FGI 2 Hausaufgaben 10

Mareike Göttsch, 6695217, Gruppe 2
Paul Hölzen, 6673477, Gruppe 1
Sven Schmidt, 6217064, Gruppe 1

8. Januar 2017

10.3

1.

Die Wirkungsmatrix vom Netz $N_{10.3}$ lautet:

$\Delta_{N_{10.3}}$	a	b	c	d	e	f
$p1$	-4	1	-1	3	2	-1
$p2$	0	0	-1	3	0	0
$p3$	0	0	1	-3	0	0
$p4$	4	-1	2	-6	-2	1

Die Menge aller T-Invariantenvektoren ist die Menge der Vektoren $j^{tr} = (j_1 ... j_6) \in \mathbb{N}^6 \backslash \{0\}$, die das folgende Gleichungssystem $\Delta_{N_{10.3}}(t) \cdot j = 0$ lösen:

$$\begin{array}{ll} I) & -4 \cdot j_1 + 1 \cdot j_2 - 1 \cdot j_3 + 3 \cdot j_4 + 2 \cdot j_5 - 1 \cdot j_6 = 0 \\ II) & 0 \cdot j_1 + 0 \cdot j_2 - 1 \cdot j_3 + 3 \cdot j_4 + 0 \cdot j_5 + 0 \cdot j_6 = 0 \\ III) & 0 \cdot j_1 + 0 \cdot j_2 + 1 \cdot j_3 - 3 \cdot j_4 + 0 \cdot j_5 + 0 \cdot j_6 = 0 \\ IV) & +4 \cdot j_1 - 1 \cdot j_2 + 2 \cdot j_3 - 6 \cdot j_4 - 2 \cdot j_5 + 1 \cdot j_6 = 0 \end{array}$$

Offensichtlich sind die Gleichungen II und III linear abhängig, und führen zu gleichen Lösungen, da $j_i \in \mathbb{N}$ gilt für alle $i \in \{1, ..., 6\}$. Setzt man eine der Gleichungen II oder III in I oder IV ein, so fallen die beiden mittleren Summanden weg und die Gleichungen I und IV sind auch linear abhängig. Es ergibt sich also folgendes Gleichungssystem:

$$\begin{array}{lr} I') & -4 \cdot j_1 + 1 \cdot j_2 + 2 \cdot j_5 - 1 \cdot j_6 = 0 \\ II') & -1 \cdot j_3 + 3 \cdot j_4 = 0 \end{array}$$

Alle Vektoren $j^{tr} = (j_1 ... j_6) \in \mathbb{N}^6 \setminus \{0\}$ welche dieses LGS lösen sind also T-Invarianten vom Netz $N_{10.3}$.

2.

Es sei $j = (1,3,3,1,1,1)^{tr}$ einer der T-Invarianten-Vektoren. Außerdem sei $m_0 = (4,3,0,0)^{tr}$.

$$m_0 = \begin{pmatrix}4\\3\\0\\0\end{pmatrix} \xrightarrow{a} \begin{pmatrix}0\\3\\0\\4\end{pmatrix} \xrightarrow{b} \begin{pmatrix}1\\3\\0\\3\end{pmatrix} \xrightarrow{b} \begin{pmatrix}2\\3\\0\\2\end{pmatrix} \xrightarrow{b} \begin{pmatrix}3\\3\\0\\1\end{pmatrix} \xrightarrow{c} \begin{pmatrix}2\\2\\1\\3\end{pmatrix} \xrightarrow{c} \begin{pmatrix}1\\1\\2\\5\end{pmatrix} \xrightarrow{c} \begin{pmatrix}0\\0\\3\\7\end{pmatrix}$$
$$\xrightarrow{d} \begin{pmatrix}3\\3\\0\\1\end{pmatrix} \xrightarrow{f} \begin{pmatrix}2\\3\\0\\2\end{pmatrix} \xrightarrow{e} \begin{pmatrix}4\\3\\0\\0\end{pmatrix}$$

Aufgabe 10.4

1.

Sei A ein Siphon eines P/T-Netzes N, welches in m_0 unmarkiert ist. Dann ist keine Transition aus $A^\bullet$ aktiviert. Da alle Transitionen, die Marken in A legen könnten, gleichzeitig Transitionen sind, die im Nachbereich von A liegen, wird keine von m_0 erreichbare Markierung eine solche Transition aktivieren, um damit A markieren zu können.
Somit bleibt der Siphon auch in allen aus m_0 erreichbaren Markierungen unmarkiert.

2.

3.

Die Markierung $m_0 = (0,0,0,0,0,0,1,0)^{tr}$ ist eine Startmarkierung minimaler Markenzahl, in der alle Transitionen potentiell aktivierbar sind. Dabei aktiviert folgender Pfad alle Transitionen:

$$\begin{pmatrix}0\\0\\0\\0\\0\\0\\1\\0\end{pmatrix} \overset{t_5}{\rightarrow} \begin{pmatrix}0\\0\\0\\0\\0\\1\\0\\1\end{pmatrix} \overset{t_6}{\rightarrow} \begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\\1\\1\\0\\0\end{pmatrix} \overset{t_1}{\rightarrow} \begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\\0\\1\\0\\0\end{pmatrix} \overset{t_2}{\rightarrow} \begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\\0\\0\\0\\0\end{pmatrix} \overset{t_3}{\rightarrow} \begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\\0\\0\\0\\0\end{pmatrix} \overset{t_4}{\rightarrow} \begin{pmatrix}0\\0\\0\\0\\0\\0\\1\\0\end{pmatrix}$$

Aufgabe 10.5

1.

Das Netz in Abbildung 1 ist das durch Transitions-Faltung entstandene, gefärbte Netz $N_{10.5}$. Dabei sind die Guards der Transitionen:

- $t_1 : (x = c \wedge z = e + f) \vee (x = d \wedge z = e + f)$
- $t_2 : (x = c \wedge y = a \wedge z = e + f) \vee (x = d \wedge y = b \wedge z = e + f)$
  $\rightarrow$ Ausgehend davon, dass ein Kind immer im selben Bett schläft
- $t_3 : (x = c \wedge y = a \wedge s = s) \vee (x = d \wedge y = b \wedge s = s)$
- $t_4 : (x = c \wedge s = s) \vee (x = d \wedge s = s)$

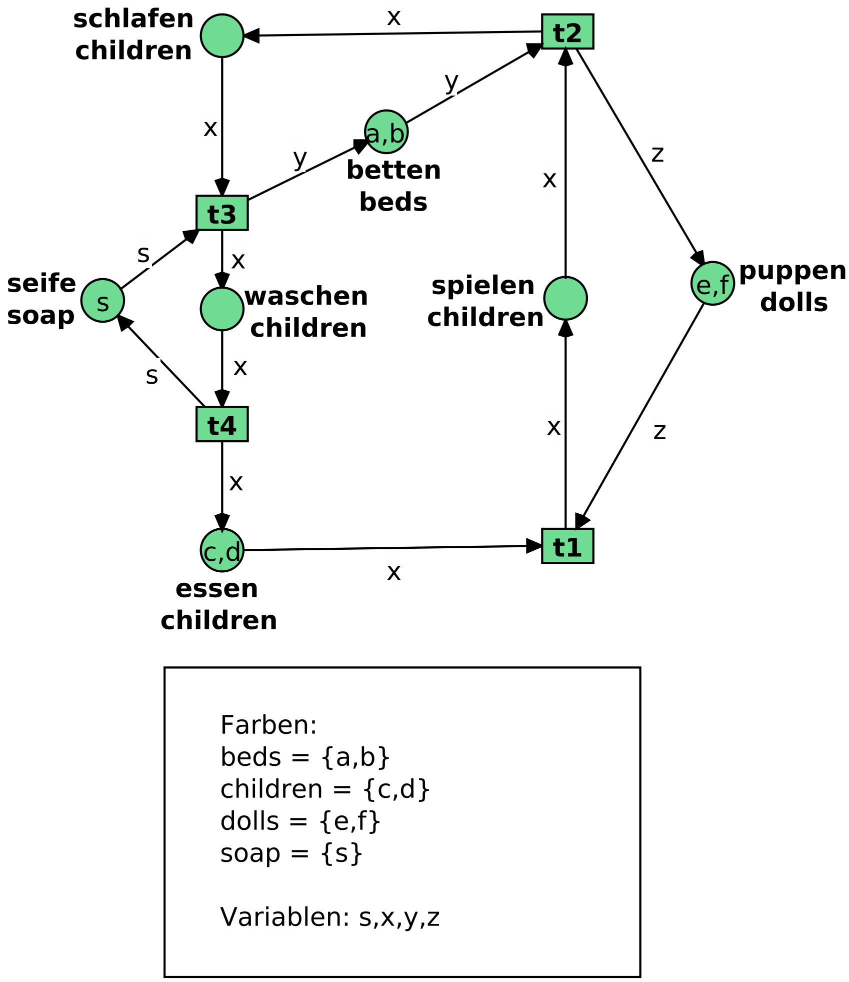

Abbildung 1: gefärbtes Netz $N_{10.5}$

2.

3.

Aufgabe 10.6

- Ein Netz ohne ____ heißt lebendig.
  Lösung: partielle Verklemmungen

(Lesestoff Woche 10, Teil 1)

- *Flexible Arcs* erlauben das Bewegen von mehreren Marken.
  Wahr oder falsch?
  (Lesestoff Woche 10, Teil 2)