

**Remarque**

La représentation d'une fonction affine est une droite dont l'ordonnée à l'origine est $f(0) = b$.