Révisions : études de fonctions

Terminale STMG - Mathématiques

Nombre dérivé et tangente

Exercice 1 1. Le nombre dérivé en un point correspond au coefficient directeur de la tangente en ce point.

En A d'abscisse 2 **:** La tangente descend de deux unités verticales pour une unité horizontale, donc $f'(2) = -2$.

En B d'abscisse 3 **:** La tangente est horizontale, donc $f'(3) = 0$.

En C d'abscisse 5 **:** La tangente monte de quatre unités verticales pour une unité horizontale, donc $f'(5) = 4$.

2. Le nombre dérivé $f'(2) = -2$ est négatif. Cela signifie que la tangente en A est décroissante (elle descend quand on se déplace de gauche à droite), ce qui correspond à endroit où la courbe de f est également décroissante.

Exercice 2 1. L'équation de la tangente au point d'abscisse a est : $y = f'(a)(x-a) + f(a)$.

Ici, $a = 3$, $f(3) = 7$ et $f'(3) = 4$, donc :

$$\begin{aligned} y &= 4(x-3)+7 \\ y &= 4x-12+7 \\ y &= 4x-5 \end{aligned}$$

2. Le coefficient directeur de la tangente est $f'(3) = 4 > 0$, donc la tangente monte.

Calcul de dérivées

Exercice 3 1. $f'(x) = 3$

2. $g'(x) = -8x + 6$

3. $h'(x) = -\dfrac{1}{x^2}$

4. $k'(x) = 3 \times 2x - 5 - \dfrac{2}{x^2} = 6x - 5 - \dfrac{2}{x^2}$

Exercice 4 1. $f'(x) = 6x - 12$

2. $f(1) = 3 \times 1^2 - 12 \times 1 + 5 = 3 - 12 + 5 = -4$

$f'(1) = 6 \times 1 - 12 = 6 - 12 = -6$

3. L'équation de la tangente au point d'abscisse 1 est :

$$\begin{aligned} y &= f'(1)(x-1)+f(1) \\ y &= -6(x-1)-4 \\ y &= -6x+6-4 \\ y &= -6x+2 \end{aligned}$$

Sens de variation et extremums

Exercice 5 1. La fonction f est croissante quand $f'(x) > 0$, donc sur les intervalles $]-\infty;-1[$ et $]4;+\infty[$.

2. La fonction f est décroissante quand $f'(x) < 0$, donc sur l'intervalle $]-1;4[$.

3. La fonction f admet des extremums aux points où la dérivée s'annule en changeant de signe :
- En $x = -1$: f' passe du positif au négatif, donc f admet un **maximum local** en $x = -1$.
- En $x = 4$: f' passe du négatif au positif, donc f admet un **minimum local** en $x = 4$.

Exercice 6 D'après le tableau de variations :
- Sur $]-\infty;1[$, g est croissante donc $g'(x) > 0$
- En $x = 1$: g admet un extremum donc $g'(1) = 0$
- Sur $]1;5[$, g est décroissante donc $g'(x) < 0$
- En $x = 5$: g admet un extremum donc $g'(5) = 0$
- Sur $]5;+\infty[$, g est croissante donc $g'(x) > 0$

Tableau de signes de $g'(x)$:

x	$-\infty$		1		5		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	