# Economic Dispatch Notes

August 6, 2013

Linprog is of the form

$$min\, c^T x \mid Ax \leq b,\ A_{eq}x = b_{eq},\ lb \leq x \leq ub.$$

For the basic economic dispatch problem, we are attempting to minimize the cost as a function of generator power under a few generation constraints. Specifically, we wish to choose the $P_{Gi}$ to minimize

$$C_T = \sum_{i=1}^{n_g} C_{Gi}(P_{Gi}),$$

such that

$$\sum_{i=1}^{n_g} P_{Gi} = P_{D_T}$$

and

$$P_{Gi}^{min} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi}^{max},\ \forall i,$$

where $n_g$ = number of generators in the system.

Because we wish to minimize the cost over the entire run time, we construct a "time horizon summation," altering the constraints to

$$C_T = \sum_{k=1}^{n_k} \sum_{i=1}^{n_g} C_{Gi}(P_{Gi}(t_k)),$$

such that

$$\sum_{i=1}^{n_g} P_{Gi}(t_k) = P_{D_T}(t_k)$$

and

$$P_{Gi}^{min} \leq P_{Gi}(t_k) \leq P_{Gi}^{max},\ \forall i, k,$$

where $n_k$ = the number of time steps.

An important addition to the time horizon summation is the ramp rate constraint, which constricts how quickly a generator can change its value from a given time step to the next:

$$RR_{Di} \leq P_{Gi}(t_k) - P_{Gi}(t_{k-1}) \leq RR_{Ui},\ \forall i, k.$$

Then, we wish to include a soft constraint, to ease the solving process when variations in load or wind occur too quickly for the ramp rate constraints. The entire constrainted function, then, is altered to

$$C_T = \sum_{k=1}^{n_k} \sum_{i=1}^{n_g} C_{Gi}(P_{Gi}(t_k)) + C_S S_+(t_k) - C_S S_-(t_k),$$

such that

$$\sum_{i=1}^{n_g} P_{Gi}(t_k) + S_+(t_k) + S_-(t_k) = P_{D_T}(t_k),$$

$$P_{Gi}^{min} \leq P_{Gi}(t_k) \leq P_{Gi}^{max},\ \forall i, k,$$

$$RR_{Di} \leq P_{Gi}(t_k) - P_{Gi}(t_{k-1}) \leq RR_{Ui},\ \forall i, k,$$

$$S_+(t_k) > 0,\ \forall k,$$

$$S_-(t_k) < 0,\ \forall k.$$

Lastly, we want to include the regulation amount into the constraints, resulting in

$$C_T = \sum_{k=1}^{n_k} \sum_{i=1}^{n_g} C_{Gi}(P_{Gi}(t_k)) + C_S S_+(t_k) - C_S S_-(t_k) + C_{Ri} R_i(t_k),$$

such that

$$(1) \quad \sum_{i=1}^{n_g} P_{Gi}(t_k) + S_+(t_k) + S_-(t_k) = P_{D_T}(t_k),$$

$$(2) \quad P_{Gi}^{min} \leq P_{Gi}(t_k) \leq P_{Gi}^{max},\ \forall i, k,$$

$$(3) \quad RR_{Di} \leq P_{Gi}(t_k) - P_{Gi}(t_{k-1}) \leq RR_{Ui},\ \forall i, k,$$

$$(4) \quad S_+(t_k) > 0,\ \forall k,$$

$$(5) \quad S_-(t_k) < 0,\ \forall k,$$

$$(6) \quad P_{Gi}^{min} + R_i \leq P_{Gi}(t_k) \leq P_{Gi}^{max} - R_i,\ \forall i, k,$$

$$(7) \quad \sum_{i=1}^{n_g} R_i(t_k) = R_T(t_k),\ \forall i,$$

$$(8) \quad 0 \leq R_i \leq RR_{reg},\ \forall i$$

To fit these into the linprog formation, we use the $A_{eq}x = b_{eq}$ constraint for equations 1 and 7, the $Ax \leq b$ constraint for equations 3 and 6, and the $lb \leq x \leq ub$ constraint for equations 2, 4, 5, and 8. For the $A_{eq}x = b_{eq}$ constraint, we wish to sum portions of our "x" variable, and thus design the $A_{eq}$matrix as appropriately placed 1's. For the $Ax \leq b$ constraint, we need to separate the double inequality condition. For instance, for $RR_{Di} \leq P_{Gi}(t_k) - P_{Gi}(t_{k-1}) \leq RR_{Ui}$, we have both

$$P_{Gi}(t_k) - P_{Gi}(t_{k-1}) \leq RR_{Ui}$$

and

$$RR_{Di} \leq P_{Gi}(t_k) - P_{Gi}(t_{k-1}) \rightarrow -[P_{Gi}(t_k) - P_{Gi}(t_{k-1})] \leq RR_{Di}$$

to get them in the correct form.

The form of each of the linprog entries will be as follows:

$$
x = \begin{bmatrix} P_{G1}(1) \\ P_{G2}(1) \\ \vdots \\ P_{Gn_g}(1) \\ S_+(1) \\ S_-(1) \\ R_{G1}(1) \\ R_{G2}(1) \\ \vdots \\ R_{Gn_g}(1) \\ P_{G1}(2) \\ P_{G2}(2) \\ \vdots \\ P_{Gn_g}(2) \\ S_+(2) \\ S_-(2) \\ R_{G1}(2) \\ R_{G2}(2) \\ \vdots \\ R_{Gn_g}(2) \\ P_{G1}(3) \\ \vdots \\ P_{G1}(n_k) \\ P_{G2}(n_k) \\ \vdots \\ P_{Gn_g}(n_k) \\ S_+(n_k) \\ S_-(n_k) \\ R_{G1}(n_k) \\ R_{G2}(n_k) \\ \vdots \\ R_{Gn_g}(n_k) \end{bmatrix}, \qquad c = \begin{bmatrix} C_{P_{G1}} \\ C_{P_{G2}} \\ \vdots \\ C_{P_{Gn_g}} \\ C_{S_+} \\ C_{S_-} \\ C_{R_{G1}} \\ C_{R_{G2}} \\ \vdots \\ C_{R_{Gn_g}} \\ C_{P_{G1}} \\ C_{P_{G2}} \\ \vdots \\ C_{P_{Gn_g}} \\ C_{S_+} \\ C_{S_-} \\ C_{R_{G1}} \\ C_{R_{G2}} \\ \vdots \\ C_{R_{Gn_g}} \\ C_{P_{G1}} \\ \vdots \\ C_{P_{G1}} \\ C_{P_{G2}} \\ \vdots \\ C_{P_{Gn_g}} \\ C_{S_+} \\ C_{S_-} \\ C_{R_{G1}} \\ C_{R_{G2}} \\ \vdots \\ C_{R_{Gn_g}} \end{bmatrix}
$$

$$lb = \begin{bmatrix} max(P_{G1min},\, RRd_1 + PgSS_1) \\ max(P_{G2min},\, RRd_2 + PgSS_2) \\ \vdots \\ max(P_{Gn_gmin},\, RRd_{n_g} + PgSS_{n_g}) \\ 0 \\ -\infty \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ P_{G1min} \\ P_{G2min} \\ \vdots \\ P_{Gn_gmin} \\ 0 \\ -\infty \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ P_{G1min} \\ \vdots \\ P_{G1min} \\ P_{G2min} \\ \vdots \\ P_{Gn_gmin} \\ 0 \\ -\infty \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad ub = \begin{bmatrix} min(P_{G1max},\, RRu_1 + PgSS_1) \\ min(P_{G2max},\, RRu_2 + PgSS_2) \\ \vdots \\ min(P_{Gn_gmax},\, RRu_{n_g} + PgSS_{n_g}) \\ \infty \\ 0 \\ RR_{reg1} \\ RR_{reg2} \\ \vdots \\ RR_{regn_g} \\ P_{G1max} \\ P_{G2max} \\ \vdots \\ P_{Gn_gmax} \\ \infty \\ 0 \\ RR_{reg1} \\ RR_{reg2} \\ \vdots \\ RR_{regn_g} \\ P_{G1max} \\ \vdots \\ P_{G1max} \\ P_{G2max} \\ \vdots \\ P_{Gn_gmax} \\ \infty \\ 0 \\ RR_{reg1} \\ RR_{reg2} \\ \vdots \\ RR_{regn_g} \end{bmatrix},$$

$$
A = \begin{bmatrix}
-1 & \circ & \cdots & \circ & \circ\circ\circ\circ\cdots\circ & 1 & \circ & \cdots & \circ & \circ & \circ & \circ\circ\cdots\circ & \circ & \cdots\circ\circ\cdots & \circ & \circ\circ\circ\circ\cdots\circ \\
\circ & -1 & \cdots & \circ & \circ\circ\circ\circ\cdots\circ & \circ & 1 & \cdots & \circ & \circ & \circ & \circ\circ\cdots\circ & \circ & \cdots\circ\circ\cdots & \circ & \circ\circ\circ\circ\cdots\circ \\
 & & & & & & & & \ddots & & & & & & & \\
\circ & \circ & \cdots & -1 & \circ\circ\circ\circ\cdots\circ & \circ & \circ & \cdots & 1 & \circ & \circ & \circ\circ\cdots\circ & \circ & \cdots\circ\circ\cdots & \circ & \circ\circ\circ\circ\cdots\circ \\
\circ & \circ & \cdots & \circ & \circ\circ\circ\circ\cdots\circ & -1 & \circ & \cdots & \circ & \circ & \circ & \circ\circ\cdots\circ & 1 & \cdots\circ\circ\cdots & \circ & \circ\circ\circ\circ\cdots\circ \\
 & & & & & & & & \ddots & & & & & & & \\
\circ & \circ & \cdots & \circ & \circ\circ\circ\circ\cdots\circ & \circ & \circ & \cdots & \circ & \circ & \circ & \circ\circ\cdots\circ & \circ & \cdots\circ\circ\cdots & 1 & \circ\circ\circ\circ\cdots\circ \\
1 & \circ & \cdots & \circ & \circ\circ\circ\circ\cdots\circ & -1 & \circ & \cdots & \circ & \circ & \circ & \circ\circ\cdots\circ & \circ & \cdots\circ\circ\cdots & \circ & \circ\circ\circ\circ\cdots\circ \\
\circ & 1 & \cdots & \circ & \circ\circ\circ\circ\cdots\circ & \circ & -1 & \cdots & \circ & \circ & \circ & \circ\circ\cdots\circ & \circ & \cdots\circ\circ\cdots & \circ & \circ\circ\circ\circ\cdots\circ \\
 & & & & & & & & \ddots & & & & & & & \\
\circ & \circ & \cdots & 1 & \circ\circ\circ\circ\cdots\circ & \circ & \circ & \cdots & -1 & \circ & \circ & \circ\circ\cdots\circ & \circ & \cdots\circ\circ\cdots & \circ & \circ\circ\circ\circ\cdots\circ \\
\circ & \circ & \cdots & \circ & \circ\circ\circ\circ\cdots\circ & 1 & \circ & \cdots & \circ & \circ & \circ & \circ\circ\cdots\circ & -1 & \cdots\circ\circ\cdots & \circ & \circ\circ\circ\circ\cdots\circ \\
 & & & & & & & & \ddots & & & & & & & \\
 & & & & & & & & \ddots & & & & & & & \\
\circ & \circ & \cdots & \circ & \circ\circ\circ\circ\cdots\circ & \circ & \circ & \cdots & \circ & \circ & \circ & \circ\circ\cdots\circ & \circ & \cdots\circ\circ\cdots & -1 & \circ\circ\circ\circ\cdots\circ \\
1 & \circ & \cdots & \circ & \circ\circ1\circ\cdots\circ & \circ & \circ & \cdots & \circ & \circ & \circ & \circ\circ\cdots\circ & \circ & \cdots\circ\circ\cdots & \circ & \circ\circ\circ\circ\cdots\circ \\
-1 & \circ & \cdots & \circ & \circ\circ1\circ\cdots\circ & \circ & \circ & \cdots & \circ & \circ & \circ & \circ\circ\cdots\circ & \circ & \cdots\circ\circ\cdots & \circ & \circ\circ\circ\circ\cdots\circ \\
\circ & 1 & \cdots & \circ & \circ\circ\circ1\cdots\circ & \circ & \circ & \cdots & \circ & \circ & \circ & \circ\circ\cdots\circ & \circ & \cdots\circ\circ\cdots & \circ & \circ\circ\circ\circ\cdots\circ \\
\circ & -1 & \cdots & \circ & \circ\circ\circ1\cdots\circ & \circ & \circ & \cdots & \circ & \circ & \circ & \circ\circ\cdots\circ & \circ & \cdots\circ\circ\cdots & \circ & \circ\circ\circ\circ\cdots\circ \\
 & & & & & & & & \ddots & & & & & & & \\
\circ & \circ & \cdots & 1 & \circ\circ\circ\circ\cdots1 & \circ & \circ & \cdots & \circ & \circ & \circ & \circ\circ\cdots\circ & \circ & \cdots\circ\circ\cdots & \circ & \circ\circ\circ\circ\cdots\circ \\
\circ & \circ & \cdots & -1 & \circ\circ\circ\circ\cdots1 & \circ & \circ & \cdots & \circ & \circ & \circ & \circ\circ\cdots\circ & \circ & \cdots\circ\circ\cdots & \circ & \circ\circ\circ\circ\cdots\circ \\
\circ & \circ & \cdots & \circ & \circ\circ\circ\circ\cdots\circ & 1 & \circ & \cdots & \circ & \circ & \circ & \circ\circ\cdots1 & \circ & \cdots\circ\circ\cdots & \circ & \circ\circ\circ\circ\ldots\circ \\
 & & & & & & & & \ddots & & & & & & & \\
 & & & & & & & & \ddots & & & & & & & \\
\circ & \circ & \cdots & \circ & \circ\circ\circ\circ\cdots\circ & \circ & \circ & \cdots & \circ & \circ & \circ & \circ\circ\cdots\circ & \circ & \cdots\circ\circ\cdots & -1 & \circ\circ\circ\circ\cdots1
\end{bmatrix}, \quad
b = \begin{bmatrix}
RRu_1 \\ RRu_2 \\ \vdots \\ RRu_{n_g} \\ RRu_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ RRu_{n_g} \\ -RRd_1 \\ -RRd_2 \\ \vdots \\ -RRd_{n_g} \\ -RRd_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ -RRd_{n_g} \\ P_{G1max} \\ -P_{G1min} \\ P_{G2max} \\ -P_{G2min} \\ \vdots \\ P_{Gn_gmax} \\ -P_{Gn_gmin} \\ P_{G1max} \\ \vdots \\ \vdots \\ -P_{Gn_gmin}
\end{bmatrix},
$$

$$
A_{eq} = \begin{bmatrix}
1\,1\cdots1\circ\circ\circ\circ\cdots\circ\circ\circ\cdots\circ\circ\;\circ\;\circ\circ\cdots\circ\circ\cdots\circ\circ\cdots\circ\circ\circ\circ\circ\circ\cdots\circ \\
\circ\circ\cdots\circ\circ\circ\circ\circ\circ\cdots\circ\,1\,1\cdots1\circ\;\circ\;\circ\circ\cdots\circ\circ\cdots\circ\circ\cdots\circ\circ\circ\circ\circ\circ\cdots\circ \\
\ddots \\
\circ\circ\cdots\circ\circ\circ\circ\circ\cdots\circ\circ\circ\cdots\circ\circ\;\circ\;\circ\circ\cdots\circ\circ\cdots1\,1\cdots1\circ\circ\circ\circ\cdots\circ \\
\circ\circ\cdots\circ\circ\circ\,1\,1\cdots1\circ\circ\cdots\circ\circ\;\circ\;\circ\circ\cdots\circ\circ\cdots\circ\circ\cdots\circ\circ\circ\circ\circ\circ\cdots\circ \\
\circ\circ\cdots\circ\circ\circ\circ\circ\cdots\circ\circ\circ\cdots\circ\circ\;\circ\;1\,1\cdots1\circ\cdots\circ\circ\cdots\circ\circ\circ\circ\circ\circ\cdots\circ \\
\ddots \\
\circ\circ\cdots\circ\circ\circ\circ\circ\cdots\circ\circ\circ\cdots\circ\circ\;\circ\;\circ\circ\cdots\circ\circ\cdots\circ\circ\cdots\circ\circ\circ\,1\,1\cdots1
\end{bmatrix}, \quad
b_{eq} = \begin{bmatrix}
P_d(1) \\ P_d(2) \\ \vdots \\ P_d(n_k) \\ R_T(1) \\ R_T(2) \\ \vdots \\ R_T(n_k)
\end{bmatrix}
$$

Note: Zeros replaced with $\circ$ to aid visual.

The following is an examples in which we have 2 generators and 4 time steps. The "x" variable will be of the form

$$x = \begin{bmatrix} P_{G1}(1) \\ P_{G2}(1) \\ S_{+}(1) \\ S_{-}(1) \\ R_{G1}(1) \\ R_{G2}(1) \\ P_{G1}(2) \\ P_{G2}(2) \\ S_{+}(2) \\ S_{-}(2) \\ R_{G1}(2) \\ R_{G2}(2) \\ P_{G1}(3) \\ P_{G2}(3) \\ S_{+}(3) \\ S_{-}(3) \\ R_{G1}(3) \\ R_{G2}(3) \\ P_{G1}(4) \\ P_{G2}(4) \\ S_{+}(4) \\ S_{-}(4) \\ R_{G1}(4) \\ R_{G2}(4) \end{bmatrix}.$$

Then,

$$lb = \begin{bmatrix} max(P_{G1min}, RRd_1 + PgSS_1) \\ max(P_{G2min}, RRd_2 + PgSS_2) \\ 0 \\ -\infty \\ 0 \\ 0 \\ P_{G1min} \\ P_{G2min} \\ 0 \\ -\infty \\ 0 \\ 0 \\ P_{G1min} \\ P_{G2min} \\ 0 \\ -\infty \\ 0 \\ 0 \\ P_{G1min} \\ P_{G2min} \\ 0 \\ -\infty \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad ub = \begin{bmatrix} min(P_{G1max}, RRu_1 + PgSS_1) \\ min(P_{G2max}, RRu_2 + PgSS_2) \\ \infty \\ 0 \\ RR_{reg1} \\ RR_{reg2} \\ P_{G1max} \\ P_{G2max} \\ \infty \\ 0 \\ RR_{reg1} \\ RR_{reg2} \\ P_{G1max} \\ P_{G2max} \\ \infty \\ 0 \\ RR_{reg1} \\ RR_{reg2} \\ P_{G1max} \\ P_{G2max} \\ \infty \\ 0 \\ RR_{reg1} \\ RR_{reg2} \end{bmatrix},$$

and

$$c = \begin{bmatrix} C_{P_{G1}} \\ C_{P_{G2}} \\ C_{S_+} \\ C_{S_-} \\ C_{R_{G1}} \\ C_{R_{G2}} \\ C_{P_{G1}} \\ C_{P_{G2}} \\ C_{S_+} \\ C_{S_-} \\ C_{R_{G1}} \\ C_{R_{G2}} \\ C_{P_{G1}} \\ C_{P_{G2}} \\ C_{S_+} \\ C_{S_-} \\ C_{R_{G1}} \\ C_{R_{G2}} \\ C_{P_{G1}} \\ C_{P_{G2}} \\ C_{S_+} \\ C_{S_-} \\ C_{R_{G1}} \\ C_{R_{G2}} \end{bmatrix}.$$

$$A = \left[\begin{array}{cccccccccccccccccccccccc}
-1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & -1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
1 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
-1 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & -1 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -1 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -1 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -1 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -1 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -1 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -1 & \cdot & \cdot & \cdot & 1
\end{array}\right], \quad b = \begin{bmatrix} RRu_1 \\ RRu_2 \\ RRu_1 \\ RRu_2 \\ RRu_1 \\ RRu_2 \\ -RRd_1 \\ -RRd_2 \\ -RRd_1 \\ -RRd_2 \\ -RRd_1 \\ -RRd_2 \\ P_{G1max} \\ -P_{G1min} \\ P_{G2max} \\ -P_{G2min} \\ P_{G1max} \\ -P_{G1min} \\ P_{G2max} \\ -P_{G2min} \\ P_{G1max} \\ -P_{G1min} \\ P_{G2max} \\ -P_{G2min} \\ P_{G1max} \\ -P_{G1min} \\ P_{G2max} \\ -P_{G2min} \end{bmatrix},$$

and

$$A_{eq} = \begin{bmatrix} 1\,1\,1\,1 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot 1\,1\,1\,1 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot 1\,1\,1\,1 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot 1\,1\,1\,1 \cdot \cdot \\ \cdot \cdot \cdot \cdot 1\,1 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot 1\,1 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot 1\,1 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot 1\,1 \end{bmatrix}, \quad b_{eq} = \begin{bmatrix} P_d(1) \\ P_d(2) \\ P_d(3) \\ P_d(4) \\ R_T(1) \\ R_T(2) \\ R_T(3) \\ R_T(4) \end{bmatrix}$$

Note: Dots used instead of 0's in $A$ and $A_{eq}$ to increase the usefulness of the visual.

An example of the information produced using this example in linprog is seen in figue 1.

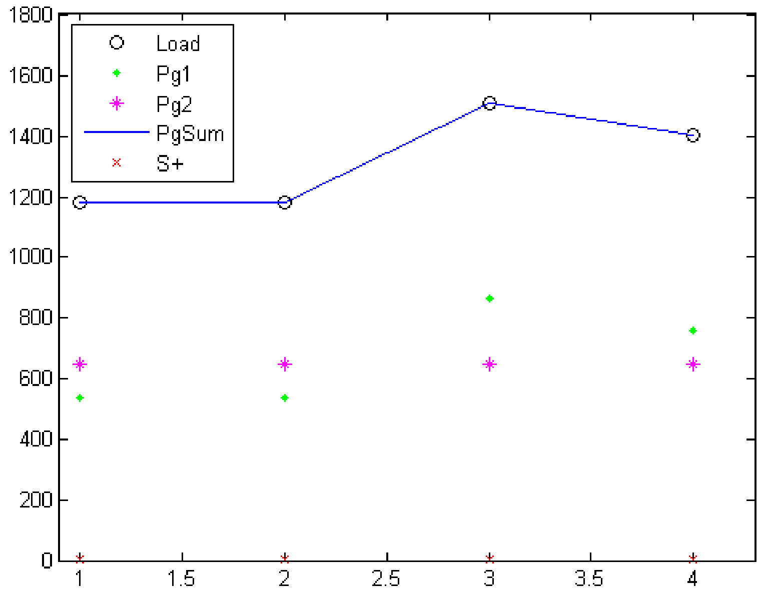


Figure 1: 2 gen, 4 time step example

**Explain first few of lb/ub, explain b chunks