

Дополнительная контрольная работа по курсу
“Обыкновенные дифференциальные уравнения”
 Вариант АЗ.

1. Для уравнения

$$y' = \frac{2xy}{x^2 + y^2}, \quad y(\cdot) \in \mathbb{R},$$

- (i) [3] найти все решения задачи Коши с начальным условием $y(x_0) = y_0$,
- (ii) [2] указать, для каких начальных данных (x_0, y_0) решение (локальное) существует? единственно? неединственно?
- (iii) [2] каковы максимальные интервалы существования решений в зависимости от начальных данных?
- (iv) [5] Найти решение, удовлетворяющее условию $y(0) = 2$, указать максимальный интервал (a, b) его существования, изобразить его график и найти, если они существуют.

$$\lim_{x \rightarrow a+0} y(x), \quad \lim_{x \rightarrow b-0} y(x).$$

2. Для дифференциального уравнения

$$y'' + y = \operatorname{ctg} 2x, \quad y(\cdot) \in \mathbb{R}, x \in (0, \pi/4)$$

- (i) [2] найти общее решение соответствующего однородного уравнения,
- (ii) [3] найти общее решение (исходного) уравнения,
- (iii) [5] найти решение (исходного) уравнения, непрерывное вплоть до границ интервала задания уравнения, удовлетворяющее условиям $y(0) = 1, y(\pi/4) = 1$.

3. Для дифференциального уравнения

$$x^{IV} + 2\ddot{x} + x = 4 \cos t, \quad x(\cdot) \in \mathbb{R}$$

- (i) [2] найти общее решение соответствующего однородного уравнения,
- (ii) [3] найти общее решение (исходного уравнения),
- (iii) [5] найти решение (исходного уравнения), удовлетворяющее начальным условиям $x(0) = 1, \dot{x}(0) = \ddot{x}(0) = x^{III}(0) = 0$, и найти, если они существуют,

$$\lim_{t \rightarrow \pm\infty} x(t).$$