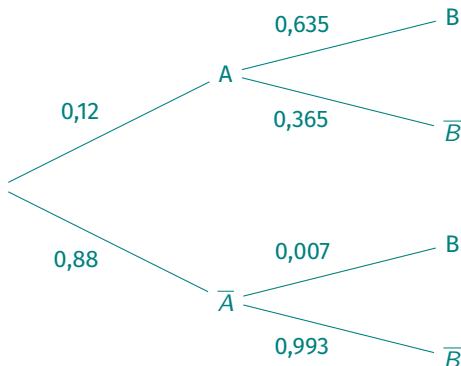


# AP : Probabilités conditionnelles

**Exercice 1** 1. Complétons l'arbre de probabilités. Sachant que la somme des probabilités issues d'un même nœud doit être égale à 1, nous avons :

- $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,12 = 0,88$ .
- $P_A(\bar{B}) = 1 - P_A(B) = 1 - 0,635 = 0,365$ .
- $P_{\bar{A}}(B) = 1 - P_{\bar{A}}(\bar{B}) = 1 - 0,993 = 0,007$ .

L'arbre complété est donc :



2. Déterminons les probabilités demandées :

- $P(A) = 0,12$ .
- $P_A(B) = 0,635$ .
- $P_A(\bar{B}) = 0,365$ .

3. Pour  $P(\bar{A} \cap \bar{B})$ , nous utilisons la formule :

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{A}) \times P_{\bar{A}}(\bar{B}) = 0,88 \times 0,993 = 0,87384.$$

Ainsi,  $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \boxed{0,87384}$ .

**Exercice 2** 1. Complétons l'arbre de probabilités. Sachant que la probabilité totale est 1, nous avons :

$$\begin{aligned} P(\bar{A}) &= 1 - P(A) = 1 - 0,4 = 0,6, \\ P_A(B) &= 0,25, \quad P_A(\bar{B}) = 1 - 0,25 = 0,75, \\ P_{\bar{A}}(\bar{B}) &= 0,45, \quad P_{\bar{A}}(B) = 1 - 0,45 = 0,55. \end{aligned}$$

2. Déterminons les probabilités demandées :

$$P_A(B) = 0,25, \quad P_A(\bar{B}) = 0,75, \quad P_{\bar{A}}(B) = 0,55.$$

3. Calculons les probabilités demandées :

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= P(A) \times P_A(B) = 0,4 \times 0,25 = 0,1, \\ P(A \cap \bar{B}) &= P(A) \times P_A(\bar{B}) = 0,4 \times 0,75 = 0,3, \\ P(\bar{B}) &= P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap \bar{B}) \\ &= 0,3 + P(\bar{A}) \times P_{\bar{A}}(\bar{B}) \\ &= 0,3 + 0,6 \times 0,45 = 0,3 + 0,27 = 0,57. \end{aligned}$$

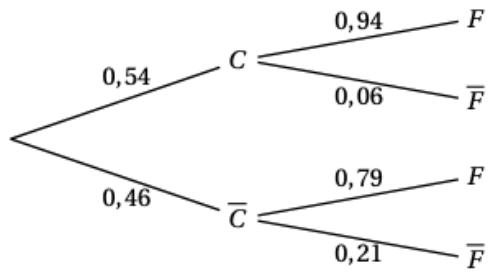
4.

$$P_{\bar{B}}(A) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})}.$$

D'après les résultats précédents, nous avons :

$$P_{\bar{B}}(A) = \frac{0,3}{0,57} \approx 0,5263.$$

**Exercice 3** 1. Arbre pondéré complété :



2. a)  $C \cap F$  désigne l'évènement : « le voyage de courte durée a été effectué en France ».

$$\text{b) On a } p(C \cap F) = p(C) \times p_C(F) = 0,54 \times 0,94 = 0,5076.$$

$$\text{3. On a de même } p(\bar{C} \cap F) = p(\bar{C}) \times p_{\bar{C}}(F) = 0,46 \times 0,79 = 0,3634.$$

D'après la loi des probabilités totales :  $p(F) = p(C \cap F) + p(\bar{C} \cap F) = 0,5076 + 0,3634 = 0,871$ .

$$\text{4. Il faut trouver } p_F(C) = \frac{p(F \cap C)}{p(F)} = \frac{p(C \cap F)}{p(F)} = \frac{0,5076}{0,871} \approx 0,58278 \text{ soit environ } 0,5828.$$

**Exercice 4** 1.  $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = 0,3 \times 0,9 = 0,27$ .

$$\text{2. On a aussi } P(A \cap B) = P(B) \times P_B(A). \text{ Donc } P(B) = \frac{P(A \cap B)}{P_B(A)} = \frac{0,27}{0,4} = 0,675.$$

$$\text{3. } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,3 + 0,675 - 0,27 = 0,705.$$

**Exercice 5** 1. Complétons le tableau en utilisant les propriétés des probabilités :

	A	$\bar{A}$	Total
B	0,05	0,2	0,25
$\bar{B}$	0,55	0,2	0,75
Total	0,6	0,4	1

2. Déterminons les probabilités conditionnelles :

$$\bullet P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,05}{0,6} = \frac{1}{12} \approx 0,0833$$

$$\bullet P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,05}{0,25} = 0,2$$