



I. Expressions littérales

Définition 1.

Une **expression littérale** est une expression mathématique qui comporte une ou plusieurs **lettres**. Ces lettres s'appellent les **variables**, elles ne représentent aucun nombre particulier et peuvent prendre plusieurs valeurs.



Exemple

- Le périmètre d'un rectangle de longueur L et de largeur l est donné par l'expression littérale : $P = 2 \times L + 2 \times l$.
- L'aire d'un carré de côté c est donné par l'expression littérale : $A = c^2$



Méthode

Traduire une situation par une expression littérale

Pour un bouquet livré, un fleuriste facture 2€ par fleur et 26€ pour la livraison. Le prix à payer en fonction du nombre y de fleurs est $2 \times y + 26$.

II. Écriture simplifiée d'une expression littérale

Histoire des mathématiques

François Viète (1540-1603) est un mathématicien français. En 1591, il publie *In artem analyticam isagoge* qui représente une avancée considérable pour l'algèbre.

Le calcul littéral trouve ses bases dans le but de résoudre tout problème.

Les grandeurs cherchées sont désignées par des voyelles et les grandeurs connues par des consonnes.

Les symboles d'opérations sont officialisés.

Propriété 1.

Pour marquer la **priorité de la multiplication**, et ne pas le confondre avec la lettre " x ", le symbole « \times » peut être omis dans certains cas. Cela permet également de simplifier l'écriture d'une expression.

Définition 2.

- $a + a$ s'appelle le double du nombre a et se note $2a$
- $a + a + a$ s'appelle le triple du nombre a et se note $3a$
- $a \times a$ s'appelle le carré du nombre a et se note a^2
- $a \times a \times a$ s'appelle le cube du nombre a et se note a^3



Exemple

L'expression $A(x)$ peut être simplifiée de la façon suivante :

$$A(x) = 6 \times x \times 2 + 5 \times 2 = 12x + 10$$

III. Réduire et ordonner une expression littérale

Définition 3. Réduire

Réduire une expression c'est **factoriser les coefficients** des termes **de même degré**.
(compter les différentes quantités de cette expression)



Exemple

On considère l'expression littérale $A(x) = -7x - 9 + 12x + 7$. Sa version réduite est :

$$A(x) = 5x - 2$$

Définition 4. Ordonner

Ordonner une expression c'est l'écrire avec ses **termes de degré décroissant**.



Exemple

On considère l'expression littérale $A(x) = -5x + 3 + 3x^2 + 6x - 5$. Sa version réduite est :

$$A(x) = x - 2 + 3x^2$$

Sa version réduite ET ordonnée est :

$$A(x) = 3x^2 + x - 2$$

IV. Substituer une valeur à une variable

Définition 5.

Lorsqu'on calcule une expression en donnant une valeur à la lettre, on dit qu'on **substitue** la lettre par la valeur.



Remarque

Lorsque dans une expression littérale on substitue la lettre par une valeur, il faut penser à réécrire les symboles « \times » qui ont été simplifiés.



Exemple

Soit l'expression $A = a(4b + 7)$. Calculons pour $a = 5$ et $b = 9$:

$$A = 5 \times (4 \times 9 + 7) = 215$$

V. Forme développée ou factorisée d'une expression.

Définition 6.

- On dit qu'une **expression littérale** est une **somme** lorsque la **dernière opération calculée** lorsqu'on substitue est **une addition** ou **une soustraction**.
- On dit qu'une **expression littérale** est un **produit** lorsque la **dernière opération calculée** lorsqu'on substitue est une **multiplication**.



Exemple

Dans l'expression :

$$A(x) = (4x - 7)^2$$

La dernière opération calculée quand on substitue la variable x est une **multiplication**, il s'agit donc d'un **produit**.

Dans l'expression :

$$A(x) = (4x + 2) + (6x - 1)$$

La dernière opération calculée quand on substitue la variable x est une **addition**, il s'agit donc d'une **somme**.

Définition 7.

- **Développer** une expression signifie **l'écrire sous la forme d'une somme**.
- **Factoriser** une expression signifie **l'écrire sous la forme d'un produit**.



Exemple

- On considère l'expression : $A(x) = 3x^2 + 2x - 4 - 7x^2 + 4x + 2$, la dernière opération effectuée lorsqu'on substitue est **une addition ou une soustraction**, il s'agit donc d'une **somme**, l'expression est donc **développée**.
- On considère l'expression : $A(x) = (-2x + 8)(-x + 4)$, la dernière opération effectuée lorsqu'on substitue est **une multiplication**, il s'agit donc d'un **produit**, l'expression est donc **factorisée**.

VI. La distributivité

1. La simple distributivité

Propriété 2. Simple distributivité de la multiplication par rapport à l'addition

- Pour tous nombres k , a et b : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$
- Pour tous nombres k , a et b : $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$



Exemple

Utilisons la distributivité pour transformer le calcul :

$$6 \times (5 - 4) = 6 \times 5 - 6 \times 4 = 30 - 24 = 6$$

2. La double distributivité

Propriété 3. Double distributivité de la multiplication par rapport à l'addition

Pour tous nombres a, b, c et d : $(a + b) \times (c + d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$



Exemple

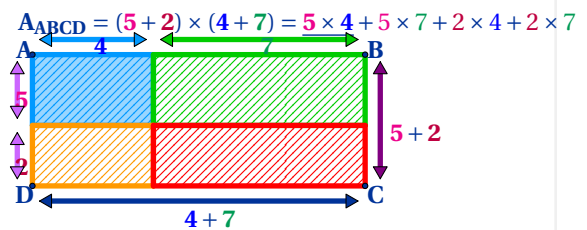
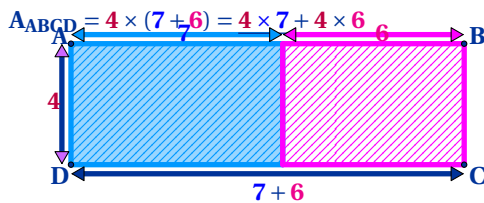
Nous pouvons utiliser la double distributivité pour calculer mentalement :

$$A = 11 \times 15 = (10 + 1) \times (10 + 5) = 10 \times 10 + 10 \times 5 + 1 \times 10 + 1 \times 5$$

donc :

$$A = 100 + 50 + 10 + 5 = 165$$

Illustration



VII. Opposé d'une expression

Définition 8.

Deux expressions littérales sont dites **opposées** lorsque leur **somme est égale à 0**.



Exemple

Déterminons l'opposé de l'expression $A(x) = 10x + 7$.

$$(10x + 7) + (-10x - 7) = 0$$

Donc l'opposé de l'expression $A(x)$ est $B(x) = -10x - 7$.

Propriété 4.

L'opposée d'une expression $A(x)$ se note $-A(x)$ et vérifie : $-A(x) = (-1) \times A(x)$



Exemple

Déterminons l'opposé de l'expression : $A(x) = 7x + 9$.

$$-A(x) = -(7x + 9) = (-1) \times (7x + 9)$$

VIII. Développer une expression littérale avec la simple distributivité

IX. Développer une expression littérale avec la double distributivité

X. Factoriser une expression littérale avec la simple distributivité

XI. $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

XII. Exercice bilan

XIII. Les savoir-faire du parcours

Les savoir-faire du parcours

- Savoir exprimer en fonction de....
- Savoir traduire un programme de calcul par une expression littérale.
- Savoir traduire une situation par une expression littérale.
- Savoir substituer la variable par un nombre dans une expression littérale.
- Savoir simplifier l'écriture d'une expression littérale.
- Savoir réduire et ordonner une expression littérale.
- Savoir développer une expression avec la simple distributivité.
- Savoir développer une expression avec la double distributivité.
- Savoir factoriser une expression avec la simple distributivité.
- Savoir développer une expression avec l'égalité $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.
- Savoir factoriser une expression avec l'égalité $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.