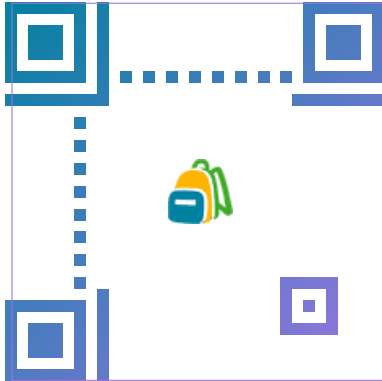


# Mathématiques 4<sup>e</sup> : le livre sacado

L'équipe SACADO

5 juin 2023

## Probabilité



### Les savoir-faire

- Utiliser le vocabulaire des probabilités : expérience aléatoire, issues, événement, probabilité, événement certain, événement impossible, événement contraire.
- Reconnaître des événements contraires et s'en sert pour calculer des probabilités.
- Calculer des probabilités.
- Savoir que la probabilité d'un événement est un nombre compris entre 0 et 1.
- Exprimer des probabilités sous diverses formes.

## 1

## Vocabulaire

**Définition 1: Expérience aléatoire. Univers. Issue.**

Une **expérience aléatoire** ou **épreuve aléatoire** **!Probabilité| seeProbabilité** est une expérience qui est soumise au hasard. On connaît les issues possibles sans savoir laquelle sera réalisée.

Une **issue** est le résultat d'une expérience aléatoire.

On appelle **univers**, noté  $\Omega$ , l'ensemble de toutes les issues possibles.

**Exemple 2: Lancer de dé.**

Je lance un dé équilibré et je note le numéro obtenu sur la face sortie.

- L'*expérience aléatoire* est le Lancer du dé cubique.
- Une *issue* ou *éventualités* est le numéro obtenu sur la face sortie. Ici, il y a 6 issues possibles.
- L'*univers* est l'ensemble qui contient les nombres 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6. On le note  $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ .

## 2

## Notion d'évènements

**Définition 3: Évènement.**

Un **évènement** est un ensemble d'issues (ou éventualités).

**Remarque 4.**

On décrit un évènement par une action.

**Exemple 5: Exemples d'évènements.**

Je lance un dé équilibré et je note la face obtenue.

- Obtenir un nombre pair.
- Obtenir le 6.
- Obtenir un nombre plus petit que 4.

## Connaître le vocabulaire probabiliste

1

Communiquer.

On lance une pièce de monnaie équilibrée et non truquée.

1. Quelle est l'expérience aléatoire ? .....
2. Quelles sont les issues ? .....
3. Quel est l'univers ? .....

2

Communiquer.

On considère un jeu de 52 cartes. On en tire une carte au hasard.

1. Quelle est l'expérience aléatoire ? .....
2. Donner deux issues possibles. ....
3. Combien l'univers compte-t-il d'issues ? .....

3

Communiquer.

Le bingo est un jeu où il faut deviner 6 nombres tirés au hasard et sans remise parmi 1 et 49 sans se soucier de l'ordre.

1. Quelle est l'expérience aléatoire ? .....
2. Donner deux issues possibles. ....
3. Donner deux issues impossibles. ....

4

Représenter. Communiquer.

On considère l'expérience aléatoire qui consiste à lancer deux dés et faire la somme des faces obtenues.

1. Décris l'univers. ....
2. Donner deux issues possibles. ....

## Décrire un événement

5

Représenter. Communiquer.

Dans son armoire, Anis a 3 pantalons : un vert, un bleu et un rouge. Il a aussi 4 chemises : une vert, deux bleues et une rose. Il choisit au hasard un pantalon et une chemise. On s'intéresse aux événements B : "Anis est habillé tout en bleu" et V : "Anis est habillé tout en vert".

1. Décris l'évènement V ? .....
2. Décris l'évènement B ? .....

4

**Définition 6: Évènements particuliers.**

- Un **évènement élémentaire** est un ensemble qui contient une seule issue.
- Un **évènement impossible** dont on est sûr qu'il ne peut pas se produire.
- Un **évènement certain** dont on est sûr qu'il va se produire.

**Exemple 7: Exemples d'évènements.**

Je lance un dé équilibré et je note la face obtenue.

- L'évènement A : "Obtenir le nombre 5" est un évènement élémentaire.
- L'évènement B : "Obtenir le nombre 0" est un évènement impossible.
- L'évènement C : "Obtenir un nombre compris entre 1 et 6" est un évènement certain.

## 3

**Probabilité d'un évènement****Définition 8: Probabilité d'un évènement.**

Lorsqu'une expérience est répétée un grand nombre de fois, on assimile la fréquence d'apparition d'un évènement  $A$  à sa probabilité et on note la  $p(A)$ .

**Propriétés 9.**

- La probabilité d'un évènement est la somme des probabilités des évènements élémentaires qui le composent.
- La somme des probabilités de tous les évènements élémentaires qui composent l'univers est égale à 1.
- La probabilité d'un **évènement impossible** est égale à 0.
- La probabilité d'un **évènement certain** est égale à 1.

**Exemple 10.**

Rosi lance un dé truqué dont la probabilité de chaque face est proportionnelle au nombre de la face. Elle s'intéresse à l'évènement F : "Obtenir une face paire".

L'évènement  $F$  est  $\{2; 4; 6\}$ , constitué des évènements élémentaires  $\{2\}$ ,  $\{4\}$ ,  $\{6\}$

La probabilité de  $F$  est donc  $p(F) = p(\{2\}) + p(\{4\}) + p(\{6\}) = \frac{2}{21} + \frac{4}{21} + \frac{6}{21} = \frac{12}{21}$

## Décrire un évènement

6

Chercher.

Un jeu de 54 cartes n'est pas truqué. On tire aléatoirement une carte.

1. Quelles issues composent l'évènement R : "Obtenir un roi" ? .....

.....

2. Déterminer un évènement élémentaire. ....

3. Déterminer un évènement impossible. ....

## Calculer une probabilité

7

Chercher.

Un jeu de 32 cartes n'est pas truqué. On tire aléatoirement une carte.

1. Déterminer la probabilité de tirer un trèfle.

2. Déterminer la probabilité de tirer un roi.

3. Déterminer la probabilité de tirer le roi de cœur.

8

Chercher. Communiquer.

L'expérience consiste à choisir un élève au hasard.

1. Complète le tableau ci-dessous :

	Sportif	Non sportif	
Filles	35		55
Garçons	25	20	
			100

2. Quelle est la probabilité que ce soit un sportif ? .....

3. Quelle est la probabilité que ce soit une fille sportive ? .....

9

Calculer.

Lors de multiples lancers de dés, on note les fréquences d'apparition de chaque face.

Face	1	2	3	4	5	6
Fréquence	0.12	0.2	.....	0.18	0.17	0.15

1. Complète le tableau ci-dessus.

2. Quelle est la probabilité de l'évènement P : "Obtenir un nombre inférieur à 4" ? .....

10

Raisonner.

On jette une pièce de monnaie en l'air et on regarde la pièce posée sur le sol. On s'intéresse à l'événement  $F$  : "La pièce montre la face Face". Quelle est la probabilité de l'événement  $F$  ? .....

.....

11

Calculer.

Une urne contient 1 boule rouge et 4 boules oranges indiscernables au toucher.

Calculer la probabilité de tirer une boule orange. ....

.....

.....

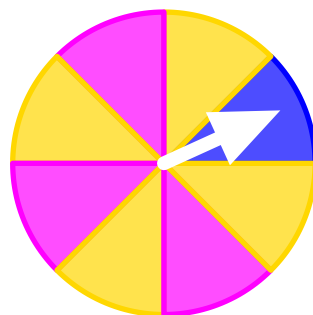
12

Raisonner. Calculer.

Une roue est composée de 8 secteurs angulaires superposables de couleurs différentes. Une aiguille tourne au hasard et s'arrête sur un des secteurs. On note la couleur obtenue.

1. Quelle est la probabilité que la couleur soit jaune ? .....

2. Quelle est la probabilité que la couleur soit rose ? .....



13

Raisonner.

On lance un dé équilibré à 20 faces numérotées de 1 à 20. La probabilité pour que le numéro tiré soit inférieur ou égal à 5 est

$$\frac{1}{20} \quad \frac{5}{20} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{5}{6}$$

Entoure la bonne réponse

14

Raisonner.

Une collectionneuse compte ses cartes Pokémon afin de les revendre. Elle possède 252 cartes de type « feu » et 156 cartes de type « terre ». Elle choisit une carte au hasard parmi toutes ses cartes. On suppose les cartes indiscernables au toucher. Calculer la probabilité que ce soit une carte de type « terre ». ....

.....

15

Calculer.

Dans une urne, il y a 6 boules vertes, 2 rouges et 1 noire indiscernables au toucher. On tire une boule au hasard.

1. Calcule la probabilité de l'événement  $V$  : "Tirer une boule verte". ....

2. Calcule la probabilité de l'événement  $R$  : "Tirer une boule rouge". ....

16

**Chercher. Raisonner.**

Dans la classe il y a 25 élèves dont 19 sont droitiers, aucun n'est ambidextre. On choisit au hasard un élève.

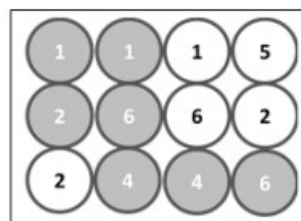
1. Décris l'expérience. ....
2. Détermine la probabilité qu'il soit gaucher. ....
3. Détermine la probabilité qu'il soit droitier. ....

17

**Raisonner. Communiquer.**

On considère une urne contenant des boules blanches ou grises, et numérotées ci-contre :

- Si on s'intéresse à la couleur de la boule, quelles sont les issues possibles ? .....
- Si on s'intéresse au numéro écrit sur la boule, quelles sont les issues possibles ? .....
- Donne un événement certain de se réaliser. ....
- Donne un événement impossible. ....



18

**Calculer. Communiquer.**

La probabilité de gagner à un jeu est égale 0,4. Calcule la probabilité de perdre. ....

19

**Représenter. Calculer.**

Une urne contient 9 boules indiscernables au toucher : 3 boules noires, 4 boules blanches, 2 boules rouges. Quelle est la probabilité de ne pas tirer de boule noire ? .....

20

**Représenter. Raisonner.**

Deux urnes opaques contiennent des boules de couleur, indiscernables au toucher. Voici la composition de chaque urne :

- Urne A : 20 boules dont 8 boules bleues
- Urne B : 11 boules bleues et 14 boules vertes

Que dire de l'affirmation : "on a plus de chance de tirer au hasard une boule bleue dans l'urne B que dans l'urne A." ? .....



21

Calculer.

On lance un dé truqué dont la probabilité de chaque face est donnée dans le tableau.

1. Compléter le tableau

Face	1	2	3	4	5	6	somme
Probabilité	$\frac{1}{21}$	$\frac{2}{21}$	$\frac{3}{21}$	$\dots$	$\frac{5}{21}$	$\frac{6}{21}$	1

2. Est-il plus probable d'obtenir une face paire ou une des faces 5 ou 6 ? .....

.....

.....

.....

.....

22

Représenter. Calculer.

Dans un centre de vacances, il y a 400 personnes.

1. Complète le tableau

	Bungalow	Tente	Mobile home	Total
Femmes	280	45	.....	.....
Hommes	250	.....	110	.....
Total	.....	120	.....	900

On choisit un touriste au hasard de ce centre de vacances.

2. Quelle est la probabilité de choisir une femme ? .....

3. Quelle est la probabilité de choisir un homme qui dort dans une tente ? .....

23

Représenter. Calculer.

Dans une urne, il y a 6 boules vertes, 2 rouges et 1 noire indiscernables au toucher. On tire 2 boules successivement et sans remise.

1. Calcule la probabilité de l'événement A : "Tirer 2 boules vertes". .....

2. Calcule la probabilité de l'événement B : "Tirer une boule rouge puis une boule verte". .....

3. Calcule la probabilité de l'événement C : "Tirer une boule rouge et une boule verte". .....

4. Calcule la probabilité de l'événement D : "Tirer 2 boules noires". .....

24

Calculer. Communiquer.

Ana et ses amies effectuent chacune 200 lancers d'une pièce de monnaie.

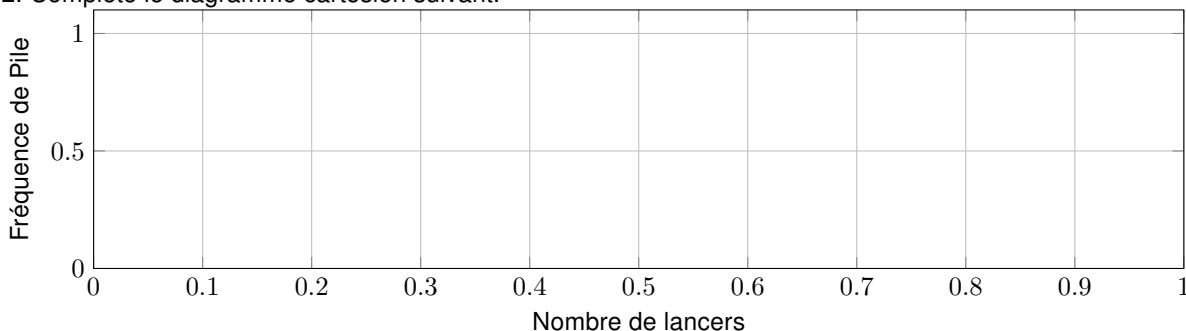
	Ana	Jeanne	Sarah	Imen
Pile	120	103	91	82
Face	80	97	109	118

1. Construis sur une feuille tableur ce table.

	1	2	3	4	5
A	Nombre de lancers	20	40	60	80
B	Nombre de Pile	12			
C	Nombre de Face	8			

Quelle formule doit-on écrire dans la cellule **B3** pour copier coller les résultats ? .....

2. Complète le diagramme cartésien suivant.



3. Que dire de la pièce de Ana ? .....

25

Calculer.

On lance un dé et on s'intéresse à la probabilité d'obtenir la face 1.

1. Estime cette probabilité.

2. Ouvrir une feuille de calcul dans un tableur.

(a) Avec 100 valeurs

i. Écrire dans la cellule A1 :`"=ALEA.ENTRE.BORNES(1;6)"`.

Que fait l'instruction `ALEA.ENTRE.BORNES` ?

ii. Glisser copier la cellule A1 dans la plage "A1 :A10" puis la plage "A1 :A10" dans "A1 :J10".

iii. Écrire dans la cellule K1 :`"=NB.SI(A1 :I10;1)"`. Que fait l'instruction `NB.SI` ?

iv. Calculer dans la cellule L1 la fréquence d'apparition du nombre 1 dans "A1 :J10".

v. Que constates-tu par rapport à ton estimation ?

(b) Avec 1000 valeurs

i. Glisser copier la ligne "A1 :I1" jusqu'à la ligne "A100 :I100".

ii. Modifier la cellule K1 pour obtenir le nombre d'apparition de 1 parmi ces 1 000 valeurs.

iii. Modifier la cellule L1 pour calculer la fréquence d'apparition du nombre 1 dans la plage A1 :J100.

iv. Que constates-tu par rapport à ton estimation ?

(c) Avec 10000 valeurs

i. Glisser copier la ligne "A1 :I1" jusqu'à la ligne "A1000 :I1000".

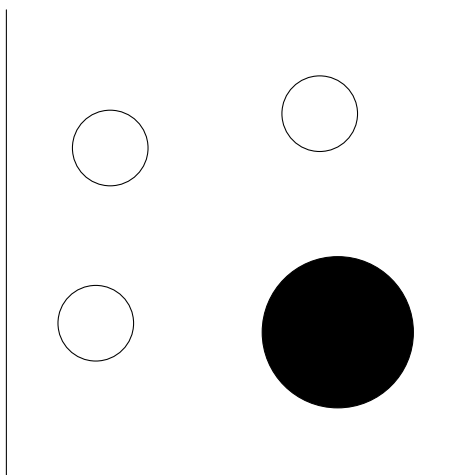
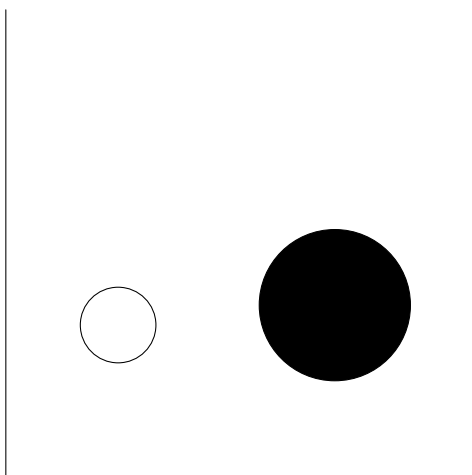
ii. Modifier la cellule K1 pour obtenir le nombre d'apparition de 1 parmi ces 10 000 valeurs.

iii. Modifier la cellule L1 pour calculer la fréquence d'apparition du nombre 1 dans la plage A1 :J1000.

iv. Que constates-tu par rapport à ton estimation ?

26

1. A-t-on plus de chance de tirer une boule blanche dans :
  - **a.** une urne A qui contient 3 boules toutes blanches ?
  - ou
  - **b.** une urne B qui contient 500 boules blanches et une boule rouge ?
2. A-t-on plus de chance de tirer une boule blanche ou une boule noire dans chacune des urnes ci-dessous ?



27

Une urne contient 90 boules indiscernables au toucher, dont 20 sont bleues, 30 rouges et le reste des boules sont vertes. On tire une seule boule de cette urne.

1. Quelle est la probabilité de tirer une boule verte ? .....
2. Quelle est la probabilité de tirer une boule bleue ? .....
3. Quelle est la probabilité de tirer une boule blanche ? .....

