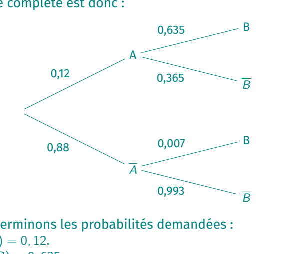
AP : Probabilités conditionnelles

Première - Spécialité Mathématiques

Exercice 1 1. Complétons l'arbre de probabilités. Sachant que la somme des probabilités issues d'un même nœud doit être égale à 1, nous avons :

- $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,12 = 0,88$.
- $P_A(\overline{B}) = 1 - P_A(B) = 1 - 0,635 = 0,365$.
- $P_{\overline{A}}(B) = 1 - P_{\overline{A}}(\overline{B}) = 1 - 0,993 = 0,007$.

L'arbre complété est donc :



2. Déterminons les probabilités demandées :

- $P(A) = 0,12$.
- $P_A(B) = 0,635$.
- $P_A(\overline{B}) = 0,365$.

3. Pour $P(\overline{A} \cap \overline{B})$, nous utilisons la formule :

$$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(\overline{B}) = 0,88 \times 0,993 = 0,87384.$$

Ainsi, $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = \boxed{0,87384}$.

Exercice 2 1. Complétons l'arbre de probabilités. Sachant que la probabilité totale est 1, nous avons :

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,4 = 0,6,$$
$$P_A(B) = 0,25, \quad P_A(\overline{B}) = 1 - 0,25 = 0,75,$$
$$P_{\overline{A}}(\overline{B}) = 0,45, \quad P_{\overline{A}}(B) = 1 - 0,45 = 0,55.$$

2. Déterminons les probabilités demandées :

$$P_A(B) = 0,25, \quad P_A(\overline{B}) = 0,75, \quad P_{\overline{A}}(B) = 0,55.$$

3. Calculons les probabilités demandées :

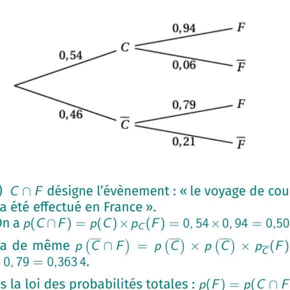
$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= P(A) \times P_A(B) = 0,4 \times 0,25 = 0,1, \\ P(A \cap \overline{B}) &= P(A) \times P_A(\overline{B}) = 0,4 \times 0,75 = 0,3, \\ P(\overline{B}) &= P(A \cap \overline{B}) + P(\overline{A} \cap \overline{B}) \\ &= 0,3 + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(\overline{B}) \\ &= 0,3 + 0,6 \times 0,45 = 0,3 + 0,27 = 0,57. \end{aligned}$$

4.
$$P_{\overline{B}}(A) = \frac{P(A \cap \overline{B})}{P(\overline{B})}.$$

D'après les résultats précédents, nous avons :

$$P_{\overline{B}}(A) = \frac{0,3}{0,57} \approx 0,5263.$$

Exercice 3 1. Arbre pondéré complété :



2. a) $C \cap F$ désigne l'évènement : « le voyage de courte durée a été effectué en France ».
b) On a $p(C \cap F) = p(C) \times p_C(F) = 0,54 \times 0,94 = 0,5076$.

3. On a de même $p(\overline{C} \cap F) = p(\overline{C}) \times p(\overline{C}) \times p_{\overline{C}}(F) = 0,46 \times 0,79 = 0,3634$.

D'après la loi des probabilités totales : $p(F) = p(C \cap F) + p(\overline{C} \cap F) = 0,5076 + 0,3634 = 0,871$.

4. Il faut trouver $p_F(C) = \frac{p(F \cap C)}{p(F)} = \frac{p(C \cap F)}{p(F)} = \frac{0,5076}{0,871} \approx 0,58278$ soit environ 0,5828.

Exercice 4 1. $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = 0,3 \times 0,9 = 0,27$.

2. On a aussi $P(A \cap B) = P(B) \times P_B(A)$. Donc $P(B) = \frac{P(A \cap B)}{P_B(A)} = \frac{0,27}{0,4} = 0,675$.

3. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,3 + 0,675 - 0,27 = 0,705$.

Exercice 5 1. Complétons le tableau en utilisant les propriétés des probabilités :

	A	$\overline{A}$	Total
B	0,05	0,2	0,25
$\overline{B}$	0,55	0,2	0,75
Total	0,6	0,4	1

2. Déterminons les probabilités conditionnelles :

- $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,05}{0,6} = \frac{1}{12} \approx 0,0833$
- $P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,05}{0,25} = 0,2$