



## I. Aire d'une figure

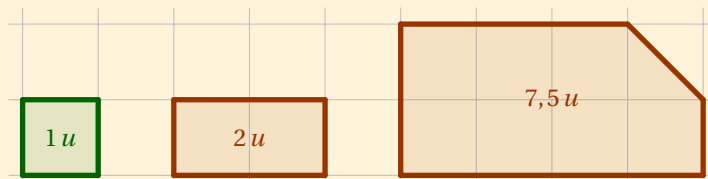
### Définition 1.

L'**aire** d'une figure est la **mesure** de sa **surface intérieure** dans une **unité d'aire** donnée.



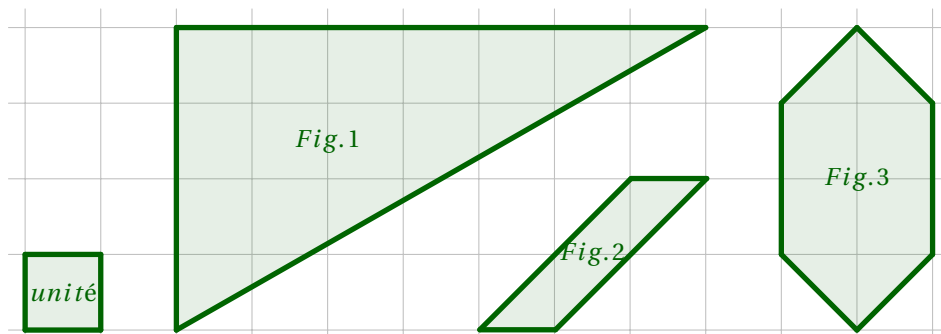
### Exemple

L'aire des **figures oranges** peut être exprimée comme somme de **carrés verts**, entiers ou non, valant  $1 u$  (une unité).



### Application

Déterminer l'aire des figures suivantes en fonction de l'unité proposée :



## II. Encadrer une aire

## III. Périmètre et aire



### Remarque

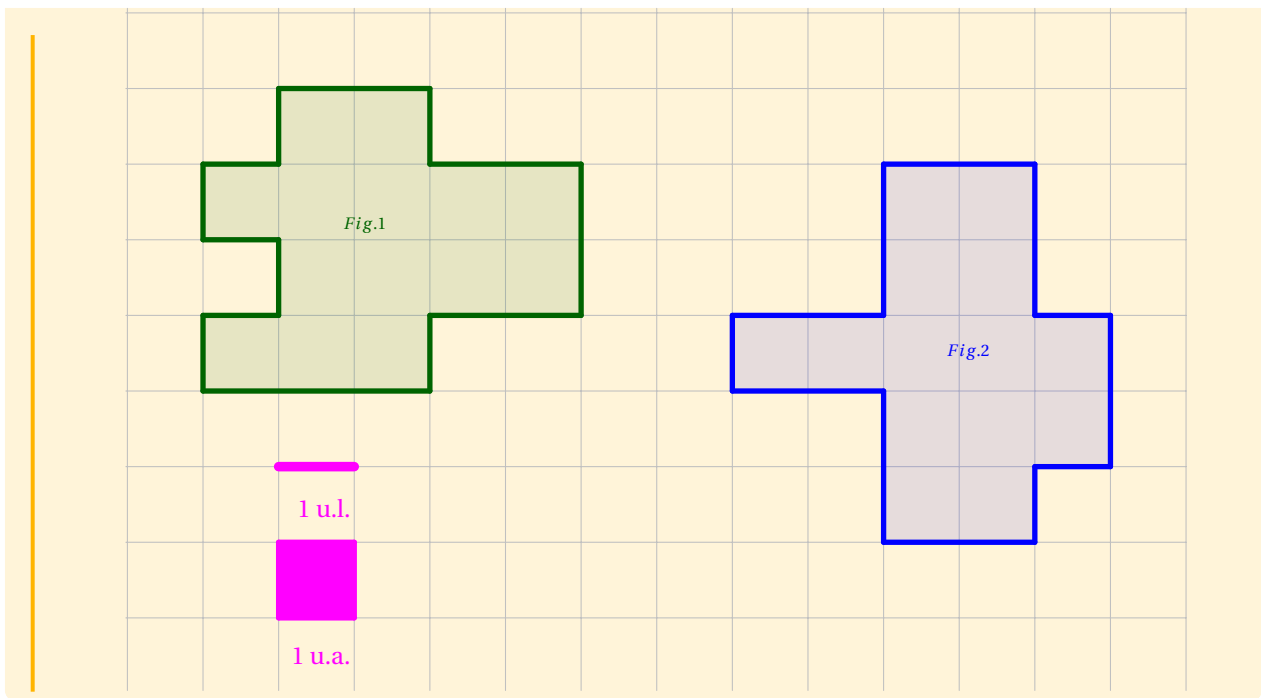
Deux figures ayant la même aire n'ont pas nécessairement le même périmètre.  
Deux figures ayant le même périmètre n'ont pas nécessairement la même aire.



### Exemple

$$\mathcal{P}_1 = 20 u.l. \quad \mathcal{A}_1 = 14 u.a. \quad \mathcal{P}_2 = 20 u.l. \quad \mathcal{A}_2 = 14 u.a.$$

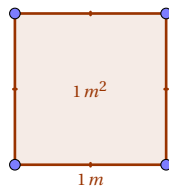
q



## IV. Unités d'aires usuelles

### Définition 2.

L'unité de mesure des aires est le **mètre carré**, on le note  $m^2$ , c'est l'aire d'un carré de  $1\text{ m}$  de côté.



### Remarque

De la même manière nous pouvons définir :

- $1\text{ dm}^2$  est l'aire d'un carré de  $1\text{ dm}$  de côté.
- $1\text{ cm}^2$  est l'aire d'un carré de  $1\text{ cm}$  de côté.
- $1\text{ mm}^2$  est l'aire d'un carré de  $1\text{ mm}$  de côté.



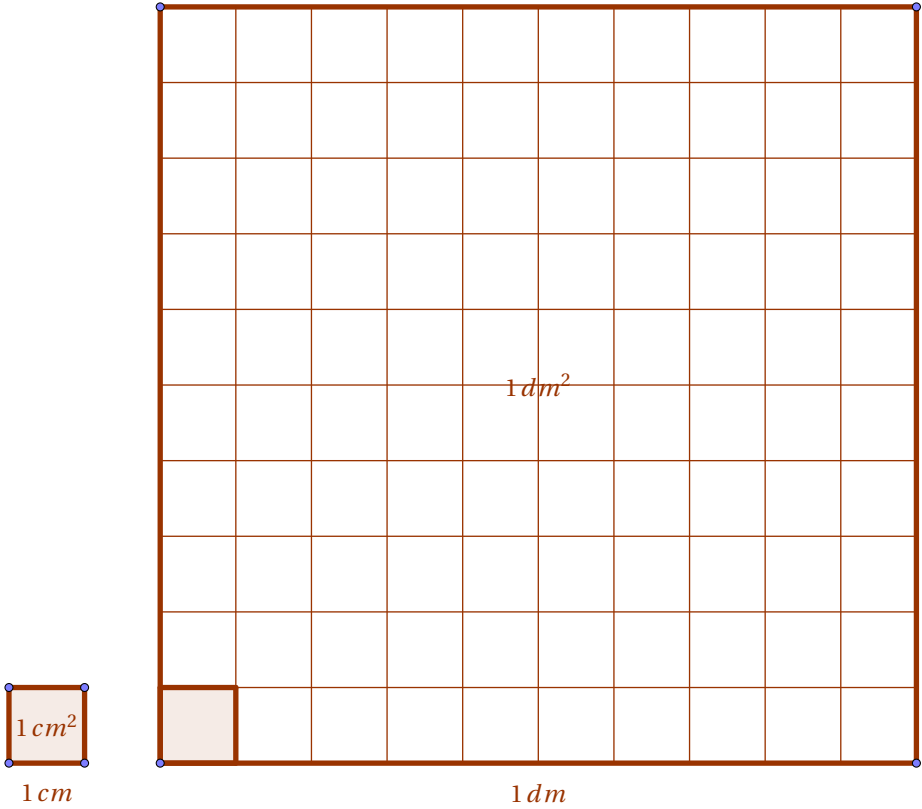
Pour mesurer la superficie des terrains, on utilise l'**are** ( $a$ ) et l'**hectare** ( $ha$ ) :

- $1\text{ a} = 1\text{ dam}^2 = 100\text{ m}^2$
- $1\text{ ha} = 1\text{ hm}^2 = 10000\text{ m}^2$

# V. Convertir des unités d'aire

## Propriété 1.

Dans un carré de 1 *cm* de côté, on peut construire 10 × 10 = 100 carrés de 1 *mm* de côté. Donc 1 *cm*<sup>2</sup> = 100*mm*<sup>2</sup>



## Méthode

Nous pouvons nous aider d'un tableau de conversion.

<i>km</i> <sup>2</sup>	<i>hm</i> <sup>2</sup>	<i>dam</i> <sup>2</sup>	<i>m</i> <sup>2</sup>	<i>dm</i> <sup>2</sup>	<i>cm</i> <sup>2</sup>	<i>mm</i> <sup>2</sup>
			2	5		
			2	5	0	0

Ainsi : 25 *m*<sup>2</sup> = 2500 *dm*<sup>2</sup>.

## Application

Effectuer les conversions suivantes :

$$28\,m^2 = \dots\,cm^2 \qquad 4,32\,dm^2 = \dots\,m^2 \qquad 1\,cm^2 = \dots\,mm^2 \qquad 3,3\,dm^2 = \dots\,mm^2 \qquad 2,1\,dm^2 = \dots\,dam^2$$

# VI. Calculs d'aire de surfaces particulières

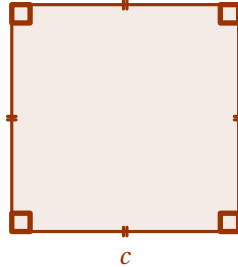
## 1. Aire d'un carré

### Propriété 2.

L'aire d'un carré est donnée par la formule :

$$\mathcal{A}_{\text{carré}} = \text{côté} \times \text{côté}$$

$$\mathcal{A}_{\text{carré}} = c \times c$$



### Application

1. Un carré a un côté de  $3\text{ cm}$ . Calculer son aire.
2. Un carré a une aire de  $64\text{ dm}^2$ . Calculer la longueur de son côté.

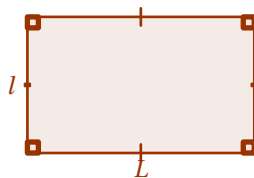
## 2. Aire d'un rectangle

### Propriété 3.

L'aire d'un rectangle est donnée par la formule :

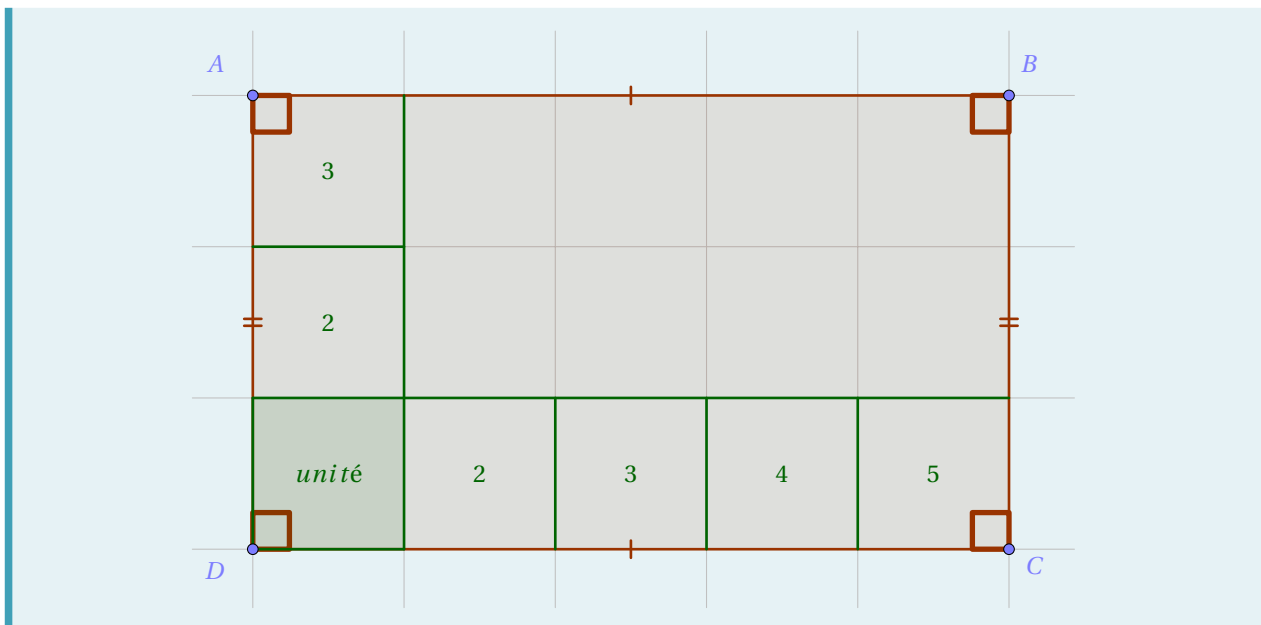
$$\mathcal{A}_{\text{rectangle}} = \text{largeur} \times \text{Longueur}$$

$$\mathcal{A}_{\text{rectangle}} = l \times L$$



**Preuve :** L'aire du rectangle correspond au nombre de carreaux verts unitaires rentrant à l'intérieur. Pour la calculer, on multiplie le nombre d'unité rentrant dans la largeur par le nombre d'unité rentrant dans la longueur. Ici :

$$3 \times 5 = 15\text{ u}$$



#### Application

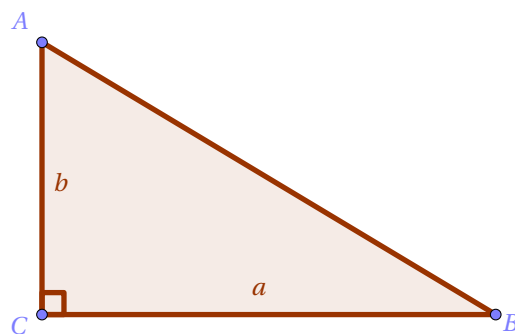
1. Un rectangle a une largeur de  $6\text{ km}$  et une aire de  $90\text{ km}^2$ . Calculer sa longueur.
2. Un rectangle a une longueur de  $17\text{ dam}$  et une largeur de  $9\text{ dam}$ . Calculer son aire.
3. Un rectangle a une longueur de  $15\text{ m}$  et une aire de  $135\text{ m}^2$ . Calculer sa largeur.

### 3. Aire d'un triangle

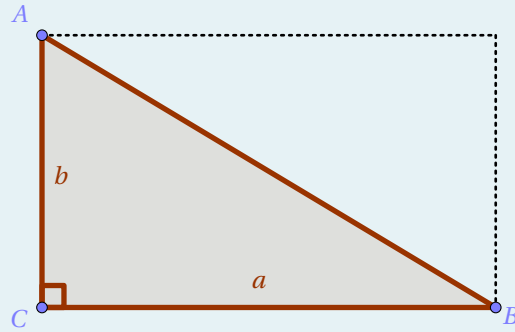
#### Propriété 4. Aire d'un triangle rectangle

L'aire d'un triangle rectangle est donnée par la formule :

$$\mathcal{A}_{\text{triangle rectangle}} = \frac{a \times b}{2}$$



**Preuve :** Il s'agit de l'aire d'un **demi-rectangle**, donc la moitié de l'aire du rectangle dont une des diagonales est  $[AB]$ .



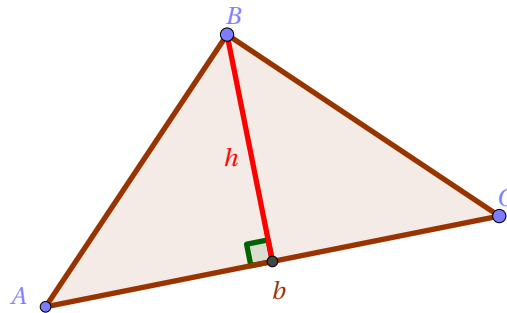
#### Propriété 5. Aire d'un triangle quelconque

L'aire d'un triangle quelconque est donné par la formule :

$$\mathcal{A}_{triangle} = \frac{base \times hauteur}{2}$$

$$\mathcal{A}_{triangle} = \frac{b \times h}{2}$$

Où la **hauteur (h)** désigne une perpendiculaire à un côté du triangle passant par le sommet opposé et la **base (b)** désigne le côté que la **hauteur** coupe.



#### Remarques

- Deux triangles de même hauteur et de même base ont la même aire.
- L'aire d'un triangle ne dépend pas du côté choisi.

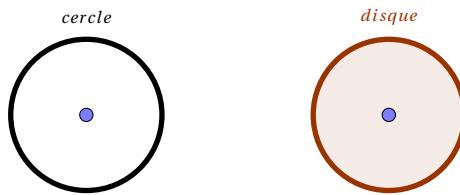
#### Application

Le triangle  $ABC$  a une hauteur de  $10\text{ mm}$  et une aire de  $85\text{ mm}^2$ . Calculer la longueur de sa base.

## 4. Aire d'un disque

### Définition 3.

Un **disque** est un cercle contenant une surface.

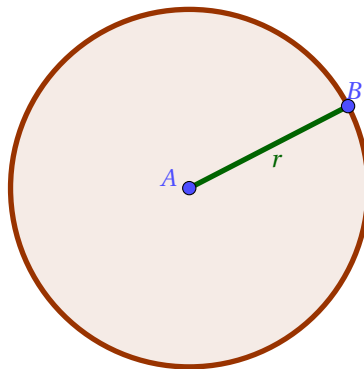


### Propriété 6.

L'aire d'un disque est donnée par la formule :

$$\mathcal{A}_{\text{disque}} = \pi \times \text{rayon} \times \text{rayon} = \pi \times \text{rayon}^2$$

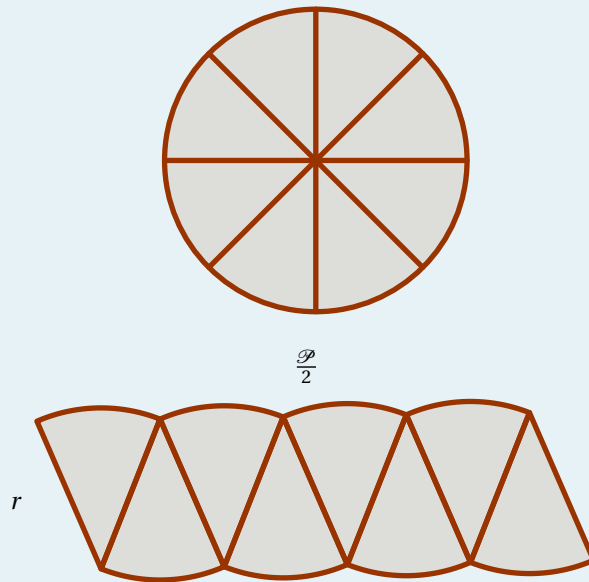
$$\mathcal{A}_{\text{disque}} = \pi \times r^2$$



### Remarque

$r^2$  se prononce "r au carré" et signifie qu'il faut prendre le nombre  $r \times r$ .

**Preuve :** La preuve de la formule de l'aire du disque a été apportée par le grand mathématicien Archimède. Il a découpé le disque en secteurs égaux puis les a rassemblés pour former une sorte de rectangle dont la largeur est le rayon et la longueur est la moitié du périmètre :



En augmentant le nombre de secteurs la forme ressemble de plus en plus à un rectangle et pour un nombre infini de secteur elle devient un rectangle. La formule de l'aire du rectangle nous donne :

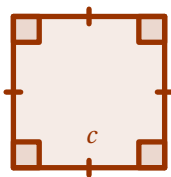
$$\mathcal{A}_{disque} = r \times \frac{P}{2} = r \times \frac{2 \times \pi \times r}{2} = \pi \times r \times r$$

#### Application

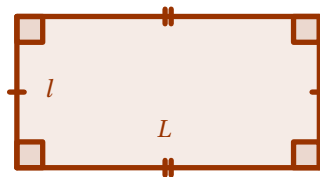
Déterminer l'aire du disque de centre O et de rayon 4 *hm*.

## VII. Formulaire

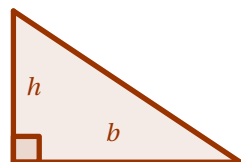
### Propriété 7.



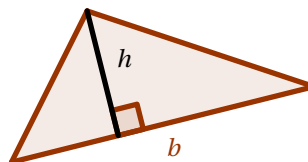
$$\mathcal{A}_{carré} = c \times c = c^2$$



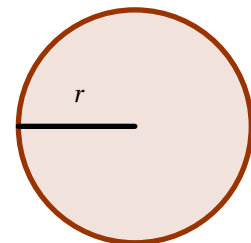
$$\mathcal{A}_{rectangle} = l \times L$$



$$\mathcal{A}_{triangle rectangle} = \frac{b \times h}{2}$$



$$\mathcal{A}_{triangle} = \frac{b \times h}{2}$$



$$\mathcal{A}_{disque} = \pi \times r \times r = \pi \times r^2$$



## VIII. Les savoir-faire du parcours

- Savoir exprimer l'aire d'une figure en fonction d'une unité d'aire.
- Savoir convertir des unités d'aire.
- Savoir calculer l'aire d'un carré.
- Savoir calculer l'aire d'un rectangle.
- Savoir calculer l'aire d'un triangle.
- Savoir calculer l'aire d'un disque.
- Savoir résoudre un problème d'aire.