

ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΟΙΝΩΝΙΚΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ
Σχολή Ηλ. Μηχ. & Μηχ. Η/Υ - Ε.Μ.Π. – 9^ο Εξάμηνο

1^η Εργαστηριακή Άσκηση
Δημιουργία & Ανάλυση Σύνθετων Τοπολογιών Δικτύου

Στην παρούσα άσκηση θα δημιουργηθούν και θα αναλυθούν τοπολογίες, ορισμένες από τις οποίες χρησιμοποιούνται για την αναπαράσταση σύνθετων ή/και κοινωνικών δικτύων. Η ανάλυση θα γίνει μέσω των μετρικών ανάλυσης που παρουσιάστηκαν στις διαλέξεις του μαθήματος. Επίσης θα μελετηθεί η συνεκτικότητα δικτύων, η εμφάνιση φαινομένων κατωφλίου (threshold behavior), και η εξελικτική συμπεριφορά ορισμένων σύνθετων τύπων δικτύων. Τα δίκτυα που θα μελετηθούν δίνονται στον Πίνακα 1.

Πίνακας 1 – Σύνθετα δίκτυα και χαρακτηριστικές παράμετροι

Τύπος Δικτύου	Μοντέλο	Αναγνωριστικό	Παράμετροι
Πλέγμα	Πεπερασμένο	REG	Κόμβοι n
			βαθμός d
Τυχαίος γράφος	Erdos-Renyi	RG (ER)	Κόμβοι N
			Συνδέσεις M
Τυχαίος γράφος	Gilbert	RG (G)	Κόμβοι n ,
			Πιθανότητα σύνδεσης p
Τυχαίος γεωμετρικός γράφος	Επίπεδος	RGG	Περιοχή $L \times L$
			Κόμβοι n
			Ακτίνα R
Scale-free	Barabasi-Albert	SF (BA)	Κόμβοι n
			Βαθμός αρχικού πλέγματος d
Small-world	Watts-Strogatz	SW (WS)	Κόμβοι n
			Βαθμός αρχικού πλέγματος d
			Πιθανότητα ανασύνδεσης g_p

Α) Δημιουργία και οπτικοποίηση σύνθετων τύπων δικτύου

Για τις τιμές των παραμέτρων που δίνονται στον Πίνακα 2, ζητείται να κατασκευαστούν και να οπτικοποιηθούν οι τοπολογίες **REG**, **RG (ER)**, **RGG**, **SF (BA)** και **SW (WS)** του Πίνακα 1 με χρήση του πίνακα γειτνίασης (adjacency matrix).

Πίνακας 2 – Τιμές παραμέτρων σύνθετων τοπολογιών

Τοπολογία	Παράμετροι
REG	Κόμβοι $n = 1 \times 10^3$
	βαθμός $d = 4$
RG (ER)	Κόμβοι $N = 1 \times 10^3$
	συνδέσεις $M = 750$
RGG	Περιοχή $L \times L = 1^2$
	Κόμβοι $n = 1 \times 10^3$
	Ακτίνα $R = 0.25$

ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΟΙΝΩΝΙΚΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ
Σχολή Ηλ. Μηχ. & Μηχ. Η/Υ - Ε.Μ.Π. – 9^ο Εξάμηνο

SF (BA)	Κόμβοι $n = 1x0$
	Βαθμός αρχικού πλέγματος $d = 4$
SW (WS)	Κόμβοι $n = 1x0$
	Βαθμός αρχικού πλέγματος $d = 4$
	Πιθανότητα ανασύνδεσης $g_p = 0.3$

Β) Μελέτη βαθμού κόμβων

Για κάθε μια από τις τοπολογίες **REG**, **RG (ER)**, **RGG**, **SF (BA)** και **SW (WS)** του Πίνακα 1 και με χρήση των παραμέτρων του ερωτήματος (Α):

- 1) Να υπολογιστεί ο βαθμός κάθε κόμβου,
- 2) Να αναπαρασταθεί η κατανομή βαθμών κόμβων του δικτύου (δηλαδή, για κάθε βαθμό πόσοι κόμβοι έχουν αυτό το βαθμό), καθώς και η συγκεντρωτική κατανομή βαθμού κόμβου (δηλαδή, για κάθε βαθμό πόσοι κόμβοι έχουν το πολύ αυτό το βαθμό),
- 3) Να υπολογιστεί ο μέσος βαθμός κόμβου καθώς και η διασπορά των βαθμών κόμβου για κάθε μια από τις εν λόγω τοπολογίες.

Συγκρίνατε εποπτικά και εξηγήστε τις διαφορές που παρατηρείτε.

Γ) Δίκτυα με βάρη

Για ένα δίκτυο με βάρη στις συνδέσεις του, όμοια με τον πίνακα γειτνίασης, ορίζεται ο πίνακας βαρών, $W = [w_{ij}]$, όπου με $w_{ij} > 0$ συμβολίζεται το βάρος στην ακμή που ενώνει τους κόμβους i, j . Για μη-κατευθυνόμενους γράφους ο πίνακας W είναι συμμετρικός. Για κάθε μια από τις τοπολογίες (μη-κατευθυνόμενοι γράφοι) **REG**, **RG (ER)**, **RGG**, **SF (BA)** και **SW (WS)** του Πίνακα 1 να δημιουργηθεί τυχαίος πίνακας βαρών, με χρήση συνάρτησης γεννήτριας τυχαίων αριθμών. Το εύρος των βαρών να κυμαίνεται στο διάστημα **[1,10]**. Στη συνέχεια, για κάθε μία τοπολογία:

- (i) να υπολογιστεί η δύναμη κάθε κόμβου,
- (ii) να αναπαρασταθεί η συγκεντρωτική κατανομή δύναμης (cumulative strength distribution) των κόμβων του δικτύου (σε κάθε τιμή δύναμης αντιστοιχίζεται το πλήθος των κόμβων με δύναμη μικρότερη ή ίση από αυτή), και
- (iii) να υπολογιστεί η μέση δύναμη για όλους τους κόμβους.

Δ) Υπολογισμός μέσου μήκους μονοπατιού

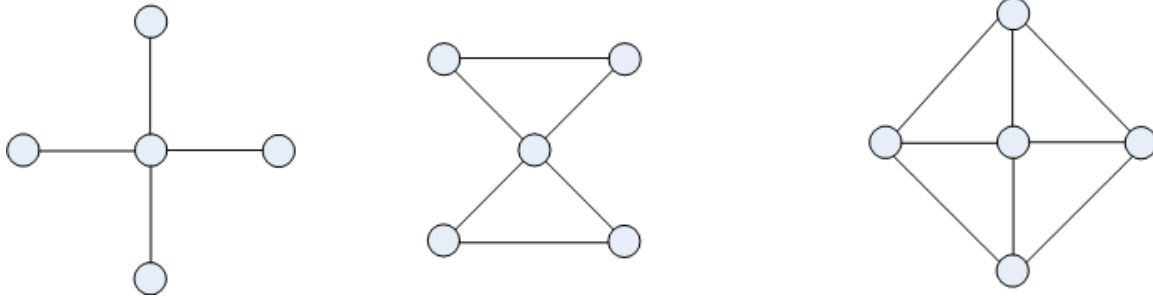
Για κάθε μια από τις τοπολογίες **REG**, **RG (ER)**, **RGG**, **SF (BA)** και **SW (WS)** του Πίνακα 1 να υπολογιστεί το μέσο μήκος μονοπατιού και η διασπορά του στο δίκτυο. Να παρουσιαστούν συγκεντρωτικά τα αποτελέσματα. Πραγματοποιήστε συγκρίσεις και εξηγήστε με βάση τα χαρακτηριστικά της κάθε τοπολογίας.

Ε) Υπολογισμός συντελεστή ομαδοποίησης (ΣΟ)

Ε.1 Αναλυτικός υπολογισμός του ΣΟ

ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΟΙΝΩΝΙΚΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ

Σχολή Ηλ. Μηχ. & Μηχ. Η/Υ - Ε.Μ.Π. – 9^ο Εξάμηνο



Για κάθε μια από τις παραπάνω τοπολογίες να υπολογιστεί αναλυτικά (να φαίνονται οι πράξεις) ο τοπικός ΣΟ του κάθε κόμβου και ναδειχθεί η κατανομή του τοπικού ΣΟ για όλους τους κόμβους.

Στη συνέχεια να υπολογιστεί και να συγκριθεί η μέση τιμή του ΣΟ κάθε τοπολογίας.

Ε.2 Υπολογισμός ΣΟ σε μεγαλύτερες συνθετικές τοπολογίες

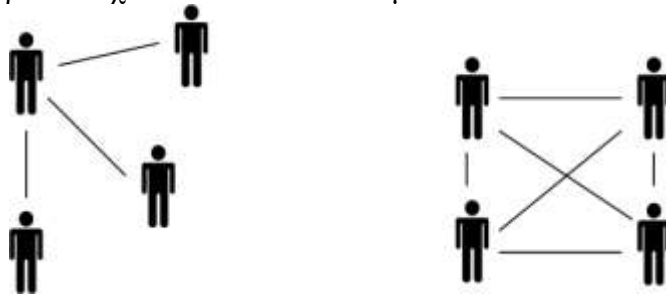
Για κάθε μια από τις τοπολογίες **REG**, **RG (ER)**, **RG**, **SF (BA)** και **SW (WS)** του Πίνακα 1, να υπολογιστεί η τιμή του τοπικού ΣΟ του κάθε κόμβου, να απεικονιστεί η συγκεντρωτική κατανομή ΣΟ για όλους τους κόμβους και να σχολιαστούν τα αποτελέσματα.

Στη συνέχεια να υπολογιστεί και να συγκριθεί ο μέσος ΣΟ κάθε τοπολογίας.

Ζ) Υπολογισμός κεντρικότητας κόμβων

Ζ.1 Αναλυτικός υπολογισμός της κεντρικότητας

Για καθένα από τα παρακάτω δίκτυα υπολογίστε αναλυτικά (να φαίνονται οι πράξεις) τις εξής μετρικές κεντρικότητας, degree centrality, closeness centrality, betweenness centrality και συγκρίνετε/σχολιάστε τα αποτελέσματα.



Ζ.2 Υπολογισμός Κεντρικότητας σε μεγαλύτερες συνθετικές τοπολογίες

Για κάθε μια από τις παραπάνω τοπολογίες και κάθε τύπο από τις παρακάτω μετρικές κεντρικότητας, να υπολογιστεί η τοπική κεντρικότητα του κάθε κόμβου, να απεικονιστεί η συγκεντρωτική κατανομή κεντρικότητας για όλους τους κόμβους και να σχολιαστούν τα αποτελέσματα.

Στη συνέχεια να υπολογιστεί και να συγκριθεί η μέση κεντρικότητα κάθε τοπολογίας (για όλες τις μετρικές).

- Degree centrality
- Closeness centrality
- Betweenness centrality
- Eigenvector centrality

ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΟΙΝΩΝΙΚΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ

Σχολή Ηλ. Μηχ. & Μηχ. Η/Υ - Ε.Μ.Π. – 9^ο Εξάμηνο

Η) Μελέτη συνεκτικότητας και συμπεριφορά κατωφλίων

Για κάθε τύπο σύνθετου δικτύου, ορίζεται το **ποσοστό συνεκτικότητας** για ένα αριθμό παραγόμενων τοπολογιών, ως το κλάσμα των συνδεδεμένων τοπολογιών σε σχέση με τον αριθμό όλων των παραγόμενων τοπολογιών.

Με βάση τις τιμές παραμέτρων του Πίνακα 3, μελετήστε τη συνεκτικότητα κάθε τύπου σύνθετου δικτύου από τον Πίνακα 1.

Για κάθε ένα τύπο δικτύου, να παράξετε 100 διαφορετικές τοπολογίες και να παρουσιάσετε το διάγραμμα ποσοστού συνεκτικότητας σε σχέση με τις καθορισμένες παραμέτρους κάθε δικτύου.

- 1) Σε ποιές περιπτώσεις εμφανίζονται φαινόμενα κατωφλίου?
- 2) Ποιές είναι οι κρίσιμες τιμές για κάθε τύπο δικτύου οι οποίες οδηγούν σε μετάβαση φάσης (phase transitions)?
- 3) Ποιες μεταβάσεις φάσης είναι απότομες (sharp) και ποιές ομαλές (smooth)?

Πίνακας 3 - Εύρος παραμέτρων για τη μελέτη συνεκτικότητας δικτύου

Τοπολογία	Εύρος Παραμέτρων		
REG	$n = \{100, 200\}$	$d \in [2, 10]$ με βήμα 2	
ER-RG		$M \in [100, 800]$ με βήμα 100	
RG		$p \in [0.1, 0.9]$ με βήμα 0.1	
RGG		$R \in [0.025, 0.25]$ με βήμα 0.025	$L = 1$
BA-SF		$d \in [2, 10]$ με βήμα 2	
WS-SW		$d \in [2, 10]$ με βήμα 2	$g_p \in [0.1, 0.7]$ με βήμα 0.1

Θ) Μελέτη μοντέλων τυχαίων γράφων

Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα (αναλυτική λύση) ώστε να υπάρχει αντιστοιχία μεταξύ των δύο μοντέλων τυχαίων γράφων (Gilbert, Erdos-Renyi). Τι παρατηρείτε?

Τοπολογία	$n = 100$		$n = 10^4$	$n = 10^5$	
RG (G)	$p = 0.1$	$p = 10^{-2}$	$p = 10^{-3}$		$p = 10^{-5}$
RG (ER)		$M = 4995$		$M = 499995$	$M = 4999995$

Ι) Μελέτη της εξελικτικής μετατροπής δικτύου REG σε δίκτυο SW και RG (ER)

Μεταβάλλοντας την παράμετρο g_p της συνάρτησης που κατασκευάζει τοπολογίες SW, από 0 έως 1 με βήμα 0.1, να βρείτε το μέσο μήκος μονοπατιού και το μέσο συντελεστή ομαδοποίησης. Πως συμπεριφέρεται το παραγόμενο δίκτυο για $g_p = 0$, πως για $g_p = 1$ και πως για ενδιάμεσες τιμές $g_p \cong 0.1-0.5$? Με βάση την παραπάνω σύγκριση δώστε έναν ορισμό-χαρακτηρισμό των SW δικτύων. (Στο σχολιασμό, να ληφθεί υπόψη ότι για $g_p = 0$ η τοπολογία που προκύπτει είναι REG, για $g_p = 1$ η τοπολογία είναι RG και για $g_p \cong 0.1-0.5$ είναι SW.)

ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΟΙΝΩΝΙΚΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ
Σχολή Ηλ. Μηχ. & Μηχ. Η/Υ - Ε.Μ.Π. – 9^ο Εξάμηνο

K) Εγω-κεντρικότητες (Ego-Centralities)

Για τις συνθετικές τοπολογίες **REG**, **RG (ER)**, **RGG**, **SF (BA)** και **SW (WS)** του Πίνακα 1 να υπολογιστεί η εγω-κεντρικότητα του κάθε κόμβου. Στη συνέχεια, να καταταχθούν οι κόμβοι με βάση την εγω-κεντρικότητα καθώς και με βάση την κεντρικότητα (όπως έχει υπολογιστεί προηγουμένως) και να συγκριθούν/σχολιαστούν οι κατατάξεις ως προς την ομοιότητά τους για κάθε μία τοπολογία. Για τον υπολογισμό της εγω-κεντρικότητας κάθε κόμβου μπορείτε ως ενδιάμεσο βήμα να δημιουργήσετε τον εγω-πίνακα γειτνίασης του κάθε κόμβου με κατάλληλο τρόπο/συνάρτηση.