

Lista: Potenciação, Equações exponenciais, Funções exponenciais e Logaritmos

Prof: Felipe Figueiredo

<http://sites.google.com/site/proffelipefigueiredo>

1 Formulário

1.1 Potenciação

Propriedades de potenciação

$$\begin{aligned}a^b a^c &= a^{b+c} \\ \frac{a^b}{a^c} &= a^{b-c} \\ (a^b)^c &= a^{bc} \\ \sqrt[c]{a^b} &= a^{\frac{b}{c}} \\ a^{-1} &= \frac{1}{a} \\ a^{-b} &= \frac{1}{a^b}\end{aligned}$$

Onde $a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}, c \in \mathbb{R}, a \geq 0$.

1.2 Equações exponenciais

$$a^x = a^y \Leftrightarrow x = y$$

Onde $a \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}, a > 0$ e $a \neq 1$

1.3 Logaritmos

Definição

$$\log_b a = x \Leftrightarrow b^x = a$$

Propriedades de logaritmos

$$\begin{aligned}\log_b b &= 1 \\ \log_b 1 &= 0 \\ \log_b(x + y) &= \log_b x + \log_b y \\ \log_b(a^x) &= x \log_b a\end{aligned}$$

Onde $b \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}, b > 0$ e $b \neq 1$

2 Exercícios

1. Simplifique as seguintes expressões como potências

(a) $3^4 \cdot 3^2$

(b) $5^2 \cdot 5$

(c) $2^5 \cdot 2^2$

(d) $\frac{2^5}{2^2}$

(e) $\frac{3^7}{3^2}$

(f) $\frac{7^2}{7^{10}}$

(g) $(2^3)^2$

(h) $(5^4)^5$

(i) $(1^{17})^2$

(j) 3^{-1}

(k) 5^{-2}

(l) $\frac{1}{2^{-3}}$

(m) $\frac{3}{3^{-1}}$

(n) $\frac{3^2 \cdot 3^3}{3^5}$

(o) $\frac{5^4}{5^{-5}}$

(p) $\frac{3^5 \cdot 3^{-1}}{3^2 \cdot 3^{-3}}$

(q) $\frac{2^{-11} \cdot 2^9}{2^{12} \cdot 2^{-14}}$

2. Resolva as seguintes equações exponenciais e encontre o valor de x .

(a) $2^x = 32$

(b) $2^x = 64$

(c) $3^x = \sqrt{81}$

(d) $5^x = \sqrt[3]{25}$

(e) $5^x = \sqrt{\frac{1}{5}}$

(f) $5^x = \sqrt[4]{\frac{1}{25}}$

(g) $7^x = \frac{1}{49}$

(h) $4^x = 2$

(i) $2 \cdot 2^x = \sqrt{2}$

(j) $3^x = \sqrt{\frac{1}{3}}$

(k) $\frac{5}{5^x} = 1$

(l) $(\frac{1}{5})^x = 25$

(m) $(\frac{1}{9})^x = 27$

3. Esboce o gráfico de cada uma das seguintes funções

(a) $f(x) = 2^x$

(b) $f(x) = 3^x$

(c) $f(x) = 2^{2x}$

4. Calcule os seguintes logaritmos

(a) $\log_7 7$

(b) $\log_3 1$

(c) $\log_6 1$

(d) $\log_3 9$

(e) $\log_2 \left(\frac{1}{32} \right)$

(f) $\log_3 \left(\frac{1}{81} \right)$

(g) $\log_2 \left(\frac{2}{64} \right)$

(h) $\log_7 \left(\sqrt[3]{49} \right)$

(i) $\log_3 \left(\sqrt[4]{\frac{1}{81}} \right)$

(j) $\log_{\frac{1}{2}} 2$

(k) $\log_{\frac{1}{9}} 27$