Extensométrie

[redacted]Nathan, [redacted]Edgar
Tran Ugo, [redacted]Wissal

Enseiiht, Toulouse, France

Sommaire

I – Introduction

I.1 – Présentation

L’extensométrie est une branche principalement expérimentale de la mécanique des milieux continus et de la mécanique des matériaux. Elle s’intéresse aux déformations et aux contraintes subies par un matériau soumis à différentes charges, dans différentes configurations.

L’objet de cette étude est de mesurer les déplacements d’un matériau soumis à différents types de charges tels que la flexion ou encore la traction, afin de déterminer tout d’abord les caractéristiques propres de ce matériau, puis enfin de comparer les résultats obtenus avec la théorie de l’élasticité linéaire.

Ce domaine d’étude trouve de nombreuses applications notamment dans la surveillance de ouvrages tels que les ponts ou encore les barrages.

I.2 – Objectifs

Les objectifs principaux de cette étude sont :

- trouver les caractéristiques d’un matériau en étudiant la traction simple de celui-ci
-retrouver les caractéristiques de ce matériau par deux méthodes différentes en étudiant la flexion de celui-ci
-étudier l’influence d’une absence de matière au sein d’un matériau à l’aide d’une plaque trouée

II - Étude de la traction simple d'une éprouvette

Objectifs :
-Vérifier la linéarité entre contraintes et déformations.
-Mesurer le module d'Young et le coefficient de Poisson.

II.1 - Protocole expérimental

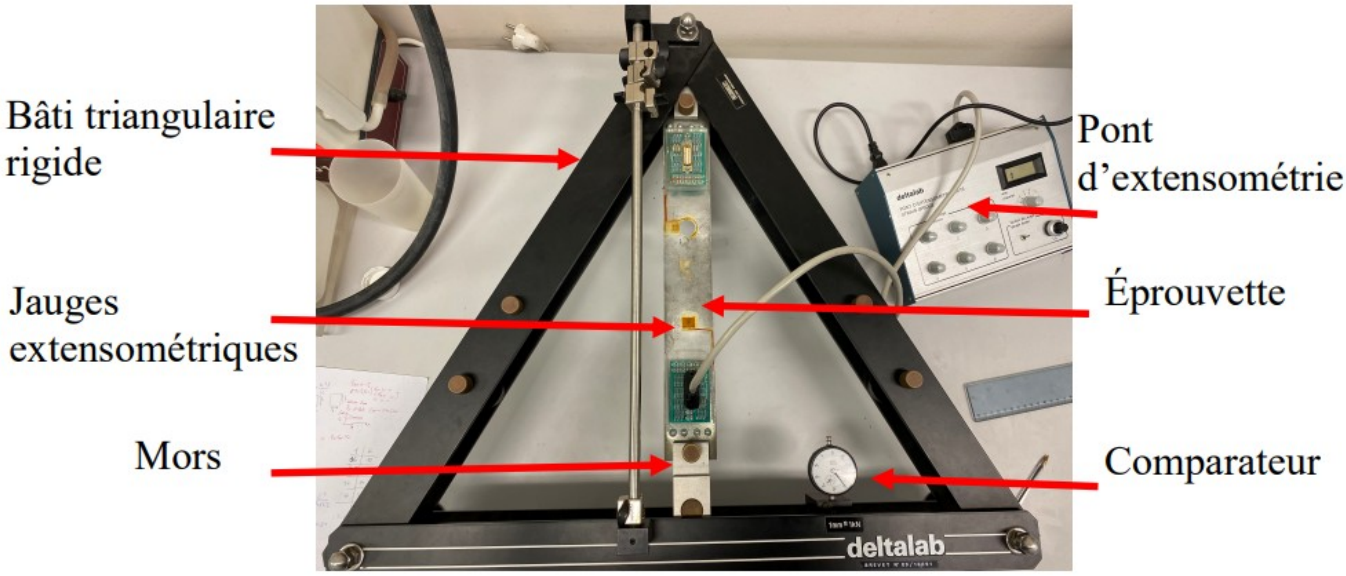


Figure 1 : *dispositif expérimental*

Pour réaliser l'étude de la déformation de l'éprouvette, il faut préalablement :

-Monter l'éprouvette en traction avec une légère pré-charge, pour aligner le dispositif dans la direction de la charge.

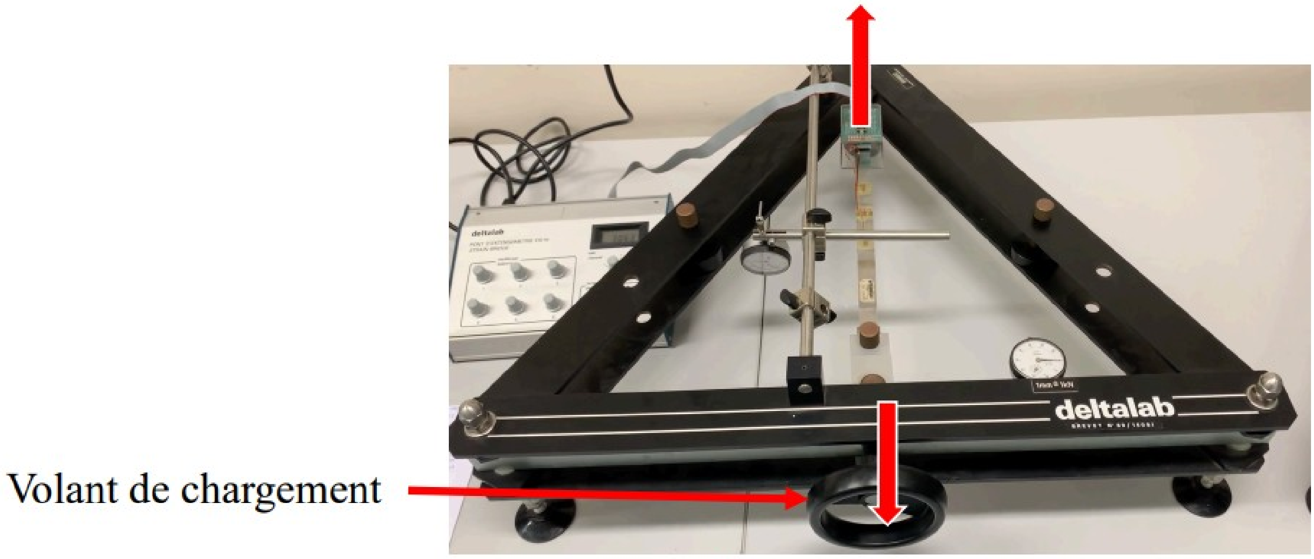
-Effectuer le zéro du comparateur de l'éprouvette étalonnée.

-Effectuer l'équilibrage des voies du pont d'extensiométrie.

Pour mesurer la déformation :

-On applique une force de traction dans la direction longitudinale allant de 200 N à 1000 N à l'aide du volant de chargement (Fig.2).

-On récupère la mesure de l'allongement longitudinale des jauges extensiométries sur le pont d'extensiométrie voie 1 et le rétrécissement transversal sur la voie 2. On remarque une précision de la mesure de la déformation de l'ordre de 2 µm/m.



$\vec{F}$: *force de traction*

Figure 2 : expérience de la traction simple

II.2 – Mesures

II.2.1 - Linéarité contraintes-déformations

On relève le déplacement relatif dans la direction longitudinale puis, on trace la courbe de la force appliquée en fonction de l'allongement relatif pour vérifier la linéarité contraintes-déformations (Fig.4). De plus en considérant la variation de section de l'éprouvette comme négligeable (car on applique des petites déformations), on a le tenseur des contraintes suivant :

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad (1)$$

Ici seule la contrainte normale dans la direction de traction est non nulle car on impose une traction dans la direction X sur la face de normale X (Fig.3).

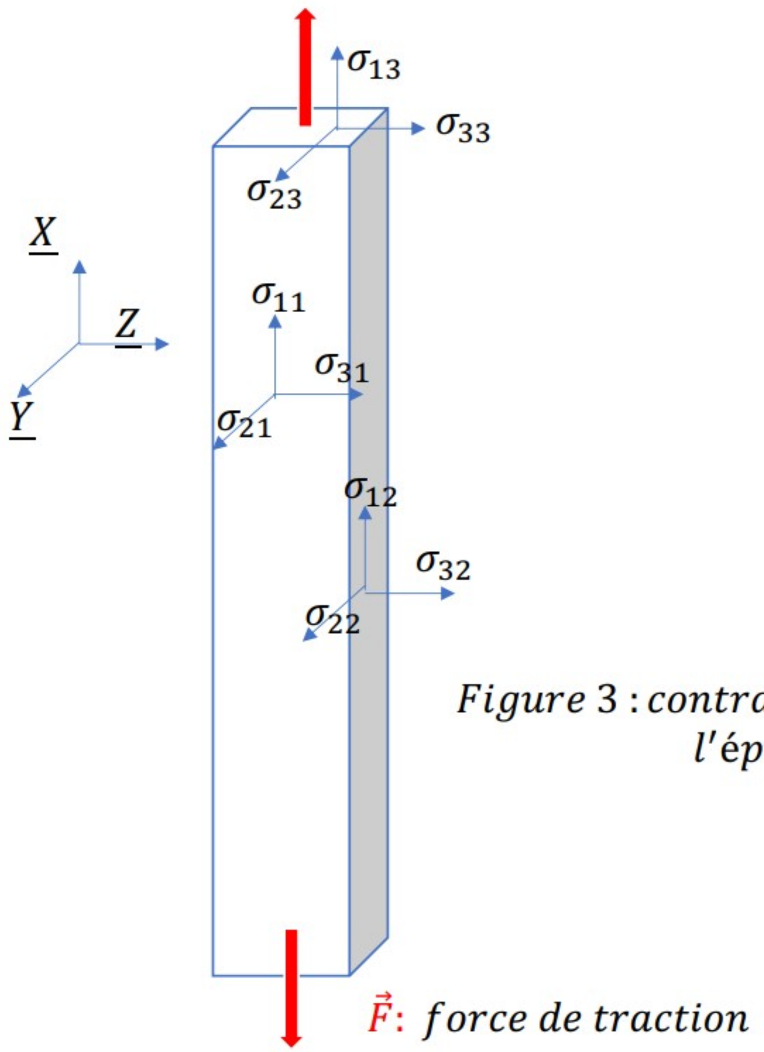


Figure 3 : contraintes appliquées sur l'éprouvette

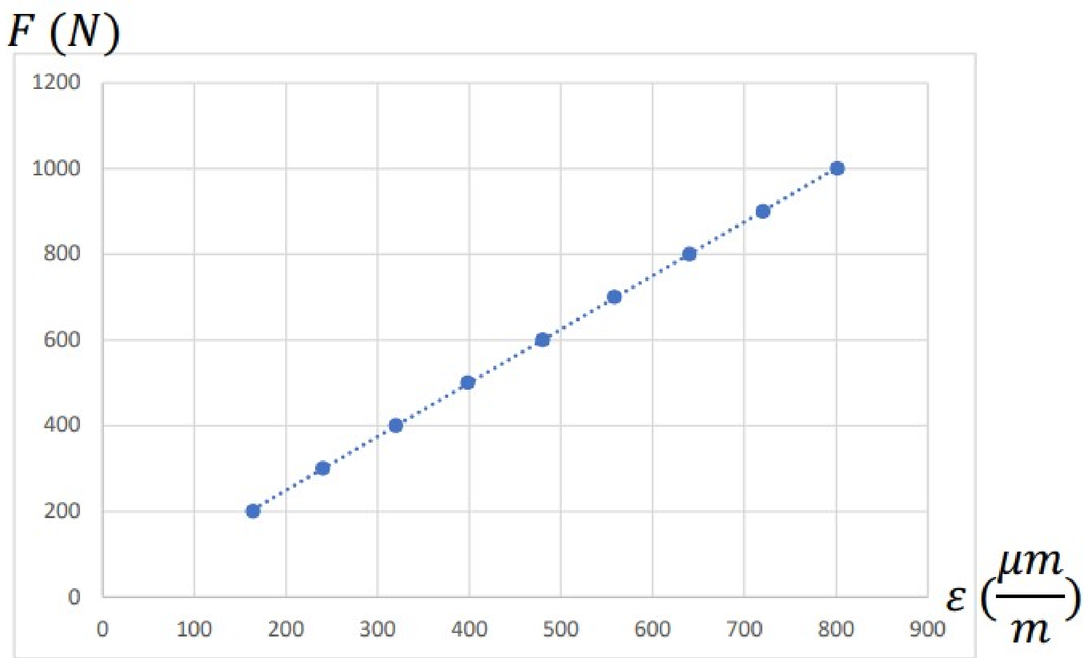


Figure 4 : Force en fonction de l'allongement relatif

On observe bien une relation de linéarité entre la force appliquée et l'allongement relatif de l'éprouvette.

II.2.2 – Module d'Young

On sait que :

$$\sigma_{11} = \frac{F}{S}$$

Ainsi comme nous sommes en régime d'élasticité linéaire on peut appliquer la loi de Hooke :

$$\epsilon = -\frac{\nu}{E} tr(\sigma) I_3 + \frac{1+\nu}{E}\sigma \quad (2)$$

Avec : E le module d'Young (Pa), ν le coefficient de poisson et ε le tenseur des petites déformations

De plus :

$$\epsilon = \begin{matrix} \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{matrix}$$

Avec :

$$\begin{cases} \epsilon_{11} = \frac{\sigma_{11}}{E} \\ \epsilon_{22} = \frac{-\nu\sigma_{11}}{E} \\ \epsilon_{33} = \frac{-\nu\sigma_{11}}{E} \end{cases} \quad \text{(3) d'après (1) et (2)}$$

Ainsi on obtient la relation : $\frac{F}{S} = \epsilon_{11} \mathrm{E} \Leftrightarrow \mathrm{E} = \frac{\mathrm{a}}{\mathrm{S}}$

avec a le coefficient directeur de la courbe de la figure 4.

On a S = 2,6. 10^{-5} m^2 et a = 2. 10^6 N , on trouve : $\boxed{\text{E = 77 GPa}}$

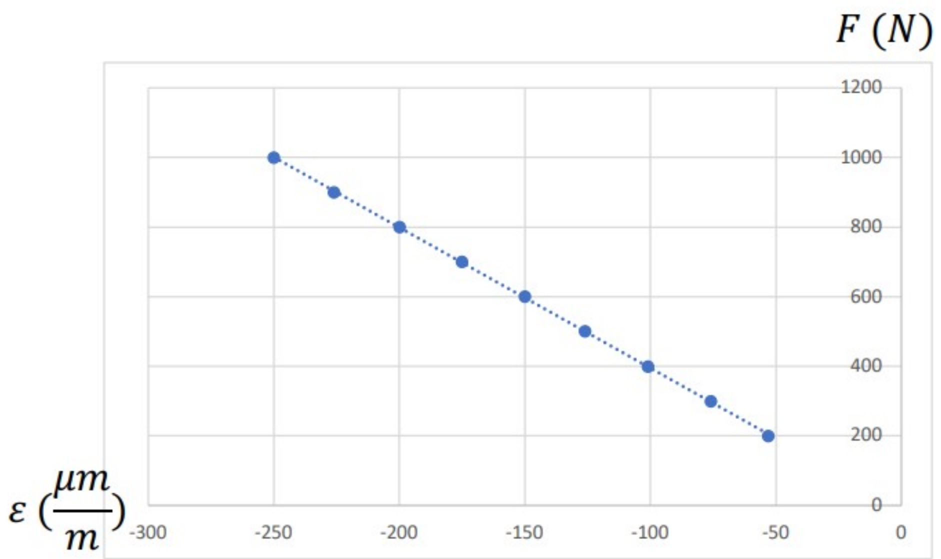
II.2.3 – Coefficient de Poisson

On obtient grâce à l'expression (3) : $$\epsilon_{33} = \frac{-\nu\sigma_{11}}{E} = \frac{-\nu\frac{F}{S}}{E}$$

où ϵ_{33} est l'allongement relatif dans la direction Z.

Donc $$-\nu = \frac{F}{S\epsilon_{33}E} = \frac{b}{SE}\ (2)$$

Avec b le coefficient directeur de la figure 5 et ici S = 2. 10^{-4} m^2 car ici on prend la surface latérale de l'éprouvette et non la surface à l'extrémité de l'éprouvette comme dans la partie précédente.



$Figure\ 5 : Force\ en\ fonction$ du rétrécissement transversale

Avec b = -4.10^6 N, on trouve $\boxed{\nu = 0.29.}$

Afin de limiter l'erreur sur la mesure du coefficient E, on peut trouver le coefficient de poisson d'une autre manière. Le coefficient de poisson s'exprime comme le rapport entre le rétrécissement transversal et l'allongement longitudinal.

Ainsi , $$|\nu| = \frac{\epsilon_{33}}{\epsilon_{11}}$$

On trace le rétrécissement en fonction de l'allongement :

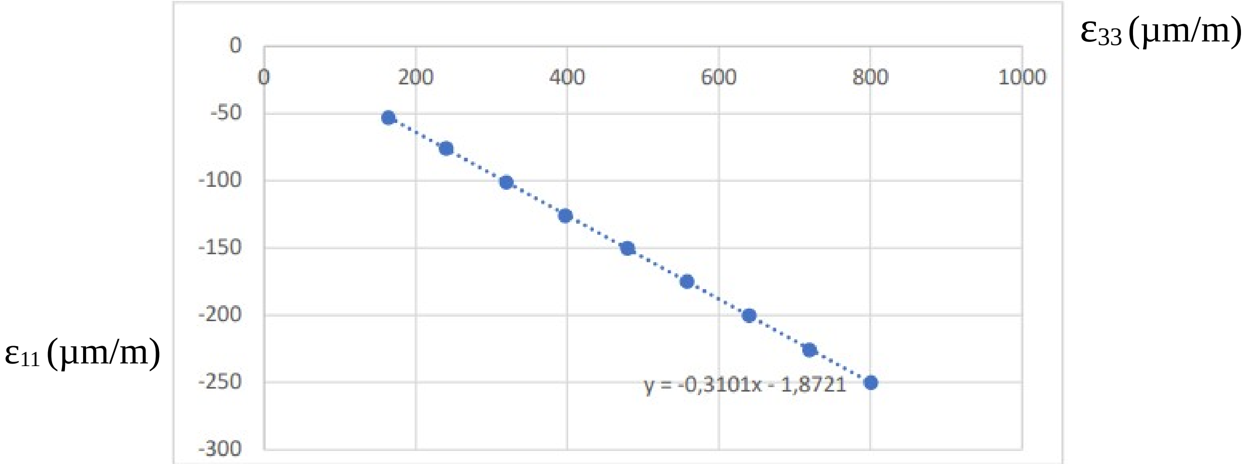


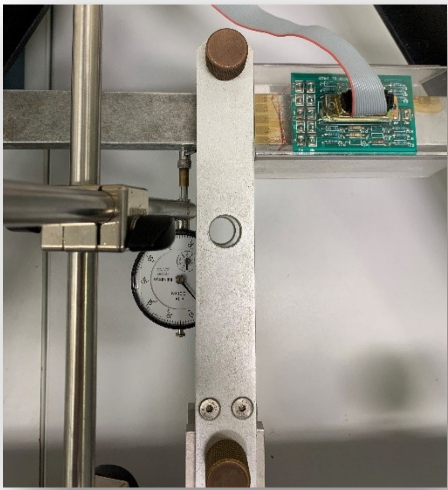
Figure 6 : rétrécissement transversal en fonction de l'allongement longitudinal

On obtient ainsi $\boxed{|\nu| = 0.31.}$

On retrouve quasiment le même résultat qu'avant, l'erreur est dûe à l'incertitude sur la mesure de la surface latérale et la mesure du coefficient de poisson dans la partie précédente.

III - Étude de la flexion d’une poutre :

Dans cette partie, on tire sur la poutre en son centre après l’avoir placée sur deux appuis, orthogonalement à l’axe de la contrainte que l’on impose.
Pour mesurer le module d’Young de la poutre, on dispose de deux méthodes utilisant des mesures différentes que sont :
· La mesure de la flèche grâce au comparateur.
· La mesure de la déformation relative.



III.1 - Méthode de la flèche :

La flèche de la poutre, qui représente son déplacement sous l'action de la force, est mesurée en utilisant un comparateur positionné là où la force est appliquée. Le module d’Young E est calculé en utilisant la relation entre la force F appliquée au centre de la poutre et le déplacement f, représenté par l'équation suivante :

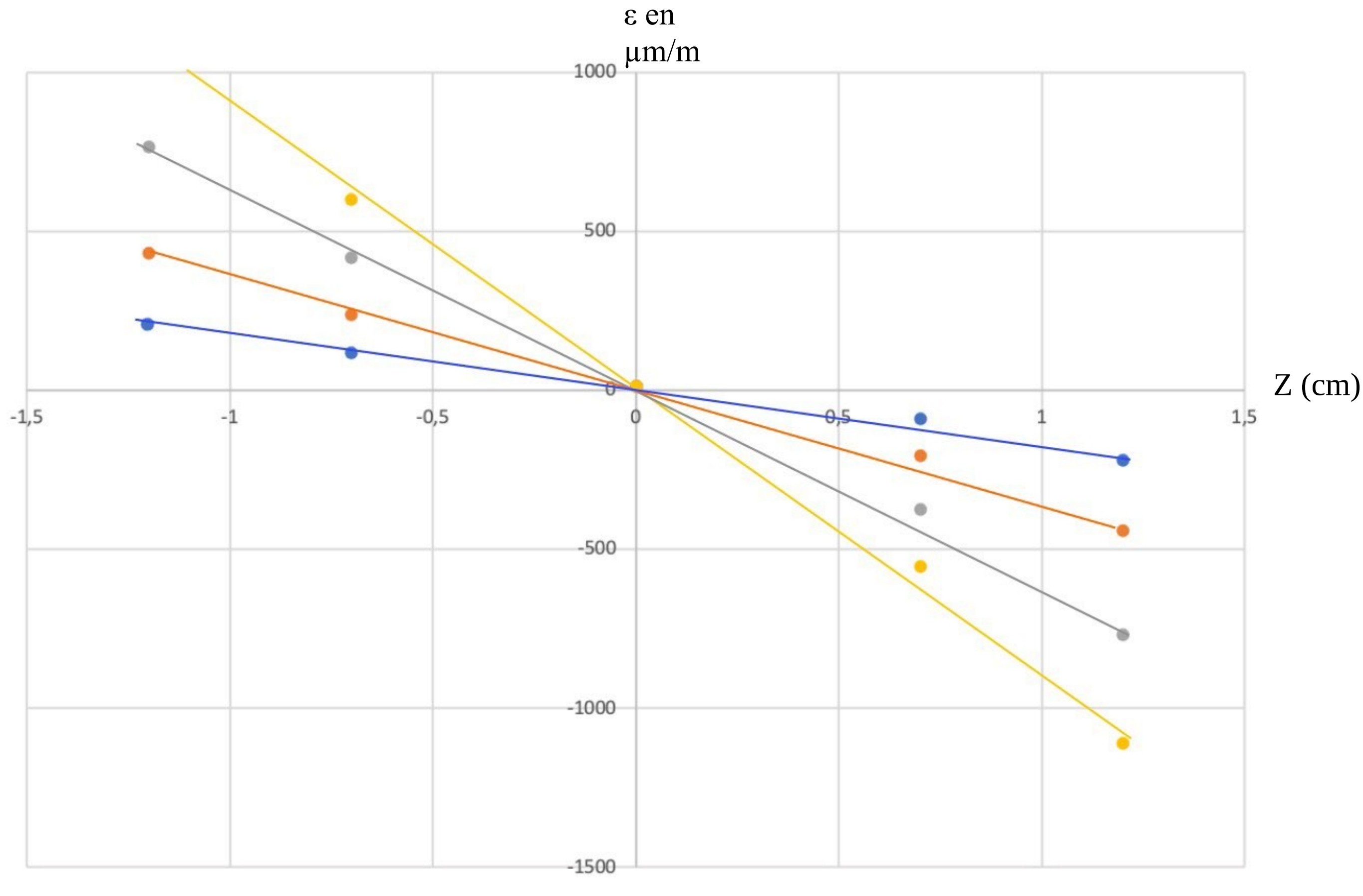
$$f=\frac{F L^3}{48 EI}$$

Avec :
- L la longueur entre les deux appuis (m)
- I le moment quadratique de la poutre par rapport à son axe principal selon la direction du moment fléchissant.

On reporte les mesures dans le tableau suivant et on trace la courbe de la flèche en fonction de la force appliquée :

i	Force	u(force)	f	u(f)
1	**100**	**2**	**0,09**	**0,02**
2	**200**	**2**	**0,185**	**0,02**
3	**300**	**2**	**0,28**	**0,02**
4	**400**	**2**	**0,37**	**0,02**
5	**500**	**2**	**0,46**	**0,02**

Mesures des forces appliquées (N) et déplacements (m) pour la traction à plat (Avec u l'incertitude)



Régression linéaire des déplacement (µm/m) en fonction de leurs positions Z (cm) pour différentes forces

On obtient une droite ayant pour équation :

f= k · Force

La raideur du matériau vaut, avec un intervalle de confiance à 95 : k = (599 ± 15)10^{-9} s^2 .kg^{-1} .On calcule de nouveau le moment quadratique de la poutre par rapport à son axe principal selon la direction du moment fléchissant (selon z ici) :

$$I = \frac{b h^3}{12}$$

Avec : b=3cm et h=1,5cm

Après avoir fait tous les calculs en utilisant la formule pour les incertitudes composées on obtient :

E=86GPa

III.2 -Méthode utilisant les jauges extensométriques :

L'objectif de cette méthode est toujours de déterminer le module d'Young du matériau mais en exploitant les mesures données par les jauges de déformation. On applique une seule force de contact sur la poutre, qui se fait selon un axe seulement et au niveau du centre de gravité du solide. Le champ des contraintes a donc pour forme :

$$\sum = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

On a σ11 = $-\frac{M}{I} z$ et M =$\frac{FL}{4}$

— z la position (m) des capteurs sur l'axe z

— M le moment exercé par les appuis sur la poutre (N.m)

D'où :

$$\varepsilon_{11} = \frac{F L}{4 I} z$$

On introduit ϵ11, le déplacement relatif de la poutre en flexion dépendant de F et de z.

On a :

$$\varepsilon_{11} = \sigma_{11}.E$$

Ainsi pour chaque valeur de la force appliquée on trace ε_{11} en fonction de z pour en déduire E.

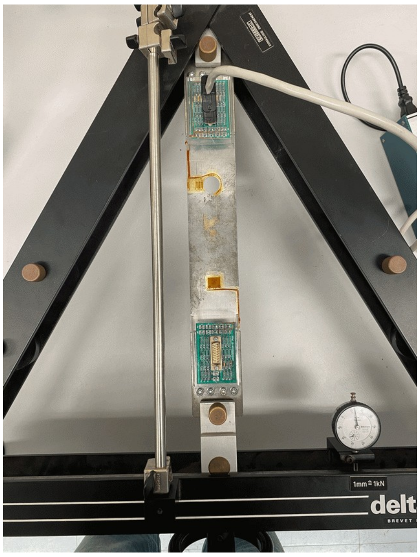
Force(N)	Coefficient directeur(m)	E(GPa)
100	-0,0024	124
200	-0,0055	108
300	-0,012	74
400	-0,012	99
500	-0,012	124

On calcule ensuite la valeur moyenne de E obtenue

$$\boxed{E=106GPa}$$

IV - Étude de la plaque percée

IV .1 - Introduction:



L'objectif de cette partie est d'étudier les déformations et les contraintes sur une plaque percée d'un trou.

Nous disposons d'une plaque d'aluminium trouée circulairement avec 6 jauges placées autour du trou, 4 placées parallèlement à gauche du trou perpendiculairement à la tangente au cercle à cet endroit et dans le même sens que l'axe de la plaque. Et deux autres placées autour du trou à des angles $\theta_1 = \frac{\pi}{2}$ et $\theta_2 = \frac{2\pi}{3}$.

Les jauges (1), (2), (3), (4) vont servir à déterminer les contraintes en fonction de la distance r au centre de la plaque, les jauges (5) et (6) à déterminer les contraintes en fontion de l'angle θ. On repère la position des jauges (5) et (6) grâce à l'angle θ compté positivement dans le sens anti-trigonométrique.

IV.2 - Approche théorique:

Le module d'Young et le coefficient de Poisson pour le matériau ont été calculés lors de l'étude des jauges en rosette (on utilise la même plaque). De plus, on admet que le champ des contraintes pour la plaque percée s'écrit ainsi:

$$\begin{aligned}
\sigma_{rr} &= \frac{F}{2S}(1-\frac{a^2}{r^2}) + \frac{F}{2S}(1+\frac{3a^4}{r^4}-\frac{4a^2}{r^2})\cos(2\theta) \\
\sigma_{\theta\theta} &= \frac{F}{2S}(1+\frac{a^2}{r^2}) - \frac{F}{2S}(1+\frac{3a^4}{r^4})\cos(2\theta) \\
\sigma_{r\theta} &= -\frac{F}{2S}(1-\frac{3a^4}{r^4}+\frac{2a^2}{r^2})\sin(2\theta) \\
\sigma_{rz} &= \sigma_{\theta z} = \sigma_{zz} = 0
\end{aligned}$$

Ici, F est la force de traction éxercée sur la plasque, S l'aire de la section droite et a est le rayon du trou circulaire.

On a alors notre tenseur des contraintes $\underline{\underline{\sigma}}$ au complet puisqu'il est symétrique.

IV.3 - Approche expérimentale

IV.3.1 - Contraintes en fonction de r

Pour cette partie, on utilise les jauges (1), (2), (3), (4). Pour une force donnée, ici on prend F=500N on regarde l'allongement relatif ϵ en fonction de r distance de la jauge au centre du trou. On obtient, après manipulations:

ϵ_1	ϵ_2	ϵ_3	ϵ_4
2,8	1,7	1,4	1,1
100	140	170	260

Tableau 1: allongement relatif en fonction de r

On peut alors tracer l'allongement relatif en fonction de la distance r au centre du cercle:

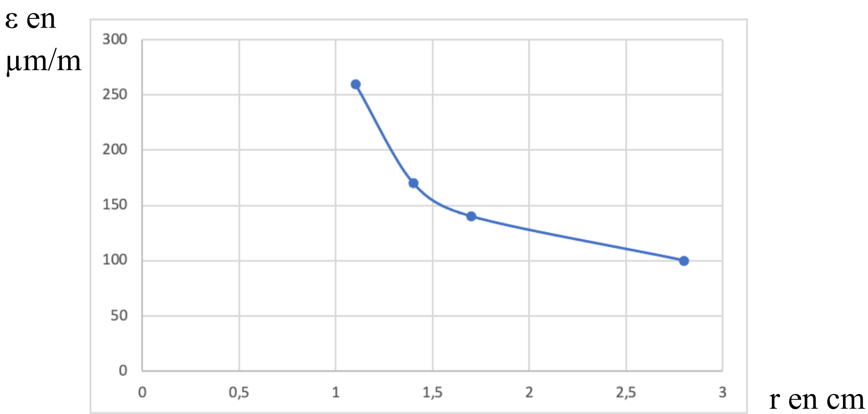


Figure : allongement relatif en fonction de r

<u>IV.3.2 - Contraintes en fonction de θ</u>

On retrouve une bonne cohérence eavec la formule théorique de σ_{rr} puisque l'allongement relatif est proportionnel à la contrainte (le module d'Young étant le coefficient de proportionnalité).

Ici, on utilise les jauges (4), (5), (6). De même, on applique toujours une force de F=500N, et on regarde l'allongement relatif des différents jauges placées autour du trou à des angles différents. On obtient alors, après manipulation, les résultats suivants:

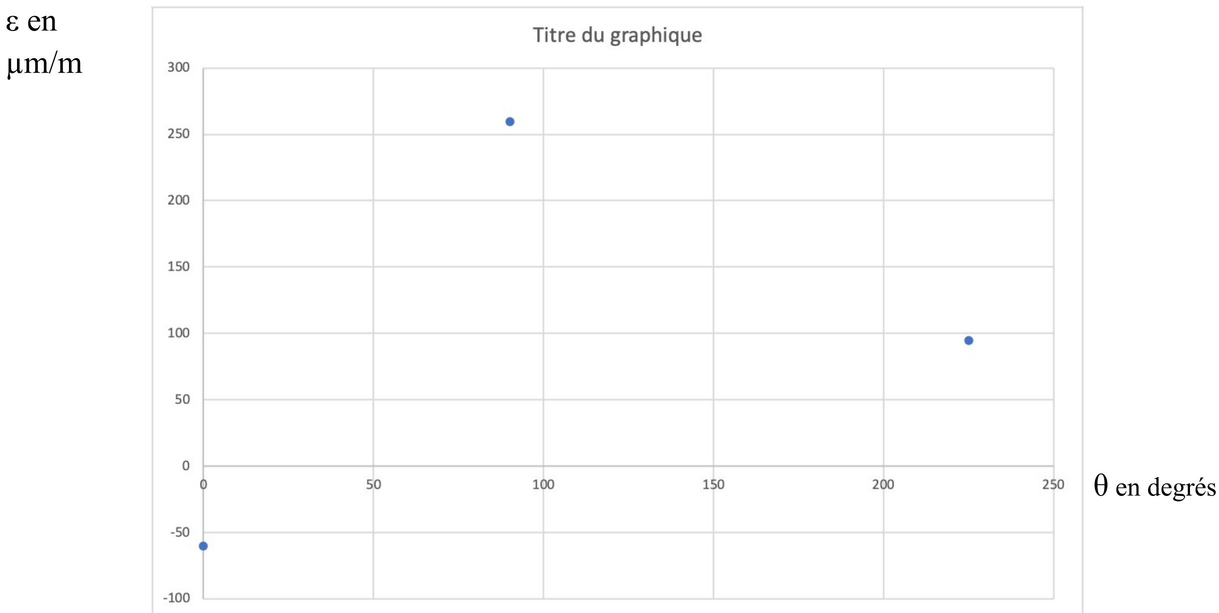


Figure : allongement relatif en fonction de θ

Il est alors difficile de se rendre compte si les points sont placés là où la théorie pourrait vérifier l'expérience. Mais en regardant l'écart entre les angles on se rend compte que les deux premiers sont beaucoup plus proches que les deux derniers. On peut en réalité tracer une sinusoïde qui oscille autour de la valeur du premier terme de $\sigma_{\theta\theta}$ du tenseur des contraintes et qui relie ces trois points de cette manière là:

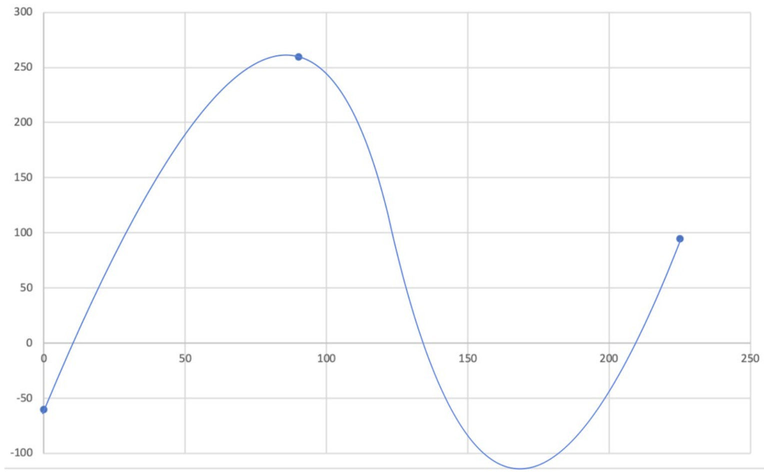


Figure : courbe théorique reliant les 3 valeurs de l'allongement relatif en fonction de θ obtenues expérimentalement

IV.4 - Conclusion

Tous ces résultats ont été assez proches des résultats attendus théoriquement et confirment plusieurs choses: les contraintes sont d'autant plus importantes sur un point de la plaque proche du trou et sont les plus importantes dans l'axe de la plaque, ce qui est normal pour une traction simple.

Simplement, vu le peu de jauges placées autour du trou circulaire, il est assez difficile de montrer que la contrainte suit une sinusoïde en fonction de θ, il serait donc très intéressant d'avoir deux ou trois jauges de plus autour du cercle, mais un autre problème se soulève alors, il n'y a pas assez de places autour du trou pour mettre trop de jauges.

V - Conclusion

Ces différentes études ont finalement permis de retrouver les caractéristiques propres du matériau utilisé (notamment son module d'Young ainsi que son coefficient de poisson) par différentes approches telles que la traction simple ou encore la flexion, et de comparer ces résultats avec la théorie de l'élasticité linéaire. Enfin, l'étude la plaque percée nous a informé sur l'influence d'une absence de matière au sein d'un matériau, ce qui découle sur de nombreuses applications (notamment l'étude des fissures,etc…).