FGI 2 Hausaufgaben 3

Mareike Göttsch, 6695217, Gruppe 2
Paul Hölzen, 6673477, Gruppe 1
Sven Schmidt, 6217064, Gruppe 1

6. November 2016

Aufgabe 3.3

1.

Es sind $L(A_1) = ((a+c)b)^*$,
$L(A_2) = ((a+c)b^*(a+c)a^*b)^*((a+c)b^*(a+c)a^*)^+$,
$L^\omega(A_1) = ((a+c)b)^\omega$ und
$L^\omega(A_2) = (((a+c)b^*(a+c))a^\omega + ((a+c)b^*(a+c)a^*b)^\omega)$.

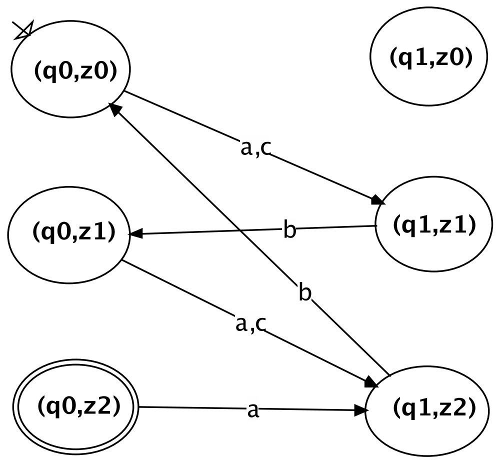
2.

Per Konstruktion nach Satz 1.8 ergibt sich:
$Q = \{(q_0, z_0), (q_0, z_1), (q_0, z_2), (q_1, z_0), (q_1, z_1), (q_1, z_2)\}, Q^0 = \{(q_0, z_0)\}$,
$F = \{(q_0, z_2)\}$ und $(q_0, z_0) \xrightarrow{a,c} (q_1, z_1), (q_0, z_1) \xrightarrow{a,c} (q_1, z_2), (q_0, z_2) \xrightarrow{a} (q_1, z_2)$,
$(q_1, z_1) \xrightarrow{b} (q_0, z_1), (q_1, z_2) \xrightarrow{b} (q_0, z_0)$

Daraus ergibt sich folgender Automat A_3:

3.

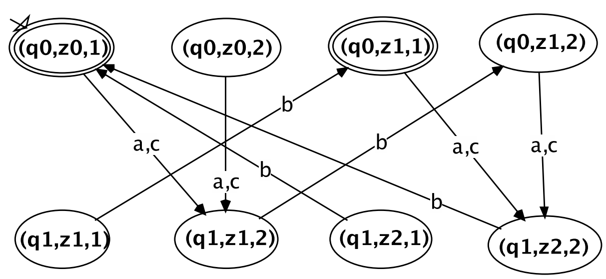
Es sind $L(A_3) = \emptyset$ und $L^\omega(A_3) = \emptyset$, da der Endzustand (q_0, z_2) nicht erreichbar ist.
Es gilt $L(A_3) = L(A_1) \cap L(A_2)$ und $L^\omega(A_3) \neq L^\omega(A_1) \cap L^\omega(A_2) = L^\omega(A_1)$.



4.

Mit der Konstruktion nach Satz 1.21 ergibt sich:
$Q = \{(q_0, z_0, 1), (q_0, z_0, 2), (q_0, z_1, 1), (q_0, z_1, 2), (q_1, z_1, 1), (q_1, z_1, 2), (q_1, z_2, 1), (q_1, z_2, 2)\}$ (es werden nur die initialen Zusammenhangskomponenten von A_3 betrachtet), $Q^0 = \{(q_0, z_0, 1)\}$, $F = \{(q_0, z_0, 1), (q_0, z_1, 1\}$ und
$(q_0, z_0, 1)\xrightarrow{a,c}(q_1, z_1, 2), (q_0, z_0, 2)\xrightarrow{a,c}(q_1, z_1, 2), (q_0, z_1, 1)\xrightarrow{a,c}(q_1, z_2, 2),$
$(q_0, z_1, 2)\xrightarrow{a,c}(q_1, z_2, 2), (q_1, z_1, 1)\xrightarrow{b}(q_0, z_1, 1), (q_1, z_1, 2)\xrightarrow{b}(q_0, z_1, 2),$
$(q_1, z_2, 1)\xrightarrow{b}(q_0, z_0, 1), (q_1, z_2, 2)\xrightarrow{b}(q_0, z_0, 1).$

Daraus ergibt sich folgender Automat A_4:



5.

Es sind $L(A_4) = ((a+c)b(a+c)b)^*$ und $L^\omega(A_4) = ((a+c)b)^\omega$. Es ist $L(A_1) \cap L(A_2) = \emptyset \neq L(A_4)$ und $L^\omega(A_4) = L^\omega(A_1) \cap L^\omega(A_2)$.

Aufgabe 3.4

1.

Die Transitionssysteme TS_1 und TS_2sind nicht bisimilar, da laut Definition das Element (z_2, p_5) in einer möglichen Bisimulationsrelation enthalten sein müsste.

Daraus folgt nach

$$p_5 \xrightarrow{c} p_6 \xrightarrow{b} p_4 \xrightarrow{b} p_5$$
$$\vdots$$
$$z_2 \xrightarrow{c} z_0 \xrightarrow{b} z_2 \xrightarrow{b} z!$$

dass das ebenfalls entahltene Element (z_2, p_4)die Bedingung für eine Bisimulationsrelation nicht erfüllt.

Die Transitionssysteme TS_1 und TS_3 sind bisimilar mit der folgenen Bisimulationsrelation

$$\mathscr{B}_{13} = \{(z_0, q_0), (z_0, q_4), (z_0, q_8), ..., (z_1, q_2), (z_1, q_6), ..., (z_2, q_1), (z_2, q_3), (z_2, q_5), (z_2, q_7), (z_2, q_9), \}$$

Die Transitionssysteme TS_2 und TS_3sind ebenfalls nicht bisimilar, da es ähnlich wie im ersten Fall kein (q_{ug}, p_4) gibt welches die Bedingung für eine Bisimulation erfüllt.

Aus der Symmetrie der Bisiumationsrelation folgt, da $TS_1 \underline{\leftrightarrow} TS_3$ gilt auch $TS_3 \underline{\leftrightarrow} TS_1$ mit der Bisimulationsrelation

$$\mathscr{B}_{31} = \{(q_0, z_0), (q_4, z_0), (q_8, z_0), ..., (q_2, z_1), (q_6, z_1), ..., (q_1, z_2), (q_3, z_2), (q_5, z_2), (q_7, z_2), (q_9, z_2)\}$$

2.

a)

$$\mathscr{B}_1 = \{(z_0, q_0), (z_1, q_2), (z_1, q_3), (z_2, q_1), (z_3, q_1), (z_4, q_4)\}$$

Die Elemente $(z_0, q_0), (z_4, q_4)$ entspringen den Punkten a) , c) der Definition 2.4 aus dem Skript für die Start/Endzustandsmengen. Nach

$$z_0 \xrightarrow{a} z_2 \xrightarrow{b} z_3 \xrightarrow{a} z_4$$
$$\vdots$$
$$q_0 \xrightarrow{a} q_1 \xrightarrow{b} q_1 \xrightarrow{a} q_4$$

und

$$z_0 \xrightarrow{b} z_1 \xrightarrow{b} z_1 \xrightarrow{a} z_4$$
$$\vdots$$
$$q_0 \xrightarrow{a} q_2 \xrightarrow{b} q_3 \xrightarrow{a} q_4$$

erhält man dann die Elemente $(z_2, q_1), (z_3, q_1), (z_1, q_2), (z_1, q_3)$ gemäß 2.4b.

Die übrigen Transitionen werden durch bereits enthaltene Elemente abgedeckt, weshalb $\mathscr{B}_1$die Bedingung für eine Bisimulationsrelation erfüllt.

Eine zweite Bisimulationsrelation erhalten wir über die Symmetrie:

$$\mathscr{B}_2 = \{(q_0, z_0), (q_2, z_1), (q_3, z_1), (q_1, z_2), (q_1, z_3), (q_4, z_4)\}$$

b)

c) Da im TS_3 in q_1 kein b mehr gelesen werden kann folgt aus

$$z_0 \xrightarrow{a} z_2 \xrightarrow{b} z_3$$
$$\vdots$$
$$q_0 \xrightarrow{a} q_1 \xrightarrow{b} q!$$

dass $z_2$und $q_1$nicht mehr bisimilar sind. Es gibt damit überhaupt keinen Zustand im TS_3 der zu z_2 bisimilar ist. Folglich gibt es auch keine Bisimulationsrelation zwischen TS_1und TS_3.