

WDS Blatt 8

1a) z.zg $\sum_{k=1}^n (2k-1) = n^2$

IA: $n=1$ $\sum_{k=1}^1 (2-1) = 1 = 1^2$ ✓

IV: Es gilt z.zg...

IS: $n \leadsto n+1$

$$\sum_{k=1}^{n+1} (2k-1) = \sum_{k=1}^n (2k-1) + 2(n+1)-1$$

$$\stackrel{IV}{=} n^2 + 2n + 2 - 1 = n^2 + 2n + 1 = (n+1)^2$$

□

1b) Sei $n \in \mathbb{N}$.

$$\begin{aligned} & \sum_{i=0}^{2n} \frac{i(i+4)}{2} + \sum_{i=4}^{2(n+2)} \frac{i(i-4)}{2} - \sum_{i=2}^{2(n+1)} (i^2 - i - 2) \\ &= \sum_{i=0}^{2n} \frac{i(i+4)}{2} + \sum_{i=0}^{2n} \frac{(i+4)(i+4-4)}{2} - \sum_{i=0}^{2n} ((i+2)^2 - (i+2) - 2) \\ &= \sum_{i=0}^{2n} \frac{i(i+4)}{2} + \sum_{i=0}^{2n} \frac{(i+4)i}{2} - \sum_{i=0}^{2n} (i^2 + 4i + 4 - i - 2 - 2) \\ &= \sum_{i=0}^{2n} \left(\frac{i^2 + 4i}{2} - (i^2 + 3i) \right) = \sum_{i=0}^{2n} i = \frac{2n \cdot (2n+1)}{2} \\ &= 2n^2 + n \end{aligned}$$

Aufgabe 2

Sei n die Anzahl der ~~inneren~~ Punkte (Knoten)

a) Von einem Knoten i gehen $n-1$ Kanten aus.
An einem Knoten sind 2 Kanten beteiligt.

$$\Rightarrow \text{Die Anzahl der Kanten ist } \frac{(n-1) \cdot n}{2} = 15$$

b) Um einen ~~inneren~~ Schnittpunkt zu erzeugen werden 4 Knoten benötigt. Jede 4-Teilung von n erzeugt einen inneren ~~Knoten~~ Schnittpunkt
 \Rightarrow Gesamtzahl der inneren Schnittpunkte:

$$1 \cdot \binom{n}{4} = \binom{6}{4} = 15$$