

I контрольная работа по курсу “Обыкновенные дифференциальные уравнения”

Вариант I.

1. Для уравнения

$$\dot{x} = \sqrt{1 - x^2}, \quad x(\cdot) \in \mathbb{R},$$

- (i) [3] найти все решения задачи Коши с начальным условием $x(t_0) = x_0$,
- (ii) [3] указать, для каких начальных данных решение (локально) существует? единственно? неединственно?
- (iii) [3] каковы максимальные интервалы существования решений в зависимости от начальных данных?
- (iv) [3] для каких начальных данных решения определены глобально?
- (v) [3] каково асимптотическое поведение решений на границах максимального интервала существования (в частности, имеют ли решения асимптоты, и если да, то какие и как они зависят от начальных данных)?
- (vi) [3] Описать интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, точки экстремумов и перегибов решений в зависимости от начальных данных.
- (vii) [3] Представить на графике качественную картину поведения траекторий в зависимости от начальных данных.

2. Для задачи Коши

$$\begin{aligned} \dot{x} + 2tx &= te^{-t}, \\ x(t_0) &= x_0, \quad x(\cdot) \in \mathbb{R}, \end{aligned}$$

- (i) [3] выписать все решения (интегралы), и указать, являются ли они единственными.
- (ii) [3] Для каких начальных данных решения определены на всей вещественной оси? на полуограниченном интервале времени? На ограниченном интервале времени?

3. Для дифференциального уравнения

$$(y - x)y' = y, \quad y(\cdot) \in \mathbb{R},$$

- (i) [2] выписать формулу для общего интеграла,
- (ii) [4] В частности, найти интегральные кривые, проходящие через точку $(0, 1)$ (сколько их?) и изобразить их на графике.

I контрольная работа по курсу “Обыкновенные дифференциальные уравнения”

Вариант II.

1. Для уравнения

$$\dot{x} = \sqrt{x}e^t, \quad x(\cdot) \in \mathbb{R},$$

- (i) [3] найти все решения задачи Коши с начальным условием $x(t_0) = x_0$,
- (ii) [3] указать, для каких начальных данных решение (локально) существует? единственно? неединственно?
- (iii) [3] каковы максимальные интервалы существования решений в зависимости от начальных данных?
- (iv) [3] для каких начальных данных решения определены глобально?
- (v) [3] каково асимптотическое поведение решений на границах максимального интервала существования (в частности, имеют ли решения асимптоты, и если да, то какие и как они зависят от начальных данных)?
- (vi) [3] Описать интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, точки экстремумов и перегибов решений в зависимости от начальных данных.
- (vii) [3] Представить на графике качественную картину поведения траекторий в зависимости от начальных данных.

2. Для задачи Коши

$$\begin{aligned} \dot{x} + x \cos t - \frac{1}{2} \sin 2t &= 0, \\ x(t_0) &= x_0, \quad x(\cdot) \in \mathbb{R}, \end{aligned}$$

- (i) [3] выписать все решения (интегралы), и указать, являются ли они единственными.
- (ii) [3] Для каких начальных данных решения определены на всей вещественной оси? на полуограниченном интервале времени? На ограниченном интервале времени?

3. Для дифференциального уравнения

$$(y + x)y' = -y, \quad y(\cdot) \in \mathbb{R},$$

- (i) [2] выписать формулу для общего интеграла,
- (ii) [4] В частности, найти интегральные кривые, проходящие через точку $(0, 1)$ (сколько их?) и изобразить их на графике.

I контрольная работа по курсу “Обыкновенные дифференциальные уравнения”

Вариант III.

1. Для уравнения

$$\dot{x} = -\sqrt{x}e^{-t}, \quad x(\cdot) \in \mathbb{R},$$

- (i) [3] найти все решения задачи Коши с начальным условием $x(t_0) = x_0$,
- (ii) [3] указать, для каких начальных данных решение (локально) существует? единственно? неединственно?
- (iii) [3] каковы максимальные интервалы существования решений в зависимости от начальных данных?
- (iv) [3] для каких начальных данных решения определены глобально?
- (v) [3] каково асимптотическое поведение решений на границах максимального интервала существования (в частности, имеют ли решения асимптоты, и если да, то какие и как они зависят от начальных данных)?
- (vi) [3] Описать интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, точки экстремумов и перегибов решений в зависимости от начальных данных.
- (vii) [3] Представить на графике качественную картину поведения траекторий в зависимости от начальных данных.

2. Для задачи Коши

$$\begin{aligned} \dot{x} - \frac{3}{t}x &= t^3 e^t, \\ x(t_0) &= x_0, \quad x(\cdot) \in \mathbb{R}, \end{aligned}$$

- (i) [3] выписать все решения (интегралы), и указать, являются ли они единственными.
- (ii) [3] Для каких начальных данных решения определены на всей вещественной оси? на полуограниченном интервале времени? На ограниченном интервале времени?

3. Для дифференциального уравнения

$$(y^2 + 2x)y' = -2y, \quad y(\cdot) \in \mathbb{R},$$

- (i) [2] выписать формулу для общего интеграла,
- (ii) [4] В частности, найти интегральные кривые, проходящие через точку $(0, 1)$ (сколько их?) и изобразить их на графике.