



## Application

Pour son anniversaire, Alicia a trouvé une recette de gâteau. Pour 4 personnes il faut : 4 oeufs, 20 g de sucre, 100 g de chocolat, 150 g de farine.  
Quelle quantité de chaque ingrédient faudra-t-il à Alicia pour faire un gâteau pour 24 personnes?

## I. Grandeurs proportionnelles

### Définition 1.

Deux grandeurs sont **proportionnelles** si les valeurs de l'une s'obtiennent en **multipliant** les valeurs de l'autre par un **même nombre**.

## Application

Reconnaître les situations de proportionnalité dans la liste suivante :

- Evan mesurait 1,20 m l'année dernière, aujourd'hui sa taille est de 1,31 m.
- Louna achète 8 m de corde à 3,40 € le mètre.
- Dans sa vitrine, un primeur a écrit : un melon - 1,65 € ; deux melons - 3,10 €.
- Un musée propose trois formules de visites accompagnées : 1 h - 70 € ; 1 h 30 - 105 € ; 2 h - 140 €.
- Un commerçant a décidé de faire une journée promotion en baissant tous les prix de 25%.
- Mathéo marche à une allure régulière de 6 km par heure.
- Un robinet a une fuite, il perd 0,6 L par heure.

## II. Tableau de proportionnalité

### Définition 2.

Dans un tableau de nombre à deux lignes, on reconnaît une **situation de proportionnalité** lorsque les nombres de la deuxième ligne s'obtiennent en **multipliant** ceux de la première par un **même nombre**. Ce nombre est appelé **coefficient de proportionnalité**.



### Exemple

Prix des avocats :

|                   |     |    |    |
|-------------------|-----|----|----|
| Nombre de avocats | 6   | 10 | 15 |
| Prix en €         | 8,4 | 14 | 21 |

$$\frac{8,4}{6} = 1,4 \quad \frac{14}{10} = 1,4 \quad \frac{21}{15} = 1,4$$

Le coefficient de proportionnalité est 1,4. Cela signifie que **1 avocat** coûte **1,400 €**.

Location de vélo :

|                        |    |    |
|------------------------|----|----|
| Durée de location en h | 2  | 15 |
| Prix en €              | 17 | 38 |

$$\frac{17}{2} = 8,5 \quad \frac{38}{5} = 7,6 \neq 8,5$$

Ce tableau n'est pas un tableau de proportionnalité.

### III. Compléter un tableau de proportionnalité

#### Définition 3.

Dans un **tableau de proportionnalité**, lorsqu'on connaît trois nombres non nuls (dont deux se correspondent), on peut calculer le **quatrième nombre manquant**.

Ce nombre manquant est appelé une **quatrième proportionnelle**.

#### Propriété 1.

Dans une situation de proportionnalité, on peut :

- Multiplier une colonne par un nombre pour passer à une autre colonne.
- Ajouter deux colonnes entre elles pour en obtenir une troisième.



#### Exemple

Le débit d'un robinet est régulier, c'est-à-dire que le nombre de litres qui s'écoulent est proportionnel à la durée d'écoulement. En 5 min, il s'écoule 8 L d'eau. En combien de temps s'écoule-t-il 20 L ? 28 L ?

Pour passer de 8 L à 20 L je multiplie par 2,5 :  $8(L) \times 2,5 = 20(L)$  donc  $5(min) \times 2,5 = 12,5(min)$ . Il faudra 12 min 30 s pour que s'écoule 20 L.

Je sais que  $8(L) + 20(L) = 28(L)$  donc  $5(min) + 12,5(min) = 17,5(min)$ . Il faudra 17 min et 30 s pour que s'écoule 28 L.

|                    |   |      |      |
|--------------------|---|------|------|
| Quantité d'eau (L) | 8 | 20   | 28   |
| Durée (min)        | 5 | 12,5 | 17,5 |

#### Application

- Mathilde souhaite préparer un cocktail et pour cela, elle a besoin de jus d'oranges. Avec 2 oranges, elle obtient 40 cL de jus d'oranges. Compléter alors le tableau en supposant que le volume de jus est proportionnel au nombre d'oranges.

|                    |    |   |   |     |
|--------------------|----|---|---|-----|
| Nombre d'oranges   | 2  | 6 | 7 |     |
| Volume de jus (cL) | 40 |   |   | 180 |

- Un cycliste a parcouru 50 km en 3 heures. En supposant qu'il roule toujours à la même vitesse, compléter le tableau :

|               |  |     |     |     |     |    |    |
|---------------|--|-----|-----|-----|-----|----|----|
| Distance (km) |  | 100 | 150 |     | 110 | 30 |    |
| Temps (min)   |  |     |     | 270 |     |    | 72 |

- Pour faire des crêpes pour 5 personnes, on a besoin de 400 g de farine, 3 oeufs et 1 litre de lait. Quelle quantité de farine sera nécessaire pour 4 personnes ?

## IV. Pourcentages

### Définition 4.

Lorsqu'on partage une quantité en **100 parties égales**, on peut exprimer une proportion de cette quantité en **pourcentage**.

### Propriété 2.

Dire que 71% des élèves aiment les mathématiques signifie que le nombre d'élève aimant les mathématiques est proportionnel au nombre d'élève total et que pour 100 élèves 71 aiment les mathématiques.

|                                  |     |     |
|----------------------------------|-----|-----|
| Nombre d'élèves                  | 100 | 275 |
| Nombre d'élèves aimant les maths | 71  | ... |

### Propriété 3.

Soit  $t$  un nombre. Prendre  $t\%$  d'une quantité, c'est multiplier cette quantité par  $\frac{t}{100}$ .

Quelques pourcentages à connaître

| Pourcentage           | 10%        | 25%      | 50%       | 75%              | 100%    | 200%      | 300%      |
|-----------------------|------------|----------|-----------|------------------|---------|-----------|-----------|
| revient à prendre ... | Le dixième | Le quart | La moitié | Les trois-quarts | Le tout | Le double | Le triple |
| ou multiplier par ... | 0,1        | 0,25     | 0,5       | 0,75             | 1       | 2         | 3         |

### Application

Au collège, 71% des élèves adorent les mathématiques et 80% aiment l'anglais.

Pour 100 élèves.

1. Combien d'élèves aiment les maths?
2. Combien d'élèves aiment l'anglais?

Sachant qu'il y a 275 élèves au collège.

3. Combien d'élèves aiment les maths?
4. Combien d'élèves aiment l'anglais?

## V. Les savoir-faire du parcours

- Savoir reconnaître une situation de proportionnalité.
- Savoir reconnaître un tableau de proportionnalité.
- Savoir compléter un tableau de proportionnalité.
- Savoir utiliser la proportionnalité.
- Savoir calculer un pourcentage.