



## I. La notation puissance

### Définition 1.

Soit  $a$  un nombre et  $n$  un entier naturel supérieur ou égal à 2.

On note  $a^n$  le produit de  $n$  facteurs

$$\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a \times a}_n$$

$a^n$  se lit "  $a$  puissance  $n$  " ou "  $a$  exposant  $n$  ".



### Exemple

L'écriture suivante se simplifie en utilisant la notation de puissance :

$$(-9) \times (-9) \times (-9) \times (-9) \times (-9) = (-9)^5$$



### Méthode

On considère le nombre :  $A = -(-5)^5$ . Pour déterminer si le nombre est négatif ou positif on utilise la définition de la notation de puissance :

$$-(-5)^5 = -(-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5)$$

il y a un nombre pair de facteurs négatifs, donc le nombre  $A$  est positif :  $A = 3\,125$

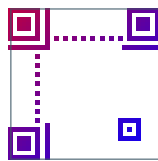


### Remarque

Par convention, pour tout nombre  $a$ , on pose :  $a^1 = a$  et  $a^0 = 1$ .



### Méthode



Effectuer un calcul avec des puissances niveau 2

## II. Puissances de 10

### Définition 2. Puissances de 10 avec un exposant entier positif

Soit  $n$  un entier positif.

$$10^n = 10 \times 10 \times 10 \times \dots \times 10$$

Par convention :  $10^1 = 10$  et  $10^0 = 1$ .



### Exemple

L'écriture décimale du nombre  $A = 10^9$  est :

$$A = 10^9 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$$

$$A = 1\,000\,000\,000$$

**Définition 3. Puissances de 10 avec un exposant entier négatif**

Soit  $n$  un entier positif.

On note  $10^{-n}$  l'**inverse** du nombre  $10^n$  :

$$10^n = \frac{1}{10^n}$$



**Exemple**

L'écriture décimale du nombre  $A = 10^{-8}$  est :

$$A = 10^{-8} = \frac{1}{10^8} = \frac{1}{100\,000\,000}$$

donc  $A = 0,000\,000\,01$ .

## III. Écriture décimale et puissances de 10

**Définition 4.**

Notre système numérique est un **système décimal**, il est basé sur les puissances de 10.

**Illustration**

millions			milliers			unités			Partie décimale			
<i>c</i>	<i>d</i>	<i>u</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>u</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>u</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>m</i>	...
0	0	0	0	8	6	6	4	5	0	0	0	0

$$86\,645 \text{ unités} = 86,645 \text{ milliers} = 86,645 \times 10^3$$

millions			milliers			unités			Partie décimale			
<i>c</i>	<i>d</i>	<i>u</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>u</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>u</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>m</i>	...
0	0	6	8	4	3	4	2	0	0	0	0	0

$$6\,843,42 \times 10^3 = 6\,843,42 \text{ milliers} = 6\,843\,420$$



**Exemple**

L'écriture décimale de  $23,27 \times 10^3$  est 23270.



**Méthode**

Les préfixes associés aux puissances de 10 :

Préfixe	<i>giga</i>	<i>méga</i>	<i>kilo</i>	<i>unité</i>	<i>milli</i>	<i>micro</i>	<i>nano</i>
Symbole	<i>G</i>	<i>M</i>	<i>k</i>		<i>m</i>	$\mu$	<i>n</i>
Puissance	$10^9$	$10^6$	$10^3$	$10^0$	$10^{-3}$	$10^{-6}$	$10^{-9}$

$$49 \text{ Mm} = 49 \times 10^6 \text{ m}$$

$$49 \text{ mégamètres} = 49\,000\,000 \text{ mètres}$$

## IV. Écriture scientifique d'un nombre

### Définition 5.

L'**écriture scientifique** d'un nombre est le produit d'un nombre décimal dont la partie entière comporte **un seul chiffre** différent de zéro par une **puissance de 10**.

L'écriture scientifique est de la forme  $a : \times 10^n$ , où  $1 \leq a < 10$  et  $n$  est un entier relatif.

L'écriture scientifique d'un nombre est **unique**.



### Exemple

L'écriture scientifique du nombre  $a = 0,2059$  est :

$$a = 2,059 \times 10^{-1}$$

En effet,  $1 \leq 2,059 < 10$ .

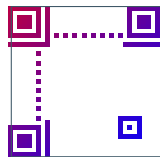


### Remarque

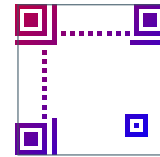
- Seuls les nombres décimaux ont une écriture scientifique.
- L'écriture scientifique d'un nombre permet de connaître rapidement un ordre de grandeur de ce nombre.



### Méthode



Utiliser l'écriture scientifique pour donner un ordre de grandeur



Déterminer l'écriture scientifique d'un nombre

## V. Puissances d'exposant entier négatif

### Définition 6.

Soit  $a$  un nombre non nul et  $n$  un entier naturel positif.

On note  $a^{-n}$  l'**inverse** de  $a^n$  donc  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ .



### Exemple

$$A = (-1)^{-4} = \frac{1}{(-1)^4} = \frac{1}{(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1)} = 1$$

## VI. Opérations sur les puissances

### Propriété 1. Produit de puissances

Soit  $a$  un nombre et  $n$  et  $m$  deux entiers relatifs alors :

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$



### Exemple

$$A = 4^{-5} \times 4^{-11} = 4^{-5+(-11)} = 4^{-16}$$

### Propriété 2. Quotient de puissances

Soit  $a$  un nombre et  $n$  et  $m$  deux entiers relatifs alors :

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$



### Exemple

$$A = \frac{(-6)^{-8}}{(-6)^{-5}} = (-6)^{-8-(-5)} = (-6)^{-3}$$

### Propriété 3. Puissance de puissances

Soit  $a$  un nombre et  $n$  et  $m$  deux entiers relatifs alors :  
 $(a^n)^m = a^{n \times m}$



### Exemple

$$A = (3^5)^{-2} = 3^{5 \times (-2)} = 3^{-10}$$

## VII. Les savoir-faire du parcours

### Les savoir-faire du parcours

- Savoir simplifier une écriture avec la notation puissance.
- Savoir calculer la puissance d'un nombre avec un exposant positif.
- Savoir calculer une puissance de 10 avec un exposant entier relatif.
- Savoir donner l'écriture décimale d'un nombre écrit avec une puissance de 10.
- Savoir utiliser les préfixes associés aux puissances de 10.
- Savoir déterminer l'écriture scientifique d'un nombre.
- Savoir utiliser l'écriture scientifique pour comparer des nombres.
- Savoir calculer la puissance d'un nombre avec un exposant négatif.
- Savoir simplifier une écriture avec des puissances d'exposant entier relatif.
- Savoir utiliser les formules de calcul avec des puissances de 10.
- Savoir utiliser les formules de calcul avec des puissances.
- Savoir résoudre un problème avec des puissances.