

I контрольная работа по курсу “Обыкновенные дифференциальные уравнения”

Вариант I.

1. Ответить на следующие вопросы об уравнении

$$\dot{x} = \sqrt{1 - x^2}/x, \quad x(\cdot) \in \mathbb{R}.$$

- (i) [1] Есть ли у данного уравнения стационарные решения? Если да, какие?

Для задачи Коши с $x(0) = 1/2$

- (ii) [1] сколько решений имеет эта задача?
(iii) [3] Выписать все решения.
(iv) [2] Каковы максимальные интервалы существования решений?
(v) [3] Каково асимптотическое поведение решений и их производных на границах максимальных интервалов существования?
(vi) [3] Определить интервалы монотонности решений, их точки локальных и глобальных максимумов и минимумов.
(vii) [2] Изобразить графики решений.

2. Для задачи Коши

$$y' + xy = e^x, \quad y(-1) = 1, \quad y(\cdot) \in \mathbb{R},$$

- (i) [3] выписать все решения (интегралы), и указать, являются ли они единственными.
(ii) [1] Существуют ли решения, определенные на всей вещественной оси? только на полуограниченном интервале? только на ограниченном интервале времени?
(iii) [2] Для каждого решения найти $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x)$.
(iv) [2] Изобразить графики таких решений.

3. Для уравнения

$$(y - x)y' = y, \quad y(\cdot) \in \mathbb{R}$$

- (i) [3] найти все траектории, проходящие через точку $(0, 1)$. Сколько их?
(ii) [2] Каковы максимальные интервалы существования этих траекторий?
(iii) [3] Какова асимптотика этих траекторий на границах максимальных интервалов существования? Имеются ли асимптоты и если да, то какие?
(iv) [2] Определить интервалы монотонности и изобразить графики этих траекторий.

I контрольная работа по курсу “Обыкновенные дифференциальные уравнения”

Вариант II.

1. Ответить на следующие вопросы об уравнении

$$\dot{x} = -\sqrt{1 - x^2}/2, \quad x(\cdot) \in \mathbb{R}.$$

- (i) [1] Есть ли у данного уравнения стационарные решения? Если да, какие?

Для задачи Коши с $x(0) = 1/2$

- (ii) [1] сколько решений имеет эта задача?
 (iii) [3] Выписать все решения.
 (iv) [2] Каковы максимальные интервалы существования решений?
 (v) [3] Каково асимптотическое поведение решений и их производных на границах максимальных интервалов существования?
 (vi) [3] Определить интервалы монотонности решений, их точки локальных и глобальных максимумов и минимумов.
 (vii) [2] Изобразить графики решений.

2. Для задачи Коши

$$y' + xy = e^{-x}, \quad y(1) = 1, \quad y(\cdot) \in \mathbb{R},$$

- (i) [3] выписать все решения (интегралы), и указать, являются ли они единственными.
 (ii) [1] Существуют ли решения, определенные на всей вещественной оси? только на полуограниченном интервале? только на ограниченном интервале времени?
 (iii) [2] Для каждого решения найти $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x)$.
 (iv) [2] Изобразить графики таких решений.

3. Для уравнения

$$(y - x)y' = y, \quad y(\cdot) \in \mathbb{R}$$

- (i) [3] найти все траектории, проходящие через точку $(0, -1)$. Сколько их?
 (ii) [2] Каковы максимальные интервалы существования этих траекторий?
 (iii) [3] Какова асимптотика этих траекторий на границах максимальных интервалов существования? Имеются ли асимптоты и если да, то какие?
 (iv) [2] Определить интервалы монотонности и изобразить графики этих траекторий.

I контрольная работа по курсу “Обыкновенные дифференциальные уравнения”

Вариант III.

1. Ответить на следующие вопросы об уравнении

$$\dot{x} = \sqrt{1 - x^2}/x, \quad x(\cdot) \in \mathbb{R}.$$

- (i) [1] Есть ли у данного уравнения стационарные решения? Если да, какие?

Для задачи Коши с $x(0) = -2/3$

- (ii) [1] сколько решений имеет эта задача?
 (iii) [3] Выписать все решения.
 (iv) [2] Каковы максимальные интервалы существования решений?
 (v) [3] Каково асимптотическое поведение решений и их производных на границах максимальных интервалов существования?
 (vi) [3] Определить интервалы монотонности решений, их точки локальных и глобальных максимумов и минимумов.
 (vii) [2] Изобразить графики решений.

2. Для задачи Коши

$$y' - xy = e^x, \quad y(1) = 1, \quad y(\cdot) \in \mathbb{R},$$

- (i) [3] выписать все решения (интегралы), и указать, являются ли они единственными.
 (ii) [1] существуют ли решения, определенные на всей вещественной оси? только на полуограниченном интервале? только на ограниченном интервале времени?
 (iii) [2] для каждого решения найти $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x)$.
 (iv) [2] Изобразить графики таких решений.

3. Для дифференциального уравнения

$$y' = -2y/(y - x), \quad y(\cdot) \in \mathbb{R},$$

- (i) [3] найти все траектории, проходящие через точку $(0, 1)$. Сколько их?
 (ii) [2] Каковы максимальные интервалы существования этих траекторий?
 (iii) [3] Какова асимптотика этих траекторий на границах максимальных интервалов существования? Имеются ли асимптоты и если да, то какие?
 (iv) [2] Определить интервалы монотонности и изобразить графики этих траекторий.