

Дифракция Фраунгофера на решётке

С. К. Готовко

3 апреля 2020 г.

Теоретическое описание

Дифракционная решётка представляет собой периодическую структуру одинаковых щелей с периодом d . Сначала рассмотрим дифракцию света на одной щели.

а. Дифракция на одной щели

Пусть щель расположена в плоскости XY , бесконечно вытянута вдоль оси y , а её края находятся в прямых $x = \pm b/2$ (здесь b – ширина щели); плоская монохроматическая волна с волновым вектором $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ падает перпендикулярно плоскости XY .

В точку наблюдения P вторичные волны, излучаемые каждой точкой щели, приходят с различными фазами. Здесь мы считаем, что точка P достаточно удалена от щели, поэтому вторичные волны можно считать практически параллельными (рис. 1). Тогда разность фаз между волнами, излучаемыми точками с координатой x и точками с координатой $x = 0$, равна $\delta_1 = -kx \sin \Theta$.

Суммарный вклад всех вторичных волн, излучаемых точками щели, в амплитуду электрического поля в точке P с точностью до постоянного множителя определяется следующим выражением:

$$E_{slit}(\Theta) \propto \int_{-b/2}^{b/2} e^{-i\delta_1(x)} dx = \int_{-b/2}^{b/2} e^{-ikx \sin \Theta} dx \propto \frac{\sin(\frac{kb}{2} \sin \Theta)}{\frac{kb}{2} \sin \Theta} \quad (1)$$

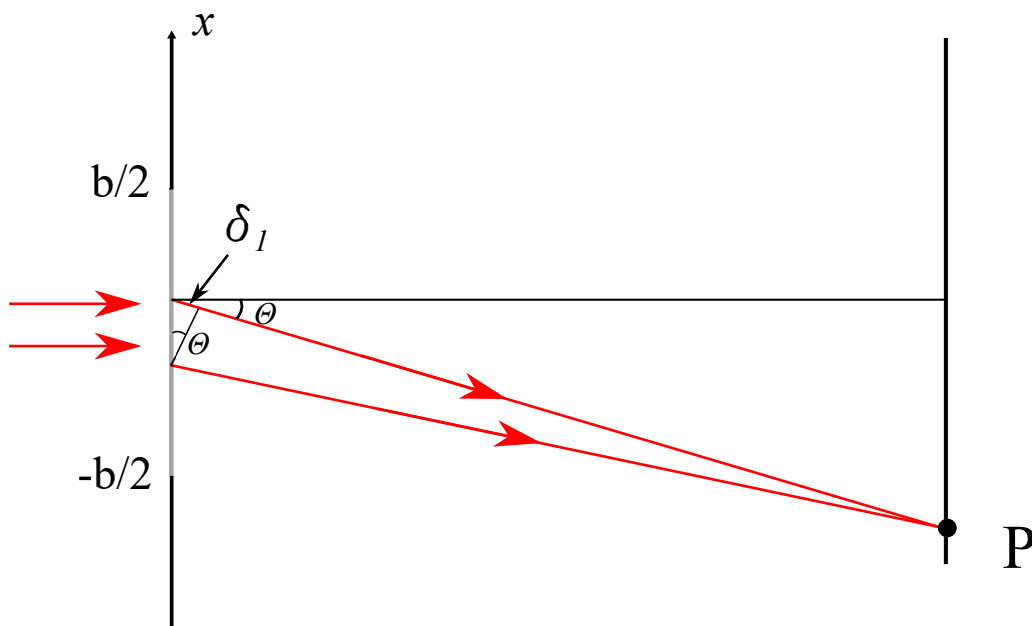


Рис. 1: Дифракция Фраунгофера на одной щели.

в. Дифракция на решётке с N щелями

Пусть плоская монохроматическая волна (с длиной волны λ , волновой вектор $k = 2\pi/\lambda$) падает на решётку перпендикулярно к её поверхности. Здесь также точка наблюдения P находится под углом Θ (угол дифракции) к нормали к решётке. Тогда разность хода между вторичными волнами, исходящими из соседних щелей решётки, будет равна $d \sin \Theta$ (d - период решётки), а разность фаз этих волн δ_2 равна $d \sin \Theta \cdot k = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \Theta$. Если электрическое поле в точке P, излучаемое первой щелью, равно $E_1(\Theta)$ (см. выражение 1), то поля, излучаемые щелями с номерами n , равны:

$$E_n(\Theta) = E_1(\Theta)e^{-i\delta n},$$

а результирующее поле в точке P, излучаемое всеми N щелями, определяется суммой всех полей E_n :

$$E(\Theta) = E_1(\Theta) \cdot \sum_{n=0}^{N-1} e^{-i\delta n}. \quad (2)$$

Сумму в выражении 2 можно вычислить, пользуясь формулой для суммы геометрической прогрессии:

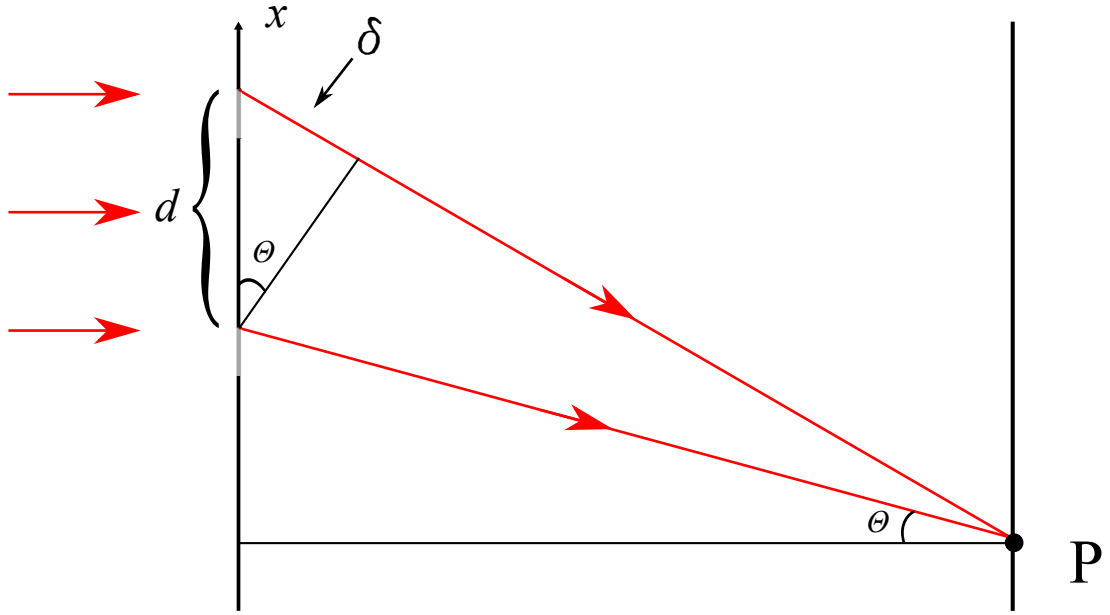


Рис. 2: Дифракция Фраунгофера на решётке.

$$E(\Theta) = E_1(\Theta) \cdot \frac{e^{-i\delta N} - 1}{e^{-i\delta} - 1} = E_1(\Theta) \cdot e^{i\delta(N/2-1)} \frac{\sin(N\delta/2)}{\sin(\delta/2)}. \quad (3)$$

Распределение интенсивности по углам описывается следующим соотношением:

$$I \propto E^2(\Theta) \propto \left[\frac{\sin(\delta_1/2)}{\delta_1/2} \right]^2 \cdot \left[\frac{\sin(N\delta/2)}{\sin(\delta/2)} \right]^2 = \left[\frac{\sin(\frac{kb}{2} \sin \Theta)}{\frac{kb}{2} \sin \Theta} \right]^2 \cdot \left[\frac{\sin(N\frac{kd}{2} \sin \Theta)}{\sin(\frac{kd}{2} \sin \Theta)} \right]^2. \quad (4)$$

На рис. 3 приведён вид функции $I(\sin \Theta)$ для следующих параметров: $\lambda = 400$ нм, $a = 300$ штрихов/мм, $b/d = 1/5$, $N = 5$.

Положения узких максимумов определяются из условия:

$$d \sin \Theta = m\lambda, \quad (5)$$

где m – целое число, называемое порядком главного максимума.

Если же плоская монохроматическая волна падает на решётку под некоторым ненулевым углом Ψ , то ход рассуждений отличается от вышеизложенного заменой $\sin \Theta$ на $(\sin \Theta - \sin \Psi)$.

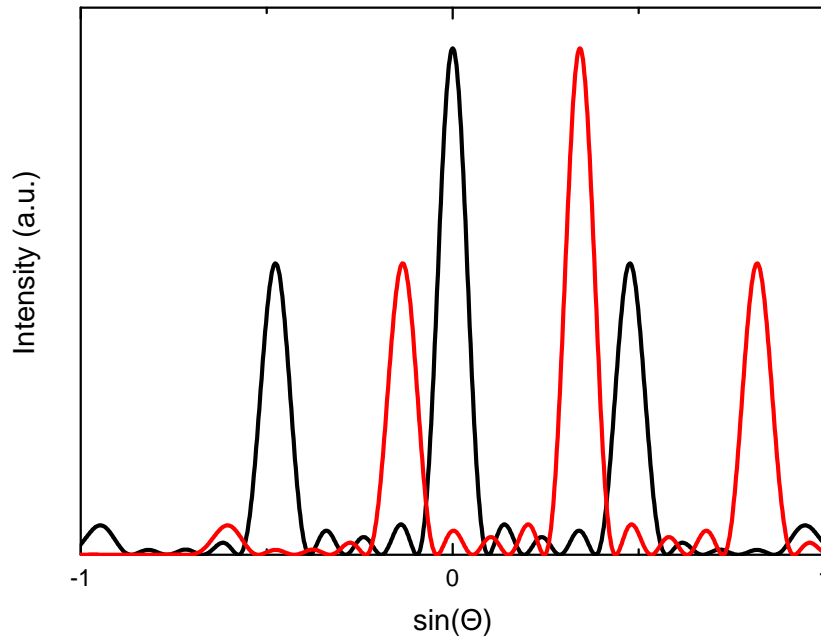


Рис. 3: Распределение интенсивности в зависимости от положения точки наблюдения Р. $\lambda = 400 \text{ nm}$, $a = 300 \text{ штрихов/мм}$, $b/d = 1/5$, $N = 5$. Чёрная кривая соответствует углу падения $\Psi = 0$, красная – $\Psi = 20^\circ$

Задачи работы

1. Собрать установку для наблюдения дифракции на отражающей дифракционной решётке, изучить решётки с различными параметрами.
2. Изучить дифракционную картину для различных решёток при различных углах падения света на решётку, определить положения главных максимумов.
3. Для каждой решётки определить число штрихов на единицу длины a .
4. (дополнительное задание) Для случая, где наблюдается наибольшее количество главных максимумов, при помощи фотодиодного

измерителя мощности измерить интенсивность света в главных максимумах.

Оборудование

1. Лазеры с длиной волны $\lambda = 550$ нм;
2. Отражающие дифракционные решётки с разными постоянными решётки;
3. Переносной экран;
4. Подставки и крепления для элементов оптической схемы;
5. Линейки, транспортиры.

Обработка результатов

Предлагается для каждой дифракционной решётки отметить положения главных максимумов на графике $\sin \Theta(\sin \Psi)$. Свободный коэффициент прямой, получающийся при аппроксимации точек, соответствующих максимумам с одним m , соответствует коэффициенту $\frac{m\lambda}{d}$.