# EM算法应用

1. EM算法基本步骤

E步：固定未知参数，选择隐含变量的概率分布





M步：



二、多项分布参数极大似然估计（MLE）中的EM方法

某随机试验有k种可能的结果，它们出现的概率是。在N次随机试验的结果中，分别将出现的次数为随机变量。那么分别出现次这种事件发生的概率是：



其中

对数极大似然函数

求解时需要求解k-1次多项式方程。

例：设一次试验可能有四个结果,它们出现的概率是



其中,现进行了197次试验，发生的次数分别为，求的MLE。

分析：



求解要求解三次多项式方程

1.引入隐变量

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 可能结果 | C1 | | C2 | C3 | | C4 |
| C11 | C12 | C31 | C32 |
| 随机变量 | Y1 | | Y2 | Y3 | | Y4 |
| Z1 | Z2 | Z3 | Z4 |
| 发生概率 |  | |  |  | |  |
|  |  |  |  |
| 发生次数 |  | |  |  | |  |
|  |  |  |  |
| 分布 |  | |  |  | |  |

联合概率：



对数似然函数：



其中为待定系数。

1. 对求期望（E步）



1. 对相对于求最大值，求得（M步）
2. 判断结束条件。

三、高斯混合模型(GMM)中的EM算法

高斯混合模型是指具有如下形式的概率分布模型：



其中是系数，，；是高斯分布密度，，



称为第k个分模型。

其对数似然函数：

对数函数中含有加法，求偏导很难算出未知参数。因此我们引入隐变量z，迭代的方式求参数。

1.引入隐变量

隐变量表示第i个样本数据属于哪一个高斯分布。





1. E步：



1. M步：

对未知参数求偏导得



重复迭代直到收敛