

II контрольная работа по курсу "Обыкновенные дифференциальные уравнения"

Вариант I

1. Для системы уравнений

$$\begin{aligned}\dot{x} &= 5x - 2y, & x(\cdot) \in \mathbb{R}, & y(\cdot) \in \mathbb{R}, \\ \dot{y} &= 4x - y.\end{aligned}$$

- (i) [1] определить все стационарные точки.
- (ii) [4] найти каноническое преобразование координат, выписать систему в новых координатах и изобразить ее фазовый портрет в этих координатах,
- (iii) [4] найти прямые в исходных координатах, проходящие через начало координат, при пересечении которых фазовые траектории параллельны осям x и y .
- (iv) [2] изобразить фазовый портрет системы в исходных координатах,
- (v) [1] определить характер стационарных точек.

2. Для системы уравнений

$$\begin{aligned}\dot{x} &= x + 2y + 2e^{-t}, & x(\cdot) \in \mathbb{R}, & y(\cdot) \in \mathbb{R}, \\ \dot{y} &= 2x + y\end{aligned}$$

- (i) [3] найти общее решение соответствующей однородной системы.
- (ii) [3] найти траекторию неоднородной (исходной) системы, проходящую через начало координат,
- (iii) [2] для траектории, найденной в п. (ii), определить $\lim_{t \rightarrow \pm\infty} y(t)/x(t)$ (если они существуют).

3. Для дифференциального уравнения

$$y'' + 4y' + 4y = \frac{e^{-2x}}{2x^2}, \quad y(\cdot) \in \mathbb{R}, \quad x > 0$$

- (i) [2] найти общее решение соответствующего однородного уравнения.
- (ii) [5] найти общее решение неоднородного (исходного) уравнения.

4. Для дифференциального уравнения

$$y'' + y' - 2y = 3xe^x, \quad y(\cdot) \in \mathbb{R}$$

- (i) [2] найти общее решение соответствующего однородного уравнения.
- (ii) [5] найти общее решение неоднородного (исходного) уравнения.

**II контрольная работа по курсу "Обыкновенные
дифференциальные уравнения"**

Вариант II

1. Для системы уравнений

$$\begin{aligned}\dot{x} &= 7x + 3y, & x(\cdot) \in \mathbb{R}, & y(\cdot) \in \mathbb{R}, \\ \dot{y} &= x - y.\end{aligned}$$

- (i) [1] определить все стационарные точки.
- (ii) [4] найти каноническое преобразование координат, выписать систему в новых координатах и изобразить ее фазовый портрет в этих координатах,
- (iii) [4] найти прямые в исходных координатах, проходящие через начало координат, при пересечении которых фазовые траектории параллельны осям x и y .
- (iv) [2] изобразить фазовый портрет системы в исходных координатах,
- (v) [1] определить характер стационарных точек.

2. Для системы уравнений

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -x + 4y + e^{-t}, & x(\cdot) \in \mathbb{R}, & y(\cdot) \in \mathbb{R}, \\ \dot{y} &= 2x + y + 1\end{aligned}$$

- (i) [3] найти общее решение соответствующей однородной системы.
- (ii) [3] найти траекторию неоднородной (исходной) системы, проходящую через начало координат,
- (iii) [2] для траектории, найденной в п. (ii), определить $\lim_{t \rightarrow \pm\infty} y(t)/x(t)$ (если они существуют).

3. Для дифференциального уравнения

$$y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{e^x + 1}, \quad y(\cdot) \in \mathbb{R}, \quad x(\cdot) \in \mathbb{R},$$

- (i) [2] найти общее решение соответствующего однородного уравнения.
- (ii) [5] найти общее решение неоднородного (исходного) уравнения.

4. Для дифференциального уравнения

$$y'' - 5y' + 4y = 4x^2 e^{2x}, \quad y(\cdot) \in \mathbb{R}$$

- (i) [2] найти общее решение соответствующего однородного уравнения.
- (ii) [5] найти общее решение неоднородного (исходного) уравнения.

II контрольная работа по курсу "Обыкновенные дифференциальные уравнения"

Вариант III

1. Для системы уравнений

$$\begin{aligned}\dot{x} &= 2x + 7y, & x(\cdot) \in \mathbb{R}, & y(\cdot) \in \mathbb{R}, \\ \dot{y} &= -2x - 2y.\end{aligned}$$

- (i) [1] определить все стационарные точки.
- (ii) [4] найти каноническое преобразование координат, выписать систему в новых координатах и изобразить ее фазовый портрет в этих координатах,
- (iii) [4] найти прямые в исходных координатах, проходящие через начало координат, при пересечении которых фазовые траектории параллельны осям x и y .
- (iv) [2] изобразить фазовый портрет системы в исходных координатах,
- (v) [1] определить характер стационарных точек.

2. Для системы уравнений

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -x + 4y + \sin t, & x(\cdot) \in \mathbb{R}, & y(\cdot) \in \mathbb{R}, \\ \dot{y} &= 2x - y\end{aligned}$$

- (i) [3] найти общее решение соответствующей однородной системы.
- (ii) [3] найти траекторию неоднородной (исходной) системы, проходящую через начало координат,
- (iii) [2] для траектории, найденной в п. (ii), определить $\lim_{t \rightarrow \pm\infty} y(t)/x(t)$ (если они существуют).

3. Для дифференциального уравнения

$$y'' + y = \frac{1}{\sin x}, \quad y(\cdot) \in \mathbb{R}, \quad x \in (0, \pi/2)$$

- (i) [2] найти общее решение соответствующего однородного уравнения.
- (ii) [5] найти общее решение неоднородного (исходного) уравнения.

4. Для дифференциального уравнения

$$y'' + y = 4xe^x, \quad y(\cdot) \in \mathbb{R}$$

- (i) [2] найти общее решение соответствующего однородного уравнения.
- (ii) [5] найти общее решение неоднородного (исходного) уравнения.