Teórica 2 - Definiciones sobre autómatas

Philips

1er Cuatrimestre 2025

1 Introducción

I. **AFND** $\rightarrow$ Autómata Finito no Determinista
Puede tener varias transiciones posibles para un mismo símbolo desde un estado.
Para q y a, $\delta(q, a)$ puede devolver un conjunto de estados (incluso vacío).
No hay transiciones vacías, cada paso consume un símbolo.

II. **AFD** $\rightarrow$ Autómata Finito Determinista
Solo un camino posible desde cada estado con cada símbolo.
Para cada estado q y símbolo a, hay a lo sumo una transición $\delta(q, a)$.
No hay transiciones vacías, cada paso consume un símbolo.

III. **AFND**$-\lambda$ $\rightarrow$ AFND con transiciones vacías
Puede hacer transiciones sin consumir símbolo, llamadas transiciones λ o ε.
Desde un estado q, puede "saltar" a otro estado sin leer nada de la entrada.

2 Definiciones sobre autómatas

1. Reversa
Sea $\mathcal{A} = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F\rangle$ un AFND-λ y $\mathcal{A}' = \langle Q', \Sigma, \delta', q_0', F'\rangle$ tal que:
   - $Q' = Q \cup \{q_0'\}$ (nuevo inicial)
   - $\delta'(q_0', \lambda) = F$ (arrancar por los finales)
   - $q_2 \in \delta'(q_1, a) \iff q_1 \in \delta(q_2, a)$ (dar vuelta flechas)
   - $F' = \{q_0\}$ (terminar en el estado que era inicial)

2. Complemento
Sea $\mathcal{A} = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F\rangle$ un AFD.
Construimos otro AFD $\mathcal{A}' = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F'\rangle$ tal que:
   - $F' = Q \setminus F$ (invertimos los estados finales)
   - Mantenemos las transiciones δ sin cambios.
   - Se preserva el estado inicial q_0.

3. Clausura de Kleene
   Sea $\mathcal{A} = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$ un AFND-λ.
   Construimos otro autómata $\mathcal{A}^* = \langle Q', \Sigma, \delta', q_0', F' \rangle$ tal que:
   - $Q' = Q \cup \{q_0', q_f'\}$ (nuevo estado inicial y nuevo estado final)
   - $\delta'(q_0', \lambda) = \{q_0, q_f'\}$ (iniciar con una repetición o aceptar λ)
   - Para cada $q_f \in F$, agregamos $\delta'(f, \lambda) = \{q_0, q_f'\}$ (reiniciar o finalizar)
   - $F' = \{q_f'\}$ (nuevo estado final)
   - δ' extiende a δ en el resto de los casos
4. Prefijos (Ini)
   Sea $\mathcal{A} = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$ un AFD, y sea $\mathcal{A}' = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F' \rangle$ tal que:
   - F' contiene todos los estados de Q que están en algún camino desde q_0 hasta un estado en F.
   - Es decir, $q \in F'$ si $\exists$ una cadena α tal que $\delta(q_0, \alpha) = q$ y $\exists \beta$ tal que $\delta(q, \beta) \in F$.
   - Luego, $L(\mathcal{A}') = \text{Ini}(L(\mathcal{A}))$.
5. Sufijos (Fin)
   Sea $\mathcal{A} = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$ un AFD, y sea $\mathcal{A}' = \langle Q, \Sigma, \delta', q_0, F \rangle$ un AFND-λ tal que:
   - δ' extiende a δ agregando transiciones λ desde q_0 hacia todos los estados en Q que estén en algún camino hacia un estado final.
   - Luego, $L(\mathcal{A}') = \text{Fin}(L(\mathcal{A}))$.
6. Subcadenas (Sub)
   Sea $\mathcal{A} = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$ un AFD, y sea $\mathcal{A}' = \langle Q, \Sigma, \delta', q_0', F' \rangle$ un AFND-λ tal que:
   - $Q' = Q \cup \{q_0', q_f'\}$
   - δ' incluye todas las transiciones de δ.
   - $\delta'(q_0', \lambda) = Q$, es decir, se puede empezar en cualquier estado.
   - Para cada $q \in Q$, si hay un camino desde q hasta un estado final de M, se agrega una transición λ desde ese estado final a q_f'.
   - $F' = \{q_f'\}$.
   - Luego, $L(\mathcal{A}') = \text{Sub}(L(\mathcal{A}))$.

3 Demostraciones sobre AFD

1. Determinismo: $((q, \alpha) \vdash^* (r, \lambda)) \wedge ((q, \alpha) \vdash^* (s, \lambda)) \rightarrow r = s$