## Chapitre I.

## Probabilités



#### Les savoir-faire du parcours

- · Savoir déterminer si un nombre peut être ou non la probabilité d'un évènement.
- Savoir estimer la probabilité d'un évènement.
- Savoir déterminer des évènements certains ou impossibles.
- Savoir faire le lien entre fréquence observée et fréquence théorique.
- Savoir calculer des probabilités par dénombrement.
- · Savoir calculer une probabilité avec un arbre.
- · Savoir utiliser le vocabulaire des ensembles.
- Savoir calculer la probabilité d'un évènement contraire.
- Savoir calculer la probabilité d'une union d'évènements.
- Savoir présenter des ensembles dans un tableau pour calculer une probabilité.

Les mathématiciennes et mathématiciens

Compétence.

1

## Expériences aléatoires.

#### Définition 1.

Une expérience est aléatoire lorsqu'elle a plusieurs résultats ou issues possibles et que l'on ne peut pas prévoir, à priori, quel résultat se produira.

#### Définition 2.

- Un résultat possible d'une expérience aléatoire s'appelle une issue.
- L'ensemble de toutes les issues possibles d'une expérience aléatoire s'appelle l'univers. On le note  $\Omega$

#### Définition 3.

On peut schématiser une expérience aléatoire sous la forme d'un arbre.

L'arbre des possibles permet de visualiser les issues d'une expérience aléatoire.

## Évènements d'une expérience aléatoire

#### Définition 4: Évènements.

- Un évènement est une partie (ou sous-ensemble) de l'univers.
- Un évènement élémentaire est un événement composé d'une seule issue.
- · Lorsque le résultat d'une expérience aléatoire appartient à un évènement, on dit que l'événement est réalisé.

#### Définition 5: Évènements contraires.

Soit A et B deux évènements.

On dit que A et B sont complémentaires lorsque A est composé de toutes les issues de l'univers n'appartenant

On dit aussi que B est l'évènement contraire de A et on le note  $\overline{A}$ .

#### Définition 6: Réunion et intersection d'évènements.

Soit A et B deux évènements.

- L'intersection de A et de B, notée  $A \cap B$  est l'évènement constitué des issues appartenant à la fois à Aet à B.
- La réunion de A et de B, notée  $A \cup B$  est l'évènement constitué des issues appartenant à A ou à B.

#### Définition 7: Évènements incompatibles..

Soit A et B deux évènements.

On dit que A et B sont incompatibles (ou disjoints) lorsqu'ils n'ont aucune issue en commun ( $A \cap B = \emptyset$ ). Ils ne peuvent pas se réaliser simultanément.

### **Premier SF**



#### Probabilité d'un évènement.

#### Définition 8.

Les fréquences obtenues d'un événement E se rapprochent d'une valeur théorique lorsque le nombre d'expérience augmente (Loi des grands nombres).

Cette valeur s'appelle la probabilité de l'événement E et se note p(E).

#### Propriété 9.

La probabilité d'un événement est une fréquence théorique donc pour tout événement E, on a  $0 \le p(E) \le 1$ 

#### Définition 10.

- On dit qu'un événement est impossible lorsque sa probabilité est égale à 0.
- On dit qu'un événement est certain lorsque sa probabilité est égale à 1.

## Calculs de probabilités

#### Propriété 11.

La probabilité d'un évènement est la somme des probabilités des évènements élémentaires qui le constituent.

#### Définition 12.

Lorsque tous les évènements élémentaires ont la même probabilité de se réaliser on dit qu'on est en situation d'équiprobabilité.

#### Propriété 13.

En situation d'équiprobabilité sur un univers  $\Omega$ , la probabilité d'un évènement A est :

nombre d'issues réalisant  ${\cal A}$ nombre total d'issues de  $\Omega$ 

# **Premier SF** Compétence. 5 **Deuxième SF** Compétence. 6 **Troisième SF** Compétence.

## Loi de probabilité.

#### Définition 14.

On considère une expérience aléatoire dont l'univers  $\Omega$  est fini et formé de n issues  $\Omega = \{e_1; e_2; \dots; e_n\}$ Définir une loi de probabilité sur  $\Omega$  c'est associer à chaque évènement élémentaire  $e_i$  sa probabilité. On peut représenter une loi de probabilité sous la forme d'un tableau.

Issue 
$$\begin{vmatrix} e_1 & e_2 & e_3 & \dots & e_n \\ p(e_i) & p_1 & p_2 & p_3 & \dots & p_n \end{vmatrix}$$

#### Propriété 15.

La somme des probabilités des évènements élémentaires est égale à 1.

## Formules avec des probabilités.

#### Propriété 16: Probabilité d'un évènement contraire..

Soit A un évènement et  $\overline{A}$  son évènement contraire. Alors  $p(A) + p(\overline{A}) = 1$  ou  $p(A) = 1 - p(\overline{A})$ .

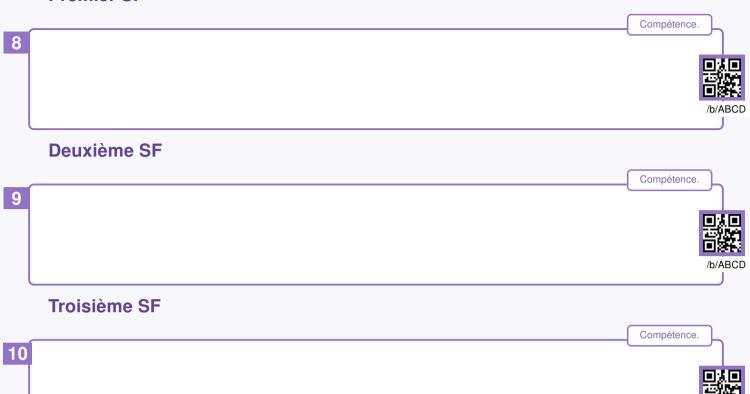
#### Propriété 17: Probabilité d'une réunion d'événements..

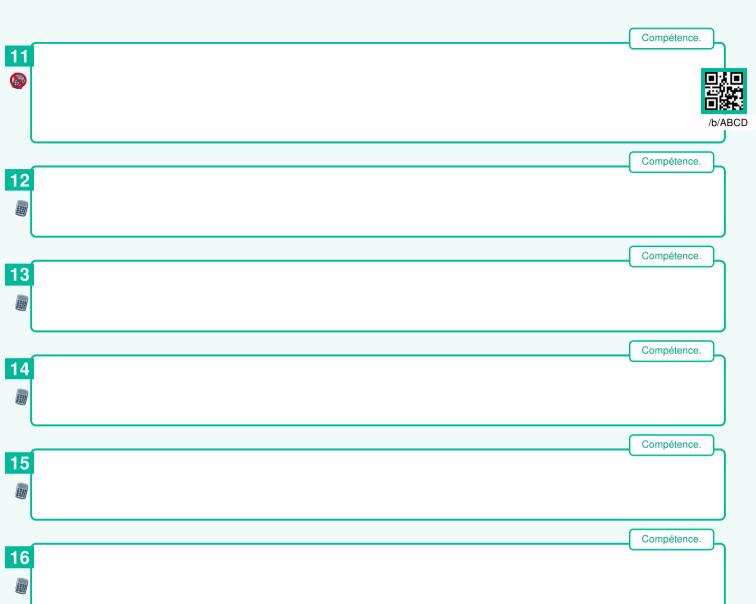
Soit A et B deux évènements alors  $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$ .

#### Propriété 18.

Soit A et B deux évènements incompatibles alors  $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$ 

### **Premier SF**









Compétence.