I. La notation puissance

Définition 1.

Soit a un nombre et n un entier naturel supérieur ou égal à 2.
On note a^n le produit de n facteurs

$$\underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a \times a}_{n}$$

a^n se lit " a puissance n " ou " a exposant n ".

Exemple

L'écriture suivante se simplifie en utilisant la notation de puissance :

$$(-9) \times (-9) \times (-9) \times (-9) \times (-9) = (-9)^5$$

Méthode

On considère le nombre : $A = -(-5)^5$. Pour déterminer si le nombre est négatif ou positif on utilise la définition de la notation de puissance :

$$-(-5)^5 = -(-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5)$$

il y a un nombre pair de facteurs négatifs, donc le nombre A est positif : $A = 3\,125$

Remarque

Par convention, pour tout nombre a, on pose : $a^1 = a$ et $a^0 = 1$.

Méthode

Effectuer un calcul avec des puissances niveau 2

II. Puissances de 10

Définition 2. ***Puissances de 10 avec un exposant entier positif***

Soit n un entier positif.

$$10^n = 10 \times 10 \times 10 \times \ldots \times 10$$

Par convention : $10^1 = 10$ et $10^0 = 1$.

Exemple

L'écriture décimale du nombre $A = 10^9$ est :

$$A = 10^9 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$$

$$A = 1\,000\,000\,000$$

Définition 3. *Puissances de 10 avec un exposant entier négatif*

Soit n un entier positif.
On note 10^{-n} l'**inverse** du nombre 10^n :

$$10^n = \frac{1}{10^n}$$

Exemple

L'écriture décimale du nombre $A = 10^{-8}$ est :

$$A = 10^{-8} = \frac{1}{10^8} = \frac{1}{100\,000\,000}$$

donc $A = 0{,}000\,000\,01$.

III. Écriture décimale et puissances de 10

Définition 4.

Notre système numérique est un **système décimal**, il est basé sur les puissances de 10.

Illustration

millions			milliers			unités			,	Partie décimale			
c	d	u	c	d	u	c	d	u	,	d	c	m	...
0	0	0	0	8	6	6	4	5		0	0	0	0

$$86\ 645\ unit\acute{e}s = 86,645\ milliers = 86,645 \times 10^3$$

millions			milliers			unités			,	Partie décimale			
c	d	u	c	d	u	c	d	u	,	d	c	m	...
0	0	6	8	4	3	4	2	0		0	0	0	0

$$6\ 843,42 \times 10^3 = 6\ 843,42\ milliers = 6\ 843\ 420$$

Exemple

L'écriture décimale de $23{,}27 \times 10^3$ est $23\,270$.

Méthode

Les préfixes associés aux puissances de 10 :

Préfixe	giga	méga	kilo	unité	milli	micro	nano
Symbole	G	M	k		m	μ	n
Puissance	10^9	10^6	10^3	10^0	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}

$$49\ Mm = 49 \times 10^6\ m$$

$$49\ m\acute{e}gam\grave{e}tres = 49\ 000\ 000\ m\grave{e}tres$$

IV. Écriture scientifique d'un nombre

Définition 5.

L'**écriture scientifique** d'un nombre est le produit d'un nombre décimal dont la partie entière comporte **un seul chiffre** différent de zéro par une **puissance de** 10.
L'écriture scientifique est de la forme $a : \times 10^n$, où $1 \leq a < 10$ et n est un entier relatif.
L'écriture scientifique d'un nombre est **unique**.

Exemple

L'écriture scientifique du nombre $a = 0{,}2059$ est :

$$a = 2{,}059 \times 10^{-1}$$

En effet, $1 \leq 2{,}059 < 10$.

Remarque

— Seuls les nombres décimaux ont une écriture scientifique.

— L'écriture scientifique d'un nombre permet de connaitre rapidement un ordre de grandeur de ce nombre.

Méthode

Utiliser l'écriture scientifique pour donner un ordre de grandeur

Déterminer l'écriture scientifique d'un nombre

V. Puissances d'exposant entier négatif

Définition 6.

Soit a un nombre non nul et n un entier naturel positif.
On note a^{-n} l'**inverse** de a^n donc $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

Exemple

$$A = (-1)^{-4} = \frac{1}{(-1)^4} = \frac{1}{(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1)} = 1$$

VI. Opérations sur les puissances

Propriété 1. Produit de puissances

Soit a un nombre et n et m deux entiers relatifs alors :

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

Exemple

$$A = 4^{-5} \times 4^{-11} = 4^{-5+(-11)} = 4^{-16}$$

Propriété 2. Quotient de puissances

Soit a un nombre et n et m deux entiers relatifs alors :

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

Exemple

$$A = \frac{(-6)^{-8}}{(-6)^{-5}} = (-6)^{-6-(-8)} = (-6)^2$$

Propriété 3. Puissance de puissances

Soit a un nombre et n et m deux entiers relatifs alors : $(a^n)^m = a^{n\times m}$

Exemple

$$A = (3^5)^{-2} = 3^{5\times(-2)} = 3^{-10}$$

VII. Les savoir-faire du parcours

Les savoir-faire du parcours

— Savoir simplifier une écriture avec la notation puissance.

— Savoir calculer la puissance d'un nombre avec un exposant positif.

— Savoir calculer une puissance de 10 avec un exposant entier relatif.

— Savoir donner l'écriture décimale d'un nombre écrit avec une puissance de 10.

— Savoir utiliser les préfixes associés aux puissances de 10.

— Savoir déterminer l'écriture scientifique d'un nombre.

— Savoir utiliser l'écriture scientifique pour comparer des nombres.

— Savoir calculer la puissance d'un nombre avec un exposant négatif.

— Savoir simplifier une écriture avec des puissances d'exposant entier relatif.

— Savoir utiliser les formules de calcul avec des puissances de 10.

— Savoir utiliser les formules de calcul avec des puissances.

— Savoir résoudre un problème avec des puissances.