

0. Для выполнения условия “Если число невест меньше числа женихов, то каждая невеста должна найти своего жениха” нам придется “заставлять” делать дальнейшие ставки, и может случиться так, что женихи не захотят приходить на аукцион в принципе из-за такой диктатуры. Для этого издадим закон о том, что каждый неженатый мужчина обязан приходить на аукцион пока не найдет себе невесту. (этот закон можно немного сгладить, призывая на аукцион количество женихов, недостающее до количества невест и выбирать это количество по какому-либо признаку а-ля наибольшей средней годовой зарплате минус количество долгов)

1. Вариант аукциона: открытый аукцион с подсчетом голосов:

- Данный аукцион почти аналогичен исходному:
- Ставки делаются по очереди начиная с самой красивой, кто даст больше всех – получит невесту
- После переходят к дурнушкам и кто захочет меньше, получит невесту.
- Чтобы выполнялось последнее условие задачи добавим:
- После окончания аукциона оставшиеся жены распределяются между женихами в зависимости от суммы всех сделанных им ставок: у кого она больше всех и кто еще без жены получает самую красивую из оставшихся и так далее.

В результате выполнены все необходимые требования и дополнительное требование аукциона побудит женихов ставить больше на красивых невест и требовать меньше с некрасивых, чтобы в случае, когда им не досталась жена которую они хотели, им с меньшей вероятностью досталась жена похуже. Полный анализ данного аукциона невероятно сложен, так как он сильно зависит от распределений желаний женихов и также потому, что после каждого раунда приходит новая информация по сделанным ставкам соперников.

2. Вариант аукциона: закрытый аукцион с множественными ставками:

- Пусть даны  $k$  невест  $n_1 > \dots > n_k$
- Женихи независимо друг от друга делают  $k$  ставок (сколько они хотели бы потратить/заработать с каждой из полученных невест)
- Ведущий сначала реализует все положительные ставки, максимизируя прибыль в фонд, то есть выбирает такое подмножество мужей  $m_1 \dots m_p$  (где  $m_i$  ставит положительную ставку на  $n_i$ ) сумма положительных ставок которых  $Sum_+ = s_1^{m_1} + s_2^{m_2} + \dots + s_p^{m_p}$  максимальна при ограничении  $s_1^{m_1} > s_2^{m_2} > \dots > s_p^{m_p}$
- После этого из оставшихся женихов (имеющих, конечно, лишь отрицательные ставки на оставшихся жен) он выбирает такое подмножество  $m_{p+1}, \dots, m_k$ , что сумма отрицательных ставок  $Sum_- = s_{p+1}^{m_{p+1}} + s_{p+2}^{m_{p+2}} + \dots + s_k^{m_k}$  максимальна (минимальна по модулю) при выполнении  $s_{p+1}^{m_{p+1}} > s_{p+2}^{m_{p+2}} > \dots > s_k^{m_k}$ , при этом он отдает каждому жениху часть накопленной суммы, взвешенная его ставкой: для  $m_i$  его прибыль будет составлять  $Sum_+ \cdot \frac{s_i^{m_i}}{Sum_-}$ .
- Если в любом из выборов женихов кандидатов на жену несколько, то выбирается тот, чья сумма всех ставок выше. Если и в этом случае их несколько, то выбирается случайно.

В результате выполнены все необходимые требования и оптимальным действием жениха будет ставить в действительности максимальную цену, которую он готов платить за невесту  $n_i$ , так как распределение желаний соперников и их ставки он не знает, ему выгодно делать большие ставки, чтобы максимизировать вероятность выбора его в качестве кандидата на невесту  $n_i$ .