Medidas de associação

Correlação Linear

Felipe Figueiredo

UNIAN - Centro Universitário Anhanguera de Niterói

Sumário

Medidas de associação
Felipe Figueiredo
Correlação

Tipos de variáveis envolvidas

- Considere duas amostras X e Y, de dados numéricos contínuos.
- Vamos representar os dados em pares ordenados (x,y) onde:
  - X: variável independente (ou variável explanatória)
  - Y: variável dependente (ou variável resposta)

Medidas de associação
Felipe Figueiredo
Correlação
Associação
Covariância
Pearson

Medidas de associação

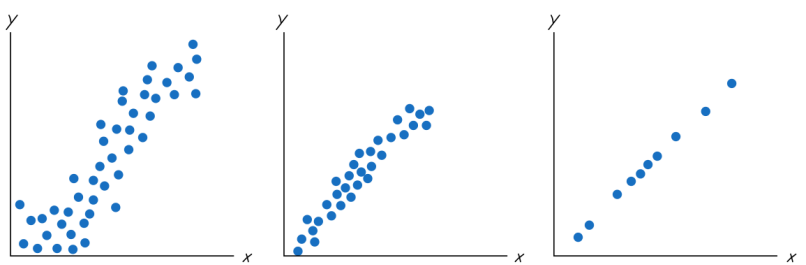
- Como definir (e mensurar!) o grau de associação entre duas variáveis aleatórias (VAs)?
- Se uma VA é dependente de outra, é razoável assumir que isso possa ser observável por estatísticas sumárias
- Como resumir esta informação em uma única grandeza numérica?

Medidas de associação
Felipe Figueiredo
Correlação
Associação
Covariância
Pearson

Medidas de associação

- Quando uma associação é forte, podemos identificá-la subjetivamente
- Para isto, analisamos o diagrama de dispersão dos pares (x,y)
- Um gráfico deste tipo é feito simplesmente plotando os pontos no plano cartesiano

Exemplo



(a) Positive correlation between x and y

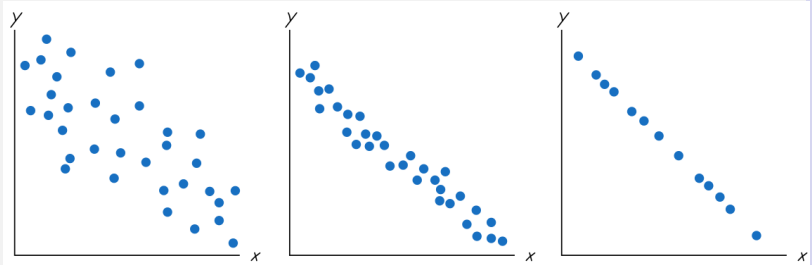
(b) Strong positive correlation between x and y

(c) Perfect positive correlation between x and y

(Fonte: Triola)

Medidas de associação
Felipe Figueiredo
Correlação
Associação
Covariância
Pearson

Exemplo



(d) Negative correlation between x and y

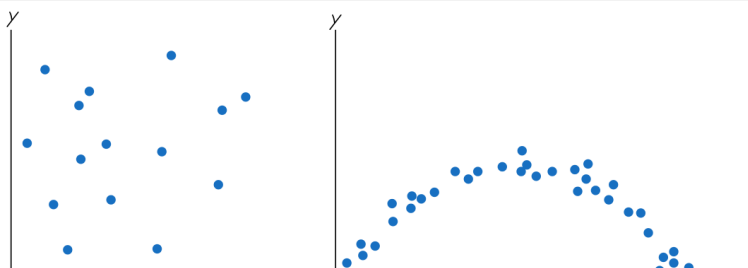
(e) Strong negative correlation between x and y

(f) Perfect negative correlation between x and y

(Fonte: Triola)

Medidas de associação
Felipe Figueiredo
Correlação
Associação
Covariância
Pearson

Exemplo



(g) No correlation between x and y

(h) Nonlinear relationship between x and y

(Fonte: Triola)

Medidas de associação
Felipe Figueiredo
Correlação
Associação
Covariância
Pearson

Variância

- Relembrando: a variância (assim como o desvio-padrão) é uma medida da dispersão da amostra
- Medida sumária que resume o quanto os dados se desviam da média
- Podemos usar um raciocínio análogo para comparar quanto uma amostra se desvia em relação à outra

Covariância entre duas amostras

Definition

A covariância entre duas variáveis X e Y é uma medida de quanto ambas variam juntas (uma em relação à outra).

- Obs: duas variáveis independentes tem covariância igual a zero!

Correlação

Definition

A correlação é a associação estatística entre duas variáveis.

Para medir essa associação, calculamos o coeficiente de correlação r.

Coeficiente de correlação

Definition

O coeficiente de correlação r é a medida da direção e força da associação entre duas variáveis.

Propriedades:

- É um número entre -1 e 1.
- Mede a associação linear entre duas variáveis.
  - Diretamente proporcional, inversamente proporcional, ou ausência de proporcionalidade.

Coeficiente de correlação

- O coeficiente de correlação de Pearson é a covariância normalizada
- Pode ser calculado para populações (ρ) ou amostras (r)
- Amostra:

$$r = \frac{\sum xy - n\bar{x}\bar{y}}{(n-1)s_x s_y}$$

- Utilizando uma fórmula semelhante, encontramos o coeficiente ρ para uma população

Correlação

- Uma forte associação positiva corresponde a uma correlação próxima de 1.
- Uma forte associação negativa corresponde a uma correlação próxima de -1.
- A ausência de associação corresponde a uma correlação próxima de 0.

Exemplo

Example

Pesquisadores queriam entender por que a insulina varia tanto entre indivíduos. Imaginaram que a composição lipídica das células do músculo afetam a sensibilidade do músculo para a insulina. Para isto, eles injetaram insulina em 13 jovens adultos, e determinaram quanta glicose eles precisariam injetar nos sujeitos para manter o nível de glicose sanguínea constante. A quantidade de glicose injetada para manter o nível sanguíneo constante é, então, uma medida da sensibilidade à insulina.
(Fonte: Motulsky, 1995)

Exemplo

Example

Os pesquisadores fizeram uma pequena biópsia nos músculos para aferir a fração de ácidos graxos poliinsaturados que tem entre 20 e 22 carbonos (%C20-22). Como variável resposta, mediram o índice de sensibilidade à insulina.

Valores tabelados a seguir.

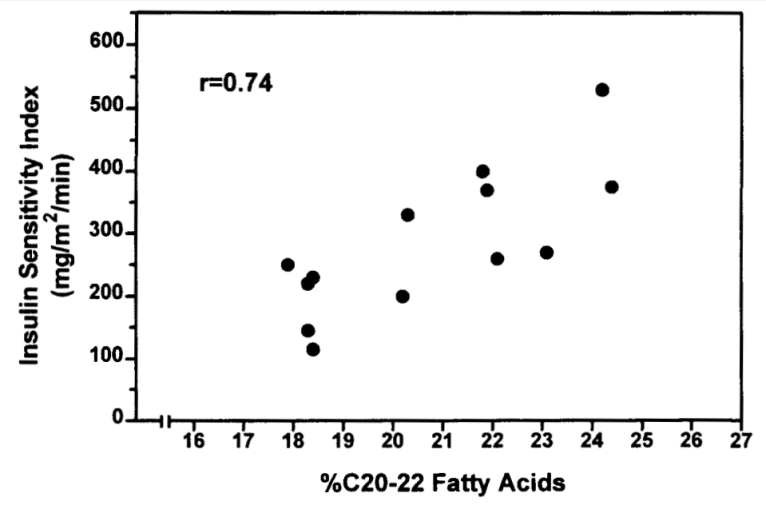
Exemplo

Table 17.1. Correlation Between %C20–22 and Insulin Sensitivity

% C20–22 Polyunsaturated Fatty Acids	Insulin Sensitivity ($mg/m^2/min$)
17.9	250
18.3	220
18.3	145
18.4	115
18.4	230
20.2	200
20.3	330
21.8	400
21.9	370
22.1	260
23.1	270
24.2	530
24.4	375

Exemplo: Diagrama de dispersão dos dados

Medidas de associação
Felipe Figueiredo
Correlação
Associação
Covariância
Pearson



Obs: na verdade, $r = 0.77$.

Exemplo

Medidas de associação
Felipe Figueiredo
Correlação
Associação
Covariância
Pearson

Por que as duas variáveis são tão correlacionadas? Considere 4 possibilidades:

1. o conteúdo lipídico das membranas determina a sensibilidade à insulina
2. A sensibilidade à insulina de alguma forma afeta o conteúdo lipídico
3. tanto o conteúdo lipídico quanto a sensibilidade à insulina estão sob o efeito de algum outro fator (talvez algum hormônio)
4. as duas variáveis não são correlacionads na população, e a estimativa observada nessa amostra é mera coincidência

Exercício

Medidas de associação
Felipe Figueiredo
Correlação
Associação
Covariância
Pearson

Exercício

Dados de gastos com propaganda (x) e vendas (x), ambos em $1000 de uma empresa.

x	2.4	1.6	2.0	2.6	1.4	1.6	2.0	2.2
y	225	184	220	240	180	184	186	215

Qual é a correlação entre os gastos de propaganda e as vendas? O que podemos concluir deste valor?

Fonte: Larson & Farber.

Exercício

Cola

- $\bar{x} = 1.975$
- $\bar{y} = 204.25$
- $s_x = 0.420034$
- $s_y = 23.34065$
- $n = 8$
- $\sum xy = 3289.8$
- $r = \dfrac{\sum xy - n\bar{x}\bar{y}}{(n-1)s_x s_y}$

Solução

$$r = \frac{3289.8 - (8 \times 1.975 \times 204.25)}{7 \times 0.420034 \times 23.34065} = 0.9129053 \approx 0.913$$

Interprete!

Elevando o r ao quadrado

- Relembrando: calculamos a variância de uma amostra para saber a dispersão dos dados
- Sua interpretação é confusa, portanto preferimos usar o desvio-padrão
- No caso do r é o contrário: a interpretação de r^2 é mais simples
- Obs: o valor r^2 também é chamado coeficiente de determinação, como veremos a seguir.

Interpretando o r^2

- No exemplo anterior, $r^2 = 0.59$
- no caso, 59% da variabilidade da tolerância à insulina pode ser explicada pelo conteúdo lipídico
- Ou seja: conhecer o conteúdo lipídico permite explicar 59% da variância na sensibilidade à insulina
- Isto deixa 41% da variância que pode ser explicada por outros fatores ou erros de medição