Práctica 4: Lema de *pumping* para lenguajes regulares

Versión del 11 de septiembre de 2024

Ejercicio 1. Determinar si los siguientes lenguajes son regulares o no. Para los que sean regulares, dar un autómata finito que los defina (o explicar cómo puede construirse dicho autómata). Para los que no lo sean, demostrarlo.

a. $\{a^{2n} \mid n \geq 1\}$.

b. $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$.

c. $\{a^m b^n a^{m+n} \mid m, n \geq 1\}$.

d. $\{\omega \in \{a,b\}^* \mid \omega$ no contiene tres $a$es consecutivas$\}$.

e. $\left\{\omega \in \{a,b\}^* \,\middle|\, |\omega|_a = |\omega|_b\right\}$.

f. $\left\{\omega \in \{a,b\}^* \,\middle|\, |\omega|_a \neq |\omega|_b\right\}$.

g. $\left\{\omega \in \{a,b\}^* \,\middle|\, |\omega|_a < |\omega|_b\right\}$.

h. $\{\omega \in \{a,b\}^* \mid \omega = \omega^{\mathrm{r}}\}$.

i. $\left\{\omega \in \{a,b\}^* \,\middle|\, |\omega|_a \text{ es par}\right\}$.

j. $\left\{\omega \in \{a,b\}^* \,\middle|\, \left||\omega|_a - |\omega|_b\right| \leq 1\right\}$.

k. $\left\{\omega \in \{a,b\}^* \,\middle|\, \text{para todo prefijo } \gamma \text{ de } \omega, \left||\gamma|_a - |\gamma|_b\right| \leq 1\right\}$.

l. $\left\{\omega \in \{a,b\}^* \,\middle|\, \text{para todo prefijo } \gamma \text{ de } \omega, \left||\gamma|_a - |\gamma|_b\right| \leq 1, \text{y } |\omega|_a = |\omega|_b\right\}$.

m. $\left\{\omega \in \{a,b\}^* \,\middle|\, \text{para todo prefijo } \gamma \text{ de } \omega, |\gamma|_a \geq |\gamma|_b\right\}$.

n. Sea k un natural fijo. $\mathcal{L}_k = \left\{\omega \in \{a,b\}^* \,\middle|\, |\omega|_a \text{ es divisible por } k\right\}$.

ñ. $\{\omega\omega \mid \omega \in \{a,b\}^*\}$.

o. $\{\omega\#\gamma \mid \omega, \gamma \in \{a,b\}^* \text{ y } \gamma \text{ no es una subcadena de } \omega\}$ ($\#$ es un símbolo del alfabeto).

p. $\{a^{2^n} \mid n \geq 0\}$.

q. $\{(ba)^n (ab)^m \mid n \leq m\}$.

r. $\{a^n b^m \mid n, m \geq 0 \wedge n \neq m\}$.

s. $\Sigma = \{a,b,c\}$. $\mathcal{L} = \{a^n b^m \mid n, m \geq 0 \wedge n \neq m\} \cup \{c^{3s} \mid s \geq 0\}$.

t. Sea k un entero no negativo fijo. $\mathcal{L}_k = \{a^n b^{n+k} \mid n \geq 0\} \cup \{b^s \mid s \geq 0\}$.

u. $\Sigma = \{a,b,c\}$. $\mathcal{L} = \{a^m b^n c^s \mid m \neq n \vee m \neq s\}$.

v. El lenguaje de las cadenas sobre $\Sigma = \{(,)\}$ cuyos paréntesis están balanceados.
Por ejemplo, `()`, `()()`, `(())` y `((()())())` pertenecen al lenguaje, pero `)(`, `((` y `())` no.

w. $\{(ab)^n a^m \mid n \text{ es múltiplo de } m\}$.

x. $\{a^n \gamma \mid n \geq 1, \gamma \in \{a,b\}^*, |\gamma| \leq n\} \cup \{b^n a^m \mid n \equiv 1 \,\mathrm{mód}\, 3, m \geq 1\}$.

Ejercicio 2. Dado $\mathcal{L} = \{a^i b^j \mid i > j \vee i \text{ es par}\}$.

a. Demostrar que $\mathcal{L}$ cumple

$$\forall \alpha, \alpha \in \mathcal{L} \wedge |\alpha| \geq 2 \Longrightarrow \exists (x, y, z) \text{ tales que } (\alpha = xyz \wedge |xy| \leq 2 \wedge |y| \geq 1 \wedge \forall i, xy^i z \in \mathcal{L}).$$

b. Demostrar que $\mathcal{L}$ no es regular.