Verhandlungslösung

Die Verhandlungslösung ist ein spieltheoretisches Konzept zur Lösung von kooperativen Spielen. Dabei heißt ein Spiel kooperativ, wenn die Akteure durch ein abgestimmtes Vorgehen, d. h. durch eine gemeinsame Wahl einer Strategie, einen Zusatzgewinn gegenüber der Situation, in der jeder nur für sich spielt, erzielen können. In diesem Fall ist über die Aufteilung des Zusatzgewinns zu verhandeln, daher der Begriff Verhandlungslösung (engl. bargaining solution). Dieser Artikel beschränkt sich auf so genannte Zweipersonenspiele, also auf Spiele, an denen nur zwei Spieler beteiligt sind.

Die nicht-kooperative Situation

Die meisten Gesellschaftsspiele erfordern häufige strategische Entscheidungen der beteiligten Spieler, um einen für sie günstigen Spielausgang herbeizuführen. Legt man diese Entscheidungen für alle denkbaren Spielsituationen bereits vor Spielbeginn fest, so hat man es nur noch mit einer Strategie pro Spieler zu tun. Die Ausführung des Spiels besteht dann nur noch in der Befolgung der bereits getroffenen Entscheidungen. Das ist die Sichtweise des Mathematikers:

Ein nicht-kooperatives Zweipersonen-Spiel Γ besteht aus zwei Mengen S_1 und S_2 und zwei Abbildungen $a_i:S_1 imes S_2 o \mathbb{R}$, man schreibt kurz $\Gamma=(S_1,S_2,(a_1,a_2))$. Das Spiel besteht darin, dass jeder Spieler unabhängig vom anderen ein Element s_i aus seiner Strategiemenge S_i wählt. Der i-te Spieler erzielt daraufhin die Auszahlung $a_i(s_1, s_2)$.

Strategiemengen die endlich, kann $S_1 = \{1, \dots, m\}, S_2 = \{1, \dots, n\}$ setzen. Die Auszahlungsfunktionen sind dann durch zwei Matrizen $(a_i(j,k))_{i=1...m,k=1...n}$ gegeben und man spricht von einem Bimatrixspiel.

Jeder Spieler kann sich durch Wahl der besten Strategie bei Unterstellung der für ihn ungünstigsten Strategiewahl des Gegenspielers einen gewissen Auszahlungsbetrag garantieren

- Spieler 1: $\sup_{s_1 \in S_1} \inf_{s_2 \in S_2} a_1(s_1, s_2)$ Spieler 2: $\sup_{s_2 \in S_2} \inf_{s_1 \in S_1} a_2(s_1, s_2)$.

Das sind die so genannten Garantiewerte der Spieler. Werden Supremum und Infimum nicht angenommen, so hat man immerhin noch approximative Garantien.

Unter einem Nash-Gleichgewicht versteht man ein Paar (s_1, s_2) von Strategien aus $S_1 \times S_2$, so dass sich ein Spieler durch einseitiges Abweichen von seiner Strategie höchstens verschlechtern kann. In der Theorie der nicht-kooperativen Spiele, in der ein gemeinsames, abgesprochenes Abweichen nicht vorgesehen ist, kann ein Gleichgewicht als Lösung des Spiels verstanden werden.

Das Gefangenendilemma

Die wohl bekannteste spieltheoretische Situation, die den Verhandlungbegriff geradezu herausfordert, ist das Gefangenendilemma. Zwei Gefangene werden auf Grund zweifelhafter Beweislage eines gemeinschaftlichen Verbrechens beschuldigt. Jeder hat zwei Strategien zur Auswahl: 1 = Leugnen, 2 = Gestehen. Leugnen beide, so kann nur eine einjährige Haftstrafe verhängt werden, etwa wegen unerlaubten Waffenbesitzes und Ruhestörung. Gestehen beide, so werden je 8 Jahre fällig. Treffen unterschiedliche Strategien aufeinander, so geht der Geständige als Kronzeuge straffrei aus, der Leugner hingegen sieht sich einer 10-jährigen Haft gegenüber. Nimmt man als Auszahlung in diesem Bimatrixspiel das Negative der abzusitzenden Haftjahre, so gilt für die Auszahlungsmatrizen

$$a_1 = \begin{pmatrix} -1 & -10 \\ 0 & -8 \end{pmatrix}, \ a_2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -10 & -8 \end{pmatrix}$$

Der einzige Gleichgewichtspunkt ist offenbar (2,2), d. h. beide Gefangene gestehen. (1,1) ist kein Gleichgewicht, da sich jeder Spieler durch einen Strategiewechsel auf Kosten des anderen Straffreiheit sichern kann. Da das jeder Beteiligte weiß, erscheint die Strategiekombination (1,1) sogar sehr instabil.

Dennoch ist (1,1) sicher die optimale Lösung aus der Sicht der Delinquenten. Aber dazu müssten sie eine Absprache treffen können, d. h. über die einzusetzenden Strategien verhandeln. Das wird durch den Begriff der Kooperation modelliert.

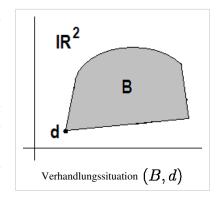
Kooperation

Um Verhandlungen mathematisch modellieren zu können, erweitern wir die Definition des nicht-kooperativen Spiels $\Gamma=(S_1,S_2,(a_1,a_2))$ zu $\Gamma=(S_1,S_2,K,(a_1,a_2))$ mit $K\supset S_1\times S_2$ und $a_i:K\to\mathbb{R}$. Wir nennen K die Menge der kooperativen Strategien. Bei Wahl einer kooperativen Strategie k erhält der i-te Spieler die Auszahlung $a_i(k)$. Da $K\supset S_1\times S_2$, kann jeder Spieler auch seine eigene Strategie spielen, aber es handelt sich dabei möglicherweise um eine Absprache mit dem Mitspieler, der jetzt nicht mehr als Gegenspieler betrachtet wird.

Das Gefangenendilemma können wir mit $K=S_1\times S_2$ modellieren, es kommt dann nur auf die Absprachemöglichkeit an. Betrachtet man etwa zwei Wirtschaftakteure, die in der nicht-kooperativen Situation eigene Produktionsstrategien für denselben Markt haben, so sind durchaus kooperative Strategien denkbar, die über eine Absprache der Produktionsstrategien hinausgehen, z. B. die Gründung eines Kartells oder die Koordination der Produktion durch Hintereinanderschaltung verschiedener Verarbeitungsstufen. Was als kooperative Strategie erlaubt ist, ist Inhalt der Spielregeln, das Kartellgesetz ist so eine Spielregel.

Verhandlungssituationen

Wir konzentrieren uns nun auf das Bild der gemeinsamen Auszahlungsfunktion (a_1,a_2) in \mathbb{R}^2 , $B=(a_1,a_2)(K)\subset\mathbb{R}^2$, d. h. wir abstrahieren von den Strategien, die zu diesen Auszahlungen führen. B enthält einen Punkt $d=(d_1,d_2)$, der aus Auszahlungen besteht, die sich jeder Spieler auch allein sichern kann, z. B. die oben definierten Garantiewerte. Die Spieler werden sicher nur über Auszahlungen $x=(x_1,x_2)$ verhandeln, bei denen $d_1\leq x_1$ und $d_2\leq x_2$ ist, denn sonst wäre ein Spieler mit seinem Garantiewert besser gestellt. Ferner sollte eine mögliche Auszahlung $x=(x_1,x_2)$ mit $d_1< x_1$ und $d_2< x_2$ existieren, damit es für beide Spieler überhaupt etwas zu verhandeln gibt.



Zusätzlich gestatten wir den Spielern eine gemeinsame Wahrscheinlichkeitsverteilung μ auf K zu wählen. Der Auszahlungspunkt errechnet sich dann als Erwartungswert $\int_K (a_1(k), a_2(k)) \, d\mu(k)$. Die Menge B der

möglichen Auszahlungspunkte dürfen wir daher als konvex annehmen, denn durch eine gemeinsame Wahl von μ können die Spieler jede Konvexkombination von Auszahlungspunkten realisieren. Ferner können wir annehmen, dass B beschränkt ist, indem wir unbegrenzte Auszahlungsfunktionen als unrealistisch ausschließen. Nehmen wir B auch noch als abgeschlossen an, ist B sogar kompakt. Das motiviert folgende auf Ehud Kalai und Meir Smorodinsky zurückgehende Begriffsbildung:

Eine Verhandlungssituation ist ein Paar (B, d) mit folgenden Eigenschaften:

- $B \subset \mathbb{R}^2$ konvex und kompakt,
- $d \in B$,
- für alle $x \in B$ gilt komponentenweise $d \leq x$,
- es gibt ein $(x_1,x_2) \in B$ mit $d_1 < x_1$ und $d_2 < x_2$.

Das Verhandlungsproblem

Ist (B,d)eine Verhandlungssituation, so nennt man die Wahl eines Auszahlungspunktes $x=(x_1,x_2)\in B$ ein Verhandlungsergebnis. Der i-te Spieler erhält die Auszahlung x_i . Das Verhandlungsproblem besteht darin, in jeder Verhandlungssituation ein solches Verhandlungsergebnis zu finden. Ist $\mathcal B$ die Menge aller Verhandlungssituationen, so definieren wir daher:

Eine Verhandlungslösung ist eine Funktion $\varphi:\mathcal{B} o\mathbb{R}^2$ mit $\varphi(B,d)\in B$ für alle $(B,d)\in\mathcal{B}$.

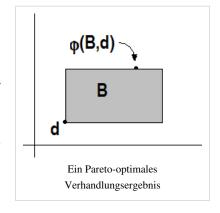
Eigenschaften von Verhandlungslösungen

Natürlich wird man von einer Verhandlungslösung gewisse Eigenschaften fordern, die die Lösung als "vernünftig" erscheinen lässt. So ist die Verhandlungslösung $\phi(B,d):=d$ für alle $(B,d)\in\mathcal{B}$ sicher nicht sehr "vernünftig", da kein Spieler durch die Verhandlung mehr erhält als er sich ohnehin sichern könnte. Es geht daher im Folgenden darum, sinnvolle Eigenschaften zu finden, mit dem Ziel, dadurch in jeder Verhandlungssituation einen eindeutigen Auszahlungspunkt festzulegen.

Pareto-Optimalität

Eine Verhandlungslösung $\varphi:\mathcal{B}\to\mathbb{R}^2$ heißt pareto-optimal, wenn es für keine Verhandlungssituation $(B,d)\in\mathcal{B}$ ein $x\in B$ gibt mit $\varphi(B,d)< x$ komponentenweise. D. h. es wird stets eine Verhandlungslösung gefunden, die keine gleichzeitige Besserstellung beider Parteien zulässt.

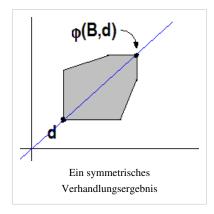
Diese Bedingung ist mathematisch einleuchtend. In der Praxis mag es schwierig sein, solche nicht verbesserungswürdigen Verhandlungslösungen zu finden.



Symmetrie

Eine Verhandlungslösung ϕ heißt symmetrisch, falls folgendes gilt: Ist die Verhandlungssituation (B,d)symmetrisch, d. h. $d_1=d_2$ und für alle $(x_1,x_2)\in B$ ist auch $(x_2,x_1)\in B$, so stimmen auch die Komponenten des Verhandlungsergebnisses $\phi(B,d)$ überein.

Damit wird gefordert, dass sich die Verhandlungslösung in einer vollkommen symmetrischen Situation nicht ändert, wenn die Spieler ihre Rollen tauschen. Beiden Spielern wird gleiches Verhandlungsgeschick unterstellt.

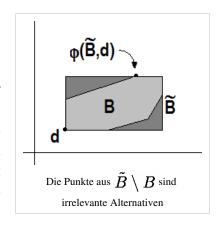


Unabhängigkeit von positiven linearen Transformationen

Wir betrachten positive lineare Transformationen $T:\mathbb{R}^2 o \mathbb{R}^2,\, T(x_1,x_2)=(a_1x_1+b_1,a_2x_2+b_2)$ mit $a_1 > 0, a_2 > 0$. T bedeutet für beide Komponenten eine Skalenänderung zusammen mit einer Verschiebung. Eine Verhandlungslösung $\varphi:\mathcal{B}\to\mathbb{R}^2$ heißt unabhängig von positiven linearen Transformationen, falls für jede jede positive lineare Transformation und Verhandlungssituation (B,d)gilt, dass $T(\varphi(B,d)) = \varphi(T(B),T(d))$. Die Forderung nach Unabhängigkeit von positiven linearen Transformationen ist mathematisch sehr naheliegend und für viele mathematische Überlegungen auch unabdingbar. Für die Praxis bedeutet das, dass die Verhandlungen unabhängig vor der Skalengröße der Verhandlungsmasse verlaufen. Da Verhandlungen Zeit und Ressourcen kosten, kann man für die Praxisrelavanz dieser Forderung Bedenken anmelden.

Unabhängigkeit von irrelevanten Alternativen

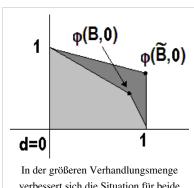
Eine Verhandlungslösung $\varphi:\mathcal{B} o \mathbb{R}^2$ heißt unabhängig von irrelevanten Alternativen, wenn für zwei Verhandlungssitationen $(B,d), (ilde{B},d)$ mit $\varphi(\tilde{B},d) \in B \subset \tilde{B}$ stets $\varphi(\tilde{B},d) = \varphi(B,d)$ gilt. Diese Forderung erscheint naheliegend, besagt sie doch, dass eine in der größeren Verhandlungsmenge \tilde{R} gefundene Lösung, die bereits in der kleineren Verhandlungsmenge B liegt, auch die Lösung für die kleinere Verhandlungsmenge sein wird, denn selbst größeren Verhandlungsmenge kann man nichts besseres finden. Gegen diese Forderung lassen sich wohl nur psychologische Einwände erheben: eine veränderte Verhandlungssituation ändert das Verhandlungsverhalten.



Monotonie

Fiir Verhandlungssituation (B,d) sei $m_i(B) := \sup\{x_i; (x_1, x_2) \in B\}$ die maximale Auszahlung, die für den i-ten Spieler überhaupt möglich wäre. Eine Verhandlungslösung $\varphi:\mathcal{B}\to\mathbb{R}^2$ heißt monoton, falls für $(B,0),(\tilde{B},0)\in\mathcal{B}$ mit $m_i(B) = m_i(ilde{B}) = 1$ für $\,$ i=1,2 und $\,$ $\,$ $\,$ $\,$ $\,$ $\,$ stets $\,$ komponentenweise $\varphi(B,0) \leq \varphi(\tilde{B},0)$ folgt. Wenn sich also beide Spieler nur den Betrag 0 sichern können und beide

maximal die Auszahlung 1 erzielen können, so sollte sich für keinen Spieler eine Verschlechterung ergeben, wenn man unter Beibehaltung dieser Bedingungen von einer kleineren Verhandlungsmenge zu einer größeren übergeht.



verbessert sich die Situation für beide Spieler.

Existenz und Eindeutigkeitssätze

Die Nash'sche Verhandlungslösung

Satz von Nash: Es gibt genau eine Pareto-optimale, symmetrische, von positiven lineraren Transformationen unabhängige und von irrelevanten Alternativen unabhängige Verhandlungslösung.

Wenn zwei Spieler die hier genannten vier Forderungen an eine Verhandlungslösung akzeptieren, dann gibt es also in jeder Verhandlungssituation eine eindeutige Verhandlungslösung, diese nennt man die Nash'sche Verhandlungslösung. Diese Verhandlungslösung kann wie folgt ermittelt werden: Ist (B,d)eine Verhandlungssituation, so nimmt die Funktion $f:B\to\mathbb{R}, \ f(x_1,x_2)=(x_1-d_1)\cdot(x_2-d_2)$ in genau einem Punkt aus B das Maximum an, und dieser Punkt ist die Nash'sche Verhandlungslösung. Die Nash'sche Verhandlungslösung ist nicht monoton!

Die monotone Verhandlungslösung

Satz von Kalai-Smorodinsky: Es gibt genau eine Pareto-optimale, symmetrische, von positiven linearen Transformationen unabhängige und monotone Verhandlungslösung.

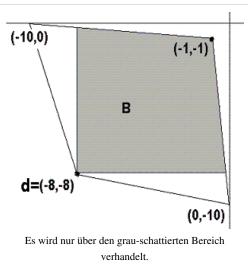
Diese Lösung nennt man die monotone Verhandlungslösung. Zur Ermittlung der monotonen Verhandlungslösung bestimmt man zu einer gegebenen Verhandlungssituation (B,d)eine positive lineare Transformation T, so dass T(d)=0 und $m_1(T(B))=m_2(T(B))=1$. Auf der Geraden $\{(x,x);x\in\mathbb{R}\}$ gibt es einen bzgl. der komponentenweisen Ordnung größten Punkt $(x^*,x^*)\in T(B)$. Das gesuchte Verhandlungsergebnis ist dann $T^{-1}(x^*,x^*)$.

Verhandlungslösung des Gefangenendilemmas

In der Situation des Gefangenendilemmas besteht die Menge der möglichen gemeinsamen Auszahlungen mit den oben genannten Zahlen aus den vier Punkten (-8,-8),(0,-10),(-10,0) und (-1,-1). Die konvexe Hülle ist das von diesen Punkten erzeugte Viereck. Der Garantiepunkt ist d=(-8,-8). Über nicht grau schattierte Punkte nebenstehender Zeichnung gibt es nichts zu verhandeln, der grau schattierte Bereich ist also die Verhandlungsmenge B. Beide Lösungskonzepte, die Nash'sche und die monotone Verhandlungslösung, führen auf (-1,-1) als Lösung.

Abschließende Bemerkungen

- Häufig liest man von der Forderung der individuellen
 Rationalität, wonach das Verhandlungsergebnis stets
 komponentenweise nicht schlechter als der Garantiepunkt sein darf. In der hier gegebenen Darstellung steckt diese Forderung bereits in der Definition der Verhandlungssituation.
- Zur Monotonie hätte man allgemeiner fordern können, dass sich in jeder Verhandlungssituation die Situation für beide Spieler nur verbessern kann, wenn man die Verhandlungsmenge B unter sonst gleichen Bedingungen vergrößert. Es zeigt sich, dass diese Forderung so stark ist, dass sie keine Verhandlungslösung mehr zulässt.
- Bei der monotonen Verhandlungslösung ist gegenüber der Nash'schen Verhandlungslösung lediglich die Unabhängigkeit von irrelevanten Alternativen durch die Monotonieforderung ersetzt worden.
- Die Nash'sche und die monotone Verhandlungslösung stimmen in symmetrischen Verhandlungssituationen überein, wie z. B. im Gefangenendilemma.



Literatur

- John Forbes Nash Jr.: *The bargaining problem*. In: *Econometrica*. 18, 1950, ISSN 0012-9682 ^[1], S. 155–162.
- Ehud Kalai, Meir Smorodinsky: Other solutions to Nash's bargaining problem. In: Econometrica. 43, 1975, S. 513–518.
- Ehud Kalai: *Proportional Solutions to Bargaining Situations. Interpersonal Utility Comparisons.* In: *Econometrica.* 45, 1977, S. 1623–1630.
- Burkhard Rauhut, Norbert Schmitz, Ernst-Wilhelm Zachow: Spieltheorie. Eine Einführung in die mathematische Theorie strategischer Spiele. Mit 50 Aufgaben und zahlreichen Beispielen. Teubner, Stuttgart 1979, ISBN 3-519-02351-2 (Leitfäden der angewandten Mathematik und Mechanik 49, Teubner Studienbücher Mathematik).
- Manfred J. Holler, Gerhard Illing: *Einführung in die Spieltheorie*. 3. verbesserte und erweiterte Auflage. Springer, Berlin u. a. 1996, ISBN 3-540-61017-0 (*Springer-Lehrbuch*).
- Avinash K. Dixit, Barry J. Nalebuff: *Spieltheorie für Einsteiger. Strategisches Know-how für Gewinner*. Schäffer-Poeschel, Stuttgart 1997, ISBN 3-7910-1239-8.

Quellennachweise

[1] http://dispatch.opac.d-nb.de/DB=1.1/CMD?ACT=SRCHA&IKT=8&TRM=0012-9682

Quelle(n) und Bearbeiter des/der Artikel(s)

Verhandlungslösung Quelle: http://de.wikipedia.org/w/index.php?oldid=116939161 Bearbeiter: Aka, Aleks-ger, FerdiBf, Gohnarch, Itti, Jaellee, Jan eissfeldt, JayS2709, Leider, Mgm08324, Nothere, P. Birken, Peng, Pitz, RunningGirl, Silvicola, Woches, 3 anonyme Bearbeitungen

Quelle(n), Lizenz(en) und Autor(en) des Bildes

Image:Verhandlungsloesung_Verhandlungssituation.PNG Quelle: http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Datei:Verhandlungsloesung_Verhandlungssituation.PNG Lizenz: Public domain Bearbeiter: Benutzer:FerdiBf

Image: Verhandlungsloesung_ParetoOptimalitaet.PNG_Quelle: http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Datei:Verhandlungsloesung_ParetoOptimalitaet.PNG_Lizenz: Public domain Bearbeiter: Benutzer:FerdiBf

Image:Verhandlungsloesung_Symmetrie.PNG Quelle: http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Datei:Verhandlungsloesung_Symmetrie.PNG Lizenz: Public domain Bearbeiter: Benutzer:FerdiBf

Image: Verhandlungsloesung Irrelevante Alternativen. PNG Quelle: http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Datei: Verhandlungsloesung Irrelevante Alternativen. PNG Lizenz: Public

Image: Verhandlungsloesung_Monotonie.PNG Quelle: http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Datei:Verhandlungsloesung_Monotonie.PNG Lizenz: Public domain Bearbeiter: Benutzer:FerdiBf

Image:Verhandlungsloesung_GefangenenDilemma.PNG Quelle: http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Datei:Verhandlungsloesung_GefangenenDilemma.PNG Lizenz: Public domain Bearbeiter: Benutzer:FerdiBf

Lizenz

Wichtiger Hinweis zu den Lizenzen

WICHINGET THINGES ZU UCH LEZEIZEH
Die nachfolgenden Lizzenze bezieht sich auf den Artikeltext. Im Artikel gezeigte Bilder und Grafiken können unter einer anderen Lizenz stehen sowie von Autoren erstellt worden sein, die nicht in der Autorenscheinen. Durch eine noch vorhandene technische Einschränkung werden die Lizenzinformationen für Bilder und Grafiken daher nicht angezeigt. An der Behebung dieser Einschränkung wird gearbeitet.
Das PDF ist daher nur für den privaten Gebrauch bestimmt. Eine Weiterverbreitung kann eine Urheertestverletzung bedeuten.

Creative Commons Attribution-ShareAlike 3.0 Unported - Deed Diese "Commons Deed" ist lediglich eine vereinfachte Zusammenfassung des rechtsverbindliche in allgemeinverständlicher Sprache. Sie dürfen: hen Lizenzvertrages (http://de.wikipedia.org/wiki/Wikipedia:Lizenzbestimmungen_Commons_Attribution-ShareAlike_3.0_Unported)

- das Werk bzw. den Inhalt vervielfältigen, verbreiten und öffentlich zugänglich machen
 Abwandlungen und Bearbeitungen des Werkes bzw. Inhaltes anfertigen
 Zu den folgenden Bedingungen:

- Namensnennung Sie müssen den Namen des Autors/Rechteinhabers in der von ihm festgelegten Weise nennen.
 Weitergabe unter gleichen Bedingungen Wenn Sie das lizenzierte Werk bzw. den lizenzierten Inhalt bearbeiten, abwandeln oder in anderer Weise erkennbar als Grundlage für eigenes Schaffen verwenden, dürfen Sie die darauffin neu entstandenen Werke bzw. Inhalte nur unter Verwendung von Lizenzbedingungen weitergeben, die mit denen dieses Lizenzvertrages identisch, vergleichbar oder kompatibel sind.

 Wobei gilt:
- Verzichtserklärung Jede der vorgenannten Bedingungen kann aufgehoben werden, sofern Sie die ausdrückliche Einwilligung des Rechteinhabers dazu erhalten Sonstige Rechte Die Lizenz hat keinerlei Einfluss auf die folgenden Rechte:
- Die gesetzlichen Schranken des Urheberrechts und sonstigen Befugnisse zur privaten Nutzung;
 Das Urheberpersönlichkeitsrecht des Rechteinhabers;
 Rechte anderer Personen, entweder am Lizenzgegenstand selber oder bezüglich seiner Verwendung, zum Beispiel Persönlichkeitsrechte abgebildeter Personen
- Hinweis Im Falle einer Verbreitung müssen Sie anderen alle Lizenzbedingungen mitteilen, die für dieses Werk gelten. Am einfachsten ist es, an entsprechender Stelle einen Link auf http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/deed.de einzubinden.

Haftungsbeschränkung
Die "Commons Deed" ist kein Lizenzvertrag. Sie ist lediglich ein Referenztext, der den zugrundeliegenden Lizenzvertrag übersichtlich und in allgemeinverständlicher Sprache, aber auch stark vereinfacht wiedergibt. Die Deed selbst entfaltet keine juristische Wirkung und erscheint im eigentlichen Lizenzvertrag nicht.

GNU Free Documentation License

Copyright (C) 2000,2001,2002 Free Software Foundation, Inc.

51 Franklin St, Fifth Floor, Boston, MA 02110-1301 USA

Everyone is permitted to copy and distribute verbatim copies

of this license document, but changing it is not allowed.

0. PREAMBLE

The purpose of this License is to make a manual, textbook, or other functional and useful document "free" in the sense of freedom: to assure everyone the effective freedom to copy and redistribute it, with or without modifying it, either commercially on noncommercially. Secondarily, this License preserves for the author and publisher a way to get credit for their work, while not being considered responsible for modifications made by others.
This License is a kind of "copyleft", which means that derivative works of the document must temselves sense. It complements the GNU General Public License, which is a copyleft license designed for free

software.

We have designed this License in order to use it for manuals for free software, because free software needs free documentation: a free program should come with manuals providing the same freedoms that the software does. But this License is not limited to software manuals; it can be used for any textual work, regardless of subject matter or whether it is published as a printed book. We recommend this License principally for works whose purpose is instruction or

1. APPLICABILITY AND DEFINITIONS

1. APPLICABILITY AND DEFINITIONS

This License applies to any manual or other work, in any medium, that contains a notice placed by the copyright holder saying it can be distributed under the terms of this License. Such a notice grants a world-wide, royalty-free license, unlimited in duration, to use that work under the conditions stated herein. The "Document", below, refers to any such manual or work. Any member of the public is a licensee, and is addressed as "you". You accept the license if you copy, modify or distribute the work in a way requiring permission under copyright law.

A "Modified Version" of the Document mans any work containing the Document or a portion of it, either copied verbatim, or with modifications and/or translated into another language.

A "Secondary Section" is a named appendix or a front-matter section of the Document that deals exclusively with the relationship of the publishers or authors of the Document to the Document is an another and contains nothing that could fall directly within that overall subject. (Thus, if the Document is in part at extbook of mathematics, a Secondary Section may not explain any mathematics,) The relationship could be a matter of historical connection with the subject or with related matters, or of legal, commercial, philosophical, ethical or political position regarding them.

The "Invariant Sections" are certain Secondary Sections whose titles are designated, as being those of Invariant Sections in the notice that says that the Document is released under this License. If a section does not fit the above definition of Secondary then it is not allowed to be designated as Invariant. The Document may contain zero Invariant Sections. In the notice that says that the Document is released under this License. A Front-Cover Texts are certain secondary Sections whose titles are designated, as being those of the public and the secondary of the public and the secondary sections whose titles are designated, as being those of the notice that says that the Document i

Intelled intelled to the control of the control of

2. VERBATIM COPYING

22. VERDATION COLLING
You may copy and distribute the Document in any medium, either commercially or noncommercially, provided that this License, the copyright notices, and the license notice saying this License applies to the Document are reproduced in all copies, and that you add no other conditions whatsoever to those of this License. You may not use technical measures to obstruct or control the reading or further copying of the copies you make or distribute. However, you may accept compensation in exchange for copies. If you distribute a large enough number of copies you must also follow the conditions in section 3.

You may also lend copies, under the same conditions stated above, and you may publicly display copies.

3. COPYING IN QUANTITY

3. COPTING IN QUANTII 1

If you publish printed copies (or copies in media that commonly have printed covers) of the Document, numbering more than 100, and the Document's license notice requires Cover Texts, you must enclose the copies in covers that carry, clearly and legibly, all these Cover Texts on the front cover, and Back-Cover Texts on the back cover. Both covers must also clearly and legibly identify you as the publisher of these copies. The front cover must present the full till evit the full till evit he till tegually prominent and visible. You may add other material on the covers in addition. Copying with changes limited to the covers, as long as they preserve the title of the Document and satisfy these conditions, can be treated as verbatim copying in other respects.

Lizenz

If the required texts for either cover are too voluminous to fit legibly, you should put the first ones listed (as many as fit reasonably) on the actual cover, and continue the rest onto adjacent pages.

If you publish or distribute Opaque copies of the Document numbering more than 100, you must either include a machine-readable Transparent copy along with each Opaque copy, or state in or with each Opaque copy a computer-network location from which the general network-using public has access to download using public-standard network protocols a complete Transparent copy of the Document, free of added material. If you use the latter option, you must take reasonably prudent steps, when you begin distribution of Opaque copies in quantity, to ensure that this Transparent copy will remain thus accessible at the stated location until at least one year after the last time you distribute an Opaque copy (directly or through your agents or retailers) of that edition to the public.

It is requested, but not required, that you contact the authors of the Document well before redistributing any large number of copies, to give them a chance to provide you with an updated version of the Document.

4. MODIFICATIONS
You may copy and distribute a Modified Version of the Document under the conditions of sections 2 and 3 above, provided that you release the Modified Version under precisely this License, with the Modified Version filling the role of the Document, thus licensing distribution and modification of the Modified Version to whoever possesses a copy of it. In addition, you must do these things in the Modified Version:

- e Document, thus licensing distribution and modification of the Modified Version to whoever possesses a copy of it. In addition, you must do these things in the Modified Version:

 A. Use in the Title Page (and on the covers, if any) a title distinct from that of the Document, and from those of previous versions (which should, if there were any, be listed in the History section of the Document). You may use the same title as a previous version if the original publisher of that version gives permission.

 B. List on the Title Page, as authors, one or more persons or entities responsible for authorship of the modified Version, together with at least five of the principal authors of the Document.

 C. State on the Title Page, as authors, one or more persons or entities responsible for authorship of the modified Version, together with at least five of the principal authors of the Document.

 C. State on the Title page the name of the publisher of the Modified Version, as the publisher.

 D. Preserve all the copyright notices of the Document.

 E. Add an appropriate copyright notice for your modifications adjacent to the other copyright notices.

 F. Include, inmediately after the copyright notices, a license notice giving the public permission to use the Modified Version under the terms of this License, in the form shown in the Addendum below.

 G. Preserve in that license notice the full lists of Invariant Sections and required Cover Texts given in the Document, sections and prevention of the Modified Version as given on the Title Page. If there is no section Entitled "History", Preserve its Title, and add to it an item stating at least the title, year, new authors, and publisher of the Modified Version as stated in the previous sentence.

 I. Preserve the section Entitled "History", Preserve its Title, and add to it an item stating at least the title, year, new authors, and publisher of the Modified Version as stated in the previous sentence.

 I. Preserve the network location, if any, given in the Document of public acces

K. For any section Entitled 'Acknowledgements' or "Dedications", Preserve the Title of the section, and preserve in the section all the substance and tone or each of the continuous acknowledgements and the interior.

 L. Preserve all the Invariant Sections of the Document, unaltered in their text and in their titles. Section numbers or the equivalent are not considered part of the section titles.

 M. Delete any section Entitled 'Endorsements'. Such a section may not be included in the Modified Version.

 N. Do not retitle any existing section to be Entitled 'Endorsements' or to conflict in title with any Invariant Section.

 O. Preserve any Warranty Disclaimers.

 If the Modified Version includes new front-matter sections or appendices that qualify as Secondary Sections and contain no material copied from the Document, you may at your option designate some or all of these sections as invariant. To do this, add their titles to the list of Invariant Sections in the Modified Version's license notice. These titles must be distinct from any other section titles.

You may add a section Entitled 'Endorsements' provided it contains nothing but endorsements of your Modified Version by various partise-for example, statements of peer review or that the text has been approved by an organization as the authoritative definition of a standard.

You may add a passage of up to five words as a Front-Cover Text, and a passage of up to 25 words as a Back-Cover Text, to the end of the list of Cover Text in the Modified Version. Only one passage of Front-Cover Text and one of Back-Cover Text may be added by (or through arrangements made by) any one entity. If the Document already includes a cover text for the same cover, previously added by you or by arrangement made by the same entity you are acting on behalf of, you may not add another, but you may replace the old one, on explicit permission from the previous publisher(s) of the Document do not by this License give permission to use their names for publicity f

5. COMBINING DOCUMENTS
You may combine the Document of

5. CUMBINING DUCUMENTS
You may combine the Document with other documents released under this License, under the terms defined in section 4 above for modified versions, provided that you include in the combination all of the Invariant Sections of all of the original documents, unmodified, and list them all as Invariant Sections of your combined work in its license notice, and that you preserve all their Warranty Disclaimers.
The combined work need only contain one copy of this License, and multiple identical Invariant Sections may be replaced with a single copy. If there are multiple Invariant Sections with the same name but different contents, make the title of each such section unique by adding at the end of it, in parentheses, the name of the original author or publisher of that section if known, or else a unique number. Make the same adjustment to the section titles in the list of Invariant Sections in the license notice of the combined work.

In the combination, you must combine any sections Entitled "History" in the various original documents, forming one section Entitled "History"; likewise combine any sections Entitled "Acknowledgements", and any sections Entitled "Dedications". You must delete all sections Entitled "Endorsements".

6. COLLECTIONS OF DOCUMENTS

You may make a collection consisting of the Document and other documents released under this License, and replace the individual copies of this License in the various documents with a single copy that is included in the collection, provided that you follow the rules of this License for verbatim copying of each of the documents in all other respects.

You may extract a single document from such a collection, and distribute it individually under this License, provided you insert a copy of this License into the extracted document, and follow this License in all other respects regarding verbatim copying of the document.

7. AGGREGATION WITH INDEPENDENT WORKS

A compilation of the Document or its derivatives with other separate and independent documents or works, in or on a volume of a storage or distribution medium, is called an "aggregate" if the copyright resulting from the compilation is not used to limit the legal rights of the compilation's users beyond what the individual works permit. When the Document is included in an aggregate, this License does not apply to the other works in the aggregate which are not themselves defired value works of the Document.

If the Cover Text requirement of section 3 is applicable to these copies of the Document, then if the Document is less than one half of the entire aggregate, the Document's Cover Texts may be placed on covers that bracket the Document is in electronic form. Otherwise they must appear on printed covers that bracket the whole aggregate.

8. TRANSLATION

6. IRANSLATION
Translation is considered a kind of modification, so you may distribute translations of the Document under the terms of section 4. Replacing Invariant Sections with translations requires special permission from their copyright holders, but you may include translations of some or all Invariant Sections in addition to the original versions of these Invariant Sections. You may include a translation of this License, and all the license notices in the Document, and any Warranty Disclaimers, provided that you also include the original legisls version of this License and the original versions of these Invariant Sections are a notice or disclaimers, the original version with prevail. If a section in the Document is Entitled "Acknowledgements", "Dedications", or "History", the requirement (section 4) to Preserve its Title (section 1) will typically require changing the actual title.

You may not copy, modify, sublicense, or distribute the Document except as expressly provided for under this License. Any other attempt to copy, modify, sublicense or distribute the Document is void, and will automatically terminate your rights under this License. However, parties who have received copies, or rights, from you under this License will not have their licenses terminated so long as such parties remain in full compliance.

10. FUTURE REVISIONS OF THIS LICENSE

The Free Software Foundation may publish new, revised versions of the GNU Free Documentation License from time to time. Such new versions will be similar in spirit to the present version, but may differ in detail to address new problems or concerns. See http://www.gnu.org/copyleft/.

Each version of the License is given a distinguishing version number. If the Document specifies that a particular numbered version of this License "or any later version" applies to it, you have the option of following the terms and conditions either of that specified version or of any later version that has been published (not as a draft) by the Free Software Foundation. If the Document does not specify a version number of this License, you may choose any version ever published (not as a draft) by the Free Software Foundation.

ADDENDUM: How to use this License for your documents

To use this License in a document you have written, include a copy of the License in the document and put the following copyright and license notices just after the title page:

Copyright (c) YEAR YOUR NAME.

Permission is granted to copy, distribute and/or modify this document

under the terms of the GNU Free Documentation License, Version 1.2

or any later version published by the Free Software Foundation;

with no Invariant Sections, no Front-Cover Texts, and no Back-Cover Texts.

A copy of the license is included in the section entitled

"GNU Free Documentation License". If you have Invariant Sections, Front-Cover Texts and Back-Cover Texts, replace the "with...Texts." line with this:

with the Invariant Sections being LIST THEIR TITLES, with the

Front-Cover Texts being LIST, and with the Back-Cover Texts being LIST.

If you have Invariant Sections without Cover Texts, or some other combination of the three, merge those two alternatives to suit the situation.

If your document contains nontrivial examples of program code, we recommend releasing these examples in parallel under your choice of free software license, such as the GNU General Public License, to permit their use in free software.