# FGI 2 Hausaufgaben 10

Mareike Göttsch, 6695217, Gruppe 2
Paul Hölzen, 6673477, Gruppe 1
Sven Schmidt, 6217064, Gruppe 1

4. Januar 2017

## 10.3

### 1.

Die Wirkungsmatrix vom Netz $N_{10.3}$ lautet:

| $\Delta_{N_{10.3}}$ | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ | $e$ | $f$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $p1$ | -4 | 1 | -1 | 3 | 2 | -1 |
| $p2$ | 0 | 0 | -1 | 3 | 0 | 0 |
| $p3$ | 0 | 0 | 1 | -3 | 0 | 0 |
| $p4$ | 4 | -1 | 2 | -6 | -2 | 1 |

Die Menge aller T-Invariantenvektoren ist die Menge der Vektoren $j^{tr} = (j_1 ... j_6) \in \mathbb{N}^6 \backslash \{0\}$, die das folgende Gleichungssystem $\Delta_{N_{10.3}}(t) \cdot j = 0$ lösen:

$$\begin{array}{ll} I) & -4 \cdot j_1 + 1 \cdot j_2 - 1 \cdot j_3 + 3 \cdot j_4 + 2 \cdot j_5 - 1 \cdot j_6 = 0 \\ II) & 0 \cdot j_1 + 0 \cdot j_2 - 1 \cdot j_3 + 3 \cdot j_4 + 0 \cdot j_5 + 0 \cdot j_6 = 0 \\ III) & 0 \cdot j_1 + 0 \cdot j_2 + 1 \cdot j_3 - 3 \cdot j_4 + 0 \cdot j_5 + 0 \cdot j_6 = 0 \\ IV) & +4 \cdot j_1 - 1 \cdot j_2 + 2 \cdot j_3 - 6 \cdot j_4 - 2 \cdot j_5 + 1 \cdot j_6 = 0 \end{array}$$

Offensichtlich sind die Gleichungen $II$ und $III$ linear abhängig, und führen zu gleichen Lösungen, da $j_i \in \mathbb{N}$ gilt für alle $i \in \{1, ..., 6\}$. Setzt man eine der Gleichungen $II$ oder $III$ in $I$ oder $IV$ ein, so fallen die beiden mittleren Summanden weg und die Gleichungen $I$ und $IV$ sind auch linear abhängig. Es ergibt sich also folgendes Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} I') \qquad & -4 \cdot j_1 + 1 \cdot j_2 + 2 \cdot j_5 - 1 \cdot j_6 = 0 \\ II') \qquad & -1 \cdot j_3 + 3 \cdot j_4 = 0 \end{aligned}$$

Alle Vektoren $j^{tr} = (j_1 ... j_6) \in \mathbb{N}^6 \backslash \{0\}$ welche dieses LGS lösen sind also T-Invarianten vom Netz $N_{10.3}$.

## 2.

Es sei $j = (1, 3, 3, 1, 1, 1)^{tr}$ einer der T-Invarianten-Vektoren. Außerdem sei $m_0 = (4, 3, 0, 0)^{tr}$.

$$m_0 = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{a} \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{b} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{b} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{b} \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{c} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{c} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{c} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{d} \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{f} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{e} \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

## Aufgabe 10.4

### 1.

### 2.

### 3.

## Aufgabe 10.5

### 1.

### 2.

### 3.

## Aufgabe 10.6