19/01/26

AP : Probabilités conditionnelles

Première - Spécialité Mathématiques

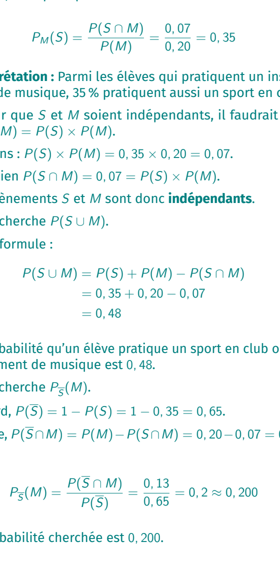
Exercice 1 1. On sait que $P(A) = 0,4$ et $P(A \cap V) = 0,12$.
Par définition de la probabilité conditionnelle :

$$P_A(V) = \frac{P(A \cap V)}{P(A)} = \frac{0,12}{0,4} = 0,3$$

Donc 30 % des clients ayant choisi l'avion prennent l'option visites guidées.

2. D'après l'énoncé, $P(\overline{A}) = 1 - 0,4 = 0,6$ et $P_{\overline{A}}(V) = 0,5$.

Arbre de probabilité :



Utilisons la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(V) &= P(A \cap V) + P(\overline{A} \cap V) \\ &= P(A \cap V) + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(V) \\ &= 0,12 + 0,6 \times 0,5 \\ &= 0,12 + 0,3 \\ &= 0,42 \end{aligned}$$

3. On cherche $P_{\overline{V}}(A)$.
D'abord, calculons $P(\overline{V}) = 1 - P(V) = 1 - 0,42 = 0,58$.
Ensuite, $P(A \cap \overline{V}) = P(A) - P(A \cap V) = 0,4 - 0,12 = 0,28$.
Donc :

$$P_{\overline{V}}(A) = \frac{P(A \cap \overline{V})}{P(\overline{V})} = \frac{0,28}{0,58} \approx 0,48$$

4. La probabilité qu'un client ne prenne pas l'option visites guidées est $P(\overline{V}) = 0,58$.
Les deux interrogations étant indépendantes, la probabilité qu'aucun des deux ne prenne cette option est :

$$P(\overline{V}) \times P(\overline{V}) = 0,58^2 = 0,3364$$

Exercice 2 1. D'après l'énoncé :
- $P(C) = 0,4$
- $P(C \cap E) = 0,24$
- $P_{\overline{C}}(E) = 0,3$

2. On cherche $P(\overline{C} \cap \overline{E})$.
Calculons d'abord $P(\overline{C}) = 1 - P(C) = 1 - 0,4 = 0,6$.
Puis $P(\overline{C} \cap E) = P(\overline{C}) \times P_{\overline{C}}(E) = 0,6 \times 0,3 = 0,18$.
Donc :

$$P(\overline{C} \cap \overline{E}) = P(\overline{C}) - P(\overline{C} \cap E) = 0,6 - 0,18 = 0,42$$

La probabilité que le client ne souhaite aucune des deux prestations est $0,42$.

3. Utilisons la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(E) &= P(C \cap E) + P(\overline{C} \cap E) \\ &= 0,24 + 0,18 \\ &= 0,42 \end{aligned}$$

4. Pour que C et E soient indépendants, il faut que $P(C \cap E) = P(C) \times P(E)$.
Vérifions : $P(C) \times P(E) = 0,4 \times 0,42 = 0,168$.
Or $P(C \cap E) = 0,24 \neq 0,168$.
Les évènements C et E ne sont donc **pas indépendants**.

Exercice 3 1. D'après l'énoncé :
- $P(S) = 0,35$
- $P(M) = 0,20$
- $P(S \cap M) = 0,07$

2. Calculons les probabilités conditionnelles :

$$P_S(M) = \frac{P(S \cap M)}{P(S)} = \frac{0,07}{0,35} = 0,2$$

Interprétation : Parmi les élèves qui pratiquent un sport en club, 20 % pratiquent aussi un instrument de musique.

$$P_M(S) = \frac{P(S \cap M)}{P(M)} = \frac{0,07}{0,20} = 0,35$$

Interprétation : Parmi les élèves qui pratiquent un instrument de musique, 35 % pratiquent aussi un sport en club.

3. Pour que S et M soient indépendants, il faudrait que $P(S \cap M) = P(S) \times P(M)$.
Vérifions : $P(S) \times P(M) = 0,35 \times 0,20 = 0,07$.
On a bien $P(S \cap M) = 0,07 = P(S) \times P(M)$.
Les évènements S et M sont donc **indépendants**.

4. On cherche $P(S \cup M)$.
Par la formule :

$$\begin{aligned} P(S \cup M) &= P(S) + P(M) - P(S \cap M) \\ &= 0,35 + 0,20 - 0,07 \\ &= 0,48 \end{aligned}$$

La probabilité qu'un élève pratique un sport en club ou un instrument de musique est $0,48$.

5. On cherche $P_{\overline{S}}(M)$.
D'abord, $P(\overline{S}) = 1 - P(S) = 1 - 0,35 = 0,65$.
Ensuite, $P(\overline{S} \cap M) = P(M) - P(S \cap M) = 0,20 - 0,07 = 0,13$.
Donc :

$$P_{\overline{S}}(M) = \frac{P(\overline{S} \cap M)}{P(\overline{S})} = \frac{0,13}{0,65} = 0,2 \approx 0,200$$

La probabilité cherchée est $0,200$.