Üb Blatt 1 Aufgabe 2

2b) Wenn gilt: $A_1 \subseteq B_1$, $A_2 \subseteq B_2$ und $A_3 \subseteq B_3$ (1)

Dann gilt auch $((A_1 \cap A_2) \cap A_3) \subseteq ((B_1 \cap B_2) \cap B_3)$

Für ein beliebiges $x \in ((A_1 \cap A_2) \cap A_3)$ gilt:

$x \in A_1$ und $x \in A_2$ und $x \in A_3$, mit (1) folgt

$\Rightarrow x \in B_1$ und $x \in B_2$ und $x \in B_3$

$\Rightarrow x \in ((B_1 \cap B_2) \cap B_3)$

$\Rightarrow ((A_1 \cap A_2) \cap A_3) \subseteq ((B_1 \cap B_2) \cap B_3)$ $\square$

2c) zu zeigen:

Aus $((A_1 \cup A_2) \cup A_3) \subseteq ((B_1 \cup B_2) \cup B_3)$ folgt nicht

$A_1 \subseteq B_1$, $A_2 \subseteq B_2$ oder $A_3 \subseteq B_3$

Beweis durch Beispiel: Sei $A_1 = \{2\}$, $A_2 = \{1,2\}$, $A_3 = \{1\}$ und

sei $B_1 = \{1\}$, $B_2 = \{2\}$, $B_3 = \{2\}$

$\Rightarrow ((A_1 \cup A_2) \cup A_3) = \{1,2\} = ((B_1 \cup B_2) \cup B_3)$

$\Rightarrow A_1 \not\subseteq B_1$, $A_2 \not\subseteq B_2$, $A_3 \not\subseteq B_3$ $\square$

2d) $((A_1 \cup A_2) \cup A_3) \setminus ((B_1 \cup B_2) \cup B_3) \subseteq (A_1 \setminus B_1) \cup ((A_2 \setminus B_2) \cup (A_3 \setminus B_3))$

Für jedes Element $x \in ((A_1 \cup A_2) \cup A_3) \setminus ((B_1 \cup B_2) \cup B_3)$ gilt:

x ist Element in mindestens einer der Teilmengen A_1, A_2, A_3 (1)

$x \notin B_1$, $x \notin B_2$, $x \notin B_3$ (2)

aus (1) und (2) $\Rightarrow x \in (A_i \setminus B_i)$ (mit $i = 1,2,3$)

$\Leftrightarrow x \in (A_1 \setminus B_1) \cup ((A_2 \setminus B_2) \cup (A_3 \setminus B_3))$

$\Rightarrow ((A_1 \cup A_2) \cup A_3) \setminus ((B_1 \cup B_2) \cup B_3) \subseteq (A_1 \setminus B_1) \cup ((A_2 \setminus B_2) \cup (A_3 \setminus B_3))$

$\square$

ÜbBlatt 1.   LUDS Grp 7

1.) a) $M_1 = (A \setminus B) \cup C$

$= \{1, 4\} \cup \{1, 2, 6\} = \{1, 2, 4, 6\}$

1b) $M_2 = \mathcal{P}(B \setminus C) = \mathcal{P}(\{3, 5, 8\})$

$= \{\emptyset, \{3\}, \{5\}, \{8\}, \{3,5\}, \{3,8\}, \{3,5,8\}$

1c) $M_3 = C \times \mathcal{P}(A \cap B \cap C) = \{1, 2, 6\} \times \mathcal{P}(\{2\})$

$= \{1,2,6\} \times \{\emptyset, \{2\}\}$

$= \{(1,\emptyset), (1, \{2\}), (2, \emptyset), (2, \{2\}), (6, \emptyset), (6, \{2\})\}$

1d) $M_4 = \mathcal{P}(\{|A|, |B|, |C|\}) = \mathcal{P}(\{3, 4\})$

$= \{\emptyset, \{3\}, \{4\}, \{3,4\}\}$

Aufgabe 2

2a) Seien A_1, A_2, A_3 und B_1, B_2, B_3 Mengen.

Wenn $A_1 \subseteq B_1$, $A_2 \subseteq B_2$ und $A_3 \subseteq B_3$ gilt,

dann gilt auch $((A_1 \cup A_2) \cup A_3) \subseteq ((B_1 \cup B_2) \cup B_3)$

Sei $x_1 \in A_1$, mit $A_1 \subseteq B_1 \Rightarrow x_1 \in B_1$

$x_2 \in A_2$, mit $A_2 \subseteq B_2 \Rightarrow x_2 \in B_2$

$x_3 \in A_3$, mit $A_3 \subseteq B_3 \Rightarrow x_3 \in B_3$

Dann gilt für ein beliebiges $x \in ((A_1 \cup A_2) \cup A_3)$

$\Rightarrow x \in ((B_1 \cup B_2) \cup B_3)$

$\Rightarrow ((A_1 \cup A_2) \cup A_3) \subseteq ((B_1 \cup B_2) \cup B_3)$ ☐