

Exercices supplémentaires

Exercice 1

1. Calculons les effectifs :

- Chaudières à cheminée défectueuses : $1\% \times 900 = 9$
- Chaudières à ventouse défectueuses : $6\% \times 600 = 36$
- Total de chaudières défectueuses : $9 + 36 = 45$
- Chaudières à cheminée non défectueuses : $900 - 9 = 891$
- Chaudières à ventouse non défectueuses : $600 - 36 = 564$
- Total de chaudières non défectueuses : $891 + 564 = 1455$

	nombre de chaudières à cheminée	nombre de chaudières à ventouse	Total
nombre de chaudières défectueuses	9	36	45
nombre de chaudières non défectueuses	891	564	1455
Total	900	600	1500

2. Arbre pondéré complété :

- $P(C) = \frac{900}{1500} = 0,6$
- $P(V) = \frac{600}{1500} = 0,4$
- $P_C(D) = 0,01$ et $P_C(\overline{D}) = 0,99$
- $P_V(D) = 0,06$ et $P_V(\overline{D}) = 0,94$

3. D'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(D) &= P(C \cap D) + P(V \cap D) \\ &= P(C) \times P_C(D) + P(V) \times P_V(D) \\ &= 0,6 \times 0,01 + 0,4 \times 0,06 \\ &= 0,006 + 0,024 \\ &= 0,03 \end{aligned}$$

La probabilité qu'une chaudière soit défectueuse est 0,03 soit 3%.

4. Par définition de la probabilité conditionnelle :

$$P_D(V) = \frac{P(D \cap V)}{P(D)} = \frac{0,024}{0,03} = 0,8$$

Interprétation : Sachant qu'une chaudière est défectueuse, il y a 80 % de chances qu'elle soit à ventouse.

5. Vérifions si $P(D \cap V) = P(D) \times P(V)$:

- $P(D \cap V) = 0,024$
- $P(D) \times P(V) = 0,03 \times 0,4 = 0,012$

Comme $0,024 \neq 0,012$, les événements D et V ne sont **pas indépendants**.

Exercice 2

1. Puisque 40 % des magazines proviennent du fournisseur A, le reste provient du fournisseur B.

Donc : $P(B) = 1 - 0,4 = 0,6$ soit 60 %.

2. Arbre pondéré complété :

- $P(A) = 0,4$
- $P_A(\overline{S}) = 1 - 0,85 = 0,15$
- $P(B) = 0,6$

3. La probabilité cherchée est :

$$\begin{aligned} P(A \cap S) &= P(A) \times P_A(S) \\ &= 0,4 \times 0,85 \\ &= 0,34 \end{aligned}$$

4. D'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(S) &= P(A \cap S) + P(B \cap S) \\ &= P(A) \times P_A(S) + P(B) \times P_B(S) \\ &= 0,4 \times 0,85 + 0,6 \times x \\ &= 0,34 + 0,6x \end{aligned}$$

Or on sait que $P(S) = 0,91$, donc : $0,34 + 0,6x = 0,91$.

On en déduit $P(B \cap S)$:

$$\begin{aligned} 0,6x &= 0,91 - 0,34 \\ 0,6x &= 0,57 \end{aligned}$$

Donc $P(B \cap S) = 0,6x = 0,57$.

5. On cherche $P_{\overline{S}}(B)$, la probabilité que le magazine provienne du fournisseur B sachant qu'il est vendu dans la semaine :

$$\begin{aligned} P_{\overline{S}}(B) &= \frac{P(\overline{S} \cap B)}{P(\overline{S})} \\ &= \frac{0,57}{0,91} \\ &\approx 0,626 \end{aligned}$$

La probabilité cherchée est environ 0,626 (arrondie à 10^{-3}).