

Statistiques



Les savoir-faire du parcours

- Savoir calculer des effectifs et des fréquences.
- Savoir construire la représentation d'une série statistique.
- Savoir calculer la moyenne d'une série statistique.
- Savoir déterminer la médiane et les quartiles d'une série statistique.
- Savoir déterminer les indicateurs de dispersions d'une série statistique (étendue, écart interquartile, écart-type).
- Savoir décrire verbalement les différences entre deux séries statistiques, en s'appuyant sur des indicateurs ou sur des représentations graphiques données.

Les mathématiciennes et mathématiciens

Gertrude Cox (1900-1978) était une éminente statisticienne américaine dont les travaux ont profondément influencé le domaine de la statistique et de la science des enquêtes. Elle a été pionnière dans le développement de méthodes statistiques et a promu l'utilisation de la statistique dans des domaines variés tels que l'agriculture et l'industrie. Cox a été la première femme à obtenir un doctorat en statistiques aux États-Unis, ce qui témoigne de son rôle de précurseur pour les femmes dans les sciences. Elle a été une force motrice dans la création de programmes d'études supérieures en statistique dans plusieurs universités américaines. Ses recherches sur la théorie de l'échantillonnage ont eu un impact durable, et elle a joué un rôle clé dans l'avancement des méthodes de sondage. Son héritage est marqué par son dévouement à la recherche statistique rigoureuse et son plaidoyer pour l'application de la statistique dans la prise de décision pratique.

Compétence.

1



1

Série statistique

Définition 1: Vocabulaire.

L'ensemble sur lequel porte l'étude d'une **série statistique** s'appelle la **population**.
Un élément de la population est un **individu**. L'objet étudié s'appelle le **caractère** de la série.
Si le caractère prend des valeurs numériques on dit qu'il est **quantitatif**, sinon il est **qualitatif**.

Définition 2: Effectifs et fréquences.

Lors d'une enquête, une liste de données a été relevée.

- L'**effectif total** est le nombre total des données de la liste.
- L'**effectif** d'une donnée est le nombre de fois où cette donnée apparaît dans la liste.
- La **fréquence** d'une donnée est le **quotient** de son **effectif** par l'**effectif total**.

Propriété 3.

- Une **fréquence** peut être donnée sous forme de **fraction**, de **nombre décimal** ou de **pourcentage**.
- Une **fréquence** est un nombre compris **entre 0 et 1**.
- La **somme** de toutes les **fréquences** est égale à 1.

Définition 4: Représentation d'une série statistique.

On peut représenter une série statistique par :

- Un **nuage de points** : un **graphique** où on place les points correspondants à chaque donnée.
- Un **diagramme en barres** : un **graphique** où les effectifs des données sont représentés par des **rectangles** dont les **hauteurs** sont **proportionnelles** à l'**effectif** de chaque donnée.
- Un **diagramme circulaire** : un **graphique** où les effectifs des données sont représentés par des **secteurs angulaires** dont les **mesures des angles** sont **proportionnelles** à l'**effectif** de chaque donnée.

Premier SF

2

Compétence.



/b/ABCD

Deuxième SF

3

Compétence.



/b/ABCD

Troisième SF

4

Compétence.



/b/ABCD

2

Indicateurs de position d'une série statistique

Définition 5: Moyenne d'une série statistique.

La **moyenne**, notée \bar{x} , d'une série statistique ayant k valeurs x_1, x_2, \dots, x_k d'effectif respectif n_1, n_2, \dots, n_k est égale à :

$$\bar{x} = \frac{n_1 \times x_1 + n_2 \times x_2 + \dots + n_k \times x_k}{n_1 + n_2 + \dots + n_k}$$

Propriété 6.

La moyenne d'une série statistique ayant k valeurs x_1, x_2, \dots, x_k de fréquences respectives f_1, f_2, \dots, f_k est égale à :

$$\bar{x} = f_1 \times x_1 + f_2 \times x_2 + \dots + f_k \times x_k$$

Propriété 7: Moyenne d'une série formée de deux groupes.

Pour calculer la moyenne d'une série constituée de **deux groupes**, on calcule la moyenne des deux groupes en pondérant leurs moyennes respectives par leurs effectifs totaux.

Propriété 8: Linéarité de la moyenne.

Lorsque toutes les valeurs d'une série de moyenne \bar{x} sont transformées par une fonction affine $x \mapsto mx + p$, la moyenne de la nouvelle série est $m \times \bar{x} + p$.

Preuve : De la propriété 6.

On considère une série statistique ayant k **valeurs** x_1, x_2, \dots, x_k d'effectif respectif n_1, n_2, \dots, n_k . La moyenne est :

$$\bar{x} = \frac{n_1 \times x_1 + n_2 \times x_2 + \dots + n_k \times x_k}{n_1 + n_2 + \dots + n_k}$$

Soit N l'effectif total, on a : $N = n_1 + n_2 + \dots + n_k$.

$$\bar{x} = \frac{n_1 \times x_1 + n_2 \times x_2 + \dots + n_k \times x_k}{N}$$

donc :

$$\bar{x} = \frac{n_1}{N} \times x_1 + \frac{n_2}{N} \times x_2 + \dots + \frac{n_k}{N} \times x_k$$

La fréquence de chaque valeur est : $f_i = \frac{n_i}{N}$
donc :

$$\bar{x} = f_1 \times x_1 + f_2 \times x_2 + \dots + f_k \times x_k$$

Définition 9: Médiane d'une série statistique.

Dans une série **ordonnée**, on appelle **médiane** un nombre qui partage cette série en deux séries de **même effectifs**.

- Si l'effectif total est **impair**, la **médiane** est la **valeur centrale** de la série ordonnée.
- Si l'effectif total est **pair**, la **médiane** est la **valeur moyenne des deux valeurs centrales** de la série ordonnée.

Définition 10: Quartiles d'une série statistique.

- Le **premier quartile**, noté Q_1 , est la plus petite valeur de la série telle qu'**au moins 25%** des autres valeurs de la série sont **inférieures ou égales** à cette valeur.
- Le **troisième quartile**, noté Q_3 , est la plus petite valeur de la série telle qu'**au moins 75%** des autres valeurs de la série sont **inférieures ou égales** à cette valeur.

Premier SF

5

Compétence.



/b/ABCD

Deuxième SF

6

Compétence.



/b/ABCD

Troisième SF

7

Compétence.



/b/ABCD

3

Indicateurs de dispersion d'une série statistique

Définition 11: Étendue d'une série statistique.

L'**étendue** d'une série statistique est l'**écart** entre la **plus grande valeur** et la **plus petite valeur** de la série.

Remarque 12.

L'**étendue** permet de mesurer la **dispersion** des données d'une série statistique. Comme elle ne dépend que des valeurs extrêmes, l'étendue ne donne pas d'indication sur la répartition des autres données.

Définition 13: Écart interquartile d'une série.

L'**écart interquartile** d'une série statistique de premier quartile Q_1 et de troisième quartile Q_3 est égal à la différence $I = Q_3 - Q_1$.

Remarques 14.

- L'écart interquartile d'une série mesure la **dispersion** des valeurs centrales (autour de la **médiane**).
- L'écart interquartile contient **au moins 50%** des valeurs de la série.
- L'écart interquartile n'est **pas influencé** par les **valeurs extrêmes** de la série.

Définition 15: Écart type d'une série statistique.

- La variance V d'une série statistique est la moyenne des carrés des écarts entre les valeurs et la moyenne. Pour une série de moyenne \bar{x} dont les valeurs sont x_1, x_2, \dots, x_k et les effectifs correspondants sont n_1, n_2, \dots, n_k on a :

$$V = \frac{n_1 \times (x_1 - \bar{x})^2 + n_2 \times (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_k \times (x_k - \bar{x})^2}{n_1 + n_2 + \dots + n_k}$$

- L'écart-type σ d'une série statistique de variance V est égal à : $\sigma = \sqrt{V}$

Remarques 16.

- L'écart-type exprime la dispersion des valeurs d'une série statistique autour de sa moyenne.
- Les valeurs extrêmes influencent l'écart-type.
- L'écart-type possède la même unité que les valeurs de la série.

Premier SF

8

Compétence.



/b/ABCD

Deuxième SF

9

Compétence.



/b/ABCD

Troisième SF

10

Compétence.



/b/ABCD

Compétence.

11



/b/ABCD

Compétence.

12



Compétence.

13



Compétence.

14



Compétence.

15



Compétence.

16



17



Compétence.

18



Compétence.

19



Compétence.

20



Compétence.

21



Compétence.

22



Compétence.

Compétence.

23



Compétence.

24



Compétence.

25



Compétence.

26



Compétence.

27



Compétence.

28



Compétence.

29



30



Compétence.

31



Compétence.

Compétence.

32



Compétence.

33



/b/ABCD