

Contenus détaillés

Remarque

Les algorithmes du programme, précédés de *, pourraient être décloisonnés dans la partie Algorithmique pour illustrer ou travailler les notions de condition, boucle. Ce décloisonnement laisse le choix à l'enseignant une double entrée :

- soit aborder la notion par le chapitre de la notion
- soit par l'algorithmique puis revenir en synthèse sur la notion.

Dans les chapitres, on propose des exercices de lecture ou modification d'algorithme seulement.

Dans la partie **Algorithmique et programmation**, on propose des exercices de lecture, de modification et de création.

1 Algorithmique et programmation

Contenus

1. Choisir ou déterminer le type d'une variable (entier, flottant ou chaîne de caractères).
2. Concevoir et écrire une instruction d'affectation, une séquence d'instructions, une instruction conditionnelle.
3. Écrire une formule permettant un calcul combinant des variables.
4. Programmer, dans des cas simples, une boucle bornée, une boucle non bornée.
5. Dans des cas plus complexes : lire, comprendre, modifier ou compléter un algorithme ou un programme.
6. Fonctions à un ou plusieurs arguments.
7. Fonction renvoyant un nombre aléatoire. Série statistique obtenue par la répétition de l'appel d'une telle fonction.

Capacités attendues

1. Choisir ou déterminer le type d'une variable (entier, flottant ou chaîne de caractères).
2. Concevoir et écrire une instruction d'affectation, une séquence d'instructions, une instruction conditionnelle.
3. Écrire une formule permettant un calcul combinant des variables.
4. Programmer, dans des cas simples, une boucle bornée, une boucle non bornée.
5. Dans des cas plus complexes : lire, comprendre, modifier ou compléter un algorithme ou un programme.
6. Écrire des fonctions simples ; lire, comprendre, modifier, compléter des fonctions plus complexes. Appeler une fonction.
7. Lire et comprendre une fonction renvoyant une moyenne, un écart type. Aucune connaissance sur les listes n'est exigée.
8. Écrire des fonctions renvoyant le résultat numérique d'une expérience aléatoire, d'une répétition d'expériences aléatoires indépendantes.

2 Arithmétique

Contenus

1. Notations \mathbb{N} et \mathbb{Z}
2. Définition des notions de multiple, de diviseur, de nombre pair, de nombre impair.
3. Nombres premiers. Décomposition en facteurs premiers.

Capacités attendues

1. Modéliser et résoudre des problèmes mobilisant les notions de multiple, de diviseur, de nombre pair, de nombre impair, de nombre premier.
2. Présenter les résultats fractionnaires sous forme irréductible.

Démo

1. Pour une valeur numérique de a , la somme de deux multiples de a est multiple de a .

2. Le carré d'un nombre impair est impair.

Algorithmique

1. *Déterminer si un entier naturel a est multiple d'un entier naturel b .
2. Pour des entiers a et b donnés, déterminer le plus grand multiple de a inférieur ou égal à b .
3. *Déterminer si un entier naturel n est premier.

3 Ensembles de nombres

Contenus

1. Ensemble \mathbb{R} des nombres réels, droite numérique.
2. Ensemble \mathbb{D} des nombres décimaux.
3. Ensemble \mathbb{Q} des nombres rationnels. Nombres irrationnels ; exemples fournis par la géométrie, par exemple $\sqrt{2}$ et π .

Capacités attendues

1. Associer à chaque point de la droite graduée un unique nombre réel et réciproquement.
2. Connaître quelques idées ensemblistes et logiques

Démo

1. Le nombre réel $\sqrt{2}$ est irrationnel.
2. Le nombre rationnel $\frac{1}{3}$ n'est pas décimal.

Approfondissement

1. Développement décimal illimité d'un nombre réel.
2. Observation, sur des exemples, de la périodicité du développement décimal de nombres rationnels, du fait qu'un développement décimal périodique correspond à un rationnel.
3. Vocabulaire ensembliste et logique

4 Intervalles de \mathbb{R}

Contenus

1. Intervalles de \mathbb{R} . Notations ∞ .
2. Intersection, réunion d'intervalles.
3. Notation $|a|$. Distance entre deux nombres réels.
4. Représentation de l'intervalle $[a - r, a + r]$ puis caractérisation par la condition $|x - a| \leq r$.
5. Encadrement décimal d'un nombre réel à 10^{-n} près.

Capacités attendues

1. Représenter un intervalle de la droite numérique. Déterminer si un nombre réel appartient à un intervalle donné.
2. Donner un encadrement, d'amplitude donnée, d'un nombre réel par des décimaux.
3. Dans le cadre de la résolution de problèmes, arrondir en donnant le nombre de chiffres significatifs adapté à la situation étudiée

Algorithmique

1. Déterminer par balayage un encadrement de $\sqrt{2}$ d'amplitude inférieure ou égale à 10^{-n} .

5 Calculs numériques

Contenus

1. Effectuer des calculs numériques mettant en jeu des puissances, des racines carrées, des écritures fractionnaires.
2. Calculs avec les relatifs, avec les rationnels.
3. Calculs avec les puissances.
4. Calculs avec les racines carrées.
5. Règles de calcul sur les puissances entières relatives, sur les racines carrées. $\sqrt{a^2} = |a|$

Capacités attendues

1. Développer la pratique du calcul numérique (relatifs, rationnels, puissances)

Démo

1. Quels que soient les réels positifs a et b , on a $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$.

Algorithmique

1. *Déterminer la première puissance d'un nombre positif donné supérieure ou inférieure à une valeur donnée.

6 Calcul littéral, identités remarquables

Contenus

1. Effectuer des calculs littéraux mettant en jeu des puissances, des racines carrées, des écritures fractionnaires.
2. Identités $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$, $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ et $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, à savoir utiliser dans les deux sens.
3. Exemples simples de calcul sur des expressions algébriques, en particulier sur des expressions fractionnaires.

Capacités attendues

1. Comparer deux quantités en utilisant leur différence, ou leur quotient dans le cas positif

Démo

1. Si a et b sont des réels strictement positifs, $\sqrt{a+b} < \sqrt{a}\sqrt{b}$.
2. Pour a et b réels positifs, illustration géométrique de l'égalité $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Approfondissement

1. Développement de $(a + b + c)^2$.
2. Développement de $(a + b)^3$
3. Inégalité entre moyennes géométrique et arithmétique de deux réels strictement positifs.

7 Équations et inéquations

Contenus

1. Ensemble des solutions d'une équation (équation du premier degré, équation du second degré simple, équation-produit, équation-quotient).
2. Résoudre un système de deux équations linéaires à deux inconnues.
3. Modéliser un problème par une inéquation.
4. Résoudre une inéquation du premier degré.

Capacités attendues

1. Choisir la forme la plus adaptée (factorisée, développée réduite) d'une expression en vue de la résolution d'un problème.
2. Comparer deux quantités en utilisant leur différence, ou leur quotient dans le cas positif

Démo

1. Si a et b sont des réels strictement positifs, $\sqrt{a+b} < \sqrt{a}\sqrt{b}$.
2. Pour a et b réels positifs, illustration géométrique de l'égalité $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Approfondissement

1. Développement de $(a+b+c)^2$.
2. Développement de $(a+b)^3$
3. Inégalité entre moyennes géométrique et arithmétique de deux réels strictement positifs.

8 Généralités sur les fonctions

Contenus

1. Fonction à valeurs réelles (4 représentations : expression, algo, courbe, tableau)
2. Courbe représentative : la courbe d'équation $y = f(x)$ est l'ensemble des points du plan dont les coordonnées (x, y) vérifient $y = f(x)$.
3. Signes d'une fonction, tableau de signes.
4. Croissance, décroissance, monotonie d'une fonction définie sur un intervalle. Tableau de variations.
5. Maximum, minimum d'une fonction sur un intervalle.

Capacités attendues

1. Sur des cas simples de relations entre variables (par exemple $U = RI$, $d = vt$, $S = \pi r^2$, $V = abc$, $V = \pi r^2 h$), exprimer une variable en fonction des autres. Cas d'une relation du premier degré $ax + by = c$.
2. Exploiter l'équation $y = f(x)$ d'une courbe : appartenance, calcul de coordonnées.
3. Modéliser par des fonctions des situations issues des mathématiques, des autres disciplines.
4. Relier représentation graphique et tableau de variations.
5. Déterminer graphiquement les extremums d'une fonction sur un intervalle.
6. Exploiter un logiciel de géométrie dynamique ou de calcul formel, la calculatrice ou Python pour décrire les variations d'une fonction donnée par une formule.
7. Résoudre une équation du type $f(x) = k$ ou une inéquation du type $f(x) < k$, en choisissant une méthode adaptée : graphique, algébrique, logicielle.
8. Résoudre, graphiquement ou à l'aide d'un outil numérique une inéquation du type $f(x) < g(x)$.

Algorithmique

1. *Pour une fonction dont le tableau de variations est donné, algorithmes d'approximation numérique d'un extremum (balayage, dichotomie).
2. *Algorithme de calcul approché de longueur d'une portion de courbe représentative de fonction.

9 Fonctions affines

Contenus

1. Pour une fonction affine, interprétation du coefficient directeur comme taux d'accroissement, variations selon son signe.

Capacités attendues

1. Somme d'inégalités. Produit d'une inégalité par un réel positif, négatif, en liaison avec le sens de variation d'une fonction affine.
2. Relier sens de variation, signe et droite représentative d'une fonction affine.
3. Pour les fonctions affines, résoudre graphiquement ou algébriquement une équation du type $f(x) = k$ ou une inéquation du type $f(x) < k$.
4. Pour deux nombres a et b donnés et une fonction de référence f , comparer $f(a)$ et $f(b)$ numériquement ou graphiquement.
5. Résoudre une équation, une inéquation produit ou quotient, à l'aide d'un tableau de signes.

10 Fonctions de référence

Contenus

1. Fonction paire, impaire. Traduction géométrique.
2. Fonctions carré, inverse, racine carrée, cube : définitions et courbes représentatives.
3. Variations des fonctions carré, inverse, racine carrée, cube.

Capacités attendues

1. Somme d'inégalités. Produit d'une inégalité par un réel positif, négatif, en liaison avec le sens de variation d'une fonction affine.
2. Pour les fonctions carré, inverse, racine carrée et cube, résoudre graphiquement ou algébriquement une équation du type $f(x) = k$ ou une inéquation du type $f(x) < k$.
3. Pour deux nombres a et b donnés et une fonction de référence f , comparer $f(a)$ et $f(b)$ numériquement ou graphiquement.

Démo

1. Variations des fonctions Carré, Inverse, Racine carrée.
2. Étudier la position relative des courbes d'équation $y = x, y = x^2, y = x^3$, pour $x \geq 0$

Algorithmique

1. *Pour une fonction dont le tableau de variations est donné, algorithmes d'approximation numérique d'un extremum (balayage, dichotomie).
2. *Algorithme de calcul approché de longueur d'une portion de courbe représentative de fonction.

Approfondissement

1. Relier les courbes représentatives de la fonction racine carrée et de la fonction carré sur \mathbb{R}_+ .
2. Étudier la parité d'une fonction dans des cas simples.

11 Configuration du plan

Contenus

1. Les configurations de cycle 4.
2. Projeté orthogonal d'un point sur une droite.

Capacités attendues

1. Résoudre des problèmes de géométrie plane sur des figures simples ou complexes (triangles, quadrilatères, cercles).
2. Calculer des longueurs, des angles, des aires et des volumes.
3. Traiter de problèmes d'optimisation.

Démo

1. Le projeté orthogonal du point M sur une droite Δ est le point de la droite Δ le plus proche du point M.
2. Relation trigonométrique $\cos^2 a + \sin^2 a = 1$ dans un triangle rectangle

Approfondissement

1. Démontrer que les hauteurs d'un triangle sont concourantes.
2. Expression de l'aire d'un triangle : $\frac{1}{2}ab\sin\widehat{C}$.
3. Formule d'Al-Kashi.
4. Le point de concours des médiatrices est le centre du cercle circonscrit.

12 Géométrie vectorielle

Contenus

1. Vecteur $\overrightarrow{MM'}$ associé à la translation qui transforme M en M' . Direction, sens et norme.
2. Égalité de deux vecteurs. Notation \vec{u} . Vecteur nul.
3. Somme de deux vecteurs en lien avec l'enchaînement des translations. Relation de Chasles.

Capacités attendues

1. Représenter géométriquement des vecteurs.
2. Construire géométriquement la somme de deux vecteurs

Approfondissement

Définition vectorielle des homothéties.

13 Géométrie analytique

Contenus

1. Base orthonormée. Coordonnées d'un vecteur. Expression de la norme d'un vecteur.
2. Expression des coordonnées de \overrightarrow{AB} en fonction de celles de A et de B .
3. Produit d'un vecteur par un nombre réel. Colinéarité de deux vecteurs.
4. Déterminant de deux vecteurs dans une base orthonormée, critère de colinéarité. Application à alignement, au parallélisme

Capacités attendues

1. Calculer les coordonnées d'une somme de vecteurs, d'un produit d'un vecteur par un nombre réel.
2. Calculer la distance entre deux points. Calculer les coordonnées du milieu d'un segment.
3. Caractériser alignement et parallélisme par la colinéarité de vecteurs.
4. Résoudre des problèmes en utilisant la représentation la plus adaptée des vecteurs

Démo

1. Deux vecteurs sont colinéaires si et seulement si leur déterminant est nul

Algorithmique

1. *Étudier l'alignement de trois points dans le plan.

14 Équations de droite

Contenus

1. Vecteur directeur d'une droite.
2. Équation de droite : équation cartésienne, équation réduite.
3. Pente (ou coefficient directeur) d'une droite non parallèle à l'axe des ordonnées

Capacités attendues

1. Déterminer une équation de droite à partir de deux points, un point et un vecteur directeur ou un point et la pente.
2. Déterminer la pente ou un vecteur directeur d'une droite donnée par une équation ou une représentation graphique.
3. Tracer une droite connaissant son équation cartésienne ou réduite.
4. Établir que trois points sont alignés ou non.
5. Déterminer si deux droites sont parallèles ou sécantes.
6. Déterminer le point d'intersection de deux droites sécantes

Démo

1. En utilisant le déterminant, établir la forme générale d'une équation de droite

Algorithmique

1. *Déterminer une équation de droite passant par deux points donnés

Approfondissement

1. Ensemble des points équidistants d'un point et de l'axe des abscisses.
2. Représentation, sur des exemples, de parties du plan décrites par des inégalités sur les coordonnées.

15 Proportions et pourcentages

Contenus

1. Proportion, pourcentage d'une sous-population dans une population.
2. Ensembles de référence inclus les uns dans les autres : pourcentage de pourcentage.
3. Évolution : variation absolue, variation relative.
4. Évolutions successives, évolution réciproque : relation sur les coefficients multiplicateurs (produit, inverse).

Capacités attendues

1. Exploiter la relation entre effectifs, proportions et pourcentages.
2. Traiter des situations simples mettant en jeu des pourcentages de pourcentages.
3. Exploiter la relation entre deux valeurs successives et leur taux d'évolution.
4. Calculer le taux d'évolution global à partir des taux d'évolution successifs. Calculer un taux d'évolution réciproque.

16 Statistiques

Contenus

1. Indicateurs de tendance centrale d'une série statistique : moyenne pondérée.
2. Linéarité de la moyenne.
3. Indicateurs de dispersion : écart interquartile, écart type.

Capacités attendues

1. Décrire verbalement les différences entre deux séries statistiques, en s'appuyant sur des indicateurs ou sur des représentations graphiques données.
2. Pour des données réelles ou issues d'une simulation, lire et comprendre une fonction écrite en Python renvoyant la moyenne m , l'écart type s , et la proportion d'éléments appartenant à $[m - 2s, m + 2s]$

17 Probabilités

Contenu

1. Ensemble (univers) des issues. Événements. Réunion, intersection, complémentaire.
2. Loi (distribution) de probabilité. Probabilité d'un événement : somme des probabilités des issues.
3. Relation $P(A \cap B) + P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
4. Dénombrement à l'aide de tableaux et d'arbres.

Capacités attendues

1. Utiliser des modèles théoriques de référence (dé, pièce équilibrée, tirage au sort avec équiprobabilité dans une population) en comprenant que les probabilités sont définies *a priori*.
2. Construire un modèle à partir de fréquences observées, en distinguant nettement modèle et réalité.
3. Calculer des probabilités dans des cas simples : expérience aléatoire à deux ou trois épreuves

Échantillonnage

Contenus

1. Échantillon aléatoire de taille n pour une expérience à deux issues.
2. Version vulgarisée de la loi des grands nombres : « Lorsque n est grand, sauf exception, la fréquence observée est proche de la probabilité. »
3. Principe de l'estimation d'une probabilité, ou d'une proportion dans une population, par une fréquence observée sur un échantillon.

Algo

1. Lire et comprendre une fonction Python renvoyant le nombre ou la fréquence de succès dans un échantillon de taille n pour une expérience aléatoire à deux issues.

2. Observer la loi des grands nombres à l'aide d'une simulation sur Python ou tableur.
3. *Simuler N échantillons de taille n d'une expérience aléatoire à deux issues. Si p est la probabilité d'une issue et f sa fréquence observée dans un échantillon, calculer la proportion des cas où l'écart entre p et f est inférieur ou égal à $\frac{1}{\sqrt{n}}$