

# Distribuições de Probabilidades

## Distribuições de Probabilidades Binomiais

Felipe Figueiredo

Centro Universitário Anhanguera de Niterói

## Sumário

- 1 Variáveis Aleatórias
  - Tipos de Variáveis
  - Variáveis Discretas
  - Variáveis Contínuas
- 2 Distribuições de Probabilidade Discretas
  - A distribuição binomial
  - Probabilidades binomiais
  - Valor esperado
  - Representação gráfica

## Variáveis Aleatórias

### Definition

Uma **variável aleatória** é uma variável (tipicamente representada por  $x$ ) que tem um único valor numérico associada a um experimento aleatório

- Discretas
- Contínuas

## Variáveis Discretas

### Definition

Uma variável aleatória **discreta** pode assumir uma quantidade contável de valores

### Example

- Número de filhos em uma família
- Quantidade de pacientes em um dia no consultório

## Representação em tabela



Distribuições  
de Probabili-  
dades

Felipe  
Figueiredo

Variáveis  
Aleatórias

Tipos de Variáveis

Variáveis Discretas

Variáveis Contínuas

Distribuições  
Discretas

### Example

Seja  $x$  o número de filhos em uma família.

$x$	0	1	2	3	4
$P(x)$	0.15	0.30	0.40	0.10	0.05

O valor esperado  $E[x]$  (de filhos por família) é:

$$\sum xP(x) = 0 \times 0.15 + 1 \times 0.30 + 2 \times 0.40 \dots = 1.6$$

## Representação gráfica



Distribuições  
de Probabili-  
dades

Felipe  
Figueiredo

Variáveis  
Aleatórias

Tipos de Variáveis

Variáveis Discretas

Variáveis Contínuas

Distribuições  
Discretas

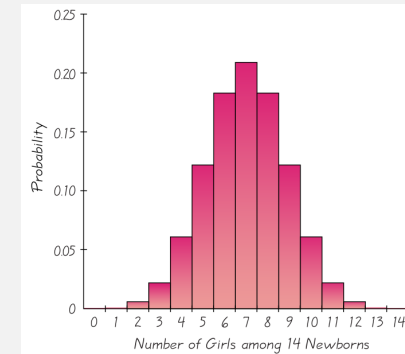


Figura: A distribuição de uma variável discreta (Fonte: Triola, 2004)

## Variáveis Contínuas



Distribuições  
de Probabili-  
dades

Felipe  
Figueiredo

Variáveis  
Aleatórias

Tipos de Variáveis

Variáveis Discretas

Variáveis Contínuas

Distribuições  
Discretas

### Definition

Uma variável aleatória **contínua** pode ser associada a medições em uma escala contínua (e infinita) de valores

### Example

- Quantidade de leite produzido por uma vaca em um dia
- Expectativa de vida de um paciente terminal

## Distribuições de Probabilidade



Distribuições  
de Probabili-  
dades

Felipe  
Figueiredo

Variáveis  
Aleatórias

Tipos de Variáveis

Variáveis Discretas

Variáveis Contínuas

Distribuições  
Discretas

A distribuição  
binomial  
Probabilidades  
binomiais  
Valor esperado  
Representação  
gráfica

### Definition

Uma **distribuição de probabilidade** é um gráfico, tabela ou fórmula que relaciona a cada valor que a variável aleatória pode assumir a sua probabilidade

Os pré-requisitos para uma função ser uma Função de Probabilidade são:

- $\sum P(x) = 1$ , onde  $x$  percorre todos os valores possíveis
- $0 \leq P(x) \leq 1$ , para todo  $x$

## A distribuição Binomial



Distribuições  
de Probabili-  
dades

Felipe  
Figueiredo

Variáveis  
Aleatórias

Distribuições  
Discretas

A distribuição  
binomial

Probabilidades  
binomiais

Valor esperado  
Representação  
gráfica

### Definition

Um **experimento binomial** é um experimento de probabilidade que possui as seguintes propriedades:

- O experimento é repetido por um  $n$  fixo de tentativas independentes
- Há apenas 2 resultados possíveis em cada tentativa (sucesso e fracasso)
- A probabilidade de sucesso  $P(S)$  é a mesma em todas as tentativas
- A variável aleatória  $x$  contabiliza o número de sucessos do experimento.

Fonte: Larson & Farber, 2010.

## Exercício



Distribuições  
de Probabili-  
dades

Felipe  
Figueiredo

Variáveis  
Aleatórias

Distribuições  
Discretas

A distribuição  
binomial

Probabilidades  
binomiais

Valor esperado  
Representação  
gráfica

Os seguintes experimentos são binomiais ou não?

- 1 Um tipo de cirurgia tem 85% de chances de sucesso. Um médico realiza o procedimento em 8 pacientes. A variável aleatória representa o número de cirurgias bem sucedidas.
- 2 Uma jarra contém 5 bolinhas de gude vermelhas, 9 azuis e 6 verdes. Você escolhe 3 bolinhas aleatoriamente sem reposição. A variável aleatória representa o número de bolinhas vermelhas.

## A distribuição Binomial



Distribuições  
de Probabili-  
dades

Felipe  
Figueiredo

Variáveis  
Aleatórias

Distribuições  
Discretas

A distribuição  
binomial

Probabilidades  
binomiais

Valor esperado  
Representação  
gráfica

### Notação

$n$	número de tentativas
$p = P(S)$	probabilidade de sucesso (por tentativa)
$q = P(F)$	probabilidade de fracasso (por tentativa)
$x$	contagem de sucessos

## A distribuição Binomial



Distribuições  
de Probabili-  
dades

Felipe  
Figueiredo

Variáveis  
Aleatórias

Distribuições  
Discretas

A distribuição  
binomial

Probabilidades  
binomiais

Valor esperado  
Representação  
gráfica

### Fórmula

$$P(x) = \frac{n!}{(n-x)!x!} p^x q^{n-x}$$

Obs:  $n!$  é o **fatorial** de  $n$ .

## Exemplo

### Example

Cirurgias de microfraturas no joelho tem 75% de chance de sucesso em pacientes com joelhos degenerativos. A cirurgia é realizada em 3 pacientes.

Qual é a probabilidade da cirurgia ser bem sucedida em *exatamente* 2 pacientes?

## Exemplo

### Dados

- $n = 3$
- $x = 2$
- $p = 0.75 \Rightarrow q = 0.25$
- $P(x) = \frac{n!}{(n-x)!x!} p^x q^{n-x}$

### Resolução

- $P(2) = \frac{3!}{(3-2)!2!} (0.75)^2 (0.25)^{(3-2)}$
- $P(2) = \frac{6}{(1)(2)} (0.75)^2 (0.25)^1 \approx 0.422$

## Valor esperado, variância e DP

- Média:  $\mu = np$
- Variância:  $\sigma^2 = npq$
- Desvio Padrão:  $\sigma = \sqrt{npq}$

## Exemplo

### Example

Em uma cidade, cerca de 56% dos dias são nublados. Encontre o valor esperado de dias nublados no mês de junho.

### Dados

- $n = 30$
- $p = 0.56, q = 0.44$

### Resolução

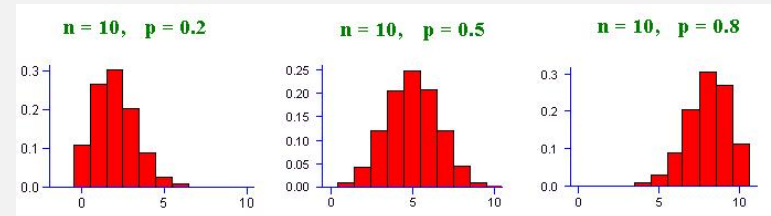
$$E[x] = \mu = np = (30)(0.56) = 16.8$$

## Exemplo

### Interpretação

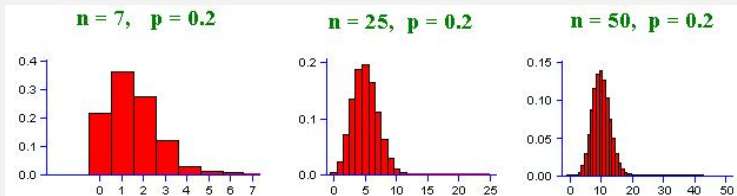
Em média, há 16.8 dias nublados no mês de junho (valor esperado).

## Representação gráfica

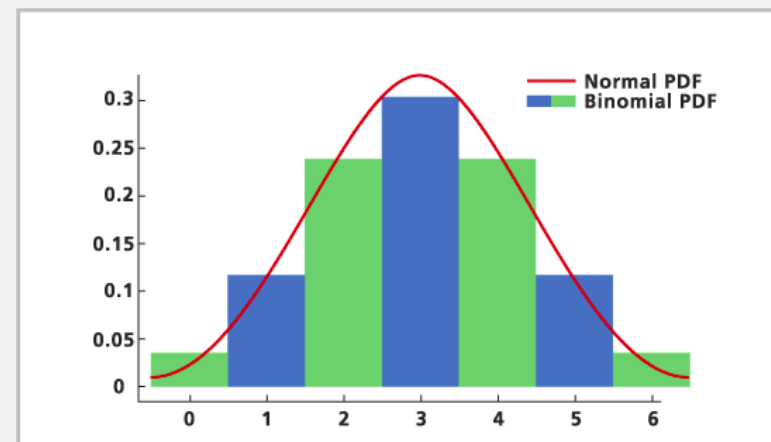


## Aumentando o tamanho da amostra

- Quanto maior o tamanho  $n$  da amostra, mais “suave” a distribuição binomial, e mais simétrica
- O histograma vai ficando cada vez mais parecido com uma curva



## Aumentando o tamanho da amostra



(Vídeos: Galton board e Galton machine)