Distribuições de Probabilidades

Distribuições de Probabilidades Binomiais

Felipe Figueiredo

Centro Universitário Anhanguera de Niterói

Sumário

Sumário

Variáveis Aleatórias

Definition

Uma variável aleatória é uma variável (tipicamente representada por x) que tem um único valor numérico associada a um experimento aleatório

- Discretas
- Contínuas

Variáveis Aleatórias

Definition

Uma variável aleatória é uma variável (tipicamente representada por x) que tem um único valor numérico associada a um experimento aleatório

- Discretas
- Contínuas

Variáveis Aleatórias

Definition

Uma variável aleatória é uma variável (tipicamente representada por x) que tem um único valor numérico associada a um experimento aleatório

- Discretas
- Contínuas

Sumário

Variáveis Discretas

Definition

Uma variável aleatória discreta pode assumir uma quantidade contável de valores

Example

- Número de filhos em uma família
- Quantidade de pacientes em um dia no consultório

Variáveis Discretas

Definition

Uma variável aleatória discreta pode assumir uma quantidade contável de valores

Example

- Número de filhos em uma família
- Quantidade de pacientes em um dia no consultório

Variáveis Discretas

Definition

Uma variável aleatória discreta pode assumir uma quantidade contável de valores

Example

- Número de filhos em uma família
- Quantidade de pacientes em um dia no consultório

Variáveis Discretas

Definition

Uma variável aleatória discreta pode assumir uma quantidade contável de valores

Example

- Número de filhos em uma família
- Quantidade de pacientes em um dia no consultório

Representação em tabela

Example

Seja x o número de filhos em uma família.

x	0	1	2	3	4
P(x)	0.15	0.30	0.40	0.10	0.05

O valor esperado $E[x]$ (de filhos por família) é:

$$\sum xP(x) = 0 \times 0.15 + 1 \times 0.30 + 2 \times 0.40 \ldots = 1.6$$

Representação gráfica

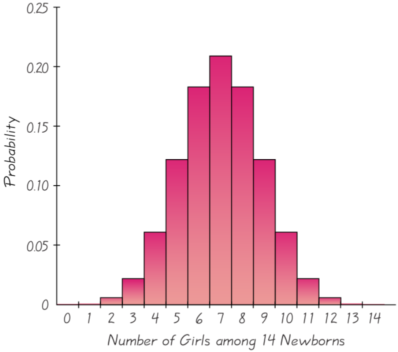


Figura: A distribuição de uma variável discreta (Fonte: Triola, 2004

Sumário

Variáveis Contínuas

Definition

Uma variável aleatória contínua pode ser associada a medições em uma escala contínua (e infinita) de valores

Example

- Quantidade de leite produzido por uma vaca em um dia
- Expectativa de vida de um paciente terminal

Variáveis Contínuas

Definition

Uma variável aleatória contínua pode ser associada a medições em uma escala contínua (e infinita) de valores

Example

- Quantidade de leite produzido por uma vaca em um dia
- Expectativa de vida de um paciente terminal

Variáveis Contínuas

Definition

Uma variável aleatória contínua pode ser associada a medições em uma escala contínua (e infinita) de valores

Example

- Quantidade de leite produzido por uma vaca em um dia
- Expectativa de vida de um paciente terminal

Variáveis Contínuas

Definition

Uma variável aleatória contínua pode ser associada a medições em uma escala contínua (e infinita) de valores

Example

- Quantidade de leite produzido por uma vaca em um dia
- Expectativa de vida de um paciente terminal

Distribuições de Probabilidade

Definition

Uma distribuição de probabilidade é um gráfico, tabela ou fórmula que relaciona a cada valor que a variável aleatória pode assumir a sua probabilidade

Os pré-requisitos para uma função ser uma Função de Probabilidade são:

- $\sum P(x) = 1$, onde x percorre todos os valores possíveis
- $0 \leq P(x) \leq 1$, para todo x

Distribuições de Probabilidade

Definition

Uma distribuição de probabilidade é um gráfico, tabela ou fórmula que relaciona a cada valor que a variável aleatória pode assumir a sua probabilidade

Os pré-requisitos para uma função ser uma Função de Probabilidade são:

- $\sum P(x) = 1$, onde x percorre todos os valores possíveis
- $0 \leq P(x) \leq 1$, para todo x

Distribuições de Probabilidade

Definition

Uma distribuição de probabilidade é um gráfico, tabela ou fórmula que relaciona a cada valor que a variável aleatória pode assumir a sua probabilidade

Os pré-requisitos para uma função ser uma Função de Probabilidade são:

- $\sum P(x) = 1$, onde x percorre todos os valores possíveis
- $0 \leq P(x) \leq 1$, para todo x

Sumário

A distribuição Binomial

Definition

Um experimento binomial é um experimento de probabilidade que possui as seguintes propriedades:

- O experimento é repetido por um n fixo de tentativas independentes
- Há apenas 2 resultados possíveis em cada tentativa (sucesso e fracasso)
- A probabilidade de sucesso $P(S)$ é a mesma em todas as tentativas
- A variável aleatória x contabiliza o número de sucessos do experimento.

Fonte: Larson & Farber, 2010.

A distribuição Binomial

Definition

Um experimento binomial é um experimento de probabilidade que possui as seguintes propriedades:

- O experimento é repetido por um *n* fixo de tentativas independentes
- Há apenas 2 resultados possíveis em cada tentativa (sucesso e fracasso)
- A probabilidade de sucesso $P(S)$ é a mesma em todas as tentativas
- A variável aleatória x contabiliza o número de sucessos do experimento.

Fonte: Larson & Farber, 2010.

A distribuição Binomial

Definition

Um experimento binomial é um experimento de probabilidade que possui as seguintes propriedades:

- O experimento é repetido por um n fixo de tentativas independentes
- Há apenas 2 resultados possíveis em cada tentativa (sucesso e fracasso)
- A probabilidade de sucesso $P(S)$ é a mesma em todas as tentativas
- A variável aleatória x contabiliza o número de sucessos do experimento.

Fonte: Larson & Farber, 2010.

A distribuição Binomial

Definition

Um experimento binomial é um experimento de probabilidade que possui as seguintes propriedades:

- O experimento é repetido por um n fixo de tentativas independentes
- Há apenas 2 resultados possíveis em cada tentativa (sucesso e fracasso)
- A probabilidade de sucesso $P(S)$ é a mesma em todas as tentativas
- A variável aleatória x contabiliza o número de sucessos do experimento.

Fonte: Larson & Farber, 2010.

A distribuição Binomial

Definition

Um experimento binomial é um experimento de probabilidade que possui as seguintes propriedades:

- O experimento é repetido por um n fixo de tentativas independentes
- Há apenas 2 resultados possíveis em cada tentativa (sucesso e fracasso)
- A probabilidade de sucesso $P(S)$ é a mesma em todas as tentativas
- A variável aleatória x contabiliza o número de sucessos do experimento.

Fonte: Larson & Farber, 2010.

Exercício

Os seguintes experimentos são binomiais ou não?

1. Um tipo de cirurgia tem 85% de chances de sucesso. Um médico realiza o procedimento em 8 pacientes. A variável aleatória representa o número de cirurgias bem sucedidas.
2. Uma jarra contém 5 bolinhas de gude vermelhas, 9 azuis e 6 verdes. Você escolhe 3 bolinhas aleatoriamente sem reposição. A variável aleatória representa o número de bolinhas vermelhas.

Exercício

Os seguintes experimentos são binomiais ou não?

1. Um tipo de cirurgia tem 85% de chances de sucesso. Um médico realiza o procedimento em 8 pacientes. A variável aleatória representa o número de cirurgias bem sucedidas.
2. Uma jarra contém 5 bolinhas de gude vermelhas, 9 azuis e 6 verdes. Você escolhe 3 bolinhas aleatoriamente sem reposição. A variável aleatória representa o número de bolinhas vermelhas.

Exercício

Os seguintes experimentos são binomiais ou não?

1. Um tipo de cirurgia tem 85% de chances de sucesso. Um médico realiza o procedimento em 8 pacientes. A variável aleatória representa o número de cirurgias bem sucedidas.
2. Uma jarra contém 5 bolinhas de gude vermelhas, 9 azuis e 6 verdes. Você escolhe 3 bolinhas aleatoriamente sem reposição. A variável aleatória representa o número de bolinhas vermelhas.

Sumário

A distribuição Binomial

Notação

n	número de tentativas
$p = P(S)$	probabilidade de sucesso (por tentativa)
$q = P(F)$	probabilidade de fracasso (por tentativa)
x	contagem de sucessos

A distribuição Binomial

Fórmula

$$P(x) = \frac{n!}{(n-x)!x!} p^x q^{n-x}$$

Obs: $n!$ é o fatorial de n.

Exemplo

Example

Cirurgias de microfraturas no joelho tem 75% de chance de sucesso em pacientes com joelhos degenerativos. A cirurgia é realizada em 3 pacientes.

Qual é a probabilidade da cirurgia ser bem sucedida em *exatamente* 2 pacientes?

Exemplo

Dados

- $n = 3$
- $x = 2$
- $p = 0.75 \Rightarrow q = 0.25$
- $P(x) = \frac{n!}{(n-x)!x!}p^x q^{n-x}$

Resolução

- $P(2) = \frac{3!}{(3-2)!2!}(0.75)^2(0.25)^{(3-2)}$
- $P(2) = \frac{6}{(1)(2)}(0.75)^2(0.25)^1 \approx 0.422$

Exemplo

Dados

- $n = 3$
- $x = 2$
- $p = 0.75 \Rightarrow q = 0.25$
- $P(x) = \dfrac{n!}{(n-x)!x!} p^x q^{n-x}$

Resolução

- $P(2) = \dfrac{3!}{(3-2)!2!} (0.75)^2 (0.25)^{(3-2)}$
- $P(2) = \dfrac{6}{(1)(2)} (0.75)^2 (0.25)^1 \approx 0.422$

Exemplo

Dados

- $n = 3$
- $x = 2$
- $p = 0.75 \Rightarrow q = 0.25$
- $P(x) = \frac{n!}{(n-x)!x!} p^x q^{n-x}$

Resolução

- $P(2) = \frac{3!}{(3-2)!2!} (0.75)^2 (0.25)^{(3-2)}$
- $P(2) = \frac{6}{(1)(2)} (0.75)^2 (0.25)^1 \approx 0.422$

Exemplo

Dados

- $n = 3$
- $x = 2$
- $p = 0.75 \Rightarrow q = 0.25$
- $P(x) = \dfrac{n!}{(n-x)!x!} p^x q^{n-x}$

Resolução

- $P(2) = \dfrac{3!}{(3-2)!2!}(0.75)^2(0.25)^{(3-2)}$
- $P(2) = \dfrac{6}{(1)(2)}(0.75)^2(0.25)^1 \approx 0.422$

Exemplo

Dados

- $n = 3$
- $x = 2$
- $p = 0.75 \Rightarrow q = 0.25$
- $P(x) = \dfrac{n!}{(n-x)!x!}p^x q^{n-x}$

Resolução

- $P(2) = \dfrac{3!}{(3-2)!2!}(0.75)^2(0.25)^{(3-2)}$
- $P(2) = \dfrac{6}{(1)(2)}(0.75)^2(0.25)^1 \approx 0.422$

Exemplo

Dados

- $n = 3$
- $x = 2$
- $p = 0.75 \Rightarrow q = 0.25$
- $P(x) = \dfrac{n!}{(n-x)!x!} p^x q^{n-x}$

Resolução

- $P(2) = \dfrac{3!}{(3-2)!2!} (0.75)^2 (0.25)^{(3-2)}$
- $P(2) = \dfrac{6}{(1)(2)} (0.75)^2 (0.25)^1 \approx 0.422$

Exemplo

Dados

- $n = 3$
- $x = 2$
- $p = 0.75 \Rightarrow q = 0.25$
- $P(x) = \dfrac{n!}{(n-x)!x!} p^x q^{n-x}$

Resolução

- $P(2) = \dfrac{3!}{(3-2)!2!}(0.75)^2(0.25)^{(3-2)}$
- $P(2) = \dfrac{6}{(1)(2)}(0.75)^2(0.25)^1 \approx 0.422$

Exemplo

Dados

- $n = 3$
- $x = 2$
- $p = 0.75 \Rightarrow q = 0.25$
- $P(x) = \dfrac{n!}{(n-x)!x!} p^x q^{n-x}$

Resolução

- $P(2) = \dfrac{3!}{(3-2)!2!} (0.75)^2 (0.25)^{(3-2)}$
- $P(2) = \dfrac{6}{(1)(2)} (0.75)^2 (0.25)^1 \approx 0.422$

Sumário

Valor esperado, variância e DP

- Média: $\mu = np$
- Variância: $\sigma^2 = npq$
- Desvio Padrão: $\sigma = \sqrt{npq}$

Valor esperado, variância e DP

- Média: $\mu = np$
- Variância: $\sigma^2 = npq$
- Desvio Padrão: $\sigma = \sqrt{npq}$

Valor esperado, variância e DP

- Média: $\mu = np$
- Variância: $\sigma^2 = npq$
- Desvio Padrão: $\sigma = \sqrt{npq}$

Exemplo

Example

Em uma cidade, cerca de 56% dos dias são nublados. Encontre o valor esperado de dias nublados no mês de junho.

Dados

- $n = 30$
- $p = 0.56, q = 0.44$

Resolução

$$E[x] = \mu = np = (30)(0.56) = 16.8$$

Exemplo

Example

Em uma cidade, cerca de 56% dos dias são nublados. Encontre o valor esperado de dias nublados no mês de junho.

Dados

- $n = 30$
- $p = 0.56, q = 0.44$

Resolução

$$E[x] = \mu = np = (30)(0.56) = 16.8$$

Exemplo

Example

Em uma cidade, cerca de 56% dos dias são nublados. Encontre o valor esperado de dias nublados no mês de junho.

Dados

- $n = 30$
- $p = 0.56, q = 0.44$

Resolução

$$E[x] = \mu = np = (30)(0.56) = 16.8$$

Exemplo

Example

Em uma cidade, cerca de 56% dos dias são nublados. Encontre o valor esperado de dias nublados no mês de junho.

Dados

- $n = 30$
- $p = 0.56, q = 0.44$

Resolução

$$E[x] = \mu = np = (30)(0.56) = 16.8$$

Exemplo

Example

Em uma cidade, cerca de 56% dos dias são nublados. Encontre o valor esperado de dias nublados no mês de junho.

Dados

- $n = 30$
- $p = 0.56, q = 0.44$

Resolução

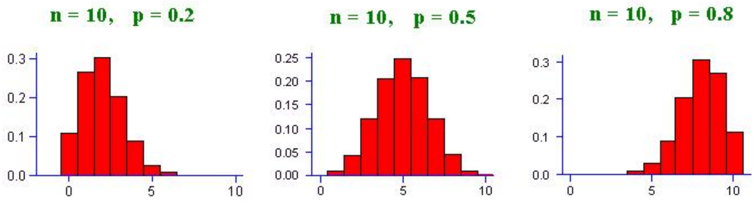
$$E[x] = \mu = np = (30)(0.56) = 16.8$$

Interpretação

Em média, há 16.8 dias nublados no mês de junho (valor esperado).

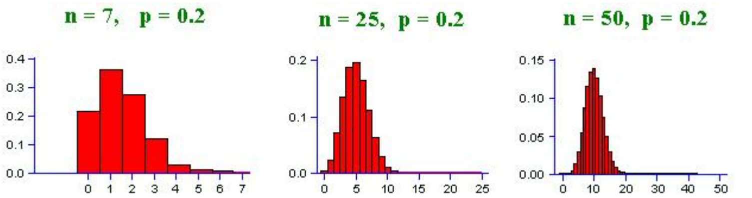
Sumário

Representação gráfica



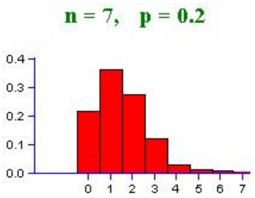
Aumentando o tamanho da amostra

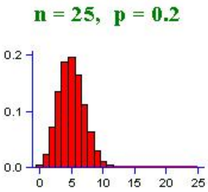
- Quanto maior o tamanho *n* da amostra, mais "suave" a distribuição binomial, e mais simétrica
- O histograma vai ficando cada vez mais parecido com uma curva

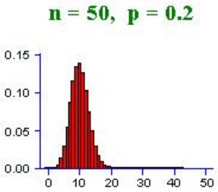


Aumentando o tamanho da amostra

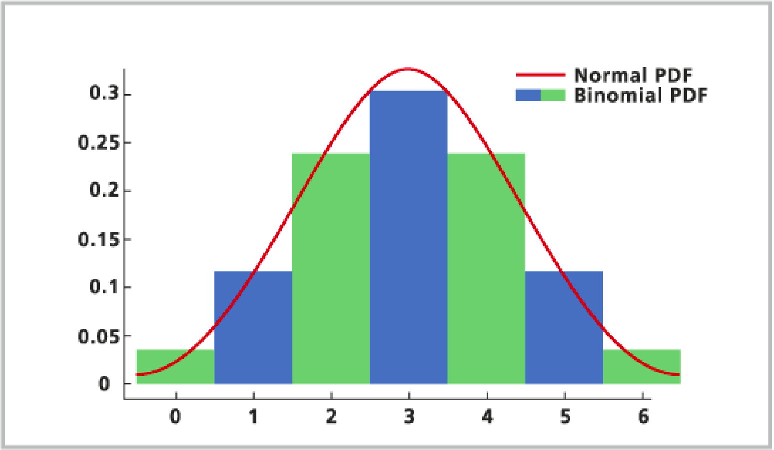
- Quanto maior o tamanho *n* da amostra, mais "suave" a distribuição binomial, e mais simétrica
- O histograma vai ficando cada vez mais parecido com uma curva







Aumentando o tamanho da amostra



(Vídeos: Galton board e Galton machine)