technische universität
dortmund

Versuch 101

Das Trägheitsmoment

Philipp Haude
Steffen Maßmann

Durchführung: 22.11.2022
Abgabetermin: 29.11.2022

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

Mit dem Versuch V101 sollen sowohl die Trägheitsmomente verschiedener Körper gemessen werden, als auch der Steiner'sche Satz nachgewiesen werden. Dies wird in diesem Versuch mit einer Kugel, einem Zylinder und einer Puppe durchgeführt.

2 Theorie

2.1 Trägheitsmoment und Satz von Steiner

Das Trägheitsmoment ist ein Maß dafür, wie sehr es einem Körper widerstrebt sich in eine Drehung versetzen zu lassen. Für eine Punktförmige Masse m im Abstand r zu einer Drehachse lässt sich dieses wie folgt berechnen:

$$I = mr^2 \tag{1}$$

Handelt es sich um einen ausgedehnten Körper, dann müssen alle Trägheitsmomente der einzelnen Massenpunkte m_i, die sich im Abstand r_i befinden, addiert werden:

$$I = \sum_i r_i^2 \cdot m_i \tag{2}$$

Diese Summe muss für infinitisimale Massen dm durch ein Integral ersetzt werden:

$$I = \int r^2 dm \tag{3}$$

Für geometrisch einfache Körper kann dies also trivial bestimmt werden.
So ist das Trägheitsmoment für eine Kugel mit Masse m und Radius R

$$I_K = \frac{2}{5} mR^2. \tag{4}$$

Für einen stehenden Zylinder mit Masse m und Radius R

$$I_Z = \frac{mR^2}{2}. \tag{5}$$

Und für einen liegenden Zylinder mit Masse m, Radius R und Höhe h

$$I_{\mathrm{Zh}} = m\left(\frac{\mathrm{R}^2}{4} + \frac{\mathrm{h}^2}{12}\right).$$

Wenn sich ein Körper, der durch eine reine Translation um den Abstand a zur Drehachse versetzt wird dreht, dann ändert sich auch sein Trägheitsmoment. Zur Berechnung wird der Satz von Steiner verwendet. Hierbei ist I_s das Trägheitsmoment des selben Körpers, wenn sich dieser um eine Drehachse dreht, welche durch seinen Schwerpunkt geht:

$$I = I_s + m \cdot a^2 \tag{6}$$

2.2 Drehmoment und Schwingungsdauer

Das Drehmoment ist ein Maß für die Drehwirkung, welche durch eine Kraft $\vec{F}$ im Abstand $\vec{r}$ bewirkt wird:

$$\vec{M} = \vec{F} \times \vec{r} \tag{7}$$

Die Feder der Drillachse erzeugt ein rücktreibendes Drehmoment mit der Winkelrichtgröße D unter dem Winkel φ:

$$\vec{M} = D \cdot \varphi \tag{8}$$

Um nun D zu bestimmen, wird die Formel (7) in die Formel (8) eingesetzt und nach D umgestellt:

$$D = \frac{Fr}{\varphi} \tag{9}$$

Wird der zu messende Körper losgelassen, beginnt für kleine Winkel φ eine harmonische Schwingung mit der Periode:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{D}} \tag{10}$$

Dabei ist I das Trägheitsmoment von Körper und Drillachse.

3 Durchführung

3.1 Versuchsaufbau

Zur Bestimmung der Trägheitsmomente verschiedener Körper verwenden wir eine Drillachse. An dieser lässt sich ein beliebiges Objekt befestigen. Durch eine Feder kann das Objekt dann in Schwingung gebracht werden.

3.2 Messungen

Um die Trägheitsmomente für verschiedene Körper mit der Drillachse zu bestimmen muss die Federkonstante D bestimmt werden. Hierfür wird ein Stab eingespannt und mithilfe eines Newtonmeters die Kraft F bestimmt, die benötigt wird, um die Feder um einen gewissen Winkel φ auszulenken. Es werden 10 Messungen mit unterschiedlichen Winkeln φ im Abstand $r = 20\,\mathrm{cm}$ durchgeführt.
Damit das Eigenträgheitsmoment der Drillachse bestimmt werden kann, werden an den Stab zwei Zylinder im Abstand a bezüglich der Drehachse befestigt. Die Drillachse wird nun um 90° ausgelenkt und dann losgelassen. Es wird die Zeit für fünf Schwingperioden mit einer Stoppuhr gemessen. Dabei werden 10 Messungen mit unterschiedlichem Abstand a durchgeführt.
Für die Trägheitsmomente von Kugel und Zylinder werden auch 10 Messungen der fünffachen Schwingperioden unter einer Auslenkung von 90° durchgeführt.
Als letztes sollen die Trägheitsmomente einer Puppe mit zwei unterschiedlichen Posen bestimmt werden, in Abbildung 1 und Abbildung 2 zu sehen sind. Dafür werden jeweils 5 Messungen der fünffachen Schwingperioden unter einer Auslenkung von 90° und 120° durchgeführt.

Abbildung 1: Die Puppe in Pose 1.

Abbildung 2: Die Puppe in Pose 2.

4 Auswertung

4.1 Bestimmung der Winkelrichtgröße D

Mit Hilfe der Tabelle 1, der Formel (9) und der linearen Regression der Python Bibliothek SciPy wurde sowohl der Mittelwert als auch die Unsicherheit für D bestimmt. Diese lineare Regression ist in 3 zu sehen.

Kraft F in N	Winkel φ in Grad	D in $\mathrm{N \cdot m}$
0.010	20	57.3
0.060	40	171.9
0.070	50	160.4
0.091	60	173.8
0.120	70	196.4
0.139	80	199.1
0.160	90	203.5
0.180	120	171.9
0.210	140	171.9
0.310	180	197.6

Tabelle 1: Kraft F gemessen unter unterschiedlichen Winkeln φ bei $r = 20\,\mathrm{cm}$

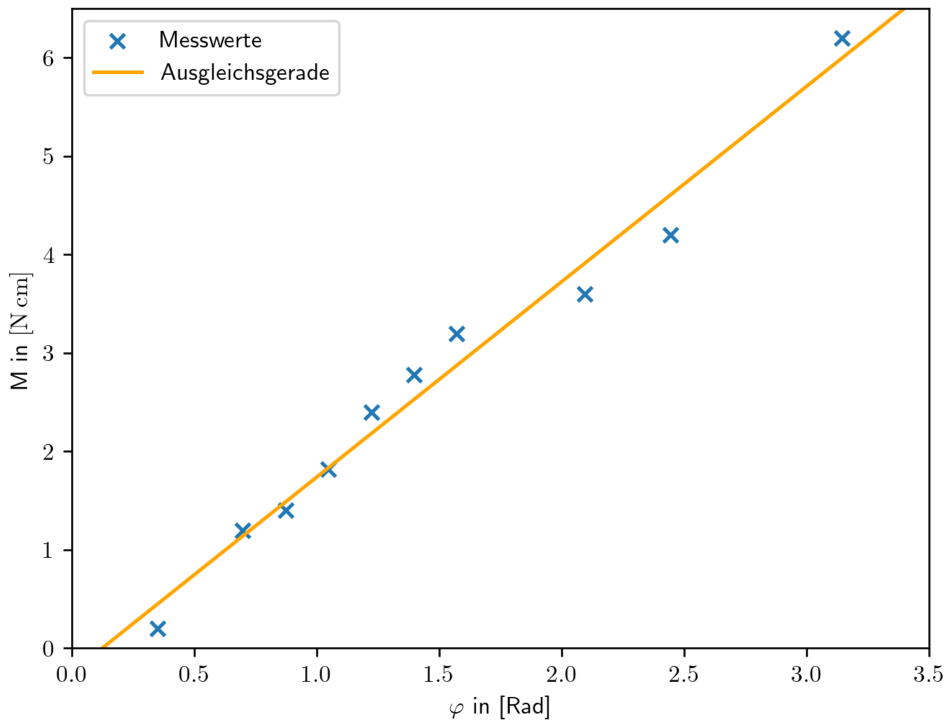

Abbildung 3: Das rücktreibende Drehmoment M in Abhängigkeit von der Auslenkung φ

Somit ergibt sich für den Mittelwert der Winkelrichtgröße $D = (0.020 \pm 0.001)\,\mathrm{N\,m}$, wenn $\varphi_{rad} = \frac{\pi}{180}\varphi_{deg}$ ist.

4.2 Bestimmung des Eigenträgheitsmomentes I_D

Um das Eigenträgheitsmoment zu bestimmen, stellen wir zunächst die Gleichung (10) wie folgt um:

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{I}{D} \tag{11}$$

Das gesamte Trägheitsmoment I_{ges} des Aufbaus ergibt sich aus der Summe des Eigenträgheitsmomentes und der Trägheitsmomente der zwei Zylinder:

$$I_{ges} = I_D + 2I_Z \tag{12}$$

Dabei ist I_Z gegeben durch:

$$I_Z = m\left(\frac{R^2}{4} + \frac{h^2}{12}\right) + ma^2 \tag{13}$$

Nun setzen wir Gleichung (13) in Gleichung (12) ein und das Ergebnis wiederum in Gleichung (11):

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{I_D + 2m\left(\frac{R^2}{4} + \frac{h^2}{12}\right) + 2ma^2}{D} \tag{14}$$

Diese Gleichung (14) stellen wir in die Form $y = \alpha x + \beta$ um:

$$T^2 = \frac{8\pi^2 m}{D} a^2 + \frac{4\pi^2 I_D}{D} + \frac{8\pi^2 m\left(\frac{R^2}{4} + \frac{h^2}{12}\right)}{D} \tag{15}$$

Also ist der Wert für β:

$$\beta = \frac{4\pi^2 I_D}{D} + \frac{8\pi^2 m\left(\frac{R^2}{4} + \frac{h^2}{12}\right)}{D} \tag{16}$$

Wir stellen nach I_D um:

$$I_D = \frac{1}{4\pi^2}\left(D\beta - 8\pi^2 m\left(\frac{R^2}{4} + \frac{h^2}{12}\right)\right) \tag{17}$$

$$\Leftrightarrow = \frac{D\beta}{4\pi^2} - m\left(\frac{R^2}{2} + \frac{h^2}{6}\right) \tag{18}$$

Die gemessenen Werte für die Periode T und Abstand a finden sich in Tabelle 2.

Abstand a in cm	Periode $5 \cdot T$ in s	Periode T in s
4	12.26	2.452
6	13.69	2.738
8	15.49	3.098
10	17.67	3.534
12	19.83	3.966
14	22.16	4.432
16	24.53	4.906
18	27.23	5.446
20	29.73	5.946
22	32.73	6.546

Tabelle 2: Periode T gemessen in Abhängigkeit des Abstandes a

Diese Werte wurden quadriert, gegeneinander aufgetragen und es wurde eine lineare Regression mit Hilfe von Python Bibliothek SciPy ausgeführt und ist in Abbildung 4 zu sehen.

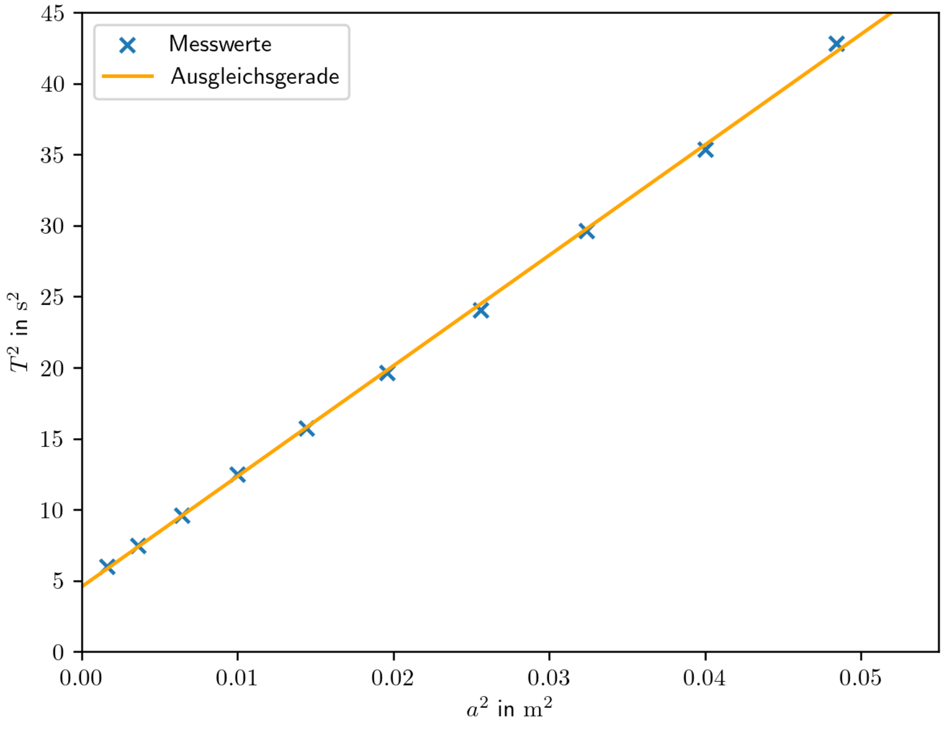

Abbildung 4: Quadrat der Periode in Abhängigkeit des Abstandes zum Quadrat

Es ergaben sich folgende Werte für α und β:

$$\alpha = (777.913 \pm 6.575)\,\mathrm{s}^2/\mathrm{m}^2$$
$$\beta = (4.576 \pm 0.166)\,\mathrm{s}^2$$

Mit den Messdaten für die Zylinder ($m = 222.9 \pm 0.1\,\mathrm{g}\,;\, h = 3 \pm 0.005\,\mathrm{cm}\,;\, R = 1.75 \pm 0.005\,\mathrm{cm}$) kann folgendes Trägheitsmoment I_D bestimmt werden: Also ist I_D durch unsere Messung wie folgt bestimmt:

$$I_D = (223.502 \pm 14.908) \cdot 10^{-5}\,\mathrm{kg\,m^2}$$

4.3 Bestimmung der Trägheitsmomente der Körper

Die Tabelle 3 zeigt die fünffache Schwingdauer für den Körper einer Kugel und eines Zylinders bei einem Auslenkungswinkel von 90° für 10 Messungen.

Kugel	Zylinder
Periode $5 \cdot T$ in s	Periode $5 \cdot T$ in s
8.23	4.13
8.29	4.20
8.46	4.09
8.23	4.18
8.20	4.12
8.42	4.13
8.30	4.30
8.26	4.13
8.30	4.09
8.39	4.18

Tabelle 3: Schwingdauer der Kugel und des Zylinder für 5 Perioden

Um das Trägheitsmoment aus der Periodendauer zu berechnen wird (11) wie folgt umgestellt:

$$I = \frac{T^2 D}{4\pi^2} \tag{19}$$

Dabei benutzen wir folgende Formel (Gaußsche-Fehlerfortpflanzung (**??**)):

$$\Delta I = \sqrt{\left(\frac{TD}{2\pi^2}\right)^2 (\Delta T)^2 + \left(\frac{T^2}{4\pi^2}\right)^2 (\Delta D)^2} \tag{20}$$

Für die Berechnung von T werden mittels Phython und SciPy die Werte aus Tabelle 3 durch 5 geteilt und anschließend der jeweilige Mittelwert und Fehler bestimmt.

4.3.1 Werte der Körper

Die geometrischen Werte und Massen der Objekte finden sich in Tabelle 4.

d Arm in cm	d Bein in cm	h Arm in cm	h Bein in cm	d Kopf in cm
1.50	1.890	13.76	16.66	2.89
1.20	1.175			1.690
1.10	1.320			5.490
1.49	1.720			2.345
1.49	1.700			
d Torso in cm	d Kugel in cm	d Zylinder in cm	h Zylinder in cm	h Torso in cm
3.915	13.78	9.83	10.140	9.83
2.440	13.77	9.84	10.135	
3.880				
4.200				
3.550				
4.300				
m Kugel in g	m Zylinder in g			
811.2	367.7			

Tabelle 4: Abmasse der Längen der Objekte und deren Masse.

4.3.2 Kugel (experimentell)

Damit wurden folgende Werte für die Schwingdauer und das Trägheitsmoment der Kugel bestimmt:

$$T_k = (1.662 \pm 0.006)\,\mathrm{s}$$
$$I_k = (138.920 \pm 7.513) \cdot 10^{-5}\,\mathrm{kg\,m^2}$$

4.3.3 Kugel (theoretisch)

Mit Formel (4) wird das Trägheitsmoment für die Kugel bestimmt. Dabei ist unser m und R der Durchschnittliche Wert aus der Tabelle 4.
Somit ergibt sich für das Trägheitsmoment I_k: Somit kommen wir für $I_{k\,ges}$ auf:

$$I_k = (153.926 \pm 0.224) \cdot 10^{-5}\,\mathrm{kg\,m^2}$$

4.3.4 Zylinder (experimentell)

Damit wurden folgende Werte für die Schwingdauer und das Trägheitsmoment des Zylinders bestimmt:

$$T_z = (0.831 \pm 0.004)\,\mathrm{s}$$
$$I_z = (34.747 \pm 1.892) \cdot 10^{-5}\,\mathrm{kg\,m^2}$$

4.3.5 Zylinder (theoretisch)

Mit Formel (5) wird das Trägheitsmoment für den Zylinder bestimmt. Somit kommen wir für I_z auf:

$$I_z = (44.458 \pm 0.091) \cdot 10^{-5}\,\mathrm{kg\,m^2}$$

4.4 Bestimmung der Trägheitsmomente der Puppe

4.4.1 Experimentelle Bestimmung

Für die Bestimmung der Trägheitsmomente der zwei verschiedenen Posen der Puppe aus der Tabelle 5 wird der Mittelwert der jeweiligen 10 Perioden genommen und durch 5 geteilt.

Pose 1		Pose 2	
$\varphi = 90°$	$\varphi = 120°$	$\varphi = 90°$	$\varphi = 120°$
Periode $5 \cdot T$ in s	Periode $5 \cdot T$ in s	Periode $5 \cdot T$ in s	Periode $5 \cdot T$ in s
3.24	3.41	4.24	4.44
3.16	3.38	4.36	4.36
3.29	3.30	4.33	4.38
3.27	3.32	4.38	4.39
3.24	3.31	4.39	4.41

Tabelle 5: Schwingdauer der Puppe für 5 Perioden

Damit und mit der Formel 19 wurden folgende Werte für die Schwingdauer und das Trägheitsmoment der Pose 1 bestimmt:

$$T_{p1} = (0.658 \pm 0.005)\,\mathrm{s}$$
$$I_{p1} = (21.819 \pm 1.267) \cdot 10^{-5}\,\mathrm{kg\,m^2}$$

Die Pose 2 wurde auf die gleiche Art und Weise wie Pose 1 bestimmt :

$$T_{p2} = (0.874 \pm 0.003)\,\mathrm{s}$$
$$I_{p2} = (38.007 \pm 2.079) \cdot 10^{-5}\,\mathrm{kg\,m^2}$$

Der relative Unterschied $k_{\text{experimentell}}$ der Trägheitsmomente ist:

$$k_{\text{experimentell}} = \frac{I_{p1}}{I_{p2}} = (0.574 \pm 0.065)$$

4.4.2 Theoretische Bestimmung

Für die theoretische Bestimmung der Trägheitsmomente wird die Masse der einzelnen Körperteile benötigt. Dafür werden die Volumina der einzelnen Körperteile berechnet und die Masse so durch die Dichte des Körpers bestimmt.

$$V_{\text{kopf}} = \frac{4}{3}\pi R^3$$
$$\Delta V_{\text{kopf}} = \sqrt{\left(4\pi R^2\right)^2 (\Delta R)^2}$$
$$V_{\text{kopf}} = (0.157 \pm 0.002) \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m^3}$$

$$V_{\text{torso}} = \pi R^2 h$$
$$\Delta V_{\text{torso}} = \sqrt{(2\pi R h)^2 (\Delta R)^2 + \left(\pi R^2\right)^2 (\Delta h)^2}$$
$$V_{\text{torso}} = (1.065 \pm 0.006) \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m^3}$$

$$V_{\text{bein}} = \pi R^2 h$$
$$\Delta V_{\text{bein}} = \sqrt{(2\pi R h)^2 (\Delta R)^2 + \left(\pi R^2\right)^2 (\Delta h)^2}$$
$$V_{\text{bein}} = (0.319 \pm 0.004) \cdot 10^{-4}\,\text{m}^3$$

$$V_{\text{arm}} = \pi R^2 h$$
$$\Delta V_{\text{arm}} = \sqrt{(2\pi R h)^2 (\Delta R)^2 + \left(\pi R^2\right)^2 (\Delta h)^2}$$
$$V_{\text{arm}} = (0.199 \pm 0.003) \cdot 10^{-4}\,\text{m}^3$$

Für die Berechnung der Dichte des Körpers benötigen wir das Gesamtvolumen:

$$V_{\text{ges}} = V_{\text{kopf}} + V_{\text{torso}} + 2V_{\text{bein}} + 2V_{\text{arm}}$$
$$\Delta V_{\text{ges}} = \sqrt{\left(\Delta V_{\text{kopf}}\right)^2 + \left(\Delta V_{\text{torso}}\right)^2 + \left(2\Delta V_{\text{bein}}\right)^2 + \left(2\Delta V_{\text{arm}}\right)^2}$$
$$V_{\text{ges}} = (2.257 \pm 0.012) \cdot 10^{-4}\,\text{m}^3$$

Damit ergibt sich die Dichte des Körpers zu:

$$\rho = \frac{m_{\text{ges}}}{V_{\text{ges}}}$$
$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta V_{\text{ges}}}{V_{\text{ges}}}\right)^2}$$
$$\rho = (738.722 \pm 3.888)\,\text{kg/m}^3$$

Also erhalten wir folgende Werte für die Massen der Körperteile:

$$m_{\text{kopf}} = \rho V_{\text{kopf}} = (11.568 \pm 0.160) \cdot 10^{-3}\,\text{kg}$$
$$m_{\text{torso}} = \rho V_{\text{torso}} = (78.674 \pm 0.596) \cdot 10^{-3}\,\text{kg}$$
$$m_{\text{bein}} = \rho V_{\text{bein}} = (23.550 \pm 0.327) \cdot 10^{-3}\,\text{kg}$$
$$m_{\text{arm}} = \rho V_{\text{arm}} = (14.678 \pm 0.228) \cdot 10^{-3}\,\text{kg}$$

Durch Abbildung 1 und Abbildung 2 ist zu erkennen, dass die Positionen des Kopfes, des Torsos und der Arme in Pose 1 und Pose 2 identisch sind. Es ergeben sich für diese Körperteile somit folgende Trägheitsmomente:

Der Kopf und der Torso drehen sich um ihre Schwerpunktachse. Daher ist hier der Satz von Steiner nicht notwendig:

$$I_{\text{kopf}} = \frac{2}{5} m_{\text{kopf}} R_{\text{kopf}}^2$$
$$\Delta I_{\text{kopf}} = \sqrt{\left(\frac{2}{5} R_{\text{kopf}}^2\right)^2 (\Delta m_{\text{kopf}})^2 + \left(\frac{4}{5} m_{\text{kopf}}\, R_{\text{kopf}}\right)^2 (\Delta R_{\text{kopf}})^2}$$
$$I_{\text{kopf}} = (0.111 \pm 0.002) \cdot 10^{-5}\,\text{k}\,\text{m}^2$$

$$I_{\text{torso}} = \frac{1}{2} m_{\text{torso}} R_{\text{torso}}^2$$
$$\Delta I_{\text{torso}} = \sqrt{\left(\frac{1}{2} R_{\text{torso}}^2\right)^2 (\Delta m_{\text{torso}})^2 + (m_{\text{torso}} R_{\text{torso}})^2 (\Delta R_{\text{torso}})^2}$$
$$I_{\text{torso}} = (1.3360 \pm 0.0126) \cdot 10^{-5}\,\mathrm{k\,m^2}$$

Die Arme drehen sich nicht um ihre Schwerpunktachse, da sie um $a = \frac{1}{2} h_{\text{arm}} + \frac{1}{2} R_{\text{torso}}$ verschoben sind:

$$I_{\text{arm}} = m_{\text{arm}} \left(\frac{R_{\text{arm}}^2}{4} + \frac{h_{\text{arm}}^2}{12}\right) + m_{\text{arm}} a^2$$
$$\Delta I_{\text{arm}} = \left(\left(\frac{R_{\text{arm}}^2}{4} + \frac{h_{\text{arm}}^2}{12} + a^2\right)^2 (\Delta m_{\text{arm}})^2 + \left(\frac{1}{2} m_{\text{arm}} R_{\text{arm}}\right)^2 (\Delta R_{\text{arm}})^2 + \left(m_{\text{arm}} \left(\frac{1}{6} h_{\text{arm}} + \frac{(h_{\text{arm}} + R_{\text{torso}})}{2}\right)\right)^2 (\Delta h_{\text{arm}})^2 + \left(m_{\text{arm}} \frac{(h_{\text{arm}} + R_{\text{torso}})}{2}\right)^2 (\Delta R_{\text{torso}})^2\right)^{\frac{1}{2}}$$
$$I_{\text{arm}} = (11.227 \pm 0.204) \cdot 10^{-5}\,\mathrm{k\,m^2}$$

Die Beine für Pose 1 drehen sich ebenfalls nicht um ihre Schwerpunktachse, da sie um $a = R_{\text{beine}}$ verschoben sind:

$$I_{\text{bein}\|} = \frac{1}{2} m_{\text{bein}} R_{\text{bein}}^2 + m_{\text{bein}} a^2$$
$$\Delta I_{\text{bein}\|} = \sqrt{\left(\frac{1}{2} R_{\text{bein}}^2 + a^2\right)^2 (\Delta m_{\text{bein}})^2 + (m_{\text{bein}} R_{\text{bein}} + 2 m_{\text{bein}} a)^2 (\Delta R_{\text{bein}})^2}$$
$$I_{\text{bein}\|} = (0.215 \pm 0.003) \cdot 10^{-5}\,\mathrm{k\,m^2}$$

Die Beine für Pose 2 sind nun horizontale Zylinder und drehen sich ebenfalls nicht um ihre Schwerpunktachse, da sie um $a = \frac{1}{2} h_{\text{bein}}$ verschoben sind:

$$I_{\text{bein}\perp} = m_{\text{bein}} \left(\frac{R_{\text{bein}}^2}{4} + \frac{h_{\text{bein}}^2}{12}\right) + m_{\text{bein}} a^2$$
$$\Delta I_{\text{bein}\perp} = \left(\left(\frac{R_{\text{bein}}^2}{4} + \frac{h_{\text{bein}}^2}{12} + a^2\right)^2 (\Delta m_{\text{bein}})^2 + \left(\frac{1}{2} m_{\text{bein}} R_{\text{bein}}\right)^2 (\Delta R_{\text{bein}})^2 + \left(\frac{1}{6} m_{\text{bein}} h_{\text{bein}}\right)^2 (\Delta h_{\text{bein}})^2 + \left(\frac{m_{\text{bein}} h_{\text{bein}}}{2}\right)^2 (\Delta h_{\text{bein}})^2\right)^{\frac{1}{2}}$$
$$I_{\text{bein}\perp} = (21.824 \pm 0.303) \cdot 10^{-5}\,\mathrm{k\,m^2}$$

Das Trägheitsmoment der Pose 1 lässt sich also wie folgt bestimmen:

$$I_{p1} = I_{\text{kopf}} + I_{\text{torso}} + 2 I_{\text{arm}} + 2 I_{\text{bein}\|}$$
$$\Delta I_{p1} = \sqrt{(\Delta I_{\text{kopf}})^2 + (\Delta I_{\text{torso}})^2 + \left(2 \Delta I_{\text{bein}\|}\right)^2 + (2 \Delta I_{\text{arm}})^2}$$
$$I_{p1} = (26.443 \pm 0.289) \cdot 10^{-5}\,\mathrm{k\,m^2}$$

Das Trägheitsmoment der Pose 2 lässt sich also wie folgt bestimmen:

$$
\begin{aligned}
I_{p2} &= I_{\text{kopf}} + I_{\text{torso}} + 2I_{\text{arm}} + 2I_{\text{bein}\perp} \\
\Delta I_{p2} &= \sqrt{(\Delta I_{\text{kopf}})^2 + (\Delta I_{\text{torso}})^2 + (2\Delta I_{\text{bein}\perp})^2 + (2\Delta I_{\text{arm}})^2} \\
I_{p2} &= (69.661 \pm 0.517) \cdot 10^{-5}\,\mathrm{k\,m^2}
\end{aligned}
$$

Der relative Unterschied $k_{\text{theoretisch}}$ der Trägheitsmomente ist:

$$
k_{\text{theoretisch}} = \frac{I_{p1}}{I_{p2}} = (0.380 \pm 0.005)
$$

5 Diskussion

Für das Eigenträgheitsmoment I_D der Drillachse ergab sich $I_D = (223.502 \pm 14.908) \cdot 10^{-5}\,\mathrm{kg\,m^2}$. Damit wurde der experimentelle Wert für das Trägheitsmoment von unter anderem der Kugel bestimmt. Dieses ist $I_{k_{ex}} = (138.920 \pm 7.513) \cdot 10^{-5}\,\mathrm{kg\,m^2}$. Der theoretische Wert konnte mit $I_{k_{th}} = (153.926 \pm 0.224) \cdot 10^{-5}\,\mathrm{kg\,m^2}$ bestimmt werden.
Auch der experimentelle Wert für das Trägheitsmoment des Zylinder wurde bestimmt. Dieses ist $I_{z_{ex}} = (34.747 \pm 1.892) \cdot 10^{-5}\,\mathrm{kg\,m^2}$. Der theoretische Wert konnte mit $I_{z_{th}} = (44.458 \pm 0.091) \cdot 10^{-5}\,\mathrm{kg\,m^2}$ bestimmt werden.

Die Abweichung des experimentellen Trägheitsmoment zum theoretischen Trägheitsmoment der Kugel liegt bei ca. 9.75%. Diese ist im Vergleich zur Abweichung des experimentellen Trägheitsmoment zum theoretischen Trägheitsmoment des Zylinders wenig, da dieser bei ca. 21.84% liegt. Die Trägheitsmomente dieser einfachen geometrischen Objekte konnten also ziemlich genau bestimmt werden, wobei die Kugel noch genauer als der Zylinder bestimmt werden konnte.

Für die Puppe in Pose 1 ergab sich der experimentelle Wert $I_{p1_{ex}} = (21.819 \pm 1.267) \cdot 10^{-5}\,\mathrm{kg\,m^2}$ und der theoretische Wert $I_{p1_{th}} = (26.443 \pm 0.289) \cdot 10^{-5}\,\mathrm{k\,m^2}$. Für die Puppe in Pose 2 ergab sich der experimentelle Wert $I_{p2_{ex}} = (38.007 \pm 2.079) \cdot 10^{-5}\,\mathrm{kg\,m^2}$und der theoretische Wert $I_{p2_{th}} = (69.661 \pm 0.517) \cdot 10^{-5}\,\mathrm{k\,m^2}$

Die Abweichung des experimentellen Trägheitsmoment zum theoretischen Trägheitsmoment der Puppe in Pose 1 liegt bei ca. 17.48%. Für die Pose 2 liegt diese Abweichung bei ca. 45.44%

Es zeigt sich also leider ein recht großer Fehler für die zweite Pose. Dieser könnte auf etwaige Messunsicherheiten zurückzuführen sein. Beispielsweise finden immer wieder Fehler bei der Längenmessung, der Gewichtsmessung und der Kraftmessung statt. Diese Fehler pflanzen sich daraufhin bei den Berechnungen noch weiter fort. Auch Effekte wie Reibung oder eine inhomogene Verteilung der Masse im Objekt, können Abweichung vergrößern. Des Weiteren ist die theoretische Bestimmung des Trägheitsmomentes der Puppe nicht einwandfrei, da sehr viele Vereinfachungen getroffen wurden.

6 Anhang

811,2 g 367,7 g

Kugel s Zylinder s

Periode 5·T	Periode 5·T				
8,23	4,13				
8,29	4,20				
8,46	4,09				
8,23	4,18				
8,20	4,12				
8,42	4,13				
8,30	4,30				
8,26	4,13				
8,30	4,09				
8,39	4,18				

Durchmesser A	Durchmesser B	Länge A	Länge B	Kopf	Länge T
1,5 cm	1,89 cm	13,76 cm	16,66 cm	2,89 cm	9,83 cm
1,2 cm	1,175 cm			1,69 cm	
1,1 cm	1,3~~[illegible]~~2 cm			5,49 cm	
1,49 cm	1,72 cm			2,345 cm	
1,49 cm	1,7 cm				
Durchmesser T	Kugel Ø	Zylinder Ø	Zylinder h		
3,915 cm	13,78 cm	9,83 cm	10,14 cm		
2,44 cm	13,77 cm	9,84 cm	10,135 cm		
3,86 cm					
4,2 cm					
3,55 cm					
4,3 cm					

K. GA

T

in s

$\rho = 90°$ $\rho = 110°$ $\rho = 90°$ $\rho = 110°$

$m = 166,7 g$

Periode 5T	Periode 5T	Periode 5T	Periode 5T		
3,24	3,41	4,24	4,44		
3,16	3,38	4,36	4,36		
3,29	3,30	4,33	4,38		
3,27	3,32	4,38	4,39		
3,24	3,31	4,39	4,41		

K. [illegible]

h = 3cm
Ø = 3,5cm

Innen Ø = 0,499 cm

m = 222,3 g

r = 20cm

Kraft F (N)	Winkel φ (°)		Abstand a (cm)	Periode T·5 (s)	
0,06	40		4	12,26	
0,12	70		6	13,69	
0,16	90		8	15,49	
0,18	120		10	17,67	
0,31	180		12	19,83	
0,01	20		14	22,16	
0,091	60		16	24,53	
0,139	80		18	27,23	
0,07	50		20	29,73	
0,21	140		22	32,73	

K. [illegible]

7 Literaturverzeichnis