内卷问题建模与分析

林汇平, 奚佳琪, 徐丁涵, 杨礼铭, 王赞辰令

1 内卷问题简介

"内卷"的概念源于人类学家格尔茨对印度尼西亚农业的研究, 本意是一类文化模式达到了某种最终的形态以后, 既没有办法稳定下来, 也没有办法转变为新的形态, 而只能不断地在内部变得更加复杂的现象. 中国学者黄宗智将边际生产率递减的概念引入"内卷", 从而使其具有某种贬义.

目前, "内卷"已经成为流行语. 网络语境下的"内卷"概念既维持了学术界"内卷"的一些特征, 如资源受限和边际效益递减, 又给内卷附带了一层恶性竞争的含义. 些流行文字中可窥一斑. 有人说, "什么叫作内卷? 说白了就是过剩的人口投入到有限资源的争夺之中". 有人把"内卷"用在了教育竞争上, 如招生名额是一定的, 报考人数也是一定的, 但有的学校开始补课, 其余学校担心考分落后都跟着补课, 结果所有人的考分都提高了, 但录取分数线也随之提高了. 也有人把"内卷"用于职场竞争, 如一些人为了在领导面前表现努力工作, 经常不按时下班, 其他人也如法炮制, 最后形成大家都故意加班的局面.

对于上述对"内卷"现象的描述, 我们可以概括性地定义为: 同行间竞相付出更多努力以争夺有限资源, 从而导致个体"收益努力比"下降的现象, 可以看作是努力的"通货膨胀".

本文接下来会建立内卷现象的社会网络模型与模型演化规则, 并论述该模型对实际社会描述时的合理性. 接下来通过一系列模拟实验, 探究在不同的初始化条件下, 模型最终的演化状态, 并分析结果所对应的实际社会中的现象, 与相应现象所产生的原因.

2 模型构造

我们建立的第一个网络模型是以群体中的每个人为研究对象, 每个人是一个节点, 人与人之间所连的边表示两人间存在关系. 当节点上的人"不卷"时, 节点被赋值为 0; 当节点上的人"卷"时, 节点被赋值为 1. 随着时间 t 的演化规则如下:

1. 初始状态下, 网络中占比 $0 < w < 1$ 的节点值为 1 , 剩余的占比 $1-w$ 的节点的值都为 0.
2. 每次演化时, 网络中的每个节点根据其所有邻居的行为进行状态选择. 若他的邻居中有占比超过 q 的值为 1, 他也会转变为 1.

这个模型和课上所讲的网络级联模型很像, 可以说是网络级联的一个实例. 其中初值为 1 的节点即为初用节点集合, q 即对应着网络级联中"门槛值"的定义.

这个模型较为简单, 不同的初值与演化规则所导致的不同结果也在课上已有诸多讨论. 并且, 所有将人作为节点并互相影响的模型都可以看作是网络级联模型的拓展和延申: 每个人根据自己的现有收益, 目标收益与他人的行为来改变自我的行为. 这是对真实的社会的一个较为简单的抽象, 在本文中不再赘述.

我们建立第二个模型时改变了思路, 不再将人作为网络中的节点, 而将"资源点"作为网络中的节点. 节点可以被考虑为现实社会中有限资源的载体, 边被考虑为可以互通的资源载体. 人们可以在某个资源点上进行积累, 也可以从某个资源点转移到相邻的资源点. 一个例子如下: 考虑一片由 n 块农田组成的土地. 每个人可以选择在自己当前的农田上进行开垦, 也可以转移到与之相邻的农田上进行开垦. 但每块农田所能提供的资源是有上限的, 人们不可能无条件地一直开垦并受益, 因此随着开垦次数的增加, 农田的出产能力应当是递减的; 且每块农田上可能会有多个人在开垦, 随着人数增多, 每个人的获益也是递减的. 在这个例子中, 农田是网络的节点, 相互可达的农田是网络的边; 人作为外力介入到模型中 (每次搜索一块最优的农田进行开垦), 从而影响整个网络的演化.

我们接下来给出基于上述模型的一些基本设定, 论述其合理性, 并给出网络模型与演化规则的形式化描述.

2.1 基本设定

记资源点构成的无向图为 $G = \langle V, E\rangle$, 社会中人的集合为 S.

1. 不考虑其他人时, 每个人在每个资源点上能获取的资源, 随着时间的推进将先增高后降低. 这与现实社会情况是吻合的, 在进行技能的学习时, 入门与起步阶段的收益整体上较低, 学到一定程度后会逐渐增高, 但随着水平越来越高, 想再做出提升并取得收益的难度也会逐渐增加, 这也是一种边际递减效应. 将每个人在该资源点上不考虑其他人时的收益记为"个人水平值".

2. 每个资源点产出资源的能力, 随着它已产出资源的总量呈现边际递减效应. 这与现实社会情况是吻合的, 比如正在进行小升初的小学生群体中, "数学好"这一技能所能带来的优势被视为资源, 那么当会群体的数学水平不断上升, 想要通过数学学习上的提升来获得资源将会愈加困难. 我们将每个人在资源点上考虑其他人时的收益记为"真实收益值".

3. 由 1 和 2, 不难想象, 每个人在每个资源点上会有一个"个人水平值"与"真实收益值", "个人水平值"只与个体有关, "真实收益值"与群体有关.

   对于某个人 P_i 与某个资源点 V_j, P_i 在 V_j 上的个人水平值可以被定义为:

   $$v_{i,j}(t) = a_i \int_{t=0}^{T_{i,j}} f_j(t)\mathrm{d}t.$$

   此处 $T_{i,j}$ 是 P_i 在 V_j 上投入的总时长, a_i 表明了他的资源获取能力, 在个体间有差异. $f_j(t)$ 是个人水平值的增长函数, 随 t 先递增后递减, 且一致收敛. 这保证了 $\int_{t=0}^{+\infty} f_j(t)\mathrm{d}t$ 有限.

对于某个人 P_i 与某个资源点 V_j, P_i 在 V_j 上的真实收益值可以被定义为:

$$w_{i,j}(t) = v_{i,j}(t) \cdot \frac{v_{i,j}(t)}{\sum_{P_{i'} \in S} v_{i',j}(t)} = \frac{(v_{i,j}(t))^2}{\sum_{P_{i'} \in S} v_{i',j}(t)}.$$

其中 S 为所有人的集合. 上式中, $w_{i,j}(t)$ 表示真实收益值, 涵义是真实收益值乘以一个缩小因子, 该缩小因子为当前节点上 P_i 的个人水平值与整个社会群体的个人水平值之和的比例.

4. 每个资源节点 V_i 的可达节点为 $\{V_i\} \cup \{V_j \mid (V_i, V_j) \in E\}$, 即该节点与它的所有邻居.
5. 每个人 P_i 在任意时刻 T 都知道它所有可达节点上整个社会群体的个人水平值之和.
6. 每个人 P_i 在选择下一步的资源获取点时是短视贪心的: P_i 在他当前占据节点的所有可达节点中选择一个期望收益最高的节点, 并转移到该节点进行工作.

2.2 模型与演化规则

该模型中的无向图为 $G = \langle V, E \rangle$, 其中 $|V| = n$; 社会中人的集合为 S, 其中 $|S| = m$; 社会中人的资源获取能力为 m 维向量 $A = (a_0, a_1, \cdots, a_{m-1})$. 演化过程是离散的, 即 $t = 0, 1, 2, \cdots$. 演化规则如下:

1. 第 0 轮: 对图 G 进行随机的初始化操作, 随机选择一定数量的节点对 (V_i, V_j) 连边; 对 S 进行初始化操作, 给每个人在 V 中选择一个初始资源点. 对 A 进行初始化操作, 以 (c_0, c_1) 上的均匀分布对每一位进行独立赋值, 即 $a_i \sim U(c_0, c_1)$. 在实验中我们取 $a_i \sim U(0.4, 0.6)$. 对所有的节点 V_j, 定义单个人的资源获取函数都为满足 $\mu = 1, \sigma = 0.5$ 的 log 正态分布函数. 这是一个积分有限且满足先增后减的函数. 其函数形式为:

$$f(t) = \frac{\exp\left(-0.5 \cdot \frac{1}{0.5^2} \cdot (\ln x - 1)^2\right)}{\sqrt{2\pi} \cdot 0.5}.$$

2. 第 1 轮: 每个人在当前选择的节点上进行工作. 显然, 对任一人而言, 这一次其真实收益值与个人水平值是相等的, 都为 $a_i f(1)$.
3. 第 T 轮: 每个人在第 $T-1$ 轮的基础上进行短视贪心搜索, 在其所有可达节点中选择一个预估收益最大的节点, 并转移到该节点上进行工作. 但注意: 转移之后真实的收益和预估收益可能不同.

   对于人 P_i, 他在第 $T-1$ 轮结束时, 在节点 V_j 的个人水平值为:

$$v_{i,j}(T-1) = \sum_{t=0}^{t_{i,j}(T-1)} a_i f(t).$$

   其中函数 $t_{i,j}(x)$ 表示第 x 轮结束时, P_i 在节点 V_j 已工作的时间. 由于每轮只能选择一个节点进行工作, 因此应有: $\sum_j t_j(x) = x$.

   他在第 T 轮如果选择节点 V_j 进行工作, 在每个节点付出的时间变为:

$$\bar{t}_{i,j'}(T) = t_{i,j'}(T-1) \quad \text{if } j' \neq j,$$
$$\bar{t}_{i,j'}(T) = t_{i,j'}(T-1) + 1 \quad \text{if } j' = j.$$

个人水平值变为:

$$\bar{v}_{i,j}(T) = v_{i,j}(T-1) + a_i f(t_{i,j}(T-1)+1).$$

预估的收益应为:

$$\bar{w}_{i,j}(T) = \frac{(v_{i,j}(T-1) + a_i f(t_{i,j}(T-1)+1))^2}{\sum_{P_{i'} \in S} v_{i',j}(T-1) + a_i f(t_{i,j}(T-1)+1)}.$$

在计算预估收益时, P_i 只会考虑该节点现有的总资源与自己带来的资源增加, 而不会考虑下一轮其他人可能带来的资源增加. 因此, 当所有人做完选择 (即按照演化规则, 在所有可达节点中选择了预期收益最大的), P_i 在 V_j 真实的收益应为:

$$w_{i,j}(T) = \frac{\left(\sum_{t=0}^{t_{i,j}(T)} a_i f(t)\right)^2}{\sum_{P_i \in S} v_{i,j}(T)}.$$

在第 T 轮时, P_i 的真实总收益为他在每个节点的真实收益之和, 应为:

$$w_i(t) = \sum_{V_j \in V} w_{i,j}(T).$$

4. 重复步骤 3.

对于该模型而言, 网络演化规则的核心即为**短视贪心**的搜索, 每人在结束本轮资源获取后, 转移向预估的下一轮将能取得最多资源的节点. 但最终的结果也许并不如此, 因为如果人们都大量涌向某个资源点, 在这个节点的真实收益反而可能较低. 并且, 对于某些节点, 如果 P_i 不在该节点继续工作下去, 而其他人加入了这个节点进行工作, 随着时间推移, 他能获得的收益也会逐渐降低. 这与现实资源分配中"不进则退"的现象也是非常吻合的. 因此, 本模型真实刻画了社会现实中的"内卷"情况.

3 实验设计

我们假设总人数为 m, 总节点(资源)数为 n, 初始网络为每个节点随机赋 $[2, 15]$ 个邻居节点, 每个 timestep 每个节点上生发一个新节点的概率为 p, 设定固定迭代时间步为 200 步.

我们的实验目的是代码模拟上文提出的模型, 研究人数、初始资源数、资源发展速率对资源分配情况的影响. 我们观察每一时刻所有人的平均收益, 以此作为是否发生内卷的凭据, 同时用于分析何种参数下的人均收益可以达到最优. 最后, 我们由实验结果推断内卷的形成原因, 并进一步提出如何避免内卷现象的产生.

实验主要分为以下两项:

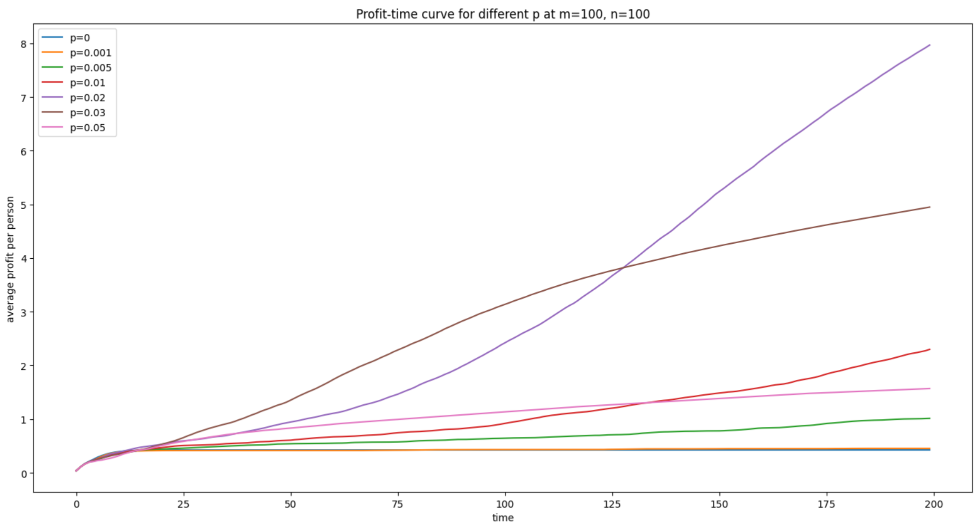
1. 研究资源网络发展速率对收益的影响: 固定 $m = n = 100$, 探究在改变资源增长速率 p 的情况下, 何时会发生内卷, 人均收益的增长呈何状态.

2. 研究人数、资源节点数对收益的影响: 固定 $p=0$, 即资源总量固定网络不发展. 改变 m,n, 探究固定人数改变资源数、固定资源数改变人数、固定资源/人数比例时, 资源有限网络会如何发展, 人均收益是否收敛, 在何值收敛.

4 实验结果

4.1 资源网络增长速率对收益的影响

实验发现, 在不同网络增长速率 p 下, 平均每个人的总收益随时间 (或迭代步数) 的增长可能出现两种状态 (结果如下图所示) :

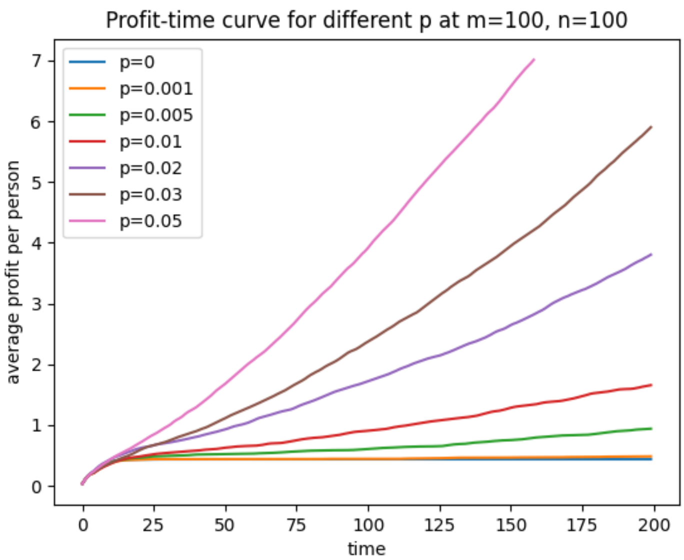


1.内卷态. 当网络增长速率 $p=0$ 时, 由于总资源持续受限, 平均每个人的总收益随时间推移, 增长逐渐变慢, 最终收敛于特定值. 一个现实生活中的典型例子是高考, 由于考试范围是固定的, 个体只能在有限的知识范围内不断精细化训练, 在陷入激烈竞争的同时个人知识和能力几乎不再增长.

2.受限态. 当网络增长速率足够小时, 平均个人收益开始时有一个快速的增长期, 之后由于资源受限, 增长速率减缓. 但由于网络规模会持续增长到无穷, 个体发展空间增大, 可以预期在时间非常长时, 增长速率又会增大, 增长速率受限只是暂时的.

我们最初认为, 随着新增节点概率 p 增加, 每轮的资源总数会增加, 这有助于缓解内卷状况. 但是, 我们会发现在已知的步数 (200步) 内, $p=0.02$ 反而人均收益最高, 高于 $p=0.03$ 甚至远高于 $p=0.05$, 这与我们的推论不符. 经过研究发现, 过高的 p 反而会导致人们快速聚集在少量节点上. 在第 100 轮时, $p=0.05$ 时所有人会聚集于 7 个节点之上, 而 $p=0.02$ 时所有人会聚集于 67 个节点上. 我们推测, 因为每个人对下一个节点的预测只基于自己的短时判断, 而不受周围人影响, 因此当大量人员聚集于同一个点时, 他们接下来的所有行动都是统一的, 自然会导致收益的下降. 而当每个新节点都连接着 2 至 15 个老节点时, 它对这些老节点都是最优解, 这些老节点

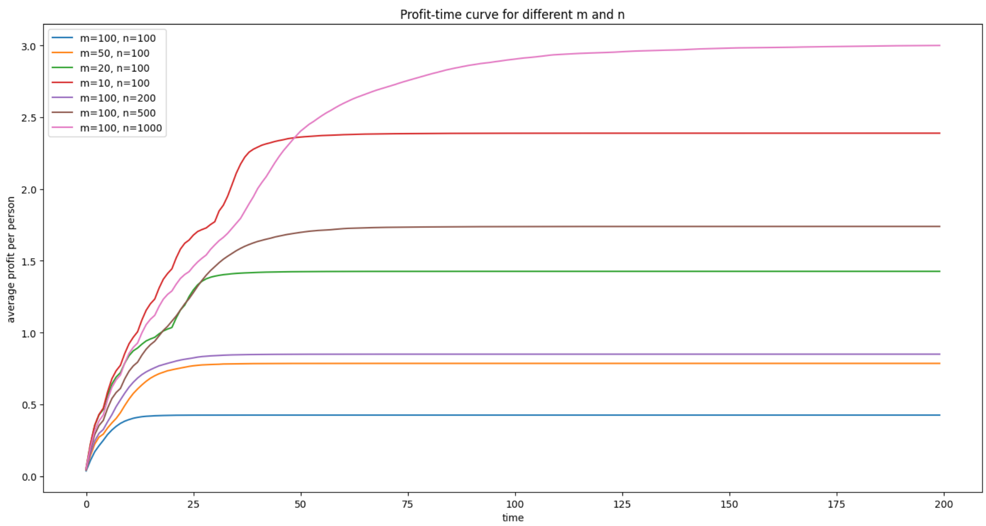
上的人在接下来一轮里会聚集在这一个节点上, 导致人的聚集. 我们修改模型, 将新节点只挂在一个老节点上, 结果如下:



发现随着 p 增大, 最终人均收入会增大.

4.2 人数与资源节点数对收益的影响

考虑网络增长速率 $p=0$ 的情况, 对不同的 m 和 n 进行了实验, 结果如下图所示.



可见资源条件一定时, 更为稀疏的人口下, 人均收益增长更快, 收敛更慢, 收敛值 (平均每人能获得的最大收益) 更大. 人口数量一定时, 资源规模越大, 人均收益增长更快, 收敛更慢, 收敛值更大. 这些结论是符合我们直观认识的. 同时, 比较 $m=10, n=100$ 和 $m=100, n=1000$ 等实验结果可发现, 当 m/n 一定时, $m(n)$ 更大时, 收敛值更大.

5 结论

在本次报告中, 我们对"内卷"的状态建立了以资源点为节点的网络, 设置了网络演化模式, 并在其上探索了一系列演化结果. 我们的模型演化结果展现了一系列"内卷"可能的结果.

考虑一个星形网络, 初始化都在星星的尖上, 第一次大家都会迁移到中间, 之后每一次大家都会迁移到一个位置. 一旦两个人来到同一个节点后, 他们之后所有的活动都会趋同, 这就是"内卷"的发生. 因此, 在实际场景中, 当我们和别人没什么区别的时候, 更不应该扎堆去"内卷", 因为我们的模型表明群体性短视贪心搜索可能会导致最差结果. 我们更应该探索自己独特的优势, 并发挥特长.