Blatt 01

Maximilian Sackel
Maximilian.sackel@gmx.de

Philip Schäfers
philip.schaefers@tu-dortmund.de

31. Januar 2017

a)

Die Antwortmatrix A auf den Sachverhalt das bei dem Experiment 20 % der Messung verloren geht hat die Form

$$A = 0.8 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \ . \tag{1}$$

ε ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Ergebnis dem falschen Bin zugeordnet wird. Daraus ergibt sich die Antwortmatrix

$$0.8 \cdot \begin{pmatrix} 1-\varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & 1-\varepsilon \end{pmatrix} \tag{2}$$

Anhand derer lässt sich aus den wahren Ereignisszahlen $f = (f_1, f_2)^T$ auf die gemessenen Ereigniszahlen $g = (g_1, g_2)^T$ schließen.

$$g = A \cdot f \tag{3}$$

b)

Um aus den gemessenen Ereignisszahlen g auf die muss die wahren f zu schließen wird zunächst die Inverse der Antwortmatrix ($= B$) berechnet.

$$B = \frac{0.8}{0.8^2 \cdot (1 - 2\varepsilon)} \begin{pmatrix} 1-\varepsilon & -\varepsilon \\ -\varepsilon & 1-\varepsilon \end{pmatrix} \tag{4}$$

Aus ihr lässt sich die wahren Ereignisszahlen f als Funktion von ε und f berechnen.

$$f = B * g \tag{5}$$

Daraus lassen sich die Einträge von

$$f_1 = \frac{1}{0.8 - 1.6\varepsilon} \left((1-\varepsilon)g_1 - \varepsilon g_2\right) \tag{6}$$

und

$$f_2 = \frac{1}{0.8 - 1.6\varepsilon} \left((1-\varepsilon)g_2 - \varepsilon g_1\right) \tag{7}$$

ablesen.

c)

Aus dem Vektor g wird die Kovarianzmatrix berechnet indem die gemessenen Einträgte der Intervalle auf die Hauptdiagonale geschrieben werden,

$$V[g] = \begin{pmatrix} g_1 & 0 \\ 0 & g_2 \end{pmatrix} \tag{8}$$

und anschließend in die Basis von f transformiert

$$V[f] = BV[g]B^{\mathrm{T}} = \frac{1}{(0.8-1.6\varepsilon)^2}\begin{pmatrix}1-\varepsilon & -\varepsilon \\ -\varepsilon & 1-\varepsilon\end{pmatrix}\begin{pmatrix}g_1 & 0 \\ 0 & g_2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1-\varepsilon & -\varepsilon \\ -\varepsilon & 1-\varepsilon\end{pmatrix} \tag{9}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{(0.8-1.6\varepsilon)^2}\begin{pmatrix}(1-\varepsilon)^2 g_1 + \varepsilon^2 g_2 & -\varepsilon(1-\varepsilon)(g_1+g_2) \\ -\varepsilon(1-\varepsilon)(g_1+g_2) & (1-\varepsilon)^2 g_2 + \varepsilon^2 g_1\end{pmatrix} \tag{10}$$

d)

Die Fehler der Messwerte werden aus der Wurzel der Diagonalelemente berechnet. Der Rest wird aus dem entsprechenden Pythoncode berechnet.

$$f = \begin{pmatrix}254 \pm 20 \\ 206 \pm 18\end{pmatrix} \tag{11}$$

Die Kovarianzmatrix ist :

$$\begin{pmatrix}399 & -81 \\ -81 & 339\end{pmatrix} \tag{12}$$

e)

Die Fehler der wahren Ereignisszahlen werden aus der Wurzel der Diagonalelemente berechnet.

$$f = \begin{pmatrix}327 \pm 62 \\ 133 \pm 60\end{pmatrix} \tag{13}$$

Die Kovarianzmatrix ist :

$$\begin{pmatrix}584 & -256 \\ -256 & 584\end{pmatrix} \tag{14}$$

f)

Für $\varepsilon = 0.5$ wird die Matrix singulär, sodass die Inverse Matrix nicht zu bestimmen ist.

a)

Die Matrix beschreibt den Messprozess, das ein Ereigniss nicht immer genau dem “wahren” bin zugeordnet werden kann. Es wird jeweils mit der Wahrscheinlichkeit ν einder den beiden daneben liegenden Bins zugeordnet. Dabei sind beide gleichwahrscheinlich.

b)

Der übersichthalber werden hier nicht die Werte aufgetragen sondern. Die simmulierten gemessenen Ereignisszahlen gegen die wahre Verteilung in einem Histogramm zusammen aufgetragen. Die werte können der Python Datei entnommen werden falls sie erwünscht sind.

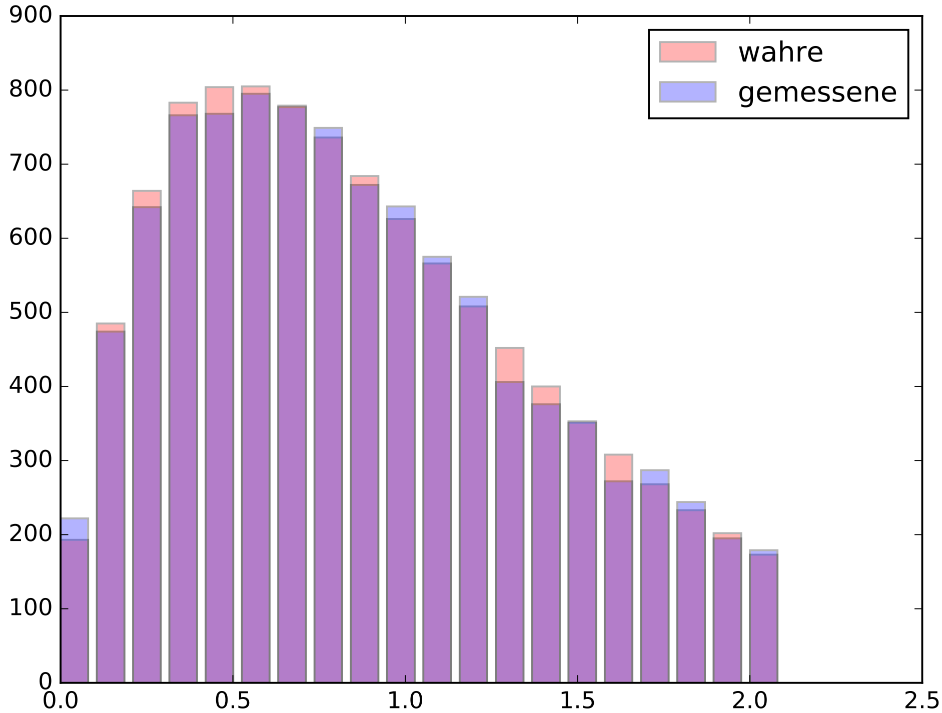

Abbildung 1: wahre Ereignisszahlen und gemessene Ereignisszahlen

c)

Kleine Eigenwerte können durch das Sotieren später einfacher Weggeworfen werden um Oszillationen zu vermeiden. Die Faltungsgleichung hatt nun die Gestalt

$$g = U \cdot D \cdot U^{-1} \cdot f \tag{15}$$

d)

Für große b Werte werden die Oszillationen bei der Faltung größer. Somit sind b_i's unterhalb von 1 wünschenswert damit die Faltung nicht all zu stark oszilliert.

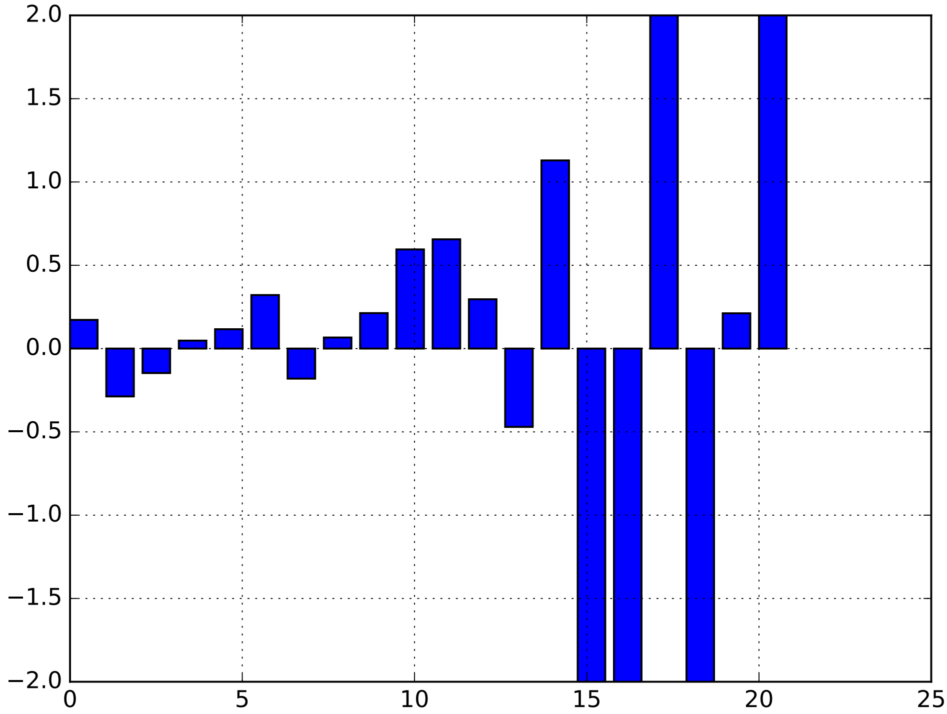

Abbildung 2: Koeffizienten b_i

Die Matritzen und Vektoren sind aus dimensionsgründen wieder der Pythondatei zu entnehmen.