

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ

ΣΕΙΡΑ 1

A) Δείξτε ότι για το **απλό γραμμικό μοντέλο** $E(Y|x)=\beta_0+\beta_1x$

1) $R^2 = r_{(x,y)}^2$, R^2 ο συντελεστής προσδιορισμού και $r_{(x,y)}$ ο δειγματικός συντελεστής συσχέτισης (Pearson).

2) $\sum_{i=1}^n y_i = \sum_{i=1}^n \hat{y}_i$, **3)** $\text{cov}(\bar{y}, \hat{\beta}_1) = 0$, **4)** $\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)(\hat{y}_i - \bar{y}) = 0$

5)
$$S_{Y_x}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2} = \frac{1}{n-2} \left\{ S_{yy} - \frac{S_{xy}^2}{S_{xx}} \right\} = \frac{S_{yy}}{n-2} \{1 - r_{xy}^2\}$$

B) Θέλουμε να εξετάσουμε τη σχέση μεταξύ ενεργειακής κατανάλωσης και των εσόδων ενός νοικοκυριού. Έτσι, στον παρακάτω πίνακα με X συμβολίζεται το εισόδημα (σε 1000 euro/μήνα) και με Y η ενεργειακή κατανάλωση (σε Btu/χρόνο).

x	1.8	3.0	4.8	5.0	6.5	7.0	9.0	9.1
y	20.0	30.5	40.0	55.1	60.3	74.9	88.4	95.2

Ζητούνται:

- 1)** Το διάγραμμα διασποράς των μεταβλητών Y και X .
- 2)** Η εκτίμηση της εξίσωσης παλινδρόμησης $E(Y|x)=\beta_0+\beta_1x$.
- 3)** Να γίνει ο γραφικός έλεγχος της Κανονικής κατανομής για τα υπόλοιπα e .
- 4)** Αν $x_0 = 8$, να εκτιμηθεί η αντίστοιχη ενεργειακή κατανάλωση Y . Επίσης, να κατασκευαστεί ένα 95% δ.ε. για την παρατήρηση Y καθώς και για τη μέση τιμή της, $E(Y)$.

Γ) Για τα παρακάτω δεδομένα

x	2	4	6	12	18	24
y	1.07	1.88	2.26	2.78	2.97	2.99

- 1)** να κατασκευαστεί το διάγραμμα διασποράς μεταξύ Y και X .
- 2)** Μετά από κατάλληλο μετασχηματισμό να προσαρμοστεί ένα μοντέλο της μορφής $Y=3-\alpha e^{\beta x}$ και να κατασκευαστεί η γραφική παράσταση των υπολοίπων e επί των εκτιμηθέντων \hat{y} .
- 3)** Να εκτιμηθεί σημειακά η άγνωστη παρατήρηση Y και να κατασκευαστεί ένα 99% δ.ε. για την πρόβλεψη της παρατήρησης Y_{x_0} , για δοθέν $x_0 = 8$.

Χ. Καρώνη