

Logik und diskrete Strukturen WS 2014/15  
 Übungsblatt 5  
 Universität Bonn, Institut für Informatik I

Abgabe: Dienstag 11.11.2014, bis 10:15 Uhr

Besprechung: KW 47

- Die Lösungen können bis zum Abgabetermin in den Postkasten im AVZ III eingeworfen werden (vom Haupteingang in dem kleinen Raum auf der linken Seite). Geben Sie bitte immer gut sichtbar auf dem Deckblatt die Übungsgruppennummer an.
- Die Abgabe in festen Gruppen bis zu 3 Personen ist erlaubt, sofern alle in der gleichen Übungsgruppe sind.

**Aufgabe 1: Vollständige Induktion**

2+2 Punkte

Zeigen Sie die folgenden Aussagen mittels vollständiger Induktion.

- a) Für jede natürliche Zahl  $n \geq 2$  gilt  $\prod_{k=2}^n \left(1 - \frac{1}{k}\right) = \frac{1}{n}$ .
- b) Für jede natürliche Zahl  $n \in \mathbb{N}$  gilt  $\prod_{k=1}^n \left(1 + \frac{2}{k}\right) = \sum_{i=1}^{n+1} i$ .

**Aufgabe 2: Potenzmengenkonstruktion**

2+2 Punkte

Wir betrachten den NFA  $M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_0, q_3\})$ , dessen Zustandsüberführungsrelation  $\delta$  durch folgende Tabelle gegeben ist:

$\delta$	$q_0$	$q_1$	$q_2$	$q_3$
$a$	$\{q_1, q_2\}$	$\{q_1, q_2\}$	$\{q_2\}$	$\{q_2\}$
$b$	$\{q_1\}$	$\{q_1\}$	$\{q_3\}$	$\{q_1\}$

- a) Konstruieren Sie aus dem NFA  $M$  mithilfe der Potenzmengenkonstruktion einen äquivalenten DFA  $M'$ .
- b) Geben Sie die Sprache an, die der NFA  $M$  entscheidet.

*Bitte wenden*

**Aufgabe 3: Pumping-Lemma**

1+1+2 Punkte

Zeigen Sie mithilfe des Pumping-Lemmas, dass die folgenden Sprachen über dem Alphabet  $\Sigma = \{a, b, c\}$  nicht regulär sind.

- a)  $L_1 = \{a^i b^{2i} \mid i \in \mathbb{N}\}$
- b)  $L_2 = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \in \mathbb{N} \text{ und } i < j < k\}$
- c)  $L_3 = \{w \in \Sigma^* \mid |w| \text{ ist eine Zweierpotenz}\}$

**Aufgabe 4: Grenzen des Pumping-Lemmas** 4 Punkte + 4 Zusatzpunkte

Gegeben seien zwei Sprachen  $L_1 = \{0^k 1^\ell \mid k, \ell \geq 0\}$  und  $L_2 = \{1^k 0^\ell 1^\ell \mid k, \ell \geq 1\}$  über dem Alphabet  $\{0, 1\}$  sowie deren Vereinigung  $L = L_1 \cup L_2$ .

- a) Zeigen Sie, dass man mithilfe des Pumping-Lemmas nicht zeigen kann, dass es keinen DFA gibt, der die Sprache  $L$  entscheidet.

*Hinweis: Zeigen Sie, dass Lemma 3.8 auch für die Sprache  $L$  gilt.*

- b) Zeigen Sie, dass die Sprache  $L$  nicht von einem DFA entschieden werden kann.