

UdS Blatt 12

Aufgabe 1 Zsg mit struktureller Induktion

$$\sum_{i \in \mathbb{N}} |P|_{x_i} \leq |P|_C + 1 \quad \text{mit } |P|_a = \text{wie oft } a \text{ in } P \text{ vorkommt}$$

i.A. $P = 0$ $\sum_{i \in \mathbb{N}} |P|_0 = 0 \leq |P|_C + 1$ ✓

$P = 1$ $\sum_{i \in \mathbb{N}} |P|_1 = 1 \leq |P|_C + 1$ ✓

$P = x_i$ $\sum_{i \in \mathbb{N}} |P|_{x_i} = 1 \leq |P|_C + 1$ ✓

~~Induktionsschritt~~

i.V. P_1 und P_2 seien FL Ausdrücke für die die Annahme gilt

i.S. $P = \neg P_1$ $\sum_{i \in \mathbb{N}} |\neg P_1|_{x_i} = \sum_{i \in \mathbb{N}} |P_1|_{x_i} \stackrel{i.V.}{\leq} |P_1|_C + 1 = |\neg P_1|_C + 1 = |P|_C + 1$

$P = P_1 \circ P_2$ $\circ \in \{\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}$

$$\sum_{i \in \mathbb{N}} |P_1 \circ P_2|_{x_i} = \sum_{i \in \mathbb{N}} |P_1|_{x_i} + \sum_{i \in \mathbb{N}} |P_2|_{x_i} \stackrel{i.V.}{\leq} |P_1|_C + 1 + |P_2|_C + 1 = |P_1 \circ P_2|_C + 1$$

□

Aufgabe 2 a)

$$(x_2 \vee ((x_1 \wedge x_2) \rightarrow x_3)) = x_2 \vee (\neg(x_1 \wedge x_2) \vee x_3)$$

$$= x_2 \vee \neg x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3 = 1 \quad \text{Tautologie gültig}$$

~~$$(x_1 \wedge x_2) \leftrightarrow (\neg x_2 \rightarrow \neg x_1) \Leftrightarrow ((\neg x_1 \vee x_2) \rightarrow (x_2 \vee \neg x_1)) \wedge ((x_2 \vee \neg x_1) \rightarrow (\neg x_1 \vee x_2))$$

$$= ((x_1 \wedge \neg x_2) \vee (\neg x_2 \vee \neg x_1)) \wedge ((\neg x_2 \wedge x_1) \vee (\neg x_1 \vee x_2))$$

$$= (x_1 \wedge x_2) \vee (x_2 \vee \neg x_1) \quad \text{erfüllbar}$$~~

UUDS Blatt 12

Aufgabe 2 a Fortsetzung

$$\begin{aligned} (x_1 \rightarrow x_2) &\Leftrightarrow (\neg x_2 \rightarrow \neg x_1) = ((\neg x_1 \vee x_2) \Leftrightarrow (\neg x_2 \vee \neg x_1)) \\ &= ((\neg x_1 \vee x_2) \rightarrow (x_2 \vee \neg x_1)) \wedge ((\neg x_1 \vee x_2) \rightarrow (x_2 \vee \neg x_1)) \\ &= (\neg(\neg x_1 \vee x_2) \vee (x_2 \vee \neg x_1)) = 1 \quad \text{gültig} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ((x_1 \rightarrow x_2) &\Leftrightarrow ((x_1 \wedge \neg x_2) \rightarrow 0)) \\ &= (\neg x_1 \vee x_2) \Leftrightarrow ((\neg x_1 \vee x_2) \rightarrow 0) = (\neg x_1 \vee x_2) \Leftrightarrow (\neg x_1 \vee x_2) \\ &= (\neg(\neg x_1 \vee x_2) \rightarrow (\neg x_1 \vee x_2)) \wedge (\neg(\neg x_1 \vee x_2) \rightarrow (\neg x_1 \vee x_2)) \\ &= (x_1 \vee \neg x_2) \vee (\neg x_1 \vee x_2) = 1 \quad \text{gültig} \end{aligned}$$

Aufgabe 2 b

$$Y(n) = \begin{cases} (x_n \leftrightarrow x_{n+2}) & \text{falls } n \text{ gerade} \\ (x_n \leftrightarrow \neg x_{n-1}) & n \text{ ungerade} \end{cases}$$

$$B(Y_n) = \begin{cases} 1 & n \text{ gerade} \\ 0 & n \text{ ungerade} \end{cases}$$

$$B'(Y_n) = \begin{cases} 0 & n \text{ gerade} \\ 1 & n \text{ ungerade} \end{cases}$$