

năng thông qua của cung này là 1 (mỗi sinh viên chỉ được phân vào 1 nhóm). Thêm các cung nối từ đỉnh phát s đến các đỉnh-sinh viên, khả năng thông qua của cung này cũng là 1 (mỗi sinh viên chỉ được đăng ký tối đa 1 nhóm). Sau cùng, thêm các cung nối các đỉnh-nhóm $v \in G$ đến t với khả năng thông qua là $h(v)$. Mạng kết quả được minh họa trong Hình 1.

4.1 Ràng buộc sĩ số tối thiểu

Để tránh trường hợp một nhóm có quá ít sinh viên ta có thể bổ sung thêm ràng buộc sĩ số tối thiểu của một nhóm: tổng số sinh viên của nhóm v không được nhỏ hơn $l(v)$. Với mô hình luồng cực đại trên mạng, ràng buộc này có thể dễ dàng tích hợp vào mô hình: với mỗi cung, ngoài khả năng thông qua lớn nhất ta bổ sung thêm khả năng thông qua nhỏ nhất. Cách đơn giản nhất để giải bài toán luồng cực đại trên mạng với ràng buộc khả năng thông qua nhỏ nhất của các cung là biến đổi về bài toán luồng cực đại chuẩn. Ta xây dựng đồ thị $G' = \langle V', E' \rangle$ từ đồ thị $G = \langle V, E \rangle$:

- Thêm vào hai đỉnh mới s' và t' .
- Thêm cung nối s' đến tất cả các đỉnh trong V .
- Thêm cung nối các đỉnh trong V đến t' .
- Thêm cung nối t đến s .
- Khả năng thông qua mới của các cung được định nghĩa như sau:

- Với mỗi đỉnh $v \in V$, đặt:

- $c'(s', v) = \sum_{u \in V'} d(u, v)$ và
- $c'(v, t') = \sum_{w \in V'} d(v, w)$
- Với mỗi cung $(u, v) \in E$, đặt $c'(u, v) = c(u, v) - d(u, v)$
- Đặt $c'(t, s) = \infty$

Một cách trực quan, đồ thị G' được xây dựng bằng cách thay mỗi cung (u, v) trong đồ thị G bằng 3 cung:

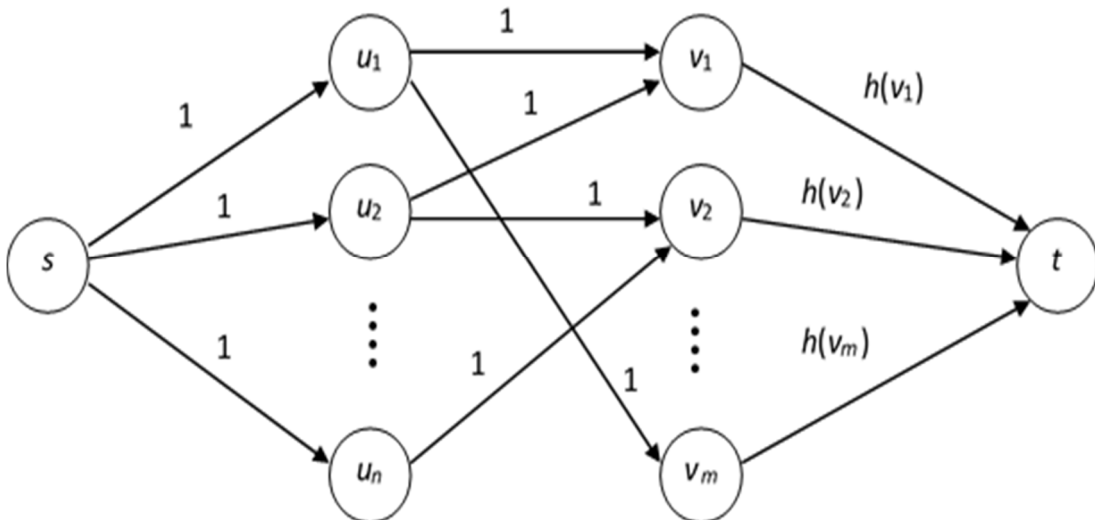
- (u, v) với khả năng thông qua $c(u, v) - d(u, v)$;
- (s', v) với khả năng thông qua $d(u, v)$ và
- (u, t') với khả năng thông qua $d(u, v)$

Trong G' , tổng khả năng thông qua của các cung xuất phát từ s' bằng tổng khả năng thông qua

của cả các cung đi vào t' và bằng $\sum_{(u,v) \in E} d(u, v)$. Ta

gọi luồng có giá trị đúng bằng $\sum_{(u,v) \in E} d(u, v)$ là *luồng bão hòa* (saturating flow) vì nó bão hòa tất cả các cung rời khỏi s' hoặc đi vào t' . Nếu G' có luồng bão hòa, nó sẽ có luồng cực đại.

Người ta cũng đã chứng minh rằng: *Mạng G sẽ có luồng khả thi (feasible flow) khi và chỉ khi G' có luồng bão hòa.*



Hình 1: Mạng phân nhóm sinh viên