

1 Les nombres entiers naturels et nombres entiers relatifs

↘ Définition.

1. On appelle **entiers naturels** les nombres : $0; 1; 2; 3; \dots$. Leur ensemble est noté \mathbb{N} , on a donc : $\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3 \dots\}$
2. On appelle **entiers relatifs** ou simplement **entiers** les nombres entiers naturels et leurs opposés. Leur ensemble est noté \mathbb{Z} (d'après le mot allemand Zahl qui signifie chiffre, nombre). On a donc : $\mathbb{Z} = \{\dots - 3; -2; -1; 0; 1; 2; 3 \dots\}$. Parfois, on dit abusivement que les nombres entiers sont les nombres sans partie décimale.

2 Multiples et diviseurs

↘ Définition. Multiples et diviseurs

Soit d un nombre entier. Le nombre m est dit **multiple** de d s'il existe un entier $q \in \mathbb{Z}$ tel que $m = qd$. Dans ce cas, on dit aussi que d est un **diviseur** de m .

$35 = 5 \times 7$ où $7 \in \mathbb{Z}$ donc 35 est un multiple de 5 et 5 est un diviseur de 35. Comme $5 \in \mathbb{Z}$, on peut aussi dire que 35 est un multiple de 7 et que 7 est un diviseur de 35. 1 est un diviseur de tous les entiers, et tous les entiers divisent 0.

3 Nombres pairs et impairs

↘ Définition. Nombre pair et impair

Un **nombre pair** est un nombre entier divisible par 2, autrement dit un nombre entier n est pair lorsqu'il existe $k \in \mathbb{Z}$ tel que $n = 2k$.

Un entier n est un **nombre impair** lorsqu'il existe $k \in \mathbb{Z}$ tel que $n = 2k + 1$.

$46 = 2 \times 23$ et $23 \in \mathbb{Z}$ donc 46 est un nombre pair.

$15 = 2 \times 7,5$. Comme $7,5 \notin \mathbb{Z}$, 15 n'est pas pair. Par contre, $15 = 2 \times 7 + 1$ avec $7 \in \mathbb{Z}$, donc 15 est impair.

4 Nombres premiers

↘ Définition. Nombre premier

Un **nombre premier** est un nombre entier naturel qui a exactement 2 diviseurs positifs (qui sont alors 1 et lui-même)

19 est un nombre premier : il n'est divisible que par 1 et lui-même.

1 n'est pas premier, car il n'a qu'un seul diviseur.

5 Décomposition en facteurs premiers

↘ Théorème.

Tout entier naturel supérieur ou égal à 2 se décompose de façon unique en produit de facteurs premiers.

Les décompositions en facteurs premiers de 8, 15 et 19 sont respectivement $8 = 2^3$; $15 = 3 \times 5$; $19 = 19$.

6 Nombres premiers entre eux

↘ Définition.

Deux nombres entiers a et b sont premiers entre eux lorsque leur seul diviseur positif commun est 1.

Les diviseurs positifs de 8 sont 1 ; 2 ; 4 et 8. Ceux de 15 sont 1 ; 3 ; 5 et 15. Le seul diviseur commun est 1 ; donc 8 et 15 sont premiers entre eux (pourtant, ils ne sont pas premiers).

7 Fraction irréductible

↘ Définition. Fraction irréductible

Une fraction est irréductible lorsque son numérateur et son dénominateur sont premiers entre eux.

La fraction $\frac{8}{15}$ est irréductible, puisque 8 et 15 sont premiers entre eux.

La fraction $\frac{12}{10}$ n'est pas irréductible : 10 et 12 ne sont pas premiers entre eux : ils admettent un facteur commun différent de 1, comme 2 par exemple.

MÉTHODE Pour rendre une fraction irréductible, on peut décomposer en facteurs premiers son numérateur et son dénominateur, puis simplifier tous les facteurs communs.

$\frac{12}{10} = \frac{2 \times 2 \times 3}{2 \times 5} = \frac{2 \times 3}{5} = \frac{6}{5}$. La forme irréductible de $\frac{12}{10}$ est $\frac{6}{5}$.