2) $R_1 = \{(a,b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid |a| = |b|\}$

reflexiv: ja, da für $x \in \mathbb{R}$ gilt: $|x| = |x|$.

symmetrisch: ja, da $|-x| = |x|$ und $|x| = |-x|$.

antisymmetrisch: nein, da z.B. $1 \neq -1$, aber $(-1,1)$ und $(1,-1) \in R_1$.

transitiv: nein, da nur 2 Zahlen denselben Betrag haben können.

Äquivalenzrelation: nein, da $R_1$ nicht transitiv ist.

$R_2 = \{(a,b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid |a-b| < 1\}$

reflexiv: ja, da $|x-x| = 0 < 1$.

symmetrisch: ja, denn $|a-b|$ und $|b-a|$ beschreiben die Differenz zweier Zahlen. Ist $(a,b) \in R_2$ so ist auch $(b,a) \in R_2$.

asymmetrisch: nein, bsp.: $(\frac{1}{2}, 1)$, $(1, \frac{1}{2})$ und $\frac{1}{2} \neq 1$.

transitiv: nein, bsp.: $(\frac{1}{3}, 1) \in R_2$, $(1, \frac{5}{3}) \in R_2$, aber $(\frac{1}{3}, \frac{5}{3}) \notin R_2$.

Äquivalenzrelation: Nein, da $R_2$ nicht transitiv ist.

$R_3^p = \{(a,b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid \exists z \in \mathbb{Z}: a-b = z \cdot p\}$ $p \in \mathbb{N}$

reflexiv: ja, da $x - x = 0$, wähle $z = 0 \rightarrow z \cdot p = 0$

symmetrisch: ja, sei $a - b = c$, so ist $b - a = -c$. Wähle nun $z$ und $-z$ so ist $z \cdot c = (-z) \cdot (-c)$.

transitiv: Sei $(a,b)$ und $(b,c) \in R_3^p$

$\rightarrow \exists z_1 \in \mathbb{Z}: a-b = z_1 \cdot p \wedge \exists z_2 \in \mathbb{Z}: b-c = z_2 \cdot p$.

Sei $a - c = z_3 \cdot p$, so ist $z_3 = z_1 + z_2$, da $p$ konstant ist und $(a-b)+(b-c) = (a-c)$.

antisymmetrisch: nein, z.B. $(1,2)$ mit $z=-1$ und $(2,1)$ mit $z=1$ sowie $p=1$. $(1,2)$ und $(2,1) \in R_3^p$, aber $2 \neq 1$.

Äquivalenzrelation: ja, denn $R_3^p$ ist reflexiv, symmetrisch und transitiv.