$\boxed{\text{Bilan du 02/06/20}}$

① Méthode François (calculs analytiques + Matlab)

↳ $\lambda \leftarrow \dfrac{\alpha}{3}$

pour avoir même coeffs que Philipp. dans symétries.pdf

$$M1 = \alpha \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 0 & 3 & 3 & 2 \\ -3 & 0 & 0 & -1 \\ -3 & 0 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$M2 = \alpha \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$M3 = \alpha \frac{1}{3\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \\ 4 & 4 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

② Résultats Philipp [symetries.pdf]

$$M1^{Ph} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 0 & 3\beta & 3\beta & \alpha-\gamma \\ -3\beta & 0 & 0 & -\alpha \\ -3\beta & 0 & 0 & -\alpha \\ \gamma-\alpha & \alpha & \alpha & 0 \end{pmatrix}$$

NB: ce sont les mêmes qu'avant si $\alpha = \beta = -\gamma$

$$M2^{Ph} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 0 & \beta & -\beta & 0 \\ -\beta & 0 & -2\alpha & -\alpha \\ \beta & 2\alpha & 0 & \alpha \\ 0 & \alpha & -\alpha & 0 \end{pmatrix}$$

$$M3^{Ph} = \frac{1}{3\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -2\alpha-3\beta-\gamma \\ 0 & 0 & 0 & -4\alpha \\ 0 & 0 & 0 & -4\alpha \\ 2\alpha+3\beta+\gamma & 4\alpha & 4\alpha & 0 \end{pmatrix}$$

(3) Les Determinants. (Maple)

Les vecteurs propres de G sont :

$$\tau_1 = (-2 \ \ 1 \ \ 1 \ \ 0) \times cste$$
$$\tau_2 = (0 \ \ 1 \ \ -1 \ \ 0) \times cste$$
$$\tau_3 = (1 \ \ 1 \ \ 1 \ \ -3) \times cste$$
$$\tau_4 = (1 \ \ 1 \ \ 1 \ \ 1) \times cste$$

A constante près on a :

$$\det(\xi \ \dot{\xi} \ \tau_1 \ \tau_2) = \overbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ -2 & -2 & -2 & 0 \end{pmatrix}}^{D3} \xi \cdot \dot{\xi}$$

$$\det(\xi \ \dot{\xi} \ \tau_1 \ \tau_3) = \overbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}}^{D2} \xi \cdot \dot{\xi}$$

$$\det(\xi \ \dot{\xi} \ \tau_2 \ \tau_3) = \overbrace{\begin{pmatrix} 0 & -3 & -3 & -2 \\ 3 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}}^{D1} \xi \cdot \dot{\xi}$$

(4) Comparaison entre les matrices des Déterminants et les Π_i

* $D_i = \Pi_i$ à constante près

* $D_i = \Pi_i^{PR}$ si $\alpha = \beta = -\gamma$. (à cste près)

⇒ Je pense que les Π_i et Π_i^{PR} sont toutes correctes.

↳ Comprendre pourquoi $\alpha = \beta = -\gamma$ dans les Π_i^{PR}.

(5) Rappel pourquoi on veut faire apparaître les déterminants :

Dans 3S on a τ_1, τ_2, τ_3 $\vec{vp}$ de G

et $$\frac{1}{2\pi}\delta p = \alpha \langle \det(\xi_0 \dot{\xi} \tau_1) \rangle e_1 + \alpha \langle \det(\xi \dot{\xi} \tau_2) \rangle e_2 + \gamma \langle \det(\xi_0 \dot{\xi} \tau_3) \rangle e_3$$

⇒ 3 déterminants qui donnent chacun le déplacement dans 1 direction

Pour 4S on voudrait mimer ça :

$$\delta_P \sim \sum_{1 \leq i,j \leq 4} \underbrace{\alpha_{ij} \det(\xi\, \dot{\xi}\, \tau_i\, \tau_j)}_{6 \text{ couples } (ij)} \underbrace{\vec{e_{ij}}}_{\text{le bon } e_k \text{ correspondant à ce couple.}}$$

Modulo correction dans les calculs précédents

on s'oriente, au moins pour les translations $\tau_1\, \tau_2\, \tau_3$

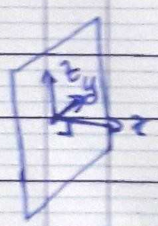
vers $\alpha_{23} \det(\xi\, \dot{\xi}\, \tau_2 \tau_3)\, e_1 + \alpha_{13} \det(\xi\, \dot{\xi}\, \tau_1 \tau_3)\, e_2$

$+ \alpha_{12} \det(\xi\, \dot{\xi}\, \tau_1 \tau_2)\, e_3$.

⑥ A-t-on vraiment $\tilde{R} = SRS$?

si $\omega \rightsquigarrow R$ alors $\tilde{\omega} \rightsquigarrow \tilde{R}$ avec
$\tilde{\omega} = -S\omega$

On se place dans une base adaptée à S :



$$S = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Dans cette base $\omega = (\omega_x\ \omega_y\ \omega_z)$

$$R = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{pmatrix}$$

Toujours dans cette base $\tilde{w} = -Sw = (w_x \quad -w_y \quad -w_z)$

donc $$\tilde{R} = \begin{pmatrix} 0 & w_z & -w_y \\ -w_z & 0 & -w_x \\ w_y & w_x & 0 \end{pmatrix}.$$

or

$$SRS = S \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \times -1 & & \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & -w_z & w_y \\ -w_z & 0 & -w_x \\ w_y & w_x & 0 \end{pmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \times -1 \\ \begin{pmatrix} 0 & w_z & -w_y \\ -w_z & 0 & -w_x \\ w_y & w_x & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

$\Rightarrow$ au moins dans cette base on a $\tilde{R} = SRS$.