Blatt 01

Maximilian Sackel
Maximilian.sackel@gmx.de

Philip Schäfers
philip.schaefers@tu-dortmund.de

31. Januar 2017

a)

Die Antwortmatrix A auf den Sachverhalt das bei dem Experiment 20 % der Messung verloren geht hat die Form

$$A = 0.8 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \ . \tag{1}$$

ε ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Ergebnis dem falschen Bin zugeordnet wird. Daraus ergibt sich die Antwortmatrix

$$0.8 \cdot \begin{pmatrix} 1-\varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & 1-\varepsilon \end{pmatrix} \tag{2}$$

Anhand derer lässt sich aus den wahren Ereignisszahlen $f = (f_1, f_2)^T$ auf die gemessenen Ereigniszahlen $g = (g_1, g_2)^T$ schließen.

$$g = A \cdot f \tag{3}$$

b)

Um aus den gemessenen Ereignisszahlen g auf die muss die wahren f zu schließen wird zunächst die Inverse der Antwortmatrix ($= B$) berechnet.

$$B = \frac{0.8}{0.8^2 \cdot (1-2\varepsilon)} \begin{pmatrix} 1-\varepsilon & -\varepsilon \\ -\varepsilon & 1-\varepsilon \end{pmatrix} \tag{4}$$

Aus ihr lässt sich die wahren Ereignisszahlen f als Funktion von ε und f berechnen.

$$f = B * g \tag{5}$$

Daraus lassen sich die Einträge von

$$f_1 = \frac{1}{0.8 - 1.6\varepsilon} \left((1-\varepsilon)g_1 - \varepsilon g_2\right) \tag{6}$$

und

$$f_2 = \frac{1}{0.8 - 1.6\varepsilon} \left((1-\varepsilon)g_2 - \varepsilon g_1\right) \tag{7}$$

ablesen.

c)

Aus dem Vektor g wird die Kovarianzmatrix berechnet indem die gemessenen Einträgte der Intervalle auf die Hauptdiagonale geschrieben werden,

$$V[g] = \begin{pmatrix} g_1 & 0 \\ 0 & g_2 \end{pmatrix} \tag{8}$$

und anschließend in die Basis von f transformiert

$$V[f] = BV[g]B^{\mathrm{T}} = \frac{1}{(0.8-1.6\varepsilon)^2}\begin{pmatrix}1-\varepsilon & -\varepsilon\\ -\varepsilon & 1-\varepsilon\end{pmatrix}\begin{pmatrix}g_1 & 0\\ 0 & g_2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1-\varepsilon & -\varepsilon\\ -\varepsilon & 1-\varepsilon\end{pmatrix} \tag{9}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{(0.8-1.6\varepsilon)^2}\begin{pmatrix}(1-\varepsilon)^2 g_1+\varepsilon^2 g_2 & -\varepsilon(1-\varepsilon)(g_1+g_2)\\ -\varepsilon(1-\varepsilon)(g_1+g_2) & (1-\varepsilon)^2 g_2+\varepsilon^2 g_1\end{pmatrix} \tag{10}$$

d)

Die Fehler der Messwerte werden aus der Wurzel der Diagonalelemente berechnet. Der Rest wird aus dem entsprechenden Pythoncode berechnet.

$$f = \begin{pmatrix}254 \pm 20\\ 206 \pm 18\end{pmatrix} \tag{11}$$

Die Kovarianzmatrix ist :

$$\begin{pmatrix}399 & -81\\ -81 & 339\end{pmatrix} \tag{12}$$

e)

Die Fehler der wahren Ereignisszahlen werden aus der Wurzel der Diagonalelemente berechnet.

$$f = \begin{pmatrix}262 \pm 24\\ 198 \pm 22\end{pmatrix} \tag{13}$$

Die Kovarianzmatrix ist :

$$\begin{pmatrix}584 & -256\\ -256 & 584\end{pmatrix} \tag{14}$$

f)

Für $\varepsilon = 0.5$ wird die Matrix singulär, sodass die Inverse Matrix nicht zu bestimmen ist.