

# **Theoretische Informatik: Blatt 9**

Abgabe bis 9. Oktober 2015  
Assistent: Sacha Krug, CHN D 42

**Linus Fessler, Markus Hauptner, Philipp Schimmelfennig**

## Aufgabe 7

Wir wollen zeigen, dass  $\text{NTIME}(f)$  unter Vereinigung abgeschlossen ist.

Seien  $L_1, L_2 \in \text{NTIME}(f)$ , dann gibt es nichtdeterministische MTMs  $M_1, M_2$  mit  $L(M_1) = L_1$  und  $L(M_2) = L_2$  und  $\text{Time}_{M_1}, \text{Time}_{M_2} \in \mathcal{O}(f(n))$ .

Wir konstruieren nun eine neue MTM  $M$  mit  $L(M) = L := L_1 \cup L_2$ .

$M$  simuliert dazu  $M_1$  und  $M_2$  gleichzeitig. Sobald eine von beiden akzeptiert, akzeptiert  $M$  ihre Eingabe. Falls beide verwerfen, verwirft auch  $M$ .

Falls nun also ein  $x$  in  $L_1$  oder  $L_2$  ist, wird  $M$  akzeptieren  $\Rightarrow x \in L$ . Um zu akzeptieren braucht  $M$  das Minimum der Zeit der beiden MTMs um zu akzeptieren. Daher ist  $\text{Time}_M(x) \in \mathcal{O}(x)$ . Daher folgt, dass  $L = L(M) \in \text{NTIME}(f)$ .