Séance 1. Trigonométrie

☐ S'engager dans une démarche scientifique, observer, questionner, manipuler, expérimenter à l'aide de logiciels, émettre des hypothèses, une conjecture.

Connexion au support d'activité

1. Se connecter à sacado.fr avec ses identifiants
2. Ouvrir le thème : Trigonométrie
3. Sélectionner l'activité : Découvrir le cosinus, le sinus, la tangente

Activité

Le triangle ADE est rectangle en D. On souhaite établir une relation entre l'angle $\widehat{DAE}$ et les cotés du triangle.

Une figure dynamique

1. Faire varier le point E. Vérifier que les longueurs des 3 cotés varient.
2. Faire varier, avec le curseur, l'angle α. Vérifier que la longueur AE ne varie pas.
3. Quel ensemble décrit le point E ? ....
4. Qu'est ce qu'une figure dynamique ? ....

Une approche du cosinus

1. Cocher la case du cosinus.
2. Faire varier le point E. Comment réagit la valeur du cosinus de $\widehat{DAE}$? ....
3. Faire varier l'angle α. Comment réagit la valeur du cosinus de $\widehat{DAE}$? ....

> **Conjecture :** Le cosinus d'un angle est le quotient de la longueur du coté .... par la longueur de ....

4. Quelle est la plus grande et la plus petite valeur du cosinus d'un angle aigu ?

Une approche du sinus

1. Décocher la case du cosinus et cocher la case du sinus.
2. Faire varier le point E. Comment réagit la valeur du sinus de $\widehat{DAE}$? ....
3. Faire varier, avec le curseur, l'angle α. Comment réagit la valeur du sinus de $\widehat{DAE}$? ....

> **Conjecture :**
> Le sinus d'un angle est le quotient de la longueur du coté .... par la longueur de ....

4. Quelle est la plus grande et la plus petite valeur du sinus d'un angle aigu ?

Une approche de la tangente

1. Décocher la case du sinus et cocher la case de la tangente.
2. Faire varier le point E. Comment réagit la valeur de la tangente de $\widehat{DAE}$? ....
3. Faire varier, avec le curseur, l'angle α. Comment réagit la valeur de la tangente de $\widehat{DAE}$? ....

Conjecture : La tangente d'un angle est le quotient de la longueur du coté .... par la longueur du coté ....

4. Quelle est la plus grande et la plus petite valeur de la tangente d'un angle aigu ?

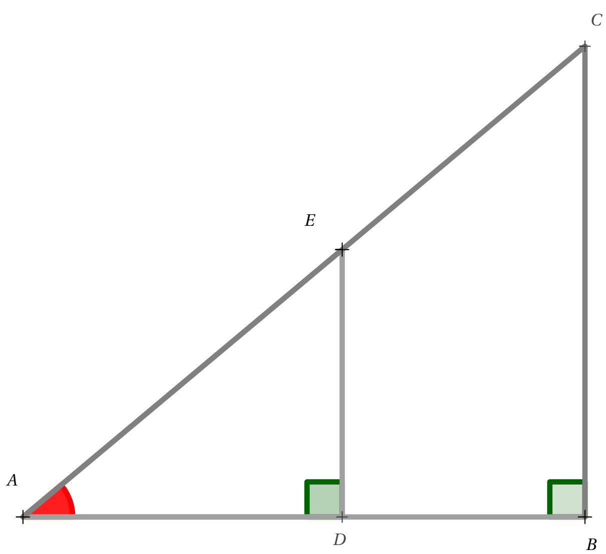
Définition 1.

Le cosinus, le sinus et la tangente d'un angle sont des rapports de deux longueurs.
Réciproquement, si on connait, un sinus ou un sinus ou une tangente, on peut alors connaitre un angle.

Méthode

- On utilise la touche $\boxed{\text{Acos}}$ ou $\boxed{\text{Arccos}}$ pour obtenir un angle à partir d'un cosinus.
- On utilise la touche $\boxed{\text{Asin}}$ ou $\boxed{\text{Arcsin}}$ pour obtenir un angle à partir d'un sinus.
- On utilise la touche $\boxed{\text{Atan}}$ ou $\boxed{\text{Arctan}}$ pour obtenir un angle à partir d'une tangente.

Démonstration



Le cosinus

Démontrer, à l'aide du théorème de Thalès appliqué au triangle ADE et ABC, que

$$\frac{AD}{AE} = \frac{AB}{AC}$$

Théorème 1.

Dans tout triangle rectangle ABC,

$$\cos \widehat{BAC} = \frac{\text{longueur du coté ....}}{\text{longueur de ....}}$$

Le sinus

Démontrer, à l'aide du théorème de Thalès appliqué au triangle ADE et ABC, que

$$\frac{DE}{AE} = \frac{BC}{AC}$$

Théorème 2.

Dans tout triangle rectangle ABC,

$$\sin \widehat{BAC} = \frac{\text{longueur du coté ....}}{\text{longueur de ....}}$$

La tangente

Démontrer, à l'aide du théorème de Thalès appliqué au triangle ADE et ABC, que

$$\frac{ED}{AD} = \frac{BC}{AB}$$

Théorème 3.

Dans tout triangle rectangle ABC,

$$\tan \widehat{BAC} = \frac{\text{longueur du coté ....}}{\text{longueur du coté ....}}$$

Remarque

Le cosinus, le sinus et la tangente permettent de calculer des longueurs et des angles dans un triangle rectangle.

Séance 2. Trigonométrie

- ☐ Reconnaitre les angles associés aux cotés d'un triangle rectangle
- ☐ Extraire l'information d'une figure
- ☐ Calculer le cosinus d'un angle
- ☐ Calculer un angle à l'aide d'un cosinus

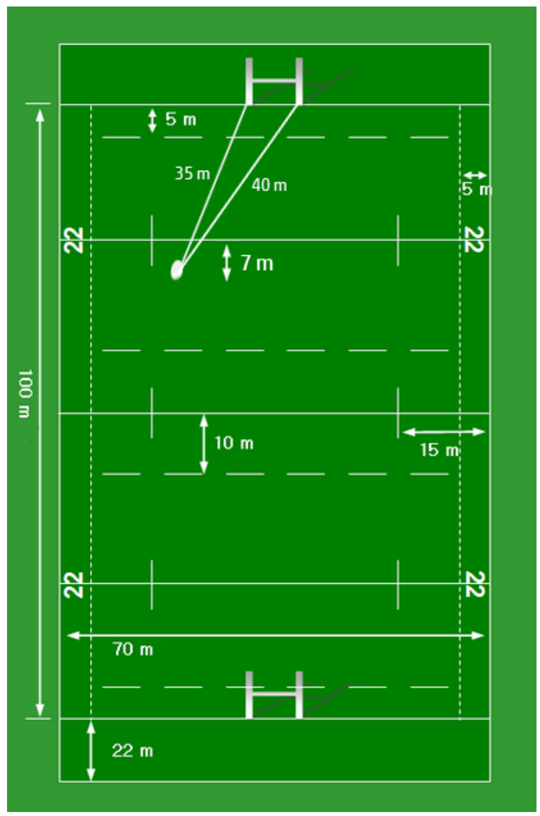
1 Application directe

Trace à main levée un triangle BDC rectangle en D. Dans ce triangle BDC, quel est :

1. le côté opposé à l'angle $\widehat{CBD}$?
2. le côté adjacent à l'angle $\widehat{CBD}$?
3. le côté opposé à l'angle $\widehat{DCB}$?
4. le côté adjacent à l'angle $\widehat{DCB}$?

2 Chercher. Calculer.

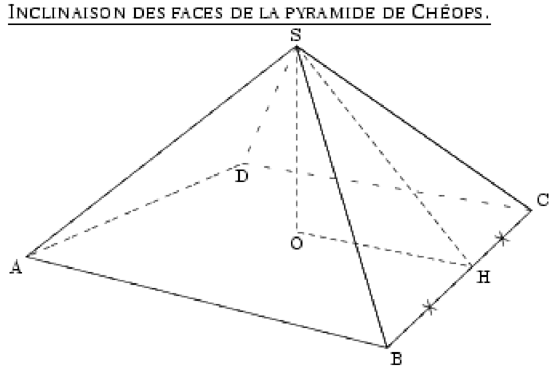
Au rugby, une pénalité est un tir entre deux perches distantes de 4m. Avec les moyens techniques numériques de la télévision, lors des matchs de rugby, on peut lire les indications suivantes :
Quelle est l'amplitude de l'angle de frappe pour que le joueur marque la pénalité ?



3 Représenter. Calculer.

La figure ci-contre représente un schéma de la pyramide de Chéops. C'est une pyramide régulière à base carrée, de centre O, de côté 227 m et d'arête 217 m.
Calcule l'angle $\widehat{OHS}$ (on donnera la valeur approchée au degré près).

INCLINAISON DES FACES DE LA PYRAMIDE DE CHÉOPS.

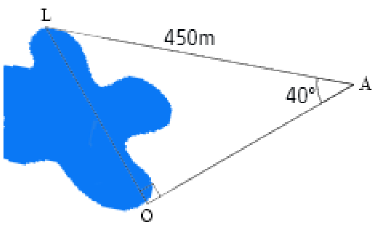


Séance 3. Trigonométrie

- ☐ Reconnaitre les angles associés aux cotés d'un triangle rectangle
- ☐ Extraire l'information d'une figure
- ☐ Calculer le sinus d'un angle
- ☐ Calculer un angle à l'aide d'un sinus

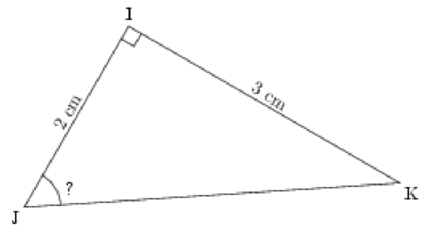
1 Exercice d'application

Un géomètre souhaite mesurer la longueur OL d'un lac. Voici les relevés qu'il obtient à l'aide de son théodolite.



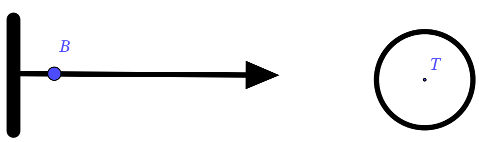
2 Exercice d'application

Déterminer toutes les mesures possibles du triangle IJK.

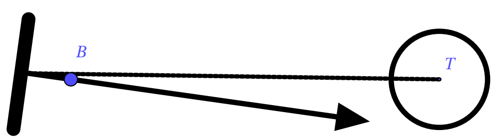


3 Exercice d'application

Sur le green d'un golf, le contrat est assez simple. Il faut mettre la balle dans le trou. Si le putter tape la balle bien perpendiculairement à la trajectoire sur un green plat, la balle tombe dans le trou.



Mais, si le putter n'arrive pas bien perpendiculairement, la balle dévie et ne rentre pas dans le trou.



Le golf en chiffre...

0.035	**Largeur maximale des rainures sur la face d'un bâton exprimé en pouce (0.9 mm) [Appendice II-5-c-(i)].**
4	Profondeur minimale du trou exprimé en pouce (101.6 mm) [Définition - Trou].
4.25	Diamètre du trou exprimé en pouce (108 mm) [Définition - Trou].

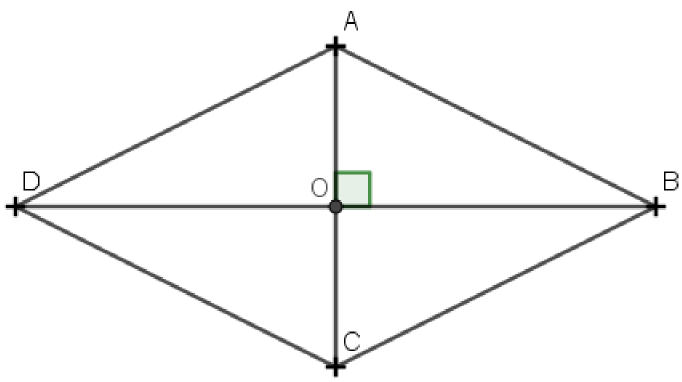
On considère que la balle touche le sol en un seul point. A 5 mètres du trou, quel est l'angle de déviation maximum pour que ma balle rentre dans le trou ?

- ☐ Reconnaitre les angles associés aux cotés d'un triangle rectangle
- ☐ Extraire l'information d'une figure
- ☐ Calculer la tangente d'un angle
- ☐ Calculer un angle à l'aide d'une tangente

1 Exercice d'application

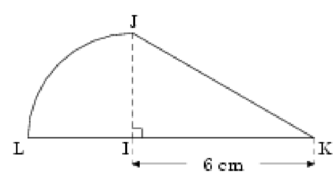
Dans un losange $ABCD$, on donne $AB = 12$ cm et $AC = 8$ cm. Donner l'arrondi au dixième de degré près :

1. de l'angle $\widehat{BAD}$;
2. de l'angle $\widehat{ABC}$.



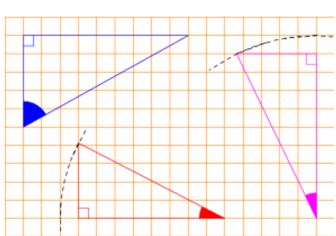
2 Exercice d'application

Calcule le périmètre et l'aire de la figure ci-contre qui est constitué d'un triangle rectangle et d'un quart de disque.
L'angle $\widehat{IJK}$ vaut 60°.



3 Chercher. Calculer

A l'aide du quadrillage, détermine une mesure de chaque angle coloré.



Chercher S'engager dans une démarche scientifique

Modéliser Comprendre et utiliser une simulation numérique ou géométrique.

1 Situation de recherche

Paul énonce triomphant :
Dans un triangle rectangle, quelque soit la valeur de l'angle aigu $\hat{A}$ choisie,

$$\cos^2 \hat{A} + \sin^2 \hat{A} = 1$$

A-t-il raison ?

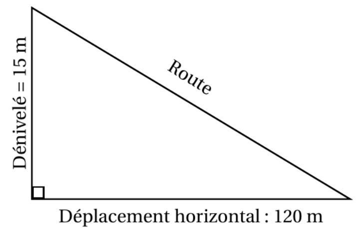
Chercher S'engager dans une démarche scientifique
Chercher Décomposer un problème en sous-problèmes
Modéliser Reconnaitre des situations de proportionnalités et résoudre les problèmes correspondants

1 Vu au brevet Pondichery

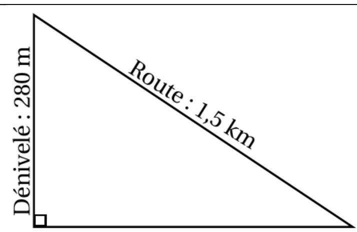
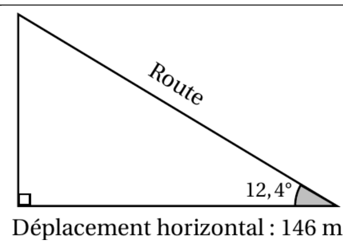
On obtient la pente d'une route en calculant le quotient du dénivelé (c'est-à-dire du déplacement vertical) par le déplacement horizontal correspondant. Une pente s'exprime sous forme d'un pourcentage.

Sur l'exemple ci-contre, la pente de la route est :

$$\frac{\text{dénivelé}}{\text{déplacement horizontal}} = \frac{15}{120} = 0,125 = 12,5\,\%.$$

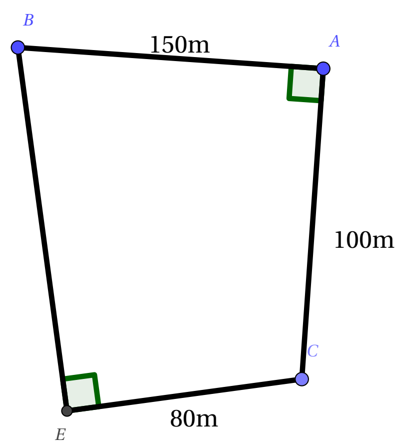


Classer les pentes suivantes dans l'ordre décroissant, c'est-à-dire de la pente la plus forte à la pente la moins forte.

Route descendant du château des Adhémar, à Montélimar.	
Tronçon d'une route descendant du col du Grand Colombier (Ain).	
Tronçon d'une route descendant de l'Alto de l'Angliru (région des Asturies, Espagne).	

2 Situation de recherche

Calculer $\widehat{EBA} + \widehat{ACE}$.

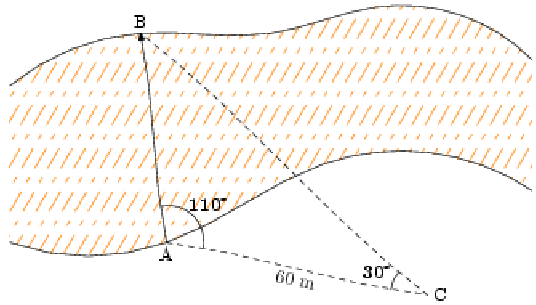


Représenter Changer de registre

1 Exercice d'application

La figure ci-contre n'est qu'un dessin à main levée.

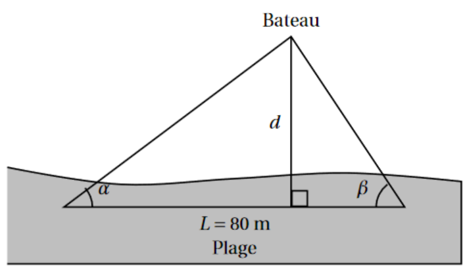
On souhaiterait connaître la largeur de la rivière, c'est-à-dire la longueur AB, mais on ne dispose d'aucun moyen pour traverser.



1. A l'aide d'un décamètre et d'un goniomètre, on a obtenu des indications portées sur la figure ci-contre. Construis un dessin à l'échelle 1/1 000 de cette situation. Pour cela :
   - Construire le segment $[AC]$;
   - Construire les angles $\widehat{ACB}$ et $\widehat{CAB}$ avec un rapporteur; on obtient alors le point B (vérifie la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$) ;
   - Déterminer alors la longueur AB *réelle*, sur le terrain.
1. Pour obtenir une valeur plus précise :
   - Reconstruire le triangle ABC et trace la hauteur issue de A. Elle coupe le segment $[BC]$ en H.
   - Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{CAH}$ puis calcule la longueur AH.
   - Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ puis la mesure de l'angle $\widehat{BAH}$.
   - Calculer alors la longueur AB.

2 Vu au brevet Asie

Un bateau se trouve à une distance d de la plage.



Supposons dans tout le problème que $\alpha = 45°$, $\beta = 65°$ et que $L = 80$ m.

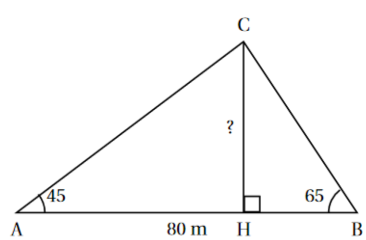
1. **Conjecturons la distance d à l'aide d'une construction**

   Mise au point par Thalès (600 avant JC), la méthode dite de TRIANGULATION propose une solution pour estimer la distance d.

   (**a**) Faire un schéma à l'échelle 1/1 000 (1 cm pour 10 m).

   (**b**) Conjecturer en mesurant sur le schéma la distance d séparant le bateau de la côte.

2. **Déterminons la distance d par le calcul**



   (**a**) Expliquer pourquoi la mesure de l'angle $\widehat{\text{ACB}}$ est de 70 °.

   (**b**) Dans tout triangle ABC, on a la relation suivante appelée « loi des sinus » :

$$\frac{\text{BC}}{\sin\widehat{\text{A}}} = \frac{\text{AC}}{\sin\widehat{\text{B}}} = \frac{\text{AB}}{\sin\widehat{\text{C}}}.$$

   En utilisant cette formule, calculer la longueur BC. Arrondir au cm près.

   (**c**) En déduire la longueur CH arrondie au cm près.

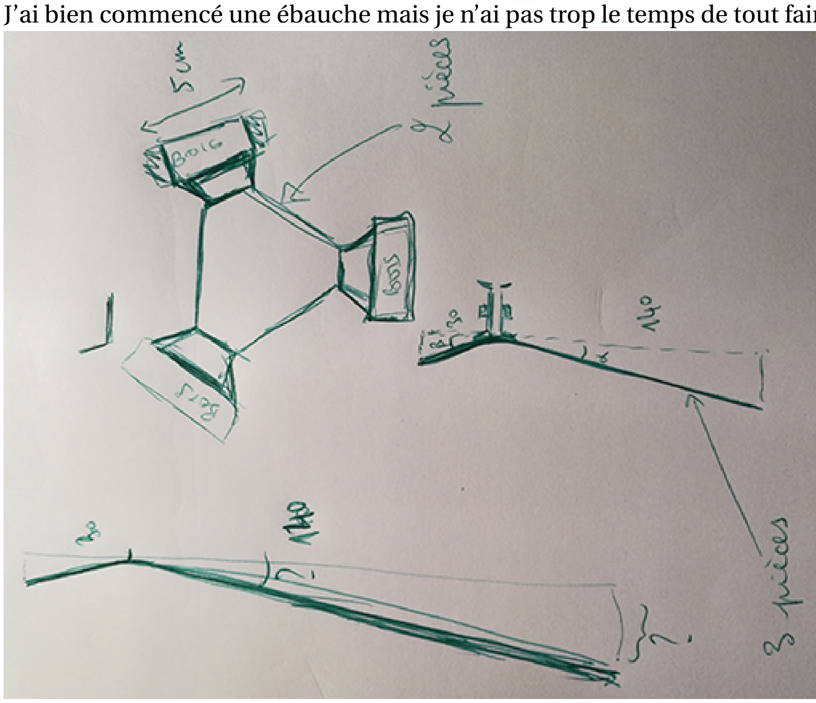
Chercher S'engager dans une démarche scientifique

Chercher Décomposer un problème en sous-problèmes

Modéliser Reconnaitre des situations de proportionnalités et résoudre les problèmes correspondants

Je souhaiterais fabriquer un de ces trois porte-manteaux que j'ai vu en photo sur Internet.
J'ai contacté des artisans qui me demandent les plans et les vues de coupes et de face, chacun sur une feuille A4.
Les dimensions doivent être à l'échelle.
J'aimerai bien aussi avoir une idée de prix, de l'encombrement au sol pour les porte-manteaux en pied, le débattement pour le porte-manteau mural.

J'ai bien commencé une ébauche mais je n'ai pas trop le temps de tout faire ! Si ça vous tente.... on lance la production !

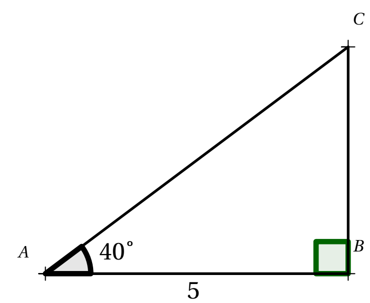


Synthèse

Calcul d'une longueur

ÉNONCÉ
Le triangle ABC est rectangle en B. Á l'aide des informations, on souhaite calculer la valeur exacte de :

1. AC et en donner une valeur approchée à 10^{-2} près.
2. BC et en donner une valeur approchée à 10^{-2} près.

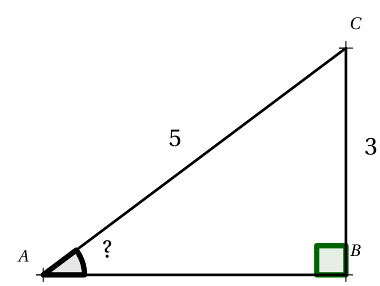


Solution.

1. Le triangle ABC est rectangle en B donc $\cos\widehat{BAC} = \dfrac{AB}{AC}$
   donc $\cos 40° = \dfrac{5}{AC}$
   donc $\boxed{AC = \dfrac{5}{\cos 40°}}$.
   Avec la calculatrice, $AC \approx 6,52$.
2. Le triangle ABC est rectangle en B donc $\tan\widehat{BAC} = \dfrac{BC}{AB}$
   donc $AB\tan 40° = BC$
   donc $\boxed{5\tan 40° = BC}$.
   Avec la calculatrice, $BC \approx 4,20$.

Calcul d'une mesure d'angle

ÉNONCÉ
Le triangle ABC est rectangle en B.
Calculer la valeur exacte de $\widehat{BAC}$, puis en donner une valeur approchée à 10^{-2}.



Solution.
Le triangle ABC est rectangle en B donc $\sin\widehat{BAC} = \dfrac{BC}{AC}$
donc $\sin\widehat{BAC} = \dfrac{3}{5} = 0,6$.
A l'aide de la calculatrice, on tape $\boxed{\text{Arccos}}$ 0,6
donc $\boxed{\widehat{BAC} \approx 38,86°}$.