II контрольная работа по курсу "Обыкновенные дифференциальные уравнения"

Вариант IV (тестовый)

1. Для системы уравнений

$$\dot{x} = 3x - 2y, \quad x(\cdot) \in \mathbb{R}, \ y(\cdot) \in \mathbb{R},$$

 $\dot{y} = 2x - 2y.$

- (i) [1] определить все стационарные точки.
- (ii) [4] найти каноническое преобразование координат, выписать систему в новых координатах и изобразить ее фазовый портрет в этих координатах,
- (iii) [4] найти прямые в исходных координатах, проходящие через начало координат, при пересечении которых фазовые траектории параллельны осям x и y.
- (iv) [2] изобразить фазовый портрет системы в исходных координатах,
- (v) [1] определить характер стационарных точек.
- 2. Для системы уравнений

$$\dot{x} = -x + 4y + 2e^{3t}, \quad x(\cdot) \in \mathbb{R}, \ y(\cdot) \in \mathbb{R},$$

$$\dot{y} = -x + 3y - 2$$

- (і) [3] найти общее решение соответствующей однородной системы.
- (ii) [3] найти траекторию (исходной) системы, проходящую через начало координат,
- (iii) [2] для траектории, найденной в п. (ii), определить $\lim_{t\to\pm\infty}y(t)/x(t)$ (если они существуют).
- 3. Для дифференциального уравнения

$$y'' + 4y = 6/\sin 2x$$
, $y(\cdot) \in \mathbb{R}$, $x \in (0, \pi/2)$

- (i) [2] найти общее решение соответствующего однородного уравнения.
- (ii) [5] найти общее решение (исходного) уравнения.
- 4. Для дифференциального уравнения

$$\ddot{x} + \dot{x} - x = 3t \sin t, \quad y(\cdot) \in \mathbb{R}$$

- (i) [2] найти общее решение соответствующего однородного уравнения.
- (ii) [5] найти общее решение (исходного) уравнения.