

Théorème de Thalès

□ Calculer une longueur dans un triangle

Théorème 1.

On considère :

- un triangle ABC ;
- un point M du segment $[AB]$, distinct de A ;
- un point N du segment $[AC]$, distinct de A .

Si les droites (MN) et (BC) sont parallèles alors on a : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.



Remarque

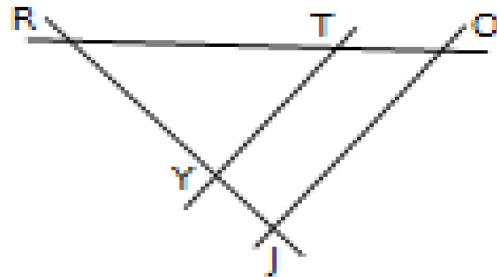
les dimensions du triangle AMN sont proportionnelles aux dimensions du triangle ABC . Le coefficient de proportionnalité est $\frac{AM}{AB}$ ou $\frac{AN}{AC}$ ou encore $\frac{MN}{BC}$.



Exemple

Sur la figure ci-contre : (YT) est parallèle à (OJ) ; $RT = 3$ cm; $RO = 5$ cm; $RY = 4,5$ cm. Calculons RJ . Je sais que :

- ROJ est un triangle;
- $Y \in [RJ]$;
- $T \in [RO]$;
- (YT) est parallèle à (OJ)



Donc, d'après le théorème de Thalès, je peux dire que : $\frac{RY}{RJ} = \frac{RT}{RO} = \frac{YT}{JO}$ (on écrit l'égalité des trois quotients).

Donc $\frac{4,5}{RJ} = \frac{3}{5} = \frac{YT}{JO}$ (on remplace les longueurs connues par leurs valeurs).

Comme $\frac{4,5}{RJ} = \frac{3}{5}$ (on ne conserve qu'une seule égalité), on déduit que $4,5 \times 5 = 3 \times RJ$ (on écrit l'égalité des « produits en croix »).

Finalement $RJ = \frac{4,5 \times 5}{3}$ (on « isole » la longueur cherchée) et donc $RJ = 7,5$ cm (on conclut).

Exercices sur le livre :

12 et 14 p 252 Représenter. Communiquer.

17 p 252 Calculer. Communiquer.

45 p 257 Représenter. Communiquer.

19 p 252 à la maison Représenter. Communiquer.

49 p 258 à la maison Calculer. Communiquer.

50 p 259 Calculer. Communiquer.

Agrandissement et Réduction

Définition 1.

Si deux figures ont la même forme et des longueurs proportionnelles, alors on dit que l'une est un **agrandissement** ou une **réduction** de l'autre.



Remarque

Le coefficient de proportionnalité est le rapport d'agrandissement ou de réduction.



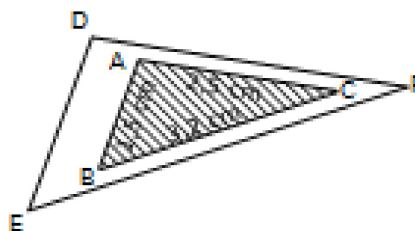
Exemple

DEF est un agrandissement de ABC de rapport 1,6. Calculons les longueurs de ses côtés.

$$DE = 1,6 \times AB = 1,6 \times 1,5 = 2,4 \text{ cm}$$

$$DF = 1,6 \times AC = 1,6 \times 2,5 = 4 \text{ cm}$$

$$EF = 1,6 \times BC = 1,6 \times 3,2 = 5,12 \text{ cm}$$



Remarque

— ABC est une réduction de DEF de rapport $\frac{1,5}{2,4} = \frac{2,5}{4} = \frac{3,2}{5,12} = 0,625$.

— Dans un agrandissement ou une réduction, les mesures des angles, la perpendicularité et le parallélisme sont conservés.