Westfälische
Wilhelms-Universität
Münster

Fachbereich 10
Mathematik und
Informatik

Kubische Komplexe, Kazhdans Eigenschaft (T) und Eigenschaft F^sC_*

Seminar zur Gruppentheorie und Geometrie:
Kazhdan- und Haagerup-Eigenschaften von Gruppen

Phil Steinhorst

p.st@wwu.de

07. Mai 2015

Inhalt

- Kubische Komplexe: Definitionen, Eigenschaften und Beispiele

Inhalt

- Kubische Komplexe: Definitionen, Eigenschaften und Beispiele
- Eigenschaft F^sC_*

Inhalt

- Kubische Komplexe: Definitionen, Eigenschaften und Beispiele
- Eigenschaft $\mathrm{F^sC_*}$
- Ein Resultat über Gruppenwirkungen auf bestimmte kubische Komplexe:

Inhalt

- Kubische Komplexe: Definitionen, Eigenschaften und Beispiele
- Eigenschaft $\mathrm{F}^{\mathrm{s}}\mathrm{C}_*$
- Ein Resultat über Gruppenwirkungen auf bestimmte kubische Komplexe:

Theorem

Sei X ein vollständiger CAT(0) kubischer Komplex und G eine endlich erzeugte Gruppe, die die Kazhdan-Eigenschaft (T) erfüllt. Dann hat jede simpliziale Wirkung von G auf X einen globalen Fixpunkt.

Kubische Komplexe

Kubische Komplexe

Würfel, Seite, Dimension

- *n*-**Würfel:** $C = \begin{cases} [0,1]^n \subseteq \mathbb{R}^n, & n \geq 1 \\ \{0\} & n = 0 \end{cases}$

Kubische Komplexe

Würfel, Seite, Dimension

- *n*-**Würfel:** $C = \begin{cases} [0,1]^n \subseteq \mathbb{R}^n, & n \geq 1 \\ \{0\} & n = 0 \end{cases}$
- **Seite:** $F = F_1 \times F_2 \times \ldots \times F_n \subseteq C$ mit $F_i \in \{\{0\}, \{1\}, [0,1]\}$.

Kubische Komplexe

Würfel, Seite, Dimension

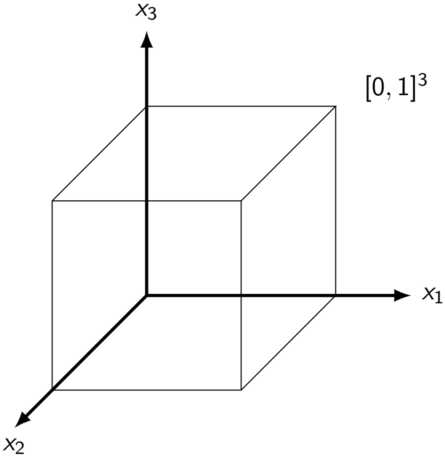
- *n*-**Würfel:** $C = \begin{cases} [0,1]^n \subseteq \mathbb{R}^n, & n \geq 1 \\ \{0\} & n = 0 \end{cases}$
- **Seite:** $F = F_1 \times F_2 \times \ldots \times F_n \subseteq C$ mit $F_i \in \{\{0\}, \{1\}, [0,1]\}$.
- d_C: euklidische Metrik des $\mathbb{R}^n$ auf C

Kubische Komplexe

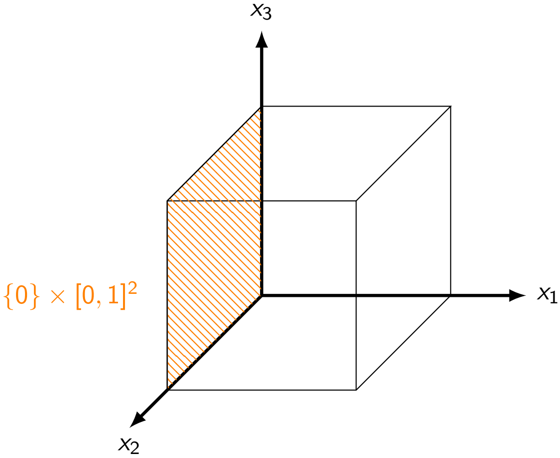
Würfel, Seite, Dimension

- n-**Würfel:** $C = \begin{cases} [0,1]^n \subseteq \mathbb{R}^n, & n \geq 1 \\ \{0\} & n = 0 \end{cases}$
- **Seite:** $F = F_1 \times F_2 \times \ldots \times F_n \subseteq C$ mit $F_i \in \{\{0\}, \{1\}, [0,1]\}$.
- d_C: euklidische Metrik des $\mathbb{R}^n$ auf C
- **Dimension:** $\dim(C) := n$.

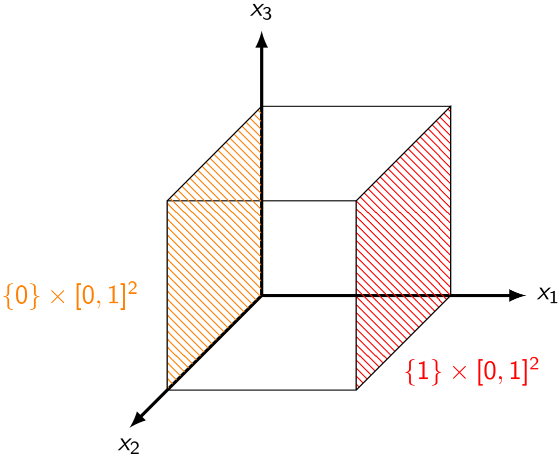
Kubische Komplexe



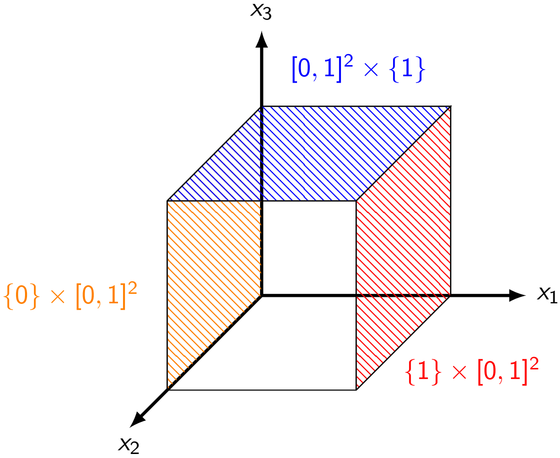
Kubische Komplexe



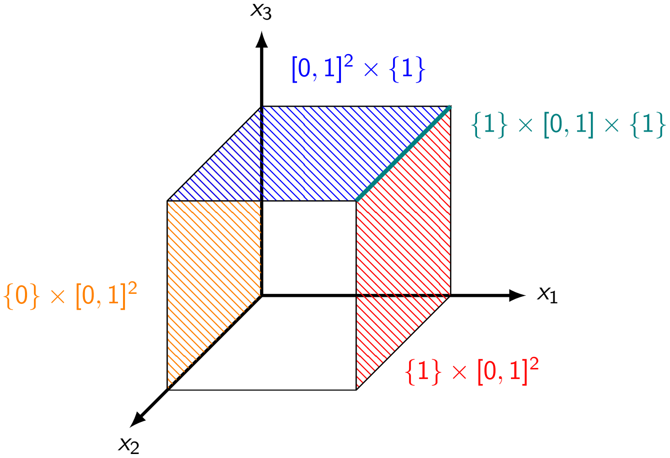
Kubische Komplexe



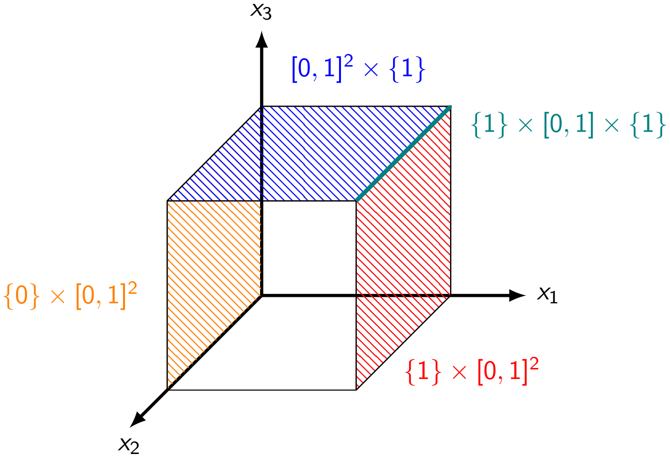
Kubische Komplexe



Kubische Komplexe



Kubische Komplexe



Bemerkung

Der Schnitt zweier Seiten von C ist entweder leer oder wieder eine Seite von C.

Kubische Komplexe

Klebung

C_1, C_2: Würfel, $F_1 \subseteq C_1, F_2 \subseteq C_2$: Seiten

Kubische Komplexe

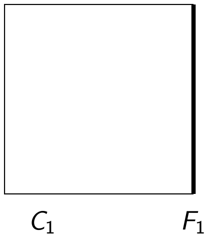
Klebung

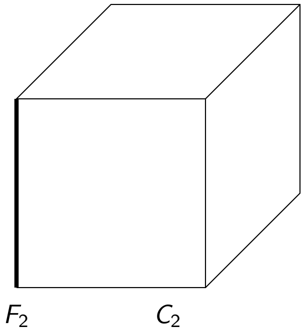
C_1, C_2: Würfel, $F_1 \subseteq C_1, F_2 \subseteq C_2$: Seiten
Eine **Klebung** ist eine bijektive Isometrie $\varphi\colon F_1 \to F_2$.

Kubische Komplexe

Klebung

C_1, C_2: Würfel, $F_1 \subseteq C_1, F_2 \subseteq C_2$: Seiten
Eine **Klebung** ist eine bijektive Isometrie $\varphi\colon F_1 \to F_2$.

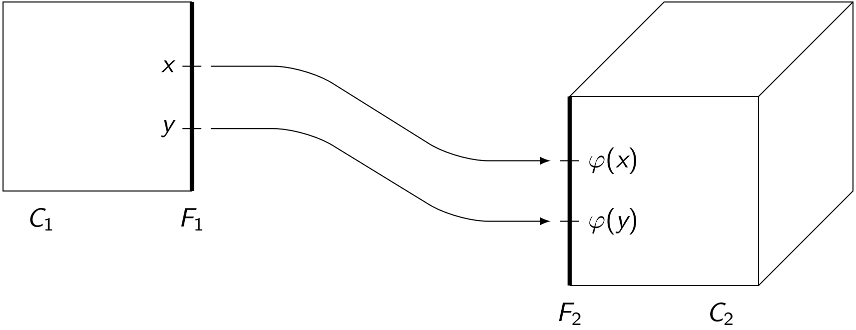




Kubische Komplexe

Klebung

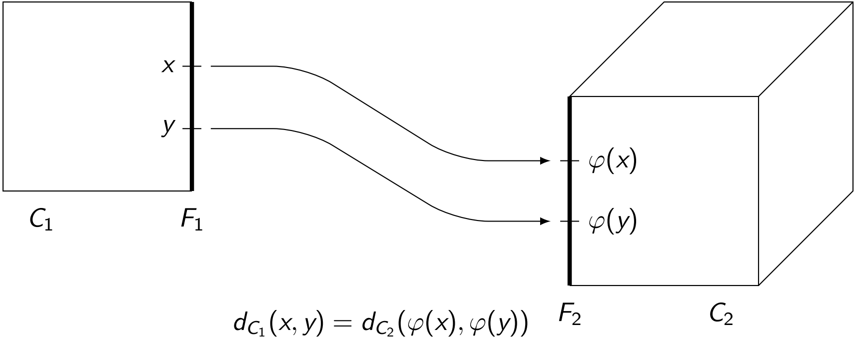
C_1, C_2: Würfel, $F_1 \subseteq C_1, F_2 \subseteq C_2$: Seiten
Eine **Klebung** ist eine bijektive Isometrie $\varphi\colon F_1 \to F_2$.



Kubische Komplexe

Klebung

C_1, C_2: Würfel, $F_1 \subseteq C_1, F_2 \subseteq C_2$: Seiten
Eine **Klebung** ist eine bijektive Isometrie $\varphi\colon F_1 \to F_2$.



$$d_{C_1}(x, y) = d_{C_2}(\varphi(x), \varphi(y))$$

Kubische Komplexe

Definition: Kubischer Komplex

$\mathcal{C}$: Familie von Würfeln, $\mathcal{S}$: Familie von Klebungen von Würfeln in $\mathcal{C}$

Kubische Komplexe

Definition: Kubischer Komplex

$\mathcal{C}$: Familie von Würfeln, $\mathcal{S}$: Familie von Klebungen von Würfeln in $\mathcal{C}$ mit folgenden Eigenschaften:

(i) Kein Würfel ist mit sich selbst verklebt.

(ii) Je zwei Würfel aus $\mathcal{C}$ sind höchstens einmal miteinander verklebt.

Kubische Komplexe

Definition: Kubischer Komplex

$\mathcal{C}$: Familie von Würfeln, $\mathcal{S}$: Familie von Klebungen von Würfeln in $\mathcal{C}$ mit folgenden Eigenschaften:

(i) Kein Würfel ist mit sich selbst verklebt.

(ii) Je zwei Würfel aus $\mathcal{C}$ sind höchstens einmal miteinander verklebt.

Äquivalenzrelation auf $\sqcup_{C\in\mathcal{C}} C$:

Kubische Komplexe

Definition: Kubischer Komplex

$\mathcal{C}$: Familie von Würfeln, $\mathcal{S}$: Familie von Klebungen von Würfeln in $\mathcal{C}$ mit folgenden Eigenschaften:

(i) Kein Würfel ist mit sich selbst verklebt.

(ii) Je zwei Würfel aus $\mathcal{C}$ sind höchstens einmal miteinander verklebt.

Äquivalenzrelation auf $\sqcup_{C\in\mathcal{C}} C$:

$$x \sim y :\Leftrightarrow \text{ es existiert ein } \varphi \in \mathcal{S} \text{ mit } x \in \mathrm{dom}(\varphi) \text{ und } \varphi(x) = y$$

Kubische Komplexe

Definition: Kubischer Komplex

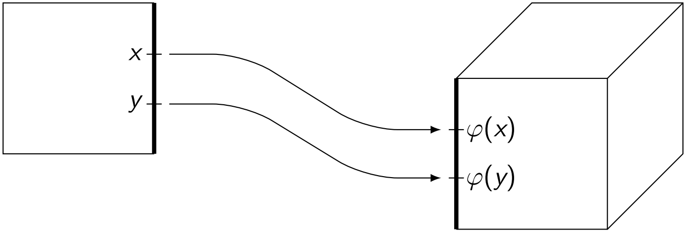
$\mathcal{C}$: Familie von Würfeln, $\mathcal{S}$: Familie von Klebungen von Würfeln in $\mathcal{C}$ mit folgenden Eigenschaften:

(i) Kein Würfel ist mit sich selbst verklebt.

(ii) Je zwei Würfel aus $\mathcal{C}$ sind höchstens einmal miteinander verklebt.

Äquivalenzrelation auf $\sqcup_{C \in \mathcal{C}} C$:

$$x \sim y :\Leftrightarrow \text{ es existiert ein } \varphi \in \mathcal{S} \text{ mit } x \in \mathrm{dom}(\varphi) \text{ und } \varphi(x) = y$$

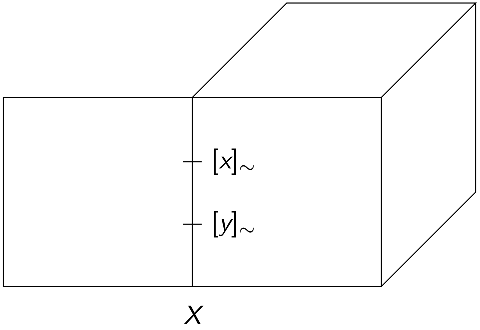


Kubische Komplexe

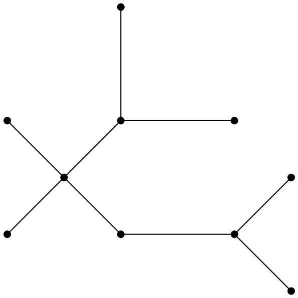
Definition: Kubischer Komplex (Forts.)

Kubischer Komplex:

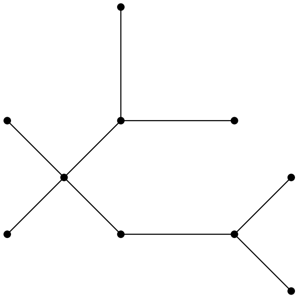
$$X := \left(\bigsqcup_{C \in \mathcal{C}} C \right) \Big/ \sim .$$

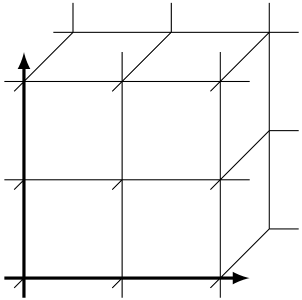


Beispiele für Kubische Komplexe

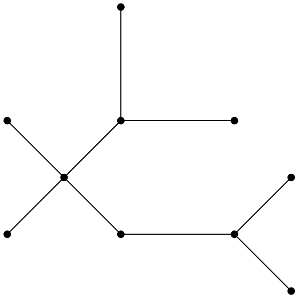


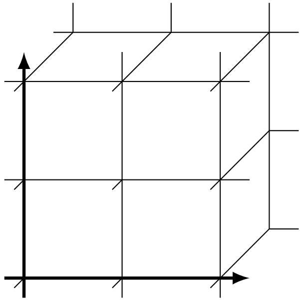
Beispiele für Kubische Komplexe

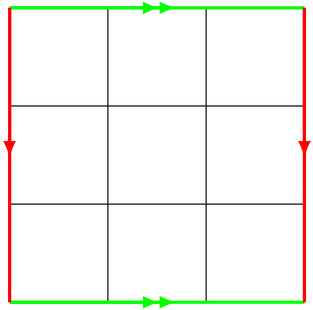




Beispiele für Kubische Komplexe







Zusammenhang

Weg

X: kubischer Komplex, $x, y \in X$.
Ein **Weg** von x nach y in X ist eine endliche Folge $\sigma = (x_0, \ldots, x_m) \subseteq X$ mit $x_0 = x$ und $x_m = y$, sodass gilt:

Zusammenhang

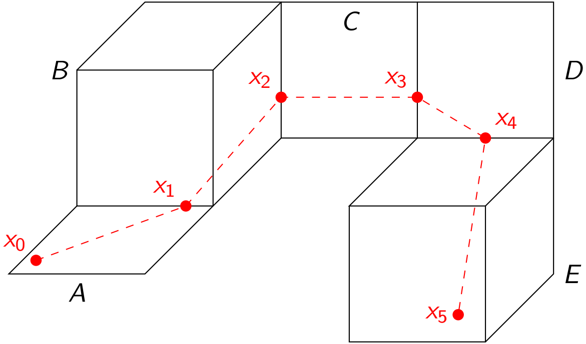
Weg

X: kubischer Komplex, $x, y \in X$.
Ein **Weg** von x nach y in X ist eine endliche Folge $\sigma = (x_0, \ldots, x_m) \subseteq X$ mit $x_0 = x$ und $x_m = y$, sodass gilt:
Für alle $0 \leq i \leq m-1$ existiert ein Würfel C_i von X mit $x_i, x_{i+1} \in C_i$.

Zusammenhang

Weg

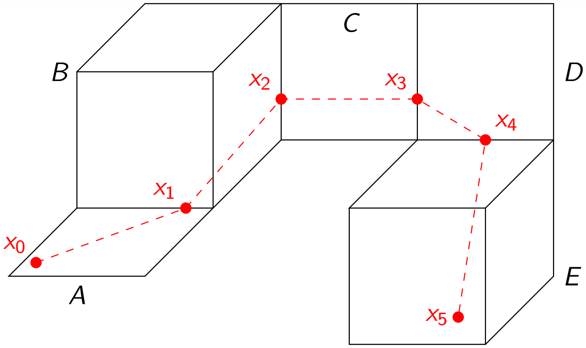
X: kubischer Komplex, $x, y \in X$.
Ein **Weg** von x nach y in X ist eine endliche Folge $\sigma = (x_0, \ldots, x_m) \subseteq X$ mit $x_0 = x$ und $x_m = y$, sodass gilt:
Für alle $0 \leq i \leq m-1$ existiert ein Würfel C_i von X mit $x_i, x_{i+1} \in C_i$.



Zusammenhang

Weg

X: kubischer Komplex, $x, y \in X$.
Ein **Weg** von x nach y in X ist eine endliche Folge $\sigma = (x_0, \ldots, x_m) \subseteq X$ mit $x_0 = x$ und $x_m = y$, sodass gilt:
Für alle $0 \leq i \leq m-1$ existiert ein Würfel C_i von X mit $x_i, x_{i+1} \in C_i$.

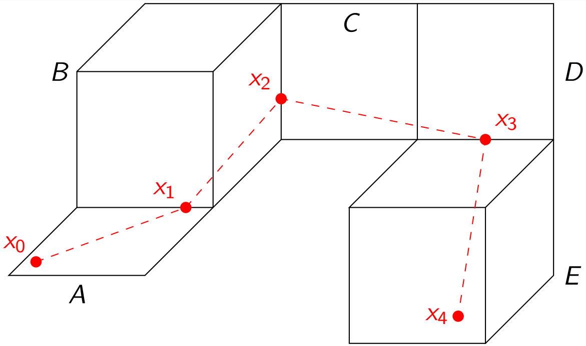


$x_0, x_1 \in A$
$x_1, x_2 \in B$
$x_2, x_3 \in C$
$x_3, x_4 \in D$
$x_4, x_5 \in E$
$\rightarrow$ Weg von x_0 nach x_5

Zusammenhang

Weg

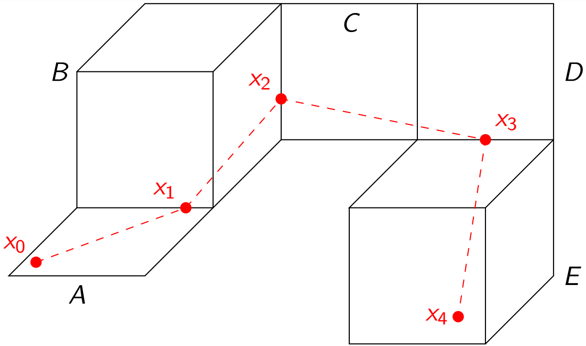
X: kubischer Komplex, $x, y \in X$.
Ein **Weg** von x nach y in X ist eine endliche Folge $\sigma = (x_0, \ldots, x_m) \subseteq X$ mit $x_0 = x$ und $x_m = y$, sodass gilt:
Für alle $0 \leq i \leq m-1$ existiert ein Würfel C_i von X mit $x_i, x_{i+1} \in C_i$.



Zusammenhang

Weg

X: kubischer Komplex, $x, y \in X$.
Ein **Weg** von x nach y in X ist eine endliche Folge $\sigma = (x_0, \ldots, x_m) \subseteq X$ mit $x_0 = x$ und $x_m = y$, sodass gilt:
Für alle $0 \leq i \leq m-1$ existiert ein Würfel C_i von X mit $x_i, x_{i+1} \in C_i$.

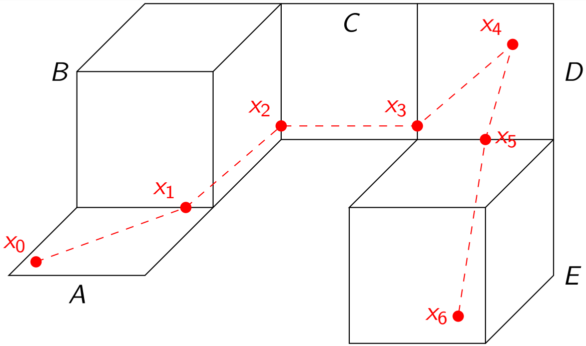


$x_2 \in B, C$
$x_3 \in D, E$
$\rightarrow$ kein Weg!

Zusammenhang

Weg

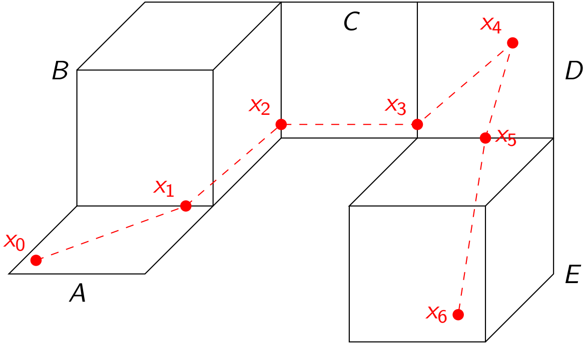
X: kubischer Komplex, $x, y \in X$.
Ein **Weg** von x nach y in X ist eine endliche Folge $\sigma = (x_0, \ldots, x_m) \subseteq X$ mit $x_0 = x$ und $x_m = y$, sodass gilt:
Für alle $0 \leq i \leq m-1$ existiert ein Würfel C_i von X mit $x_i, x_{i+1} \in C_i$.



Zusammenhang

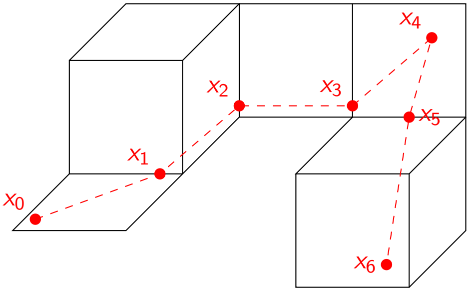
Weg

X: kubischer Komplex, $x, y \in X$.
Ein **Weg** von x nach y in X ist eine endliche Folge $\sigma = (x_0, \ldots, x_m) \subseteq X$ mit $x_0 = x$ und $x_m = y$, sodass gilt:
Für alle $0 \leq i \leq m-1$ existiert ein Würfel C_i von X mit $x_i, x_{i+1} \in C_i$.



$x_0, x_1 \in A$
$x_1, x_2 \in B$
$x_2, x_3 \in C$
$x_3, x_4 \in D$
$x_4, x_5 \in D$
$x_5, x_6 \in E$
$\rightarrow$ Weg von x_0 nach x_6

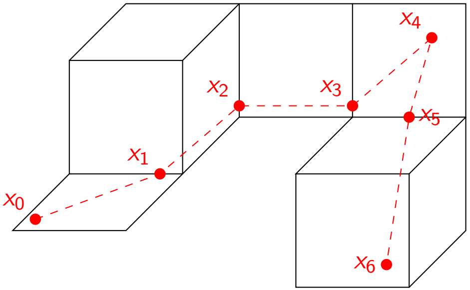
Zusammenhang



Länge eines Weges

X: kubischer Komplex, $\sigma = (x_0, \ldots x_m)$: Weg in X mit $x_i, x_{i+1} \in C_i$

Zusammenhang



Länge eines Weges

X: kubischer Komplex, $\sigma = (x_0, \dots x_m)$: Weg in X mit $x_i, x_{i+1} \in C_i$
Die **Länge** von σ ist gegeben durch:

$$\ell(\sigma) := \sum_{i=0}^{m-1} d_{C_i}(x_i, x_{i+1})$$

Kubische Komplexe als metrische Räume

Länge eines Weges

X: kubischer Komplex, $\sigma = (x_0, \dots x_m)$: Weg in X mit $x_i, x_{i+1} \in C_i$
Die **Länge** von σ ist gegeben durch:

$$\ell(\sigma) := \sum_{i=0}^{m-1} d_{C_i}(x_i, x_{i+1})$$

Längenmetrik

X: **wegzusammenhängender** kubischer Komplex, d.h. für alle $x, y \in X$ existiert Weg von x nach y.

Kubische Komplexe als metrische Räume

Länge eines Weges

X: kubischer Komplex, $\sigma = (x_0, \ldots x_m)$: Weg in X mit $x_i, x_{i+1} \in C_i$
Die **Länge** von σ ist gegeben durch:

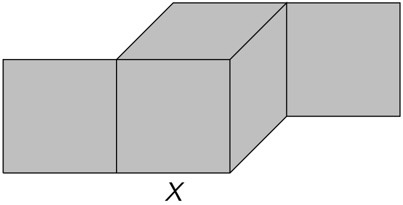
$$\ell(\sigma) := \sum_{i=0}^{m-1} d_{C_i}(x_i, x_{i+1})$$

Längenmetrik

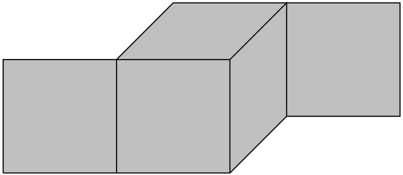
X: **wegzusammenhängender** kubischer Komplex, d.h. für alle $x, y \in X$ existiert Weg von x nach y.
Definiere die **Längenmetrik** durch:

$$\begin{aligned} d\colon X \times X &\longrightarrow \mathbb{R} \\ (x, y) &\longmapsto \inf\{\ell(\sigma) : \sigma \text{ ist Weg von } x \text{ nach } y \text{ in } X\} \end{aligned}$$

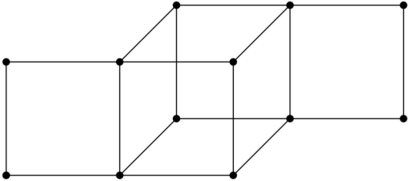
Kubische Komplexe als metrische Räume



Kubische Komplexe als metrische Räume

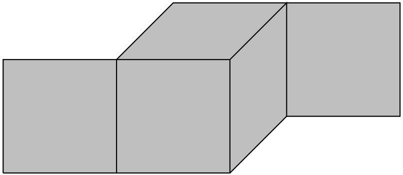


X

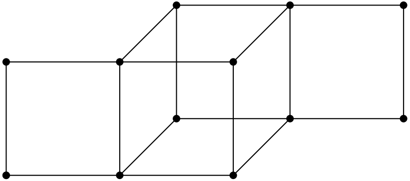


$X^{(1)}$

Kubische Komplexe als metrische Räume



X



$X^{(1)}$

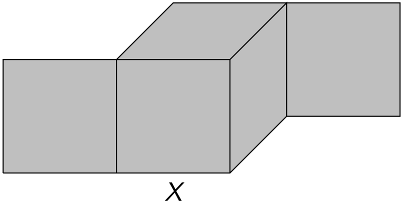
simpliziale Metrik

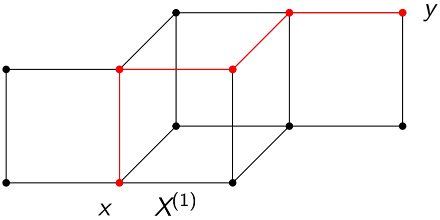
Die Abbildung

$$\begin{aligned} D\colon X^{(0)} \times X^{(0)} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ (x,y) &\longmapsto \inf\{\ell(\sigma) : \sigma \text{ ist Weg von } x \text{ nach } y \text{ in } X^{(1)}\} \end{aligned}$$

heißt **simpliziale Metrik** auf X. Es gilt $d(x,y) \leq D(x,y)$.

Kubische Komplexe als metrische Räume





simpliziale Metrik

Die Abbildung

$$D \colon X^{(0)} \times X^{(0)} \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$(x, y) \longmapsto \inf\{\ell(\sigma) : \sigma \text{ ist Weg von } x \text{ nach } y \text{ in } X^{(1)}\}$$

heißt **simpliziale Metrik** auf X. Es gilt $d(x, y) \leq D(x, y)$.

Hyperebenen in kubischen Komplexen

Mittelwürfel

Sei $C := [0,1]^n$. Der i-te **Mittelwürfel**, $1 \leq i \leq n$, ist gegeben durch

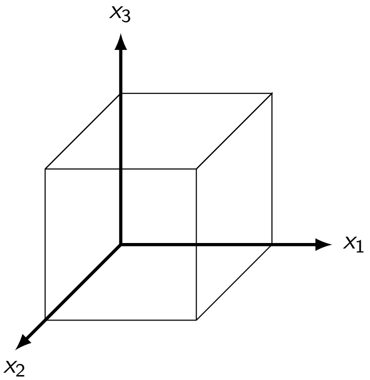
$$M_i := \left\{ x \in C : x_i = \frac{1}{2} \right\} = [0,1]^{i-1} \times \left\{ \frac{1}{2} \right\} \times [0,1]^{n-i}$$

Hyperebenen in kubischen Komplexen

Mittelwürfel

Sei $C := [0,1]^n$. Der i-te **Mittelwürfel**, $1 \leq i \leq n$, ist gegeben durch

$$M_i := \left\{ x \in C : x_i = \frac{1}{2} \right\} = [0,1]^{i-1} \times \left\{ \frac{1}{2} \right\} \times [0,1]^{n-i}$$

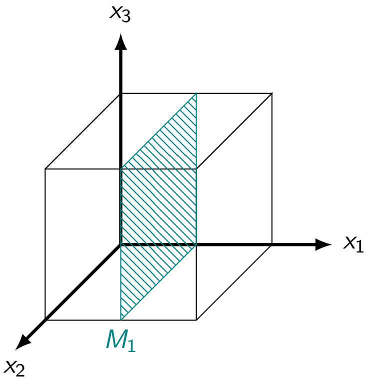


Hyperebenen in kubischen Komplexen

Mittelwürfel

Sei $C := [0,1]^n$. Der i-te **Mittelwürfel**, $1 \leq i \leq n$, ist gegeben durch

$$M_i := \left\{ x \in C : x_i = \frac{1}{2} \right\} = [0,1]^{i-1} \times \left\{ \frac{1}{2} \right\} \times [0,1]^{n-i}$$

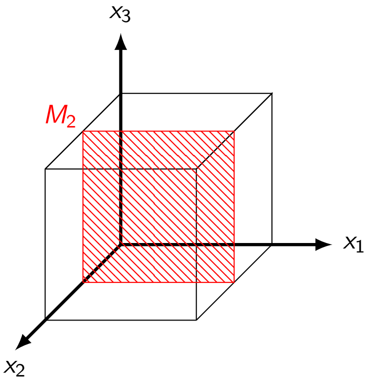


Hyperebenen in kubischen Komplexen

Mittelwürfel

Sei $C := [0,1]^n$. Der i-te **Mittelwürfel**, $1 \leq i \leq n$, ist gegeben durch

$$M_i := \left\{ x \in C : x_i = \frac{1}{2} \right\} = [0,1]^{i-1} \times \left\{ \frac{1}{2} \right\} \times [0,1]^{n-i}$$

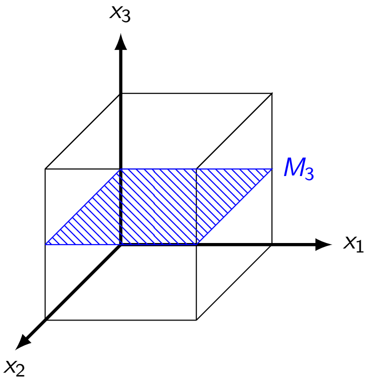


Hyperebenen in kubischen Komplexen

Mittelwürfel

Sei $C := [0,1]^n$. Der i-te **Mittelwürfel**, $1 \leq i \leq n$, ist gegeben durch

$$M_i := \left\{ x \in C : x_i = \frac{1}{2} \right\} = [0,1]^{i-1} \times \left\{ \frac{1}{2} \right\} \times [0,1]^{n-i}$$

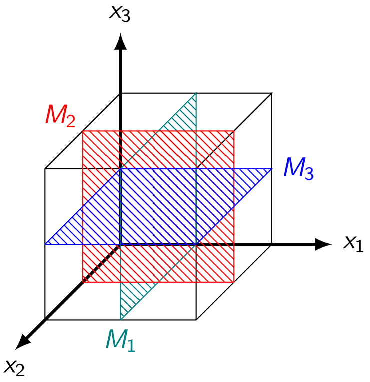


Hyperebenen in kubischen Komplexen

Mittelwürfel

Sei $C := [0,1]^n$. Der i-te **Mittelwürfel**, $1 \leq i \leq n$, ist gegeben durch

$$M_i := \left\{ x \in C : x_i = \frac{1}{2} \right\} = [0,1]^{i-1} \times \left\{ \frac{1}{2} \right\} \times [0,1]^{n-i}$$



Hyperebenen in kubischen Komplexen

quadratäquivalent

X: kubischer Komplex. Betrachte die durch

$$e \parallel e' \quad :\Leftrightarrow \quad e \text{ liegt gegenüber } e' \text{ in einem 2-Würfel von } X$$

erzeugte Äquivalenzrelation auf der Menge der Kanten (1-Würfel) von X. e und e' heißen **quadratäquivalent**, wenn gilt: $e \parallel e'$.

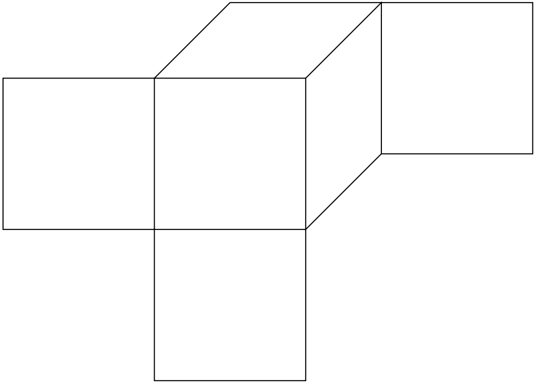
Hyperebenen in kubischen Komplexen

quadratäquivalent

X: kubischer Komplex. Betrachte die durch

$$e \parallel e' \quad :\Leftrightarrow \quad e \text{ liegt gegenüber } e' \text{ in einem 2-Würfel von } X$$

erzeugte Äquivalenzrelation auf der Menge der Kanten (1-Würfel) von X. e und e' heißen **quadratäquivalent**, wenn gilt: $e \parallel e'$.



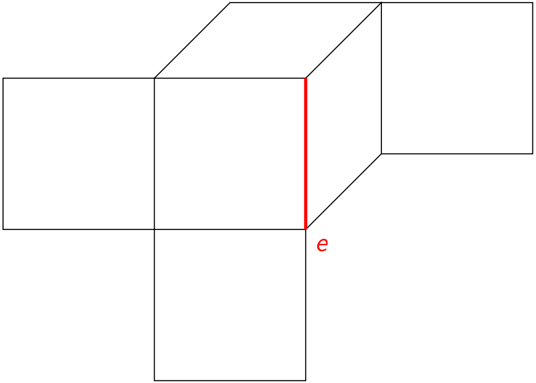
Hyperebenen in kubischen Komplexen

quadratäquivalent

X: kubischer Komplex. Betrachte die durch

$$e \parallel e' \quad :\Leftrightarrow \quad e \text{ liegt gegenüber } e' \text{ in einem 2-Würfel von } X$$

erzeugte Äquivalenzrelation auf der Menge der Kanten (1-Würfel) von X. e und e' heißen **quadratäquivalent**, wenn gilt: $e \parallel e'$.



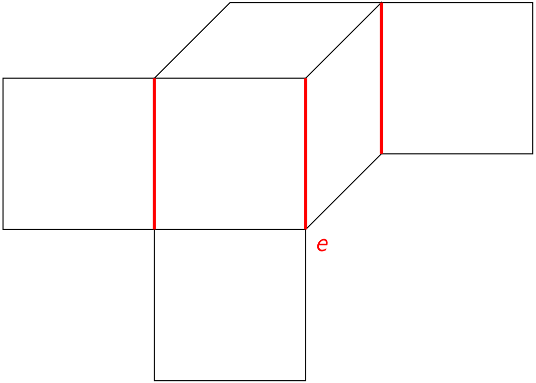
Hyperebenen in kubischen Komplexen

quadratäquivalent

X: kubischer Komplex. Betrachte die durch

$$e \parallel e' \quad :\Leftrightarrow \quad e \text{ liegt gegenüber } e' \text{ in einem 2-Würfel von } X$$

erzeugte Äquivalenzrelation auf der Menge der Kanten (1-Würfel) von X. e und e' heißen **quadratäquivalent**, wenn gilt: $e \parallel e'$.



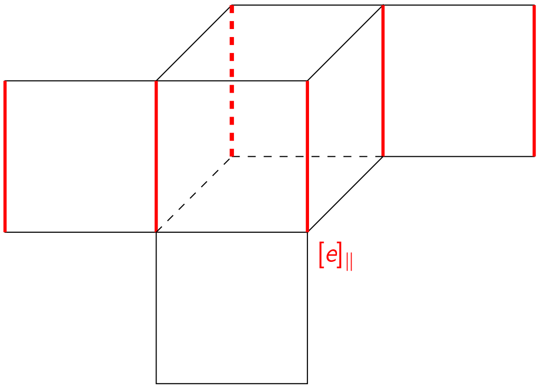
Hyperebenen in kubischen Komplexen

quadratäquivalent

X: kubischer Komplex. Betrachte die durch

$$e \parallel e' \quad :\Leftrightarrow \quad e \text{ liegt gegenüber } e' \text{ in einem 2-Würfel von } X$$

erzeugte Äquivalenzrelation auf der Menge der Kanten (1-Würfel) von X. e und e' heißen **quadratäquivalent**, wenn gilt: $e \parallel e'$.



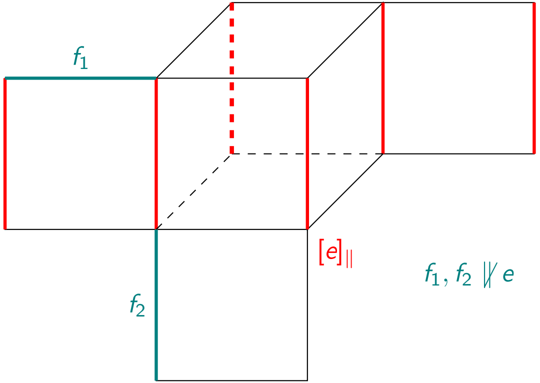
Hyperebenen in kubischen Komplexen

quadratäquivalent

X: kubischer Komplex. Betrachte die durch

$$e \parallel e' \quad :\Leftrightarrow \quad e \text{ liegt gegenüber } e' \text{ in einem 2-Würfel von } X$$

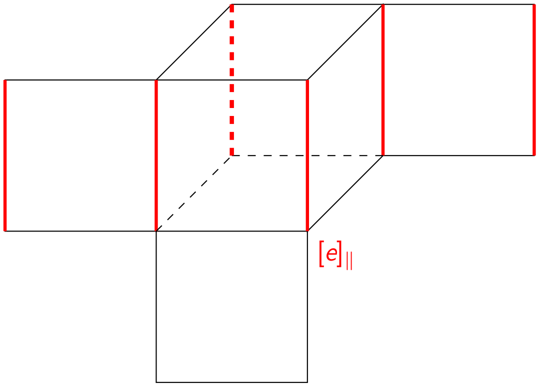
erzeugte Äquivalenzrelation auf der Menge der Kanten (1-Würfel) von X. e und e' heißen **quadratäquivalent**, wenn gilt: $e \parallel e'$.



Hyperebenen in kubischen Komplexen

transversal

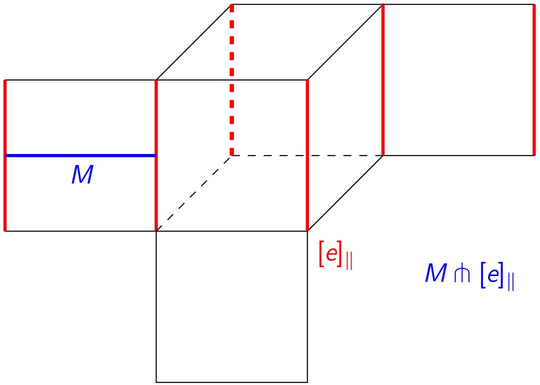
Ein Mittelwürfel M heißt **transversal** zu $[e]_{||}$ (schreibe: $M \pitchfork [e]_{||}$), wenn $M \cap X^{(1)}$ aus Mittelpunkten von Kanten in $[e]_{||}$ besteht.



Hyperebenen in kubischen Komplexen

transversal

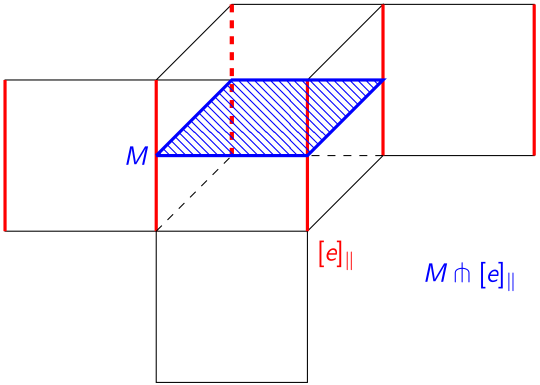
Ein Mittelwürfel M heißt **transversal** zu $[e]_{||}$ (schreibe: $M \pitchfork [e]_{||}$), wenn $M \cap X^{(1)}$ aus Mittelpunkten von Kanten in $[e]_{||}$ besteht.



Hyperebenen in kubischen Komplexen

transversal

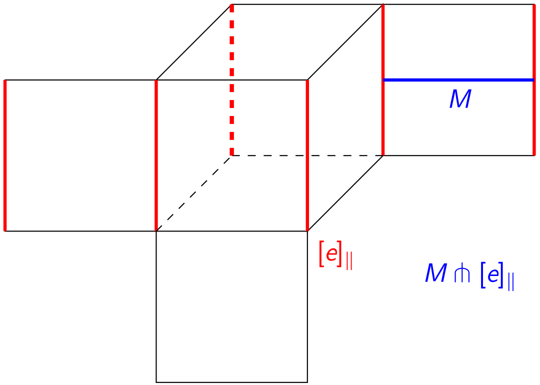
Ein Mittelwürfel M heißt **transversal** zu $[e]_{\|}$ (schreibe: $M \pitchfork [e]_{\|}$), wenn $M \cap X^{(1)}$ aus Mittelpunkten von Kanten in $[e]_{\|}$ besteht.



Hyperebenen in kubischen Komplexen

transversal

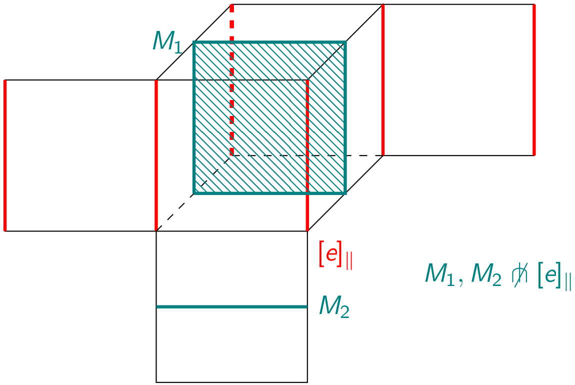
Ein Mittelwürfel M heißt **transversal** zu $[e]_{||}$ (schreibe: $M \pitchfork [e]_{||}$), wenn $M \cap X^{(1)}$ aus Mittelpunkten von Kanten in $[e]_{||}$ besteht.



Hyperebenen in kubischen Komplexen

transversal

Ein Mittelwürfel M heißt **transversal** zu $[e]_{||}$ (schreibe: $M \pitchfork [e]_{||}$), wenn $M \cap X^{(1)}$ aus Mittelpunkten von Kanten in $[e]_{||}$ besteht.



Hyperebenen in kubischen Komplexen

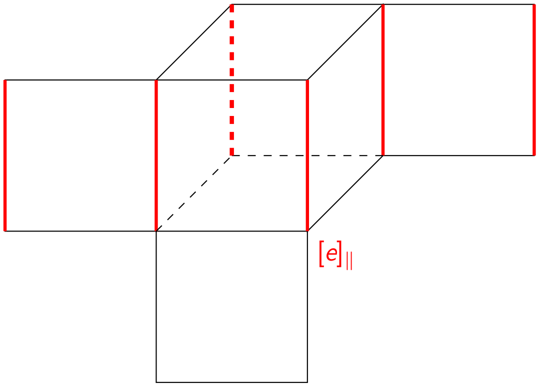
transversal

Ein Mittelwürfel M heißt **transversal** zu $[e]_{||}$ (schreibe: $M \pitchfork [e]_{||}$), wenn $M \cap X^{(1)}$ aus Mittelpunkten von Kanten in $[e]_{||}$ besteht.

Hyperebene

Die Vereinigung aller zu $[e]_{||}$ transversalen Mittelwürfel heißt **Hyperebene** zu e.

$$H(e) := \bigcup_{M \pitchfork [e]_{||}} M$$



Hyperebenen in kubischen Komplexen

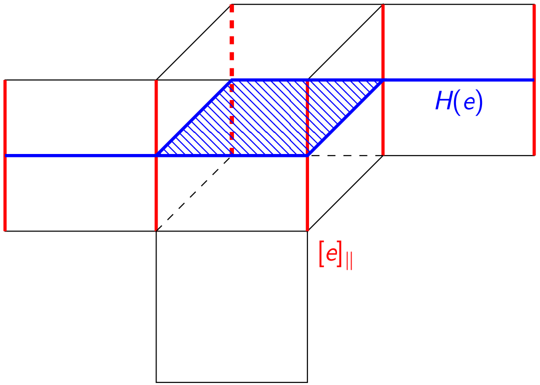
transversal

Ein Mittelwürfel M heißt **transversal** zu $[e]_{||}$ (schreibe: $M \pitchfork [e]_{||}$), wenn $M \cap X^{(1)}$ aus Mittelpunkten von Kanten in $[e]_{||}$ besteht.

Hyperebene

Die Vereinigung aller zu $[e]_{||}$ transversalen Mittelwürfel heißt **Hyperebene** zu e.

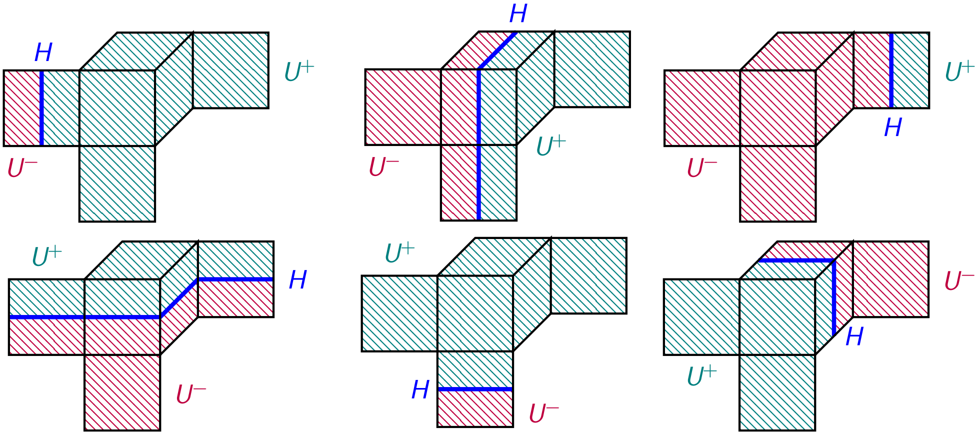
$$H(e) := \bigcup_{M \pitchfork [e]_{||}} M$$



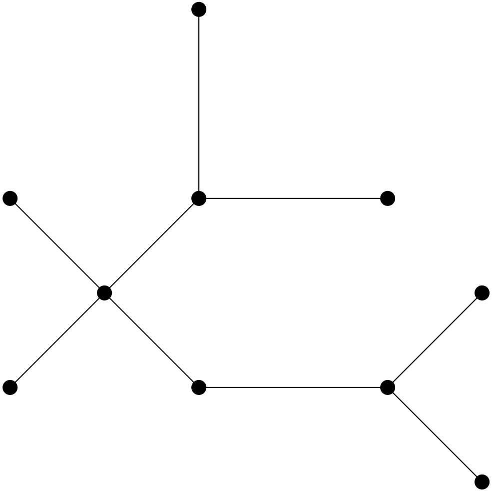
Hyperebenen in kubischen Komplexen

Bemerkung

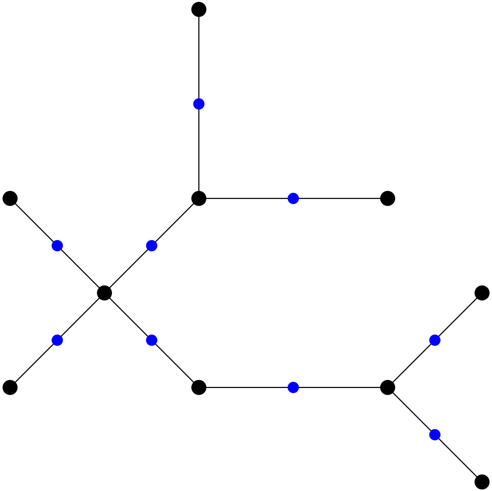
Eine Hyperebene H partitioniert einen vollständigen CAT(0) kubischen Komplex X in die drei disjunkten Teilmengen U^-, U^+ und H. U^- und U^+ heißen **Halbräume** von X.



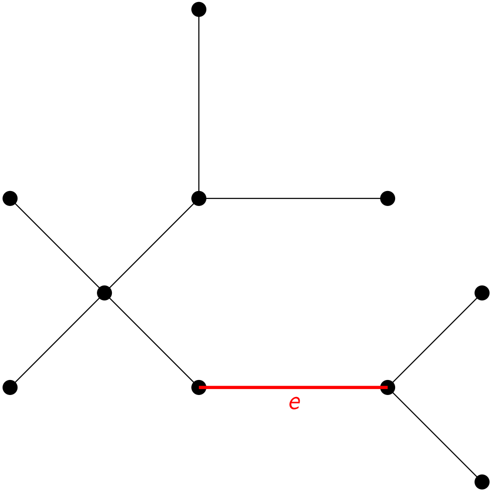
Beispiele für Hyperebenen



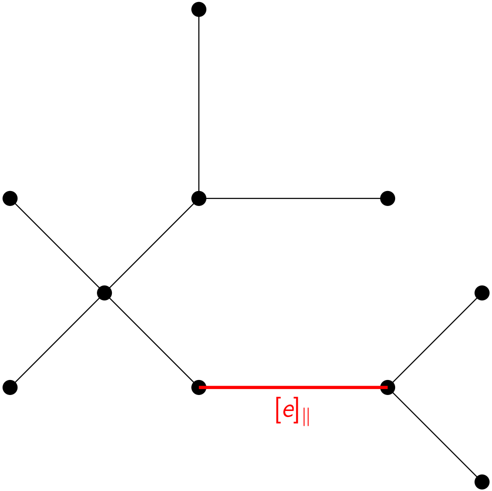
Beispiele für Hyperebenen



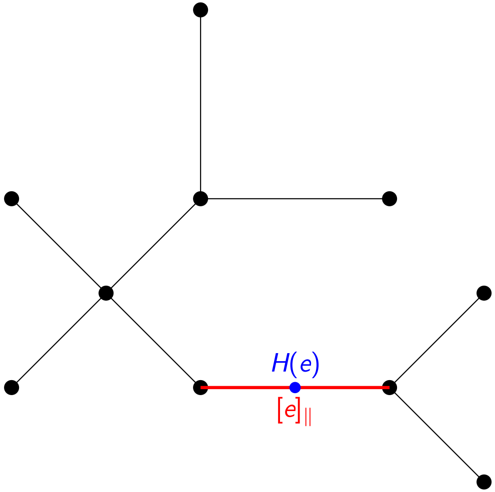
Beispiele für Hyperebenen



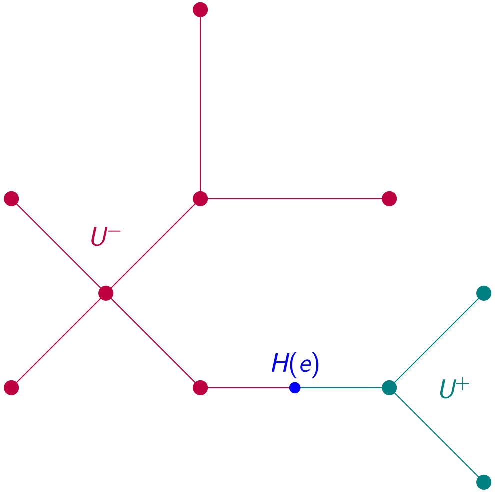
Beispiele für Hyperebenen



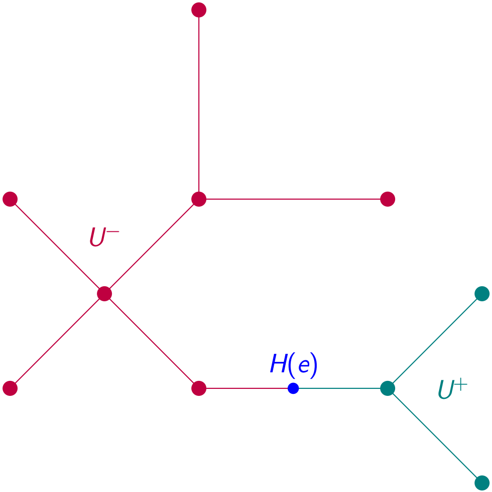
Beispiele für Hyperebenen

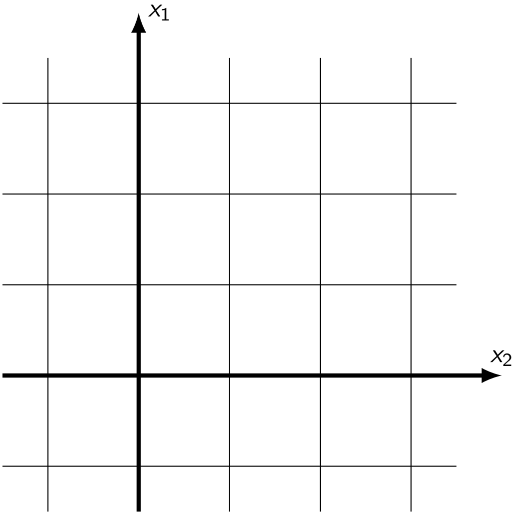


Beispiele für Hyperebenen

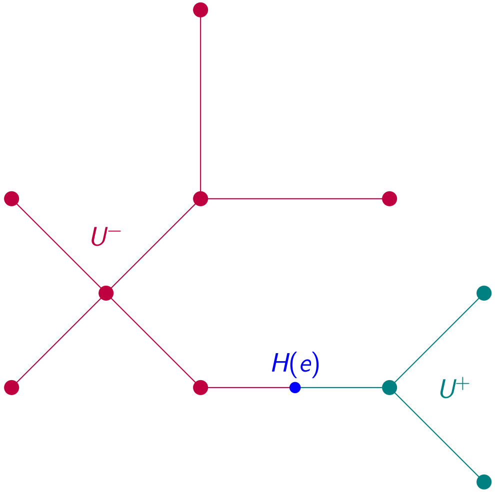


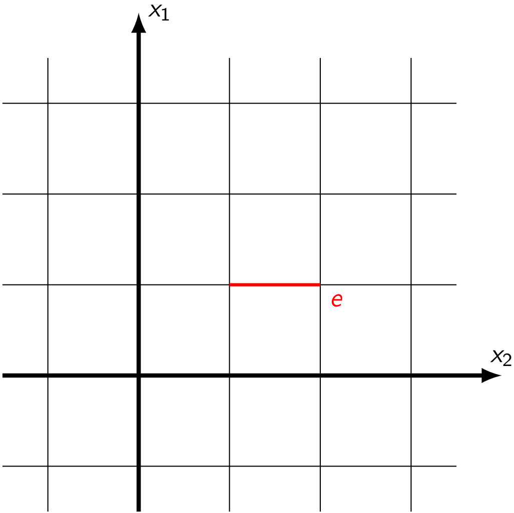
Beispiele für Hyperebenen



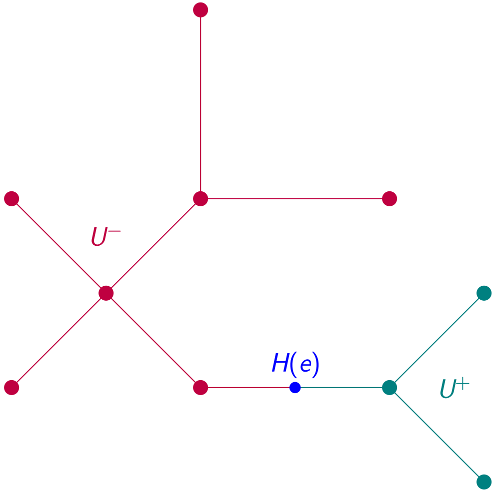


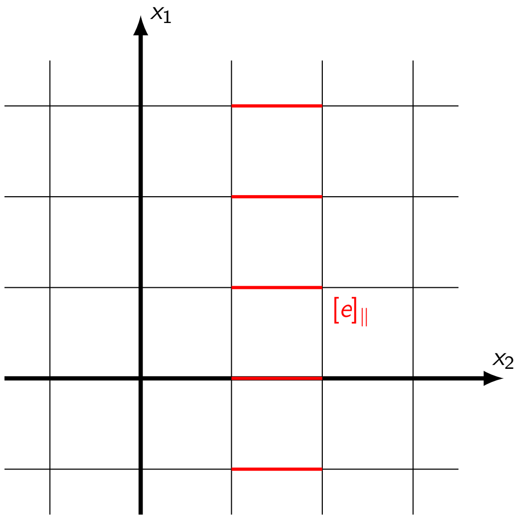
Beispiele für Hyperebenen



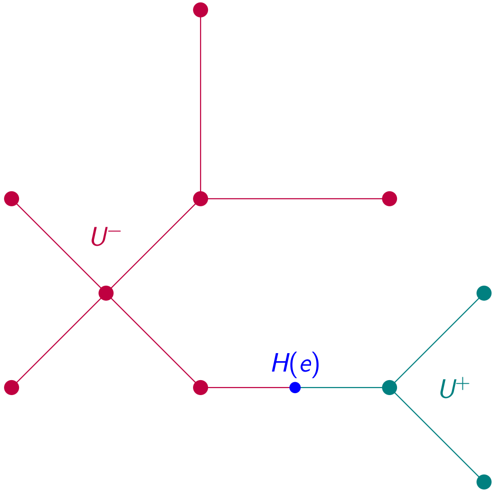


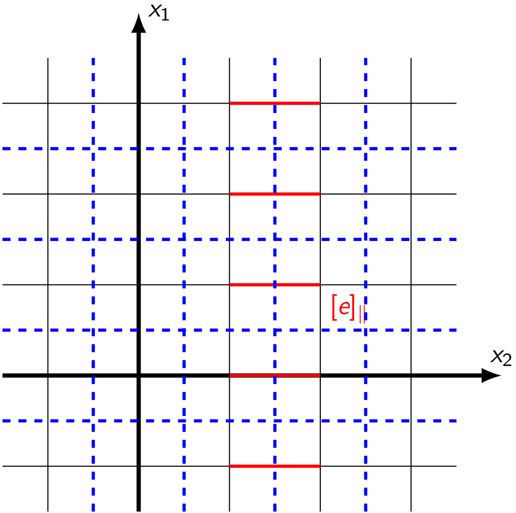
Beispiele für Hyperebenen



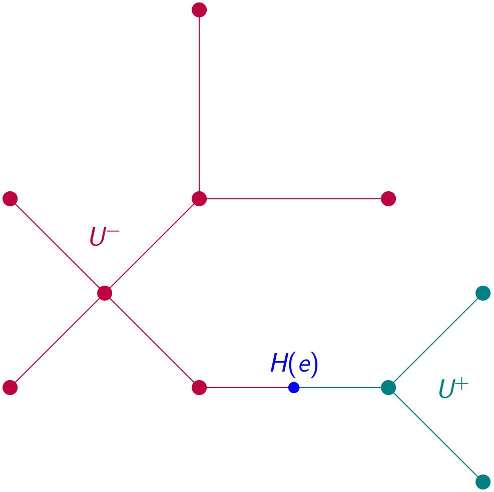


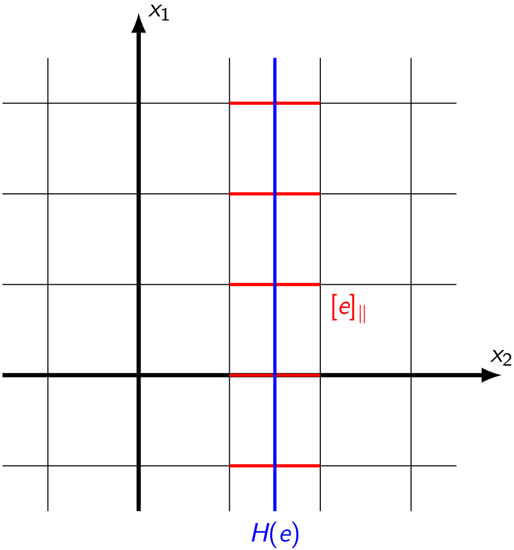
Beispiele für Hyperebenen



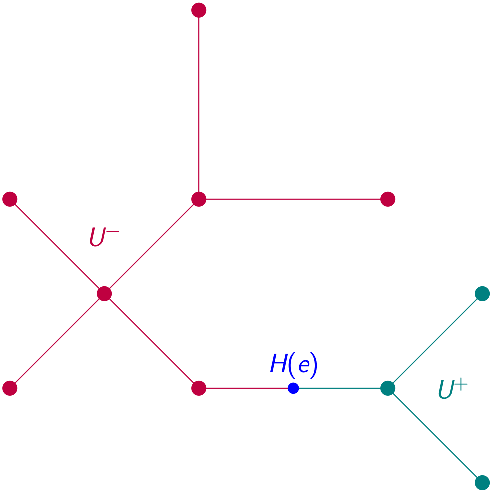


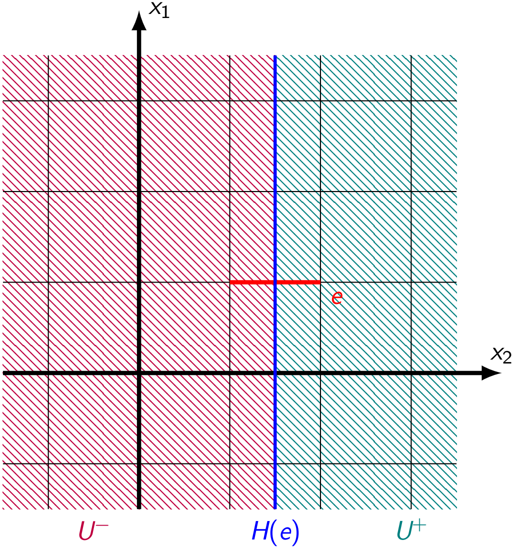
Beispiele für Hyperebenen





Beispiele für Hyperebenen





Mehr über kubische Komplexe

(X, d): wegzusammenhängender kubischer Komplex

- Wann ist (X, d) vollständig?
  $\rightarrow$ wenn (X, d) endlich dimensional oder lokal endlich ist.
- Wann ist (X, d) CAT(0)?
  $\rightarrow$ Gromov's link condition

Mehr dazu:

P. Schwer: Lecture Notes on CAT(0) Cubical Complexes