nhất. Hàm mục tiêu được xác định trên tập hữu hạn các phương án từ $\mathbb{A}$ có dạng: $F(w, u_k) \to \max\limits_{A}$

với $\mathbf{w} = (w_1, ..., w_r)$ - véctơ "trọng số" của các tiêu chí;

$\mathbf{u}_k = (u_{1k}, ..., u_{rk})$, $k = 1, ..., n$ - véctơ phương án thứ k ứng với các tiêu chí $\{C_1, ..., C_r\}$

Một trong những phương pháp kết hợp được phổ biến rộng rãi nhất hiện nay là chập tuyến tính, tức là hàm mục tiêu được xây dựng có dạng:

$$F(w, u_k) = \sum_{i=1}^{r} (w_i . u_{ik})$$

Tuy nhiên, phương pháp này còn chứa một dãy các nhược điểm. Vì vậy, bài báo đề xuất phương pháp ra quyết định sử dụng chiến lược Maximin có dạng:

$$F(w, u_k) = \min_{i=1,...,r} (w_i . u_{ik})$$

Chú ý rằng, nếu hai véctơ $\mathbf{w}$, $\mathbf{u}_k$ là hữu hạn thì hàm F cũng hữu hạn. Đặt $\mathbf{w}$ nhận giá trị từ tập $\mathcal{W}$ và $\mathbf{u}_k$ nhận giá trị từ tập $\mathcal{U}_k$. Nếu $\mathcal{U}_k$ - tích đề các của r đoạn $\mathcal{U}_{ik}$, thì hàm F thuộc một đoạn hoặc thuộc tập các đoạn. Nếu tất cả véctơ $\mathbf{w}$ là tuyến tính, thì tập $\mathcal{W}$ là tập lồi. Áp dụng tính chất đơn điệu của hàm F, có thể dễ dàng chứng minh được rằng giá trị của hàm F thuộc một đoạn $[F_1(k), F_2(k)]$.

Khi biết giá trị hàm mục tiêu F thuộc một đoạn thì câu hỏi đặt ra là làm sao để có thể lựa chọn được phương án tối ưu? Theo nghiên cứu, hiện nay tồn tại nhiều phương pháp so sánh để đưa ra phương án tối ưu. Bài báo đã đề xuất một phương pháp phổ dụng với sự trợ giúp của tham số $\eta \in [0, 1]$ (Utkin and Augustin, 2007) và phương pháp chọn η (Schubert, 1995). Nếu $\eta = 1$ thì chỉ phân tích giới hạn dưới của F và đưa ra quyết định bi quan. Nếu $\eta = 0$ thì chỉ phân tích giới hạn trên của F và ra quyết định lạc quan. Như vậy, đối với phương pháp này, phương án tối ưu được chọn là khi kết quả $\eta \cdot F_1(k) + (1-\eta) \cdot F_2(k)$ đạt giá trị lớn nhất.

Nhiệm vụ tiếp theo – xây dựng thuật toán để tính giá trị $F_1(k)$ và $F_2(k)$ của hàm mục tiêu F.

3.3 Tính hàm chặn dưới và hàm chặn trên của hàm mục tiêu

Nếu các phương án được triển khai với sự trợ giúp của hàm niềm tin và hàm thừa nhận trong thuyết Dempster - Shafer thì có thể viết:

$$F_1(k) = \mathbf{Bel}(B_k) = \inf_{\mathbf{w}\in\mathcal{W}} \min_{j=1,...,r} \left(w_j \cdot \mathbf{Bel}_j(B_k) \right),$$

$$F_2(k) = \mathbf{Pl}(B_k) = \sup_{\mathbf{w}\in\mathcal{W}} \min_{j=1,...,r} \left(w_j \cdot \mathbf{Pl}_j(B_k) \right),$$

với $\mathcal{W}$ - tập hợp các véctơ $\mathbf{w}$, tập này xác định thông tin về các tiêu chí ra quyết định.

Rõ ràng, với mọi $\mathbf{w} \in \mathcal{W}$ thì một đoạn bất kỳ $[\mathbf{Bel}^*(B_k), \mathbf{Pl}^*(B_k)]$ thuộc đoạn $[\mathbf{Bel}(B_k), \mathbf{Pl}(B_k)]$, vì vậy, cần tính đoạn lớn nhất có thể có. Nếu có hàm tần suất của nhóm tiêu chí D_k là $m(D_k)$ thì hàm niềm tin và hàm thừa nhận của nhóm tiêu chí D_k được tính bởi:

$$\mathbf{Bel}(D_k) = \sum_{i\ :\ D_i \subseteq D_k} m(D_i),\ \mathbf{Pl}(D_k)$$
$$= \sum_{i\ :\ D_i \cap D_k \neq \varnothing} m(D_i),\ k = 1, ..., 2^r - 1.$$

Giả sử các chuyên gia chọn tiêu chí C_j với xác suất chưa biết là p_j, thì đối với tất cả các tiêu chí thỏa mãn điều kiện $\sum_{j=1}^{r} p_j = 1$. Khi đó, xác suất các tập tiêu chí thỏa mãn hệ bất đẳng thức sau:

$$\mathbf{Bel}(D_k) \le \sum_{j\ :\ C_j \in D_k} p_j \le \mathbf{Pl}(D_k),\ k = 1, ..., 2^r - 1.$$

Hệ bất đẳng thức trên hình thành tập $\mathcal{P}$ phân bố khả năng $p = (p_1, ..., p_r)$. Hàm niềm tin và hàm thừa nhận của nhóm giải pháp ứng với tiêu chí C_j có dạng:

$$\mathbf{Bel}_j(B_k) = \sum_{i\ :\ B_i \subseteq B_k} m(B_i \mid C_j),\ \mathbf{Pl}_j(B_k) = \sum_{i\ :\ B_i \cap B_k \neq \varnothing} m(B_i \mid C_j).$$

Cố định p từ $\mathcal{P}$. Áp dụng chiến lược Maximin có được kết quả:

$$\mathbf{Bel}_p(B_k) = \min_{j=1,...,r} \left(p_j \cdot \mathbf{Bel}_j(B_k) \right),$$

$$\mathbf{Pl}_p(B_k) = \min_{j=1,...,r} \left(p_j \cdot \mathbf{Pl}_j(B_k) \right).$$

Hàm niềm tin và hàm thừa nhận của nhóm phương án nhận được phụ thuộc vào p. Suy ra, việc tìm giá trị chặn dưới của hàm niềm tin và giá trị chặn trên của hàm thừa nhận của nhóm phương án là giải hai bài toán tối ưu sau: